



République Algérienne Populaire et Démocratique  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Abdelhamid Ibn Badis Mostaganem  
Faculté des Sciences et de la Technologie



N° D'ORDRE : D341/2018

## THESE

Présentée pour obtenir

LE DIPLOME DE DOCTORAT EN-SCIENCES

SPECIALITE: Génie Mécanique

OPTION : Science des Matériaux

Par :

**Belgacem Leila**

Thème

---

**Contribution à l'étude de l'endommagement des pipes en matériaux  
composites hybrides sollicités au flambement**

---

*Soutenue publiquement le : 05/12/2018, devant le jury composé de :*

<b>Président :</b>	T. KADDRI.	Professeur/Université de Mostaganem.
<b>Examineurs :</b>	M. BELHOUARI.	Professeur / Université de Sidi Belabes.
	B. B. BOUIADJRA.	Professeur / Université de Sidi Belabes.
	A. BELARBI.	Professeur / Université d'Oran-USTO.
	M. BENDOUKHA.	M. C. A / Université de Mostaganem.
<b>Encadreur :</b>	D. OUINAS.	Professeur/Université de Mostaganem.

## **Avant propos**

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont été effectués dans le laboratoire LMNEPM de l'université de Mostaganem, ainsi que dans le laboratoire de science des matériaux au campus de Viesques de l'université d'Oviedo-Espagne, dans le cadre du programme National Exceptionnel PNE.

Ce travail n'aurait pas pu aboutir sans le soutien et la contribution de nombreuses personnes que je tiens à remercier, plus particulièrement, Pr. Djamel Ouinas, qui a proposé et accepté de diriger ce travail. Ma profonde gratitude et mes sincères remerciements pour son aide, sa disponibilité, ses conseils précieux et ses encouragements qui m'ont permis de mener ce travail.

Mes remerciements vont tout naturellement au Pr. Viña Olay Jaime Aurelio, qui a accepté de m'accueillir dans son laboratoire, de son aide et qui ne manquait pas de me soutenir durant toute la période de mon stage.

Un grand merci au personnel d'Air Algérie, dont la grande part de mon travail ne pouvait être réalisée sans leur contribution.

J'exprime également ma reconnaissance à mon chef de division ; Dr. Amar Boutaghane, pour sa compréhension, son aide et de m'avoir facilité la tâche pour effectuer mes travaux.

Je remercie beaucoup Pr. Ahmed Hebbar pour son aide et sa disponibilité.

J'adresse mes plus vifs remerciements aux honorables membres du Jury qui ont accepté de juger ce travail, commençant par le président de Jury Pr. Tahar Kaddri ainsi que les examinateurs, les Professeurs: Mohamed Belhouari, Bachir Belabbes Boudjra, Abd-Arahman Belarbi et Mohamed Bendoukha.

Merci à tous mes amis, plus particulièrement Samira Benharat.

Merci à mes parents, à toute ma famille de m'avoir soutenue et supporté tout au long de mes études.

## - ملخص -

إن الاستخدام الكبير للهياكل الأسطوانية في القطاعات المدنية والعسكرية، يبرر الاهتمام الكبير لدراسة ظواهر التواء هذه الهياكل. على الرغم من شكلها الهندسي البسيط ، فإن الغموض الذي يلاقي في فهم هذه الظواهر وإتقانها لا يزال قائماً ، ويلزم زيادة توضيحه. في الواقع، حتى لو تم توظيف المعادلات الأساسية منذ فترة طويلة، تحليل هذه الظاهرة لا يزال مستمرا بفضل تطوير تقنيات الحوسبة الحديثة.

في هذا العمل، يقترح دراسة سلوك الأنابيب المصنوعة من المواد المركبة الهجينة. هدفنا الرئيسي هو التنبؤ بسلوك الأنابيب المتضررة أو التي تحتوي على عيوب التصنيع. باستخدام طريقة العناصر المحدودة، تهدف هذه الدراسة إلى إيجاد العلاقة بين الإجهاد وسلوك الأنابيب مع وجود العيوب أو بدون وجودها، مثل: الصدوع والتقوب، وكذا تقييم أضرارها.

الكلمات المفتاحية: انبوب من المواد المركبة، الأضرار، معامل الالتواء، تحليل العناصر المحدودة.

## Résumé

La grande utilisation des coques cylindriques dans les secteurs civils ainsi que militaires, justifie le grand intérêt porté à l'étude des phénomènes de flambage et post-flambage de ces structures. Malgré leur forme géométrique simple, les ambiguïtés rencontrées dans la compréhension et la maîtrise de ces phénomènes en demeure toujours et nécessite d'être élucidées davantage. En effet, même si les équations de base ont été introduites depuis longtemps, l'analyse de ce phénomène ne cesse de prendre de l'ampleur grâce au développement des techniques de calcul modernes.

Dans ce travail, l'étude du comportement au flambement des pipes en matériaux composites hybrides est proposée. Notre but principal est de prévoir numériquement le comportement résiduel des pipes endommagés ou contenant des défauts de fabrication. En utilisant la méthode des éléments finis, cette étude vise à trouver le rapport entre les sollicitations et le comportement des structures considérées avec et sans présence de défauts, tel que; fissure et perforation, et d'évaluer en outre leur endommagement.

*Mots clés : Pipe en composite, Endommagement, Paramètre de flambage, délaminage, Analyse par éléments finis.*

## **Abstract**

The large use of cylindrical shell in civil as well as military sectors justifies the great interest given to the study of buckling and post-buckling phenomena of these structures. Despite their simple geometrical form, the ambiguities encountered in understanding of these phenomena still remain and need to be further elucidated. Indeed, although the basic equations have been introduced for a long time, the analysis of this phenomenon continues to grow thanks to the development of modern computing techniques.

The study of the buckling behavior of pipes in hybrid composite materials is proposed. Our principal aim is to predict numerically the residual behavior of damaged pipes or containing manufacturing defects. Using the finite element method, this study aims to find the relation between the stresses and the behavior of structures considered with and without presence of defects, such as; crack and perforation, and further evaluate their damage.

*Key words: Composite pipe, Damage, Buckling parameter, Delamination, finite element analysis*

# Sommaire

<b>AVANT PROPOS</b> .....	2
<b>Résumé</b> .....	4
<b>Liste des figures</b> .....	9
<b>Liste des tableaux</b> .....	13
<b>Liste des symboles</b> .....	15
<b>Liste des abréviations</b> .....	16
<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	18
<b>CHAPITRE I. Généralité sur les matériaux composites</b>	
I.1 Pourquoi les composites ? .....	22
I.2 Principaux constituants .....	22
I.3 La structure des pièces composites .....	26
I.4 Matériaux composites hybrides .....	28
I.5 Mécanismes de rupture et endommagement des matériaux composites .....	30
I.6 Comportement mécanique des matériaux composites .....	33
I.7 Critères de rupture .....	44
I.7.1 Critère de contraintes maximales .....	45
I.7.2 Critère de la déformation maximale .....	45
I.7.3 Critère interactifs .....	46
<b>CHAPITRE II. Partie Expérimentale</b>	
II.1 Elaboration des stratifiés .....	51
II.2 Caractérisation mécanique .....	53
II.2.1 Essai de traction .....	53

II.2.2 Essai de cisaillement interlaminaire .....	60
II.2.3 Essai de flexion.....	65
II.2.3.1 Analyse métallographique.....	67
II.2.4 Analyse de l'effet d'entaille circulaire.....	68
II.2.4.1 Estimation de la perte des propriétés mécaniques.....	72
II.3 Vieillissement hygrothermique .....	76
II.3.1 Effet de l'humidité de la température sur les matériaux composites.....	77
II.3.2 Test de vieillissement.....	78
II.3.3 Test de gravimétrie.....	79
II.3.4 Caractérisation mécanique.....	80
II. 3.5 Résultats et discussion.....	80
II.3.5.1 Cinétique d'absorption d'eau.....	80
II.3.6 Effet de vieillissement à basse température.....	91
II.4 Prédiction de la résistance à la rupture par la méthode des plans d'expériences.....	93
II.4.1 Notion de Plans d'expériences P.E.....	94
II.4.2 Résultats et discussion.....	97

### **CHAPITRE III. Flambement des coques cylindriques minces**

III.1 Modélisation des coques cylindriques .....	104
III.2 Phénomène de flambage.....	106
III.3 Concepts de la stabilité de l'équilibre.....	107
III.4 Influence des défauts géométriques.....	112
III.5 Flambage plastique.....	114
III.6 Flambage de coques cylindriques.....	117
III.6.1 Modélisation analytique des cylindres en composites.....	118
III.6.1.1 Flambement d'une coque cylindrique en composite sous compression axiale.....	118
III.6.1.2 Flambement d'une coque cylindrique en composite soumise à une pression externe.....	120

III.6.1.3 Flambement d'une coque cylindrique en flexion.....	122
III.6.1.4 Flambement d'une coque cylindrique en torsion.....	123
III.7 Dimensionnement des structures cylindriques.....	123

**CHAPITRE VI. Analyse numérique**

IV.1 Etude numérique du flambement des pipes en composite hybride.....	126
IV.1.1 Démarche d'analyse par éléments finis.....	126
IV.1.2 Modèle et maillage des structures.....	127
IV.2. Résultats et discussion.....	130
IV.2.1. Effet du déplacement imposé.....	130
IV.2.2 Effet du diamètre du pipe.....	130
IV.2.3 Effet du nombre de pli.....	131
IV.2.4. Influence de l'épaisseur du pli.....	132
IV.2.5 Effet du diamètre de l'entaille .....	133
IV.2.6 La Charge critique de flambement du pipe muni d'entaille circulaire.....	134
IV.2.6 La Charge critique de flambement du pipe muni d'une fissure emanat d'entaille'entaille circulaire .....	137
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>157</b>
<b>REFERENCES .....</b>	<b>158</b>



## LISTE DES FIGURES

### CHAPITRE I

Figure 1. Différents types de renforts employés dans les matériaux composites.....	25
Figure 2. Tissage : a) selon trois directions – b) Selon quatre directions.....	28
Figure 3. Illustration schématique des matériaux composites hybrides inter-ply et intra-ply ..	29
Figure 4. Représentation schématique du stratifié FMLs .....	30
Figure 5. Mécanismes d'endommagement des matériaux composites.....	30
Figure 6. Cheminement de la fissure à l'interface fibre/matrice .....	32
Figure 7. Illustration de la répartition des contraintes dans un élément de volume d'un matériau composite.....	35
Figure 8. Contraintes planes dans un élément composite infinitésimal.....	39
Figure 9. Représentation illustratif du repère global ou de référence du stratifié (1',2',3) = (x,y,z) ainsi que le repère propre à la couche (1,2,3) .....	41
Figure 10. Schéma des forces et des moments résultants dans un stratifié composite .....	44

### CHAPITRE II

Figure 11. Application des matériaux utilisés dans cette étude.....	45
Figure 12. Macrographie tissu de : 1- carbone 2- verre .....	50
Figure 13. Micrographies par microscopie et meb des tissus de : 1- carbone & 2- verre .....	50
Figure 14. Procédé de fabrication des stratifiés par moulage sous vide.....	51
Figure 15. Représentation illustratif de la séquence d'empilement du matériau composite hybride- 1 : désigne les tissus de verre - 2 : les tissus de carbone.....	51
Figure 16 : Dimensions des éprouvettes normalisées de traction.....	53
Figure 17. Machine de traction Instron.....	53
Figure 18. Courbe de traction des différents stratifiés composés de huit plis .....	54
Figure 19. Faciès de rupture de la face longitudinale du stratifié carbone/époxyde.....	55
Figure 20. Faciès de rupture de la face transversale du stratifié carbone/époxyde .....	55
Figure 21. Faciès de rupture de la face longitudinale du stratifié verre/époxyde .....	55

Figure 22. Faciès de rupture de la face transversale du stratifié verre/époxyde	56
Figure 23. Faciès de rupture de la face transversale du stratifié hybride	56
Figure 24. Micrographie prise par meb de la surface de la rupture du stratifié V/E	57
Figure 25. Micrographie prise par meb de la surface de la rupture du stratifié V/E	57
Figure 26. Micrographie prise par meb de la surface de la rupture du stratifié C/E	58
Figure 27. Courbe de traction des stratifiés hybrides pour différent nombre de pli	59
Figure 28. Configuration du test de cisaillement interlaminaire	60
Figure 29. Comportement au cisaillement inter laminaire des différents stratifiés	61
Figure 30. Histogramme des contraintes de cisaillement interlaminaire des stratifiés	61
Figure 31. Comportement au cisaillement inter laminaire des différents stratifiés	62
Figure 32. Faciès de rupture des stratifiés sollicités en cisaillement inter laminaire	63
Figure 33 : Dimensions des éprouvettes normalisées de flexion	63
Figure 34. La déformation en flexion des éprouvettes testées	64
Figure 35. Courbe de flexion trois points des différents stratifiés composés de huit plis	66
Figure 36. Micrographie du stratifié hybride	66
Figure 37. Micrographie du stratifié carbone/époxyde	67
Figure 38. Micrographie du stratifié verre/époxyde	67
Figure 39. Des éprouvettes perforées avant l'essai de traction	68
Figure 40. Réponse à la traction des stratifiés verre/époxyde constitué de 08 couches, en présence d'entaille circulaire centrale	69
Figure 41. Réponse à la traction des stratifiés hybride constitué de 08 couches, en présence d'entaille circulaire centrale	70
Figure 42. Réponse à la traction des stratifiés hybride constitué de 16 couches, en présence d'entaille circulaire centrale	70
Figure 43. Réponse à la traction des stratifiés hybride constitué de 24 couches, en présence d'entaille circulaire centrale	71
Figure 44. Eprouvettes perforées des différents stratifiés composés de huit plis après essai de traction	71
Figure 45. Taux de perte de la résistance à la rupture des matériaux étudiés	72
Figure 46. Taux de perte de la rigidité des matériaux étudiés	72
Figure 47. Effet de plastification dans une macromolécule	76
Figure 48. Chambre climatique pour test de vieillissement	78

Figure 49. Teneur en humidité des stratifiés verre/époxyde composés de 8 plis .....	80
Figure 50. Teneur en humidité des stratifiés hybrides composés de 8 plis .....	80
Figure 51. Teneur en humidité des stratifiés hybrides composés de 16 plis.....	81
Figure 52. Teneur en humidité des stratifiés hybrides composés de 24 plis.....	82
Figure 53. Réponse à la traction des stratifiés non perforés vieillis.....	82
Figure 54. Réponse à la traction des stratifiés perforés en V/E, sous conditionnement hygrothermique.....	83
Figure 55. Réponse à la traction des stratifiés hybride perforés, composés de 08 plis sous conditionnement hygrothermique.....	83
Figure 56. Réponse à la traction des stratifiés hybride perforés, composés de 16 plis sous conditionnement hygrothermique.....	84
Figure 57. Réponse à la traction des stratifiés MCH perforés, composés de 24 plis sous conditionnement hygrothermique.....	84
Figure 58. Histogrammes de la sensibilité des stratifiés étudiés à la perforation.....	87
Figure 59. Faciés de rupture des éprouvettes de traction hybride : 1- état de référence 2- après vieillessement.....	88
Figure 60. Faciés de rupture d'une éprouvette vieillie de traction en verre/époxyde.....	88
Figure 61. Eprouvettes perforées rompues en MCH et V/E subissant un traitement de vieillessement.....	89
Figure 62. Histogramme de la résistance à la rupture des stratifiés V/E à 08 plis pour différentes température.....	90
Figure 63. Histogramme de la résistance à la rupture des stratifiés V/E à 08 plis pour différentes température.....	90
Figure 64. Histogramme de la résistance à la rupture des stratifiés hybride a 16 plis pour différentes température.....	91
Figure 65. Histogramme de la résistance à la rupture des stratifiés hybride a 24 plis pour différentes température.....	91
Figure 66. La charge à la rupture en fonction du nombre de plis et du diamètre de l'entaille.....	97
Figure 67. La charge à la rupture en fonction du nombre de plis et de la température.....	98
Figure 68. La charge à la rupture en fonction du diamètre de l'entaille et de la température.....	99

### Chapitre III

Figure 69. Coque cylindrique mince .....	103
Figure 70. Perturbation du solide par un champ de déplacement .....	106
Figure 71. Système en équilibre (neutre, stable et instable).....	107
Figure 72. Instabilité par bifurcation .....	109
Figure 73. Les chemins des états d'équilibre .....	109
Figure 74. Instabilité par point limite.....	110
Figure 75. Effet d' un défaut géométrique .....	111
Figure 76. Effet d'imperfection géométrique sur la stabilité des solides .....	112
Figure 77. Les lois de comportement .....	114
Figure 78. Flambage d'un cylindre en compression axiale .....	117
Figure 79. Coque cylindrique en composite sous une pression extérieure .....	120
Figure 80. Flambement d' un cylindre composite.....	120
Figure 81. Structure cylindrique en composite sollicitée en flexion .....	123
Figure 82. Structure cylindrique en composite sollicitée en torsion.....	123

### Chapitre IV

Figure 83. Démarche de calcul par éléments finis à l'aide du code de calcul Abaqus.....	127
Figure 84. Test de convergence du maillage .....	128
Figure 85. Maillage du pipe muni d'une entaille circulaire.....	129
Figure 86. Maillage du pipe muni d'une fissure émanant d'entaille circulaire .....	129
Figure 87. Effet du déplacement imposé sur la réponse au flambement des pipes comprimés.....	130
Figure 88. Effet du diamètre du pipe .....	131
Figure 89. Effet du nombre de pli .....	132
Figure 90. Effet de l'épaisseur du pli en fonction de l'orientation des fibres ( $\theta$ ) .....	133
Figure 91. Effet du diamètre de l'entaille pour une structure composée de 04 plis ..	134
Figure 92. Effet du diamètre de l' entaille pour une structure composée de 12 plis .....	134
Figure 93. Déformation des pipes muni d' une entaille circulaire centrale, pour les séquences: 1)[Al/(0)10/Al] 2) [Al/(45°/-45°)5/Al] 3)Al/(90°)10/Al] .....	134
Figure 94. Variation du facteur de flambement ( $\lambda$ ) en fonction du diamètre de l'entaille...	135

Figure 95. Déformation des pipes contenant une fissure émanant d'entaille.....	137
Figure 96. Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure longitudinale.....	138
Figure 97. Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure longitudinale.....	141
Figure 98. Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure inclinée.....	143
Figure 99. Déformation des pipes munis d' une fissure émanant d' entaille.....	144
Figure 100. Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure longitudinale.....	146
Figure 101. Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure circonférentielle.....	148
Figure 102. Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure inclinée.....	150
Figure 103. Effet de l'orientation et la longueur de la fissure sur le facteur de charge de flambement.....	152

## Liste des Tableau

### CHAPITRE I

Tableau 1. Propriétés mécaniques des résines thermoplastiques.....	23
Tableau 2. Propriétés mécaniques des résines thermodurcissables.....	24
Tableau 3. Les propriétés mécaniques des renforts.....	26

### CHAPITRE II

Tableau 4. Fraction volumique des fibres.....	52
Tableau 5. Dimensions et la résistance au cisaillement des différents stratifiés.....	60
Tableau 6. Propriétés à la flexion des différents matériaux .....	65
Tableau 7. Propriétés mécaniques des stratifiés Verre/Epoxyde et hybride, avec et sans présence d'entaille .....	68
Tableau 8. La teneur en eau à l'équilibre et la densité de diffusion des stratifiés testés.....	81
Tableau 9. La résistance à la traction des stratifiés V/E et MCH avant et après vieillissement.....	85

### CHAPITRE IV

Tableau 10. Propriétés mécaniques du matériau étudié (T700/E) [76].....	128
---	-----

## LISTE DES SYMBOLES

$(x, y, z)$  : Repère global.

$(1, 2, 3)$  : Repère local.

$E_x$  : Module d'élasticité suivant la direction  $x$ .

$E_y$  : Module d'élasticité suivant la direction  $y$ .

$G_{xy}$  : Module de cisaillement exprimé dans le plan global.

$\nu_{xy}$  : Coefficient de Poisson exprimé dans le plan global.

$E_1$  : Module d'élasticité longitudinal (suivant la direction des fibres) d'un pli composite.

$E_2$  : Module d'élasticité transversal d'un pli composite.

$G_{12}$  : Module de cisaillement d'un pli composite exprimé dans le plan local.

$H$  : Epaisseur total d'un stratifié composite.

$n_p$  : Nombre de plis.

$h$  : Epaisseur d'un pli.

$\theta$  : Angle d'inclinaison des fibres unidirectionnelles par rapport au repère global.

$[A]$  : Matrice de rigidité en membrane.

$[B]$  : Matrice de couplage membrane-flexion.

$[D]$  : Matrice de rigidité en flexion.

$M_x$  : Moment de flexion autour de l'axe  $e_x$ .

$M_y$  : Moment de flexion autour de l'axe  $e_y$ .

$M_{xy}$  : Moment de torsion.

$N_x$  : Chargement appliqué à l'axe neutre de la plaque et perpendiculaire au côté  $b$ .

$N_y$  : Chargement appliqué à l'axe neutre de la plaque et perpendiculaire au côté  $a$ .

$N_{xy}$  : Cisaillement appliqué à l'axe neutre de la plaque.

$m$  : Nombre de demi-sinus dans la direction  $x$ .

$n$  : Nombre de demi-sinus dans la direction  $y$ .

$u_0$  : Déplacement du plan moyen du point  $(x, y)$  dans la direction  $x$ .

$v_0$  : Déplacement du plan moyen du point  $(x, y)$  dans la direction  $y$ .

$w_0$  : Déplacement transverse du plan moyen au point  $(x, y)$ .

$\varepsilon_x$  : Déformation dans la direction  $e_x$  du plan moyen.  
 $\varepsilon_y$  : Déformation dans la direction  $e_y$  du plan moyen.  
 $\gamma_{xy}$  : Glissement du plan moyen.  
 $\kappa_x$  : Courbure dans la direction  $x$ .  
 $\kappa_y$  : Courbure dans la direction  $y$ .  
 $\kappa_{xy}$  : Courbure dans la direction  $x$  et  $y$ .  
 $\sigma_x$  : Contrainte normale dans la direction  $x$ .  
 $\sigma_y$  : Contrainte normale dans la direction  $y$ .  
 $\tau_{xy}$  : Contrainte de cisaillement dans la direction  $(x-y)$ .  
 $P$  : Charge de flambement.  
 $P_{cr}$  : Charge critique de flambement.  
 $L$  : Longueur du cylindre.  
 $R$  : Rayon moyen du cylindre.  
 $t$  : Epaisseur totale du cylindre.



## **LISTE DES ABREVIATIONS**

CE : Carbone/ Epoxyde.

MCH : Matériaux Composites Hybrides.

MEF : Méthode des éléments finis.

CMO : Composites à Matrice Organique.

VE : Verre/Epoxyde.

PE : Plan d'expériences.

FRP : Polymère renforcé de fibres.

### INTRODUCTION GENERALE

Les structures cylindriques minces sont largement employées dans des domaines très variés: l'aéronautique; fuselage de l'avion, l'industrie pétrolière ; pipeline, spatial; réservoir cryogénique, ... etc. Ce grand intérêt est dû à leur faible masse couplée à leur forte capacité de supporter les sollicitations subies et de pouvoir les transférer.

En effet, les grands avantages des matériaux composites, entre autres: la rigidité spécifique et résistance spécifique élevées associées à une grande résistance à la corrosion, les rend des substituants potentiels aux matériaux métalliques pour le confectionnement des coques cylindriques. Néanmoins, l'analyse de leur comportement s'avère plus complexe qu'un matériau conventionnel, non seulement, par leur stratification qui consiste en une superposition de plusieurs plis, entraînant le cisaillement transverse, mais aussi de l'anisotropie de la couche élémentaire [1]. La compréhension et la maîtrise de leur comportement est primordial pour garantir l'intégrité de ces structures au cours d'emploi.

L'un des inconvénients majeurs des structures cylindriques, est leur faible épaisseur qui les rend susceptibles aux instabilités structurelles, communément appelé flambage. Plusieurs approches ont été adoptées pour une prédiction fiable et efficace de la réponse au flambement des structures cylindriques minces, qui est l'un des critères de rupture les plus importants.

Cependant, malgré les grands progrès dans les approches de modélisation numérique, le désaccord des résultats prédits et testés expérimentalement existe toujours [2,4]. La mise en évidence de cette divergence a été initiée par Koiter [5], en démontrant que ceci est dû principalement à la forte sensibilité de la charge de flambement des coques cylindriques aux imperfections géométriques initiales, qui sont négligées théoriquement.

Il a été prouvé que les éléments de structure sont affectés par plusieurs types d'imperfections (principalement de nature géométrique et/ou mécanique) qui peuvent affaiblir sérieusement leur capacité de charge. De nombreux travaux ont illustré l'impact de différents défauts (en termes de géométrie, de matériau, ou de conditions aux limites) sur l'instabilité des structures cylindriques minces [6-10]. Plusieurs auteurs ont démontré que la présence de défauts tels que les fissures, qui peuvent être à l'origine d'une erreur de fabrication ou se développant au cours d'exploitation, affecte d'une façon significative la capacité portante

des structures cylindriques minces et qu'un flambage local peut avoir lieu à leur voisinage [11-12].

Dans cette étude, la réponse au flambement des pipes en matériaux composites hybrides soumis à une compression axiale, dont la sollicitation est induite par un déplacement imposé, est mise en évidence par rapport à la géométrie de la structure, l'orientation des fibres, la taille des défauts ; entaille circulaire et fissure émanant d'entaille ainsi que leur position.

En effet, le matériau faisant l'objet de cette étude étant un matériau composite hybride qui consiste généralement à utiliser au moins deux renforts de nature différente dans une même matrice. Le recours à l'hybridation permet de surmonter certaines limitations des composites à mono-renfort et d'étendre leur application dans plusieurs domaines, d'où une amélioration de leurs performances a été prouvée, justifiant l'effet des propriétés intrinsèques des différents constituants.

Ce manuscrit, synthétisant notre travail de recherche, est scindé en quatre parties, suivant un ordre chronologique des démarches effectuées et de notre réflexion sur cette problématique.

Le premier chapitre comporte des généralités sur les matériaux composites, visant les points essentiels; les mécanismes d'endommagement spécifiques de ces matériaux, leur comportement mécanique ainsi que les critères de rupture déterminant leur résistance, afin de faciliter au lecteur la compréhension du type de matériau étudié et les sollicitations auxquelles est soumis, ainsi que les raisons d'aborder ce sujet de recherche.

Dans le deuxième chapitre, une étude expérimentale, détaillant les démarches suivies, les équipements de caractérisations employés ainsi que l'analyse des résultats et leurs interprétations

En effet, les structures cylindriques minces sont susceptibles au flambement, qui est le principal but visé dans ce projet de recherche. Le troisième chapitre est consacré à une étude bibliographique synthétisant les différents travaux déjà effectués dans le domaine du flambage des coques minces, en passant par une présentation des formalismes conceptuels du flambage et de l'impact des imperfections géométriques, ainsi que des principaux concepts nécessaires à la compréhension de la stabilité d'équilibre des structures.

## **INTRODUCTION GENERALE**

---

Quant aux analyses numériques qui ont été effectuées par le biais du code de calcul industriel Abaqus standard, elles sont présentées dans le dernier chapitre. Plusieurs questions fondamentales sur l'effet des défauts géométriques et de l'influence de la géométrie de la structure sont abordées.

A la fin, notre travail s'est achevé par des résultats clés, et des perspectives ont été proposées pour des recherches futures dans le domaine du flambage des tubes en composites.

**Chapitre I**  
**Généralité sur les matériaux composites**

### I.1 Pourquoi les composites ?

La résistance théorique des matériaux est nettement supérieure à celle obtenue expérimentalement, qui se justifie par la présence de défauts et qui est inévitable malgré les mesures prises. Le recours à réduire les dimensions du matériau est l'une des solutions adoptées pour minimiser la proportion de ces défauts voire les éliminer, et de conserver tant que possible les propriétés les plus élevées. Par ailleurs, avec des dimensions tellement réduites, ces matériaux ne peuvent être exploités. Ces derniers, ayant des propriétés très élevées sont incorporés au sein d'un autre matériau moins rigide et moins résistant, qui servira à les maintenir en position et de leur conférer la forme finale du produit. Effectivement, cet ensemble nommé « composite » a prouvé son existence méritoirement, dont il substitue en grande part plusieurs matériaux conventionnels, plus particulièrement, ceux employés dans les applications de pointes, dont le secteur aéronautique en fait l'illustration la plus frappante.

Les composites d'une manière générale sont définis comme étant un assemblage d'au moins deux phases distinctes, mais dans un sens restrictif, ils sont constitués de deux matériaux de propriétés différentes, attribuant un effet synergique à l'ensemble et aboutissant à des performances que les constituants élémentaires pris individuellement n'ont pas.

En effet, les composites sont composés d'une phase continue qu'on appelle matrice, dans laquelle sont noyées ou plutôt logées des phases discontinues, nommées renfort ou matériau renforçant. Les propriétés et les proportions des matériaux constituants sont des paramètres déterminants sur les propriétés du composite.

### I.2 Principaux constituants

Les composites sont principalement constitués d'une matrice et de renfort ainsi que des charges et des additifs dont leur contribution est secondaire. Ils peuvent être classés selon la nature des composants principaux ou par rapport à leur forme.

#### I.2.1 Matrice

La matrice a pour rôle de maintenir les fibres, leur transférer les sollicitations mécaniques, les protéger contre les agressions extérieures et de leur épouser la forme de la

pièce. En effet, elle doit remplir certains critères, tels qu'une bonne déformabilité et une meilleure comptabilité avec les renforts, ainsi qu'un poids léger afin d'assurer des performances spécifiques élevées.

Les matrices peuvent être classées en trois grandes familles : Matrices organiques; dont nous portons une attention particulière et qui va être décrite plus en détail en ce qui suit, des matrices métalliques et matrices céramiques ; qui sont destinées quant à elles aux applications où la tenue des structures à température élevée est exigée.

- **Matrice organique** : il existe une grande variété de résines polymères synthétiques et leur facilité de mise en forme justifie leur position dominante en termes d'utilisation, seulement, leur domaine d'emploi ne peut pas excéder 300°C. Cette dernière peut être scindée en trois grandes classes possédant des propriétés très différentes :

### A. Résines thermoplastique

Utilisée en masse du fait du faible coût, et elle a aussi la faculté d'être recyclée vue la faible liaison de ses molécules qui peut être brisée par un apport thermique d'une manière réversible, seulement sa transformation requiert des températures très élevées et elles sont généralement qualifiées par de faibles propriétés mécaniques. Ces résines sont de nature amorphe ou semi cristallin de structure linéaire ou ramifiée, elles peuvent être subdivisées en plastique de grande diffusion (usage courant) et plastiques techniques (hautes performances). Le tableau ci-dessous regroupe les différentes résines thermoplastiques.

**Tableau 1.** Propriétés mécaniques des résines thermoplastiques [13].

Matrice TP	Masse Vol. (Kg/m <sup>3</sup> )	E. long (MPa)	Coefficient de Poisson	$\sigma_{rup}$ (MPa)	A (%)	Cout en €/Kg
PP	900	1200	0.4	30	20-400	
PPS	1300	4000		65	100	
PA	1100	2000	0.35	70	200	5
PES	1350	3000		85	60	20
PEI	1250	3500		105	60	20
PEEK	1300	4000		90	50	70

### B. Matrice thermodurcissable

Ce sont des polymères réticulés ayant un réseau moléculaire tridimensionnel, le produit ainsi formé est solide et infusible ce qui empêche son recyclage, d'où une nouvelle hausse de température entraîne sa destruction. Ces résines ne peuvent être récupérées après leur mise en forme car leurs molécules sont fortement reliées par des liaisons de type covalente et donc théoriquement établies de manière irréversible [14]. Tandis qu'elles possèdent des propriétés mécaniques, plus particulièrement thermomécaniques nettement supérieures à celles des résines thermoplastiques, ce qui suscite leur grand emploi. Le tableau 2 illustre les caractéristiques des résines thermodurcissables.

**Tableau 2.** Propriétés mécaniques des résines thermodurcissables [13].

Matrice TD	Masse Vol. (Kg/m <sup>3</sup> )	E. long (MPa)	Module de cisaillement (GPa)	Coef. de Poisson	$\sigma_{rup}$ (MPa)	A(%)	Coût en €/Kg
Epoxyde	1200	4500	1600	0.4	130	2	5 à 15
Phénolique	1300	3000	1100	0.4	70	2.5	2
Polyester	1200	4000	1400	0.4	80	2.5	2
Vinylester	1150	3300			75	4	3
Polycarbonate	1200	2400		0.35	60		5
Silicone	1100	2200		0.5	35		30
Uréthane	1100	700- 7000			30	100	3
Polyimide	1400	4000-19000	1100	0.35	70	1	25

### C- Résines thermostables

Ce sont des résines à usage spécifique et à la différence des précédentes, elles se caractérisent par leurs performances thermiques élevées, d'où l'intérêt de leur développement spécialement pour les secteurs aéronautique et aérospatial. En fait, elles sont issues des deux résines susmentionnées.

#### I.2.2 Renfort

Les propriétés mécaniques des composites proviennent de la résistance et la rigidité élevées des renforts, dont elles sont de l'ordre 10 voire 100 fois supérieure à celles de la



matrice. En effet, les renforts reprennent la quasi-totalité des efforts subis par la pièce et leur niveau de renforcement s'opère essentiellement en fonction de leur nature, géométrie et structure. Selon la forme des renforts on peut distinguer deux types :

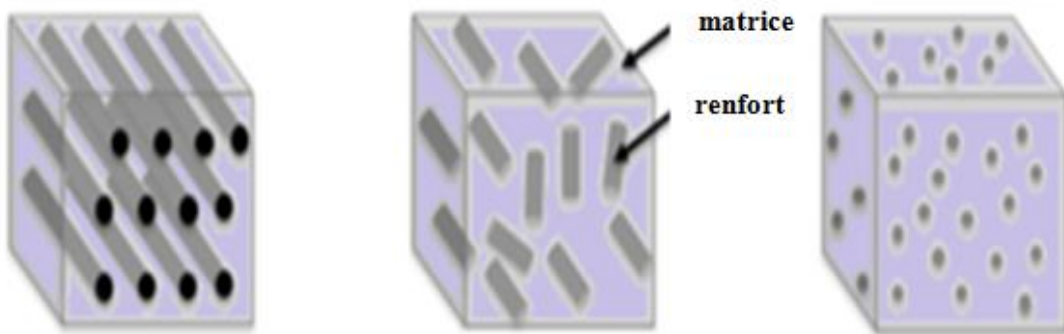
### A. Renfort fibreux

Le renfort est sous forme de fibres, leur disposition ainsi que leur orientation conditionne les propriétés mécaniques du matériau composite. A cet effet, le concepteur peut prévoir, contrôler et modifier leur comportement mécanique et physique en dépendance de leur nature et leur proportion. En outre, Les fibres se distinguent aussi par leur géométrie (fibres longues ou courtes).

- **Les fibres longues** : Sont conçues pour des applications structurelles, dont les pièces devant supporter de grands efforts, ainsi, l'orientation des renforts doit être adaptée aux chargements imposés. Ils sont employés principalement dans le secteur aéronautique, aérospatial, nautique ainsi que l'automobile.
- **Les fibres courtes** : Sont destinées à des applications non structurelles, elles peuvent être disposées aléatoirement sans orientations privilégiées, dont le matériau ainsi conçu est quasi-isotrope.

### B. Renfort à particules

Sans dimensions privilégiées, ils sont employés pour améliorer certaines propriétés mécaniques ou physiques et parfois uniquement, pour réduire le cout tout en conservant les caractéristiques du matériau.



**Figure 1.** Différents types de renforts employés dans les matériaux composites.

Le tableau ci-dessous illustre les différents renforts employés pour renforcer les composites.

**Tableau 3.** Les propriétés mécaniques des renforts [13].

Renforts	Masse Vol. (Kg/m <sup>3</sup> )	E. long (MPa)	Module de cisaillement (GPa)	Coef. de Poisson	$\sigma_{rup}$ (MPa)	A(%)	Cout en €/Kg
Verre R	2500	86		0.2	3200	4	10
Verre E	2600	74	30	0.25	2500	3.5	2
Kevlar 49	1450	130	12	0.4	2900	2.3	50
Carbone HR	1750	230	50	0.3	3200	1.3	40-150
Carbone HM	1800	390	20	0.35	2500	0.6	40-150
Bore	2600	400			3400	0.8	450
Alumine	3700	380			1400	0.4	

Les composites conçus en fibres longues se caractérisent par des propriétés mécaniques nettement supérieures à ceux renforcés de fibres courtes ou à particules, plus particulièrement lorsque les fibres sont dans la même direction du chargement appliqué sur la pièce. Par ailleurs, selon l'orientation des fibres se distingue le comportement des matériaux composites, en effet, pour des fibres parallèles, ils présentent un comportement anisotrope tandis que celles disposées aléatoirement ou renforcé par des particules, leur comportement est quasi isotrope.

Dans notre étude, nous nous intéressons particulièrement aux composites stratifiés à matrice polymère renforcée par de fibres longues (verre et carbone).

### I.3 La structure des pièces composites

Les fibres sont de très faibles épaisseurs de l'ordre du micron, une centaine voire des milliers de fibres sont tressées ou alignées formant des torons ou fils. Ces derniers sont ensuite tissés selon des motifs variés et leur distinction réside dans leur disposition.

La distribution du renfort dans le volume du composite est un paramètre important. Ils peuvent être classés selon trois catégories ; unidirectionnel, tissu plan et multidirectionnel.

### I.3.1 Composites unidirectionnels

Ce sont des nappes dotées de renforts disposés parallèlement, et leur maintien est assuré par des fils dans leur direction transversale, dont ces derniers n'apportent aucune contribution aux performances du matériau. Ils se caractérisent par des propriétés mécaniques les plus élevées dans la direction du chargement subi par la pièce.

### I.3.2 Composites tissés

Dans les composites tissés, il existe deux types ; tissus plans qui sont à base de renforts longs disposés en alternance perpendiculairement, et multidirectionnel dont la disposition de leurs fibres est selon plusieurs directions.

#### - Tissus plans

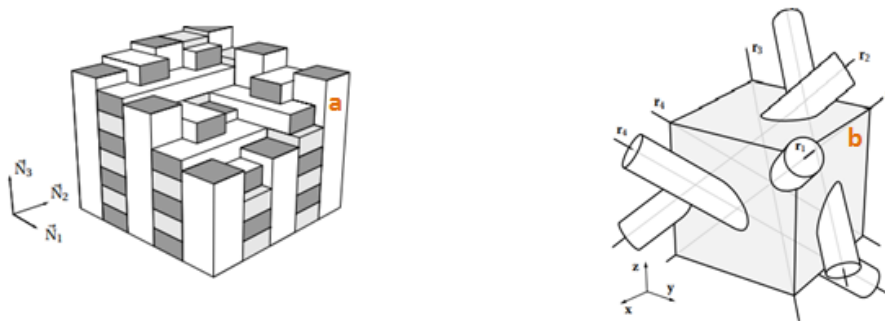
Ce type de renfort confère au matériau un grand degré de stabilité dimensionnelle dans les deux directions des fibres ; chaîne et trame, mais il présente une faible raideur de cisaillement dans le plan. Il existe une grande variété de tissus plans, dont une seule couche de fibres qui les renforcent ; les pièces sont obtenues en effet, par la superposition de plusieurs plis formant un stratifié.

**a- Tissus équilibrés :** Ils sont appelés ainsi car ils possèdent le même nombre de torons dans les deux directions de tissage, et ils ont les mêmes propriétés mécaniques en termes de résistance et de rigidité dans les deux sens de fibres. Malgré cela, ils ne peuvent être qualifiés d'isotrope, vu que leurs propriétés changent dans les autres directions et ils ont plutôt un comportement orthotrope.

**b- Tissus non équilibrés :** L'anisotropie peut être contrôlée lorsque la nécessité le justifie, en faisant varier les proportions des fils dans les deux directions. Le tissu ainsi conçu est considéré non équilibré.

### - Tissu multidirectionnel

Il existe d'autres tissus qui sont conçus avec une disposition de fibres dans plusieurs directions, ce sont des tissus volumiques permettant la conception des pièces composites à des épaisseurs variables. Ils se caractérisent par une bonne résistance à l'arrachement par rapport aux tissus plans, mais leur procédés de fabrication sont complexe.



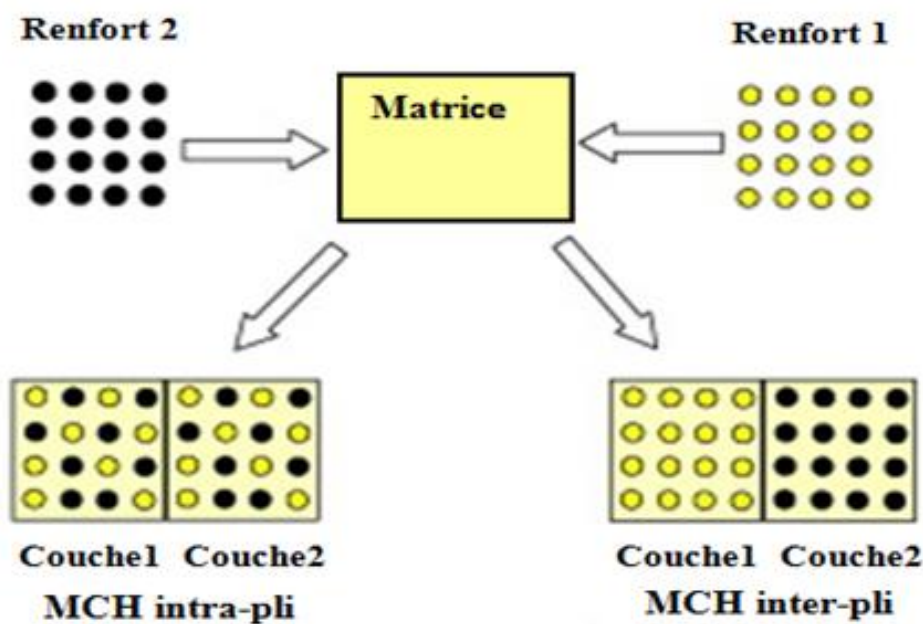
**Figure 2.** Tissage : a) Selon trois directions – b) Selon quatre directions [15].

Les pièces structurales sont conçues soit par une superposition de nappes formant des stratifiés, dont la direction des fibres est optimisée en fonction des efforts qui lui en imposées, soit, par des composites nommées sandwich. Les sandwichs sont constitués d'un cœur épais et légers favorisant une bonne résistance aux efforts hors plans, collé à deux peaux extérieures à faibles épaisseurs, formés de stratifiés et qui ont pour but d'assurer la résistance en membrane.

### I.4 Matériaux composites hybrides

Malgré les progrès des matériaux composites et leurs performances inégales, ils présentent certains inconvénients qui entravent leur emploi dans de nombreux domaines tel que ; la rupture soudaine, faible tolérance aux dommages, faible résistance résiduelle ainsi que leur coût élevé et leur production limitée.

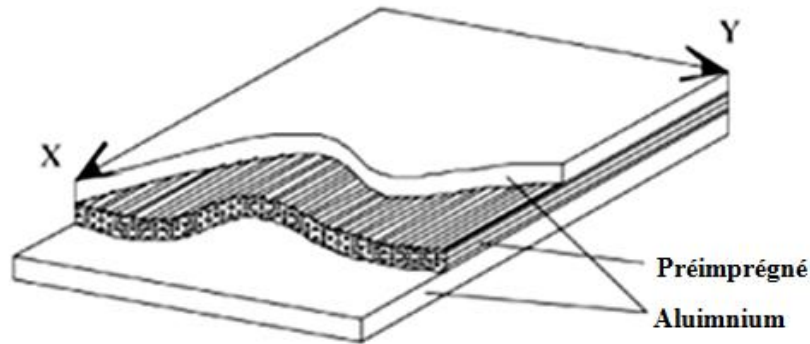
Le recours à l'hybridation a permis de surmonter certaines limitations de ces matériaux et d'étendre leurs applications dans des secteurs plus divers, d'où une amélioration significative de leurs performances a été prouvée, justifiée par l'effet synergique des propriétés intrinsèques des différents constituants. Il s'agit en fait d'utiliser au moins deux renforts ayant des propriétés différentes (physiques, mécaniques, etc.) dans une même matrice. Ces derniers se distinguent par la configuration de disposition des fibres (inter plis, intra plis), comme illustré dans la figure 3.



**Figure 3.** Illustration schématique des matériaux composites hybrides inter-ply et intra-ply.

Une nouvelle famille des composites hybrides a été récemment développée, connu sous le vocable anglo-saxons « FMLs », ils sont composés de feuilles métalliques collées à des couches en polymère renforcé de fibres (FRP). L'effet synergique du métal et des fibres renforçantes, résulte en composite stratifié avec une capacité d'empêcher et d'arrêter la propagation des fissures engendrées dans le matériau métallique, qui sont en fait causées par le chargement cyclique [16]. D'autre part, la sensibilité des stratifiés aux chocs et à l'humidité est significativement améliorée grâce aux propriétés du métal, qui empêche la pénétration d'eau et confère une bonne résistance à l'impact. Ces matériaux ont été développés pour répondre aux demandes croissantes des matériaux tolérants aux dommages dans les structures de cellules d'avions. Cette demande a été précipité par

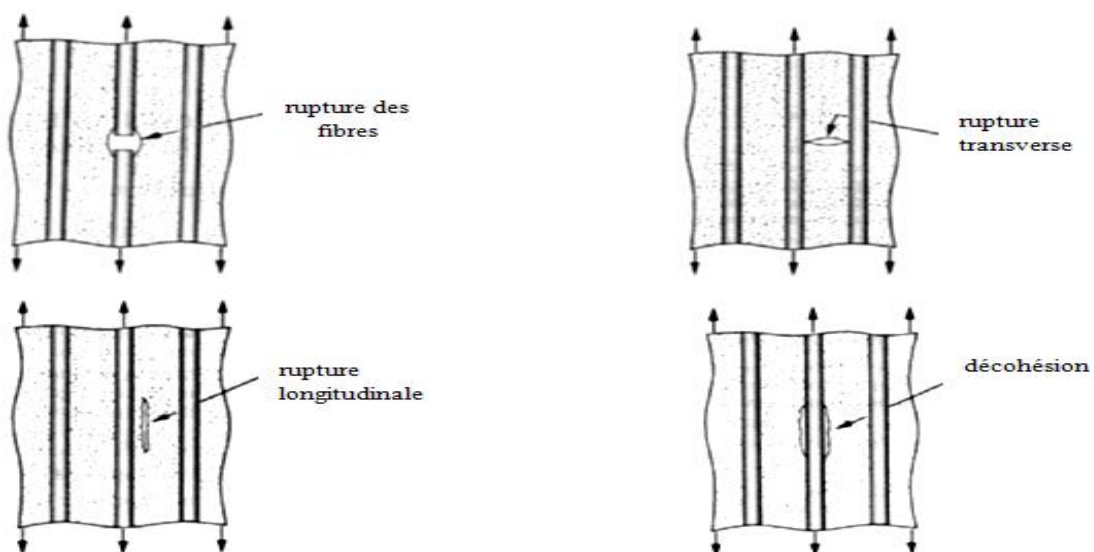
l'acceptation généralisée des philosophies de conceptions "tolérants aux dommages" développée initialement par les autorités de certification aéronautique.



**Figure 4.** Représentation schématique du stratifié FMLs [17].

### I.5 Mécanismes de rupture et endommagement des matériaux composites

La nature complexe des matériaux composites rend la maîtrise et la compréhension de leur comportement difficile, non seulement, par leur stratification qui consiste en un empilement de plusieurs couches, entraînant le cisaillement transverse, mais aussi de l'anisotropie du pli élémentaire du stratifié [1]. En effet, la rupture de ces matériaux est la conséquence de l'intervention de plusieurs mécanismes élémentaires ; la rupture des fibres, fissuration matricielle et la rupture de leur interface ainsi que le délaminage (Fig. 5).



**Figure 5.** Mécanismes d'endommagement des matériaux composites [18].

Le mode d'endommagement des composites est étroitement lié à la nature de ses constituants, les propriétés de leur interface, de la proportion des fibres et leur orientation ainsi que les sollicitations imposées.

### **I.5.1 Rupture des fibres**

La rupture des composites peut être initiée par la rupture des fibres, comme indiqué par Berthelot [18] dans le cas d'un composite unidirectionnel sollicité en traction longitudinale. Ce cas peut avoir lieu, si la déformation à la rupture des renforts est inférieure à celle de la matrice. Les fibres rompues induisent à leur niveau une zone de concentration de contrainte, dont leur distribution conditionne le processus de rupture résultant ; la rupture de la matrice ou bien la décohésion de leur interface.

### **I.5.2 Rupture de la matrice**

Lorsque la déformation à la rupture de la matrice est moins importante que celle des renforts, une fissuration matricielle transversale se manifeste avant que les fibres se rompent. La rupture de la matrice empêche la reprise des efforts par les fibres, d'où la contrainte à la rupture du composite est nettement inférieure à celui doté d'une matrice à déformation plus élevée que celle des renforts. En effet, la fissuration de la matrice peut être transversale ou longitudinale.

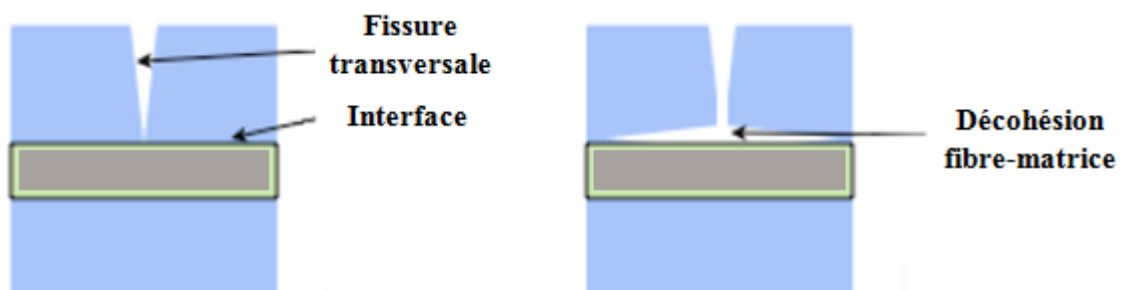
Une rupture transverse de la matrice aura lieu si la contrainte de traction atteint la contrainte de rupture de la matrice, tandis qu'une rupture longitudinale se produit si la contrainte en cisaillement de la matrice atteint sa contrainte de cisaillement en rupture.

### **I.5.3 Décohésion de l'interface**

La nature hétérogène des matériaux composites conduit à la création des surfaces de contact entre les phases qui les constituent, appelée interface, jouant un rôle très important sur l'intégrité de la structure. Une bonne adhérence entre fibres/matrice assurera de bonnes caractéristiques mécaniques du matériau et les surfaces de contact n'auront aucun effet particulier sur leur comportement. Néanmoins, une interface endommagée ; qui peut être fissurée suite à une surcharge, fatigue...etc, et qui sera même plus favorisée à

cause d'une mauvaise compatibilité entre les fibres et la matrice, conduit à un glissement et séparation entre les différentes phases.

En effet, les surfaces de contact ont la faculté de dévier les fissures : la propagation transversale de la fissure lorsqu'elle atteint l'interface, au lieu franchir la fibre, elle aura plutôt tendance à se dévier sans endommager le renfort, entraînant une décohésion locale entre fibre -matrice et qui a tendance à s'évoluer lors de sa propagation. L'intérêt d'interface est d'empêcher une rupture brutale et de rendre les composites plus ductiles et plus tenaces [19].



**Figure 6.** Cheminement de la fissure à l'interface fibre/matrice [19].

Il a été démontré que la fissuration transversale se produit essentiellement dans le cas des stratifiés, où les plis internes sont de faibles orientations, c.à.d. l'angle d'inclinaison des fibres est très écarté de l'axe de la sollicitation ( $80^\circ$  et  $90^\circ$ ), tandis que les plis externes sont à ( $0^\circ$  et  $10^\circ$ ), communément nommé fortes orientations ou raidisseur [20]. Les fissures se développent préférentiellement dans les couches internes du stratifié d'orientations faibles, tandis qu'un effet de pontage à la propagation des fissures est généré par les couches d'orientations fortes, empêchant ainsi la rupture brutale du stratifié.

### I.5.4 Délaminage

Dans le cas des stratifiés, en plus des mécanismes de rupture évoqués précédemment, s'ajoute le mécanisme de délaminage. Il s'agit de rupture entre couches, ce qu'on appelle aussi un décollement, qui est privilégié entre plis d'orientation différente.



En outre, par leur nature fortement hétérogène, ces structures stratifiées sont susceptibles aux délaminages multiples dans les zones de concentration de contraintes, où règnent les discontinuités géométriques et aussi à l'effet des bords libres [20]. La progression du décollement entraîne un transfert des fronts de délaminage aux autres interfaces.

Le phénomène de délaminage est dû principalement à la coexistence des contraintes normales et des contraintes de cisaillement de la structure, préférentiellement au voisinage des bords libre. Ces contraintes sont connues sous le vocable de contraintes inter-laminaires dont leurs intensités ainsi que leurs signes sont gouvernés par la séquence d'empilement.

### I.6 Comportement mécanique des matériaux composites

#### I.6.1 Etude des lois de comportement

Les lois de comportement visent à modéliser le comportement du matériau lors de sa déformation par le biais des lois empiriques, permettant en effet, de relier les tenseurs de contraintes aux tenseurs de déformations qui leur sont associées.

$$\begin{array}{ccc}
 \sigma (M) & \xleftrightarrow{\text{Élasticité linéaire}} & \varepsilon (M) \\
 \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}_{(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)} & & \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}_{(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)}
 \end{array}$$

Pour trouver le lien entre les efforts internes et les déformations correspondantes, dans le cas des matériaux anisotrope, la notation de Voigt est utilisée, en transformant les tenseurs en vecteurs à six composantes [18].

$$\begin{array}{c} \text{Notation de voigt} \end{array} \left[ \begin{array}{c} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccccc} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{array} \right] \quad \dots(I.1)$$

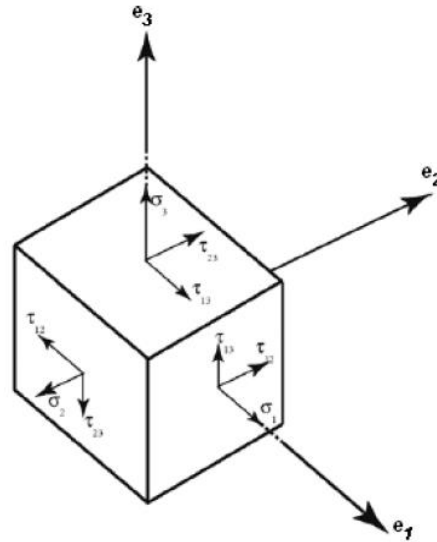
La façon la plus générale pour relier deux vecteurs à six dimensions, est d'utiliser une matrice 6x6. Cette matrice symétrique, est la matrice de rigidité  $[C_{ij}]$ , qui permet de passer des déformations aux contraintes. L'équation sous sa forme compacte peut s'écrire.

$$[\sigma] = [C] \cdot [\varepsilon] \quad \dots(I.2)$$

Cette égalité permet de décrire une relation linéaire entre les deux tenseurs, traduisant un comportement élastique linéaire du matériau. L'inverse de la matrice de rigidité est la matrice de souplesse  $S$ , qui permet de passer des contraintes aux déformations.

$$[S] \cdot [\sigma] = [\varepsilon] \quad \text{Avec} \quad [S] = [C]^{-1} \quad \dots(I.3)$$

La représentation schématique de la répartition des contraintes (Fig.7) dans un élément de volume de matériau anisotrope dans un repère global  $(e_1, e_2, e_3)$ , démontre que les contraintes sont au nombre de six, dont trois contraintes normales  $\sigma_1, \sigma_2, \text{ et } \sigma_3$ , et trois contraintes de cisaillement dans le plan  $\tau_{23}, \tau_{13} \text{ et } \tau_{12}$ . Elles sont reliées aux déformations par l'équation (I.1).



**Figure 7.** Illustration de la répartition des contraintes dans un élément de volume d'un matériau composite [21].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad \dots(I.4)$$

En effet, ces tenseurs sont définis par 36 composantes indépendantes, mais par raison de symétrie ( $C_{ij} = C_{ji}$ ), le nombre se réduit à 21 constantes élastiques indépendantes. C'est le cas du matériau anisotrope ou aussi appelé matériau triclinique, dont ses propriétés sont en dépendance de la direction considérée, en outre, il ne présente aucune symétrie élastique.

L'existence d'une symétrie matérielle indique que la matrice de comportement reste inchangée si un changement de base par rapport au plan de symétrie est effectué. Elle conduit dès lors à réduire le nombre des coefficients requis pour décrire le comportement linéaire.

Dans le cas du matériau monoclinique, il est en effet caractérisé par un plan de symétrie et les constantes élastiques indépendantes nécessaires sont au nombre de 13, alors

que pour les matériaux orthotropes qui sont étudiés extensivement à cause de leur large application dans des domaines très variés, et dont nous leur portons un intérêt particulier dans ce qui suit, sont décrits comme étant des matériaux anisotropes et orthogonaux. Ils présentent deux symétries de comportement mécanique, dont leurs plans sont orthogonaux ce qui implique l'existence d'un troisième plan de symétrie.

Si le matériau composite orthotrope possède une symétrie de révolution autour d'un axe, il sera nommé orthotrope de révolution ou matériau unidirectionnel ou bien isotrope transverse, où son comportement dans la deuxième direction est identique à celui dans la troisième, et qui sera caractérisé par cinq constantes élastiques seulement ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{23}$ ,  $G_{12}$ ). Dans ce cas, nous aurons les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} E_2 &= E_3, \quad \nu_{12} = \nu_{13}, \quad G_{12} = G_{13} \\ G_{23} &= \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})} \end{aligned} \quad \dots(I.5)$$

Quant aux matériaux isotropes, dont leur comportement est le même dans toutes les directions, nécessitent le plus petit nombre de coefficients.

Deux constantes élastiques indépendantes sont nécessaires, d'où à une première approximation, un seul coefficient suffit (module d'Young  $E$ ), vu que tous les matériaux isotropes, à l'exception des élastomères, ont un coefficient de poisson  $\nu_{12} = 0.33$ , et que leur troisième paramètre est obtenu en fonction des deux coefficients, selon la relation suivante :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \dots(I.6)$$

Une démonstration succincte de la détermination des modules de rigidité et la déduction des contraintes et des déformations, où la complexité réside dans le cas de changement de repère, est présentée dans ce qui suit, car ces éléments de base sont utiles et s'avère nécessaire pour assimiler aisément les différents points abordés ultérieurement.

### I.6.2 Comportement élastique des matériaux orthotropes

Dans le cas des matériaux orthotropes, la loi de Hooke généralisée, exprimée sous la forme matricielle par l'équation (I.7) devient [22]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad \dots(\text{I.7})$$

En raison de symétrie des matrices de souplesse et de rigidité, c.à.d.  $C_{ij} = C_{ji}$ , et similairement pour  $S_{ij}$ . Les coefficients de rigidité vont être aisément obtenus selon les équations :

$$C_{11} = \frac{1}{S} (S_{22}S_{23} - S_{23}S_{23}) \quad \dots(\text{I.8a})$$

$$C_{12} = \frac{1}{S} (S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33}) \quad \dots(\text{I.8b})$$

$$C_{22} = \frac{1}{S} (S_{33}S_{11} - S_{13}S_{13}) \quad \dots(\text{I.8c})$$

$$C_{13} = \frac{1}{S} (S_{12}S_{23} - S_{13}S_{23}) \quad \dots(\text{I.8d})$$

$$C_{33} = \frac{1}{S} (S_{11}S_{22} - S_{12}S_{12}) \quad \dots(\text{I.8e})$$

$$C_{23} = \frac{1}{S} (S_{12}S_{13} - S_{23}S_{11}) \quad \dots(\text{I.8f})$$

$$C_{44} = \frac{1}{S_{44}} \quad \dots(\text{I.8g})$$

$$C_{55} = \frac{1}{S_{55}} \quad \dots(\text{I.8h})$$

$$C_{66} = \frac{1}{S_{66}} \quad \dots(\text{I.8i})$$

Avec :

$$S = S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}S_{23} - S_{22}S_{13}S_{13} - S_{33}S_{12}S_{12} + 2S_{12}S_{23}S_{13} \quad \dots(\text{I.9})$$

En fonction des constantes élastiques, la formulation du comportement en souplesse s'écrit:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad \dots(I.10)$$

$E_1, E_2$  et  $E_3$  sont les modules extensionnels d'élasticité dans les trois directions  $e_1, e_2$  et  $e_3$ , alors que  $\nu_{ij}$  et  $G_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) correspondent aux coefficients de Poisson et aux modules de cisaillement, respectivement. Ce qui implique, que ce type de matériau requiert 9 paramètres indépendants pour la détermination de ses propriétés mécaniques élastiques. Les modules d'ingénieur pouvant être déterminés par des essais de traction pur et de cisaillement pur.

- **Essai de traction selon la direction chaîne** : sauf  $\sigma_1 \neq 0$ .

Les coefficients pouvant être déterminés sont :

$$E_{ch} = E_L = E_1 = \frac{1}{s_{11}} \quad \dots(I.11)$$

$$\nu_{LT} = \nu_{12} = -\frac{s_{12}}{s_{11}} \quad \dots(I.12)$$

$$\nu_{LT'} = \nu_{13} = -\frac{s_{13}}{s_{11}} \quad \dots(I.13)$$

- **Essai de traction selon la direction trame** : sauf  $\sigma_2 \neq 0$

$$E_{tr} = E_T = E_2 = \frac{1}{s_{22}} \quad \dots(I.14)$$

$$\nu_{TL} = \nu_{21} = -\frac{s_{12}}{s_{22}} \quad \dots(I.15)$$

$$\nu_{TT'} = \nu_{23} = -\frac{s_{23}}{s_{22}} \quad \dots(I.16)$$

- **Essai de traction selon la direction transversale** :sauf  $\sigma_3 \neq 0$

$$E_{T'} = E_3 = \frac{1}{S_{33}}, \quad \dots(I.17)$$

$$v_{T'L} = v_{31} = -\frac{S_{13}}{S_{33}} \quad \dots(I.18)$$

$$v_{T'T} = v_{32} = -\frac{S_{23}}{S_{33}} \quad \dots(I.19)$$

- Essai de cisaillement dans le plan

$$G_{12} = G_{LT} = C_{66} = \frac{1}{S_{66}}. \quad \dots(I.20)$$

- Essai de cisaillement transversal suivant le sens chaine

$$G_{13} = G_{LT'} = C_{55} = \frac{1}{S_{55}}. \quad \dots(I.21)$$

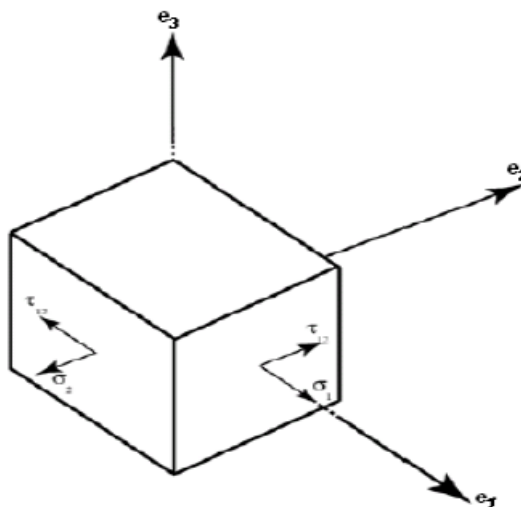
- Essai de cisaillement transversal suivant le sens trame

$$G_{23} = G_{T'T'} = C_{44} = \frac{1}{S_{44}}. \quad \dots(I.22)$$

En fait, les matériaux faisant l'objet de cette étude sont des structures stratifiées, caractérisées par une faible épaisseur à comparer avec les autres dimensions, à cet effet, l'état de contrainte se réduit en état de contrainte plan.

#### I.6.4 Etat plan de contrainte

Les contraintes dans un élément infinitésimal d'un matériau composite anisotrope sont illustrées sur la figure 8.



**Figure 8.** Contraintes planes dans un élément composite infinitésimal [21].

Les relations entre les contraintes et les déformations, sous l'hypothèse de l'état plan des contraintes, dans le cas de comportement orthotrope dans le plan, s'écrivent sous la forme des équations (I.23) et (I.24), d'où Q est la matrice de rigidité réduite, alors que S est la matrice de flexibilité ou de souplesse réduite [22].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad \dots \text{(I.23)}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad \dots \text{(I.24)}$$

Les composantes nulles de la matrice d'élasticité ou de souplesse indique que :

- La déformation de cisaillement ne se produit pas, lorsque une sollicitation en traction/compression pure est appliquée sur le système dans la direction longitudinale ou transversale;
- Encore, les déformations de rétrécissement ou d'allongement ne peuvent avoir lieu si le système est soumis à un cisaillement pur.

Les composantes  $Q_{16}$ ,  $Q_{26}$  définissent, en fait, l'effet de coulage des sollicitations en membrane et en cisaillement.

Enfin, les composantes de module d'élasticité  $Q_{ij}$  s'obtiennent par les équations suivantes :

$$Q_{11} = \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} \quad \dots \text{(I.25a)}$$

$$Q_{12} = \frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} \quad \dots \text{(I.25b)}$$

$$Q_{22} = \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} \quad \dots \text{(I.25c)}$$

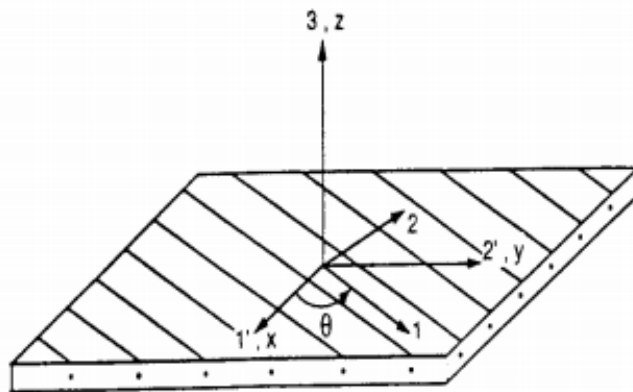


$$Q_{66} = \frac{1}{S_{66}} = C_{66} \quad \dots(I.25d)$$

### I.6.5 Etude du comportement élastique dans un repère quelconque

Les composites stratifiés sont obtenus par la superposition de plusieurs couches de nappes unidirectionnels ou de tissus. Les stratifiés d'un point de vue élastique se comportent comme un matériau orthotrope, car leurs couches contiennent trois plans de symétrie orthogonaux deux à deux.

Généralement, l'orientation des fibres dans les stratifiés diffère d'un pli à un autre, ce qui requiert pour l'étude de leur comportement élastique de rapporter le comportement élastique de chaque couche au système de référence global du stratifié. La figure 9 illustre la disposition des fibres d'un pli, correspondant à sa base locale (1, 2, 3), par rapport à la base globale ou de référence du stratifié. L'étude du comportement mécanique s'effectue par la caractérisation des propriétés mécaniques du pli, mais qui doivent être exprimées dans le système d'axes global (x, y, z) du stratifié.



**Figure 9.** Représentation illustrative du repère global ou de référence du stratifié (1',2',3) = (x, y, z) ainsi que le repère propre à la couche (1, 2, 3) [23].

Les contraintes et les déformations dans un repère quelconque, sont exprimées dans la base locale (1, 2, 3) à partir de leurs composantes dans la base globale (x, y, z), par le biais d'une matrice de passage T, et elles sont définies par les équations (I.26) et (I.27) [23].

$$\sigma' = T\sigma \quad \dots (I.26)$$

$$\varepsilon' = T\varepsilon \quad \dots(I.27)$$

La matrice de changement de base T s'écrit sous la forme :

$$[T] = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 2SC \\ S^2 & C^2 & -2SC \\ -SC & SC & C^2 - S^2 \end{bmatrix} \quad \dots(I.28)$$

Avec:  $c = \cos(\theta_k)$ ,  $s = \sin(\theta_k)$ . Il convient de rappeler que les propriétés mécaniques sont déterminées dans chaque pli k, par rapport à leur repère local. On note aussi que  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ , C, S sont les matrices décrivant le comportement élastique dans le repère global, tandis que  $\sigma'$ ,  $\varepsilon'$ , C', S' sont celles exprimées dans le repère local.

Dans ce cas, la relation entre les contraintes et les déformations, selon la notation compacte est donnée comme suit :

$$\sigma = C\varepsilon, \quad \dots(I.29)$$

$$\sigma' = C'\varepsilon'. \quad \dots(I.30)$$

En combinant ces équations on en déduit :

$$\sigma' = TCT^{-1}\varepsilon' \quad \dots(I.31)$$

Il en résulte que les relations de comportement induites des formules de changement de base, sont exprimées comme suit:

$$C' = T_\sigma^{-1}CT_\varepsilon, \quad \dots(I.32)$$

$$S' = T_\varepsilon^{-1}ST_\sigma. \quad \dots(I.33)$$

### **I.6.5.1 Constantes élastiques exprimées dans le repère global**

Le changement de base de (x, y, z) vers (1, 2, 3), dans le cas de l'état plan des contraintes, est obtenu par l'équation (I.34) [22]:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x(\theta)} & -\frac{\nu_{yx}(\theta)}{E_x(\theta)} & \frac{\eta_{xy}(\theta)}{G_{xy}(\theta)} \\ -\frac{\nu_{yx}(\theta)}{E_y(\theta)} & \frac{1}{E_y(\theta)} & \frac{\mu_{xy}(\theta)}{G_{xy}(\theta)} \\ \frac{\eta_{xy}(\theta)}{G_{xy}(\theta)} & \frac{\mu_{xy}(\theta)}{G_{xy}(\theta)} & \frac{1}{G_{xy}(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad \dots(\text{I.34})$$

Si l'on change de base, des termes de couplage entre traction et cisaillement apparaissent. Comme évoqué précédemment dans l'état de contrainte plan, l'effet de couplage peut exister lorsqu'on se place dans des directions ni parallèle, ni perpendiculaire aux renforts. Les composantes de cette matrice peuvent être déterminées en effectuant un changement de base. En effet,  $\eta_{xy}(\theta)$  et  $\mu_{xy}(\theta)$  représentent les termes de couplage, ils s'annulent dans le cas où l'angle  $\theta$  est un multiple de  $90^\circ$ .

### I.6.6 Relations efforts résultants vs déformations

Les relations entre les forces et les moments appliqués, qui sont représentés dans la figure 10, et les déformations et les courbures résultantes, sont définies par les équations (I.35) et (I.36) [21].

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_x \\ N_x \end{Bmatrix} \sum_{k=1}^n \int_{S_{k-1}}^{S_k} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz \Rightarrow \sum_{k=1}^n \int_{S_{k-1}}^{S_k} [\bar{Q}]_k = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} dz + \sum_{k=1}^n \int_{S_{k-1}}^{S_k} z [\bar{Q}]_k \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad \dots(\text{I.35})$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \sum_{k=1}^n \int_{S_{k-1}}^{S_k} z \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz \Rightarrow \sum_{k=1}^n \int_{S_{k-1}}^{S_k} z [\bar{Q}]_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} dz + \sum_{k=1}^n \int_{S_{k-1}}^{S_k} z^2 [\bar{Q}]_k \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad \dots(\text{I.36})$$

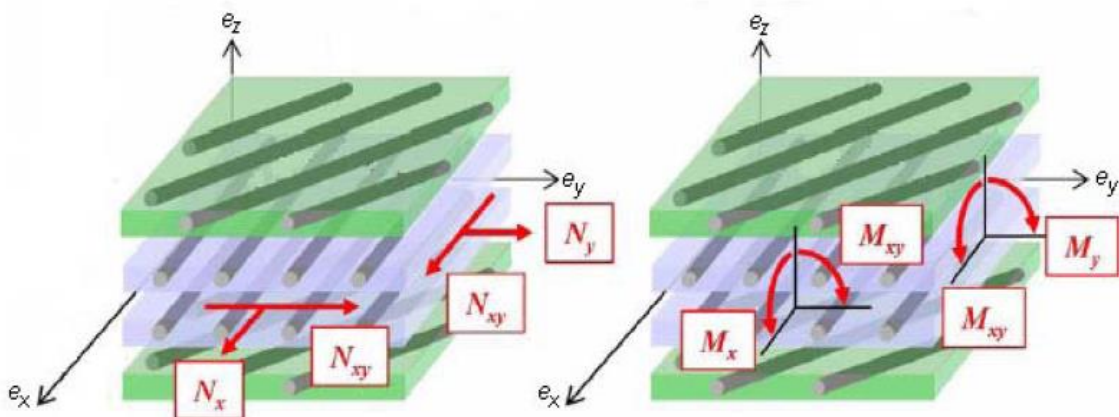
Avec :

$$[A] = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_k \int_{S_{k-1}}^{S_k} dz = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_k (z_k - z_{k-1}) \quad \dots(\text{I.37})$$

$$[B] = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_k \int_{S_{k-1}}^{S_k} z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad \dots(\text{I.38})$$

$$[D] = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_k \int_{s_{k-1}}^{s_k} z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \dots \quad \dots(I.39)$$

- L'exposant 0 signifie que les déformations et les courbures sont définies dans le plan moyen.
- La matrice [A] est la matrice de rigidité en membrane.
- La matrice [D] est matrice de rigidité en flexion.
- La matrice [B] est la matrice de couplage membrane - flexion.



**Figure 10.** Schéma des forces et des moments résultants dans un stratifié composite [24].

Une fois les déformations du plan moyen déterminées, les déformations d'un pli k peuvent être calculé, en fonction de la position z par rapport au plan moyen du pli en question, avec l'équation (I.40).

$$\varepsilon = \varepsilon_m + \varepsilon_f \Rightarrow \varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \dots \quad (I.40)$$

## I.6 Critères de rupture

Les critères de rupture ce sont des critères employés dans le dimensionnement des composites stratifiés, permettant d'évaluer leur résistance mécanique. Ils sont issus des critères limites d'élasticité isotrope, à cet effet, ils sont basés sur l'hypothèse de comportement élastique fragile des matériaux constitutifs ; renfort et matrice. Les critères classiquement utilisés sont :

- a- Critère de la contrainte maximale.
- b- Critère de déformation maximale.
- c- Critère interactifs.

Ces critères font intervenir certaines grandeurs mesurées expérimentalement par des essais monotones de traction, compression et cisaillement, pour estimer la résistance d'une couche.

- $X$  = Contrainte ultime de traction longitudinale.
- $X'$  = Contrainte ultime de compression longitudinale.
- $Y$  = Contrainte ultime de traction transverse.
- $Y'$  = Contrainte ultime de compression transverse.
- $S$  = Limite de cisaillement.

### I.6.1 Critère de contraintes maximales

Les grandeurs mesurées dans ce critère sont les contraintes à la rupture du matériau. Ce critère stipule que si l'une des inéquations (I.41) n'est pas vérifiée, la contrainte maximale du matériau est atteinte et la rupture se produit selon un mécanisme justifié par la contrainte à la rupture correspondante [13].

$$-X_c < \sigma_L < X_t$$

$$-Y_c < \sigma_L < Y_t \quad \dots(I.41)$$

$$-S < \sigma_{LT} < S$$

### I.6.2 Critère de la déformation maximale

A la différence du critère précédent, le critère de la déformation maximale fait intervenir les déformations à la rupture mesurées en traction, compression et en cisaillement.

Dans ce cas, la résistance mécanique est considérée atteinte que si l'une des déformations principales de ces inéquations (I.42) atteint la déformation mesurée correspondante.

$$\begin{aligned} -X_{\varepsilon c} < \varepsilon_L < X_{\varepsilon t} \\ -Y_{\varepsilon c} < \varepsilon_L < Y_{\varepsilon t} \quad \dots(\text{I.42}) \\ -S < \gamma_{LT} < S \end{aligned}$$

### I.6.3 Critère interactifs

Les critères de contrainte maximale et déformation maximale permettent d'évaluer la résistance maximale du matériau ainsi que le mécanisme de rupture mis en jeu, néanmoins n'admettent pas l'effet d'interaction entre les contraintes ou les déformations principales, à cet effet, des critères interactifs, ou aussi nommés énergétiques se sont développés.

#### a- Critère de Hill

Hill [18] était le premier qui a initié l'évaluation de la contrainte maximale des matériaux anisotropes, selon un critère portant son nom et qui est formulé comme suit :

$$F(\sigma_{22} - \sigma_{22})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{23}^2 \leq 1 \quad (\text{I.43})$$

En effet, le critère de Hill est employé pour définir le domaine d'élasticité d'un matériau orthotrope, et sa rupture aura lieu dans le cas où l'inégalité (I.43) est égale à 1 sera vérifiée.

#### b- Critère de Tsai-Hill

Le critère de Tsai-Hill [15] ne prend pas en considération la distinction totale entre la traction et la compression, et suppose que la rupture aura lieu lorsque égalité (I.44) est vérifiée :

$$\frac{\sigma_{11}^2}{X^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{y^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} = 1 \quad \dots(\text{I.44})$$

#### c- Critère de Tsai-Wu

Tsai-Wu [18] quant à lui s'intéresse dans son critère à l'apparition de la première fissure dans la couche, il généralise le critère de Von Mises pour les matériaux orthotrope :

$$F_{11}\sigma_{11}^2 + F_{22}\sigma_{22}^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{11}\sigma_{11}\sigma_{22} + F_{11}\sigma_{11} + F_{22}\sigma_{22} = 1 \quad \dots(I.45)$$

$F_{11}$ ,  $F_{22}$ ,  $F_{66}$ ,  $F_{12}$ ,  $F_1$  et  $F_2$  sont des termes qui dépendent des contraintes ultimes de traction et de compression dans les deux sens longitudinal et transverse ( $X$ ,  $X'$ ,  $Y$ ,  $Y'$ ,  $S$ ).

### d- Critère de Hashin

Ce critère est très utilisé dans l'industrie, dont le dimensionnement des pièces en composites est effectué en supposant que le comportement du pli est élastique linéaire. En effet, à comparer avec le critère de Tsai-Wu, le critère de Hashin considère 4 modes de rupture [13] :

- Fibre en traction.
- Fibre en compression.
- Matrice en traction.
- Matrice en compression.

Il est important de signaler que la notion de critère est une approche locale. La rupture du pli considéré s'amorce dans les points où le critère est atteint, cependant on ne peut pas prédire l'évolution de ces défauts sur la structure du stratifié.

Les critères de rupture couplant les ruptures de type fibres et matrice, tels que ceux de Tsai-Hill ou Tsai-Wu, présentent l'inconvénient de prévoir des ruptures prématurées de couches des stratifiés en fissuration matricielle [25]. En effet, si les fissurations matricielles sont confinées par les fibres des autres plis, ces dernières pourront rester localisées, et selon la méthodologie de dimensionnement, elles ne sont pas critiques pour la structure.

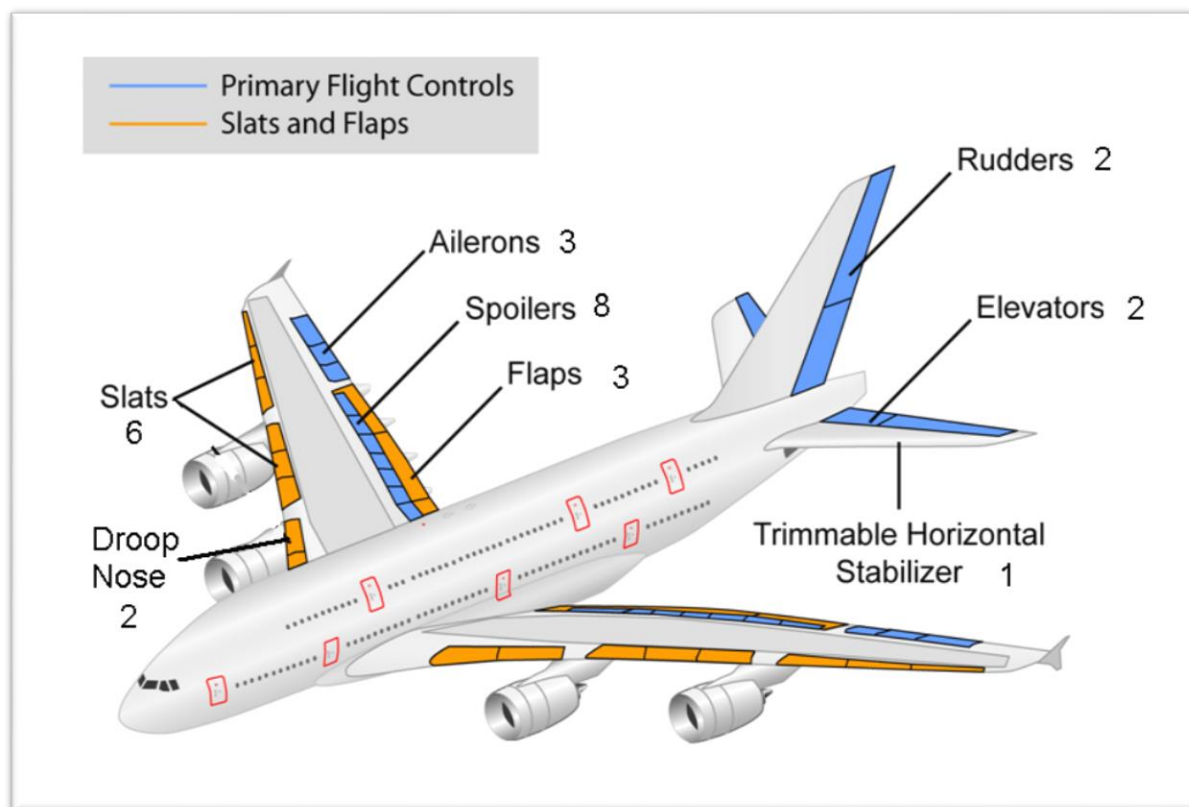
**Chapitre II**  
**Partie expérimentale**



### Introduction

Cette étude vise à analyser expérimentalement le comportement mécanique des matériaux composites hybrides inter-ply et de déterminer leurs propriétés à la rupture. Ce sont des stratifiés à base de tissus de verre et de carbone renforçant une matrice époxyde. En effet, l'influence du diamètre de l'entaille ainsi que le nombre de plis, a été mise en évidence par des essais de traction, flexion et cisaillement inter-laminaire. L'effet combiné de la température et de l'humidité a été aussi considéré dans ce travail. Les mêmes tests ont été également effectués sur des stratifiés à base d'un seul renfort (verre/époxyde) et (carbone/époxyde), afin d'estimer au mieux l'effet que peut apporter l'association des différentes fibres.

Les matériaux faisant l'objet de cette étude sont employés pour la fabrication des spoilers des aéronefs, comme illustré sur la figure 11.

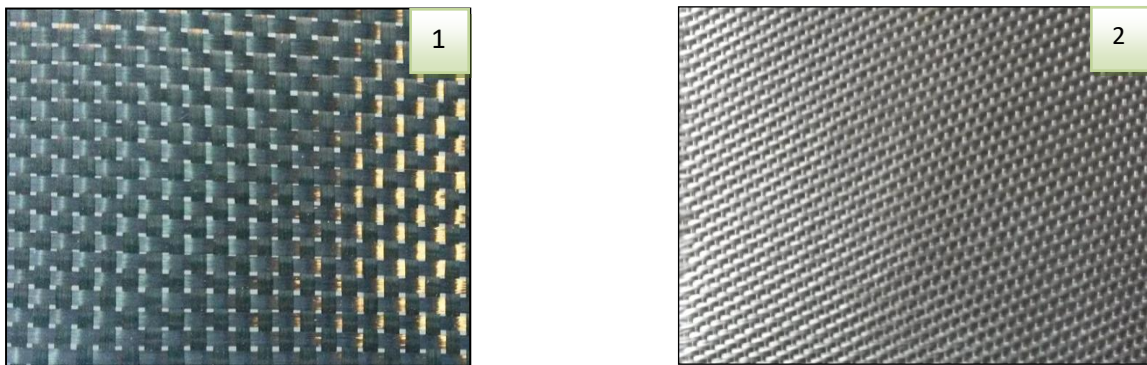


**Figure 11.** Application des matériaux utilisés dans cette étude [26].

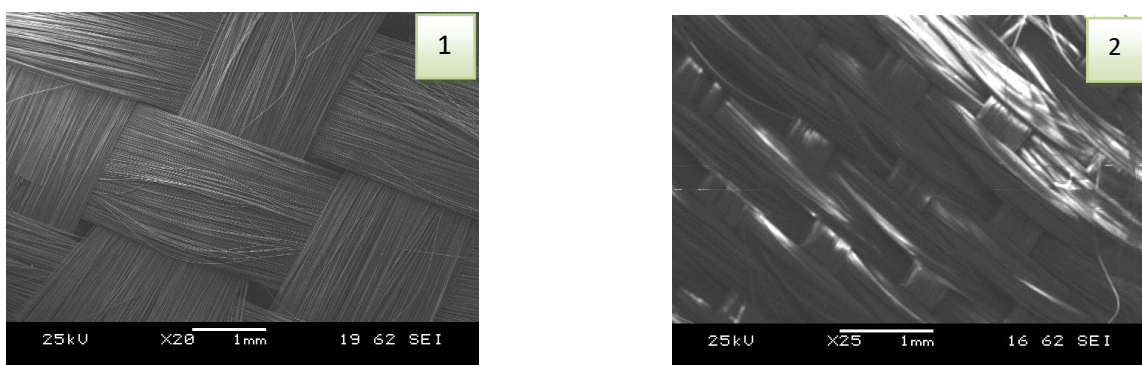
### II.1 Elaboration des stratifiés

Les matériaux faisant l'objet de cette étude sont des composites stratifiés à base d'une matrice époxyde renforcée par deux types de renforts (carbone et verre). Ces constituants sont destinés pour des applications aéronautiques, ils sont livrés par la société Boeing et leurs performances élevées justifient la raison de leur choix pour ce travail.

Le tissu de verre est d'armature satin tandis que celui du carbone est de type taffetas, leurs micrographies obtenues par MEB, présentant le type d'entrecroisement des fils de chaîne et de trame, sont illustrées sur les figures 12 et 13 respectivement. La matrice est de marque Epocast 50-A1/946, elle est qualifiée de BMS 8-201 et elle est obtenue par malaxage avec un durcisseur d'un taux de 1/15, conformément aux indications du fournisseur.



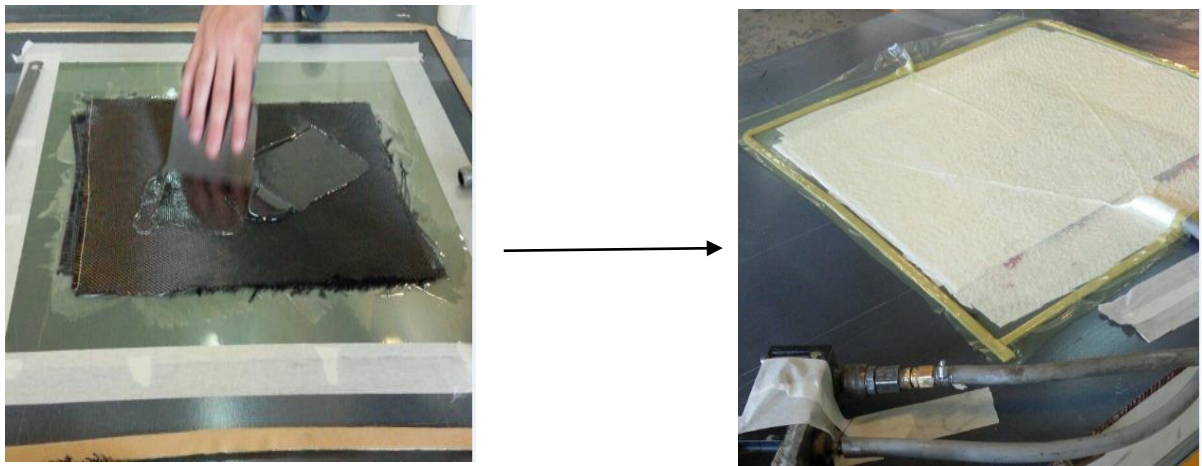
**Figure 12.** Macrographie tissu de : 1- carbone 2- Verre



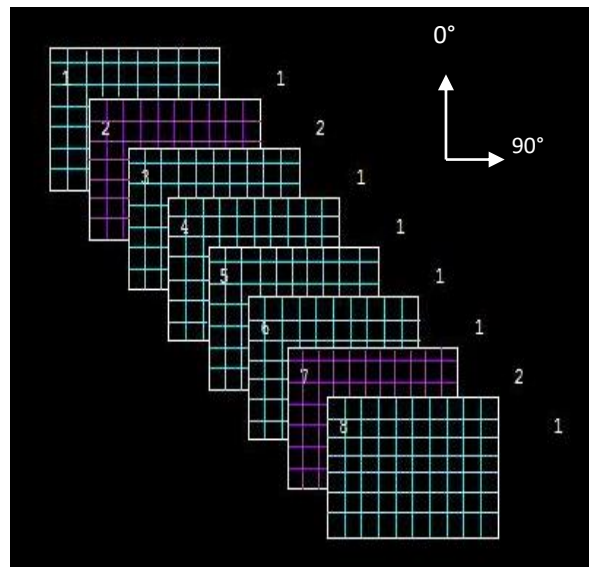
**Figure 13.** Micrographies par microscopie et MEB des tissus de : 1- carbone & 2- verre.

Trois systèmes (Carbone/Epoxyde, Verre/Epoxyde et Verre/Carbone/Epoxyde), nommés respectivement CE, VE et MCH, ont été confectionnés par le procédé de moulage

sous vide (Fig. 14). Il consiste à superposer les plis, en déposant individuellement les tissus de renfort dans un moule ouvert et de les imprégner de résine. Une pompe à vide est employée pour chasser les bulles d'air et d'extraire l'excès de résine après un recouvrement soigneux de l'empilement, et enfin le durcissement se déroule à l'air ambiant. Ce procédé permet d'obtenir des plaques avec un taux de porosités réduit et une quantité de résine plus ou moins contrôlée.



**Figure 14.** Procédé de fabrication des stratifiés par moulage sous vide.



**Figure 15.** Représentation illustratif de la séquence d'empilement du matériau composite hybride- 1 : Désigne les tissus de verre - 2 : Les tissus de carbone.

Les stratifiés sont orientés dans la même direction ( $0^\circ$ ), où cet angle correspond à l'axe vertical. Un schéma illustratif de la séquence d'empilement des stratifiés hybrides composés de huit plis est représenté sur la figure 15.

Les plaques élaborées sont de 500mmx500mm de dimensions, elles sont découpées par un disque diamanté sous jet d'eau. L'étuvage des éprouvettes à testées, à une température de  $80^\circ\text{C}$  pendant 2 heures est indispensable avant tout essai mécanique, afin d'éliminer toutes traces d'humidité pouvant affecter en conséquence les propriétés de nos matériaux.

**Tableau 4.** Fraction volumique des fibres des stratifiés hybride MCH et à mono-renfort.

Matériaux	C/E	V/E	MCH	MCH	MCH
Nombre de pli	08	08	08	16	24
Epaisseur (mm)	2.25±0.06	2.42±0.02	2.00±0.02	4.39±0.06	6.8±0.08
Taux des fibres	42.29%	49.71%	44.67%	46.21%	48.15%

## II.2 Caractérisation mécanique

### II.2.1 Essai de traction

Des tests de traction statique ont été conduits sur une machine universelle Instron, au moyen d'une cellule de charge de capacité 100KN, les déformations ont été mesurées par un extensomètre de 25mm de longueur et la vitesse d'essai a été fixée à 1mm/min. Les dimensions des éprouvettes correspondent à la normalisation standard D3039 [27] (Fig. 16). Des talons en composite verre/époxyde de 1mm d'épaisseur ont été collés à leurs extrémités afin d'éviter tout endommagement aux points d'attache. La machine d'essai est représentée sur la figure 17.

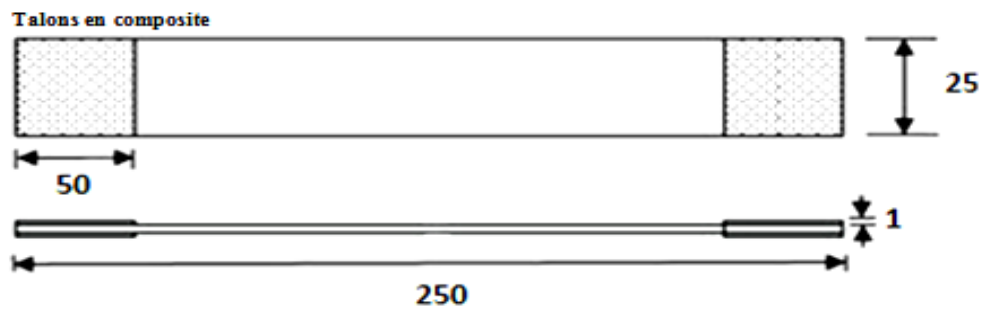


Figure 16. Dimensions des éprouvettes normalisées de traction.



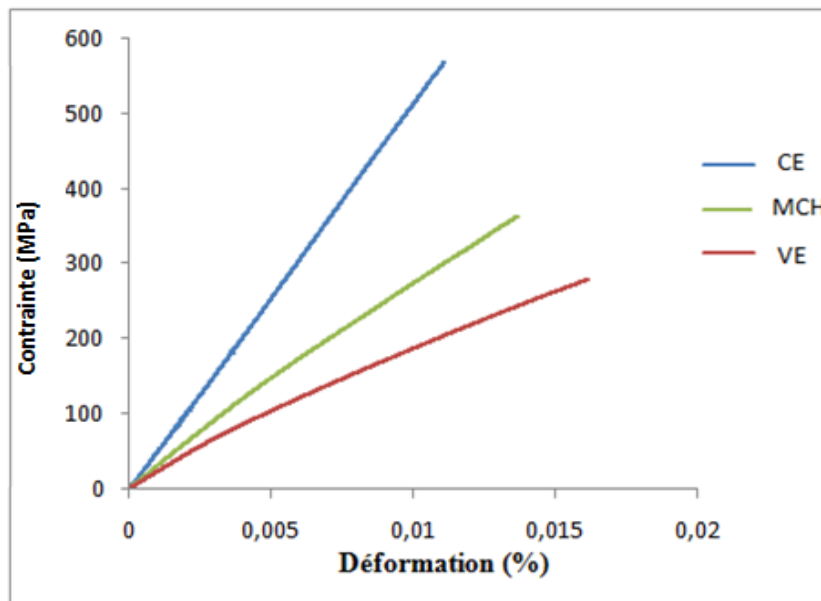
Figure 17. Machine de traction Instron.

### II.2.1.1 Effet d'hybridation

La Figure 18 illustre le comportement mécanique de trois stratifiés (C/E, V/E, MCH), composés de huit plis. Il est bien clair que les trois matériaux se comportent de manière similaire, presque linéaire jusqu'à la rupture, reflétant la nature fragile de nos matériaux, le même comportement est observé par plusieurs auteurs [28-29].

Les propriétés mécaniques des MCH sont intermédiaires entre les stratifiés constitués d'un seul type de renfort. Leur résistance et leur rigidité sont supérieures à celles des composites V/E, de l'ordre de 30% et 37%, respectivement. Cette amélioration est due

à l'effet prépondérant des fibres de carbone, qui par leur défaillance prématurée, empêchent les fibres de verre de contribuer pleinement dans la résistance du matériau, mais elles sont responsables de l'amélioration de la déformation et de l'énergie dissipée durant la rupture, comme rapporté par Muñoz et al. [29].



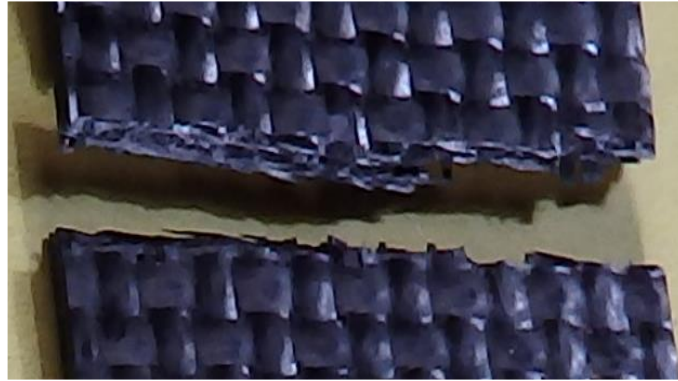
**Figure 18.** Courbe de traction des différents stratifiés composés de huit plis.

### - Analyse des faciès de rupture

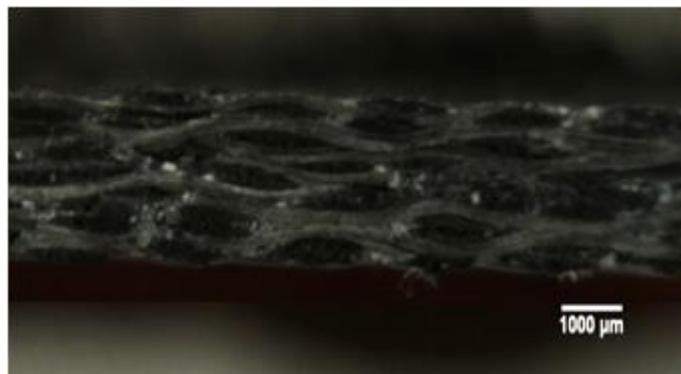
Pour mieux appréhender la réponse mécanique des matériaux testés, l'examen des zones fracturées peut fournir des informations supplémentaires sur les différents types de dommages pouvant survenir lors de la défaillance.

D'après les figures ci-dessous, nous remarquons que le mode de rupture est étroitement lié au type du renforcement employé. Comme le montre les figures 19 et 20, le faciès de rupture du stratifié C/E est lisse, ce qui correspond parfaitement à une fracture purement fragile. Il est important de signaler que les éprouvettes se sont rompues en deux endroits différents dans leur partie utile.





**Figure 19.** Faciès de rupture de la face longitudinale du stratifié carbone/époxyde.

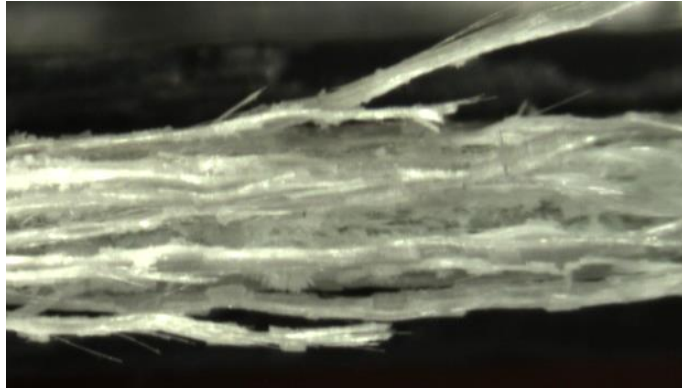


**Figure 20.** Faciès de rupture de la face transversale du stratifié carbone/époxyde.

Tandis que pour les stratifiés VE (Figs. 21 et 22), on a observé la rupture des fibres parallèles au chargement appliqué, ceux qui reprennent en grande partie la charge appliquée, et un arrachement des fibres transversales donnant lieu à un mode de rupture de forme balais.

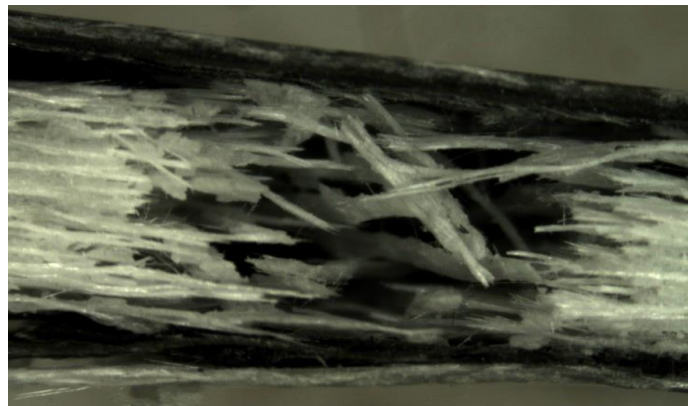


**Figure 21.** Faciès de rupture de la face longitudinale du stratifié V/E.



**Figure 22.** Faciès de rupture de la face transversale du stratifié V/E.

Pour le cas des stratifiés hybrides MCH, une autre forme de défaillance intervient efficacement ; le délaminage, comme illustré sur la figure 23. Il s'est développé sur les deux côtés de l'éprouvette, dont il est préférentiellement localisé entre les plis à bases de fibres verre et de carbone. Ce décollement indique la mauvaise adhérence de leurs interfaces.

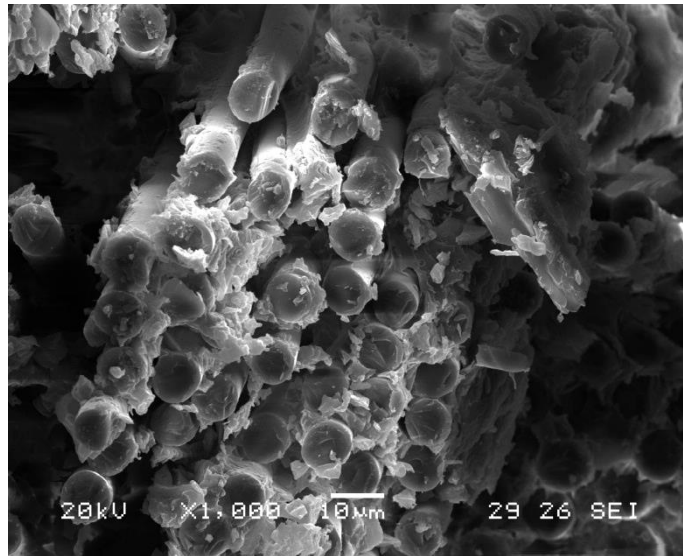


**Figure 23.** Faciès de rupture de la face transversale du stratifié hybride.

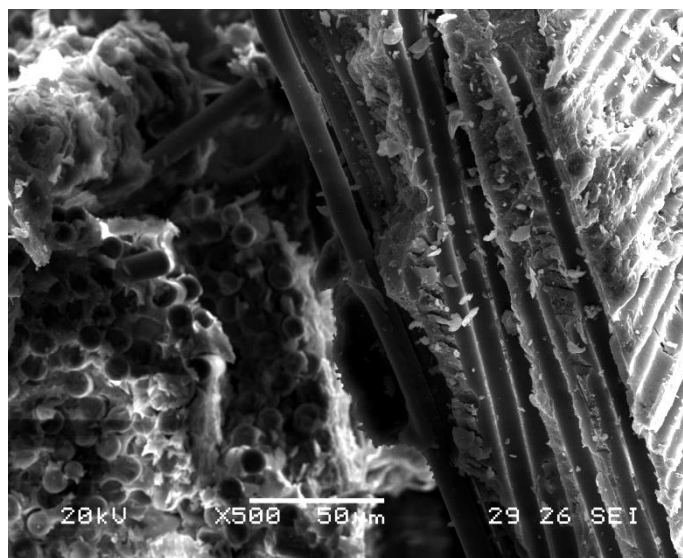
Des analyses microstructurales à une échelle plus fine par MEB ont été réalisées sur VE et CE, afin de révéler les mécanismes de dégradations régissant leur rupture. La figure 24, montre une bonne adhérence entre fibres de verre longitudinales et la matrice, et la figure 25 illustre l'empreinte de l'emplacement des fibres transversales qui se sont décollées complètement de la matrice. Pour CE, l'extraction des fibres de la matrice est



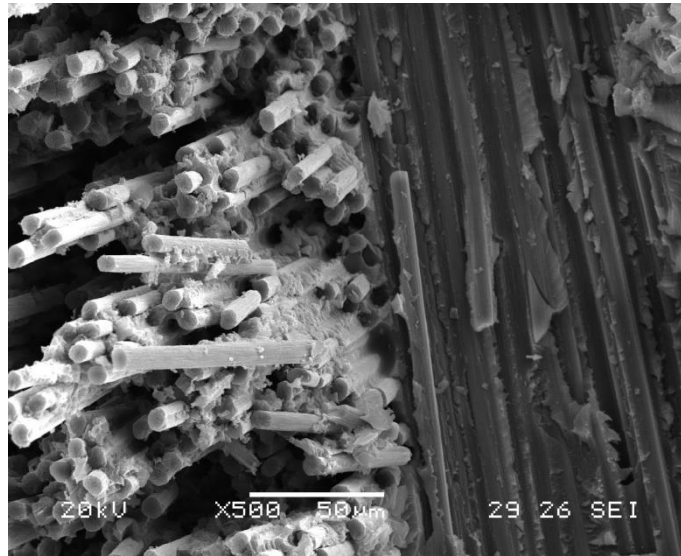
constatée (Fig.26), dont ceci peut être expliqué par la faible adhérence des fibres et la matrice.



**Figure 24.** Micrographie prise par MEB de la surface de la rupture du stratifié V/E.



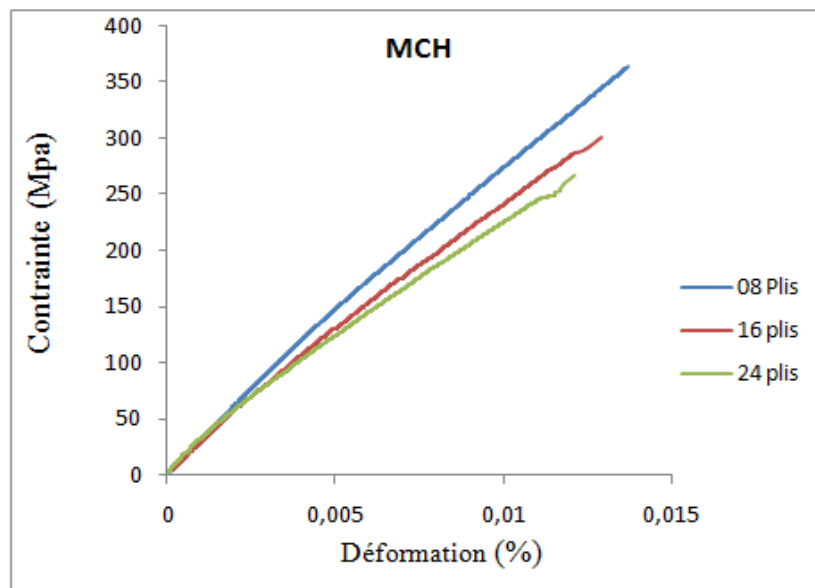
**Figure 25.** Micrographie prise par MEB de la surface de la rupture du stratifié V/E: Déchaussement des fibres transversales.



**Figure 26.** Micrographie prise par MEB de la surface de la rupture du stratifié C/E.

### II.2.1.2 Effet du nombre de pli des stratifiés hybrides MCH

L'effet du nombre de plis sur la réponse à la traction des stratifiés hybride est analysé. Les stratifiés à 08, 16 et 24 plis sont les trois cas considérés, dont la séquence d'empilement est symétrique comme suit  $(0_v/0_c/0_{vn})_s$ , d'où  $n$  correspond aux valeurs 2, 6 et 10 respectivement. Conformément aux résultats obtenus, tels qu'illustrés sur les graphes de la figure 27, les propriétés mécaniques des stratifiés hybride se dégradent avec l'accroissement du nombre de plis et qu'une légère non linéarité est observée avant d'atteindre la charge ultime des stratifiés constitués de 16 et 24 plis, traduisant les mécanismes d'endommagements intervenant avant la rupture finale.



**Figure 27.** Courbe de traction des stratifiés hybrides pour différent nombre de pli.

### II.2.2 Essai de cisaillement inter laminaire

Pour une évaluation comparative de la résistance au cisaillement inter laminaire apparent, des essais de flexion trois points à support rapprochés ont été réalisés. Selon la norme internationale ASTM D2344 [30], les tests se sont effectués sur une machine MTS sous une cellule de charge de 25KN à température ambiante et avec une vitesse constante de 1.3mm/min, comme le montre la figure 28. La distance entre support de l'éprouvette est très courte par rapport à son épaisseur, pour forcer l'échantillon de se rompre en mode de cisaillement.

La résistance au cisaillement inter laminaire apparente a été calculée à partir de l'équation donnée ci-dessous (équation II. 1).

$$\tau = \frac{3 P}{4 t w} \dots\dots (II. 1)$$

t : Epaisseur.

w : Largeur.

P : Charge maximale supportée par l'éprouvette au premier pic de rupture.

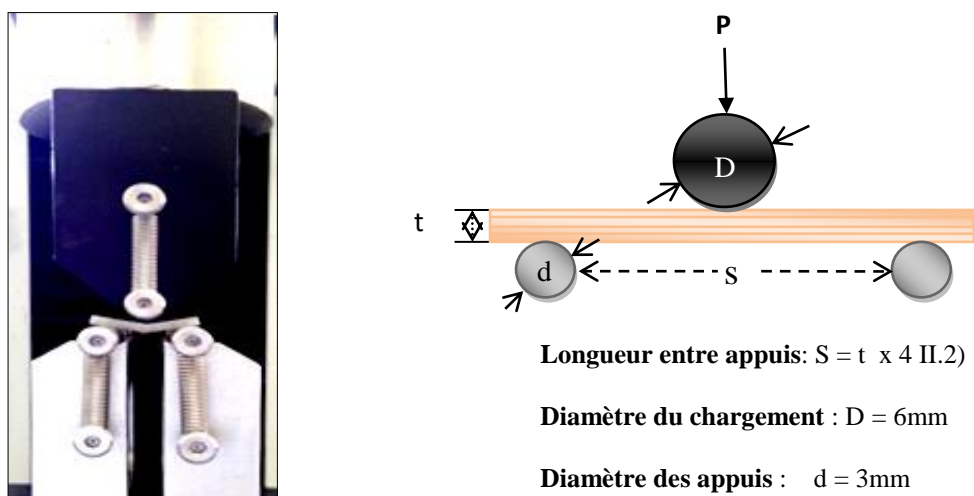


Figure 28. Configuration du test de cisaillement interlaminaire.

Cinq échantillons ont été testés pour chaque type de stratifié, leurs dimensions et la moyenne de la résistance de cisaillement sont présentées dans le tableau 5.

Tableau 5. Dimensions et la résistance au cisaillement des différents stratifiés.

Type du stratifié	Dimensions (mm)	La charge à la rupture (N)	La résistance au cisaillement $\tau$ (MPa)
V/E	2.45 x 10 x 21	930	35,806
C/E	2.27x 10 x 21	1070	43,145
MCH	2.00 x 10 x 21	1271	44,009

### II.2.2.1 Effet d'hybridation

La réponse des différents stratifiés constitués de 08 plis est représenté sur la figure 29. Nous constatons un comportement similaire des composites testés, purement élastique, ce qui révèle que l'intégration des fibres de carbone d'une proportion de 25% par rapport au fibres de verre, n'affecte pas la réponse au cisaillement du stratifié. D'après l'histogramme de la figure 30, il est bien clair que le matériau hybride représente la résistance au cisaillement la plus élevée, qui est légèrement supérieure au VE, tandis que CE correspond à la valeur minimale.

En effet, ce test révèle l'état d'interface entre les plis des stratifiés composites et leur résistance au décollement, conformément aux résultats obtenus, le stratifié CE est jugé le moins résistant et qui peut être justifié par la présence des porosités qui constituent les sites préférentiels de l'initiation du délaminage.

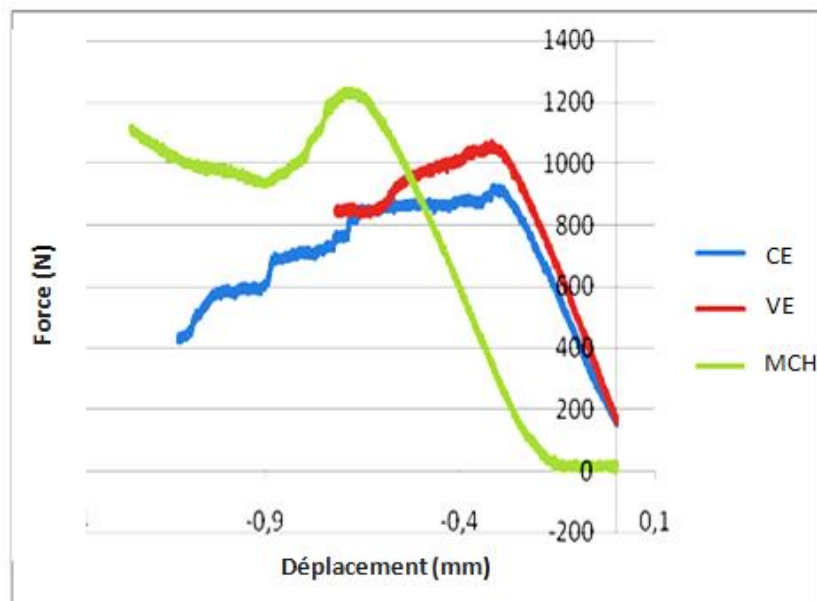


Figure 29. Comportement au cisaillement inter laminaire des différents stratifiés.

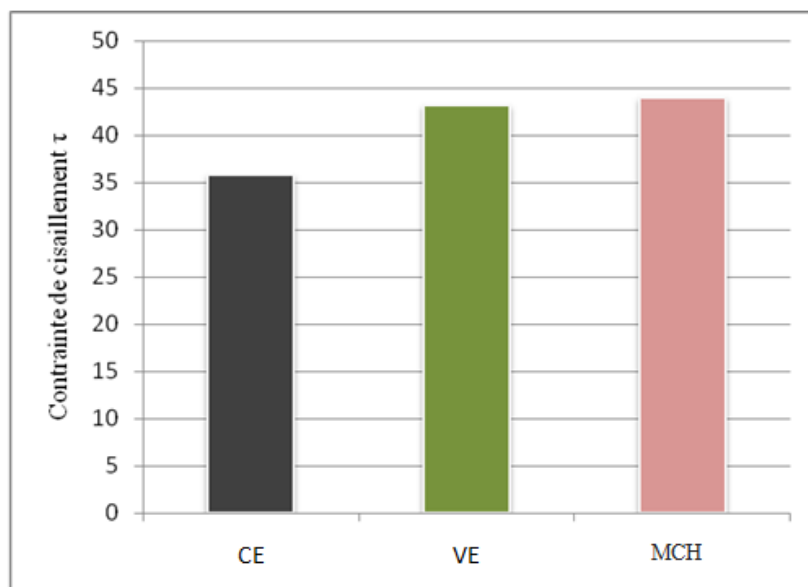
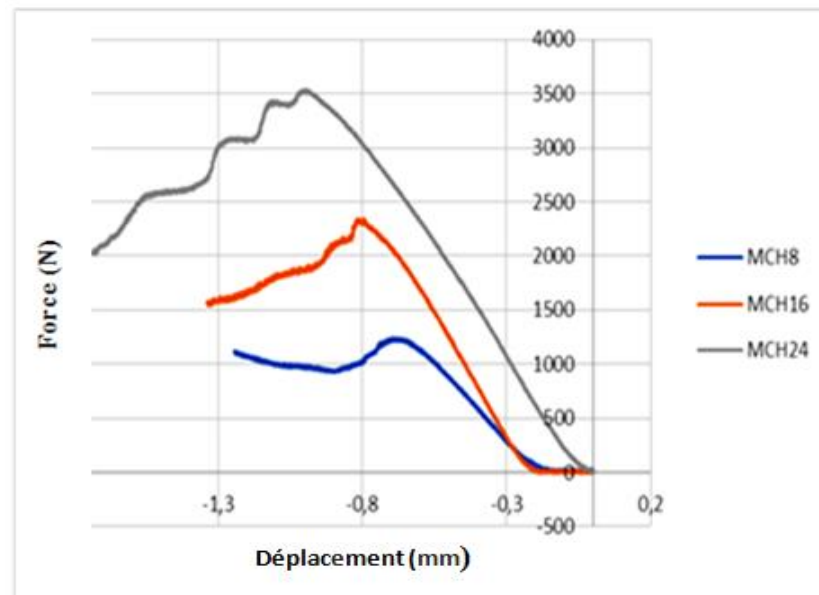


Figure 30. Histogramme des contraintes de cisaillement interlaminaire des stratifiés.

### II.2.2.2 Effet du nombre de pli

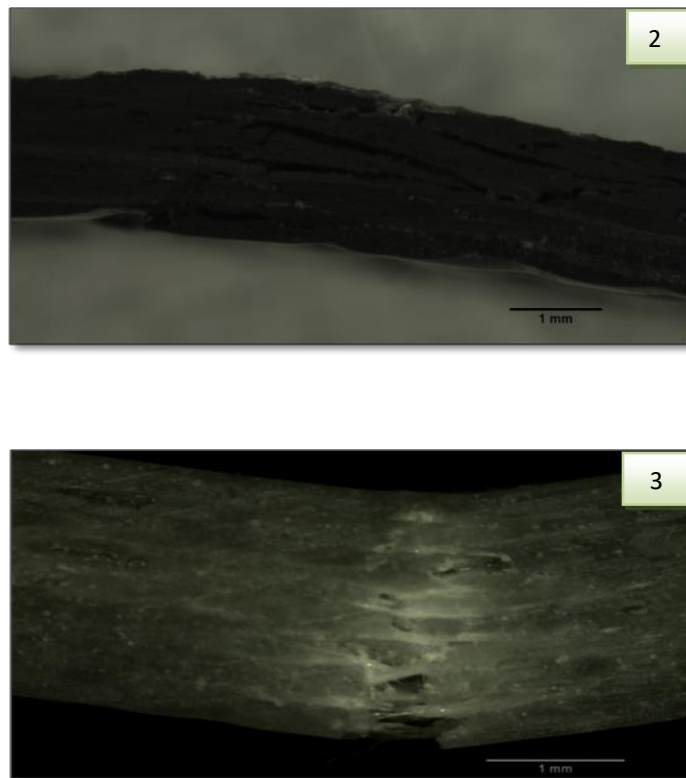
L'effet du nombre de pli du stratifié hybride a été aussi mise en évidence par l'essai de cisaillement inter laminaire (Fig. 31). Nous remarquons un comportement élastique fragile du matériau quelque soit le nombre de couches testé et que la charge de cisaillement s'accroît avec l'augmentation du nombre de pli.



**Figure 31.** Comportement au cisaillement inter laminaire des différents stratifiés.

Les observations des zones endommagées par une loupe monoculaire (figure 32), révèlent que le mode rupture dépend fortement du type de renfort. Le delaminage est le mode de défaillance prépondérant pour le MCH, d'où le décollement est dans le plan médian. Tandis que des fissures de cisaillement interlaminaire multiples qui se propagent transversalement au chargement dans le CE. Par ailleurs, une rupture des fibres des plis inférieurs s'est produite, signalant une défaillance en traction du stratifié VE.



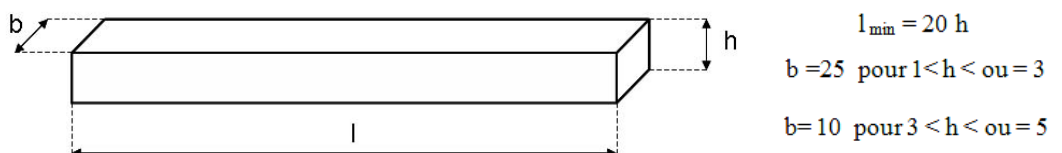


**Figure 32.** Faciès de rupture des stratifiés sollicités en cisaillement inter laminaire.

1- MCH 2- CE 3- VE

### II.2.3 Essai de flexion

Les essais de flexion trois points sont réalisés à l'ambiante sur une machine Instron, menée d'une chaîne d'acquisition des données, elle est reliée à un extensomètre pour mesurer la déflexion des éprouvettes. Les dimensions des échantillons à testés sont représentées sur la figure (33). Les essais sont réalisés à une vitesse de 1mm/min.



**Figure 33.** Dimensions des éprouvettes pour essai de flexion [31].

Les principales caractéristiques à déterminer par l'essai de flexion sont la contrainte ultime, la déformation relative ainsi que le module de flexion apparent, qui sont obtenues par les équations (II.3, II.4 et II.5), respectivement.

$$\sigma_{\text{ultime}} = \frac{3P_{\text{max}}L}{2bh^2} \quad (\text{II.3}) \dots \text{Contrainte normale élastique.}$$

$$\varepsilon_e = \frac{3Y_e h}{L^2} \quad (\text{II.4}) \dots \text{Déformation relative élastique.}$$

$$E_{\text{ap}} = \frac{PL^3}{4bh^3Y} \quad (\text{II.5}) \dots \text{Module de flexion apparent.}$$

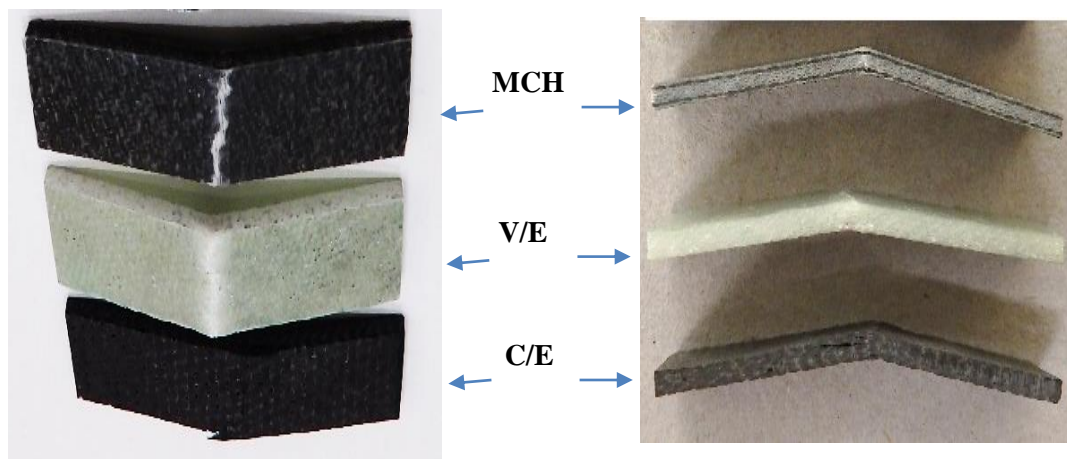
D'où,

P : Charge appliquée.

Y : Flèche enregistrée.

(L, h, b) sont respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur de l'éprouvette à testée.

Les propriétés de flexion des composites hybrides sont évaluées par rapport à ceux constitués d'un seul type de renfort. La figure 34 représente la déflexion des éprouvettes testées pour les différents stratifiés élaborés.



**Figure 34.** La déformation en flexion des éprouvettes testées.

Les valeurs moyennes de cinq éprouvettes testées des différents matériaux composites sont récapitulées dans le tableau 6.



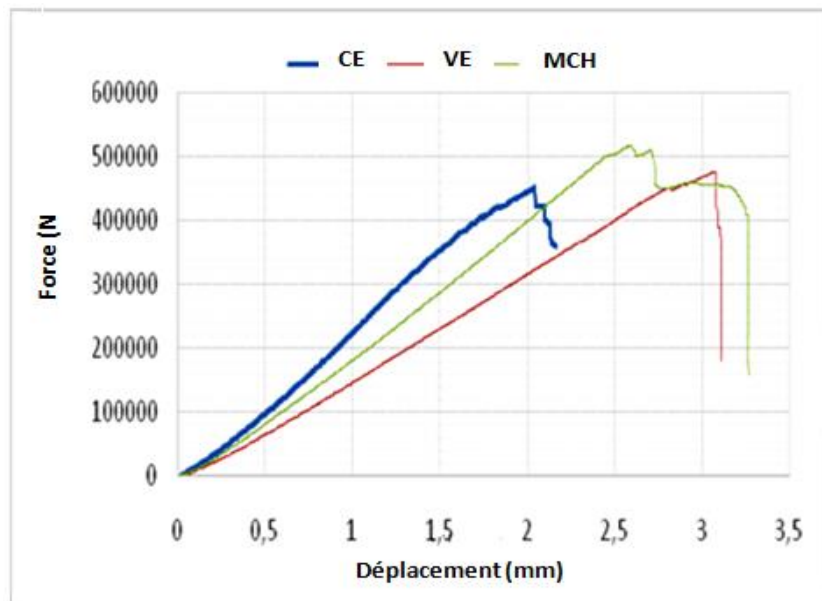
**Tableau 6.** Propriétés de flexion des différents matériaux étudiés.

Matériaux	R (MPa)	E (GPa)	La flèche (mm)
CE	452.56233	35.515	2.094
VE	477.00003	19.349	3.2
MCH 8plis	518.9199	26.498	2.57

La Figure 35 représente la variation de la charge de flexion appliquée en fonction de la flèche produite pour les trois stratifiés élaborés (C/E, G/E, MCH). Un comportement quasi élastique traduisant la nature fragile de ces matériaux, il se distingue par trois phases principales, à savoir:

- La première est linéairement croissante; qui correspond principalement au travail du matériau en traction et en compression.
- La deuxième phase se caractérise par une non linéarité dans une plage réduite dans laquelle la charge maximale est atteinte ; elle dépend essentiellement des propriétés des stratifiés sous l'effet des efforts de cisaillement.
- Enfin, la charge appliquée se réduit jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

Il convient de noter que l'intégration des fibres de carbone dans le GE ne modifie pas le comportement en flexion du stratifié en comparaison à ceux à base d'un seul renfort. Par ailleurs, les propriétés du MCH correspondent à des valeurs intermédiaires entre les mono composite testés, dont nous pouvons constater une rigidité plus importante que celle du verre/époxyde et une résistance à la rupture appréciable en comparaison au stratifié carbone-époxyde, d'où l'amélioration est de l'ordre 15%, 21% respectivement.



**Figure 35.** Courbe de flexion trois points des différents stratifiés composés de huit plis.

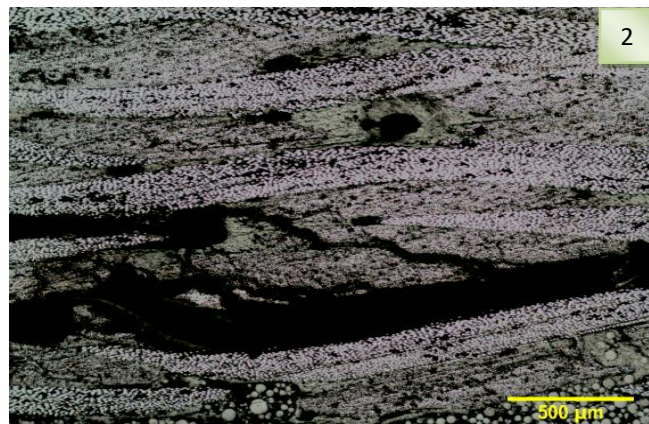
### II.2.3.1 Analyse microscopique

Les faciès de ruptures des différents matériaux testés sont révélés par le microscope optique (Figs. 36-38). Pour le matériau hybride un décollement entre les plis de carbone et de verre ainsi que la rupture des fibres de la couche en contact directe avec la panne intermédiaire.

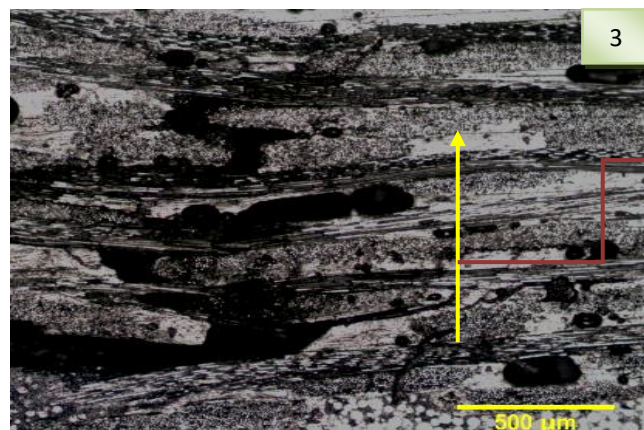
Un délaminage apparent s'est produit dans le stratifié à base de fibres de carbone dans plusieurs endroits ainsi que la formation de fissures. Tandis que dans le stratifié verre/époxyde, une rupture s'est initiée dans la face inférieure sollicitée en traction, se progressant transversalement au sens de la sollicitation appliquée.



**Figure 36.** Micrographie du stratifié hybride.



**Figure 37.** Micrographie du stratifié Carbone/époxyde



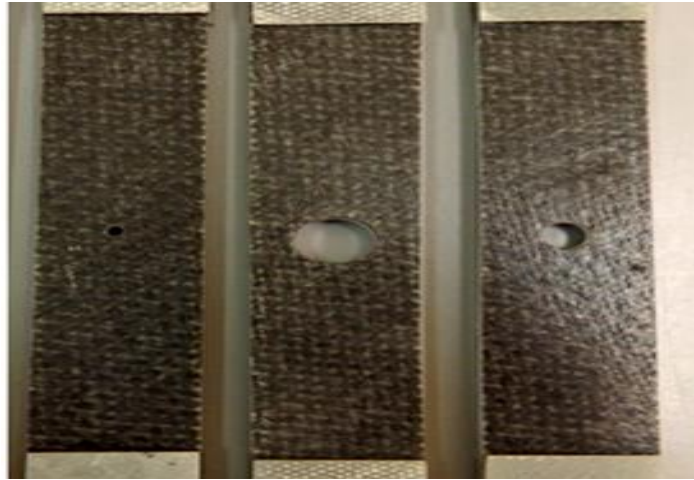
**Figure 38.** Micrographie du stratifié Verre/époxyde

### II.2.4 Analyse de l'effet d'une entaille circulaire

La présence des singularités géométriques tels que les trous dans certaines applications des matériaux composites est inévitable, car ils constituent les zones de jonction entre les différentes parties de la structure comme ils peuvent être issues de canalisations, les prendre en compte dans la conception et le dimensionnement des structures est essentiel.

Dans cette partie, l'effet du diamètre d'entaille (2, 6 et 10mm) en fonction du nombre de plis du stratifié MCH, est mis en évidence (Fig.39). Les entailles sont obtenues par perçage dans la partie centrale par le biais d'une fraiseuse, tout en gardant la largeur de l'éprouvette constante. Par ailleurs, pour mieux évaluer la résistance résiduelle du MCH, une analyse comparative avec des stratifiés à base d'un seul renfort s'avère nécessaire. Des

analyses sur des stratifiés VE composés de huit plis, ont été effectuées. Le tableau 7 récapitule les propriétés mécaniques des stratifiés testés.

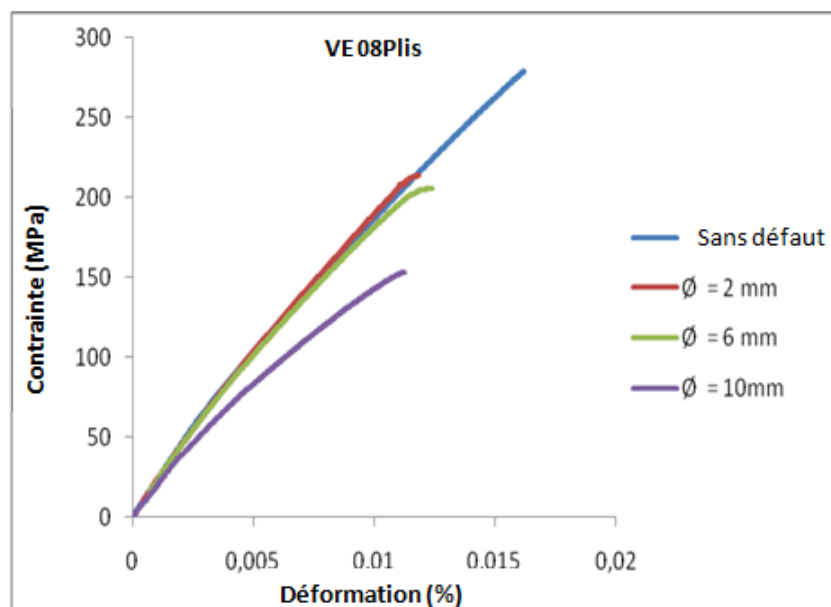


**Figure 39.** Des éprouvettes perforées avant l'essai de traction.

**Tableau. 7** Propriétés mécaniques des stratifiés Verre/Epoxyde et hybride, avec et sans présence d'entaille.

Propriétés Mécanique	Diamètre de l'entaille	V/E 08 plis	MCH 08 plis	MCH 16 plis	MCH 24 plis
<b><math>\sigma_{rup}</math> (MPa)</b>	Sans entaille	<b>279,28</b>	<b>363,32</b>	<b>301,05</b>	<b>267,36</b>
	2 mm	229,50	323,21	298,48	224,37
	6 mm	220,38	313,91	228,53	205,93
	10 mm	212,96	276,41	251,32	186,61
<b>E (GPa)</b>	Sans entaille	<b>17,338</b>	<b>29,457</b>	<b>25,221</b>	<b>22,778</b>
	2 mm	18,494	29,848	27,389	23,421
	6 mm	16,419	29,377	19,273	22,060
	10 mm	16,556	15,407	16,384	15,037
<b><math>\varepsilon</math> (%)</b>	Sans entaille	<b>1,62</b>	<b>1,37</b>	<b>1,29</b>	<b>1,21</b>
	2 mm	1,28	1,22	1,16	1,10
	6 mm	1,24	1,20	1,15	0,94
	10 mm	1,14	1,26	1,17	0,96

D'après les figures 40-43, représentant les courbes de contrainte-déformations des différents matériaux, nous constatons un comportement élastique fragile de tous les stratifiés même en présence d'entaille. En outre, cette entaille contribue à réduire leurs propriétés mécaniques, car elle constitue la zone de concentration de contrainte, à partir de laquelle les dommages peuvent s'initier. On note aussi que son effet est d'autant plus néfaste que sa taille est importante. Toutefois, la plus faible entaille considérée ( $\varnothing = 2$  mm) entraîne une légère amélioration de la rigidité de tous les matériaux testés en comparaison avec les stratifiés dépourvu de ce défaut.



**Figure 40.** Réponse à la traction des stratifiés V/E constitué de 08 couches, en présence d'entaille circulaire centrale.

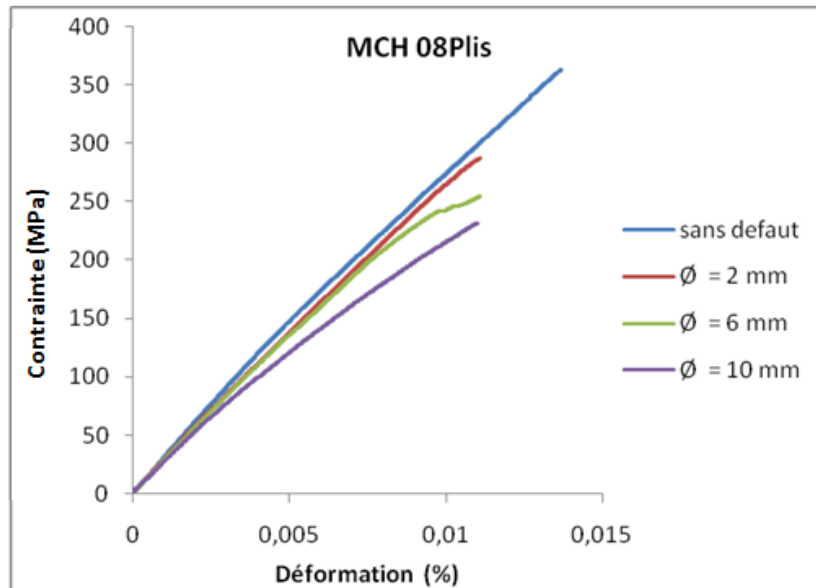


Figure 41. Réponse à la traction des stratifiés hybride constitué de 08 couches, en présence d'entaille circulaire centrale.

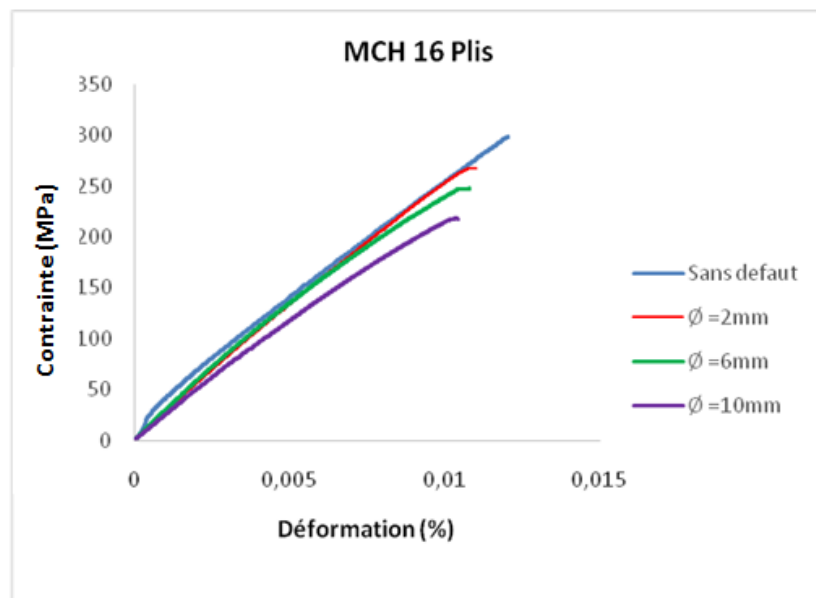
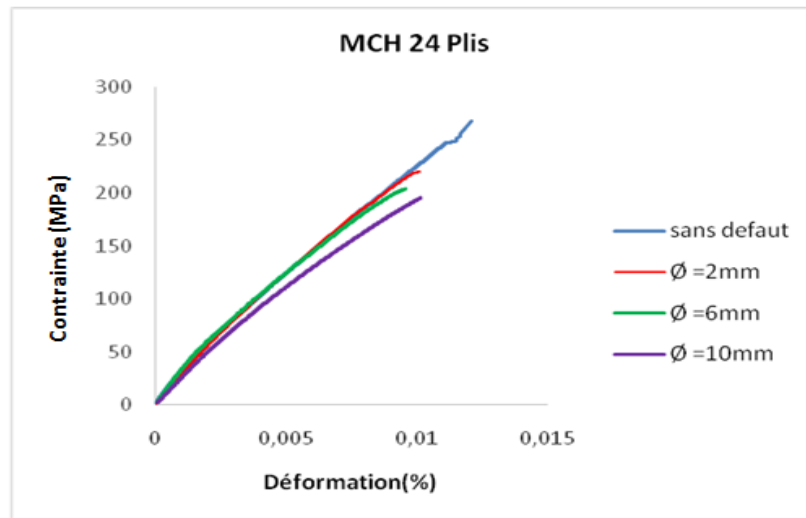


Figure 42. Réponse à la traction des stratifiés hybride constitué de 16 couches, en présence d'entaille circulaire centrale.





**Figure 43.** Réponse à la traction des stratifiés hybride constitué de 24 couches, en présence d'entaille circulaire centrale.

Le phénomène de concentration de contrainte engendré par la présence de trou, est à l'origine de la rupture localisé au niveau de la perforation (Fig. 44). En outre, un délaminage de la couche supérieure étendu sur région étroite près de l'entaille est observé, ce dernier a été initié lors de l'opération du perçage et s'est développé durant l'essai de traction.

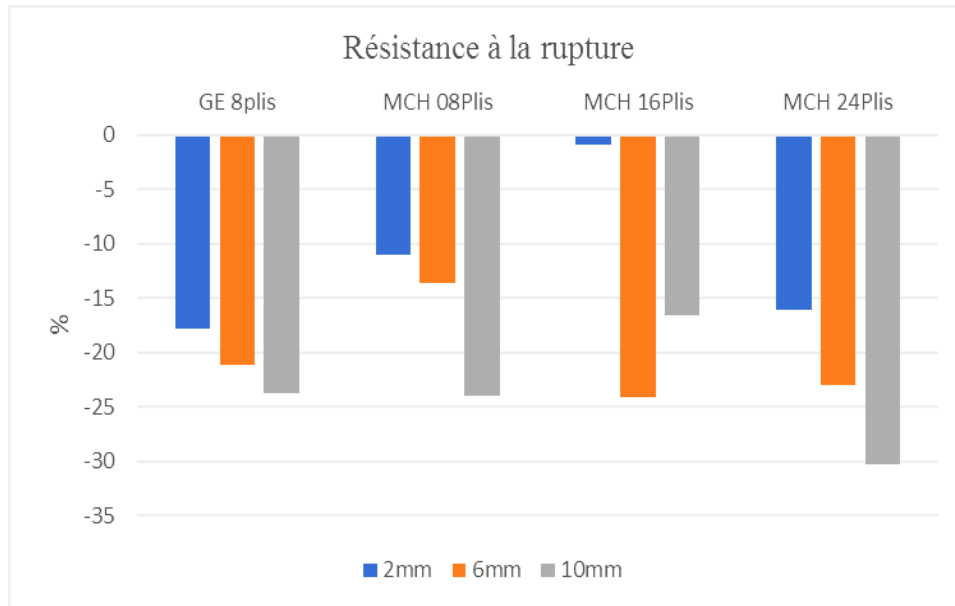
Il convient de noter que l'aire de la zone endommagée devient moins important avec l'accroissement de la taille de l'entaille, ce qui mène à déduire que la section endommagée est relative à l'intensité de la résistance à la rupture. Conformément aux résultats du test de traction, l'accroissement de la taille de l'entaille contribue de manière significative à réduire l'intégrité du matériau.



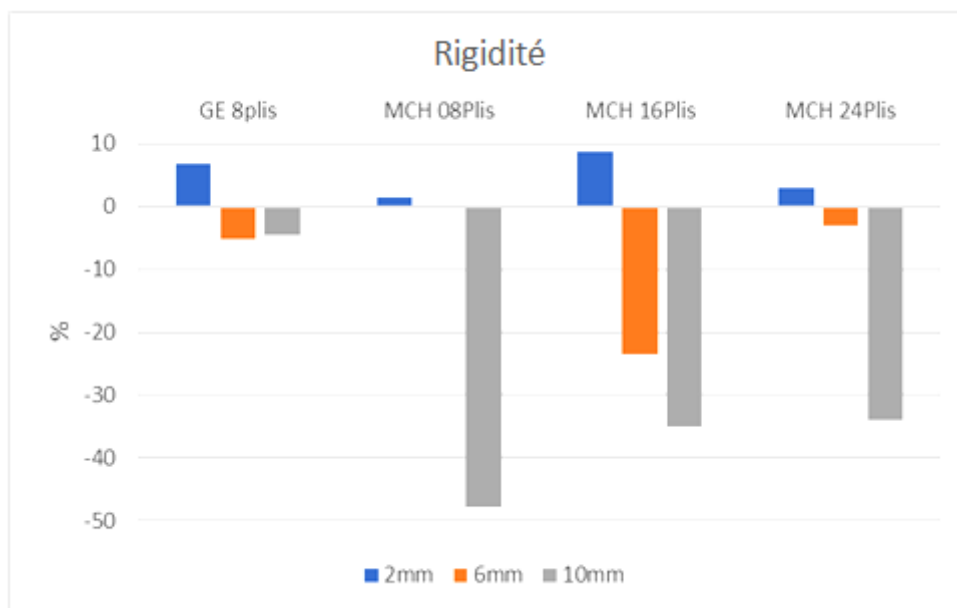
**Figure 44.** Éprouvettes perforées des différents stratifiés composés de huit plis après essai de traction.

### II.2.4.1 Estimation de la perte des propriétés mécaniques

Pour mieux estimer l'effet de l'entaille sur les différents cas étudiés, des histogrammes illustrant le taux de perte des propriétés mécaniques; la contrainte ultime et le module d'élasticité sont représentés ci-dessous.



**Figure 45.** Taux de perte de la résistance à la rupture des matériaux étudiés.



**Figure 46.** Taux de perte de rigidité des matériaux étudiés.



Une chute de la résistance est enregistrée pour tous les stratifiés testés et cette perte est inversement proportionnelle au diamètre de l'entaille (Fig. 45). On note aussi que les matériaux à base de fibres de verre (VE) sont plus susceptibles à la perforation que les stratifiés hybrides. Par ailleurs, le taux de perte de résistance ultime minimal est constaté pour les MCH à 16 plis et le plus élevé correspond au stratifié à 24 plis.

En fait, l'effet de perforation sur la rigidité est différent que la résistance, d'où un gain en rigidité est observé pour le cas de la plus faible entaille analysé (Fig. 46). Cependant, plus que l'entaille est grande la rigidité a tendance à décroître et les stratifiés VE qui conserve mieux cette propriété.

La principale remarque est que la perte des propriétés mécaniques est proportionnelle à la taille du défaut. Nous notons également que le V/E représente la plus grande perte en termes de résistance, mais il conserve encore sa rigidité par rapport au matériau composite hybride. En outre, le stratifié MCH composé de 16 plis semble moins sensible aux défauts, en comparaison avec le stratifié MCH de 8 et 24 plis.

### Conclusion partielle

A partir des analyses expérimentales effectués sur les différents stratifiés élaborés, on a pu tirer les constatations:

- Le type de renforts, le nombre de plis et le diamètre de l'entaille n'affectent pas le comportement mécanique des stratifiés composites, mais leur impact est plutôt sur leurs propriétés mécaniques (résistance et rigidité).
- Les éprouvettes en verre/époxyde avec un rayon d'entaille de 2mm, 6mm et 10mm; la réduction de la résistance finale est de l'ordre de 23,46%, 26,45% et 45,04%, par rapport aux échantillons sans défauts.
- L'incorporation de 25% de fibres de carbone dans le stratifié verre/époxyde contribue à améliorer significativement leurs propriétés mécaniques.
- Les performances des stratifiés hybrides se dégradent avec l'augmentation du nombre de couches de verre/époxyde.

- La présence d'entaille circulaire, affecte sensiblement la résistance des stratifiés composites, plus particulièrement verre/époxyde.
- La réduction de la résistance ultime des éprouvettes entaillées est proportionnelle à l'augmentation du rapport géométrique (taille de la perforation/largeur de l'échantillon).

### II.3 Vieillessement hygrothermique

#### Introduction

Malgré les performances élevées dont ils jouissent les matériaux composites aux conditions standards, ils représentent une grande sensibilité au milieu environnant (température, humidité, rayonnement UV...), dont leurs propriétés sont susceptibles d'être dégradées, suite à l'apparition du phénomène de vieillissement.

La prise en compte des effets environnementaux s'avère vitale, d'où les organismes de certifications européens [JAA] et Américains [FAA] requièrent récemment la considération des conditions environnementales de service pour le dimensionnement des structures en CMO.

La susceptibilité de ces matériaux à la dégradation dépend d'une part de la nature du milieu environnant, et d'autre part de la réponse de chaque constituant (fibre et matrice) mais plus particulièrement au comportement de leur interface/interphase, car la différence de leurs propriétés mécaniques rend l'interphase une région potentielle de concentration de contraintes. Plusieurs recherches ont été effectuées afin d'appréhender la nature de la liaison interfaciale et de déterminer ses propriétés [33-35].

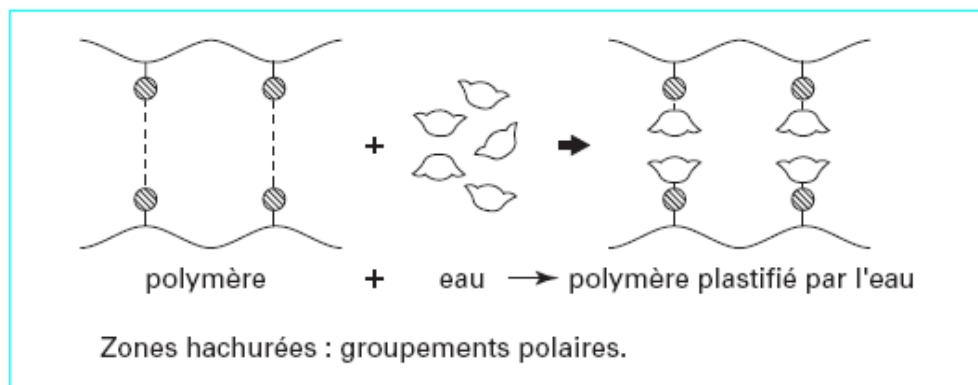
Dans la présente étude, une évaluation de l'effet combiné de température et d'humidité sur des composites à matrice organique CMO, a été effectuée. L'évolution des propriétés mécaniques ainsi que les modes d'endommagement et de rupture par rapport à des stratifiés non vieillis, ont été mises en évidence, par des essais de traction statique. En outre, une attention particulière a été portée sur la sensibilité de ces matériaux à la perforation pour différents nombre de plis. Suite aux résultats expérimentaux obtenus, il s'est avéré nécessaire d'effectuer des essais de vieillissements inférieurs à 60°C dont la température minimale considérée est 18°C. En outre, une optimisation de la résistance à la traction des matériaux étudiés par la méthode des plans d'expériences a été réalisée.

Avant de présenter les résultats des expériences réalisées, une explication concise de l'influence de la température ainsi que de l'humidité sur les matériaux composites a été abordé dans ce qui suit.

### II.3.1 Effet de l'humidité de la température sur les matériaux composites

Le vieillissement hydrique des composites polymères induit un changement le plus souvent significatif, des propriétés physiques, chimiques et mécaniques, dont la matrice est considérée l'acteur principal, car l'humidité peut l'affecter d'une manière subtile et à long terme, elle agit en fait préférentiellement à l'interface fibre /matrice. L'humidité est adsorbée par les surfaces en contact direct avec le milieu environnant, puis elle est diffusée en phase gazeuse ou liquide dans le volume du composite, par des processus physiques et/ou chimiques. En effet, plusieurs phénomènes peuvent survenir dont les plus communément rencontrés:

**1. Plastification** : Les molécules d'eau diffusées dans le matériau, s'insèrent et établissent des liaisons dans le réseau macromoléculaire, après avoir brisé les liaisons secondaires des chaînes voisines responsable de la cohésion mécanique du réseau, en augmentant en conséquence la mobilité moléculaire (Fig. 47). Les matériaux les plus susceptibles à la plastification sont les polymères à liaisons hydrogène connu par leurs caractères hydrophiles, tel que le cas pour le polymère faisant l'objet de cette étude.



**Figure 47.** Effet de plastification dans une macromolécule [14].

**2. Diminution de la température de transition vitreuse  $T_v$** ; en prenant le cas des époxydes réticulés par des amines,  $T_v$  peut diminuer jusqu'à 40°C pour les systèmes absorbant 2 à 3% d'eau, tandis qu'à 6% d'eau, elle peut dépasser 80°C. En effet, la baisse de température  $T_v$  donne une indication de l'augmentation de la mobilité des molécules du polymère.

**3. Gonflement hydrique :** c'est l'effet physique le plus notable sur le polymère après absorption d'eau, qui est en fait un témoin pertinent de la plastification du réseau, pouvant induire en conséquence des contraintes internes. Cette plastification est générée par l'hydrolyse de la matrice entraînant la rupture des chaînes moléculaires polymérique.

### 4. Détérioration de l'interface fibre/matrice

L'effet de la température contribue à accélérer la diffusion de l'humidité, pouvant accentuée en conséquence la détérioration des propriétés des matériaux. L'effet combiné de température et d'humidité, connu sous le vocable vieillissement hygrothermique, rend la prédiction du comportement des structures massives plus complexe car des gradients de propriétés seront générés.

Une étude approfondie et exhaustive sur le rôle de la température et l'effet de l'humidité sur les propriétés mécaniques des polymères renforcés de fibres PRF, ainsi que l'analyse de la réaction d'interface et son rôle sur l'intégrité structurale, a été menée par Sethi and Ray [14].

### II.3.2 Test de vieillissement

Dans le présent travail, l'effet du vieillissement sur le comportement mécanique des stratifiés hybrides (verre/carbone/époxyde) et ceux renforcés de fibre de verre, a été analysé. L'essai a duré 1000 heures (42 jours) dans une enceinte fermée (Fig. 48), à une température de 60°C sous une atmosphère humide (RH=70%).

L'influence du milieu hygrothermique a été mise en évidence par des essais de traction statique sur des éprouvettes lisses (sans défaut) et trouées, de séquence d'empilement  $[0_v]_8$ ,  $[0_v/0_c/0_{2v}]_s$ ,  $[0_v/0_c/0_{6v}]_s$  et  $[0_v/0_c/0_{10v}]_s$ . Les conditions d'essai sont identiques à celles décrites précédemment.

Pour mieux évaluer l'impact de la température et de l'humidité sur nos stratifiés, des essais sur des éprouvettes non vieillis sont aussi effectués et considérés comme état de référence.



**Figure 48.** Chambre climatique pour test de vieillissement.

### II.3.3 Test de gravimétrie

La sorption d'eau dans les matériaux étudiés a été suivie par la méthode gravimétrique, qui permet d'estimer la quantité d'eau diffusée dans le matériau, sans pour autant fournir une indication sur la rétention de ses propriétés mécaniques. Une série d'échantillons de chaque type de matériau, a été prélevée régulièrement, afin de suivre l'évolution de la teneur d'eau au cours du temps, par le biais d'une balance électronique de 0.1 mg de précision. La pellicule d'eau formée sur la surface des échantillons était éliminée délicatement par un papier absorbant avant chaque mesure.

La quantité d'eau absorbée  $M_t$  est défini par l'équation (II.6) [36, 37] :

$$M_t = \frac{W_t - W_0}{W_0} \times 100\% \quad \dots(\text{II.6})$$

Où,  $W_t$  est la masse de l'échantillon vieilli à l'instant  $t$ , tandis que  $W_0$  est sa masse avant vieillissement.

Le coefficient de diffusion est un paramètres déterminant sur la cinétique d'eau absorbée par les statifiés, il est obtenue par l'équation (II.7) [38, 39]:

$$D = \pi \left( \frac{h}{4M_{\infty}} \right)^2 \left( \frac{M_2 - M_1}{\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1}} \right)^2 \left( 1 + \frac{h}{L} + \frac{H}{w} \right)^{-2} \quad \dots \text{(II.7)}$$

Où

- $M_1, M_2$  est la teneur en humidité à l'instant  $t_1$  et  $t_2$ , respectivement.
- $L, w$  et  $h$  sont la longueur, la largeur et l'épaisseur de l'échantillon testé.

### II.3.4 Caractérisation mécanique

Les propriétés mécaniques des matériaux sous conditionnement hygrothermique et non vieillis, ont été mises en évidence par des essais de traction statique. Les tests ont été performés sur une machine universelle Instron, selon les mêmes conditions d'essais citées précédemment.

## II. 3.5 Résultats et discussion

### II.3.5.1 Cinétique d'absorption d'eau

D'après les courbes de gain en poids illustrées sur les figures 49 et 50, indiquant la quantité d'eau absorbée par les matériaux constitués de huit plis, on remarque que leur comportement est similaire dont l'allure est linéaire croissante au début du conditionnement puis se stabilise, correspondant à un comportement Fickien. Il convient de noter, qu'une non linéarité précède le plateau de saturation des matériaux perforés. Ce comportement a été aussi constaté par pas mal d'auteurs, reportant qu'il pourrait s'agir d'une réaction chimique réversible [40] ou à la relaxation du polymère [41].

La stabilisation commence à partir du 26<sup>ème</sup> jour, indiquant le point de saturation, dont ce stade se caractérise par l'état d'équilibre du matériau avec l'environnement et les propriétés mécaniques correspondantes sont les paramètres requis pour le cas du dimensionnement des structures composites.

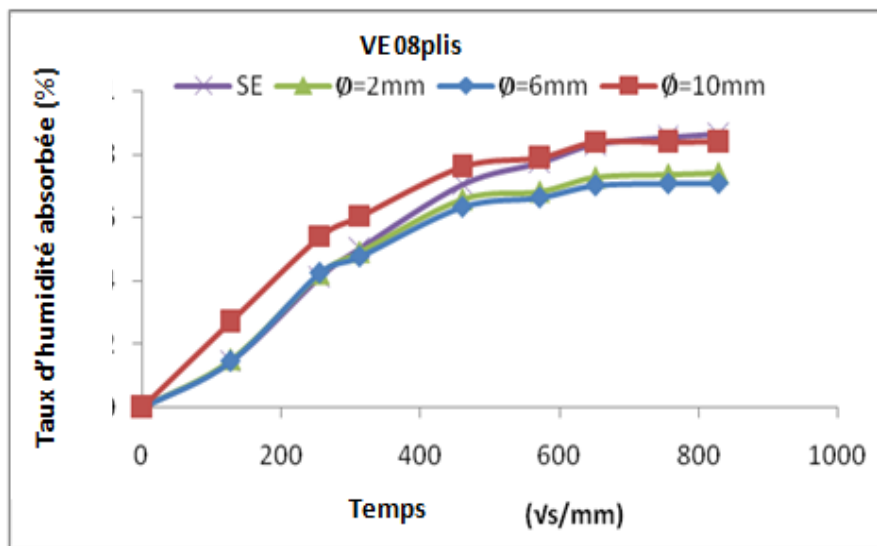


Figure 49. Teneur en humidité des stratifiés verre/époxyde composés de 8 plis.

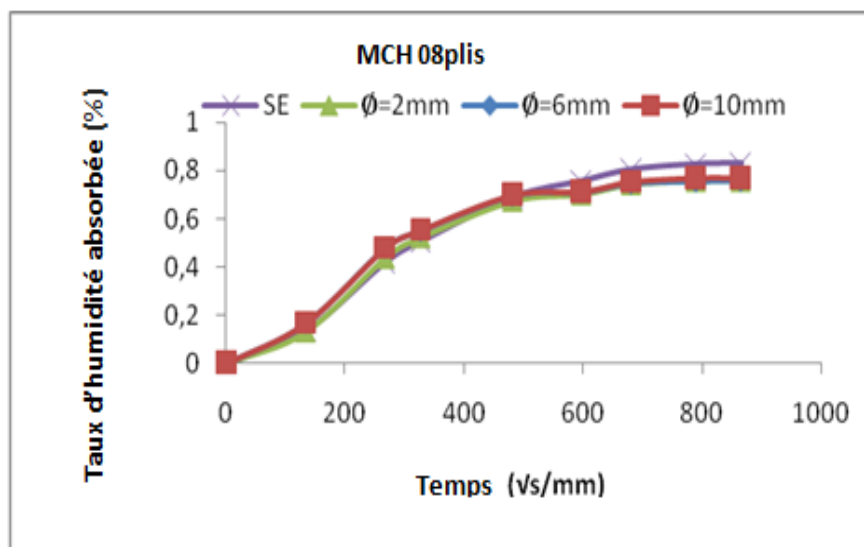


Figure 50. Teneur en humidité des stratifiés hybrides composés de 8 plis.

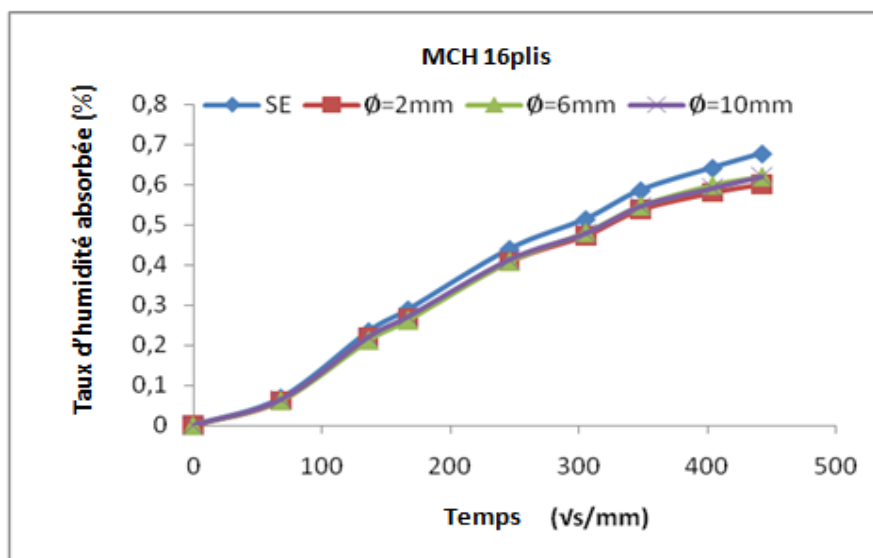
Les coefficients de diffusion  $D$  ( $m^2.s^{-1}$ ) ainsi que la teneur en eau à l'équilibre  $M_{\infty}(\%)$ , des stratifiés à huit plis, sont regroupées dans le tableau 8. On constate que ces paramètres déterminés par les équations (II.6 et II.7) sont pratiquement semblables pour les deux types de matériaux étudiés, d'où la teneur en eau maximale est enregistrée pour les éprouvettes sans défaut tandis que les éprouvettes perforées représentent les coefficients de diffusion les plus élevés et la valeur maximale correspond à ceux menées d'entaille de 6mm de diamètre.



**Tableau 8.** La teneur en eau à l'équilibre et la densité de diffusion des stratifiés testés.

Type du matériau		$M_{\infty}$ (%)	$D(m^2.s^{-1})$
<b>MCH</b> 08 couches	Sans entaille	<b>0,826</b>	<b>4,986E-06</b>
	2mm	<b>0,759</b>	<b>6,930E-06</b>
	6mm	<b>0,755</b>	<b>7,942E-06</b>
	10mm	<b>0,769</b>	<b>7,598E-06</b>
<b>VE</b> 08 couches	Sans entaille	<b>0,851</b>	<b>4,972E-06</b>
	2mm	<b>0,734</b>	<b>6,939E-06</b>
	6mm	<b>0,704</b>	<b>7,977E-06</b>
	10mm	<b>0,838</b>	<b>5,190E-06</b>

A la différence des stratifiés composés de huit plis, les courbes de gain en poids de ceux constitués de 16 et 24 plis, comme représentées sur les figures 51 et 52, sont continuellement croissantes, pour les différentes configurations considérées, ce qui signifie que la saturation n'est pas encore atteinte à cause de la grosseur de l'épaisseur du matériau, et il est important de noter ainsi que la teneur d'eau absorbée est inférieure à ceux décrit précédemment.



**Figure 51.** Teneur en humidité des stratifiés hybrides composés de 16 plis.

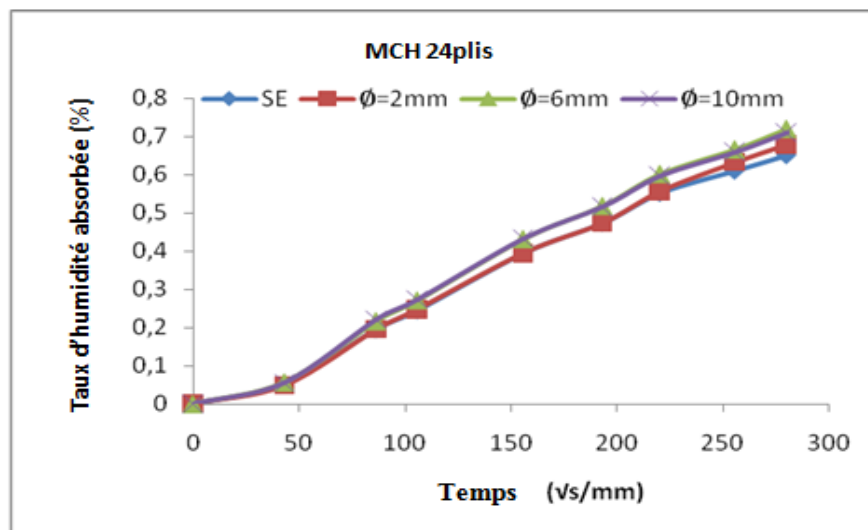


Figure 52. Teneur en humidité des stratifiés hybrides composés de 24 plis.

### II.3.5.2 La réponse à la traction des stratifiés vieillis

Le comportement à la traction des éprouvettes vieillis est élastique fragile (Fig. 53), similaire au comportement des matériaux de référence (non vieillis). Nous constatons que la résistance et rigidité des matériaux renforcés de fibres de verre et de carbone sont supérieures à ceux à base de mono-renfort, tandis que leur déformation à la rupture est pratiquement semblable. Il convient de noter que les propriétés mécaniques des stratifiés hybrides diminuent avec l'accroissement du nombre de plis, ce qui mène à déduire que les performances des matériaux sont mieux préservées à faible épaisseur et ce qui est avantageux en terme d'économie et de gain en poids.

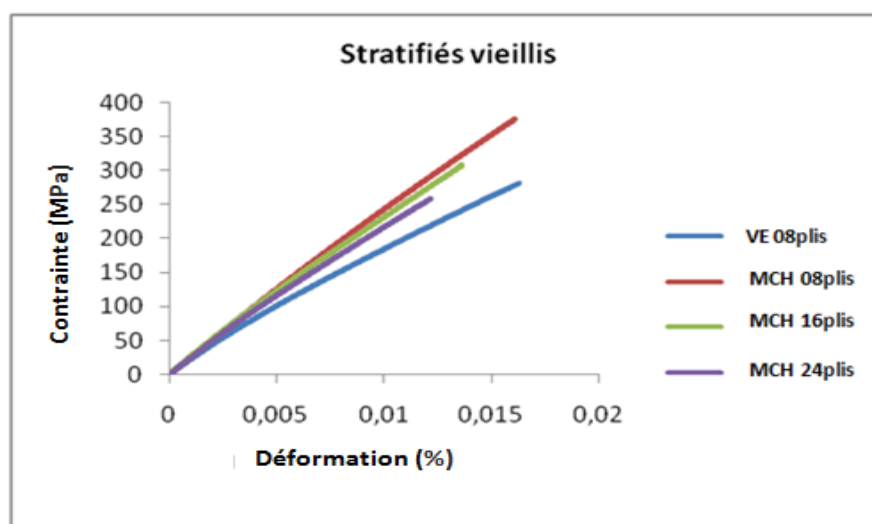
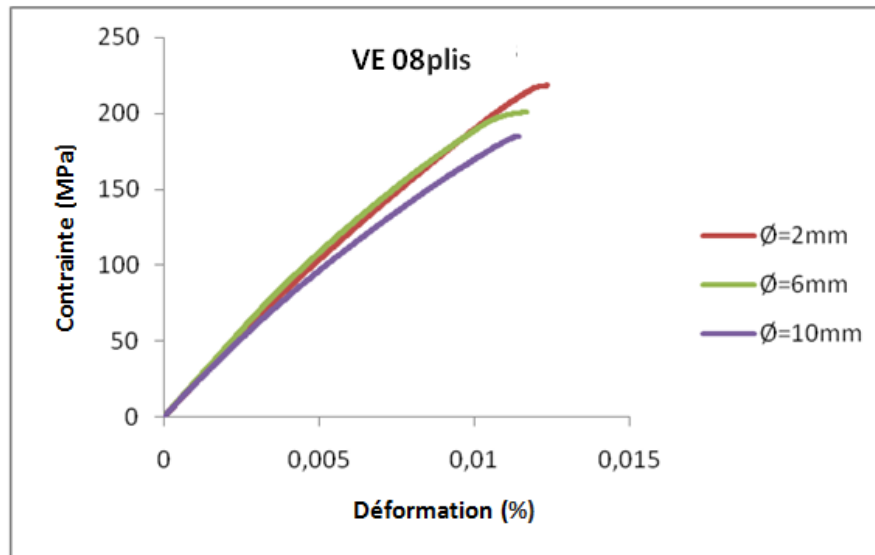
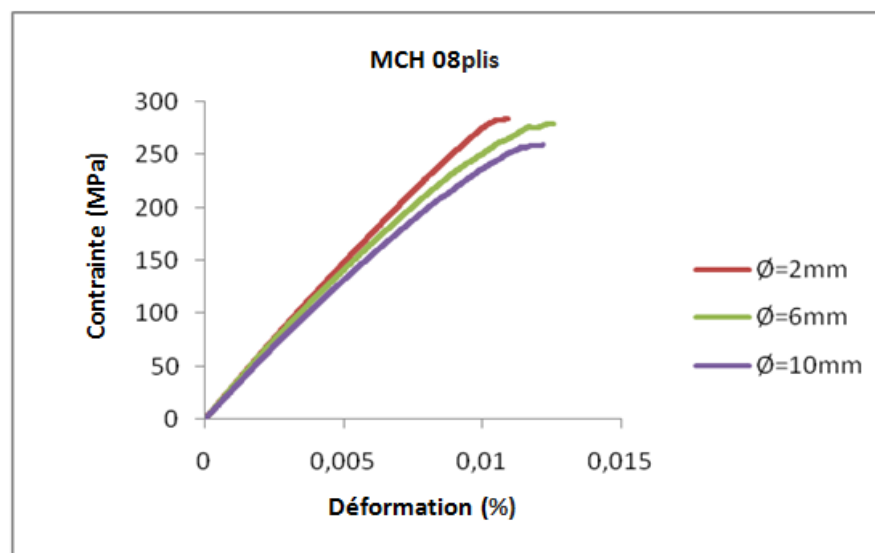


Figure 53. Réponse à la traction des stratifiés non perforés vieillis.

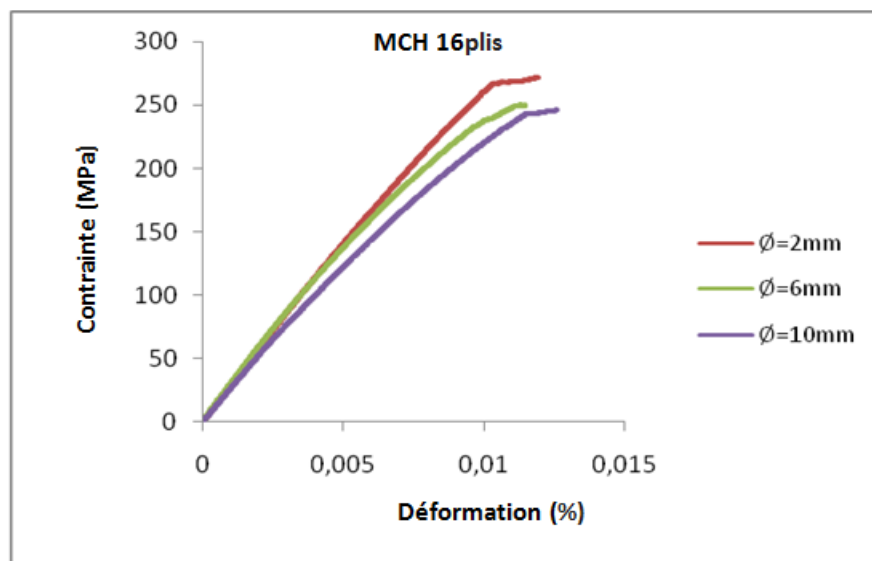
Quant aux éprouvettes perforées verre/époxyde et hybride, subissant le vieillissement hygrothermique (Figs. 54-57), leur comportement est aussi élastique linéaire, néanmoins une légère non linéarité est constatée avant de parvenir à la charge limite de rupture, qui doit être associée à la plastification de la matrice.



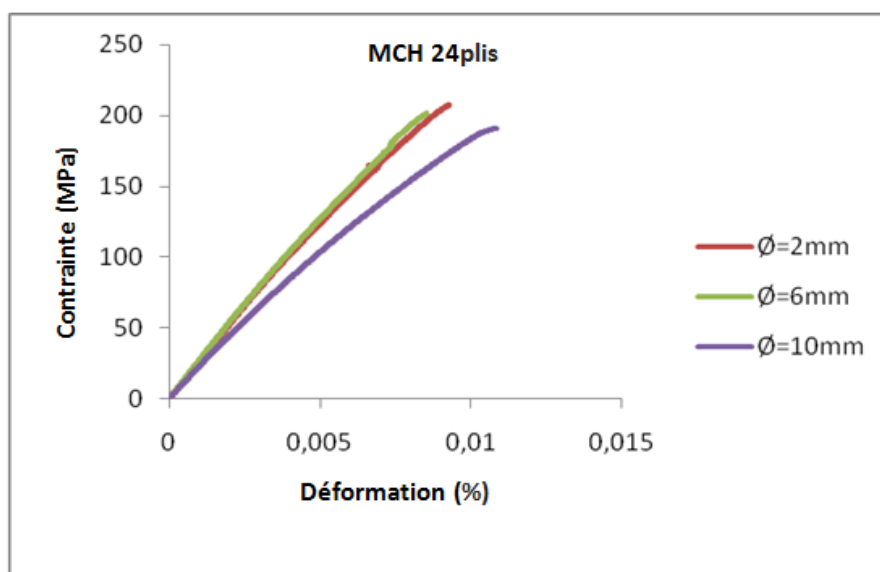
**Figure 54.** Réponse à la traction des stratifiés perforés en V/E, sous conditionnement hygrothermique.



**Figure 55.** Réponse à la traction des stratifiés hybride perforés, composés de 08 plis sous conditionnement hygrothermique.



**Figure 56.** Réponse à la traction des stratifiés hybride perforés, composés de 16 plis sous conditionnement hygrothermique.



**Figure 57.** Réponse à la traction des stratifiés MCH perforés, composés de 24 plis sous conditionnement hygrothermique.

Le tableau 9 récapitule la résistance à la rupture avant et après vieillissement des stratifiés de différentes configurations (lisse et troué), type de renforcement et nombre de pli. La réaction de la matrice époxyde avec la température justifie l'amélioration de la résistance des stratifiés par rapport aux spécimens non vieillis, qui peut s'expliquer par la

réticulation des parties pré-polymérisées de la matrice. En outre, cette amélioration est plus significative en présence d'entaille, d'autant plus avec l'accroissement de son diamètre, qui se justifie par l'effet des surfaces libres en contact avec le milieu environnant, permettant au polymère de mieux interagir avec l'effet thermique. Autrement dit, la sensibilité de nos matériaux à la perforation diminue sous conditionnement hygrothermique, ceci a été aussi reporté par Vieille et al. [42], dont leur étude a été menée sur des stratifiés à base de tissus de verre renforçant une matrice thermoplastique PPS.

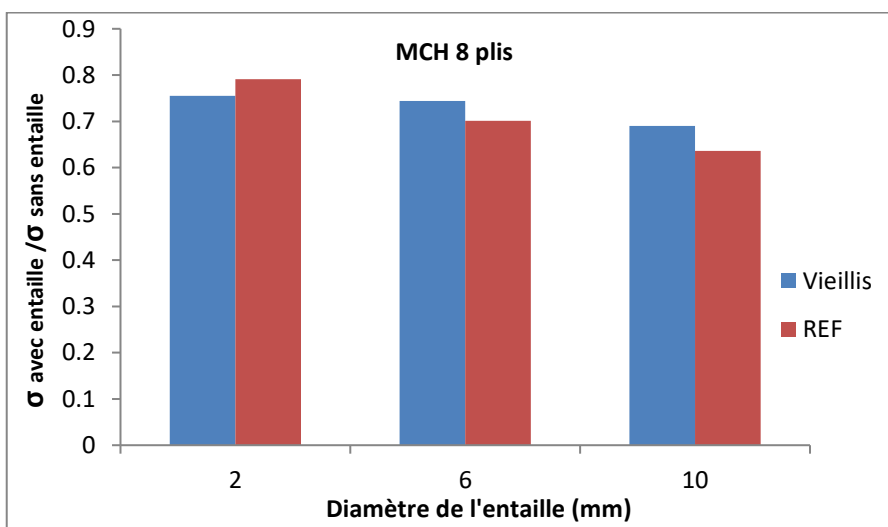
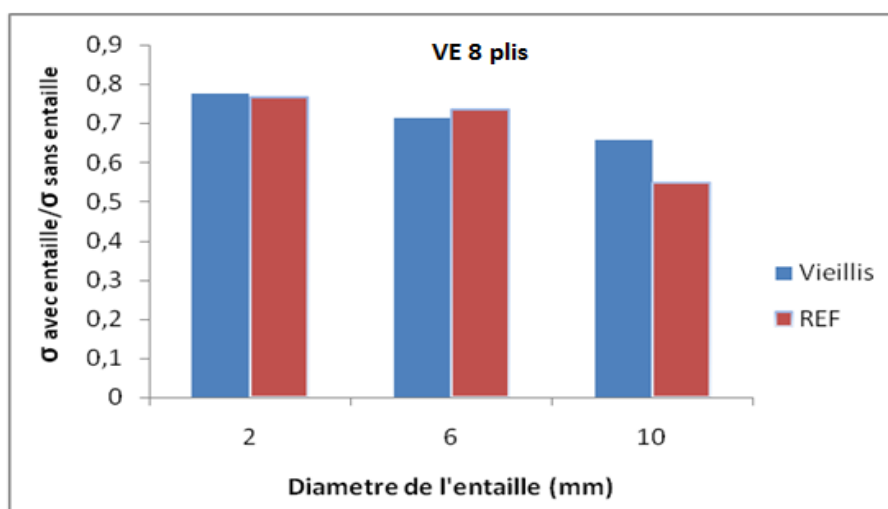
L'évolution de la résistance ultime de traction après vieillissement est de l'ordre de 0.98%, -1.34 % et 20.58 % pour les stratifiés verre/époxyde et 1.89%, 4.05% et 5.37% pour les composites hybrides à huit plis, des diamètres d'entailles respectives 2mm, 6mm et 10mm. Nous remarquons une nette augmentation dans les stratifiés verre/époxyde ayant un grand diamètre d'entaille, et cette amélioration se traduit par leur faible sensibilité au défaut qui peut être estimée par le rapport:  $\sigma_{avec\ entaille} / \sigma_{sans\ entaille}$

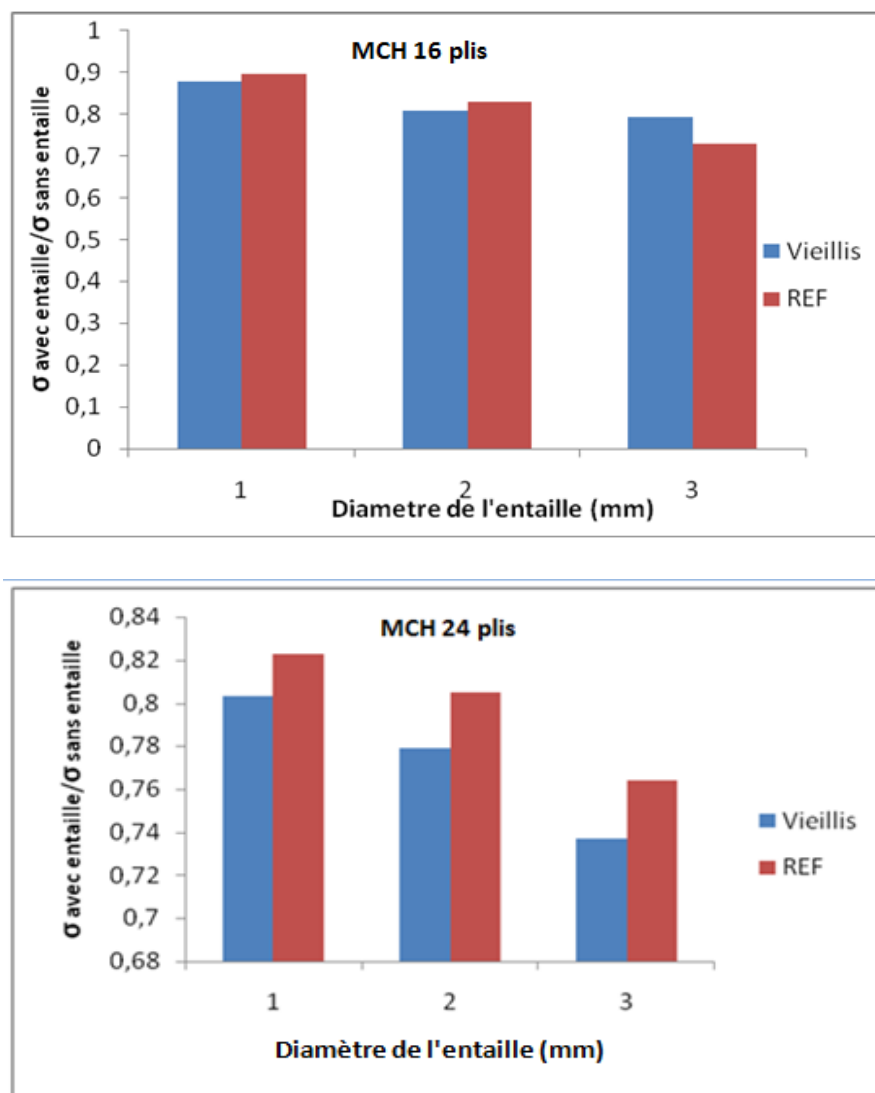
Tableau 9. Résistance à la traction des stratifiés V/E et MCH avant et après vieillissement.

		Haute Température	Référence
<b>VE</b> 08 plis	<b>SE</b>	281.77	279.28
	<b>2 mm</b>	218.4	213.74
	<b>6 mm</b>	200.76	205.68
	<b>10 mm</b>	184.89	153.49
<b>MCH</b> 08 plis	<b>SE</b>	375.93	363,32
	<b>2 mm</b>	283.98	287.60
	<b>6 mm</b>	279.77	255.04
	<b>10 mm</b>	259.48	231.28
<b>MCH</b> 16 plis	<b>SE</b>	308.96	298.37
	<b>2 mm</b>	271.33	267.76
	<b>6 mm</b>	249.92	247.62
	<b>10 mm</b>	245	217.77

<b>MCH</b> 24 plis	<b>SE</b>	258.47	267,36
	<b>2 mm</b>	207.57	220.14
	<b>6 mm</b>	201.52	215.244
	<b>10 mm</b>	190.7	204.33

A partir des résultats obtenus, illustrés sous forme d'histogramme (Fig. 58), on constate que sous conditionnement hygrothermique, la sensibilité des stratifiés à la perforation diminue, notamment avec l'accroissement de son diamètre et plus particulièrement pour le cas des verre/époxyde, néanmoins cette amélioration, comparativement à l'état de référence, s'atténue avec l'augmentation du nombre de pli.

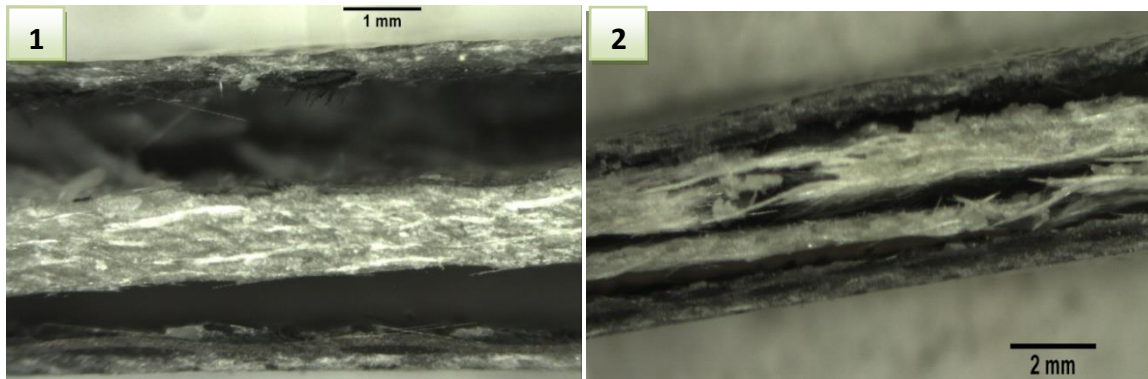




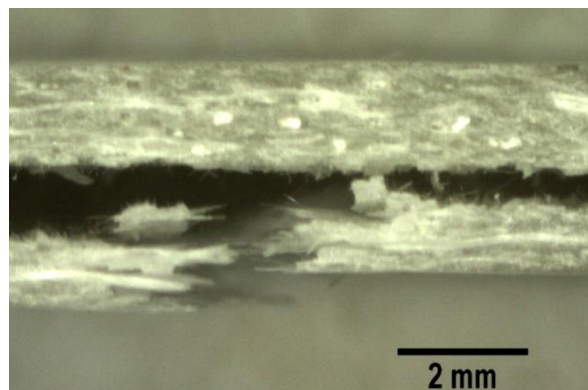
**Figure 58.** Histogrammes de la sensibilité des stratifiés étudiés à la perforation.

Par ailleurs, les dommages survenus dans les matériaux vieillissants sont plus significatifs, qui sont en bon accord avec les travaux effectués par Vieille et al. [34], d'où la multiplication des zones délaminées (Figs. 59-60), qui n'étaient privilégiées qu'entre les plis de verre et de carbone dans le matériau hybride non vieillissant, et dont la rupture des fibres était le mode de rupture prépondérant dans les composites verre/époxyde. Ce mécanisme d'endommagement est attribué à l'effet d'humidité qui contribue à affaiblir la cohésion entre les plis, et entraînant aussi le déchaussement des fibres de la matrice, indiquant la dégradation de la résistance de liaison interfaciale. Cette décohésion est liée à l'affaiblissement de la résistance de cisaillement interfaciale [43, 44].

En fait, d'après la littérature [45, 46], il a été reporté que dans certains cas la délamination peut être la cause d'un détentionnement (relaxation de contraintes) et améliore réellement les performances des composites, ce qui est convenable à notre, dont le renforcement des stratifiés sous conditionnement environnemental peut lui être attribuée.



**Figure 59.** Macrographie des matériaux composites hybrides après test de traction : 1- état de référence 2- après vieillissement.



**Figure 60.** Macrographie d'une éprouvette vieillie de traction en verre/époxyde.

A la différence des éprouvettes sans défauts, le mode de rupture des matériaux perforés est semblable à celui des stratifiés non vieillis, dont la rupture s'est produite dans la section transversale centrale, où le trou est localisé, avec un délaminage des couches superficielles, s'étendant de la zone rompue, plus particulièrement dans les stratifiés hybrides ayant une entaille au plus petit diamètre (Fig. 61).





**Figure 61.** Eprouvettes perforées rompues en MCH et V/E subissant un traitement de vieillissement.

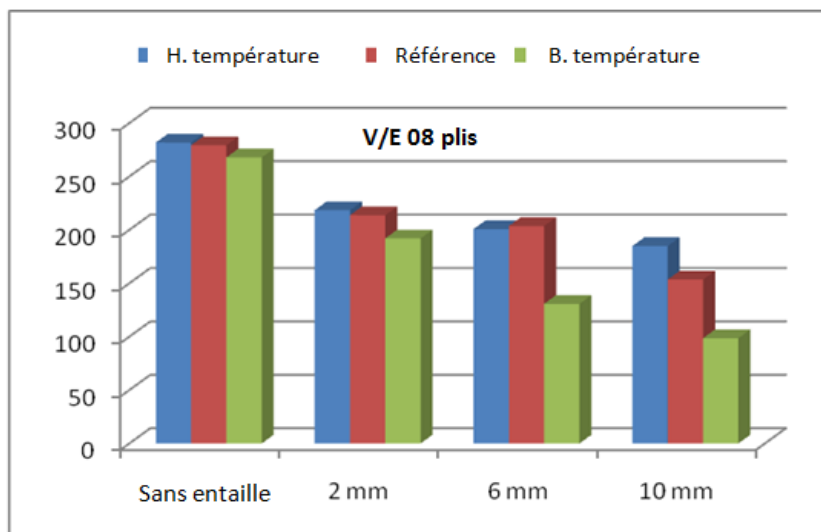
### II.3.6. Effet de vieillissement à basse température

L'amélioration de la résistance des stratifiés sous conditionnement hygrothermique à 60°C, associée à des dommages prononcés, imposent des ambiguïtés sur la compréhension des interactions établies entre les mécanismes de dégradation et l'évolution des propriétés mécaniques des matériaux, ce qui nous a amené à effectuer des tests de vieillissement à basse température.

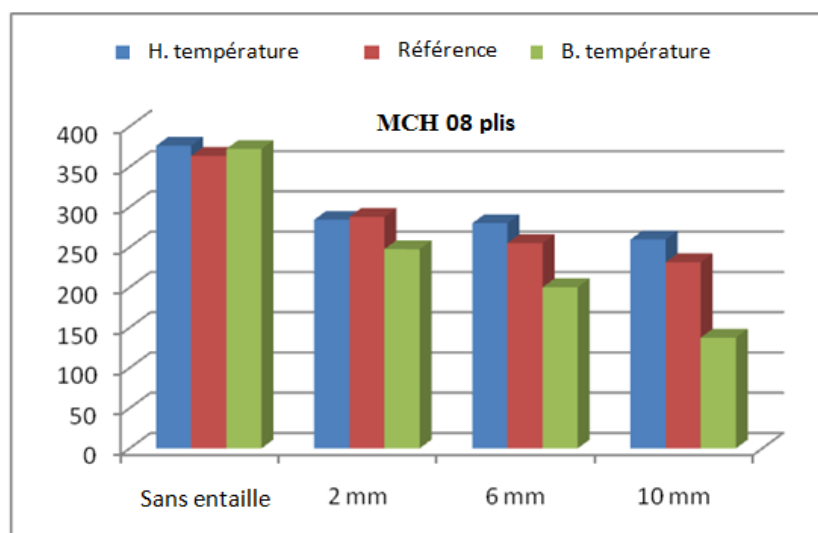
En effet, à cause des limitations des performances de la chambre climatique, d'où la température minimale sous une atmosphère humide se limite à 18°C, les tests se sont performés à cette température avec un taux d'humidité de 70% HR, sur des stratifiés de même configuration (avec et sans entaille) et même type de renforts (hybride et fibre de verre).

Les contraintes à la rupture des matériaux vieillis à haute et à basse température, sont représentées sous forme d'histogrammes afin d'apporter une bonne analyse comparative avec le cas des stratifiés de référence (Figs. 62-65). Une diminution de la résistance de pratiquement tous les stratifiés vieillis à 18°C est constatée, plus particulièrement en présence d'entaille, d'où la dégradation de la résistance est proportionnelle à son diamètre. Ces résultats confirment que l'effet d'humidité altère

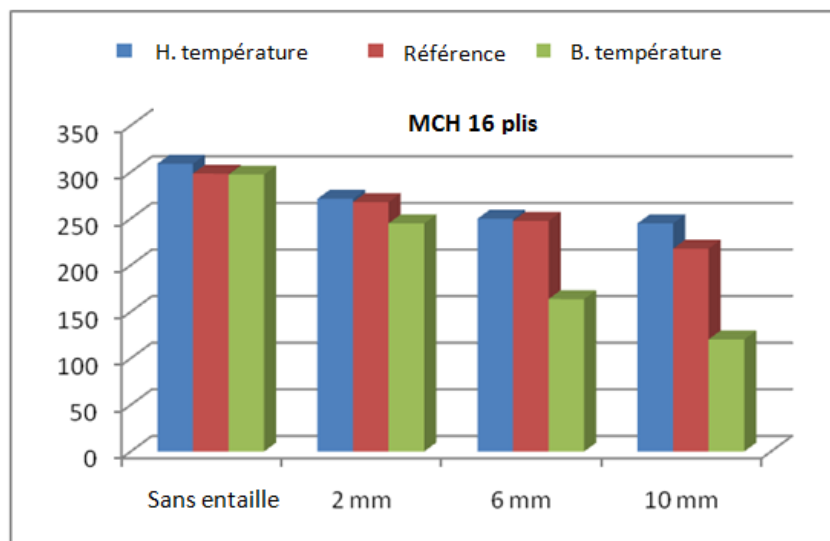
significativement la résistance des matériaux étudiés et son effet devient plus nuisible, plus que les surfaces en contact avec le milieu environnant sont importantes, ce qui intensifie la sensibilité de ces matériaux aux discontinuités géométriques. En l'occurrence, notre interprétation à l'amélioration de la résistance des matériaux vieilliss à haute température, semble logique, et qui est attribuée à la réticulation des parties pré-polymérisées de l'époxyde sous l'effet thermique.



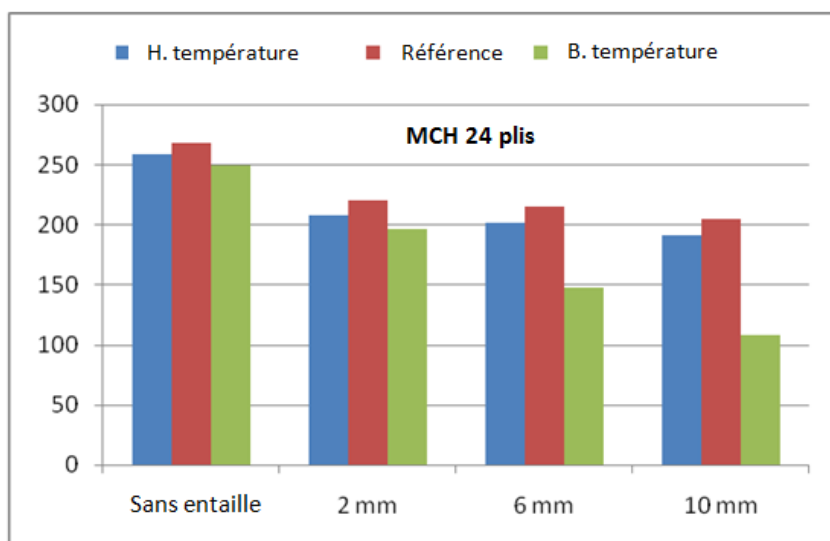
**Figure 62.** Histogramme de la résistance à la rupture des stratifiés V/E à 08 plis pour différentes température.



**Figure 63.** Histogramme de la résistance à la rupture des stratifiés hybride à 08 plis pour différentes température.



**Figure 64.** Histogramme de la résistance à la rupture des stratifiés hybride a 16 plis pour différentes température.



**Figure 65.** Histogramme de la résistance à la rupture des stratifiés hybride a 24 plis pour différentes température.

### II.4 Prédiction de la résistance à la rupture par la méthode des plans d'expériences

La méthode des plans d'expériences est utilisée dans ce travail afin d'optimiser la résistance mécanique des stratifiés élaborés, pour plusieurs variables indépendantes, avec le minimum de caractérisation réalisée. Pour ce faire, l'interaction de trois paramètres

variant sont considérés, dont le résultat de chaque cas est déterminés expérimentalement individuellement. Trois températures sont considérées 18, 39 et 60°C et trois différents nombre de plis 8, 16 et 24 ainsi que trois diamètres d'entailles 2, 6 et 10mm, dont 39, 16 et 6 sont les valeurs moyennes respectives des valeurs maximales et minimales des paramètres considérés.

### III.4.1 Notion de Plans d'expériences P.E.

Les plans d'expériences (PE) est une suite d'essais rigoureusement organisés, utilisés dans le but de déterminer l'influence des différents paramètres de conception ou de fabrication d'un produit, avec un minimum d'essais en garantissant un maximum de précision.

Cette méthode consiste à établir des liens entre deux types de variables : la réponse et les facteurs. Les P.E à l'origine, s'appliquent à l'expérimentation et concernent les démarches à suivre pour répondre à un certain nombre de questions; L'expérimentateur cherche comment sélectionner les expériences à effectuer ainsi que la meilleure stratégie à suivre pour :

- Conduire le plus rapidement possible aux résultats attendus,
- Eviter les répétitions et les expériences qui ne sont pas utiles,
- une meilleure précision,
- La modélisation et l'optimisation des phénomènes étudiés.

Une documentation abondante existe sur les P.E, mais dans le cas d'expérimentation numérique, tous les aspects liés aux erreurs de mesure sont sans objet (répétitions de la même expérience par exemple). Un plan d'expériences peut être employé comme une méthode d'optimisation, afin de trouver une solution au problème traité, et cela par le choix des variables à optimiser et des fonctions à considéré dans une formulation mathématique classique pour la résolution du problème par une méthode de gradient par exemple.

Définissons d'abord la terminologie de base d'un P.E.

- **Réponse** : est en fait la grandeur étudiée dont on cherche les meilleures performances est la fonction objectif.

- **Facteurs** : se sont des variables qui peuvent être continues ou discrètes ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ), qualitatives ou quantitatives. Ils représentent les grandeurs pouvant influencer les variations des réponses. En effet, l'ensemble de facteurs pris en compte, ne peut pas avoir obligatoirement une influence sur les variations de la réponse. Il est important d'adopter une méthode appropriée pour déterminer les plus influents.
  - **Niveaux** : valeurs prises par un facteur dans les expériences.
  - **Domaine d'étude** : étant donné un ensemble de facteurs, il est naturel de définir un espace n-dimensionnel, dans lequel chaque point représente une combinaison autorisée des valeurs possibles des n-facteurs. Les points à l'intérieur de ce domaine sont les points d'expériences.
- **Plan d'expériences (PE)**: liste des combinaisons de niveaux de facteurs pour lesquels la réponse du modèle doit être observée. (cf. liste des points du domaine de conception à partir desquels une approximation est construite). Il existe différents types de PE :
- Plans de criblage : pour trouver les facteurs les plus influents sur une réponse.
  - Plans de modélisation = plans pour surfaces de réponse: modèles du 1<sup>er</sup> ou 2<sup>ème</sup> degré
  - Plans de mélanges : adaptés aux facteurs dépendants
  - Plans complets/fractionnaires.
  - plans factoriels complets (full factorial design) : toutes les combinaisons des niveaux de facteurs sont présentes.
  - plans factoriels fractionnaires : tous les niveaux de chaque facteur sont présents, mais pas toutes les combinaisons possibles de facteurs.
  - Plan composite central (central composite design CCD).

### - Surface de réponse

Une surface de réponse représente l'ensemble des réponses correspondant à tous les points du domaine d'étude, associée à un modèle mathématique  $y = f(x)$  (modèle postulé, approximation de la réponse). Ainsi, la méthode des surfaces de réponse (RSM) consiste à

construire une expression approchée de la fonction objectif en réalisant des expériences numériques qui consistent à fixer des vecteurs de valeurs pour les variables d'entrée puis à récolter la ou les réponses de ceux-ci. On étudie ensuite le comportement de cette réponse en fonction des variations des variables d'entrée. Parmi les formes générales des modèles de surface de réponse pour décrire la relation entre une réponse  $y$  et  $m$  variables ou facteurs indépendants, on trouve le modèle polynomial du second degré qui s'écrit [47]:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i + \sum_{i=1, j>i}^m b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m b_{ii} x_i^2 \quad \dots(\text{II.8})$$

Où  $x_i$  représentent les variables,  $b_i$  et  $b_{ij}$  les coefficients du polynôme à identifier, et  $\varepsilon$  représente l'écart entre la surface modélisée et les valeurs observées. Pour  $n$  observations, le modèle (II.9) peut s'écrire sous forme matricielle:

$$y = X\beta + \varepsilon \quad \dots(\text{II.9})$$

Où  $y$  est un  $n \times 1$  vecteur des observations,  $X$  la matrice  $n \times p$  du plan, et  $\beta$  un  $p \times 1$  vecteur des coefficients de régression. La méthode des moindres carrés est communément appliquée pour estimer les inconnues  $\beta$ :

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T y \quad \dots(\text{II.10})$$

Avec :

$$y = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix}, X = \begin{Bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{Bmatrix}, \beta = \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{Bmatrix}, \varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{Bmatrix} \quad \dots(\text{II.11})$$

Les données collectées pour identifier les coefficients  $\beta$  peuvent être issues d'essais physiques réels ou bien de simulations numériques. En remplaçant les coefficients  $\beta$  obtenus par (II.10) dans (II.8), la réponse approchée du processus peut être calculée pour différents niveaux (valeurs prises par un facteur) des variables.

L'équation (II.8) peut également s'écrire sous la forme suivante :

$$y = \frac{1}{2} x^T A x + b^T x + b_0 \quad \dots(\text{II.12})$$

Avec :  $A_{ii} = 2b_{ii}$  et  $A_{ij} = A_{ji} = b_{ij}$  ... (II.13)

D'où :

$\nabla f = Ax + b$  et  $\nabla^2 f = A$  ... (II.14)

Si  $A > 0$  alors  $f$  est strictement convexe et elle admet un minimum unique au point  $x^*$  annulant le gradient, tel que :

$$x^* = -A^{-1}b, \text{ avec } f(x^*) = \frac{1}{2}b^T A^{-1}b + b_0 \quad \dots \text{(II.15)}$$

### III.5.2 Résultats et discussion

#### III.5.2.1 Identification du modèle

Avec le nombre d'entrées considéré, qui sont les paramètres indépendant, ayant chacun trois niveaux, le modèle mathématique correspondant à notre cas d'étude est du deuxième ordre est s'écrit sous la forme suivante :

$$Y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 + b_{11} X_1^2 + b_{22} X_2^2 \dots \dots \dots \quad \dots \text{(II.16)}$$

$Y$  : sont les sorties correspondant aux contraintes à la rupture, exprimés en fonction des facteurs  $X_i$  correspondant à chaque paramètre variant.

$B_i$  : sont les coefficients de régression qui peuvent être obtenus par la formule suivante :

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N X_{iu} \bar{Y}_u \quad \dots \text{(II.17)} \quad \text{et} \quad b_0 = \bar{Y} - \frac{2}{3} \sum b_i \quad \dots \text{(II.18)}$$

Et cela après avoir calculé valeur moyenne arithmétique des observations répétées  $\bar{Y}_u$  par l'équation :

$$\bar{Y}_u = \frac{1}{m} \sum_{p=1}^m Y_{up} \quad \dots \text{(II.19)}$$

Certains coefficients peuvent être éliminés si cette inéquation est vérifiée :

$$\text{Coefficient rejeté : } |b_i| \geq t_{\alpha, fy} \cdot S(b_i) \quad \dots \text{(II.20)}$$

Où:  $\alpha = 0.05$  dans notre cas;  $f_y = N(m-1)$ , dont  $N$  : nombre d'expérience.

$m$ : Nombre des répétitions de chaque essai.

$$S(b_i) = \left( \frac{S_{rep}^2}{N \cdot m} \right)^{1/2} \quad \dots \text{(II.21)}$$

**Le modèle mathématique correspondant aura la forme :**

$$Y(B_i, X_i) = 265.748 - 28.375 X_1 - 52.125 X_2 + 16.9884 X_3 + 12.3675 X_1 X_2 + 17.5716 X_2 X_3 + 16.1613 X_1^2 - 20.998 X_3^2 .$$

### III.5.2.2 Vérification du test de Fisher

Fisher expérimental  $F_{exp}$  qui est obtenu par le rapport de la variance résiduelle  $S_{res}^2$  et la variance de reproductibilité  $S_{rep}^2$ , est déterminé pour vérifier si le modèle est adéquat avec notre cas étudié :

$$F_{exp} = \frac{S_{rés}^2}{S_{rep}^2} \quad \text{Où:} \quad S_{rep}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Y}_{iu} - \bar{Y}_i)^2}{N-L} \quad \text{et} \quad S_{rep}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_i^2}{N}$$

$$F_{exp} = 1.97 \text{ alors que } F_{th} = 1.99.$$

*Ce qui implique que le modèle mathématique obtenu décrit le phénomène adéquatement.*

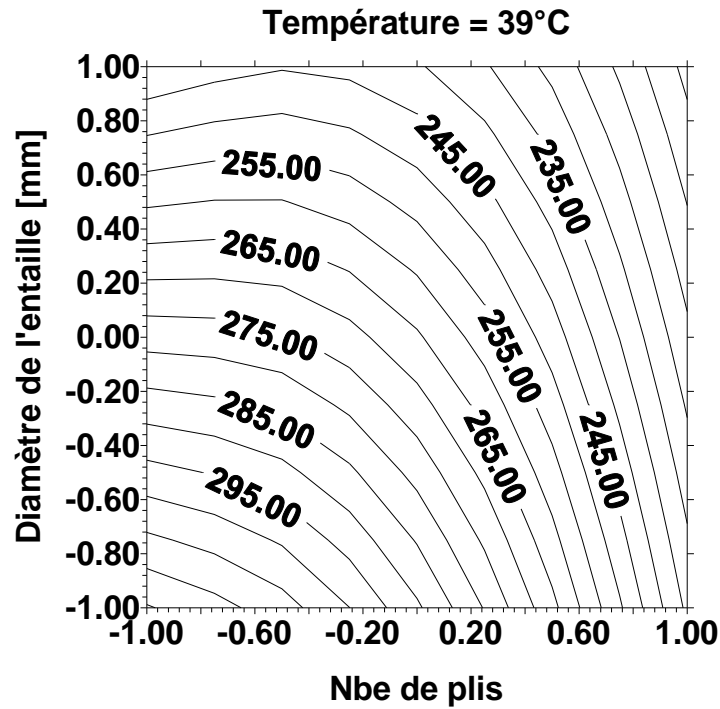
### III.5.2.3 Surfaces de réponses

Si on prend une valeur moyenne pour  $x_3$ , on aura le modèle sous la forme :

$$Y(B_i, X_i) = 265.748 - 28.375 X_1 - 52.125 X_2 + 12.3675 X_1 X_2 + 16.1613 X_1^2 .$$

Ayant comme surface de réponse :





**Figure 66.** La charge à la rupture en fonction du nombre de plis et du diamètre de l'entaille.

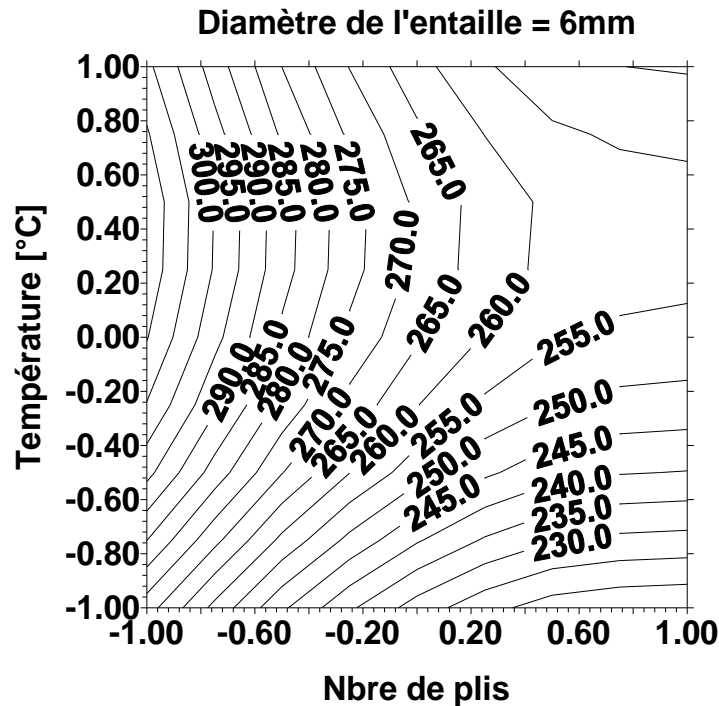
De la figure 66, il ressort que pour une variation du diamètre de l'entaille de 2 à 10mm avec une valeur moyenne et constante de la température égale à 38°C, la charge à la rupture varie suivant deux domaines :

- Lorsque le nombre de plis varie de 8 à 23 plis, la charge à la rupture décroît lentement de 310 à 250MPa avec une allure non linéaire.
- la charge à la rupture décroît non linéairement et rapidement de 250 à 230MPa pour une variation du nombre de plis allant de 23 à 24 plis.

**Si on prend une valeur moyenne pour  $x_2$ , on aura le modèle sous la forme :**

$$Y (Bi, Xi) = 265.748 - 28.375 X_1 + 16.988 X_3 + 16.161 X_1^2 - 20.998 X_3^2$$

Ayant comme surface de réponse :



**Figure 67.** La charge à la rupture en fonction du nombre de plis et de la température.

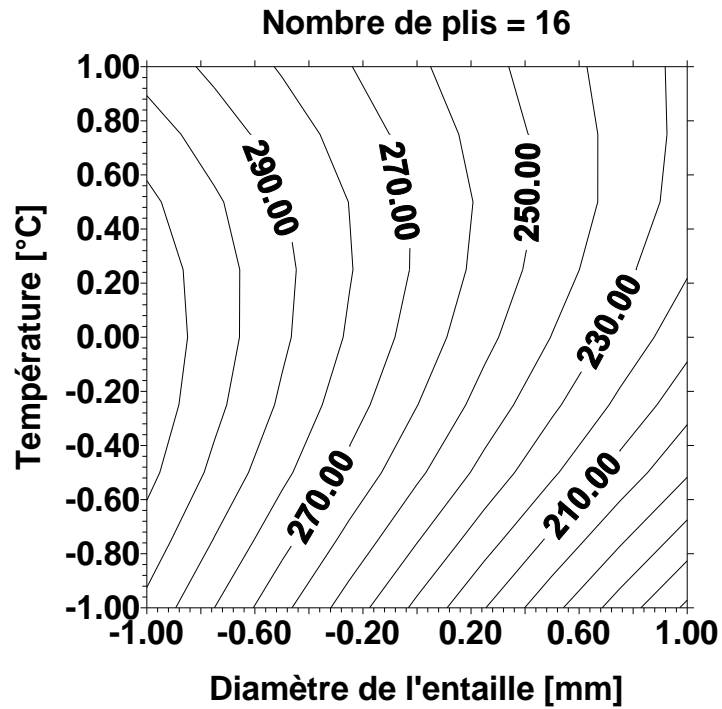
En maintenant la valeur moyenne du diamètre de l'entaille, la diminution de la température de 60 à 18°C et l'augmentation du nombre de plis de 8 à 17 plis engendrent une décroissance de la charge à la rupture allant de 310 à 260MPa (Fig. 67). Pour une diminution du nombre plis de 24 à 21plis, la charge à la rupture croît non linéairement et rapidement pour une augmentation de la température de 18 à 44,76°C et non linéaire et lentement de 44,76 à 40,56°C.

Le modèle de la charge à la rupture obtenu a un optimum (minimax) égale à 257.64, ayant comme coordonnées  $x_1= 21.12$ ,  $x_2= 6$ ,  $x_3= 46.8$ .

**Si on prend une valeur moyenne pour  $x_1$ , on aura le modèle sous la forme :**

$$Y (Bi, Xi)= 265.748- 52.125 X_2 + 16.9884 X_3+ 17.5716 X_2X_3- 20.998 X_3^2$$

Ayant comme surface de réponse :



**Figure 68.** La charge à la rupture en fonction du diamètre de l'entaille et de la température.

Pour une variation décroissante de la température allant de 60 à 18°C, tout en maintenant une valeur moyenne et constante du nombre de plis ( $x_1=16$ ), l'augmentation du diamètre de l'entaille provoque une décroissance de la charge à la rupture non linéaire et lente, puis linéaire et rapide (Fig. 68).

### Conclusion partielle

Suite aux tests expérimentaux réalisés, dans le but d'analyser l'effet de vieillissement à haute et à basse température sous atmosphère humide sur la réponse à la traction statique des stratifiés en composites hybride et verre/époxyde, on a pu tirer les constatations suivantes :

- L'effet environnemental sur la résistance des composites est conditionné par l'état de la matrice après sa solidification (la mise en forme du composite).
- L'humidité contribue à réduire la résistance des stratifiés en entraînant d'important dommage par l'affaiblissement de la cohésion inter-plis.
- Le conditionnement humide combiné à température élevée conduit à l'amélioration de la résistance des matériaux.
- Les stratifiés hybrides possèdent la résistance à la traction la plus élevée, mais les dommages survenus ne se sont pas localisés uniquement à l'interface des couches carbone/verre tel qu'il est le cas pour l'état de référence, mais aussi entre les plis de verre.
- La présence d'entaille circulaire contribue à réduire la résistance des stratifiés, et cette dégradation est proportionnelle à son diamètre.
- La sensibilité à la perforation des matériaux vieillis à haute température diminue, tandis qu'elle s'accroît pour ceux vieillis à basse température.

**Chapitre III**

**Flambement des coques cylindriques minces**

### Introduction

Les structures minces sont de plus en plus employées dans le secteur de transport (aéronautique et aérospatial), dans le nucléaire et en constructions civiles. Sous sollicitations extérieures aux quelles elles sont sujettes, ces structures ont tendance de perdre leur stabilité. Euler est l'un des premiers qui s'est intéressé au phénomène de la stabilité des systèmes mécaniques. En effet, par l'analyse linéaire, les résultats analytiques et expérimentaux sont très rapprochés, néanmoins, dans le cas des plaques et des poutres et non pas pour les coques. Koiter a justifié la discordance des résultats par la présence des imperfections qui sont négligées théoriquement. Plusieurs chercheurs ont repris le concept de Koiter pour des structures différentes [48-49]. En effet, les théories établies par Koiter sont communément appelées la théorie du flambage et post-flambage en mécanique de structure, ainsi que sous le vocable de la théorie de la bifurcation en mathématique.

### III.1 Modélisation des coques cylindriques

La modélisation de l'élasticité tridimensionnelle consiste à déterminer les déplacements des coques déformées, après identification des forces appliquées à la structure et les conditions aux limites ainsi que les caractéristiques du matériau composant la coque, afin de déduire les déformations et les contraintes en tout point de la coque déformée.

Les théories de coques établies par Kirchhoff-Love et Koiter diffèrent par leur démarche fondamentale de la modélisation tridimensionnelle. Elles reposent sur la déduction d'une approximation satisfaisante des caractéristiques de la structure après déformation, par la détermination du champ du déplacement de la surface moyenne.

Ces théories permettent, en effet, le passage d'un problème tridimensionnel à un problème bidimensionnel. Les différentes théories des coques se diffèrent particulièrement par l'usage des hypothèses de Kirchhoff-Love et par le degré de minceur des structures pris en compte.

Le premier modèle des coques élastiques minces a été introduit par Love 1888 [50], dont il a subi de nombreuses tentatives de simplification, vu la complexité de ses équations analytiques. Un autre modèle a été proposé par Donnell en 1933 [51], qui a prouvé une bonne accordance avec les résultats expérimentaux. La pertinence du modèle et sa simplicité le suscite à être très largement utilisé. Néanmoins, il présente des limitations dans le cas des coques subissant un déplacement circonférentiel avec une grande longueur d'onde. Afin de surmonter les limitations du modèle de Donnell, un autre modèle plus complexe a été développé par Flugge [52]. Koiter à nouveau, en 1968 [53], a introduit un modèle plus général et adapté aux coques.

### III.1.1 Modèles de Koiter et de Donnell pour une coque cylindrique

Les modèles de coques cylindriques les plus répandus sont ceux introduites par Koiter et Donnell.

Les deux tenseurs de la surface moyenne ; déformation en membrane  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  et de changement de courbure  $K_{\alpha\beta}$  selon les modèles de Koiter et de Donnell, d'un cylindre de longueur  $L$ , de rayon  $R$  et d'épaisseur  $h$ , dont les champs de déplacement axial, circonférentiel et radial sont notés respectivement  $u$ ,  $v$  et  $w$ , sont données par les expressions ci-dessous.

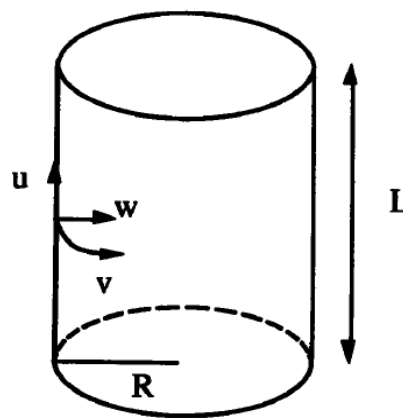


Figure 69. Coque cylindrique mince.

#### III.1.1.1 Modèle de koiter-sanders

Ce modèle est le plus adapté aux coques minces en petites déformations. Pour une structure cylindrique ayant de petites déformations avec rotations modérées, les tenseurs sont :

**Tenseur de déformation  $\varepsilon_{\alpha\beta}$**

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 + \frac{1}{8}(v_{,x} - u_{,x})^2 \\ \varepsilon_{yy} &= v_{,y} - \frac{1}{R}w + \frac{1}{2}\left(w_{,y} + \frac{1}{R}v\right)^2 + \frac{1}{8}(u_{,y} - v_{,x})^2 \\ \varepsilon_{xy} &= u_{,y} + v_{,x} + w_{,x}\left(w_{,x} + \frac{1}{R}v\right)\end{aligned}\quad \dots(\text{III.1})$$

**Tenseur de courbe  $K_{\alpha\beta}$**

$$\begin{cases} K_{xx} = -w_{,xx} \\ K_{yy} = -[w_{,yy} + \frac{1}{R}v_{,y}] \\ K_{xy} = -2[w_{,xy} + \frac{1}{4R}(3v_{,x} - u_{,y})] \end{cases} \quad \dots(\text{III.2})$$

**III.1.1.2 Modèle de Donnell**

Ce modèle est réputé par sa simplicité et sa précision, il est largement utilisé pour les études analytiques du flambage et du post-flambage des coques ainsi que la résolution numérique des problèmes non-linéaires de ces structures. Les tenseurs de déformation  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  et de courbure  $K_{\alpha\beta}$ .

**Tenseur de déformation  $\varepsilon_{\alpha\beta}$**

$$\begin{cases} \Gamma_{xx} = u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 \\ \Gamma_{yy} = v_{,y} - \frac{1}{R}w + \frac{1}{2}w_{,y}^2 \\ \Gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x} + w_{,x}w_{,y} \end{cases} \quad \dots(\text{III.3})$$

**Tenseur de courbe  $K_{\alpha\beta}$**

$$\begin{cases} K_{xx} = -w_{,xx} \\ K_{yy} = -w_{,yy} \\ K_{xy} = -2w_{,xy} \end{cases} \quad \dots(\text{III.4})$$



### III.2 Phénomène de flambage

Le flambage est un phénomène très nocif particulièrement pour les structures minces à grand élancement, dites à faible raideur de flexion, sollicité principalement en compression, provoquant une déformation dans le sens perpendiculaire à l'axe de la sollicitation appliquée, donnant une forme d'un accordéon. En effet, ce phénomène se produit à une charge critique correspondante à une contrainte nominale inférieure à la contrainte de rupture du matériau, et la progression de cette charge ne peut mener qu'à une rupture précoce ou une flèche importante de la structure. Une illustration de flambement d'une structure cylindrique en composite est montrée ci-dessous.

La prise en compte de ce phénomène, qui est défini comme étant un phénomène d'instabilité élastique, s'avère crucial dans le dimensionnement des structures. La théorie classique des stratifiés demeure incapable de le résoudre, vue qu'elle n'admet pas les déformations latérales et prend en compte uniquement les déplacements en membrane.

La résolution de ce problème réside dans le développement des équations combinant les équations des déplacements en membrane avec celles qui permettent de déterminer la déformée latérale (cisaillement transverse), d'où la nécessité de considérer les coordonnées de tous points de la structure après déformation.

Au final, le flambement est un problème de flexion ce qui signifie que l'inertie de la structure affecte sensiblement leur réponse. De plus, la rigidité est un paramètre déterminant, d'où un matériau ayant un module d'Young  $E$  élevé, il est capable de reprendre plus les efforts qui lui ont imposés. La longueur de l'élément structurel joue aussi un rôle important ; plus la structure est élancée, elle devient plus susceptible à ce phénomène d'instabilité et son effet est en dépendance également du type de liaisons aux extrémités, en effet, la longueur de flambement ainsi obtenue peut être augmentée ou réduite en fonction des conditions aux limites pour une même longueur de la structure.

Pour mieux assimilé le phénomène d'instabilité « flambage », il s'avère nécessaire de présenter un aperçu des principaux concepts et définitions de l'équilibre élastique stable et instable dans les structures.

### III.3 Concepts de la stabilité de l'équilibre

#### III.3.1 Condition de l'équilibre

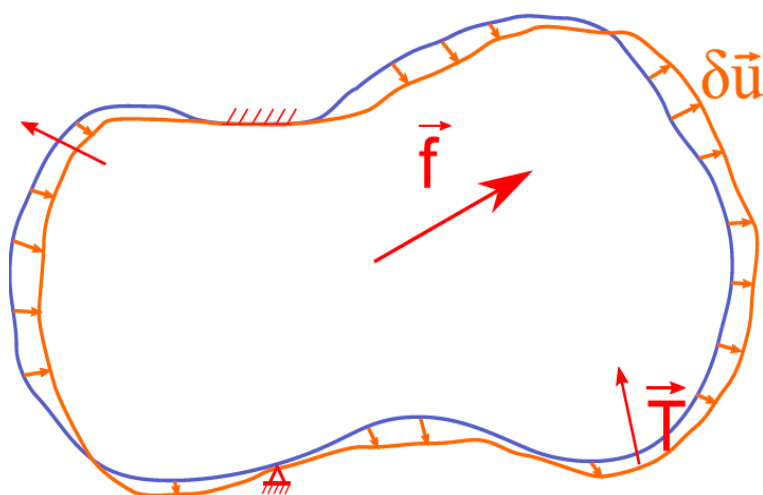
Un système mécanique est en équilibre si la résultante des forces qui lui sont appliquées et des moments sont nulle, qui est bien entendu le principe fondamental de la statique.

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \dots(\text{III.5})$$

$$\vec{M}_o = \sum_i \vec{M}_o(\vec{F}_i) = \vec{0}$$

La méthode de l'énergie potentielle est aussi employée pour étudier l'équilibre des structures. Elle permet en outre d'analyser leur stabilité, cependant, cette méthode reste moins familière que la précédente.

En fait, son principe consiste à appliquer une perturbation au système par un champ de déplacement cinématiquement admissible  $\delta u$  (Fig. 70).



**Figure 70.** Perturbation du solide par un champ de déplacement [54].

Le travail  $\delta W$  généré lors de ce processus par les forces volumiques et surfaciques doit contrebalancer, selon le principe des travaux virtuels, en énergie interne  $\delta U$  :

$$W = \delta U$$

Soit :  $\delta U - \delta W = \delta(U - W) = \delta V = 0 \quad \dots(\text{III.6})$

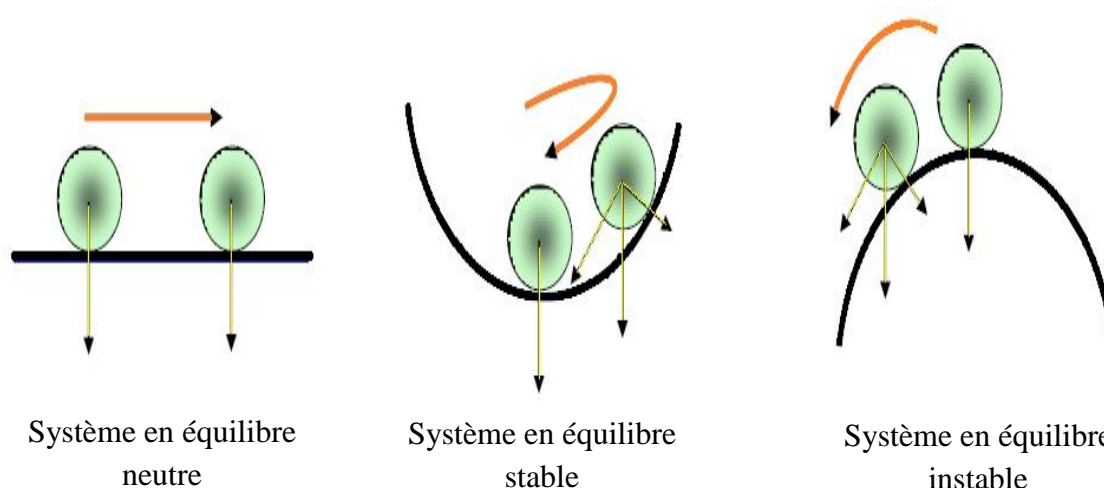
Où :  $V$  représente l'énergie potentielle du système.

L'énergie potentielle est stationnaire dans le cas d'un solide en équilibre, et l'ensemble des solutions de l'équation  $\delta V = 0$ , définis les états d'équilibre du système.

#### III.3.2 Concepts théoriques fondamentaux de stabilité

En mécanique, la stabilité est un concept de très grande importance. En fait, l'équilibre d'un système n'est pas de grande utilité, si la stabilité n'est pas assurée, car elle permet de garantir que le système reste dans une configuration d'équilibre.

L'équilibre d'un système mécanique est stable, si une fois le chargement imposé est soulevé, il reprend sa position initiale, d'où son énergie potentielle correspond à un minimum relatif. Si le système n'y retourne pas, il est en état instable.



**Figure 71.** Système en équilibre (neutre, stable et instable) [55].

D'après le critère de l'énergie, la stabilité de l'état d'équilibre est déterminée par le signe de la variation seconde  $\delta^2 v$  (en négligeant les termes d'ordre supérieur car la perturbation est supposée petite) :

- Si  $\delta^2 > 0$  l'équilibre est jugé stable.
- Si  $\delta^2 < 0$  l'équilibre est jugé instable.
- Si  $\delta^2 = 0$  l'équilibre est jugé neutre et la charge correspondante est appelée charge critique d'Euler  $\lambda_E$ , le mode correspondant est le mode d'EULER (si l'on considère l'hypothèse des petits déplacements).

Le phénomène d'instabilité provoqué par effet de flambement est un phénomène mécanique traduisant une perte de rigidité ou de capacité portante de la structure, qui subit des déformations progressives avec l'accroissement de son chargement. En effet, le flambement recouvre deux notions d'instabilités ; par bifurcation et par point limite qui définissent la forme d'instabilité de la structure.

### III.3.2.1 Flambage par bifurcation

La structure sollicitée a tendance de suivre en premier lieu le chemin d'équilibre fondamental, communément appelé, branche fondamentale ou primaire, qui se caractérise par le passage de la structure par des états d'équilibres stables (Fig. 72). Le point A de la courbe caractérise l'éventuel déclenchement de l'instabilité de la structure dont l'effort correspondant définit la charge critique, nommé point de bifurcation. En effet, si la structure poursuit son parcours selon son chemin d'équilibre initial, la branche devient instable (représenté en pointillés sur la courbe AA'), sinon elle suit le chemin des branches secondaires qui peut être :

- Stable (branche AB), qui est un flambage par bifurcation sans chute de rigidité, que l'on rencontre par exemple dans la compression longitudinale des plaques rectangulaires, ou le cas d'une poutre comprimée axialement.

- Instable (branche postcritique AB'), se caractérisant par une chute de rigidité (flambage par bifurcation), le cas le plus rencontré dans les coques cylindriques circulaires sans défauts, sollicitées en compression axiale.

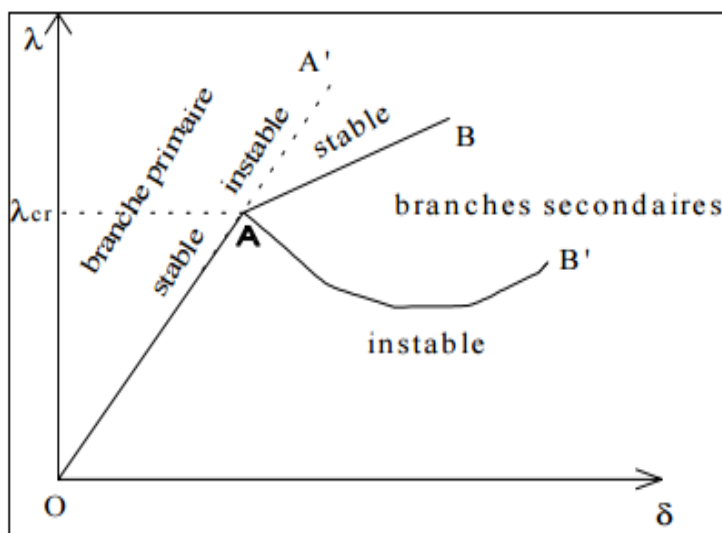


Figure 72. Instabilité par bifurcation [56].

Dans le cas d'une bifurcation parfaite, le comportement des structures minces peut être illustré sur la figure ci-dessous.

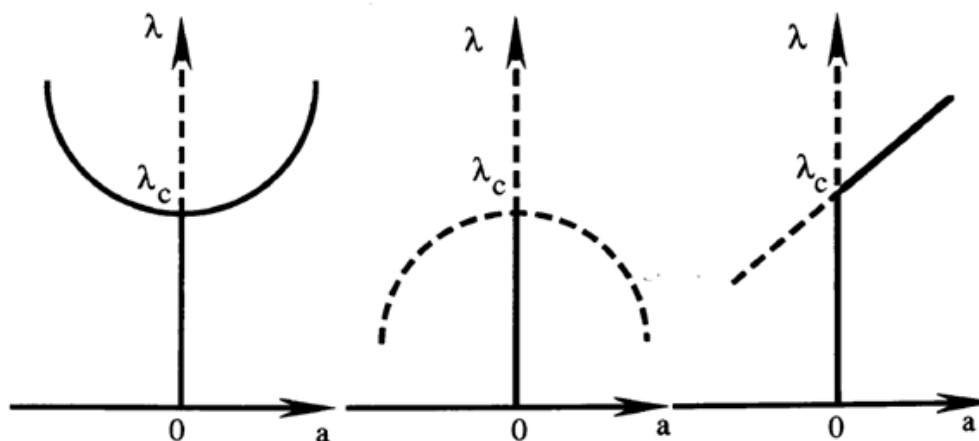


Figure 73. Les chemins des états d'équilibre  
 — Solutions stables, - - - Solutions instables [54].

Les chemins des états d'équilibre se distinguent par différents types de bifurcation :

- Une bifurcation sur-critique- symétrique stable (Fig.73a) : Correspondant au cas de la plaque chargée dans son plan. Il se produit avec l'accroissement de  $\lambda$ , une transition régulière de la solution fondamentale à la solution bifurquée.
- une bifurcation sous-critique- symétrique instable (Fig.73b) : ce cas est rencontré dans coques cylindriques comprimées axialement ou sous pression. Une fois  $\lambda$  atteint la valeur critique  $\lambda_c$ , une solution instable peut avoir lieu et le système ne peut rester en équilibre. On a une bifurcation.
- Enfin une bifurcation trans-critique ou asymétrique : une transition régulière semble pouvant se produire, mais cette situation n'est pas très sûre.

#### III.3.2.2 Flambement par point limite

Ce type d'instabilité se caractérise par une dégradation jusqu'à l'annulation de la rigidité globale de l'élément structural au point limite (A). Au-delà du point A, la structure suit le chemin d'une branche instable (post -critique) puis stable, le phénomène ainsi généré est le phénomène de claquage ou « snap through », le retournement d'une calotte sphérique illustre ce type de flambement.

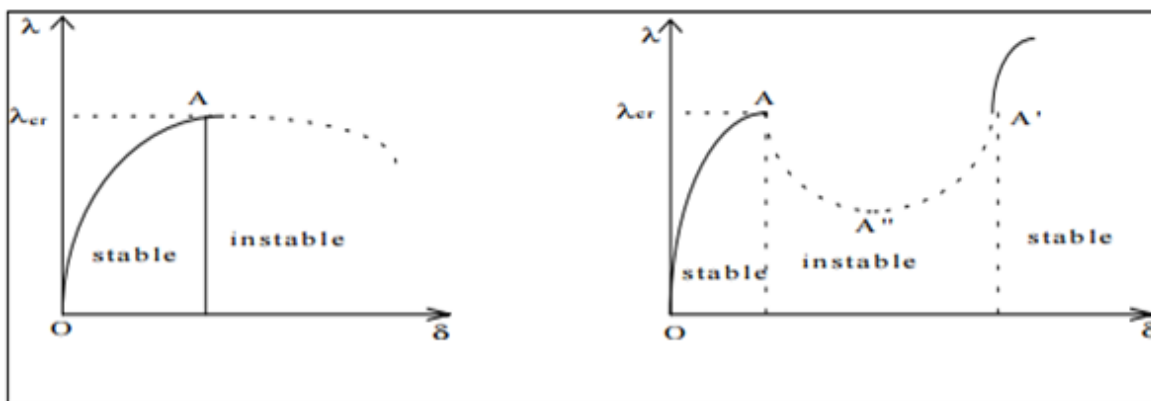
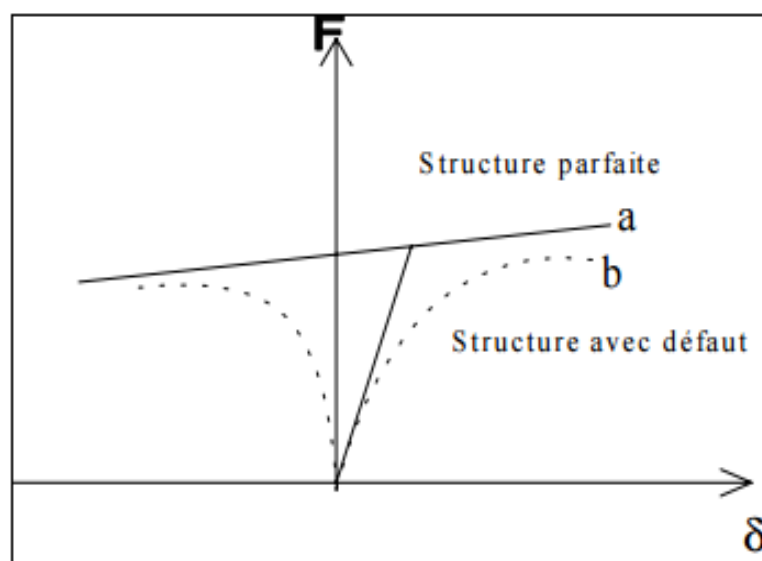


Figure 74. Instabilité par point limite [56].

Le comportement postcritique est un facteur décisif dans le dimensionnement des structures. Le caractère instable de la structure après le point de bifurcation est préjudiciable et fortement recommander de l'éviter, tandis qu'un comportement stable peut être accordé dans certains cas.

### III.4 Influence des défauts géométriques

Les concepts d'instabilité s'appliquent exclusivement aux structures exemptes de défauts, ce qui n'est pas évident dans les structures réelles car la présence d'imperfections conduit non seulement à une perturbation de l'équation d'équilibre du système et de changer son chemin emprunté (Fig.75), mais aussi d'affecter les charges critiques qui sont théoriquement supérieures à celles obtenues expérimentalement, parfois d'un facteur très élevé.



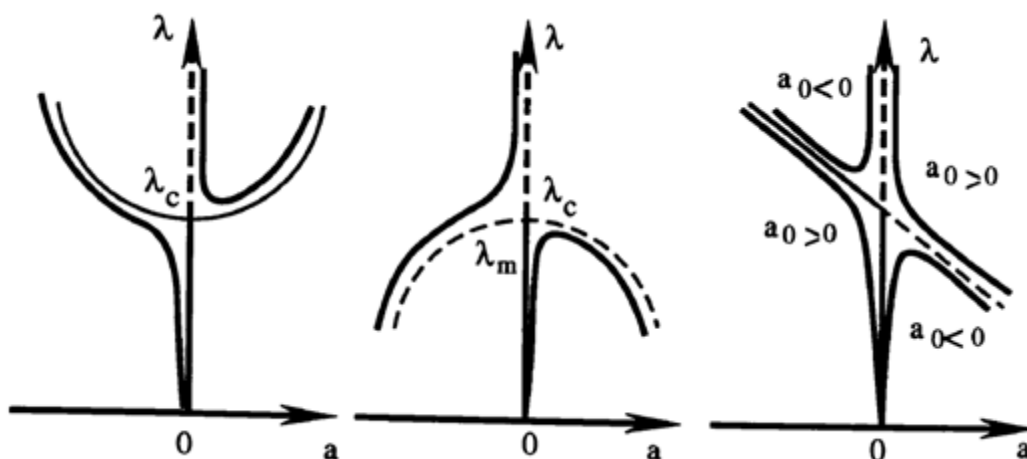
**Figure 75.** Effet d'un défaut géométrique [54].

Flugge (1932) fut l'un des pionniers à tenter de trouver une corrélation entre les charges de flambement prédites théoriquement et celles obtenues expérimentales, pour des coques cylindriques axialement comprimées. Koiter [5] est aussi parmi les premiers qui ont

considéré les défauts dans ces études. Il a été démontré que le comportement des structures avant bifurcation en présence des défauts, est non linéaire, le chemin suivis sera (b) au lieu (a) correspondant au chemin des structures parfaites, comme montré sur la figure 73. Cette non linéarité est justifiée par une flexion considérable induite par l'effet des défauts qui ne dépend pas uniquement de son amplitude mais aussi de sa forme, provoquant ainsi un changement de la réponse de l'élément structurel.

Selon Koiter, le problème de la stabilité d'une structure ainsi que sa sensibilité aux défauts requièrent d'examiner, dans le domaine postcritique, l'état d'équilibre au voisinage du point de bifurcation. Plusieurs études analytiques et numériques ont été effectuées sur l'impact des imperfections sur le flambage des structures cylindrique [57-60].

Il a été signalé que les coques sont les plus susceptibles aux imperfections, plus particulièrement aux défauts de forme de la structure, qui peut être justifié par leur bifurcation instable comme illustré sur la figure 76 a, à comparer d'une bifurcation stable rencontrée dans le cas des plaques (Fig. 76 b).



**Figure 76.** Effet d'imperfection géométrique sur la stabilité des solides [54].

Où,  $a_0$  représente l'amplitude de l'imperfection.



En effet, en présence de défauts, il se produit un flambage des coques pour des valeurs de  $\lambda$ , inférieures à  $\lambda_c$  tandis que le comportement des plaques, reste pratiquement inchangé, qui peut se traduire par l'insensibilité de ce type de structure aux imperfections. La charge de flambage diminue considérablement pour des défauts relativement petits.

***Bifurcation sur-critique*** : Le comportement n'a pas été modifié : on dit que le système est insensible aux imperfections.

***Bifurcation sub-critique*** : il y a flambage pour une valeur du chargement  $\lambda$ , inférieure à la charge critique théorique  $\lambda_c$ . Le système est alors sensible aux imperfections.

Le sens de la bifurcation peut être guidé : avoir une bifurcation à droite ( $a > 0$ ) ou à gauche ( $a < 0$ ), en introduisant une légère perturbation (imperfection), donnant lieu à des solutions singulières. Ce qui ne peut être possible dans les cas parfaits.

#### III.5 Flambage plastique

Dans le cas où le flambage survient lorsque le matériau n'est plus dans le domaine élastique le problème devient plus complexe. Des déformations plastiques des structures minces précèdent les phénomènes de flambement, lorsqu'elles sont présentes d'importants défauts ou ayant un élanement modéré. Le phénomène d'instabilité couplé ou non à l'épuisement plastique du matériau, conduit à la ruine de la structure.

La difficulté initiale réside dans la détermination de la loi de comportement du matériau. Les différents modèles de comportement sont représentés dans la figure 77.

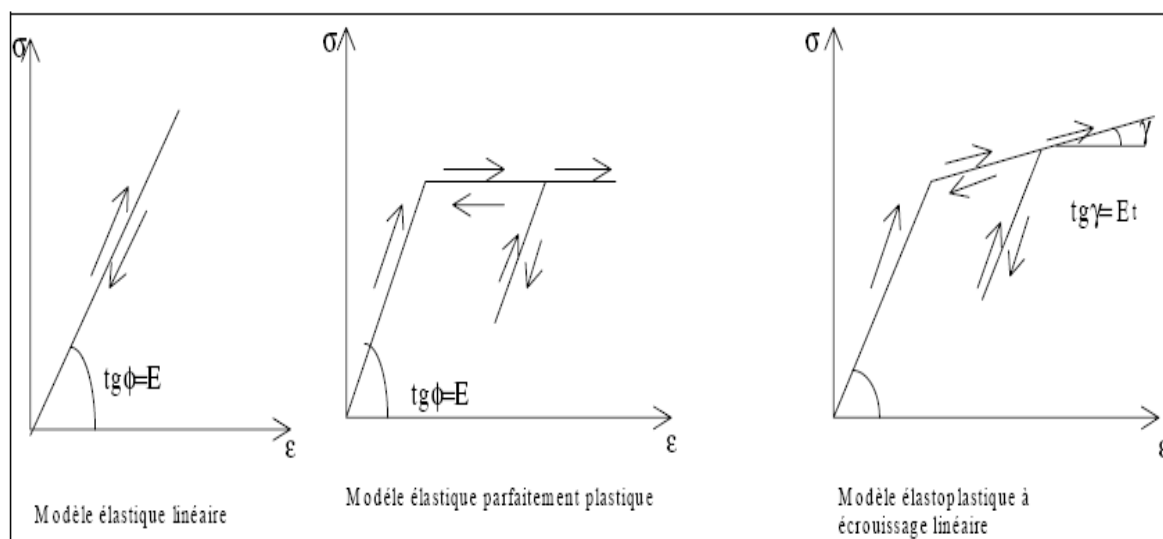


Figure 77. Les lois de comportement [56].

Le matériau a comportement élastique lorsque les contraintes sont inférieures à la limite élastique ( $\sigma < \sigma_e$ ), sa loi de comportement obéit à la loi de Hooke  $\sigma = E\varepsilon$ .

Où,

$E$  : Le module de Young.

$\sigma$  : La contrainte.

$\varepsilon$  : La déformation.

La loi de comportement d'une manière générale s'écrit:

$$\sigma_{ij} = H_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \dots(\text{III.7})$$

Avec :

$\sigma_{ij}$  : matrice des contraintes.

$H_{ijkl}$  : matrice de comportement.

$\varepsilon_{kl}$  : matrice des déformations.

Pour un comportement non linéaire, sa description nécessite une modélisation appropriée de la loi constitutive, en introduisant une fonction  $f$  complexe comme suit :

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad \dots(\text{III.8})$$

La relation linéaire entre l'incrément de chargement et de déformation est donnée par la relation :  $d_{ij} = H_{ij\ kl} de_{kl}$  ... (III.9)

Où,  $H_{ij\ kl}$  : est la matrice de comportement tangent.

*H est en fonction de :*

- L'état de contrainte à l'équilibre.
- L'histoire du chargement.
- L'incrément imposé.

La théorie incrémentale est utilisée pour le calcul du chemin fondamental d'équilibre. La stabilité d'une position d'équilibre peut être étudiée, en appliquant une perturbation au système, dont le comportement du matériau est en fonction de son amplitude et de sa direction. A cet effet, il faut déterminer la matrice tangente correspondante à chaque mode considéré. Néanmoins, dans la pratique, la matrice de comportement calculée elle ne tient cote

Dans un calcul d'instabilité plastique, diverses lois de comportement tangentes peuvent être considérées, dont trois lois tangentes sont couramment utilisées en se basant sur les principes :

- Du module tangent.
- De la théorie de déformation : en considérant uniquement la déformation plastique qui s'exprime en fonction de l'état de contraintes actuel et en négligeant l'histoire des déformations.
- La théorie incrémentale : reliant l'incrément de déformation plastique à l'état de contraintes actuel et celui de la contrainte imposée.

La théorie incrémentale semble la plus complète car elle tient compte de l'histoire et l'état actuel du chargement. Néanmoins, elle surestime les résultats vu que la redistribution des contraintes n'est pas prise en compte lors de l'instabilité. Dans le cas où les défauts de la structure ne sont pas considérés dans le calcul, cette théorie est déconseillée.

Quant à la théorie de déformation (théorie finie), elle est mieux adaptée à l'étude des problèmes parfaitement axisymétriques ce qui n'est pas le cas pour les structures ayant des défauts importants.

Remarquons que suivant le mode de flambage, certaines zones peuvent décharger élastiquement quand se développe le mode de flambage puis retourner en plasticité. La forme du mode n'est donc pas sans effet et il faudrait pour contrôler la stabilité d'une position d'équilibre, tester cette stabilité pour toutes les perturbations cinématiquement admissibles ce qui mènerait à des calculs trop lourds.

#### III. 6 Flambage de coques cylindriques

Deux phénomènes importants régissent l'équilibre d'une coque: l'effet de membrane et de celui de la flexion. Cet équilibre est principalement gouverné par l'effet de membrane, dont la rigidité de la surface moyenne de la coque joue le rôle déterminant et qu'elle est en outre en dépendance de sa courbure, menant en fait, à déduire que la résistance de la coque est assurée essentiellement par sa forme "**l'effet de voûte**". Le couplage membrane-flexion est particulièrement utilisé pour l'analyse du comportement critique et postcritique.

Sont nombreux les travaux ayant trait aux problèmes de flambage des structures cylindriques en matériaux composites. L'effet d'une compression axiale sur la charge critique au flambement de ce type de structure a été étudié par pas mal d'auteurs, dans le but d'optimiser l'orientation des angles des couches du stratifié [61-62], et pour d'autres, pour minimiser le poids, dont ce problème était initialement abordé par Kicher et Chao [63]. L'effet d'une pression extérieure était aussi extensivement étudié [64-65]. Tandis que

Fukunaga et Vanderplaats [66] ont traité le problème de flambage d'un cylindre en composite sous un chargement combiné.

Dans ce qui suit, la modélisation de flambement des cylindres composites est présentée, sous différents modes de chargement ; compression axiale, flexion, torsion et sous une pression extérieure ou intérieure.

### III.6.1 Modélisation analytique des cylindres en composites

La modélisation des structures cylindriques en composites sous compression axiale, flexion, torsion et sous une pression extérieure ou intérieure, est abordée.

#### III.6.1.1 Flambement d'une coque cylindrique en composite sous compression axiale

C'est le problème le plus étudié, illustrant d'une manière claire le flambement de ses structures et correspond à notre cas traité. Un exemple de défaillance par flambage d'une structure cylindrique soumise à une compression est illustré sur la figure 78.



**Figure 78.** Flambage d'un cylindre en compression axiale [67].

Au début des cinquante, l'analyse de la charge critique de flambement des composites était basée sur la théorie classique des stratifiés. Cette théorie a été par la suite

modifiée en prenant en compte des coefficients de corrélation, permettant de caractériser la géométrie du cylindre, dans le but de réduire la divergence entre les résultats théoriques et expérimentaux. La charge critique de flambement d'une coque cylindrique en composite, simplement appuyé et sollicité en compression axiale  $P$ , de longueur  $L$  et de rayon  $R$ , est donnée par l'expression (III.10) [68].

$$\frac{PL^2}{\pi^2 D_{11}} = m^2 \left( 1 + 2 \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{11}} \beta^2 + \frac{D_{12}}{D_{11}} \beta^4 \right) + \frac{\gamma^2 L^4}{\pi^4 m^2 D_{11} R^2} \quad \dots(\text{III.10})$$

$$x \frac{A_{11}A_{22} - A_{11}A_{12}^2}{A_{11} + \left( \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{66}} - 2A_{12} \right) \beta^2 + A_{22}\beta^4}$$

Avec :

$$\beta = \frac{nL}{m\pi R} \quad \dots(\text{III.11})$$

$$\gamma = 1 - 0.901(1 - e^{-\alpha}) \quad \dots(\text{III.12})$$

$$\alpha = \frac{1}{29.8} \left[ \frac{R}{\sqrt[4]{\frac{D_{11}D_{22}}{A_{11}A_{22}}}} \right] \quad \dots(\text{III.13})$$

Lorsque la charge appliquée atteint la charge critique de flambement, la structure flambe en  $m$  et  $n$  demi-sinus, dans les directions axiales et circonférentielle respectivement. Parmi toutes les combinaisons possibles de  $m$  et de  $n$ , la plus petite valeur de  $P$  détermine la charge critique de flambement (équation (III.14)).

$$P_{cr} = \min(P(m, n)), \forall (m, n) \quad \dots(\text{III.14})$$

Récemment, une autre formule analytique est développée, permettant de calculer la charge critique de flambement de ses structures sous compression axiale [69]:

$$P = \frac{1}{\lambda_m^2} [D_{11}^* \lambda_m^4 - 4D_{16}^* \lambda_m^3 \lambda_n + 2(D_{12}^* + 2D_{66}^*) \lambda_m^2 \lambda_n^2 - 4D_{26}^* \lambda_m \lambda_n^3 + D_{22}^* \lambda_n^4]$$

$$- \frac{b_{21} \lambda_m^4 + (b_{61} - 2b_{26}) \lambda_m^3 \lambda_n + (b_{11} + b_{22} - 2b_{66}) \lambda_m^2 \lambda_n^2 + (b_{62} - 2b_{16}) \lambda_m \lambda_n^3 + b_{12} \lambda_n^4 - \frac{\lambda_m^2}{R}}{\lambda_m^2 (a_{22} \lambda_m^4 + 2a_{26} \lambda_m^3 \lambda_n + (6a_{12} + a_{66}) \lambda_m^2 \lambda_n^2 + 2a_{16} \lambda_m \lambda_n^3 + a_{11} \lambda_n^4)}$$

...(III.15)

Avec :

$$D^* = D - BA^{-1}B, \quad a = A^{-1}, \quad b = -A^{-1}B, \quad \lambda_m = \frac{mn}{R}$$

$A_{ij}$  : sont les éléments de la matrice de rigidité en membrane ;

$B_{ij}$  : sont les éléments de la matrice de couplage membrane – flexion ;

$D_{ij}$  : sont les éléments de la matrice de rigidité en flexion.

Ces derniers sont donnés par les équations (I.37), (I.38) et (I.39), respectivement.

$\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  : Les facteurs de corrélation de la charge de flambement.

### III.6.1.2 Flambement d'une coque cylindrique en composite soumise à une pression externe

Le problème d'un cylindre soumis à une pression extérieure (Fig.79), est traité dans cette partie, dont l'écroulement de la structure par le phénomène de flambement est illustré dans la figure 80 [70]. Ce cas de figures est fréquemment rencontré, notamment dans les structures pour application sous-marines, les conduites (pipelines) souterraines, les tubes de chaudière sous une pression de vapeur externe, etc.

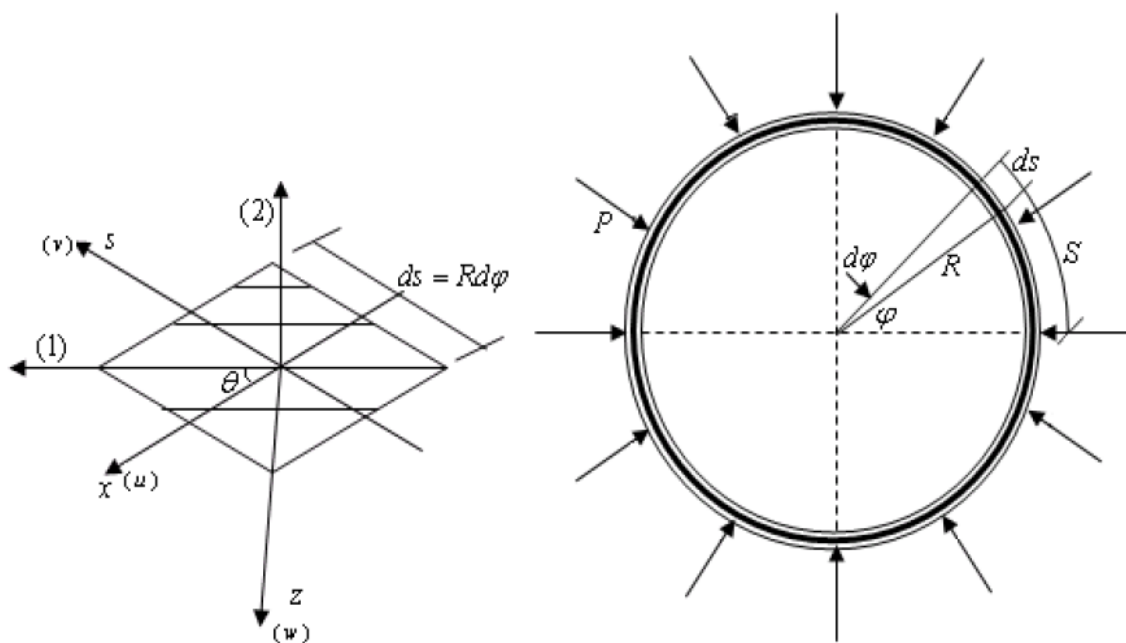


Figure 79. Coque cylindrique en composite sous une pression extérieure.

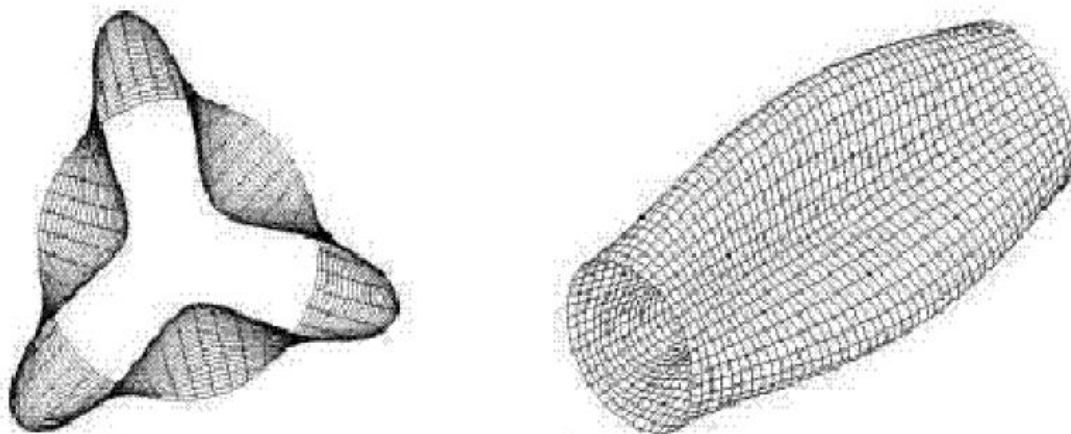


Figure 80. Flambement d'un cylindre composite [70].

De nombreuses modélisations analytiques de ce cas de figure ont été effectuées, dans cette partie, on présente la modélisation faite par Rasheed et Yousif [71], qui est basée sur la théorie classique des stratifiés composites, avec l'hypothèse de petites déformations et courbures circonférentielles.



Rasheed et Yousif [71] montrent que, la déformation  $\varepsilon_s$  et la courbure  $\kappa_s$  circonférentielles de la surface médiane sont les seules composantes significatives, pour le cas des cylindres longs et des anneaux cylindriques. Comme donnée par l'équation (III.16).

$$\begin{Bmatrix} N_s \\ M_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ani} & B_{ani} \\ B_{ani} & D_{ani} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_s \\ \kappa_s \end{Bmatrix} \quad \dots(\text{III.16})$$

Où : (x, s, z) les coordonnées axiale, tangentielle et radiale, respectivement.

- pour les anneaux cylindriques:

$$\begin{bmatrix} A_{ani} & B_{ani} \\ B_{ani} & D_{ani} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{22} & B_{22} \\ B_{22} & D_{22} \end{bmatrix} - [k_{cr}]^2 [k_{TT}]^2 [k_{cr}] \quad \dots(\text{III.17})$$

$$\text{Avec: } [k_{cr}] = \begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ A_{26} & B_{26} \\ B_{12} & D_{12} \\ B_{26} & D_{26} \end{bmatrix} \quad [k_{cr}] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{16} & B_{11} & B_{16} \\ A_{16} & A_{66} & B_{16} & B_{66} \\ B_{11} & B_{16} & D_{11} & D_{16} \\ B_{16} & B_{66} & D_{16} & D_{66} \end{bmatrix}$$

Le système d'équations différentielles régissant le comportement anisotrope des structures cylindriques longues et des anneaux cylindriques, est donné comme suit:

$$\begin{cases} M'_s + R(N'_s - \beta N_s) = \beta PR^2 \\ M''_s - R[N_s + (\beta N_s)' + P(w_0 + v'_0)] = PR^2 \end{cases} \quad \dots(\text{III.18})$$

Après résolution ce système d'équations, la pression critique de flambement est exprimée selon la formule suivante:

$$P_{cr} = 3 \left( \frac{1 - \left(\frac{\psi^2}{\alpha}\right)}{1 + \alpha + 2\Psi} \right) \frac{D_{ani}}{R^3} = 3 \left( \frac{A_{ani} D_{ani} - B_{ani}^2}{A_{ani} R^3 + 2B_{ani} R^2 + D_{ani} R} \right) \quad (\text{III.19})$$

$$\text{Avec :} \quad \alpha = \left(\frac{1}{R^2}\right) \left(\frac{D_{ani}}{A_{ani}}\right), \Psi \left(\frac{1}{R}\right) \left(\frac{B_{ani}}{A_{ani}}\right) \quad \dots(\text{III.20})$$

Tandis que pour un comportement orthotrope, la formulation de la pression critique de flambement, qui est valide dans le cas  $(t/R) \leq 0.1$ , est la suivante :

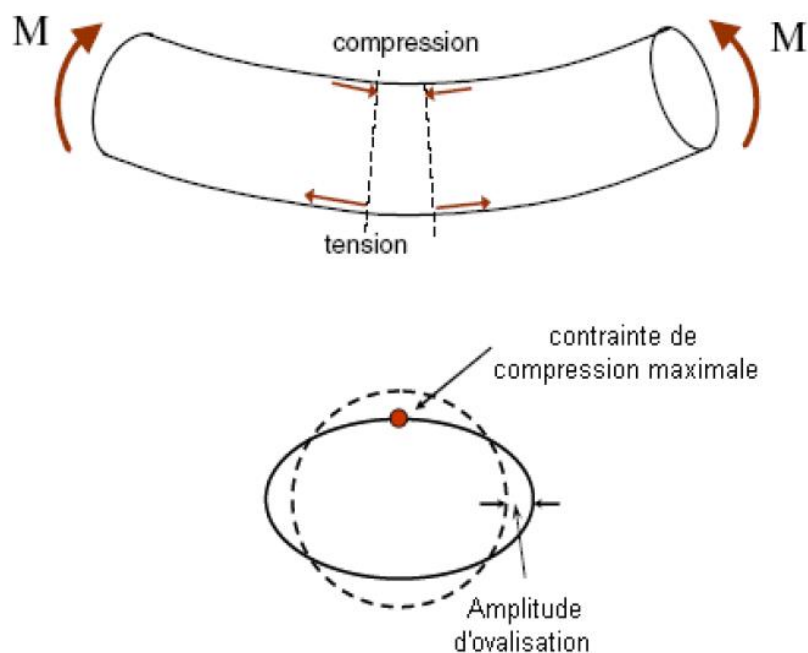
$$P_{cr} = 3 \left( \frac{1 - \left(\frac{\Psi^2}{\alpha}\right)}{1 + \alpha + 2\Psi} \right) \frac{D_{orth}}{R^3} = 3 \left( \frac{A_{orth} D_{orth} - B_{orth}^2}{A_{orth} R^3 + 2B_{orth} R^2 + D_{orth} R} \right) \quad (\text{III.21})$$

Encore, une autre formulation peut exprimer la pression critique de flambement en fonction des modules d'Young axial et circonférentiel :

$$P_{cr} = 0.83 \frac{E_s}{1 - 0.1 \frac{E_x}{E_s}} \left(\frac{E_x}{E_s}\right)^{1/4} \cdot \frac{R}{L} \left(\frac{t}{R}\right)^{5/2} \quad (\text{III.22})$$

### III.6.1.3 Flambement d'un cylindre composite en flexion

Souvent, dans les applications pratiques, les cylindres longs (e.g. pipes et tubes) sont soumis à un moment de flexion. Dans un tel cas, le comportement du cylindre est caractérisé par une déformation de la section droite sous forme d'un ovale. Ce phénomène est généralement connu sous le nom de «instabilité de Brazier» ou «instabilité d'ovalisation». De plus, l'augmentation de la contrainte de compression engendre l'apparition des rides, sous forme de motifs onduleux, au niveau du coté subissant la compression (Fig. 81).

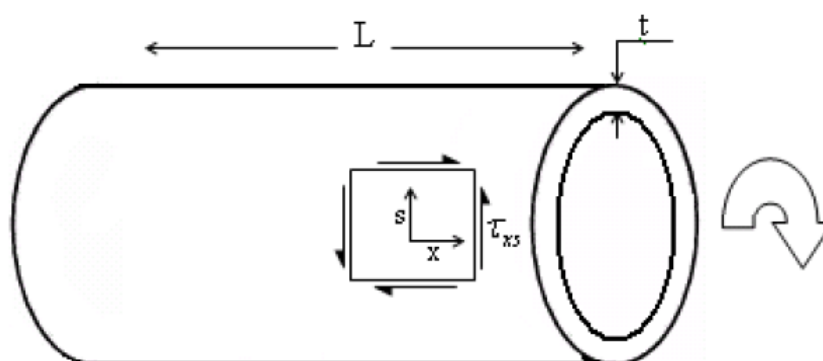


**Figure .81** Structure cylindrique en composite sollicitée en flexion [72]

Le moment de flexion critique est donné par l'expression suivante :

$$M_{cr} = \frac{2\sqrt{2}}{9} \pi R t^2 \left[ \frac{E_x E_s}{1 - \nu_{xs} \nu_{sx}} \right]^{1/2} \quad \dots(\text{III.23})$$

### III. 6.1.4 Flambement d'un cylindre composite en torsion



**Figure. 82** Structure cylindrique en composite sollicitée en torsion. [72]

La contrainte critique résultante de la torsion d'une structure cylindrique est donnée par l'équation suivante :

$$\tau_{xs\_cr} = \frac{\pi^2}{12} \left[ \frac{t^9}{R^3 L^2} \right]^{1/4} \cdot \left[ \frac{E_x^3 E_s^5}{(1-\nu_{xs}\nu_{sx})} \right]^{1/8} \quad \dots(\text{III.24})$$

#### III.7 Dimensionnement des structures cylindriques

Le dimensionnement des structures cylindriques est conditionné par le rapport épaisseur de paroi par le diamètre de la structure : Si le rapport est faible la structure aura tendance à flamber mais dans le cas où ce rapport est important une rupture par compression qui se produit.

Si nous prenons l'exemple des structures à application sous-marines, plus la géométrie de la structure, un autre paramètre intervient efficacement dans leur réponse mécanique : « la profondeur océanique », d'où leur dimensionnement à des faibles profondeurs est en dépendance de leur stabilité, car elles sont susceptibles au flambement. Pour des profondeurs moyennes, le dimensionnement est conditionné par le couplage de la tenue et le flambement du matériau, tandis qu'à des niveaux plus profonds, le dimensionnement est plutôt gouverné par la résistance du matériau.

Les formules des coques minces qui permettent de déterminer les déformations à une échelle bidimensionnelle au lieu de tridimensionnelle, sont employées dans l'évaluation du flambement des cylindres en composites, d'où leur pertinence est en dépendance des conditions aux limites. En effet, si la structure est infiniment longue, où l'effet du fond est négligé, le problème de flambement se traite par des expressions simples, mais si la rigidité des encastremets et les effets de fond sont considérés, les méthodes numériques interviennent dans la résolution, vue la complexité des équations mises en jeu.

**Chapitre IV**  
**Etude numérique**

### Introduction

Le grand intérêt porté à l'étude des structures cylindriques en matériaux composites est dû à leur grande utilisation, couvrant différents secteurs, entre autre ; le forage, l'aérospatial, l'aéronautique ainsi que le stockage et le transport des liquides et des gaz. Ainsi, on retrouve, de plus en plus, des tubes et des pipes fabriqués à base de matériaux composites qui présentent de nombreux avantages, en particulier leur résistance à la corrosion et à l'agressivité des produits transportés. Outre ces contraintes électro-chimiques, ces structures cylindriques sont soumises à divers chargements sous différentes conditions aux limites, ce qui provoque une diversité de modes de déformation et de rupture qui doivent être pris en considération lors de la phase de conception.

A la différence des matériaux isotrope, l'analyse du comportement mécanique plus particulièrement la stabilité des structures composites, à quoi nous nous intéressons dans cette étude, présente beaucoup plus de difficultés. En effet, la charge critique de cette classe de matériau dépend d'autres paramètres supplémentaires tels que l'orientation des fibres, la séquence d'empilement, les variables géométriques et les conditions aux limites. Ces paramètres peuvent rendre les équations différentielles d'équilibres plus compliquées à résoudre à cause du phénomène de couplage, entre les effets de membrane-flexion torsion, qui en découlent. A ce effet, la complexité des équations de résolution des problèmes traités par l'industrie ; dimensionnement de structures, fait appel aux méthodes numériques qui sont principalement à base des éléments finis.

Dans ce chapitre, nous nous focalisons sur l'analyse numérique du comportement au flambement des pipes stratifiés en matériaux composites hybrides, et des principaux facteurs pouvant conditionner leur réponse mécanique.

### VI.1 Etude numérique du flambement des pipes en composite hybride

#### VI.1.1 Démarche d'analyse par éléments finis

La simulation numérique peut nous apporter une aide précieuse dans la conception et la réalisation des pièces en matériaux composites. En fait, les pièces ou les structures à base des matériaux composites ne sont pas seulement définies par leur enveloppe extérieure, comme c'est le cas des pièces métalliques, mais également par leur constitution

interne. De plus, cette structure présente une anisotropie dont le concepteur doit tenir compte. Donc, on doit se doter de logiciels qui permettent de dessiner la pièce à partir de sa forme extérieure et d'en préciser les différentes épaisseurs, les renforts, les orientations des fibres, etc. Cette modélisation permet d'établir un pré-dimensionnement de la pièce avant qu'elle soit analysée plus précisément par des solveurs adaptés. Le code de calcul commercial Abaqus standard est un environnement complet de pré et post-traitement dédié à l'analyse par éléments finis, qui nous permet de développer et tester virtuellement des conceptions de produits.



**Figure 83.** Démarche de calcul par éléments finis à l'aide du code de calcul Abaqus.

Comme le montre la figure 81, la structure du calcul par éléments finis est composée de trois modules essentiels : le préprocesseur, le solveur et le post-processeur. Par ailleurs, le calcul par éléments finis permet de valider le design selon la démarche suivante :

- Préparation du modèle (module préprocesseur)
- Résolution (module solveur)
- Exploitation des résultats (module post-processeur)

### IV.1.2 Modèle et maillage des structures

Le matériau utilisé étant un matériau composite hybride de type FMLs, constitué de deux fines couches en alliage d'aluminium 2024 T3 collées à un stratifié unidirectionnel composé de 10 plis à base de carbone/époxyde, dont la stratification est asymétrique de la façon ordonnée suivante  $[Al/(\theta/-\theta)_5/Al]$ . L'épaisseur du pli du composite et celle de l'aluminium sont considérées identiques.

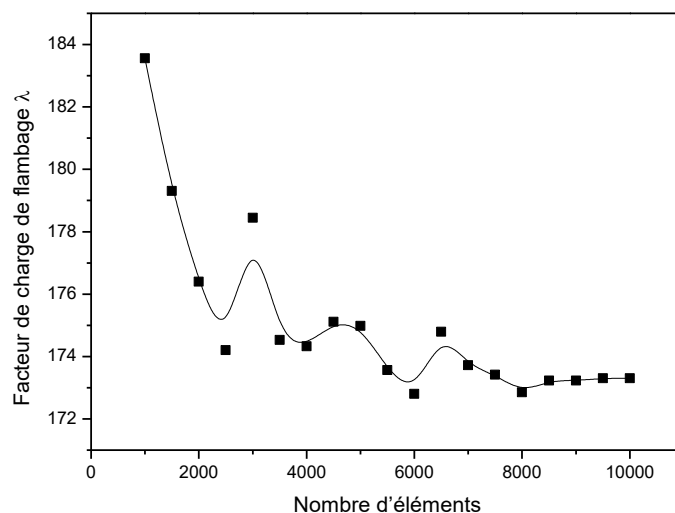
Le module de Young  $E=72.4\text{GPa}$  et le coefficient de poisson  $\nu=0.33$ , déterminent les propriétés élastiques de l'aluminium. Tandis que les propriétés

mécaniques du matériau composite utilisé T700/E, sont regroupées dans le tableau 10.

**Tableau 10.** Propriétés mécaniques du matériau étudié (T700/E).

Propriétés	T700/E
$E_1$ (MPa)	143120
$E_2$ (MPa)	6672
$\nu_{12}$	0.26
$G_{12}$ (MPa)	3390
$G_{13}$ (MPa)	3390
$G_{23}$ (MPa)	1914

Les pipes considérés ont une longueur  $L=6000\text{mm}$  et un rayon de  $200\text{mm}$ , soumis à un déplacement imposé  $U=4\text{mm}$ , dans la direction verticale. Pour le calcul nous avons employé le code de calcul ABAQUS. Les structures ont été modélisées par des éléments coques quadrilatéraux à huit nœuds de type S8R, avec trois points d'intégration de Gauss par pli. Suite aux tests de convergence, le nombre d'éléments utilisés dans cette étude est aux alentours de 8000, car au-delà, les résultats obtenus sont pratiquement identiques, comme le montre la figure 84. Le maillage est raffiné au voisinage des défauts géométriques comme illustré sur les figures 85 et 86.



**Figure 84.** Test de convergence du maillage



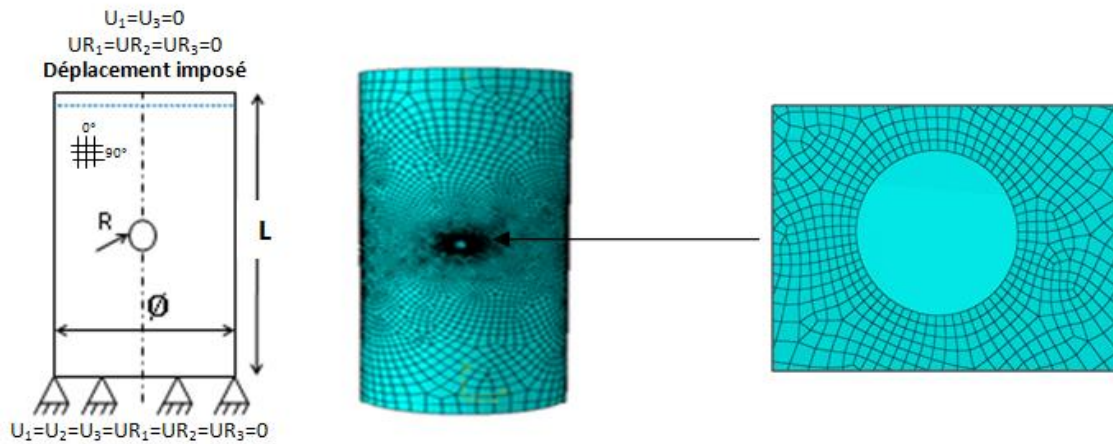


Figure 85. Maillage du pipe muni d'une entaille circulaire.

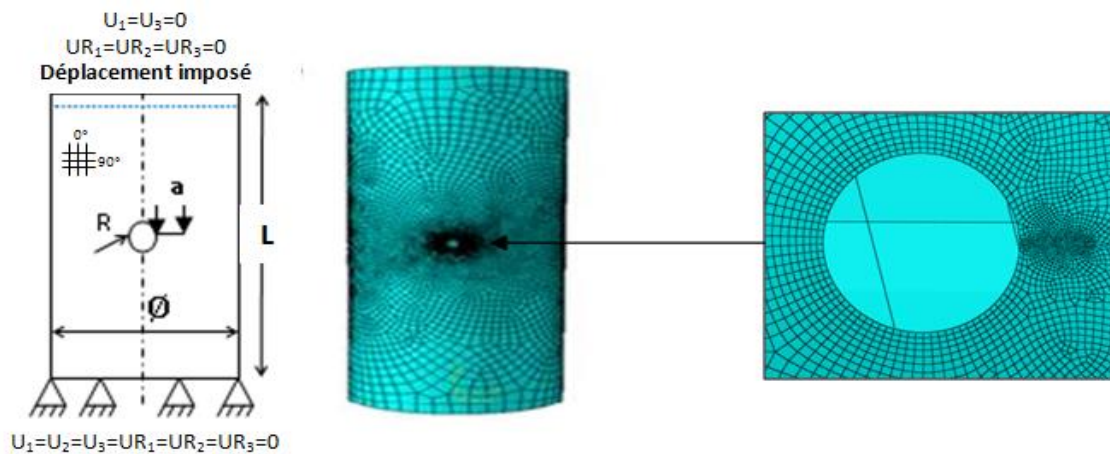


Figure 86. Maillage du pipe muni d'une fissure émanant d'entaille circulaire.

Les structures faisant l'objet de cette étude sont modélisées par des éléments coques de type **S8R**.

- **Elément S8R**

Ce type d'élément convient parfaitement à notre cas d'étude, il est caractérisé par la prise séparément des approximations des champs de déplacements  $u$  et des composantes de la normale  $n$  à la surface moyenne.

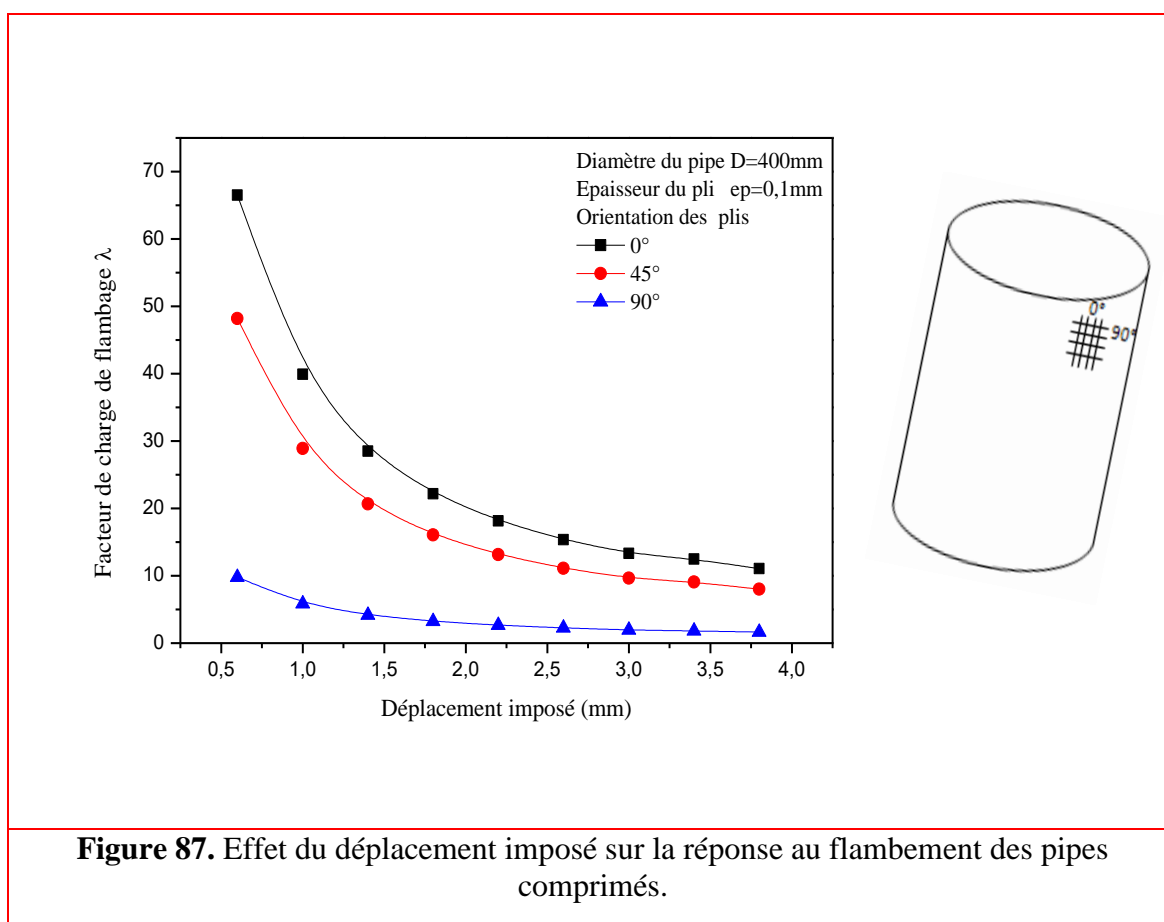
L'élément S8R est un élément à 8 nœuds dont les nœuds du milieu servent à imposer les contraintes de KIRCHOFF. Le principe de cette approche est double :

- approximer les déplacements et les rotations séparément.
- Imposer les contraintes sur les termes de cisaillement (coques minces) au niveau local (par collocation) afin de réduire le nombre des paramètres nodaux.

### IV.2. Résultats et discussion

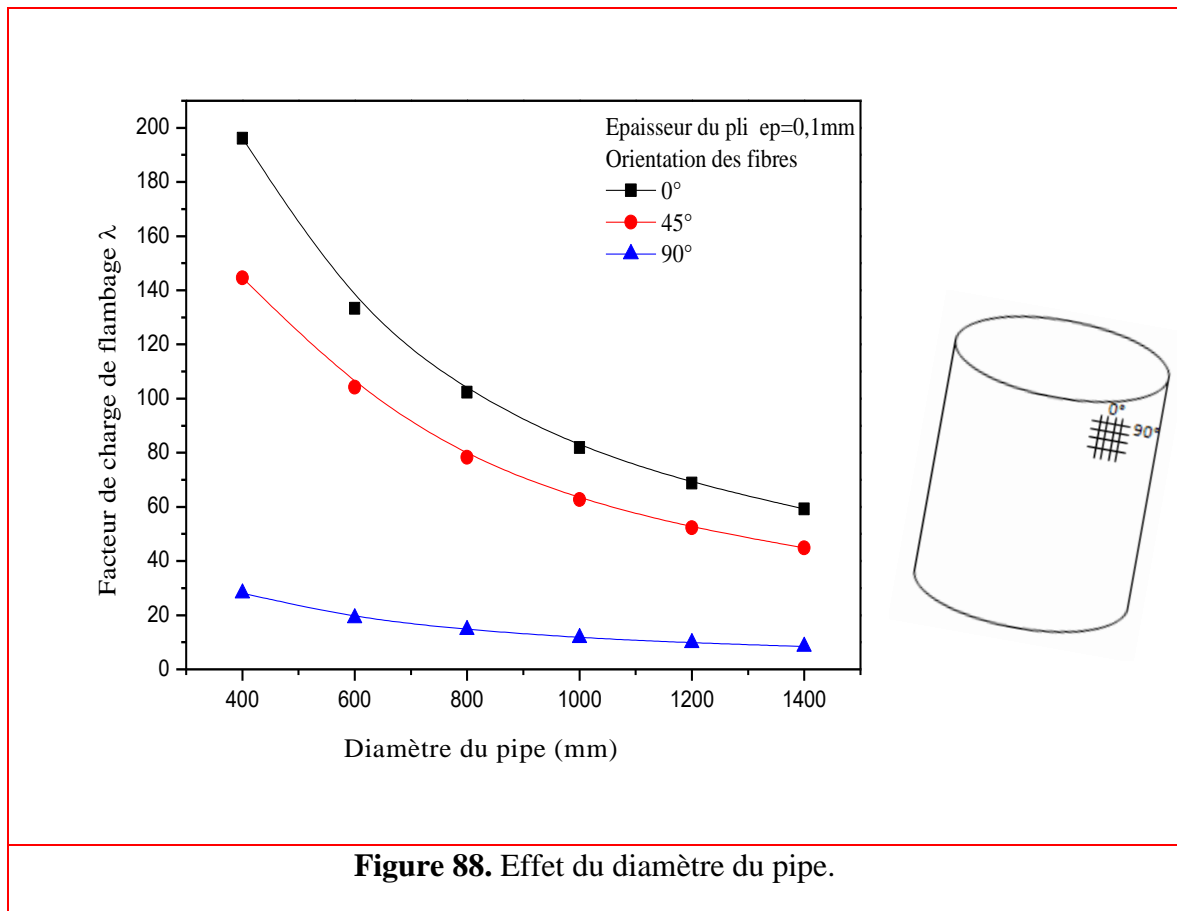
#### IV.2.1. Effet du déplacement imposé

L'effet du déplacement imposé sur le comportement au flambement de nos structures est illustré sur la figure 87. Pour les trois orientations de fibres considérées ( $0^\circ$ ,  $+45^\circ/-45^\circ$ ,  $90^\circ$ ), on a constaté que le facteur de flambement  $\lambda$  diminue avec l'accroissement de la charge appliquée. Tandis qu'au-delà d'un déplacement imposé de 3mm, les valeurs de  $\lambda$  convergent vers la même valeur.



### IV.2.2 Effet du diamètre du pipe

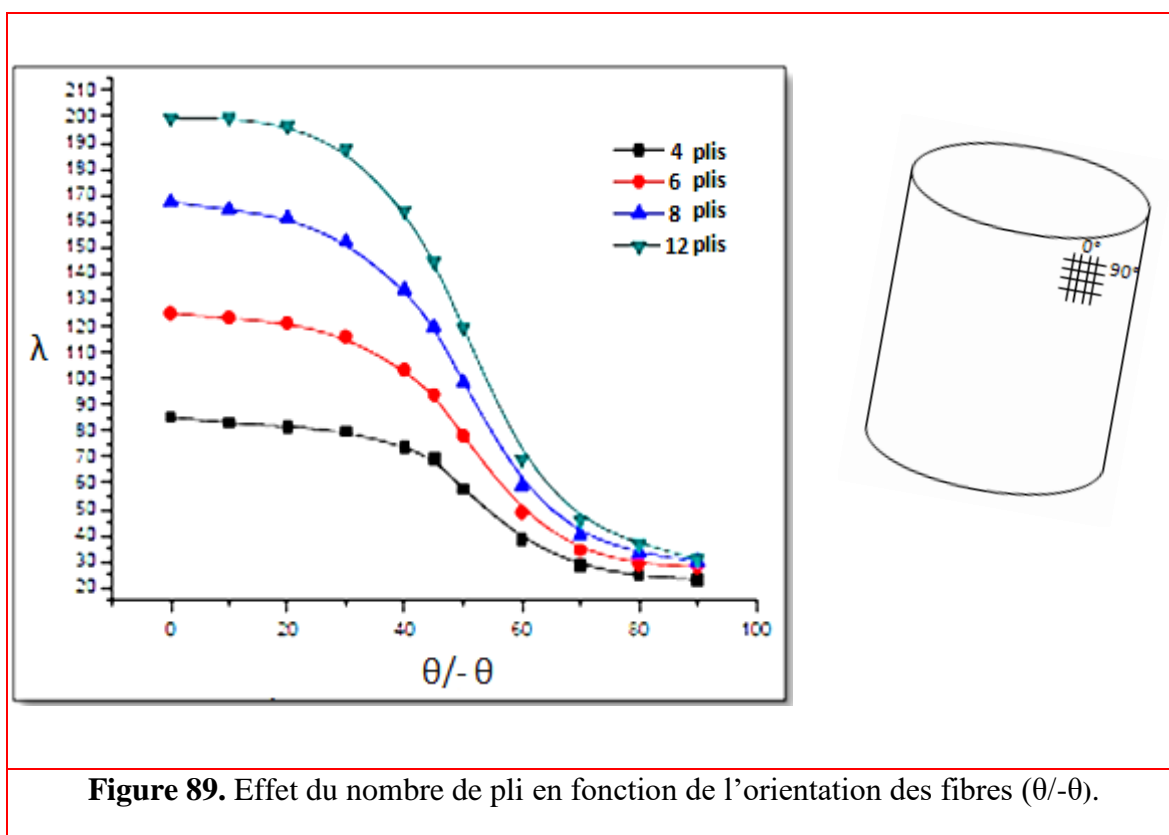
A partir de la figure 88, on peut voir que le diamètre du pipe affecte significativement le facteur de flambement  $\lambda$ , plus particulièrement quand l'orientation des fibres est parallèle à l'axe de la sollicitation, c.à.d.  $\lambda$  diminue avec l'accroissement du diamètre du pipe. Mais dans le cas où les fibres sont perpendiculaires au chargement, l'effet de ce dernier est pratiquement négligeable.



**Figure 88.** Effet du diamètre du pipe.

### IV.2.3 Effet du nombre de pli

Le flambement des structures de 400mm de diamètre et 0.1mm d'épaisseur, pour différents nombre de plis, est investigué. Comme illustrée dans la figure 89, on constate que l'augmentation du nombre de pli contribue à renforcer les structures cylindriques minces. On remarque aussi, que ce renforcement est considérable pour les faibles orientations des fibres. Tandis qu'il devient moins significatif au fur et à mesure qu'on agrandit ces orientations.



**Figure 89.** Effet du nombre de pli en fonction de l'orientation des fibres ( $\theta/\theta_0$ ).

### IV.2.4. Influence de l'épaisseur du pli

L'effet de l'épaisseur du pli sur la réponse au flambement des pipes est analysé pour une structure constituée de 12 plis et d'un diamètre de 400mm. En fait, seulement l'épaisseur du pli du composite qui varie, tandis que la couche d'aluminium se fixe à 0.1mm.

Comme illustré dans la Figure 90, on remarque que la variation de l'épaisseur du pli affecte la résistance au flambement des pipes lorsque l'écartement de la position du renfort devient plus grand tandis que pour les petites orientations de fibres son effet est quasi-négligeable.

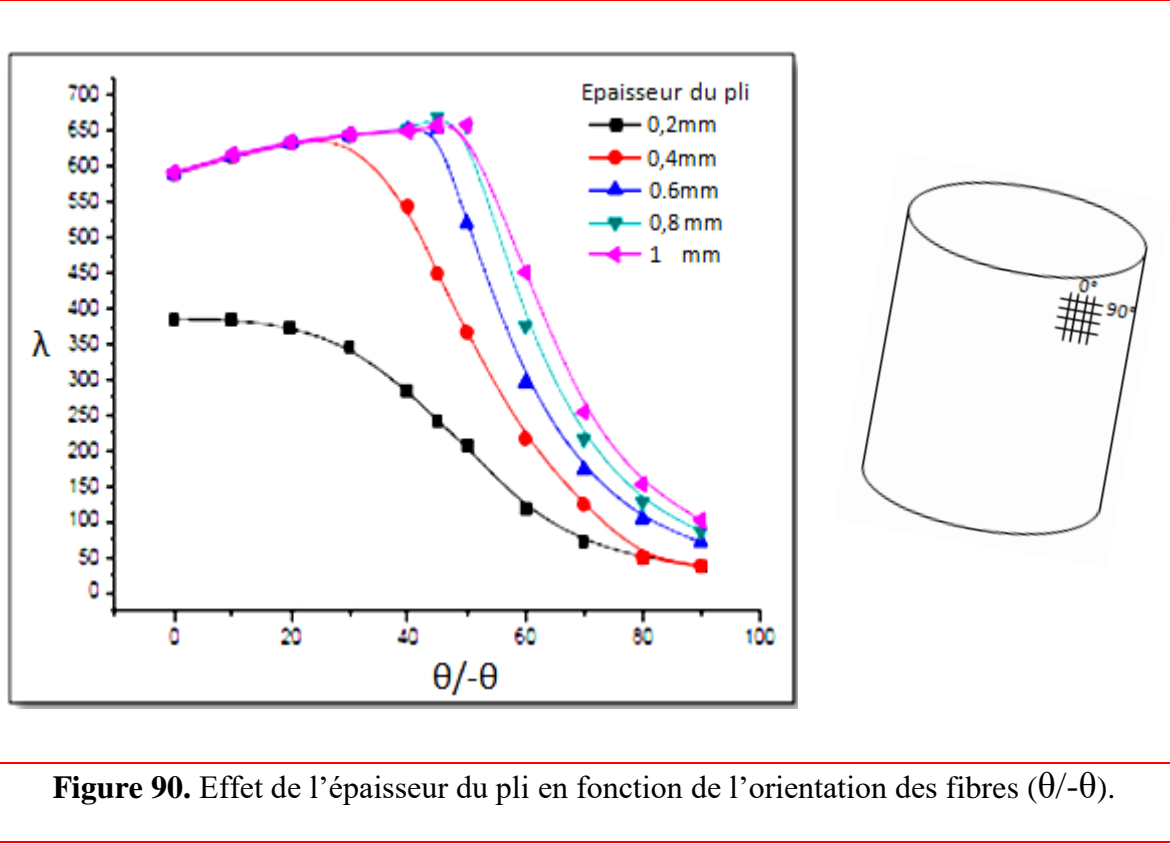


Figure 90. Effet de l'épaisseur du pli en fonction de l'orientation des fibres (θ/θ).

IV.2.5 Effet du diamètre de l'entaille

Les Figures 91 et 92 représentent l'évolution du facteur de charge (λ) en fonction de l'orientation de fibres (θ), pour des structures composées de 6 et 12 plis, respectivement.

D'après les résultats obtenus, nous constatons que plus le nombre de pli est important plus l'effet de la taille de l'entaille circulaire est moins considérable. Pour le cas de 12 plis, l'effet de l'entaille n'apparaît qu'à partir d'un diamètre de 30mm, tandis que les structures à 6plis, une entaille de 15mm peut entraîner une diminution de la charge critique de flambement et qui devient plus significatif en agrandissant son diamètre.

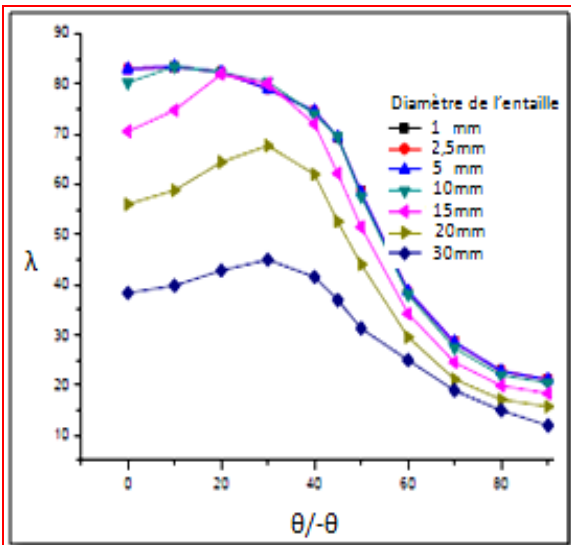


Figure 91. Effet du diamètre de l'entaille pour une structure composée de 04 plis.

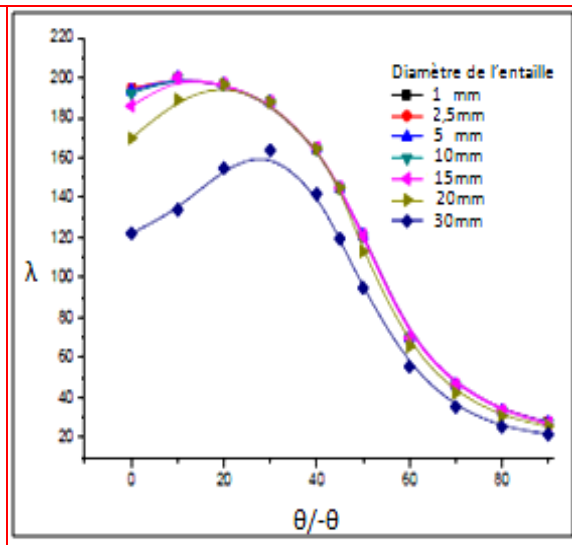


Figure 92. Effet du diamètre de l'entaille pour une structure composée de 12 plis.

#### IV.2.6 La Charge critique de flambement du pipe muni d'entaille circulaire

L'effet d'une entaille circulaire centrale, d'un diamètre variant de 1 à 40mm, sur la réponse au flambement des pipes a été mis en évidence pour trois différentes séquences d'empilement  $[Al/(0^\circ)_{10}/Al]$ ,  $[Al/(45^\circ/-45^\circ)_5/Al]$ ,  $[Al/(90^\circ)_{10}/Al]$ . L'épaisseur de pli de 0.1mm et 0.4mm sont considérées. Les niveaux de déflexion de ces structures sont représentés sur la Figure 93.

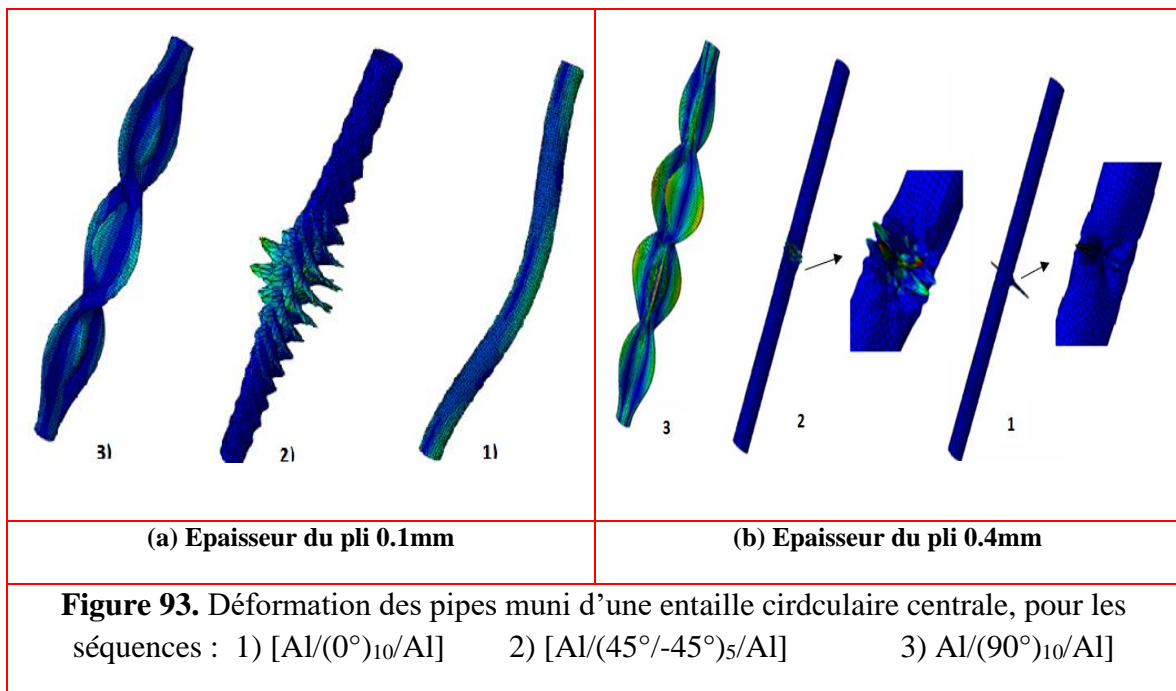
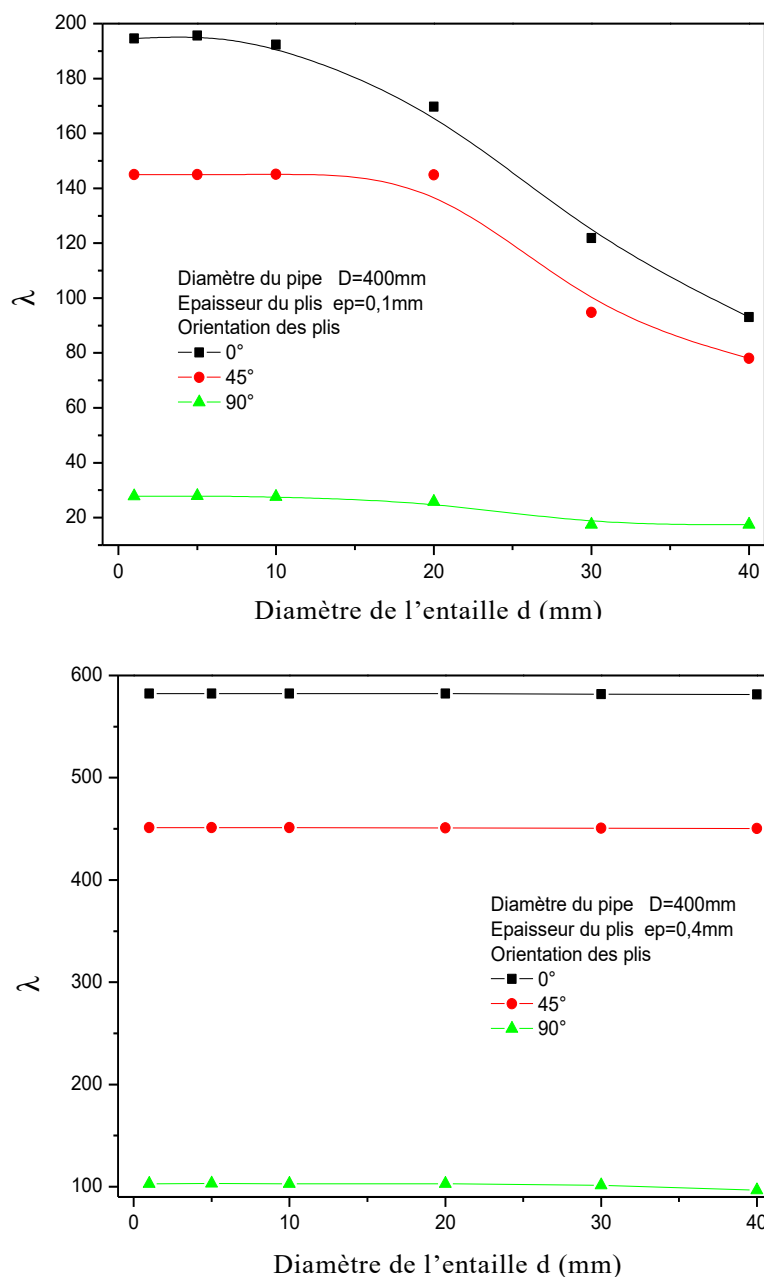


Figure 93. Déformation des pipes muni d'une entaille circulaire centrale, pour les séquences : 1)  $[Al/(0^\circ)_{10}/Al]$  2)  $[Al/(45^\circ/-45^\circ)_5/Al]$  3)  $[Al/(90^\circ)_{10}/Al]$

A partir des résultats illustrés sur la Figure 94, on remarque que l'effet de l'entaille dépend fortement de l'épaisseur des parois ainsi qu'à l'agencement des renforts. En effet, pour une épaisseur de 0.1mm du pli, l'accroissement du diamètre de l'entaille contribue à réduire la résistance des pipes, et qui affecte sensiblement les structures ayant des fibres orientées à 0°, tandis que son influence s'atténue au fur et à mesure que l'angle d'inclinaison des fibres s'écarte davantage de l'axe de la sollicitation, jusqu'à ce qu'elle devient pratiquement négligeable à 90°.



**Figure 94.** Variation du facteur  $\lambda$  en fonction du diamètre de l'entaille.

Conformément à la figure 93b, les déformations sont localisées au voisinage de l'entaille pour les pipes drapés à 0° et 45°, tandis qu'une déformation généralisée pour 90° indiquant la non sensibilité de la structure au défaut, lorsque les fibres sont perpendiculaire à l'effort.

Par ailleurs, une quasi-stabilité est obtenue pour l'épaisseur 0.4mm, ce qui signifie que ce défaut n'a aucune influence sur le flambement des pipes qui est due au renforcement de la structure par l'épaississement des parois, dont les valeurs de  $\lambda$  passent du simple au triple.

On note aussi que les plus grandes valeurs de  $\lambda$  correspondent aux pipes constitués de renfort agencés à 0°, indiquant que la plus grande résistance est obtenue lorsque les fibres sont parallèles au chargement appliqué. Tandis qu'à 90°,  $\lambda$  est minimale et nettement inférieure aux deux autres orientations étudiées.

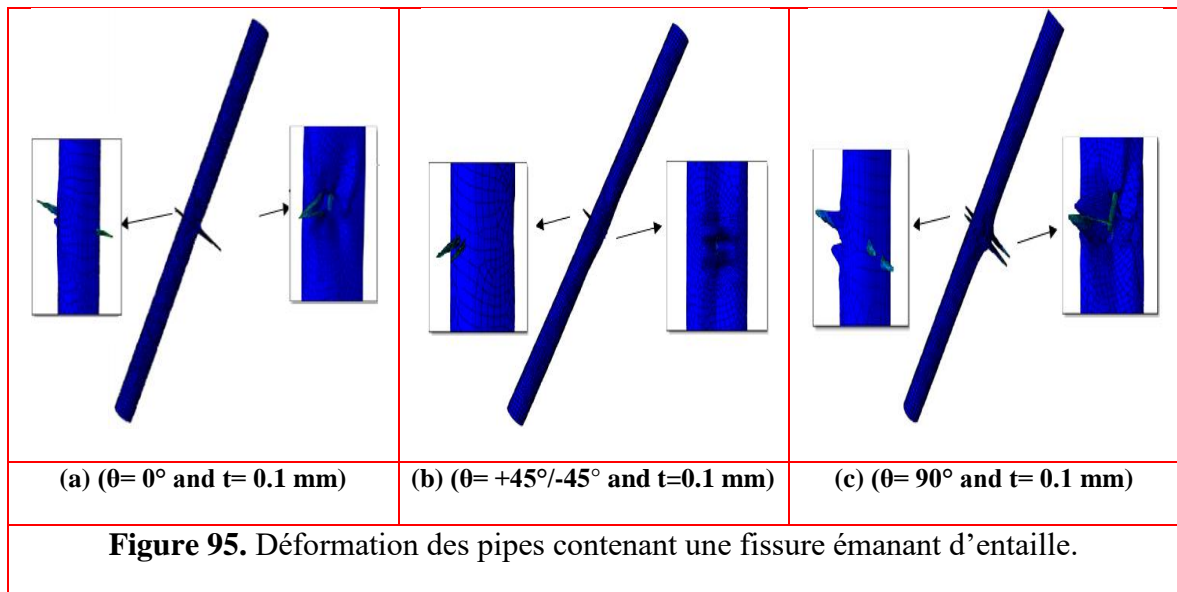
### **IV.2.7 Charge critique de flambement du pipe muni d'une fissure émanant d'entaille circulaire**

Dans cette partie une analyse est portée sur l'influence de la taille et la position (longitudinale, circonférentielle et inclinée à 45°) d'une fissure émanant d'entaille en fonction de l'épaisseur du pli et l'agencement des fibres (0°, 45° et 90°), sur le comportement au flambement des structures considérées, pour les mêmes paramètres géométriques évoqués précédemment.

#### **IV.2.7.1 Epaisseur de la couche du pipe à 0.1mm**

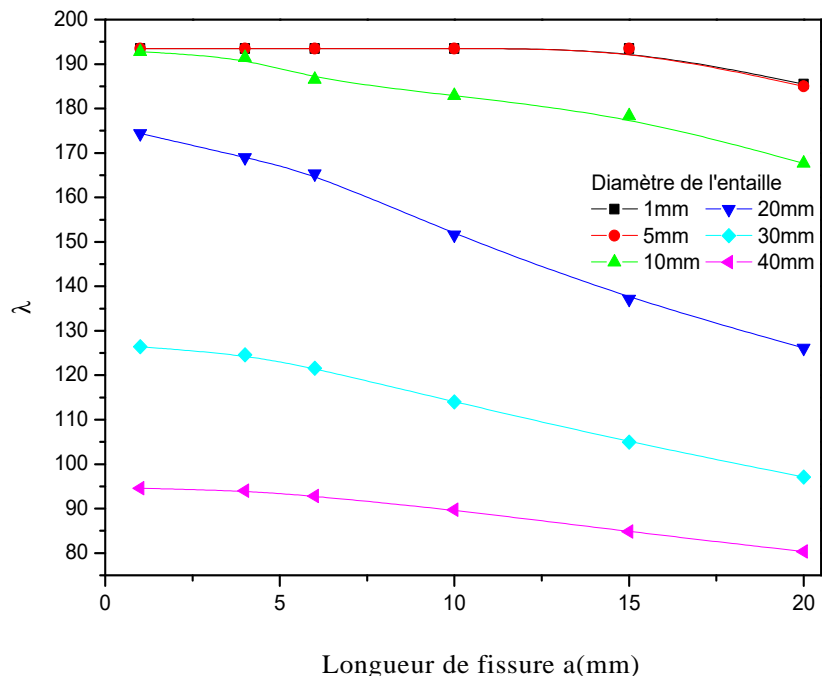
Dans un premier temps, on fixe l'épaisseur de chaque pli à 0.1mm dont les déformations des pipes drapés à 0°, 45° et 90° sont représentées sur la Figure 95. Il est nettement clair que quelle que soit l'orientation des plis, le flambage est localisé au niveau des défauts.



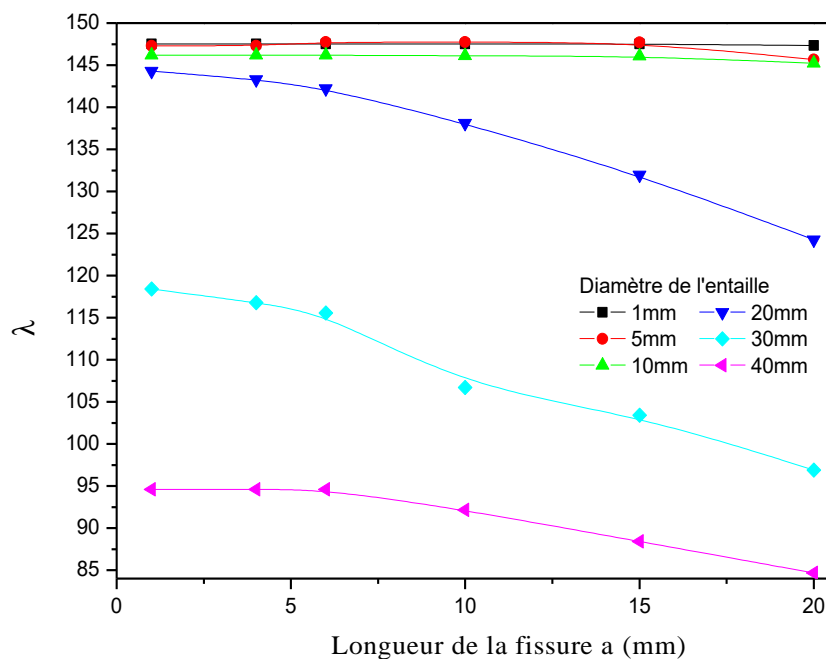


#### IV.2.7.2.1 Fissure longitudinale

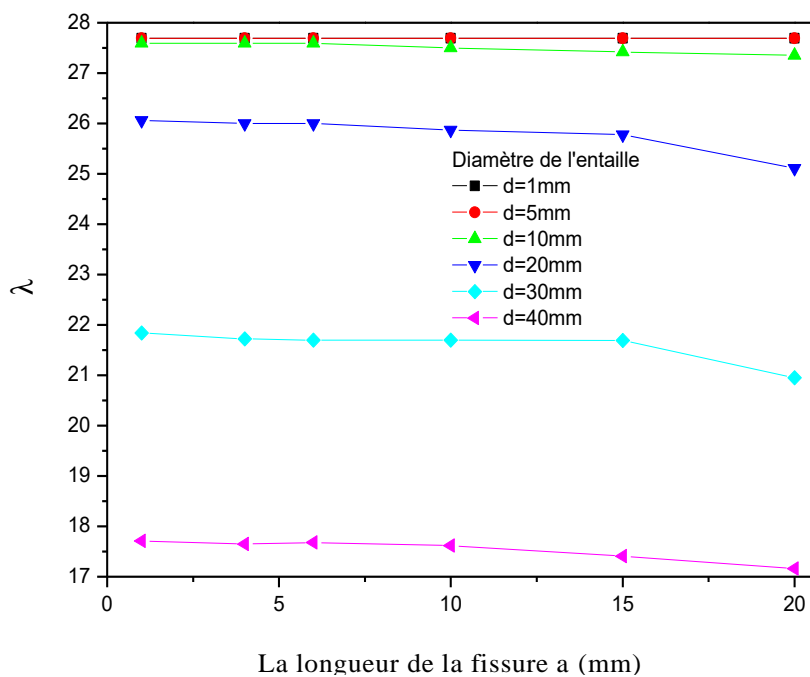
La Figure 96 représente la variation du paramètre de flambement en fonction de la taille d'une fissure longitudinale émanant d'entaille, pour différents diamètres (1 à 40mm).



(a) ( $\theta = 0^\circ$  and  $t = 0.1$  mm)



(b) ( $\theta = +45^\circ/-45^\circ$  and  $t=0.1\text{mm}$ )



(c) ( $\theta = 90^\circ$  and  $t = 0.1 \text{ mm}$ )

**Figure 96.** Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure longitudinale.

L'effet combiné de l'entaille et de la fissure entraîne une réduction supplémentaire de la charge de flambement des pipes, car à leur niveau la concentration de contrainte s'accroît contribuant à réduire leur capacité portante. L'influence de la fissure dépend du diamètre de l'entaille et de l'orientation des fibres. Nous constatons que les pipes drapés à  $0^\circ$  sont les plus affectés, étant donné que la fissure se trouve parallèle aux fibres, elle a tendance à se s'ouvrir aisément entraînant en se développant une décohésion entre les plis, où la structure perd en conséquence la globalité de sa rigidité, et l'effet de la fissure devient plus néfaste d'autant plus que sa taille est importante.

Tandis qu'à  $90^\circ$ , une légère diminution s'initie à partir d'une fissure de 15mm, qui peut être expliqué par le freinage des fibres à sa propagation ce qui rend la structure moins susceptible à cette dernière.

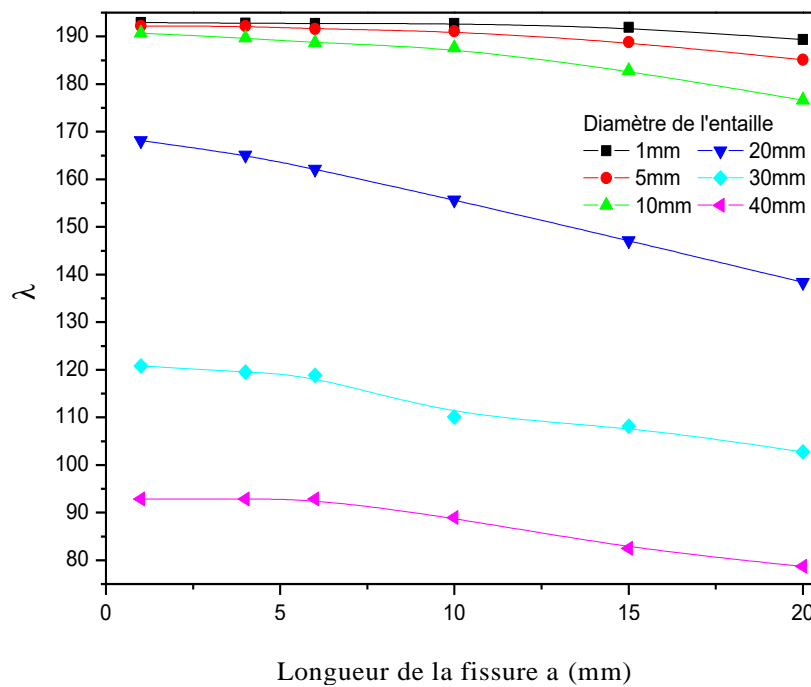
Il est à constater que pour une longueur de fissure  $a=20\text{mm}$  émanant d'entaille circulaire de diamètre  $d=20\text{mm}$  et un drapage de  $0^\circ$ , la réduction du paramètre du flambement est de l'ordre de 26%. Pour les tailles de fissure  $a=10\text{mm}$  la réduction atteint 8% et 0%, respectivement. Ceci montre que les fissures de faibles longueurs n'ont pas d'effet sur le flambage du pipe.

Pour un drapage de  $45^\circ$ , les réductions sont respectivement 10%, 2%, 0% pour différentes longueur de fissure ( $a=20\text{mm}$ , 10mm, 0.1mm) émanant d'entaille de 20mm de diamètre. Par ailleurs, pour le drapage de  $90^\circ$  les réductions pour les différentes tailles de fissures (20mm, 10mm, 0.1mm) sont faibles de l'ordre 9%, 7% et 4%.

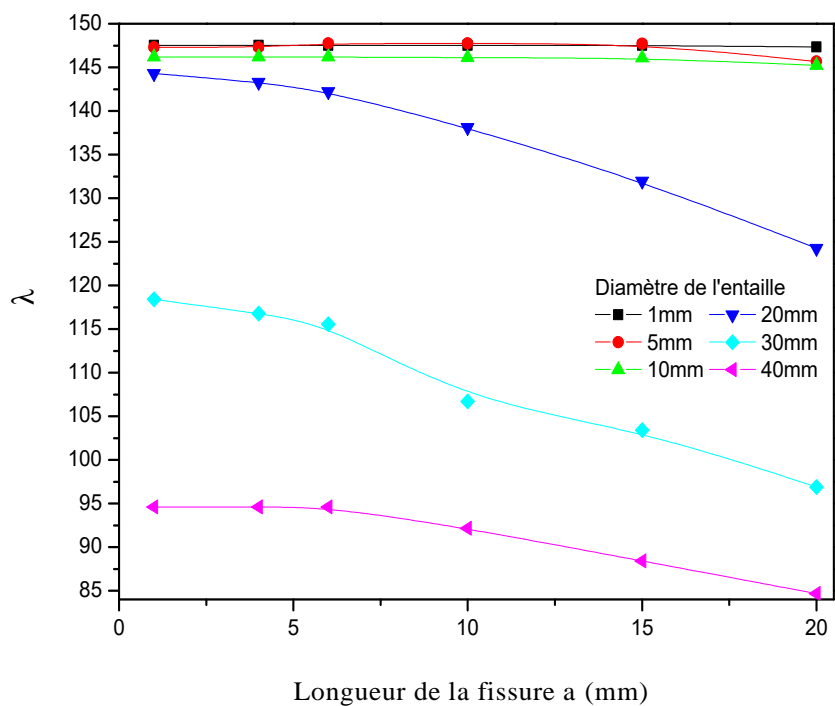
Il est à signaler que lorsque le rapport ( $d/D=40/400$ ) le diamètre de l'entaille est 10 fois inférieur à celui du pipe, le paramètre de flambage est réduit de 49%, 35% et 32% en comparaison avec le rapport  $d/D=1/400$ , pour une longueur de fissure longitudinale  $a=2\text{mm}$ . Cette réduction est d'autant plus importante avec l'accroissement du diamètre de l'entaille et de la fissure.

IV.2.7.1.2 Fissure circumférentielle

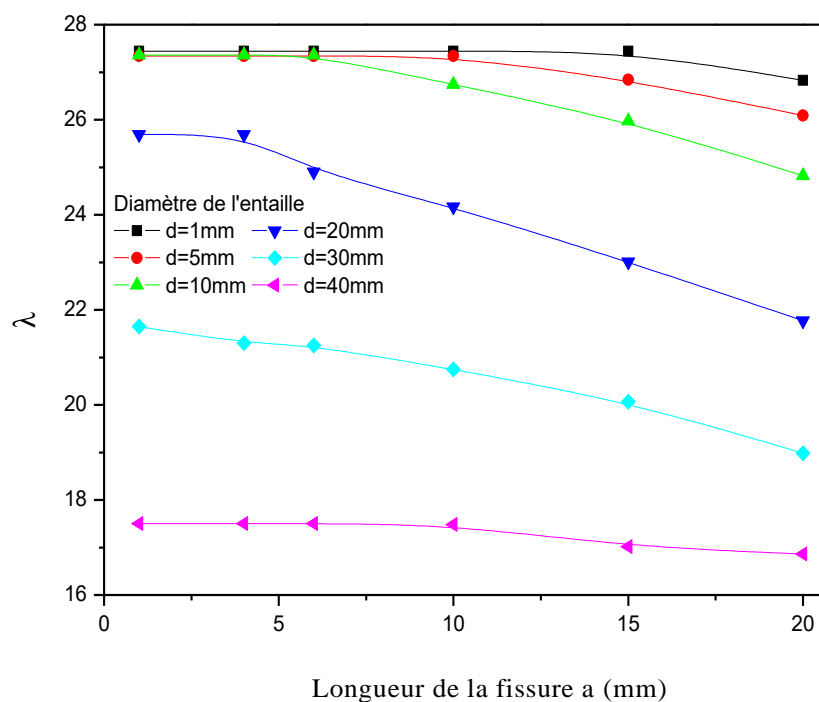
Dans ce cas, la fissure est considérée circumférentielle, les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 97. Contrairement à la fissure longitudinale, on remarque que même aux faibles diamètres de l'entaille, la fissure affecte la structure par une diminution de sa rigidité, quelle que soit l'orientation des fibres. Cette diminution est enregistrée même aux plus petites dimensions de la fissure. Cette position de fissure est jugée plus nocive que la précédente, notamment pour les structures ayant des fibres à 90°, et qui représente une grande sensibilité à la fissure orientée parallèlement à leur agencement.



(a) ( $\theta= 0^\circ$  and  $t= 0.1$  mm)



(b) ( $\theta = +45^\circ/-45^\circ$  and  $t=0.1\text{mm}$ )

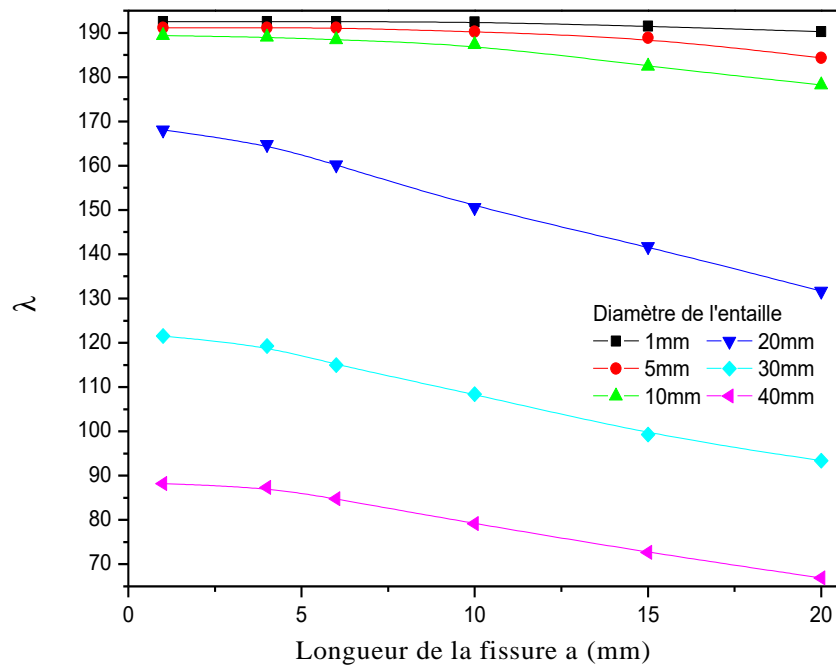


(c) ( $\theta = 90^\circ$  and  $t = 0.1 \text{ mm}$ )

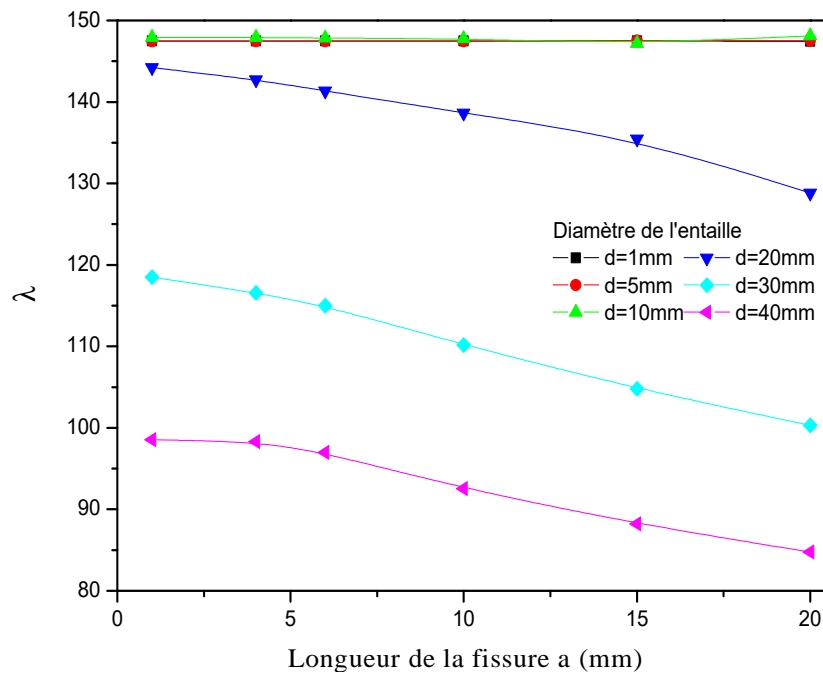
Figure 97. Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure longitudinale.

IV.2.7.1.3 Fissure inclinée à 45°

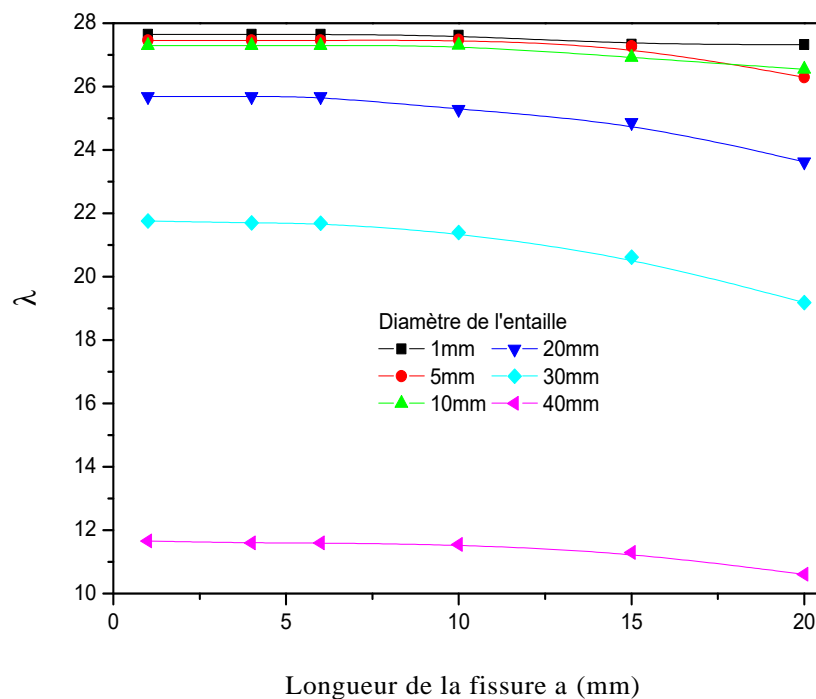
Dans le cas d'une fissure inclinée à 45° (Fig. 98), les structures se comportent de façon similaire que celles munies par une fissure circonférentielle. Néanmoins, pour le plus grand diamètre de l'entaille considéré, une réduction notable des valeurs de  $\lambda$ , qui est de l'ordre de 20% et plus de 30% des pipes drapés à 0° et 90° respectivement, en comparaison aux résultats obtenus pour une fissure circonférentielle. Ceci montre que l'augmentation combinée des tailles de l'entaille et de la fissure émanant d'entaille conduit à la réduction de la résistance du pipe sous l'effet du flambage, quelle que soit l'orientation des fibres hormis l'angle 45°.



(a) (θ = 0° and t = 0.1 mm)



(b) ( $\theta = +45^\circ/-45^\circ$  and  $t=0.1\text{mm}$ )

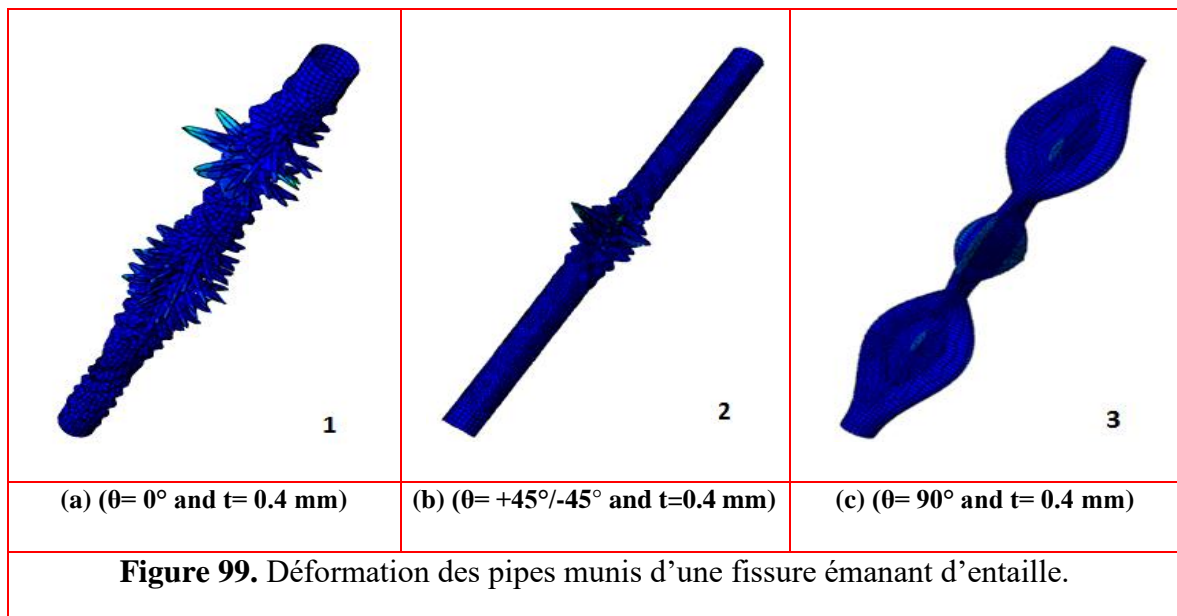


(c) ( $\theta = 90^\circ$  and  $t = 0.1 \text{ mm}$ )

Figure 98. Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure inclinée.

IV. 2.7.2 Epaisseur de la couche du pipe 0.4mm

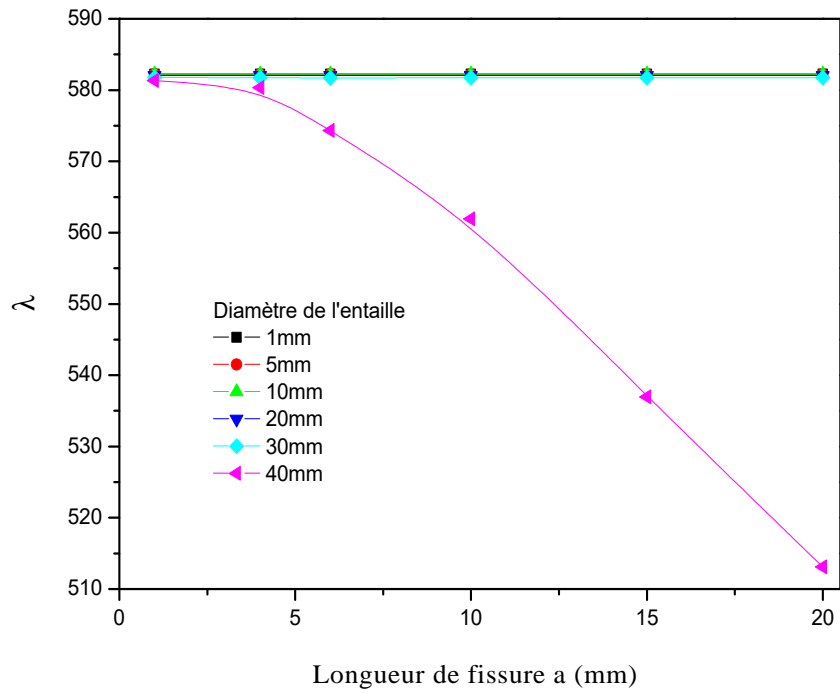
Dans ce cas, on considère l'épaisseur du pli à 0.4mm, dont les déformations des pipes sont représentées sur la Figure 99. Il est à signaler, que lorsque l'épaisseur est de 0.1mm, le flambement est localisé au niveau des défauts, alors que lorsque l'épaisseur du pli est quatre fois supérieure, le flambement du pipe sera généralisé.



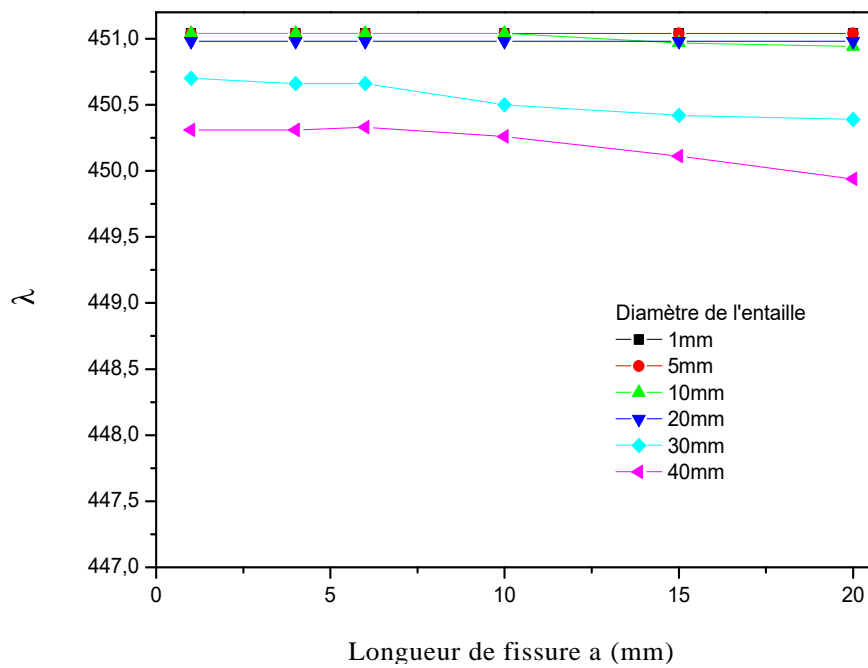
IV.2.7.2.1 Fissure longitudinale

L'augmentation de l'épaisseur du pli contribue à renforcer les pipes, dont les valeurs de  $\lambda$  augmentent considérablement et l'effet des défauts est nettement réduit, notamment des structures à fibres de  $0^\circ$  (Figure 100a), d'où les dimensions des défauts n'auront pas d'effet qu'à partir d'un diamètre d'entaille de 40mm, là ou une réduction significative peut avoir lieu avec l'accroissement de la longueur de la fissure. Tandis qu'à  $45^\circ$  et  $90^\circ$  (Figures 100b et 100c), l'effet d'entaille est apparent au-delà de 20mm, néanmoins, l'influence de la fissure est pratiquement négligeable.

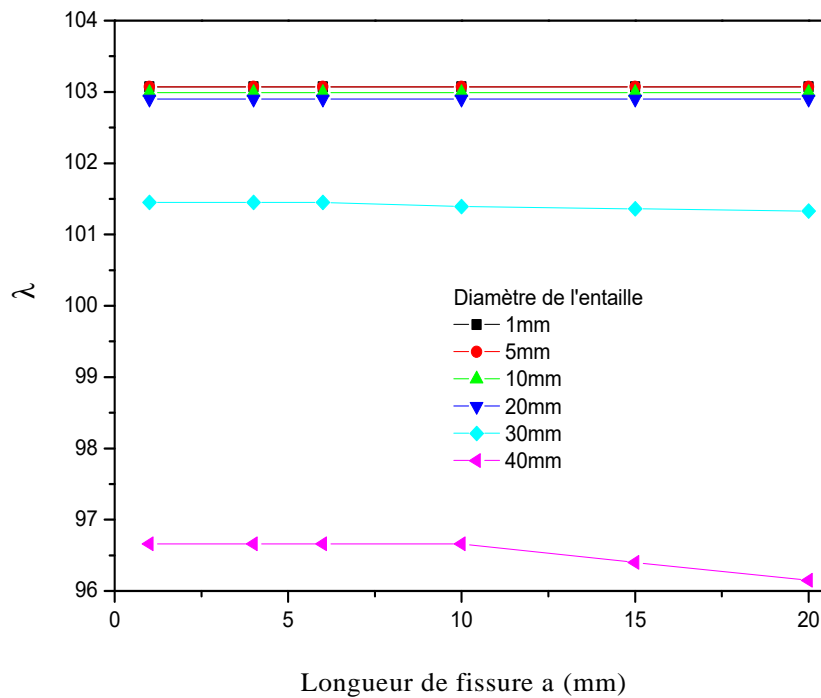




(a) ( $\theta = 0^\circ$  and  $t = 0.4$  mm)



(b) ( $\theta = +45^\circ/-45^\circ$  and  $t = 0.4$  mm)

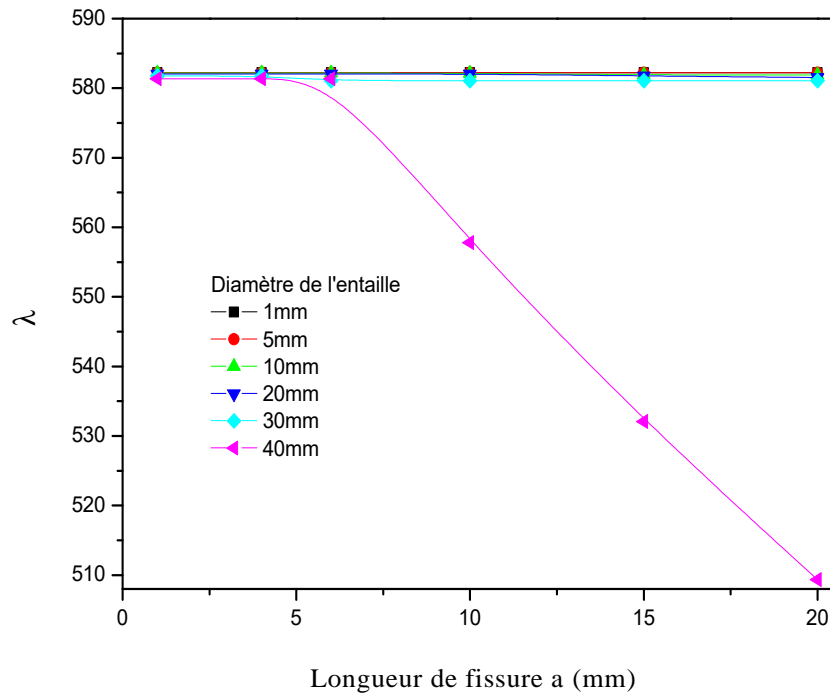


(c) ( $\theta = 90^\circ$  and  $t = 0.4$  mm)

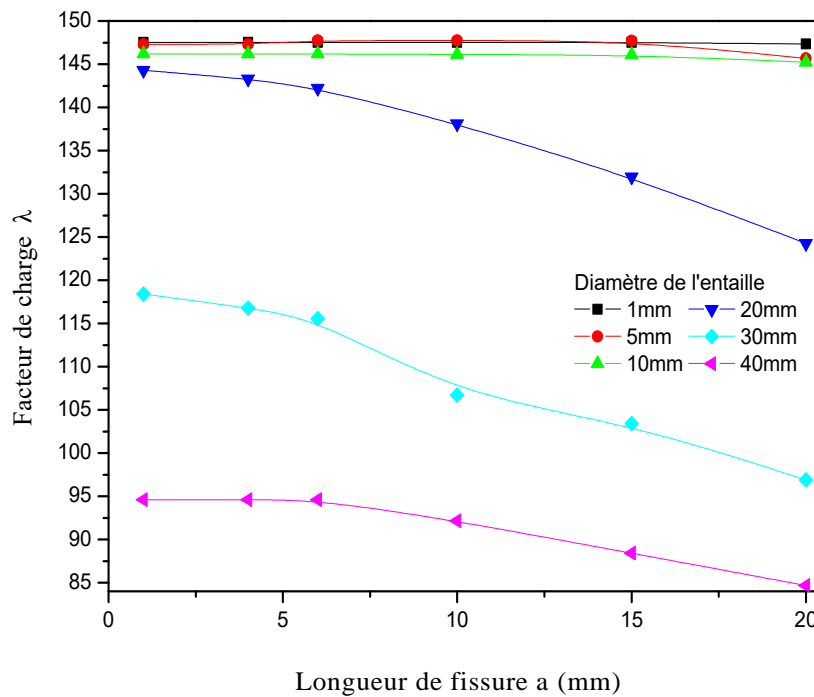
**Figure 100.** Facteur de charge de flambage en fonction de la longueur de la fissure longitudinale

#### IV.7.2.2 Fissure circonférentielle

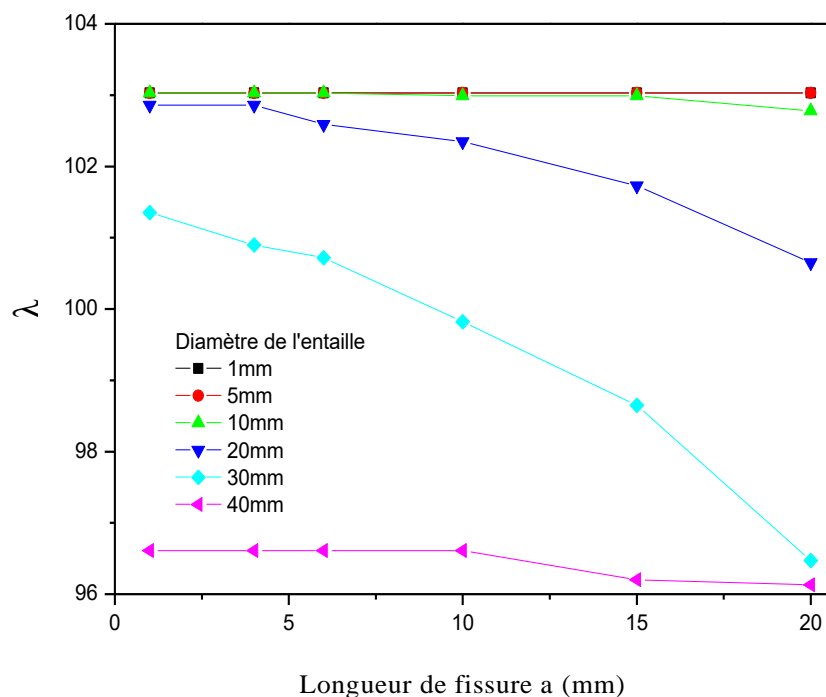
Les résultats obtenus pour une fissure circonférentielle sont représentés sur la Figure 101. Cette position de fissure affecte plus la structure drapée à  $90^\circ$ , d'où une réduction est constatée pour les diamètres d'entaille 20 et 30mm. Toutefois, aucun changement n'est marqué pour  $0^\circ$  en comparaison avec la fissure longitudinale, alors qu'une légère amélioration est enregistrée pour  $45^\circ$ .



(a) ( $\theta = 0^\circ$  et  $t = 0.4$  mm)



(b) ( $\theta = 45^\circ/-45^\circ$  et  $t = 0.4$  mm)

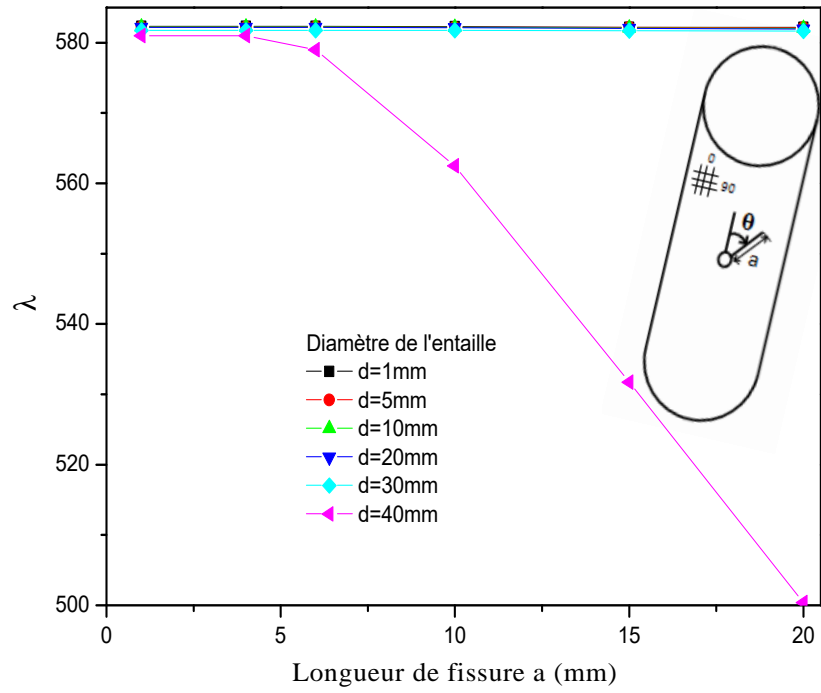


(d) ( $\theta = 90^\circ$  and  $t = 0.4$  mm)

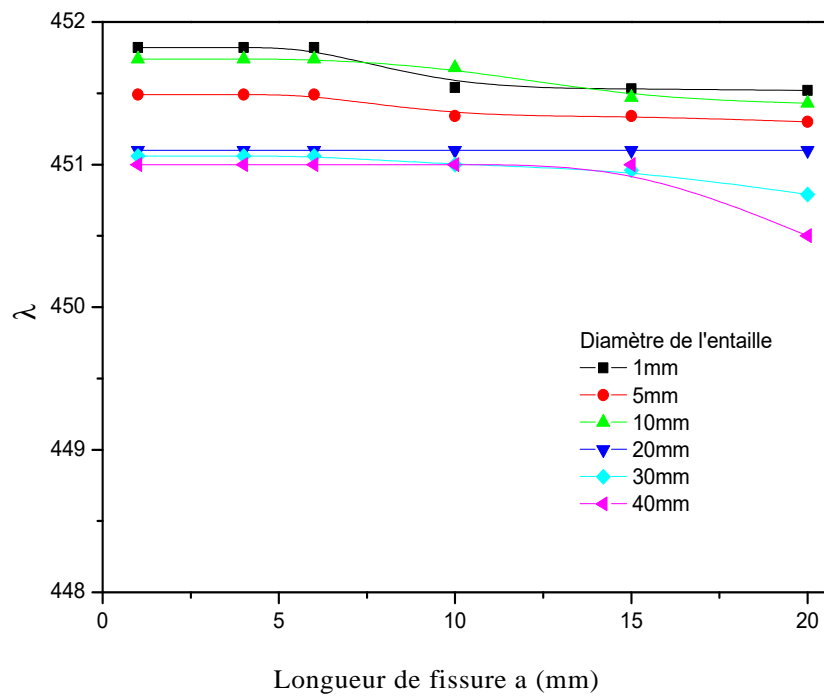
**Figure 101.** Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure circonférentielle.

#### IV.2.7.2.3 Fissure inclinée à $45^\circ$

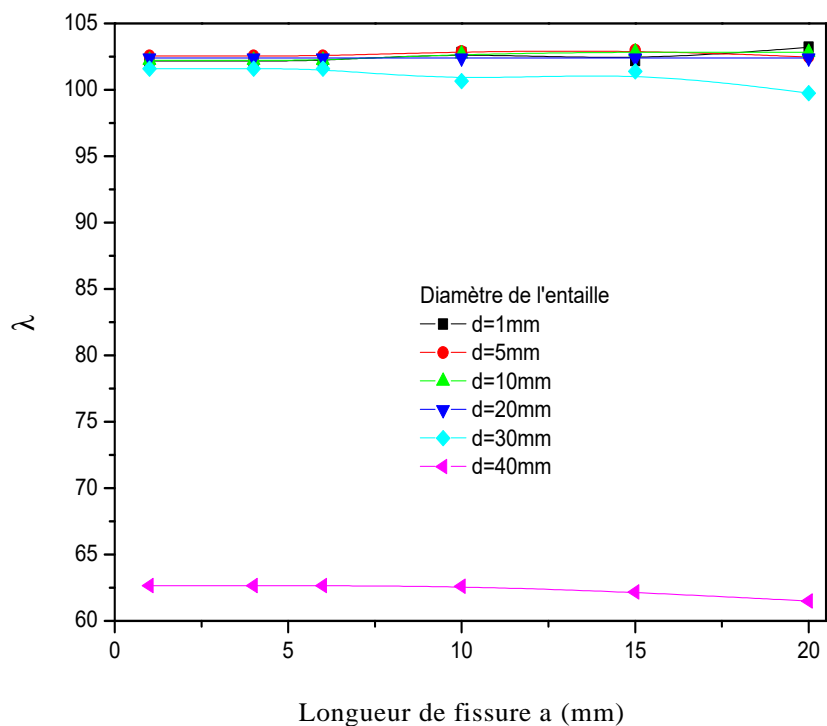
La figure 102 illustre l'évolution du paramètre de flambage en fonction de la longueur de la fissure pour différents diamètres d'entaille. Il est à constater qu'une fissure inclinée a le même effet qu'une fissure circonférentielle, pour le cas des fibres orientées à  $0^\circ$  et  $45^\circ$ . Mais les structures composées de renfort à  $90^\circ$  sont affectées uniquement par l'entaille lorsque cette dernière atteint un diamètre de 40mm, d'où une chute de 30% des valeurs de  $\lambda$ , par rapport aux autres diamètres et qui correspondent aux plus faibles valeurs par rapport à l'autre position de la fissure.



(a) ( $\theta = 0^\circ$  and  $t = 0.4$  mm)



(b) ( $\theta = +45^\circ/-45^\circ$  and  $t = 0.4$  mm)



(c) ( $\theta=90^\circ$  and  $t=0.4\text{ mm}$ )

**Figure 102.** Facteur de charge de flambement en fonction de la longueur de la fissure inclinée

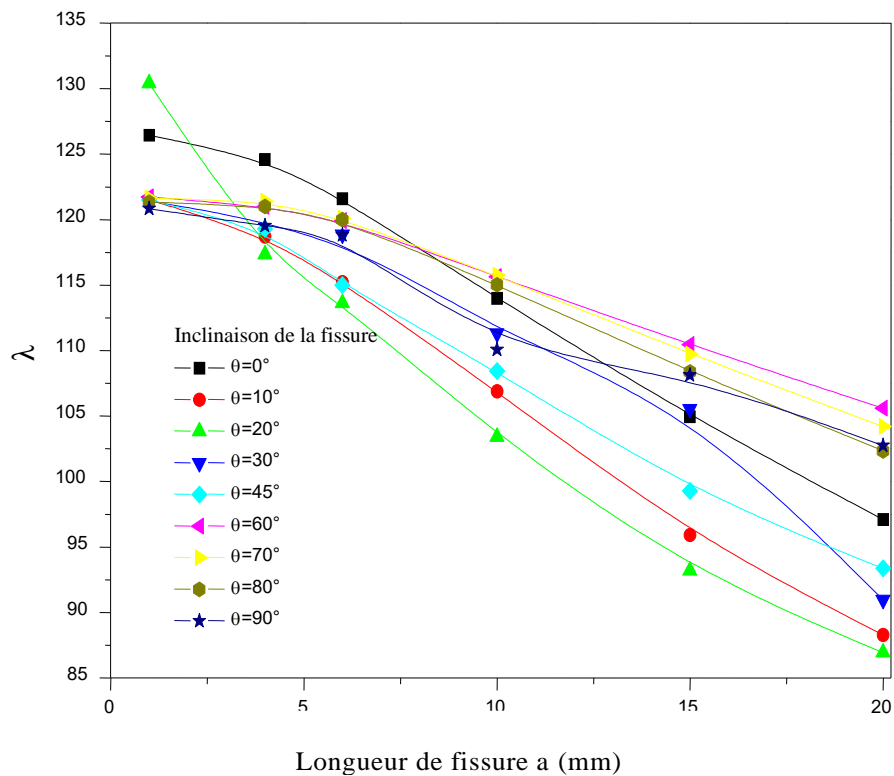
#### IV.2.8 Effet de l'inclinaison de la fissure

Afin de mettre l'optique sur l'influence de l'inclinaison de la fissure sur le flambement des pipes, nous examinons la variation du facteur de charge  $\lambda$  en fonction de la longueur de la fissure pour trois différentes orientations de plis  $[\text{Al}/(0)_{10}/\text{Al}]$ ,  $[\text{Al}/(45/-45)_5/\text{Al}]$ ,  $[\text{Al}/(90)_{10}/\text{Al}]$  tout en fixant le diamètre de l'entaille à 30mm. Deux épaisseurs de pli 0.1 et 0.4mm sont considérées.

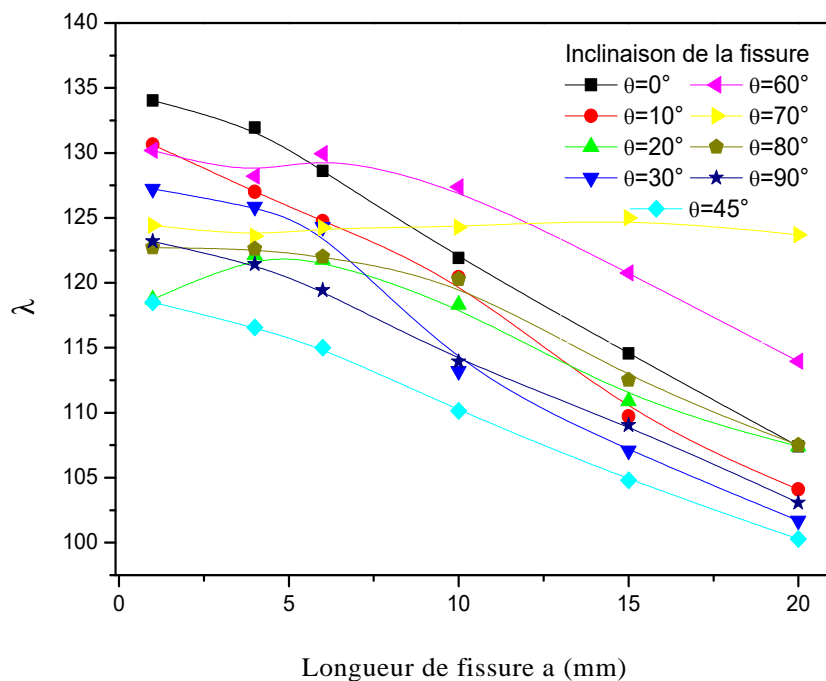
##### IV.2.8.1 Epaisseur de la couche du pipe à 0.1mm

Quelle que soit la position de la fissure, le coefficient de flambement diminue avec l'accroissement de sa taille pour toutes les positions des plis étudiées.

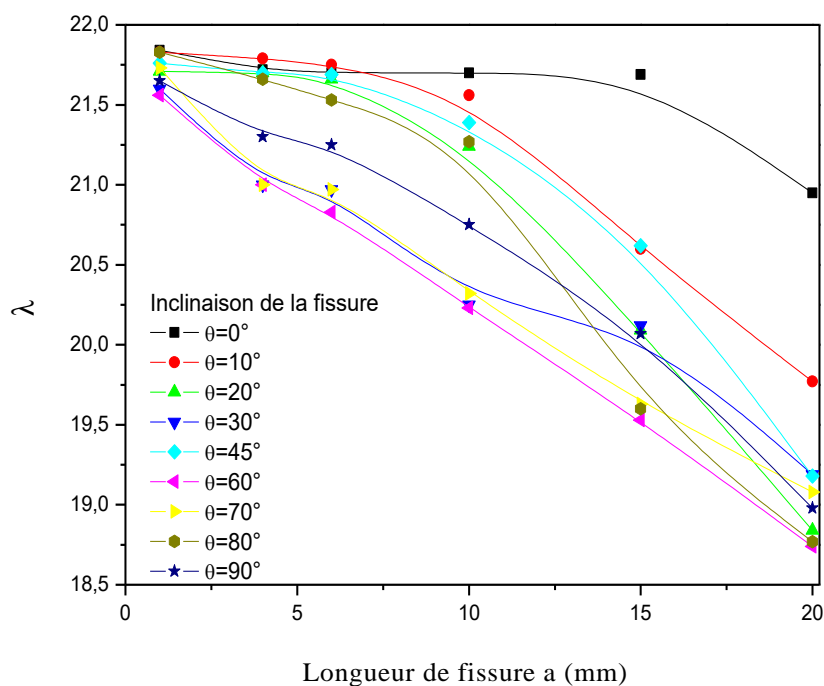
Dans le cas où les fibres sont orientées parallèlement au chargement appliqué (Figure 103a), la fissure inclinée à  $20^\circ$  représente le plus grand risque au flambement des pipes, dont les valeurs de  $\lambda$  sont minimales alors qu'à  $60^\circ$  elles sont maximales. Tandis qu'à  $45^\circ$  (Figure 103b), c'est plutôt la position de la fissure à  $80^\circ$  qui est néfaste. On remarque aussi que pour des fibres orientées à  $90^\circ$  (Figure 103c), la fissure qui se trouve à  $0^\circ$  représente les plus grandes valeurs de  $\lambda$ , alors qu'à l'orientation  $60^\circ$  correspond aux plus petites.



(a) ( $\theta = 0^\circ$  and  $t = 0.1$  mm)



(b) ( $\theta = +45^\circ/-45^\circ$  and  $t=0.1\text{mm}$ )



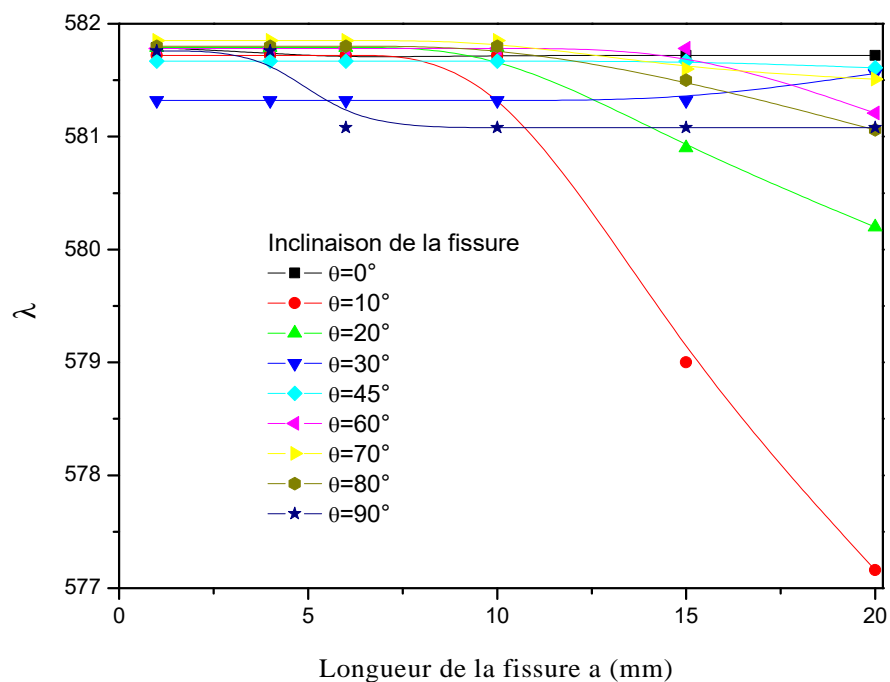
(c) ( $\theta = 90^\circ$  and  $t = 0.1 \text{ mm}$ )

Figure 103. Effet de l'orientation et la longueur de la fissure sur le facteur de charge de flambage.

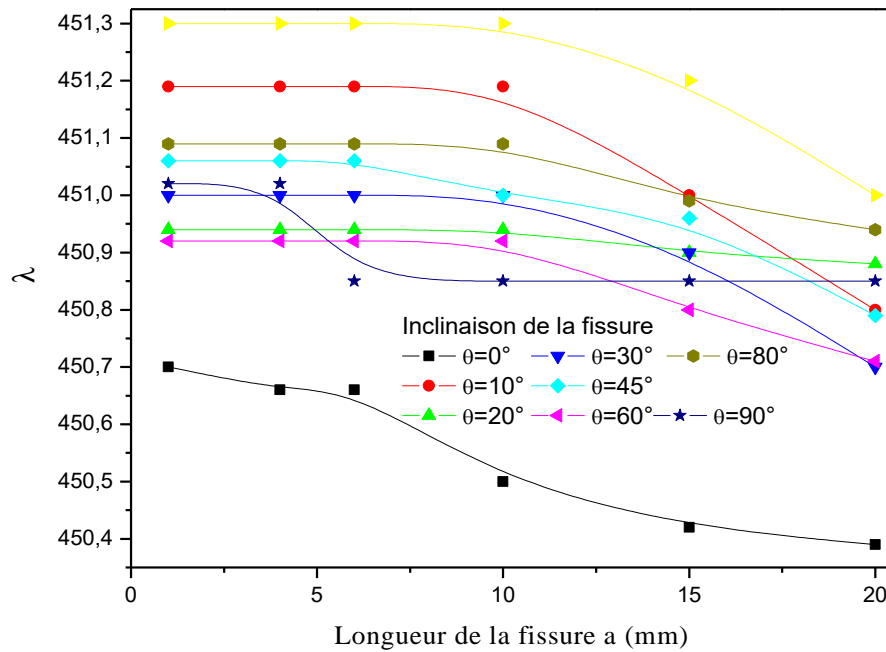


IV.2.8.2 Epaisseur de la couche du pipe à 0.4mm

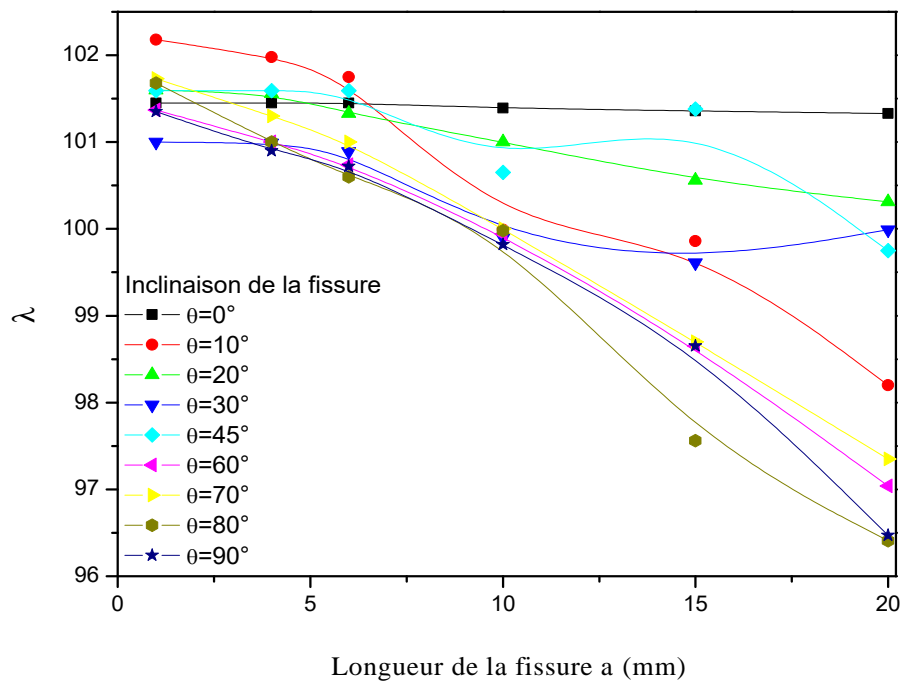
À partir des résultats représentés sur la figure 104, on remarque un accroissement important des valeurs de  $\lambda$ , indiquant que l'augmentation de l'épaisseur des plis contribue à l'amélioration de la résistance des pipes quelle que soit l'orientation de la fissure. En outre, une quasi stabilité est observée jusqu'à une longueur de fissure de 10mm, suivit d'une légère décroissance, à l'exception des fissures orientées à  $10^\circ$  et  $0^\circ$  qui affectent sensiblement avec la croissance de leurs tailles, la résistance des pipes drapés a  $0^\circ$  et  $45^\circ$  respectivement. Tandis qu'au drapage à  $90^\circ$ , une décroissance du facteur de flambement pour toutes les positions de la fissure, hormis la fissure orientée à  $0^\circ$  qui correspond à une fissure longitudinale.



(a) ( $\theta = 0^\circ$  and  $t = 0.4$  mm)



(b) ( $\theta = +45^\circ/-45^\circ$  and  $t=0.4\text{mm}$ )



(c) ( $\theta = 90^\circ$  and  $t = 0.4 \text{ mm}$ )

Figure 104. Effet de l'orientation et la longueur de la fissure sur le facteur de charge de flambement.

### Conclusion

L'analyse du comportement résiduel des pipes endommagés en matériaux composites hybrides, soumis à une compression axiale, et la prédiction de leur résistance au flambement, ont été effectuée par une analyse numérique par le biais du code de calcul Abaqus. Les conclusions tirées des différents paramètres analysés sont :

- L'effet combiné de l'entaille et de la fissure entraîne une réduction supplémentaire de la charge de flambement, notamment des pipes à faible épaisseur.
- L'effet de ces défauts est étroitement lié à l'orientation des fibres ainsi qu'à l'épaisseur du pipe.
- les valeurs du facteur de flambement des structures ayant des renforts parallèles au chargement appliqué sont les plus élevées et sont nettement supérieures à ceux drapés à 45° et 90°, d'une différence de l'ordre de 25% et 80% respectivement.
- L'influence de la fissure varie selon son orientation et ces dimensions.
- La fissure longitudinale émanant d'entaille contribue à accentuer la sensibilité des structures au flambement, d'autant plus que sa longueur est importante, entraînant une réduction du facteur de flambement des structures composées des plis disposés à 0° et 45°. Tandis qu'à 90°, son effet est pratiquement négligeable et c'est plutôt que l'effet de l'entaille qui est dominant.
- Les pipes constitués de renfort agencés à 45°, sont affectés par une fissure circonférentielle, mais démontre une grande stabilité en présence d'une fissure longitudinale ou inclinée.
- Les pipes drapés à 90°, démontre une grande résistance face à une fissure longitudinale, mais ils sont sensiblement affectés par les autres positions de la fissure, même en agrandissant l'épaisseur du pli.

- L'épaississement des parois contribue à renforcer la structure. L'effet des défauts est nettement réduit, notamment pour des structures à base de fibres à  $0^\circ$ .
- Le diamètre d'entaille de 40 mm est une dimension critique qui affecte sensiblement la rigidité des pipes drapés à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , même à parois épaisse.

## CONCLUSION GENERALE

Le comportement mécanique des matériaux composites hybrides ainsi que leurs propriétés sont conditionnés par l'effet interactif de plusieurs paramètres, dont l'orientation des fibres s'avère le facteur le plus prépondérant. En effet, la multitude des paramètres particulièrement ceux liés à leur design (orientation des fibres, épaisseur et nombre de pli...), associé à la présence d'éventuels défauts, pouvant se générer lors de la fabrication ou se développant au cours d'exploitation, rend en réalité la compréhension et la maîtrise de leur comportement plus difficile et plus complexe.

La méthode des plans d'expérience qui est l'une des méthodes d'optimisation, requérant un minimum d'expérimentation, se juge efficace et convenable au traitement de ce type de matériau, et ouvre la porte à plusieurs perspectives, tels que :

- La mise en évidence de la séquence d'empilement qui est un paramètre déterminant sur les propriétés des matériaux composites.
- L'effet de la nature et le nombre de couches métalliques sur la réponse mécanique de ce type de matériaux sous chargement simple et combiné.
- Différente forme de structure et de défauts (fissures, entaille de forme elliptique, carrée.. ainsi que leur position) peut être envisagé.
- Le comportement au flambage de nos structures sous conditionnement environnemental (thermique, humide..) ainsi que l'influence de la nature et des conditions de service du fluide transporté par les pipelines.

## REFERENCES

- [1] Manders W, Bader MG. The strength of hybrid glass/carbon fibre composites part II, a statistical model, *J. Mat. Sci* 1981; 16:2246–56.
- [2] Priyadarsini RS, Kalyanaraman V, Srinivasan SM. Numerical and experimental study of buckling of advanced fiber composite cylinders under axial compression. *Int J Struct Stab Dyn* 2012;12:1250-028 .
- [3] Burgueño R, Hu N, Heeringa A, Lajnef N. Tailoring the elastic postbuckling response of thin-walled cylindrical composite shells under axial compression. *Thin-Walled Struct* 2014;84:14–25.
- [4] Tennyson RC. Buckling of laminated composite cylinders: a review. *Composites* 1975;6:17–24.
- [5] Koiter WT. On the stability of elastic equilibrium. NASA-TT-F-10833, 1967 Koiter WT. The stability of elastic equilibrium, in, DTIC Document; 1970.
- [6] Degenhardt R, Kling A, Bethge A, Orf J, Kärger L, Zimmermann R, et al. Investigations on imperfection sensitivity and deduction of improved knock-down factors for unstiffened CFRP cylindrical shells. *Compos Struct* 2010;92: 1939 – 46.
- [7] Hilburger WM, Starnes HJJ. Effects of imperfections of the buckling response of composite shells. *Thin-Walled Struct* 2004; 42: 369–397.
- [8] Sliz R, Yang Chang M. Reliable and accurate prediction of the experimental buckling of thin-walled cylindrical shell under an axial load. *Thin-Walled Struct* 2011;49:409–421.
- [9] Castro GPS, Zimmermann R, Arbelo AM, Degenhardt R. Exploring the constancy of the global buckling load after a critical geometric imperfection level in thin-walled cylindrical shells for less conservative knock-down factors. *Thin-Walled Struct* 2013;72:76–87.
- [10] Castro GPS, Zimmermann R, Arbelo AM, Khakimova R, Mark W.Hilburger, Degenhardt R. Geometric imperfections and lower-bound methods used to calculate knock-down factors for axially compressed composite cylindrical shells. *Thin-Walled Struct* 2014;74:118–132.
- [11] Dong L, Mistry J. An experimental study of the failure of composite cylinder subjected to combined external pressure and axial compression. *Composite Struct* 1998;40:81–94.
- [12] Davies P, Rannou F. The effect of defects in tubes: Part 1. Mode I delamination resistance. *Application Composite Materials* 1995;1:333–49.
- [13] Gay D. « Matériaux Composites ». lavoisier hermes. 2015.
- [14] Sanghamitra S, B C Ray. Environmental effects on fibre reinforced polymeric composites: Evolving reasons and remarks on interfacial strength and stability, *Advances in Colloid and Interface Science* (2014), doi: 10.1016/j.cis.2014.12.005.
- [15] Gornet L. « Généralités sur les matériaux composites ». Engineering school. 2008.
- [16] Afaghi-khatibi A, Ye L, Mai Y. Evaluation of effective crack growth and residual strength of fibre-reinforced metal laminates with a sharp notch » *composites science and technology*

1996; 56:1079-1088.

- [17] Castrodeza EM, Rodrigues JM, Perez IJE, Bastian FL. Determination of CTODC in Fibre Metal Laminates by ASTM and Schwalbe Methods. *Mat. Res.* vol.5 no.2 São Carlos June 2002.
- [18] Berthelot JM. *Matériaux composites - Comportement mécanique et analyse des structures.* (5<sup>e</sup> Éd.) Lavoisier. 2012.
- [19] Gendre L. *Matériaux composites et structures composites.* ENS- Cachan. 2011.
- [20] Bertolini J. *Contribution à l'analyse expérimentale et théorique des ruptures de structures composites en post-flambement par décollement de raidisseurs.* Thèse doctorat 2008.
- [21] Jones RM. *Mechanics of Composite Materials.* Virginia Polytechnic Institute and State University, 1999.
- [22] Voyiadjis G Z, Kattan P I. *Mechanics of Composite Materials with MATLAB.* Louisiana State University", 2005; 9–190.
- [23] Vasiliev V V, Morozov E V. *Mechanics and Analysis of Composite Materials.* University of Natal, South Africa, 2001.
- [24] IRISARRI F X. *Stratégies de calcul pour l'optimisation multiobjectif des structures composite.* Thèse de doctorat, Université Toulouse, 2009; 10–15.
- [25] Castanié B, Bouvet C, Guedra-degeorges D. *Structures en matériaux composites stratifiés.* Techniques de l'Ingénieur- Réf. : BM5080 V2. 2013
- [26] <https://dodlithr.blogspot.com/2010/12/airbus-a360-high-lift-devices.html>
- [27] Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials. Designation: D 3039/D 3039M – 00e1.2002.
- [28] Naresh K, Shankar K, Rao BS, Velmurugan R. Effect of high strain rate on glass/carbon/hybrid fiber reinforced epoxy laminated composites. *Compos B Eng* 2016;100:125–35. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.06.007>.
- [29] Muñoz R, Martínez V, Sket F, González C, Llorca J. Mechanical behavior and failure micromechanisms of hybrid 3D woven composites in tension. *Composites Part A* 2014;59:93–104. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2014.01.003>.
- [30] Standard Test Method for Short-Beam Strength of Polymer Matrix Composite Materials and Their Laminates. D 2344/D 2344M – 00e1. 2000.
- [31] <http://www.atomer.fr/1/Dimensions-eprouvettes-essais-de-flexion.html>.
- [32] Dong C. Uncertainties in flexural strength of carbon/glass fibre reinforced hybrid epoxy composites. *Composites Part B* 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.05.035>.

- [33] Nguyen T., Byrd W.E, Alsheh D, Aouadi K & Chin J W. Water at the polymer/substrate interface and its role in the durability of polymer/glass fiber composites. In Proceedings of the 1st International Conference on the Durability of Fibre Reinforced Polymer Composites for Construction 1998, p.451-462.
- [34] Guigon M, Klinklin E. The interface and interphase in carbon fibre-reinforced composites. *Composites*, 1994; 25: 534-9.
- [35] Kuttner C, Hanisch A, Schmalz H, Eder M, Schlaad H, Burgert I, Fery A. Influence of the polymeric interphase design on the interfacial properties of fiber-reinforced composites. *Applied Material and Interfaces*, 2013; 5; 2469.
- [36] Guerhazi N, Haddar N, Elleuch K, Ayedi H.F. Investigations on the fabrication and the characterization of glass/epoxy, carbon/epoxy and hybrid composites used in the reinforcement and the repair of aeronautic, *Materials & Design* 2014; 56: 714–724.
- [37] Guerhazi N, Haddar N, Elleuch K, Ayedi H F. Effect of filler addition and weathering conditions on performance of PVC/CaCO<sub>3</sub> composites, *Polymer Composites*, DOI 10.1002/pc.23396.
- [38] Visco A M, Campo N, Cianciafara P. Comparison of seawater absorption properties of thermoset resin based composites, *Compos Part A-Appl.* 2011;42:123–130.
- [39] Kootsookos A, Mouritz A P. Seawater durability of glass- and carbon-polymer composites, *Compos. Sci. Technol.* 2004;64:1503–1511.
- [40] EL Yagoubi J, Lubineau G, Roger F, Verdu J. A fully coupled diffusion-reaction scheme for moisture sorption-desorption in an anhydride-cured epoxy resin - *Polymer* – 2012;53: 5582-5595.
- [41] Piccinini E, Gardini D, Doghieri F. Stress effects on mass transport in polymers: a model for volume relaxation Author links open overlay panel. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 2006;37: 546-555.
- [42] Vieille B, Aucher J, Taleb L. Woven ply thermoplastic laminates under severe conditions: Notched laminates and bolted joints. *Composites: Part B* 2011; 42: 341–349.
- [43] Jang B Z. *Advanced Polymer Composites: Principles and applications*, ASM International, Materials park, OH.1994.
- [44] Pegoretti A, DiBenedetto A T. Measurement and analysis of stress transfer and toughness at a fiber–matrix interface, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 1998;29:1063.
- [45] Ray B C. Effects of changing environment and loading speed on mechanical behavior of FRP composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2006; 25: 1227.
- [46] Pagano N J, Schoeppner G A. *Delamination of Polymer Matrix Composites: Problems and Assessment*, *Comprehensive Composite Materials*, Vol.2, Kelly, A. and Zweben, C. (Editor-in-chief). pp. 433-436. Elsevier, Oxford. 2000.
- [47] Hebbbar A, *Méthodes statistiques de planification extrême des expériences* (2013) – I.S.B.N : 978.9947.0.1684.



- [48] Liang K, Ruess , Abdalla M, Gurdal Z. A new koiter asymptotic analysis for buckling-sensitive structures. European Conference on Spacecraft Structures, Materials & Environmental Testing At: Braunschweig. 2014
- [49] Zagari G, Madeo A, Casciaro R. Koiter analysis of folded structures using a corotational approach. *International Journal of Solids and Structures*, 2013; 50 (5):755–765.
- [50] Love A E H. On the small free vibrations and deformations of elastic shells, *Philosophical trans. of the Royal Society (London)*, Vol. série A, N° 17, 1888: 491–549.
- [51] Donnell L H. Stability of thin-walled tubes under torsion. NACA report No. 479, 1933: 95-116.
- [52] Flügge W. *Stress in shells*, 2nd edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg NewYork, 1973.
- [53] Koiter W T. Elastic stability and post-buckling behavior", *Proc. Symp. Non Linear Problems*, R.E. Langer, Ed., University of Wisconsin Press, 1963; 257-275.
- [54] Da Silva A. Flambage de coques cylindriques minces sous chargements combinés : pression interne, compression, flexion et cisaillement. Thèse 2013, Univesrité INSA- france.
- [55] Le Tran K. Étude de la résistance et de la stabilité des tôles courbes cylindriques en acier : applications aux ouvrages d’art. Thèse 2012, Université Paris-Est- France.
- [56] Michel G. Flambage de coques cylindriques sous un chargement de cisaillement dynamique. Thèse (1997). Institut national des sciences appliquées de Lyon- France.
- [57] Khamlichi A, El Bahaoui J, El Bakkali L, Bezzazi M, Limam A. Effect of Two Interacting Localized Defects on the Critical Load for Thin Cylindrical Shells Under Axial Compression. *American J. of Engineering and Applied Sciences*. 2010; 3 (2): 464-469.
- [58] Khamlichi A, Limam A, Bezzazi M. Buckling of elastic cylindrical shells considering the effect of localized axisymmetric imperfections. *Thin-Walled Struct*. 2004; 42: 1035-1047.
- [59] Hutchinson J W, Tennyson R.C, Muggreridge D.B. Effect of a local axisymmetric imperfection on the buckling of a cylindrical shell under axial compression. *AIAA J*. 1971; 9: 48-52.
- [60] Arbocz J, Babcock C.D. The effect of general imperfections on the buckling of cylindrical shells. *ASME J. Applied Mech* 1969; 36: 28-38.
- [61] Bisagni C, Zimmermann R. Buckling of Axially Compressed Fiber Composite Cylindrical Shells due to Impulsive Loading. *Proc. European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing, Braunschweig (Germany)* 1998; 557-562.
- [62] Priyadarsini R.S, Kalyanaraman V, Srinivasan S.M. Numerical and Experimental Study of Buckling of Advanced Fibere Composite Cylinders under Axial Compression. *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 2012; 12(4): 1-25.
- [63] Kicher T.P, Chao T.L. minimum weight design of stiffened composite cylinders. *Journal of Aircraft* 1971; 7: 562-8.

- [64] Anastasiadis J.S, Simitse G.J. Buckling of pressure-loaded, long, shear deformable cylindrical laminated shells. *Compos. Struct* 1993; 221–231.
- [65] Maalawi K.Y. Buckling Optimization of Radially-Graded, Thin-Walled, Long Cylinders under External Pressure. *Journal of Mechanics of Materials and Structures* 2009; 1088-1095.
- [66] Fukunaga H, Vanderplaats G.N. Stiffness optimization of orthotropic laminated composites using lamination parameters. *AIAA JI* 29, 1991; 641-646.
- [67] Legay A. "Une méthode de calcul efficace pour l'étude paramétrique du flambage non-linéaire de structures tridimensionnelles : application à la fiabilité", Thèse (2002), École Normale Supérieure de Cachan-France.
- [68] Chattopadhyay A, Ferreira J. Design sensitivity and optimization of composite cylinders. *Arizona State University* 1992; 169-179.
- [69] Falzon B.G, Aliabadi L.H. *Buckling and postbuckling structures*. London 2008;177–222.
- [70] K.Y. Maalawi. Optimal Buckling Design of Anisotropic Rings/Long cylinders under External Pressure. *Journal of Mechanics of Materials and Structures* 2008; 775-793.
- [71] Rasheed H.A, Yousif O.H. Stability of anisotropic laminated rings and long cylinders subjected to external hydrostatic pressure. *Journal of Aerospace Engineering*. 2005; 18(3):129-138.
- [72] Gay. D, Hoa S.V, Tsai S.W. "Composite Materials, design and applications", CRC Press LLC 2003;516-517.