

وزارة البحث العلمي والتعليم العالي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة عبد الحميد بن باديس مستغانم

Université Abdelhamid Ibn Badis Mostaganem

كلية العلوم والتكنولوجيا

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Électrique



MEMOIRE

Pour obtenir le diplôme de

MASTER EN ELECTROTECHNIQUE

Spécialité : électrotechnique industrielle

Présenté par :

- Belarbi Assam eddine
- Benaicha Menouer

Intitulé du sujet :

Étude, modélisation et simulation des phénomènes électromagnétiques en axisymétrique d'un chauffage par induction par la méthode des éléments finis en 2D avec la prise en compte de la non-linéarité des matériaux

Soutenu le :31/10/2023

devant le jury composé de :

Président :	<i>M^{me}</i> . BECHIRI FATIHA	Grade MCA	Université de MOSTAGANEM
Examineur :	<i>M^{me}</i> . REZINI SALIHA	Grade MCA	Université de MOSTAGANEM
Encadrant :	Mr.OMARI HAMZA	Grade MAA	Université de MOSTAGANEM

Année Universitaire 2022/2023

Remerciements

En premier lieu, nous remercions DIEU tout puissant, qui nous a donné le courage, la force et la volonté pour réaliser ce modeste Travail.

*Nous d'abord remercie **monsieur** « **OMARI HAMZA** » Professeur Au département de génie électrique, d'avoir accepté la direction scientifique de ces travaux de recherche. On le exprimer toute notre gratitude pour son expérience, sa compétence multidisciplinaire, son soutien inconditionnel et ses qualités humaines.*

Nous adressons nos plus vifs remerciements aux membres du Jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant d'être rapporteurs De notre mémoire.

Enfin, un grand merci à tous les enseignants du département Génie Électrique qui ont participé à notre formation durant tout notre cycle universitaire ainsi à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

MERCI

Dédicaces

Je dédie ce travail :

- *A mes très chers parents qui ont été toujours là pour moi, et qui ont
Donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance. J'espère
Qu'ils trouveront dans ce travail toute ma reconnaissance et tout Mon
amour.*
- *A mes frères et sœurs*
- *A tous mes collègues de la promotion ELT INDUSTRIELLE Merci pour
tout*

MENOUER

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A la mémoire de mon grand-père tu me manque, je souhaite que tu sois avec moi ce jour. Mais il n'y a rien à faire, je veux que tu sois fier de moi, repose en paix

➤ *A mes très chers parents qui ont été toujours là pour moi, et qui ont
Donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance. J'espère
Qu'ils trouveront dans ce travail toute ma reconnaissance et tout Mon
amour.*

➤ *A mes frères et sœurs*

➤ *A ceux qui sont la source de mon inspiration et mon courage, à qui
➤ Je dois de l'amour et de la reconnaissance.*

➤ *A mes chers amis et chères amies pour tous les moments de joie et de
Peine qu'on a passée ensemble.*

Le résumé :

Cette étude approfondie se focalise sur l'exploration des mécanismes du chauffage par induction, en mettant particulièrement l'accent sur l'utilisation des phénomènes électromagnétiques. Elle se consacre aux configurations axisymétriques, où les conditions sont symétriques par rapport à un axe central. De plus, elle tire parti de la méthode des éléments finis en deux dimensions pour créer des modèles et des simulations de ces processus. Cette approche offre une opportunité d'analyser en profondeur la manière dont les champs électromagnétiques interviennent dans le processus de chauffage par induction dans des cas spécifiques, avec des implications potentielles significatives pour divers secteurs industriels et d'autres domaines d'application.

Mots clés :

Chauffage par induction ; méthode des éléments finis en 2D ; non-linéaire des matériaux ; phénomènes électromagnétiques

Abstract :

This in-depth study focuses on exploring the mechanisms of induction heating, with particular emphasis on the use of electromagnetic phenomena. It focuses on axisymmetric configurations, where conditions are symmetrical with respect to a central axis. Additionally, it takes advantage of the two-dimensional finite element method to create models and simulations of these processes. This approach provides an opportunity to analyze in depth how electromagnetic fields intervene in the induction heating process in specific cases, with significant potential implications for various industrial sectors and other application areas.

Keywords:

Induction heating; 2D finite element method; non-linear materials; electromagnetic phenomena.....

الملخص:

تركز هذه الدراسة المتعمقة على استكشاف آليات التسخين التعريفي، مع التركيز بشكل خاص على استخدام الظواهر الكهرومغناطيسية. وهو يركز على التكوينات المتماثلة المحورية، حيث تكون الظروف متناظرة بالنسبة إلى المحور المركزي. بالإضافة إلى ذلك، فإنه يستفيد من طريقة العناصر المحدودة ثنائية الأبعاد لإنشاء نماذج ومحاكاة لهذه العمليات. يوفر هذا النهج فرصة للتحليل المتعمق لكيفية تدخل المجالات الكهرومغناطيسية في عملية التسخين التعريفي في حالات محددة، مع آثار محتملة كبيرة على مختلف القطاعات الصناعية ومجالات التطبيق الأخرى.

الكلمات المفتاحية: التسخين بالتحريض؛ طريقة العناصر المحدودة ثنائية الأبعاد؛ المواد غير الخطية؛ الظواهر الكهرومغناطيسية.....

Le sommaire

Table des matières

Introduction Générale :	1
I-1- Introduction :	4
I-2- Principe du chauffage par induction :	4
I-3-Phénomènes et lois physiques lies au chauffage par induction :	5
I-3-1-Lois de Faraday et de Lenz :	5
I-3-2-Effet joule :	6
I-3-3-Courants du Foucault :	7
I-4-Types de chauffage par induction :	7
I-4-1-Chauffage direct :	7
I-4-2-Chauffage indirect :	7
I-5-Structure d'une installation de chauffage par induction :	9
Figure I.5: <i>Installation de chauffage par induction</i>	9
I-5-1-Alimentation énergétique et générateur :	9
I-5-2-Inducteur :	10
I-6-Application de chauffage par induction dans l'industrie :	10
I-6-1-Fusion :	10
I-6-1-1-Fours à induction à creuset :	11
I-6-1-2-Four à induction à canal :	11
I-6-2-Réchauffage avant formatage des métaux :	12
I-6-3-Traitement thermique par induction :	12
I-6-4-Autres applications divers de l'induction :	12
I-7- Propriétés du chauffage par induction :	13
I-7-1-Rendement électrique :	13
I-7-2-Amplitudes des courants inducteurs :	13
I-8-Puissances :	13
I-9- Conclusion :	13
II-1-Introduction :	16
II-2-Equation de maxwell :	16
II- 3- L'équations constitutives :	16
II-4-Dissipation électromagnétique :	18
II-5-Conditions de passage :	19
II-6-Hypothèses simplificatrices :	19
II-7-Modèle électromagnétique :	21
II-7-1-Formulation de l'équation électromagnétique en potentiel vecteur A :	21

II-7-2-L'équation dans les différentes régions :	22
II-7-2-1-L'équation dans les régions conductrices :	23
II-7-2-2-Equation dans les régions non conductrices l'air :	23
II-8-Modèles magnétodynamiques :	23
II-8-1-Modèle magnétodynamique linéaire en potentiel vecteur magnétique :	24
II-8-2-Modèle magnétodynamique non-linéaire en potentiel vecteur magnétique :	24
II-9-Cas d'une géométrie axisymétrique :	25
II-10-Approximation harmonique:	26
II-11-Développement de l'équation électromagnétique en axisymétrique :	26
II-12-Condition aux limites pour le potentiel vecteur magnétique :	27
II-13-Conclusion :	27
III-1-Introduction:	29
III-2-Méthodes numériques:	29
III-2-1-La méthode des différences finies:	29
III-2-2-La méthode des volumes finis :	29
III-2-3-La méthode des éléments finis MEF :	30
III-3-Méthode générale d'analyse numérique :	31
III-4-Approche éléments finis :	31
III-4-1-Principe de la méthode des éléments finis :	33
III-5-Domains d'application de la méthode des éléments finis :	33
III-6-Les Etapes logiques du calcul par éléments finis :	33
III-7-Approximation par éléments finis :	34
III-8-La fonction d'interpolation :	34
III-9-Utilisation d'un élément de référence :	36
III-10-Formulation intégrale :	38
III-11-Formulation variationnelle (méthode de Ritz) :	38
III-12-Méthode Galerkin :	38
III-13-Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis :	39
III-14- Formulation éléments finis de l'équation électromagnétique :	40
III-15-Conclusion :	41
IV-1-Introduction :	43
IV-2-Logiciel Utilisés :	43
IV-2-1-Logiciel «FEMM»:	43
IV-2-1-1-Présentation du logiciel «FEMM» :	43
IV-2-1-2-Description du logiciel «FEMM» :	43
IV-2-1-3-Structure générale du logiciel «FEMM» :	44

IV-3-Chauffage par induction :	46
IV-3-1-DEFINITION PHYSIQUE ET GEOMETRIQUE DU DOMAINE D'ETUDE :	46
IV-3-2-Description du modèle géométrique :	46
IV-3-3-Les propriétés physiques du dispositif simulé « chauffage par induction » : ... 48	
IV- 4-Etude dans le Cas linéaire :	49
IV- 4-1-Maillage et condition aux limites :	49
IV- 4-2-1ercas :	49
IV- 4-2-1-Les flèches de l'induction magnétique (H) :	50
IV- 4-2-2-Les lignes du flux magnétique :	53
IV- 4-2-3-Interprétation des résultats :	57
IV- 4-3-2ercas :	58
IV- 4-3-1-Les lignes du flux magnétique :	58
IV- 4-3-2-Interprétation de résultat :	62
IV- 4-4-3cas :	62
IV- 4-4-1-Les lignes du flux magnétique :	62
IV- 4-4-2-Interprétation de résultat :	66
IV- 5-Cas non linéaire :	67
IV- 5-1-Maillage et condition aux limites :	67
IV- 5-2-1ercas :	68
IV- 5-2-1-Les flèches de l'induction magnétique (H) :	68
IV- 5-2-3-Interprétation de résultat :	76
IV- 5-3-2ercas :	76
IV- 5-3-1-Les lignes du flux magnétique :	76
IV- 5-3-2-Interprétation des résultats :	80
IV- 6-Comparée des Résultats :	80
IV-6-1-1ercas :	80
IV-6-2-Analyse des effets de la fréquence sur les pertes Joule et des différences entre l'état linéaire et non linéaire :	81
IV- 6-3-2ercas :	82
IV- 6-4-Analyse des effets la densité de courant sur les pertes Joule et des différences entre l'état linéaire et non linéaire :	82
IV-7-Conclusion :	83
Conclusion Générale	84
Référence :.....	85

Listes des figures

Figure I.1: Principe de chauffage par induction.

Figure I.2: Loi de Faraday.

Figure I.3: Chauffage par induction direct.

Figure I.4: Chauffage par induction indirect.

Figure I.5: Installation de chauffage par induction.

Figure I.6: Schéma de principe d'un four de fusion à creuset.

Figure I.7 : four à canal.

Figure II.1: schéma électromagnétique de présentation d'un problème.

Figure II.2: géométrie d'une étude axisymétrique.

Figure III.1: Eléments finis mono et bidimensionnels et tridimensionnels.

Figure III.2: diagramme d'analyse numérique d'un système physique.

Figure III.3: Méthode d'approximations.

Figure III.4: Eléments bidimensionnels.

Figure III.5 : élément triangulaire sur le plan (r,z) .

Figure III.6: transformation d'un élément réel en un élément de référence.

Figure IV.1: Structure générale du logiciel «FEMM».

Figure IV.2 : présentation des différentes commandes de "FEMM"

Figure IV.3: Tube plein dans un inducteur de cuivre

Figure IV.4: Modèle géométrique du dispositif.

Figure IV.5 : La géométrie du dispositif du chauffage par induction avec les conditions aux limites

Figure IV.6: Maillage du domaine d'étude avec le logiciel « FEMM »

Figure IV.7: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 75 Hz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.8: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 500 Hz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.9: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 1 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.10 : La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 20 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.11: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 50 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.12: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 75 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.13: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 100 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.14: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 75Hz tracée par logiciel « FEMM»

Figure IV.15: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 500 Hz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.16: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 1 KHz tracée par logiciel « FEM ».

Figure IV.17: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 20 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.18: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 50 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.19: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 75 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.20: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 100 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.21: Variation des pertes joule en fonction de la fréquence.

Figure IV.22: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=2(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.23: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=4(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.24: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=6(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.25: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=8(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.26: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=10(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.27: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=12(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.28: Variation des pertes Joule en fonction de la densité de courant.

Figure IV.29: La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=70$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.30: La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=130$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.31 : La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=250$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.32: La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=750$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.33: La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=1000$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.34 : La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=1500$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.35: La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=2000$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.36: Variation des pertes Joule en fonction de la perméabilité.

Figure IV.37 : Courbe B(H) du matériau ferromagnétique utilisé.

Figure IV.38: Maillage du domaine d'étude avec le logiciel « FEMM ».

Figure IV.39: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 75 Hz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.40: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 500 Hz tracée par logiciel « FEMM»

Figure IV.41: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 1 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.42: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 20 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.43 : La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 50 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.44: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 75 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.45: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 100 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.46: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 75 Hz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.47: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 500 Hz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.48: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 1 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.49 : La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 20 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.50: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 50 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.51: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 75 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.52: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 100 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.53: Variation des pertes joule en fonction de la fréquence.

Figure IV.54: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=2(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.55 : La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=4(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.56: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=6(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.57: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=8(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.58: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=10(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.59: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=12(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Figure IV.60: Variation des pertes Joule en fonction de la densité de courant.

Figure IV.61 : Impact de la fréquence sur les pertes Joule dans les états linéaire et non linéaire.

Figure IV.62 : Impact la densité de courant sur les pertes Joule dans les états linéaire et non linéaire.

Introduction Générale

Introduction Générale :

Les radiateurs à induction, grâce aux récents progrès de la recherche, sont devenus essentiels dans de nombreuses applications industrielles nécessitant des opérations de chauffage, profitant des phénomènes électromagnétiques. En raison de leurs propriétés technologiques fascinantes, cette méthode de chauffage occupe une place de plus en plus cruciale dans le secteur industriel. Elle permet un chauffage rapide et à distance en utilisant les phénomènes électromagnétiques, offrant la possibilité de réguler avec précision la plage de transmission de puissance en fonction de la fréquence du générateur et des caractéristiques électromagnétiques de l'élément à chauffer. De plus, elle assure une chauffe uniforme, tout en restant simple à mettre en œuvre, contribuant ainsi à l'évolution progressive des applications du chauffage par induction.

Ce processus se distingue par la génération locale de chaleur à l'intérieur du matériau chauffé, en exploitant les phénomènes électromagnétiques. Dans tout scénario de chauffage, la quantité d'énergie nécessaire dépend de facteurs tels que la masse à chauffer, la température souhaitée et la durée de chauffage, et pour les ingénieurs responsables de la conception ou de la supervision des systèmes de chauffage par induction, le défi consiste d'abord à optimiser le transfert de puissance dans le domaine électromagnétique entre la source et le matériau, puis à comprendre l'évolution du champ de température dans le temps à partir d'un point de vue électromagnétique.

Les phénomènes physiques sous-jacents aux radiateurs à induction sont exprimés par des équations aux dérivées partielles (EDP) dérivées des équations de Maxwell (dans le domaine de l'électromagnétisme) et de l'équation de la chaleur électromagnétique (dans le domaine de la chaleur). Ces équations sont non linéaires et évolutives, et leur résolution nécessite l'utilisation de méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis.

Notre objectif est d'étudier ces deux phénomènes en détail, de les modéliser mathématiquement, puis de les résoudre par la méthode des éléments finis dans un contexte bidimensionnel.

Pour ce faire, le travail présenté dans ce mémoire est articulé autour de quatre chapitres :

Le premier chapitre présente le principe de chauffage par induction, ses principales caractéristiques et ses diverses applications.

Un deuxième chapitre sera concentré aux formulations mathématiques et modélisation des phénomènes électromagnétiques

Introduction Générale

Dans le troisième chapitre on va traiter la méthode des éléments finis (FEM) ont présenté les principes de ce dernier

Et dans le dernier chapitre on va voir les résultats de simulation ...

Et on conclure notre travail par une conclusion générale

Chapitre I :
Principes et caractéristiques
de chauffage par induction

I-1- Introduction :

L'induction électromagnétique est une technique de chauffage des matériaux conducteurs (métaux) et est souvent utilisée dans de nombreux processus thermiques tels que la fusion ou le chauffage des métaux.

L'induction électromagnétique a la particularité de générer de la chaleur à l'intérieur du matériau chauffé. Elle présente des avantages par rapport aux modes de chauffe plus classiques, notamment la réduction du temps de chauffe et le rendement élevé, voire possibilité de chauffe très localisée [1],

I-2- Principe du chauffage par induction :

Le chauffage par induction est le principe de la loi de Lenz et l'effet Joule. Tout matériau conducteur plongé dans un champ magnétique variable (généré par une bobine d'induction ou un inducteur) est le siège de courants induits, ou courants de Foucault. Ces courants dissipent la chaleur par effet Joule dans le matériau dont ils sont issus. En effet, un milieu conducteur (ici une inductance) traversé par un courant continu ou alternatif génère un champ électromagnétique dans l'espace environnant. Ce champ électromagnétique pénètre dans la pièce à partir de la surface sur une profondeur plus ou moins importante suivant la fréquence du champ électromagnétique et les propriétés du matériau considéré. Si maintenant un courant alternatif alimente notre inducteur, le champ électromagnétique va osciller exactement ou sensiblement, à la même fréquence que le courant imposé suivant que le matériau constitutif de la pièce est magnétique, amagnétique ou diamagnétique. Ces oscillations rapides du champ électromagnétique induisent des courants de Foucault dans la pièce. La direction et le sens de déplacement des courants obéissent à la loi de Lenz qui stipule que « les courants induits s'opposent à la cause qui leur a donné naissance ». Ainsi les courants induits dans la pièce vont circuler dans la même direction mais dans le sens opposé au courant imposé dans l'inducteur. La région parcourue par les courants est une zone de dissipation de chaleur par effet Joule. Enfin la chaleur se propage vers le centre de la pièce par diffusion thermique. [2]

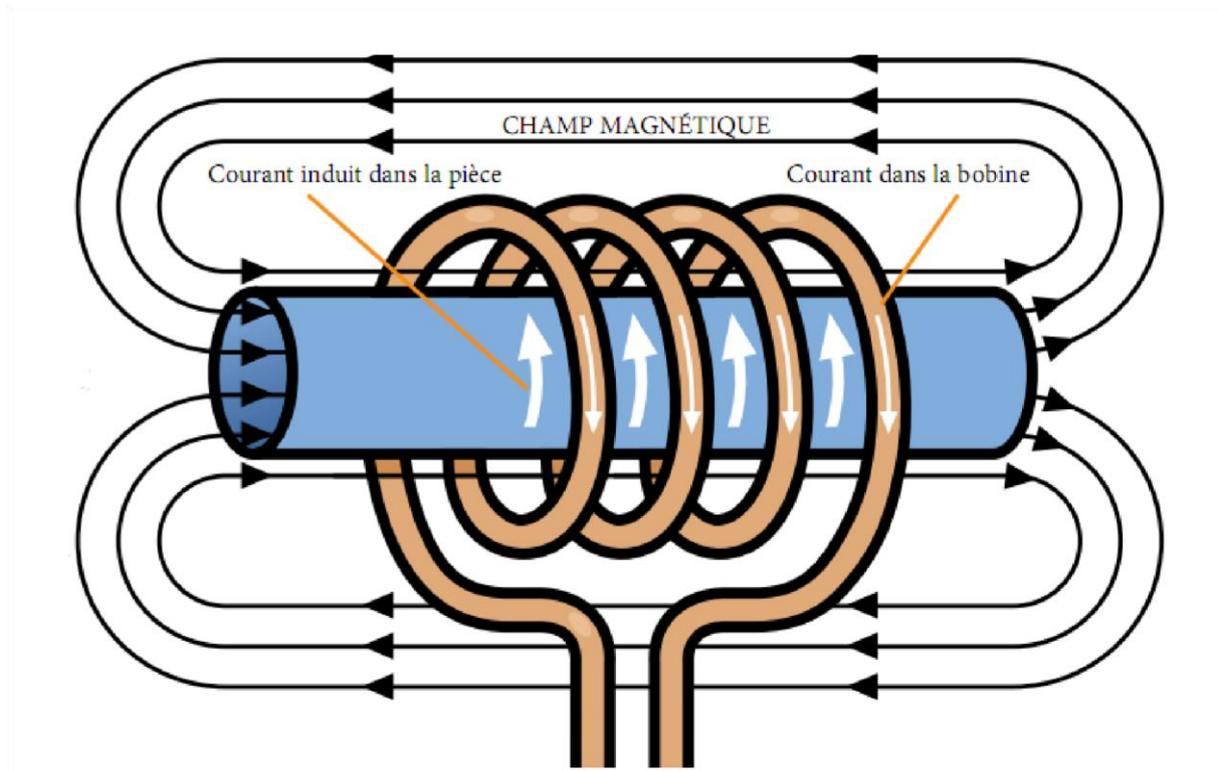


Figure I.1: Principe de chauffage par induction.

I-3-Phénomènes et lois physiques liés au chauffage par induction :

I-3-1-Lois de Faraday et de Lenz :

On peut induire des éléments finis. Dans un circuit filamenteux, en modifiant le flux magnétique traversant le circuit : c'est le phénomène d'induction électromagnétique. Le flux de champ magnétique à travers le circuit change lorsque :

- le cas de circuits en mouvement dans un champ magnétique permanent,
- le cas d'un circuit fixe dans un champ magnétique variable.
- Le cas général des circuits mobiles dans des champs magnétiques variables.

La direction du courant induit est déterminée par la loi de Lenz, qui stipule que la direction du courant induit est telle que le champ magnétique qu'il produit est opposé au changement de flux qui le provoque. Si le circuit est fermé, un courant est produit, ce qui signifie qu'il y a une force électromotrice agissant sur les porteurs de charge du circuit. Ce champ est appelé champ électrique induit. [3]

Pendant un temps dt , la variation du flux magnétique total à travers une surface quelconque s'appuyant sur le circuit (C) est : la f.é.m. induite E s'exprime à l'aide de la loi de Faraday :

$$E = - \frac{d\phi}{dt} \quad (I. 1)$$

E : tension induite [V] Q : flux magnétique [Wb]

t : temps [s]

Quand une boucle d'un matériau conducteur (voir figure I.2a) est placée dans un champ magnétique, on voit apparaître aux bornes de la boucle une tension induite E exprimée par l'équation (I.1).

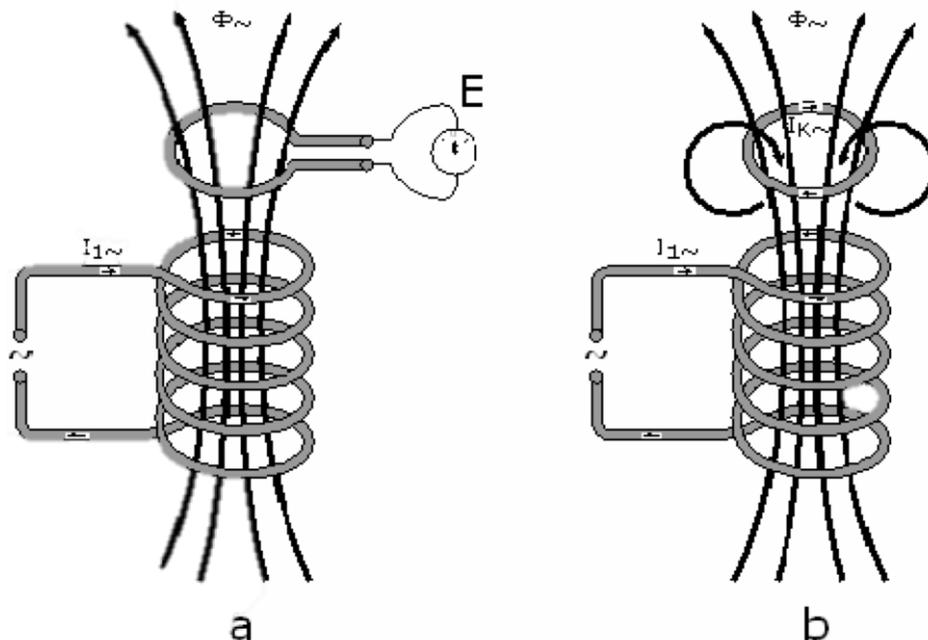


Figure I.2: Loi de Faraday.

Quand la boucle est mise en court-circuit, la force électromotrice E va entraîner l'apparition d'un courant de court-circuit circulant dans le sens opposé au phénomène qui le génère. C'est la loi de Faraday-Lenz figure (I.2b). [1]

I-3-2-Effet joule :

Si une différence de potentiel alternatif U est appliquée aux bornes d'une bobine, un courant alternatif circulant dans la bobine produira une induction magnétique alternative avec la fréquence du courant. Si nous plaçons un objet conducteur près de la bobine, il sera affecté par le flux magnétique changeant. Selon la loi de Faraday, ce flux induira à son tour une force électromotrice, qui induira un courant dans le conducteur.

Ces courants induits sont des courants de Foucault qui chauffent le corps par effet Joule.

Lorsqu'un courant I [A] parcourt un conducteur électrique de résistance R [Ω], la puissance dissipée P [W] dans le conducteur est de type :

$$P = R \cdot I^2 \quad (I.2)$$

Dans le chauffage par induction, c'est cet effet qui permet de transformer les courants induits en chaleur pour ensuite être transmis par convection thermique dans le corps à chauffer. [1]

I-3-3-Courants du Foucault :

Foucault a également étudié les phénomènes électriques et magnétiques, tels que les courants électriques qui apparaissent à l'intérieur des conducteurs en réponse à un champ magnétique changeant.

Ainsi, des courants sont induits par un champ magnétique variable dans le temps, qui génère un champ électrique, qui provoque la génération locale de courants dans le matériau, ces courants sont appelés courants induits ou courants de Foucault.

Les courants de Foucault circulent à l'opposé des courants induits et sont utilisés dans certains appareils pour freiner ou amortir les oscillations des pièces mobiles, par exemple ils sont utilisés dans les appareils de chauffage par induction. En revanche, ils sont néfastes dans les noyaux de fer des transformateurs et des machines électriques tournantes, et leurs effets sont limités par l'utilisation de conducteurs feuilletés qui empêchent leur propagation. [5]

I-4-Types de chauffage par induction :

I-4-1-Chauffage direct :

Les courants de Foucault se propagent nettement dans la pièce à chauffer, en donnant son échauffement par effet joule. (Figure I.3)

I-4-2-Chauffage indirect :

Le courant est généré dans l'élément qui est en contact thermique avec la charge.

En chauffage indirect, la cuve peut être métallique, éventuellement revêtue. Dans ce cas un courant est induit dans le récipient et la chaleur est alors propagée par les conditions thermiques dans la pièce à chauffer (généralement un liquide non conducteur) (Figure I.4).

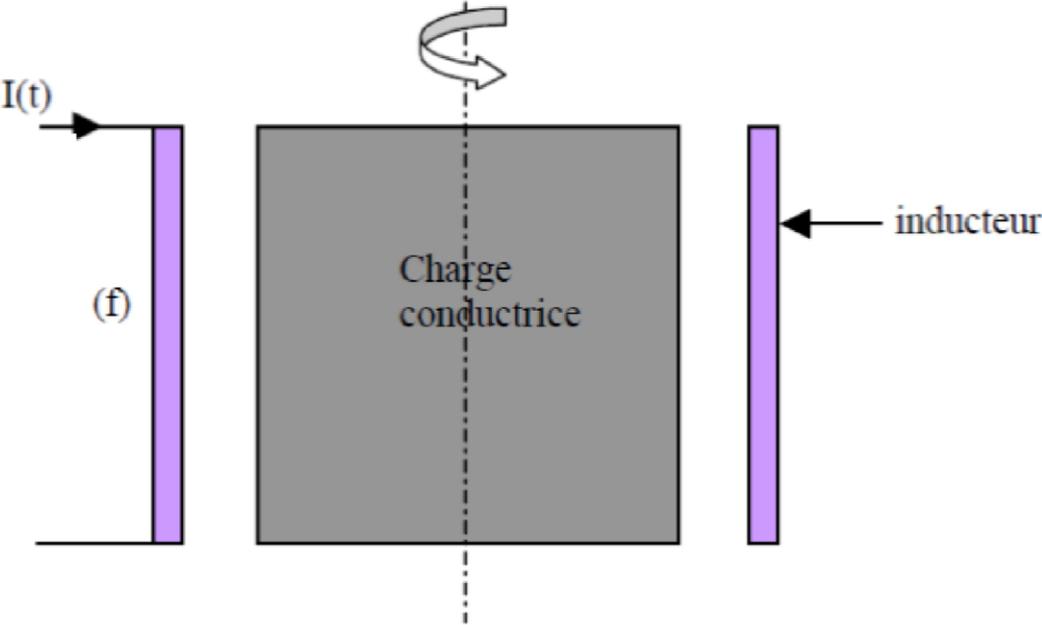


Figure I.3:Chauffage par induction direct.

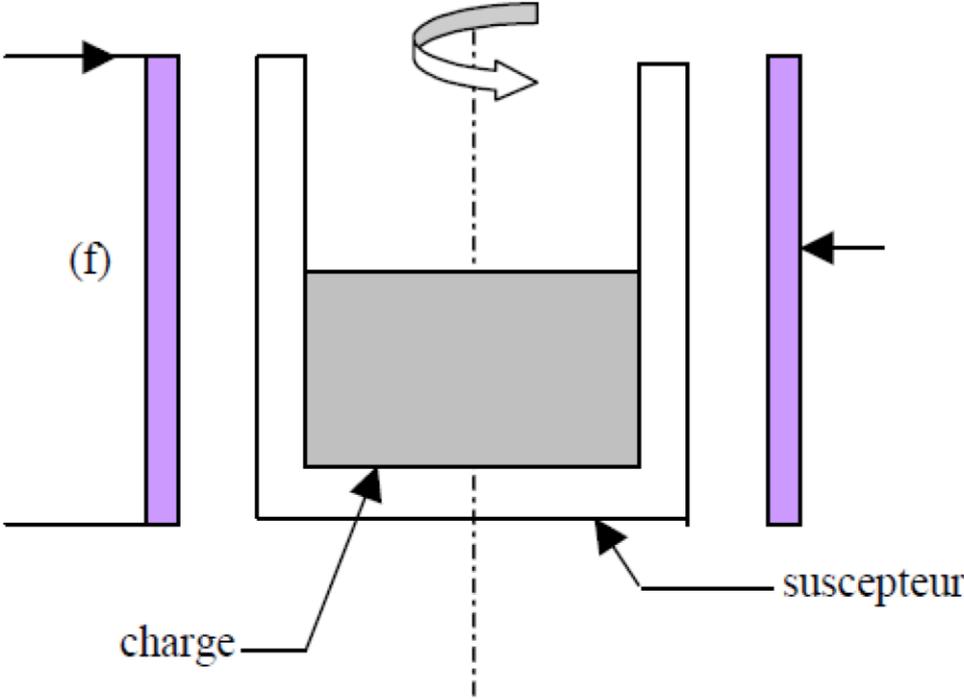


Figure I.4:Chauffage par induction indirect.

I-5-Structure d'une installation de chauffage par induction :

Les appareils de chauffage par induction comprennent principalement :

- L'alimentation se compose généralement d'une génératrice moyenne fréquence ou haute fréquence, d'un convertisseur, qui peut générer du courant à la fréquence requise,
- Transformateurs adaptatifs et batteries de condensateurs nécessaires pour réguler la tension,
- capteur de chauffage,
- la charge à chauffer,
- les systèmes de refroidissement des inducteurs et autres composants de puissance,
- Structures de contrôle et de commandement.

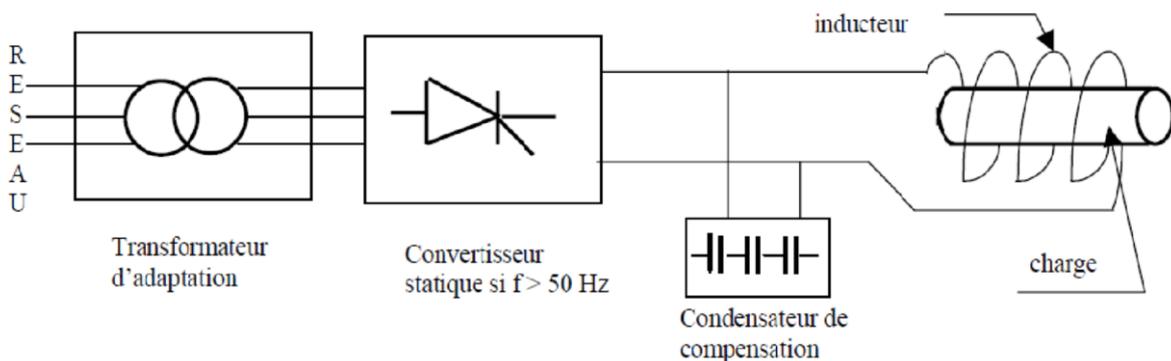


Figure I.5: Installation de chauffage par induction

I-5-1-Alimentation énergétique et générateur :

L'alimentation électrique peut être de différente nature selon la fréquence d'alimentation de l'installation. [1]

Quelques **ordres de grandeur** sur le chauffage par induction permettent de mieux cerner ses spécificités.

- Pour les installations à 50Hz
 - La charge est directement connectée au transformateur. Le transformateur peut être réglé pour ajuster les courants à l'impédance de la charge. [1]
- Convertisseur de fréquence à thyristors :

- Rendement : 90-97%
- Plage de fréquence : 100Hz-10kHz
- Plage de puissance : jusqu'à 10MW
- Convertisseur de fréquence à transistors :
 - Rendement : 75-90%
 - Plage de fréquence : jusqu'à 500kHz
 - Plage de puissance : jusqu'à 500kW

I-5-2-Inducteur :

Dans la plupart des applications, l'inducteur est un tube de cuivre creux sous la forme d'une bobine qui enveloppe l'objet chauffé. Il est responsable de la création d'un champ magnétique. L'inducteur peut être positionné différemment selon l'application. La bobine d'induction est principalement en cuivre pour résister à des courants élevés et produire des pertes Joule minimales (limitant ainsi les pertes électriques), et dans la plupart des cas sont refroidie à l'eau. [1]

I-6-Application de chauffage par induction dans l'industrie :

On trouve principalement les installations de chauffage par induction dans les domaines de la métallurgie et de la mécanique : 45 % pour la fusion, 45 % pour le chauffage avant formage, 10 % pour le traitement thermique et les applications diverses.

Cependant, grâce à l'évolution des technologies de l'électronique et à l'apparition de composant de commutation plus rapides, des applications innovantes sont apparues dans d'autres domaines : chimie (fusion directe de verres et d'oxydes), grand public (plaque chauffante de cuisine). [6]

I-6-1-Fusion :

Les fours les plus courants sont les fours à pot basculant, qui sont le plus souvent utilisés pour la fusion, et les fours à canal, qui sont souvent réservés au maintien des métaux en fusion.

I-6-1-1-Fours à induction à creuset :

La stabilité de la bobine est assurée par le fait qu'elle est soumise à des contraintes mécaniques importantes dues aux forces électromagnétiques et à la pression de la terre compactée (dilatation, pression métallostatique). [7]

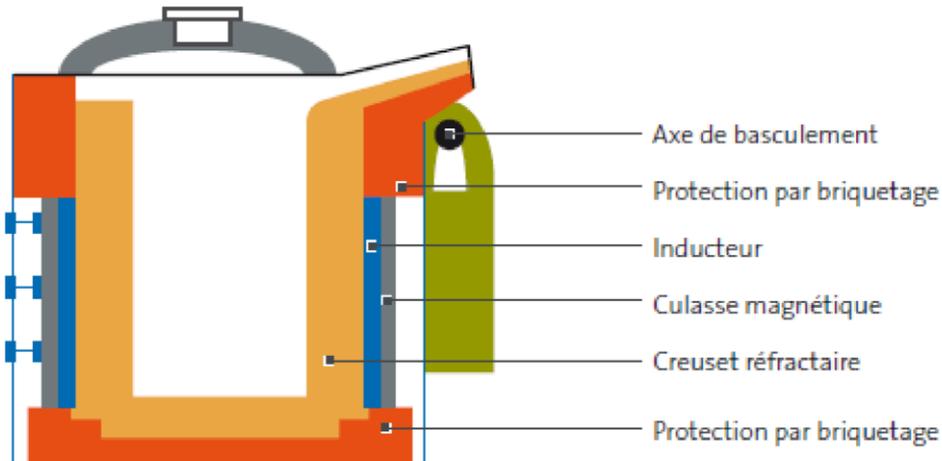


Figure I .6: Schéma de principe d'un four de fusion à creuset.

I-6-1-2-Four à induction à canal :

Dans un four à canal, la cuve est reliée à un conduit dont les deux extrémités débouchent dans la cuve. La bobine d'induction est entourée d'un canal de communication. D'un point de vue électrique, un four à canal correspond à un transformateur de régulation dont l'enroulement secondaire serait un canal.

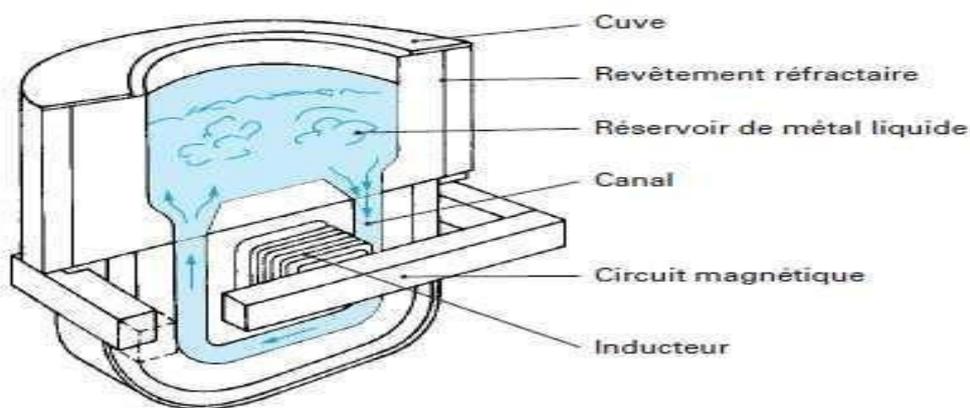


Figure I.7 : four à canal

Grâce à l'uniformité de la température dans les fours et à un léger mélange, ces fours permettent la production d'un métal de haute qualité et la production d'un alliage avec une bonne homogénéité.

I-6-2-Réchauffage avant formatage des métaux :

Le chauffage d'un métal dans la masse facilite considérablement sa déformation plastique. Des pièces de géométrie généralement simple sont portées de façon homogène à un niveau de température de l'ordre de 1100-1300°C pour les aciers, 750-900°C pour les cuivreux et 450-550°C pour les alliages d'aluminium. [7]

Pour un chauffage à cœur, la fréquence doit être relativement basse mais l'expression du rendement impose au contraire un seuil minimal au-dessous duquel l'efficacité énergétique décroît. Une fréquence trop élevée conduirait en revanche à un chauffage trop superficiel d'où allongement du temps de chauffage à cœur et augmentation relative de toutes les pertes d'origine thermique. [7]

On distingue deux types de réchauffage :

- Le réchauffage avant laminage,
- Le réchauffage avant forgeage.

I-6-3-Traitement thermique par induction :

On peut distinguer le traitement thermique superficiel ou trempé qui constitue l'application la plus connue du chauffage par induction et le traitement dans la masse pour laquelle l'induction commence à se développer. Ces applications nécessitent souvent l'utilisation des hautes fréquences pour l'induction (typiquement 50 à 400 KHz) ; ils bénéficient aujourd'hui de la commercialisation des générateurs de fréquence à transistor, qui remplacent désormais les classiques générateurs à lampes, car ils présentent un meilleur rendement (85-90% au lieu de 65-70%). [7]

- la trempée superficielle,
- les traitements thermiques dans la masse,
- les traitements de surface.

I-6-4-Autres applications divers de l'induction :

Ceux-ci comprennent :

- mélange électromagnétique d'alliages métalliques ;
- plasma à induction ;
- plaques de cuisson ;
- industrie chimique ;
- charge de la batterie ;

- acier et métallurgie ;
- limitation électromagnétique ;
- Décapage peinture.

I-7- Propriétés du chauffage par induction :

I-7-1-Rendement électrique :

Le rendement électrique est le rapport entre la puissance dissipée dans la charge par rapport à la puissance fournie aux bornes de l'inducteur. [8]

$$\eta_e = p_c / (p_i + p_c) \quad (I.2)$$

Avec :

p_c : Puissance dans la charge.

p_i : Puissance perdue dans les spires d'inducteur.

Cela dépend fortement du rapport diamètre/profondeur de pénétration (pour les charges cylindriques) et de la conception de l'excitatrice. Les règles de base à suivre pour obtenir les meilleures performances sont les suivantes :

- Les métaux magnétiques à haute résistance électrique sont plus performants que les métaux à faible résistance électrique.
- Etablir une bonne liaison entre l'excitatrice et la charge (limiter l'entrefer et des dimensions d'excitatrice suffisamment longues).

I-7-2-Amplitudes des courants inducteurs :

Comme la puissance transmise dépend de la fréquence, elle dépend aussi du carré du champ magnétique c'est-à-dire du carré de l'intensité créant ce champ .Donc suivant l'application thermique voulue on choisit l'intensité des courants inducteurs. [8]

I-8-Puissances :

Les puissances mises en jeu dépendent du type d'application et des fréquences utilisées. Ils se caractérisent par une performance spécifique, la puissance absorbée par l'élément à chauffer. Elles peuvent varier de 100 KW/m² à 105 KW/m². [7]

I-9- Conclusion :

Dans ce premier chapitre nous avons rappelé le principe de base du chauffage par induction et décrit brièvement les caractéristiques du procédé ainsi que ses différentes applications industrielles. Le principal avantage de cette technique est que la chaleur est générée directement

Chapitre I : Principes et caractéristiques du chauffage par induction

dans le matériau chauffé. Cela réduit considérablement les temps de réponse et permet d'obtenir d'excellents rendements et capacités de chauffage local.

Force est de constater que l'induction a sa place partout dans le monde, avec un fort développement dans le domaine de l'industrie.

Chapitre II :
Modélisation des phénomènes
électromagnétiques

II-1-Introduction :

En génie électrique, la connaissance des champs électromagnétiques produits par les sources permet d'évaluer les performances et le comportement des appareils dans des conditions permanentes ou transitoires. Cela nécessite le développement d'un modèle mathématique.

II-2-Equation de Maxwell :

Les équations de Maxwell représentent le fondement de l'électromagnétisme, c'est-à-dire que ces équations permettent de décrire l'évolution spatio-temporelle des champs électriques et magnétiques. Ces équations locales relient le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H} à leurs sources : densité de charge ρ , densité de courant \vec{J} :

- La loi de Faraday :

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

- La loi d'Ampère :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II.2})$$

- La loi de conservation de flux :

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.3})$$

- La loi Gauss :

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II.4})$$

II-3- L'équations constitutives :

Les équations de Maxwell sont générales et s'appliquent à tous les milieux. Cependant, elles ne nous permettront pas de définir la situation électromagnétique dans un milieu. Donc ils doivent être ajoutés les lois constitutives du milieu qui sont caractéristiques de chaque milieu, pour traiter un problème électromagnétique. Celles-ci lient les différents champs magnétique et les électrique entre eux. De nouvelles relations doivent donc venir compléter ces équations en fonction des propriétés spécifiques des milieux aux quels on les appliquera. De telles relations sont appelées «équations de constitutives ». [9-10]

❖ Relation magnétique :

Dans cette équation constitutive décrit les propriétés magnétiques, en particulier non-linéarité et hystérésis, via la perméabilité magnétique μ .

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.5})$$

❖ Relation d'électrique :

Dans cette équation constitutive décrit les propriétés diélectrique par l'intermédiaire de la permittivité électrique ϵ .

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.6})$$

❖ Lois d'Ohm généralisé :

Dans cette équation fondamentale relie le champ électrique et la densité de courant l'intermédiaire électrique σ .

$$\vec{J} = \vec{J}_{ex} + \sigma \vec{E} + \sigma (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.7})$$

Avec ces équations. Nous pouvons leur ajouter la loi d'Ohm :

$$\vec{J} = \vec{J}_{ind} + \vec{J}_s \quad (\text{II.8})$$

$$\vec{J}_{ind} = \sigma \vec{E} + \sigma (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.9})$$

Dans cette dernière équation, le deuxième terme du deuxième élément représente la densité de courant induite par le taux de décharge et le premier terme représente la densité de courant $[A/m^2]$ induite par conduction

Avec :

\vec{J}_{ind} : Est la densité de courant induit $[A/m^2]$

\vec{J}_s : La densité de courant de source $[A/m^2]$

\vec{B} : L'induction magnétique [T]

\vec{v} : vitesse au point considéré [m/s]

\vec{B}_r : L'induction magnétique rémanente [T]

\vec{E} : Champ électrique [v/m]

\vec{D} : L'induction électrique $[cm^{-2}]$

\vec{H} : Champ magnétique [A/m]

ϵ : permittivité électrique [F/m]

μ : perméabilité magnétique [H/m]

σ : conductivité électrique [s/m]

P : La densité volumique de la charge électrique $[c/m^3]$

$\sigma (\vec{v} \wedge \vec{B})$: Densité des courants induits résultant au mouvement E $[A/m^2]$

$\sigma \vec{E}$: Densité des courants induits des champs électriques E $[A/m^2]$.

Ou :

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad [\text{H/m}]$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \text{ [F/m]}$$

μ_0 : Perméabilité du vide égale à $4.\pi.10^{-7}$

μ_r : Perméabilité relative

ε_0 : Permittivité du vide égale à $10^{-9}/36\pi$

ε_r : Perméabilité relative

II-4-Dissipation électromagnétique :

La source de chaleur des appareils électromagnétiques est l'énergie électrique ou mécanique. L'énergie électrique correspond à la perte de puissance due à la circulation du courant dans les conducteurs et l'énergie mécanique correspond au frottement dans les pièces mobiles. Ceci sera discuté plus tard. La déperdition électrique se caractérise par la création d'une source de chaleur dans le corps. Il existe trois types différents de dissipation électromagnétique dans les équipements électromagnétiques. Certains sont dus à l'hystérésis magnétique, certains sont dus aux courants induits dans les matériaux conducteurs et certains sont dus à l'hystérésis diélectrique. Pour les densités volumiques de ces trois forces, on peut utiliser la formule.

$$P = \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \cdot \vec{J} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.10})$$

Où \vec{H} , \vec{B} , \vec{E} , \vec{D} , \vec{J} sont respectivement les valeurs locales des vecteurs champs et induction magnétique, champ et induction électrique et courant électrique.[11]

Le premier terme dans (II.10) correspond aux pertes par hystérésis magnétique. Dans le cas des phénomènes alternatif de période T, nous avons alors la puissance moyenne de la forme :

$$\overline{P_H} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{T} \oint_C \text{HdB} \quad (\text{II.11})$$

Soit :

$$\overline{P_H} = \frac{S}{T} \quad (\text{II.12})$$

Où C et S sont respectivement le contour et l'aire de cycle d'hystérésis.

Le second terme correspond à l'effet joule dû aux courants induits qu'on impose dans les matériaux. En utilisant la loi d'Ohm :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.13})$$

Cette dissipation volumique par courants de Foucault s'écrit alors :

$$P_c = \vec{E} \cdot \vec{J} = \frac{J^2}{\sigma} \quad (\text{II.14})$$

Où σ et la conductivité électrique.

Le troisième terme est lié, de façon tout à fait identique au premier, aux pertes par hystérésis diélectriques. L'aire du cycle, pour un matériau donné, dépend aussi de la fréquence et de la température.

Suivant la nature des matériaux, il faudra donc faire appel à un ou plusieurs de ces trois effets. Pour un matériau non ferromagnétique tel que Cu, Al, etc. Seul le deuxième terme intervient. Dans le cas d'un matériau ferromagnétique ce sont les deux premiers termes qui sont responsable de son échauffement, alors que les deux derniers termes conduisent à l'échauffement d'un diélectrique. [11]

II-5-Conditions de passage : [12]

Prenons une surface de séparation entre deux milieux (1) et (2) d'épaisseur Δ , pour un Δ qui tend vers zéro, les flux des champs \vec{B} et \vec{D} vont s'annuler, tandis que la densité de courant devient une densité de courant surfacique \vec{J}_s caractérisé par une charge surfacique $\vec{\rho}_s$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \quad (\text{II.15})$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \quad (\text{II.16})$$

$$\vec{n} \times (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \vec{\rho}_s \quad (\text{II.17})$$

$$\vec{n} \times (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (\text{II.18})$$

Les quatre équations précédentes montrent La continuité de la composante tangentielle du champ électrique \vec{E} et La continuité de la composante normale de l'induction magnétique \vec{B} et ses certaines conditions (absence de la charge surfacique), La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique \vec{D} , elle montre aussi La discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique \vec{H} .

\vec{n} : La normale à la surface de séparation dirigée du milieu (1) vers le milieu (2)

II-6-Hypothèses simplificatrices : [12]

Les équations de Maxwell précédentes décrivent globalement les phénomènes électromagnétiques. Selon les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables.

Pour le chauffage par l'induction, on peut citer les hypothèses suivantes :

A/ La perméabilité magnétique :

On prend la perméabilité assimilée à celle du vide.

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ [H/m]}$$

B/Le terme de transport :

Le pratique montre qu'à cause de la faible valeur de l'induction d'une part, et de l'ordre de grandeur des vitesses dans le chauffage par induction d'autre part (ne dépassant guère quelque dizaines de mètres par seconde [13] donc en écrire :

$$|\vec{E}| \gg |\vec{V} \wedge \vec{B}|$$

Ce la nous permet donc de négliger le terme de vitesse donc l'équation électromagnétique, nous pouvons alors d'écrire simplement :

$$\vec{J} = \vec{J}_{ex} + \sigma \vec{E} \quad (\text{II.19})$$

C/courant de déplacement :

Néglige le courant de déplacement $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ devant le courant de conduction ($\sigma \vec{E}$) dans le cas de conducteur en régime harmonique ($\sigma \vec{E} \ll \frac{\partial \rho}{\partial t}$).

D/La densité de la charge :

L'évolution de la densité de charge d'espace ρ dans la masse d'un conducteur est négligeable. En effet en prenant les deux équations de Gauss de conservation de charge données respectivement par :

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (\text{II.20})$$

$$\text{div } \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{II.21})$$

En combinent les deux relations (II.20), (II.21) avec la loi d'Ohm, en aboutit à une équation différentielle (équation de conduction de la charge de l'espace).

$$\text{div } \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \text{ avec } \vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.22})$$

$$\text{div } \sigma \vec{E} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow \sigma \text{div } \vec{E} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{II.23})$$

En remplace l'équation (II.20) dans (II.23) en trouve

$$\frac{\sigma \rho}{\epsilon} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow \frac{\sigma \rho}{\epsilon} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.24})$$

L'équation (II.24) comme solution (de forme exponentielle)

$$\rho(t) = \rho_0 \cdot \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\epsilon}\right) \cdot t\right) \quad (\text{II.25})$$

Pour un milieu conducteur, ce phénomène est très rapide. En peut donc dire qu'au bout d'un temps, toujours négligeable, la densité de la charge ρ est nulle dans un conducteur parcouru par des courants carrelle s'atténue très rapidement par retour à la neutralité électrique.

II-7-Modèle électromagnétique :

D'après Les équations (II.1) et (II.18) s'appliquent dans l'inducteur et l'induit aux armatures de chauffage par induction. Ils expliquent tous les phénomènes électromagnétiques dans le monde. Cependant, dans la plupart des cas, ils ne sont actuellement pas directement résolubles et, de plus, le suivi des appareils que nous utilisons pour étudier un phénomène particulier sont devenu négligeable.

II-7-1-Formulation de l'équation électromagnétique en potentiel vecteur A :

Dans cette équation de Maxwell ($\text{div } \vec{B}=0$) de la loi conservation de Flux en implique l'induction dérive d'un potentiel vecteur magnétique \vec{A} :

Alors :

$$\text{div } \vec{B}=0 \Rightarrow \vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II.26})$$

En remplace l'équation (II.26) dans équation de Maxwell-faraday

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.27})$$

Donc :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \frac{\partial}{\partial t} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \quad (\text{II.28})$$

Potentiel scalaire V électrique il existe en équation

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{grad}} v) = 0 \quad (\text{II.29})$$

Alors :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \overrightarrow{\text{rot}} \left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}} v \right) \Rightarrow \vec{E} = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}} v \quad (\text{II.30})$$

En plus dans l'équation (II.2) Maxwell-Ampère ($\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$)

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$ (première hypothèse simplificatrice)

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}$$

Avec :

$$\vec{J} = \vec{J}_{ex} + \sigma \vec{E} \Rightarrow \vec{J} = \vec{J}_{ex} + \sigma \left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}} v \right) \quad (\text{II.31})$$

En remplace équation (II.26) dans équation (II.31)

Donc :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}_{ex} + \sigma \left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}} v \right) \quad (\text{II.32})$$

D'après la relation (II.5)

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \quad (\text{II.33})$$

En remplacé équation (II.33) dans équation (II.32)

Alors je trouvé dans équation :

$$\text{rot} \frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{J}_{ex} + \sigma \left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} v \right) \quad (\text{II.34})$$

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) = \vec{J}_{ex} + \sigma \left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} v \right) \quad (\text{II.35})$$

Donc :

$$\frac{1}{\mu} \text{rot}(\text{rot} \vec{A}) = \vec{J}_{ex} + \sigma \left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} v \right) \Rightarrow \frac{1}{\mu} \text{rot}(\text{rot} \vec{A}) = \vec{J}_{ex} - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \text{grad} v \quad (\text{II.36})$$

Alors :

$$\frac{1}{\mu} \text{rot}(\text{rot} \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \text{grad} v = \vec{J}_{ex} \quad (\text{II.37})$$

La solution au problème électromagnétique est donc par seul. Pour résoudre ce problème, on peut ajouter une jauge de Coulomb écrite sous la forme :

$$\text{div}(\vec{A}) = 0 \quad (\text{II.38})$$

On obtient : $\mu = \text{constant} = \mu_0$

En régime harmonique :

$$\frac{\partial}{\partial t} = j\omega \quad (\text{II.39})$$

J : unité imaginaire ($j^2 = -1$)

ω : la pulsation des sources

Dans cette L'équation (II.37) devient en régime harmonique et prendra la forme suivante :

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot}(\text{rot} \vec{A}) + \sigma j\omega \vec{A} + \sigma \text{grad} v = \vec{J}_{ex} \quad (\text{II.40})$$

\vec{A} : Sous forme complexe.

II-7-2-L'équation dans les différentes régions :

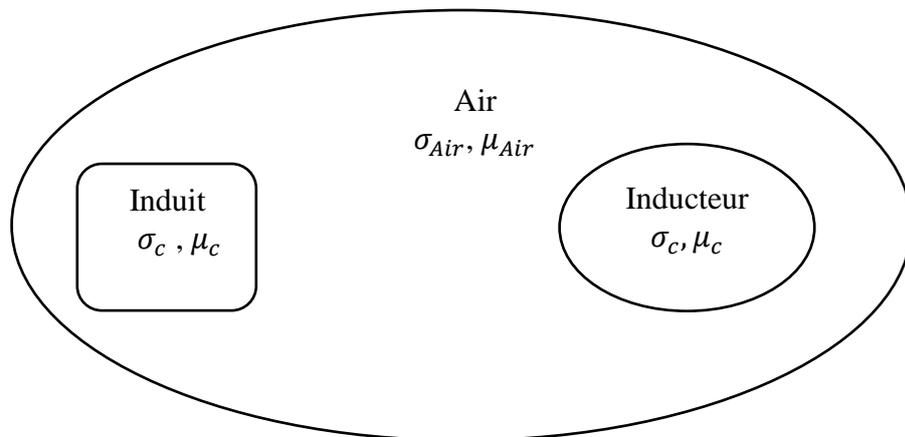


Figure II.1: schéma électromagnétique de présentation d'un problème.

- L'inducteur : un milieu amagnétique, conducteur (en cuivre).
- Induit (la charge) : un milieu amagnétique, conducteur.

- L'air : un milieu isolant électrique, amagnétique.

L'équation (II.40) se présente sous diverses formes en fonction de la zone d'étude et des propriétés des milieux variés.

II-7-2-1-L'équation dans les régions conductrices : [12]

➤ Equation dans l'inducteur :

Dans le cas où l'inducteur est soumis à une excitation de tension, et le fait qu'il est caractérisé par une perméabilité magnétique égale à celle du vide. L'équation (II.40) suivant :

$$\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\overline{A}) = -\sigma_i (j\omega\overline{A} + \overrightarrow{\text{grad}}v) \quad (\text{II.41})$$

σ_i : Conductivité électrique de l'inducteur.

Dans ce cas, le potentiel scalaire n'est autre que la tension connue de la source U. Lorsque l'inducteur est alimenté par une source de courant de densité J_{ex} d'amplitude connue, dont la distribution est uniforme dans la section du conducteur. L'équation (II.40) devient :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}\overline{A}\right) = \overline{J}_{ex} \quad (\text{II.42})$$

➤ Equation dans la charge (induit) :

En tous points de la charge, le courant est créé seulement par la variation harmonique de \overline{A}

L'équation caractérisant la charge est :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \frac{1}{\mu_c} (\overrightarrow{\text{rot}}\overline{A}) = -\sigma_c j\omega\overline{A} \quad (\text{II.43})$$

$\mu_c \sigma_c$: Sont respectivement : la conductivité électrique et la perméabilité magnétique de la charge.

II-7-2-2-Equation dans les régions non conductrices l'air :

L'air est un milieu linéaire de perméabilité μ_0 , non conducteur ($\sigma_{air} = 0$), l'équation (II.40) se réduit à l'équation suivante :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\overline{A}) = 0 \quad (\text{II.44})$$

II-8-Modèles magnétodynamiques :

La magnétodynamique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques et électriques en régime dynamique, en négligeant toutefois les courants de déplacement, c'est-à-dire sous l'hypothèse de l'électrotechnique. Les champs électromagnétiques sont alors variables, soit par variation de courants d'excitation. Soit par mouvement d'aimants permanents. Le mouvement n'est cependant pas pris en compte ici et seul le premier cas sera étudié

II-8-1-Modèle magnétodynamique linéaire en potentiel vecteur magnétique :

L'équation (II.3) démontre que \vec{B} est un champ rotationnel, signifiant qu'il existe un vecteur potentiel \vec{A} tel que.

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A} \quad (II.45)$$

En substituant (II.45) dans (II.1), on obtient.

$$\overrightarrow{rot}\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = \vec{0} \quad (II.46)$$

Ceci nous permet d'écrire.

$$\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = -\overrightarrow{grad}v \quad (II.47)$$

Soit :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}v - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (II.48)$$

La combinaison de (II.48) et (II.19) aboutit à :

$$\sigma \vec{E} = \vec{J} - \vec{J}_{ex} = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}v\right) \quad (II.49)$$

Donc :

$$\vec{J} = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}v\right) + \vec{J}_{ex} \quad (II.50)$$

En substituant (II.50) dans (II.2) avec $\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$, on obtient.

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}\vec{A}\right) = \vec{J}_{ex} - \sigma \overrightarrow{grad}v \quad (II.51)$$

L'utilisation de ce modèle est très courante dans l'étude des dispositifs à induction électromagnétique.

II-8-2-Modèle magnétodynamique non-linéaire en potentiel vecteur magnétique : [18]

Dans un système magnétodynamique non-linéaire on a :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (II.52)$$

L'aimantation du matériau \vec{M} est déterminée par le modèle d'hystérésis. En utilisant la substitution de (II.50) dans (II.2) avec l'aide de (II.52) on obtient :

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) = \vec{J}_{ex} - \sigma \text{grad} v + \text{rot} \vec{M} \quad (\text{II.53})$$

Le comportement magnétique non linéaire est modélisé par l'hystérésis.

II-9-Cas d'une géométrie axisymétrique :

L'approche en coordonnées cylindriques (r, θ, z) s'avère pertinente pour l'étude. Toutefois, lorsque l'on néglige l'influence des spires, la géométrie évolue vers une symétrie de révolution. Dans ce cas, les courants circulent généralement perpendiculairement au plan d'analyse comme illustré dans la figure (II.2). Le potentiel conserve alors une seule composante A_θ , orthogonale au plan d'étude, dépendant uniquement des variables r et z. Cela conduit automatiquement à la satisfaction de la condition $\text{div} \vec{A} = 0$. Ainsi, la zone de résolution se restreint à un plan défini par les axes r et z.

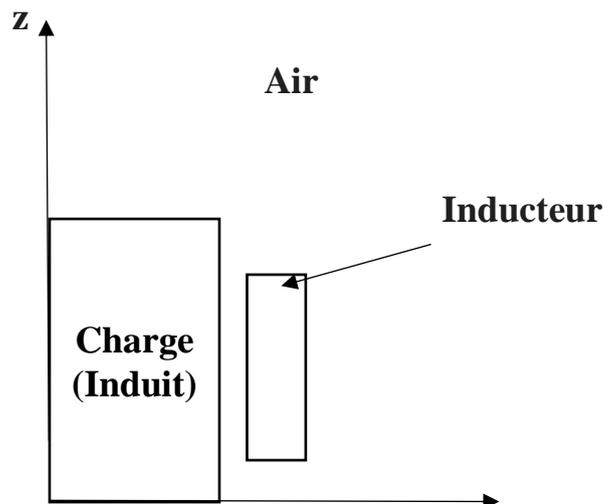


Figure II.2: géométrie d'un l'étude axisymétrique.

Ainsi, les composantes des grandeurs électromagnétiques se restreignent à :

$$\vec{J} \begin{bmatrix} 0 \\ J_\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{A} \begin{bmatrix} 0 \\ A_\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{B} \begin{bmatrix} B_r \\ 0 \\ B_z \end{bmatrix} \quad \vec{H} \begin{bmatrix} H_r \\ 0 \\ H_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.54})$$

L'équation électromagnétique se simplifie ainsi et se restreint à la charge (II.43).

$$\text{grad} v = 0 \quad (\text{II.55})$$

La constante est traditionnellement déterminée en posant le potentiel nul à l'infini, ce qui implique donc :

$$V=0 \quad (\text{II.56})$$

Dans cette L'équation électromagnétique est:

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\overline{A_\theta}\right) + \sigma\overline{A_\theta} = \overrightarrow{J_{ex}} \quad (\text{II.57})$$

II-10-Approximation harmonique:

Puisque l'alimentation provient d'une source alternative, nous pouvons adopter une approche de représentation de Fresnel pour modéliser sa variation dans le temps. En utilisant des nombres complexes, nous pouvons substituer le terme $\sigma\frac{\partial\overline{A_\theta}}{\partial t}$ par $\sigma j\omega\overline{A_\theta}$. Cette substitution permet de reformuler l'équation(II.48) de la manière suivante :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\overline{A_\theta}\right) + \sigma j\omega\overline{A_\theta} = \overrightarrow{J_{ex}} \quad (\text{II.58})$$

II-11-Développement de l'équation électromagnétique en axisymétrique :

En supposant que la perméabilité magnétique du matériau reste constante (comme énoncé dans l'équation(II.58), cette propriété permet de factoriser la grandeur du rotationnel, transformant ainsi la dernière équation en :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\overline{A_\theta}) + \mu_0 \sigma j\omega\overline{A_\theta} = \overrightarrow{J_{ex}} \quad (\text{II.59})$$

On a :

$$\overrightarrow{rot}\vec{A} = \left(-\frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)\mathbf{a}_r + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial z}\right)\mathbf{a}_z \quad (\text{II.60})$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{A} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ 0 \\ \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{II.61})$$

Donc :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{A}) = \left(-\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\left(\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2}\right)\right)\right)\mathbf{a}_\theta = \left(-\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} + \frac{A_\theta}{r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_\theta}{\partial r}\right)\right)\mathbf{a}_\theta \quad (\text{II.62})$$

Pour des raisons de simplicité dans l'expression, notons les composantes J_θ et A_θ respectivement comme $\overrightarrow{J_{ex}}$ et A. En procédant ainsi, nous obtenons finalement :

$$-\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A}{\partial r}\right) + \frac{A}{r^2} + \mu_0 \sigma j\omega A = \overrightarrow{J_{ex}} \quad (\text{II.63})$$

En utilisant le potentiel du vecteur magnétique A, il est possible de calculer les autres composantes des champs à partir de leurs expressions :

$$H_r = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A}{\partial r} \quad (\text{II.64})$$

$$H_z = -\frac{1}{\mu_0 r}\frac{\partial(rA)}{\partial r} \quad (\text{II.65})$$

$$E_\theta = -j\omega A \quad (\text{II.66})$$

II-12-Condition aux limites pour le potentiel vecteur magnétique :

Les conditions aux limites pour le potentiel vecteur magnétique sont des prescriptions spécifiques définies aux frontières ou interfaces d'une région spatiale dans laquelle des phénomènes magnétiques sont modélisés. Ces prescriptions déterminent comment le potentiel vecteur magnétique (A) doit se comporter ou être défini le long de ces limites, en tenant compte des propriétés physiques et géométriques du système étudié.

II-13-Conclusion :

La modélisation du phénomène électromagnétique de chauffage par induction est essentielle pour comprendre et optimiser ce processus. Elle implique la résolution des équations de Maxwell pour décrire la distribution du champ électromagnétique et la dissipation de l'énergie dans le matériau chauffé. Ces modèles permettent d'ajuster les paramètres du système, comme la fréquence et l'intensité du champ, pour obtenir un chauffage efficace et contrôlé, tout en minimisant les pertes énergétiques. En intégrant des considérations linéaires et non linéaires des matériaux, ces modèles offrent des prédictions précieuses pour concevoir et améliorer les dispositifs de chauffage par induction dans diverses applications industrielles.

Chapitre III:

Méthode des éléments

finis (FEM)

III-1-Introduction:

La méthode numérique la plus prometteuse pour le calcul du champ électromagnétique est la méthode des éléments finis (MEF). À ce jour, c'est toujours la méthode la plus couramment employée pour résoudre les systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) découlant des problèmes de modélisation électromagnétique et physique. Dans ce chapitre, nous appliquons la MEF pour résoudre le problème électromagnétique dans une configuration axisymétrique

III-2-Méthodes numériques:

Il existe de nombreuses façons de résoudre des équations différentielles partielles. Ils sont analytiques, numériques ou mixtes (semi-analytiques).

Les méthodes analytiques sont les premières méthodes utilisées. Il consiste à résoudre des équations différentielles de manière analytique à l'aide d'une technique de séparation variable. Limité à des formes géométriques simples dans une approche unidimensionnelle, ou parfois dans des problèmes bidimensionnels.

Les méthodes numériques, sont des méthodes qui résolvent directement les équations différentielles. Avec le développement des ordinateurs, ces méthodes trouvent un large éventail d'utilisations. Le plus couramment utilisé, nous mentionnons la méthode des variations finies, la méthode des tailles finies et la méthode des éléments finis sont le but de cette séparation.

III-2-1-La méthode des différences finies: [11]

La méthode de la différence finis consiste à remplacer approximativement l'opérateur différentiel par un opérateur différence, par le développement en série de Taylor. Cette méthode permet d'obtenir des résultats satisfaisants dans de nombreux problèmes, mais elle est toujours limitée aux configurations régulières.

III-2-2-La méthode des volumes finis : [11]

Dans la méthode des volumes finis, le domaine d'étude dans cette méthode est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage (celui des différences finies).

L'équation est intégrée sur chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, la Fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, exponentielle) entre deux nœuds consécutifs.

Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude. Cela conduit à une solution plus précise que la méthode des différences finis (MDF).

III-2-3-La méthode des éléments finis MEF :

Approche numérique utilisée pour résoudre approximativement un problème complexe en le décomposant en parties plus petites et plus simples.

Tels que des Triangle ou quadrilatère pour les problèmes bidimensionnel, tétraèdre ou hexaèdre pour les problèmes tridimensionnel.

Chaque élément est défini par un ensemble de nœuds, et les équations du problème global sont discrétisées en un système d'équations linéaires en utilisant des approximations polynomiales pour représenter les champs de variables (comme la déformation, la température, la pression, etc.).

Cette approche permet de modéliser une large gamme de phénomènes physiques, tels que la mécanique des structures, la conductivité thermique, la diffusion de fluides, et bien d'autres. La MEF est largement utilisée dans les domaines de l'ingénierie, de la physique et d'autres disciplines scientifiques pour résoudre des problèmes complexes qui ne peuvent pas être traités de manière analytique. la Figure suivante présente quelques éléments.

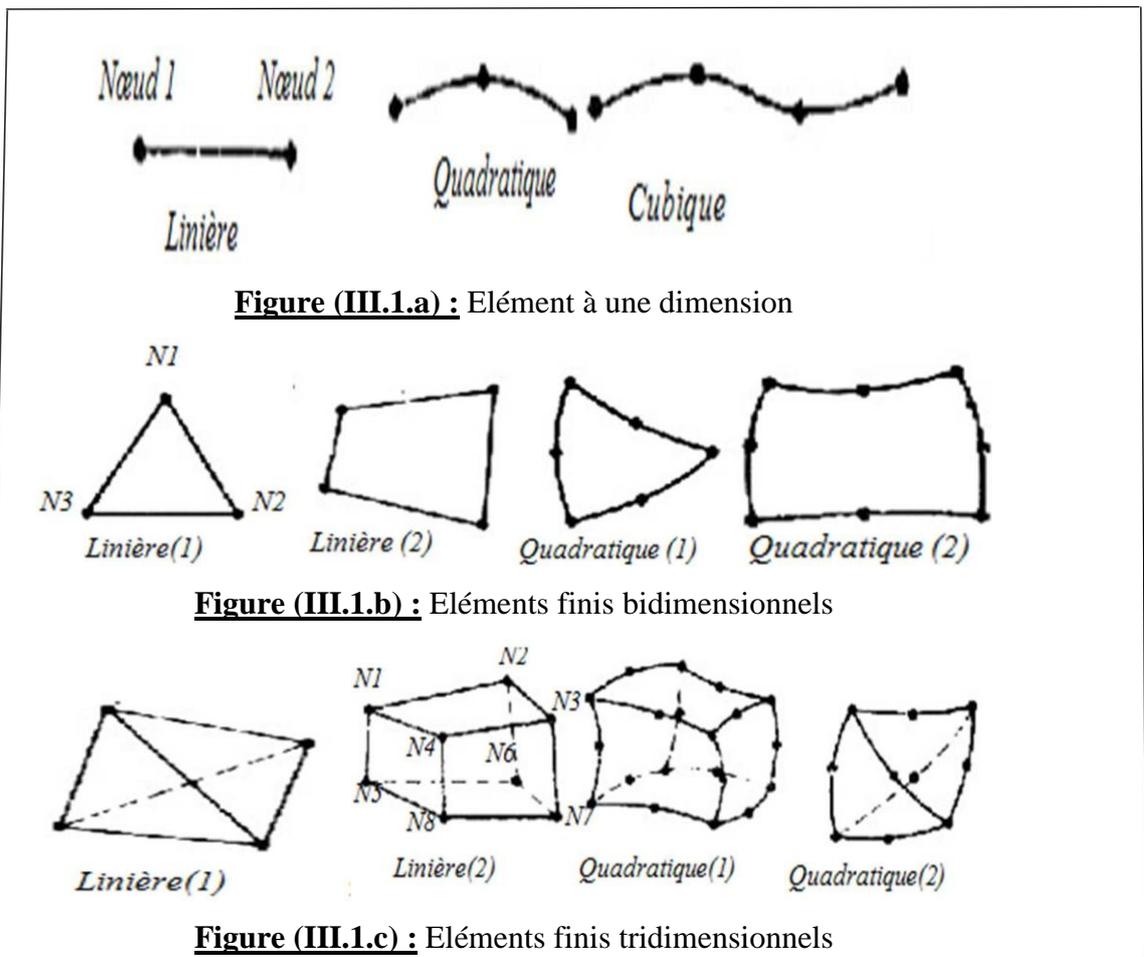


Figure III.1: Eléments finis mono et bidimensionnels et tridimensionnels

III-3-Méthode générale d'analyse numérique : [15]

De façon générale, les différentes étapes d'analyse d'un problème physique s'organisent suivant le processus schématisé par la figure suivante.

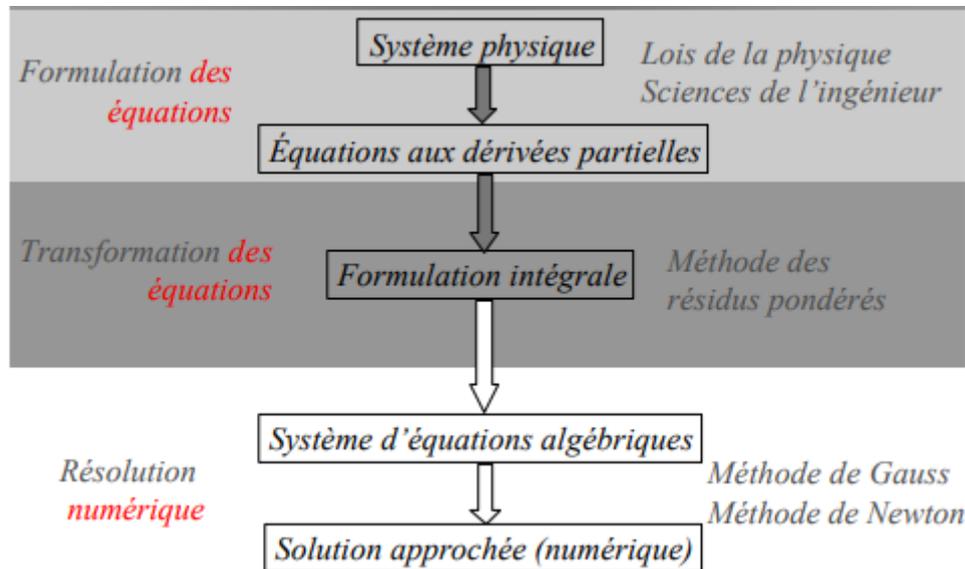


Figure III.2: diagramme d'analyse numérique d'un système physique

III-4-Approche éléments finis : [16]

La méthode des éléments finis partie des outils de mathématiques appliquées. Il s'agit de mettre en place, à l'aide des principes hérités de la formulation vibrationnelle ou formulation faible, un algorithme discret mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles (ou EDP) sur un domaine compact avec conditions aux bords et /ou dans l'intérieur du compact. Ce que nous appelons généralement une condition de type Dirichlet (valeur au bord) ou Neumann (gradient au bord) ou Robin (gradient relationnel/valeur au bord).

Il s'agit donc avant tout de la résolution approchée d'un problème, où, grâce à la formulation vibrationnelle, les solutions du problème vérifient des conditions d'existence plus faibles que celles des solutions du problème de départ et où une discrétisation permet de trouver une solution approchée.

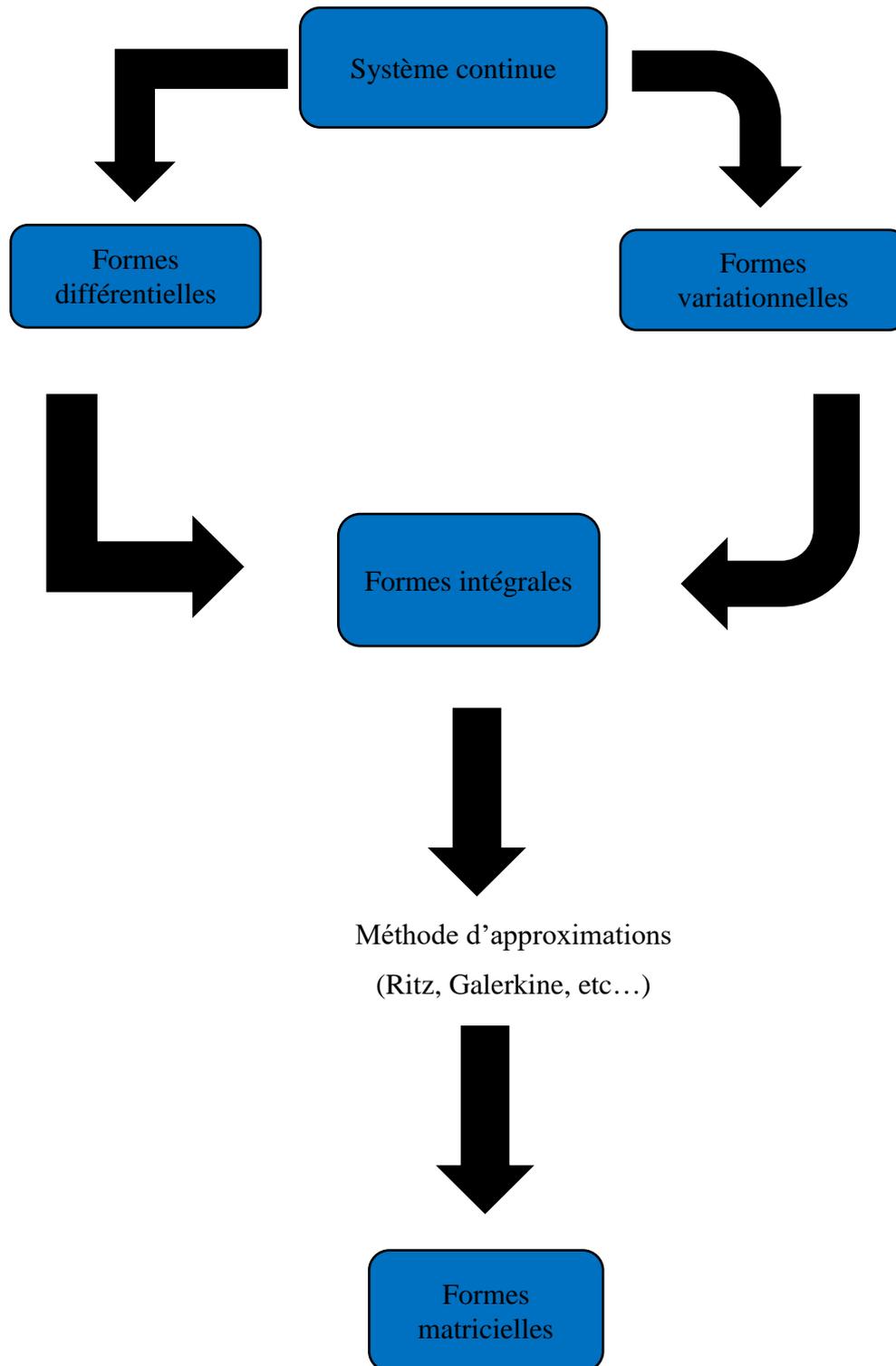


Figure III.3: Méthode d'approximations.

III-4-1-Principe de la méthode des éléments finis :

Le principe fondamental de la Méthode des Éléments Finis (MEF) réside dans la discrétisation d'un domaine complexe en éléments géométriques simples. Chaque élément est décrit par des équations mathématiques locales qui approximent le comportement physique du système. En assemblant ces équations, on forme un système global représentant le problème continu.

Après résolution numérique, les résultats fournissent des informations sur les propriétés et les performances du système étudié.

La MEF est une approche essentielle pour l'analyse et la conception dans diverses disciplines de l'ingénierie.

III-5-Domains d'application de la méthode des éléments finis : [15] [17]

- Analyse linéaire (statique et dynamique).
- Analyse non linéaire (grands déplacements, grandes déformations, contact et frottement, flambage,...).
- Mise en forme des matériaux.
- Thermique (en régime permanent et transitoire...).
- Mécanique des fluides.
- Électromagnétisme.
- Dynamique rapide (choc, impact, crash).

III-6-Les Etapes logiques du calcul par éléments finis : [15]

- Définir les nœuds et les éléments (créer le maillage).
- Pour chaque élément, établir la matrice de rigidité élémentaire $[k_e]$ reliant les degrés de libertés (déplacements) nodaux $\{A_e\}$ et les forces $\{f_e\}$ appliquées aux nœuds :
- $[k_e]\{A_e\} = \{f_e\}$.
- Assembler les matrices et les vecteurs élémentaires en un système global
- $[k]\{A\} = \{F\}$ de manière à satisfaire les conditions d'équilibre aux nœuds.
- Modifier le système global en tenant compte des conditions aux limites.
- Résoudre le système $[K]\{A\} = [F]$ et obtenir les déplacements $\{A\}$ aux nœuds
- Calculer les gradients (flux de chaleur, déformations et contraintes) dans les éléments et les réactions aux nœuds sur lesquels les conditions aux limites sont imposées.

III-7-Approximation par éléments finis :

L'approximation par éléments finis est une technique numérique essentielle pour résoudre des équations complexes décrivant le comportement physique de divers systèmes. En décomposant le domaine en éléments plus petits, les équations différentielles sont transformées en un système d'équations plus gérable qui est résolu localement élément par élément. En deux dimensions, ces éléments sont soit des triangles soit des quadrilatères.

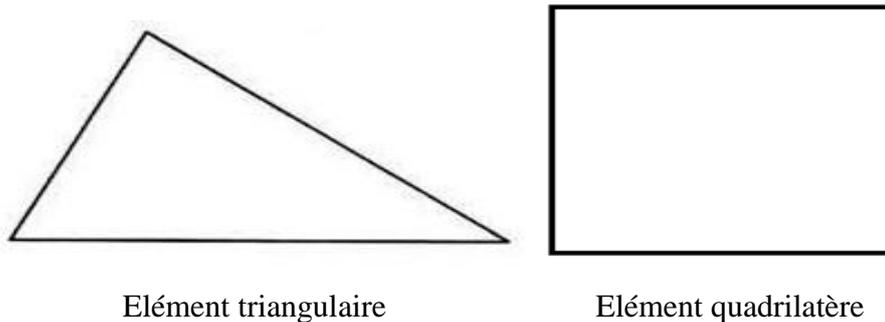


Figure III.4:Eléments bidimensionnels

III-8-La fonction d'interpolation : [16]

Le potentiel vecteur magnétique « \vec{A} » est exprimé sur chaque élément par un polynôme caractérisé par sa dimension et son ordre, il est construit de manière à être continu sur élément.

Dans notre étude en axisymétrie nous avons choisi des éléments triangulaires du premier ordre comme le montre la figure.

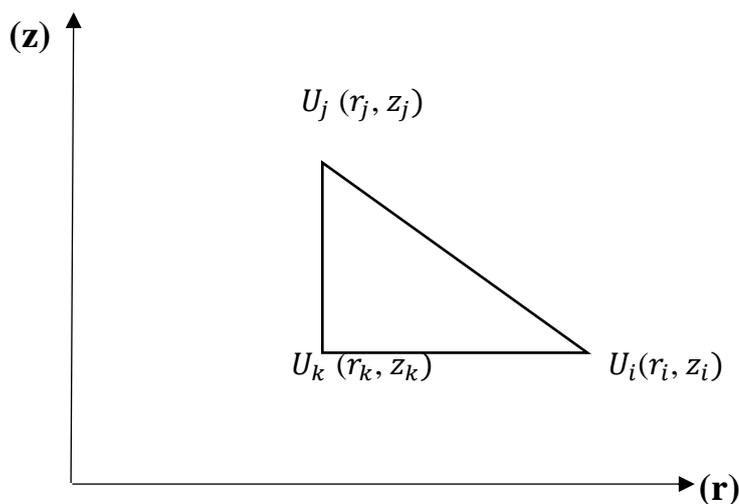


Figure III.5 : élément triangulaire sur le plan (r,z).

La fonction d'interpolation sur chaque élément sera sous la forme suivante:

$$U^e = a_0 + a_1 r + a_2 z \quad (\text{III.1})$$

$$U^e_{i=0} = a_0 + a_1 r_i + a_2 z_i \quad (\text{III.2})$$

$$U^e_{j=0} = a_0 + a_1 r_j + a_2 z_j \quad (\text{III.3})$$

$$U^e_{k=0} = a_0 + a_1 r_k + a_2 z_k \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$$\begin{cases} \alpha_0 = \frac{1}{\Delta} [(r_j z_k - r_k z_j) U_i - (r_k z_i - r_i z_k) U_j - (r_i z_j - r_j z_i) U_k] \\ \alpha_1 = \frac{1}{\Delta} [(z_j - z_k) U_i - (z_k - z_i) U_j - (z_i - z_j) U_k] \\ \alpha_2 = \frac{1}{\Delta} [(r_k - r_j) U_i - (r_i - r_k) U_j - (r_j - r_i) U_k] \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\Delta} [(z_j - z_k) U_i - (z_k - z_i) U_j - (z_i - z_j) U_k] \quad (\text{III.6})$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\Delta} [(r_k - r_j) U_i - (r_i - r_k) U_j - (r_j - r_i) U_k] \quad (\text{III.7})$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & r_i & z_i \\ 1 & r_j & z_j \\ 1 & r_k & z_k \end{vmatrix} = (r_j - r_i)(z_k - z_j) - (r_k - r_j)(z_j - z_i) \quad (\text{III.8})$$

$\Delta = C$ est deux fois l'aire de triangle.

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$: Coefficients.

$U(r, z)$ peut être écrit sous la forme suivante :

$$U^e(r, z) = \sum_{j=1}^{NNE} U_j N_j(r, z) \quad (\text{III.9})$$

On thermique on a:

$$T^e(r, z) = \sum_{j=1}^{NNE} T_j N_j(r, z) \quad (\text{III.10})$$

NNE : Nombre de nœuds par éléments=3.

T_j : Les valeurs nodales de T.

$T^e(r, z)$: La valeur approchée de la variable d'état sur l'élément « e ».

$N_j(r, z)$: des polynômes de degré donné (fonctions de forme).

Alors l'équation (III.10) peut s'exprimer par la relation suivante :

$$T^e = T_i N_i + T_j N_j + T_k N_k \quad (\text{III.11})$$

On déduit les fonctions de forme :

$$N^e(r, z) = \frac{1}{\Delta} (a + br + cz) \quad (\text{III.12})$$

$$N^e_{i=0}(r, z) = \frac{1}{\Delta} (a_i + b_i r + c_i z) \quad (\text{III.13})$$

$$N^e_{j=0}(r, z) = \frac{1}{\Delta} (a_j + b_j r + c_j z) \quad (\text{III.14})$$

$$N^e_{k=0}(r, z) = \frac{1}{\Delta} (a_k + b_k r + c_k z) \quad (\text{III.15})$$

Les coefficients des fonctions de forme sont définis ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 a_i &= r_j z_k - r_k z_j, & b_i &= z_j - z_k, & c_i &= r_k - r_j \\
 a_j &= r_k z_i - r_i z_k, & b_j &= z_k - z_i, & c_j &= r_i - r_k \\
 a_k &= r_i z_j - r_j z_i, & b_k &= z_i - z_j, & c_k &= r_j - r_i
 \end{aligned}$$

Avec :

i, j, k : Numérotation des nœuds.

U_i^e, U_j^e, U_k^e : Les valeurs nodales de U .

N_i^e, N_j^e, N_k^e : Les fonctions de forme.

$(r_i, z_i), (r_j, z_j), (r_k, z_k)$: Coordonnée nodales dans le repère cylindrique.

$a_i, a_j, a_k, b_i, b_j, b_k, c_i, c_j, c_k$: Coefficients.

III-9-Utilisation d'un élément de référence : [16]

De manière à simplifier la définition analytique des éléments de forme complexe, nous introduisons la notion d'élément de référence (E_r) qui est un élément de forme très simple repéré dans un espace de référence et peut être transformé en un élément réel (E_e) par une transformation géométrique bien définie « τ^e ». Cette transformation permet de définir les coordonnées « r^e » de chaque point de l'élément réel à partir des coordonnées « U » du point correspondant de l'élément de référence.

Par exemple dans le cas d'un élément triangulaire du 1^{er} ordre on a la figure.

$$\tau^e : U \rightarrow r^e = r^e(U)$$

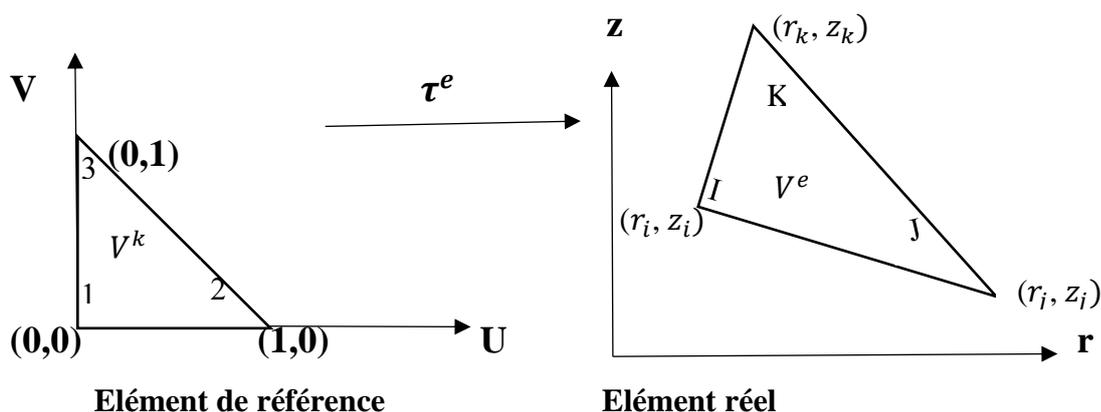


Figure III.6 : transformation d'un élément réel en un élément de référence

Les fonctions de forme associées pour chaque nœud du triangle de référence sont définies par :

$$\begin{cases} N_i(U, V) = 1 - U - V & \text{(III.16)} \\ N_j(U, V) = U & \text{(III.17)} \\ N_k(U, V) = V & \text{(III.18)} \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} \quad \text{(III.19)}$$

τ^e : Plan de référence \rightarrow plan réel

$$M(u, v) \rightarrow M(r, z)$$

i \longrightarrow 1

j \longrightarrow 2

k \longrightarrow 3

$$\begin{cases} r(u, v) = N_1(u, v)r_i + N_2(u, v)r_j + N_3(u, v)r_k \\ z(u, v) = N_1(u, v)z_i + N_2(u, v)z_j + N_3(u, v)z_k \end{cases} \quad \text{(III.20)}$$

Nous remplaçons les fonctions de forme par ses valeurs on aura le système d'équation suivante :

$$r(u, v) = r_i + u(r_j - r_i) + v(r_k - r_i) \quad \text{(III.21)}$$

$$z(u, v) = z_i + u(z_j - z_i) + v(z_k - z_i) \quad \text{(III.22)}$$

D'où :

$$\begin{bmatrix} r \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_2 - r_1 & r_3 - r_1 \\ z_2 - z_1 & z_3 - z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad \text{(III.23)}$$

Pour calculer les intégrales de nos formulations et leurs matrices sur un élément de référence, on utilisera la transformation suivante :

$$\iint_{\Omega_e} f(r, z) dr dz = \iint_{\Omega_r} f[r(u, v), z(u, v)] \det J du dv \quad \text{(III.24)}$$

Nous définissons la matrice Jacobienne :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial r}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2 - r_1 & z_2 - z_1 \\ r_3 - r_1 & z_3 - z_1 \end{bmatrix} \quad \text{(III.25)}$$

$$\Rightarrow \det J = (r_2 - r_1)(z_3 - z_1) - (r_3 - r_1)(z_2 - z_1) \quad \text{(III.26)}$$

J : étant matrice Jacobienne.

Δ : deux fois l'air du triangle

III-10-Formulation intégrale :

La Méthode des Éléments Finis (MEF) consiste à transformer les équations différentielles d'un problème physique en équations intégrales en utilisant des opérateurs d'intégration. Ensuite, en discrétisant l'espace en éléments finis et en appliquant la méthode Galerkin, on obtient un système d'équations linéaires basé sur les conditions d'équilibre énergétique dans chaque élément. Cette approche permet de modéliser des systèmes complexes de manière précise en combinant les avantages de l'approche intégrale et de la discrétisation par éléments, ce qui en fait une méthode puissante pour résoudre une variété de problèmes en ingénierie et en sciences appliquées.

III-11-Formulation variationnelle (méthode de Ritz) : [17][19]

La formation variationnelle a l'avantage de conduire directement à la résolution d'un système d'équations algébriques. Elle est décrite en fonction du potentiel (vecteur, scalaire).

La formulation générale d'un phénomène électromagnétique (modèle statique ou dynamique) est régie par la relation suivante :

$$F(U) = \iint_{\Omega} [P (\nabla U)^2 - (KU)^2 + 2gU] d\Omega \quad (\text{III.27})$$

Dans le cas statique on a : $k=0$

Avec :

P : peut-être un scalaire ou un tenseur, il peut représenter une perméabilité, une conductivité ou une permittivité, il dépend du modèle à étudier.

G: la source du système qui présente la densité de courant J (en magnétodynamique et magnétostatique).

K : c'est un coefficient qui dépend de la conductivité et de la fréquence.

III-12-Méthode Galerkin :

Cette méthode traite directement les équations aux dérivées partielles (EDP) sans avoir à passer par un principe variationnel. Elle consiste à projeter l'EDP sur une base de fonctions Ψ_i telle que :

$$\int_{\Omega} \text{EDP} \cdot \Psi_i \cdot d\Omega = 0 \quad (\text{III.28})$$

Ω : Domaine de résolution.

Ψ_i : Fonction de projection ou de pondération.

EDP : toute équation du type $\mathcal{L}u = f$

Avec

$U(x, y)$: une fonction.

\mathcal{L} : Un opérateur différentiel.

Dans l'EDP, l'inconnue aura été auparavant approchée à l'aide d'une fonction polynomiale qu'on notera α_j telle que :

$$U = \sum \alpha_j \cdot U_j \quad (\text{III.29})$$

U : Inconnue.

U_j : Valeur de l'inconnue au nœud j de l'élément fini.

α_j : Fonctions d'interpolation au nœud j .

Pour le cas axisymétrique $\alpha_j = \alpha_j(r, z)$.

Pour le cas bidimensionnelle des un repère cartésien $\alpha_j = \alpha_j(x, y)$.

La méthode de Galerkin c'est un cas particulier dont les fonctions de projections et les fonctions d'interpolations sont identiques :

$$\alpha_j = \Psi_i \quad (\text{III.30})$$

On notera alors les fonctions d'interpolations et de projections respectivement α_j et α_i avec ($\alpha_j = \alpha_j$).

Nous utiliserons systématiquement cette forme de la méthode projective de Galerkin.

III-13-Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis :

❖ **Avantage :**

- ❖ Adaptabilité géométrique
- ❖ Flexibilité matérielle
- ❖ Variété de problèmes
- ❖ Précision réglable
- ❖ Approche mathématiquement solide

❖ **Inconvénients :**

- ❖ Discrétisation
- ❖ Sensibilité à la qualité du maillage
- ❖ Consommation de ressources
- ❖ Adaptation à des phénomènes transitoires
- ❖ Complexité de mise en œuvre

III-14- Formulation éléments finis de l'équation électromagnétique : [12]

a) formulation intégrale :

Rappelons la formulation en coordonnées axisymétriques de l'équation électromagnétique (II.63):

$$-\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) + \frac{A}{r^2} + \mu_0 \sigma j \omega A = \mu_0 \overrightarrow{J_{ex}} \quad (\text{III.31})$$

On trouve :

$$j \frac{\omega \sigma \mu_0}{r} (rA) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} rA \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} rA \right) = \mu_0 \overrightarrow{J_{ex}} \quad (\text{III.32})$$

A : Est la composante ortho-radiale complexe du potentiel magnétique vecteur et J celle de la densité de courant imposée dans l'inducteur.

En posant $A = rA$ cette équation devient :

$$j \frac{\omega \sigma \mu_0}{r} (A) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} A \right) = \mu_0 \overrightarrow{J_{ex}} \quad (\text{III.33})$$

La méthode projective de Galerkin conduit à l'expression :

$$j \omega \iint_{\Omega} \mu_0 \sigma \alpha_i A \frac{drdz}{r} - \iint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \alpha_i drdz - \iint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \alpha_i drdz = \iint_{\Omega} \mu_0 \overrightarrow{J_{ex}} \quad (\text{III.34})$$

Cette expression constitue la forme de la formulation éléments finis de l'équation électromagnétique.

L'intégration par partie des termes comportant des dérivées d'ordre deux génère la forme faible de cette formulation, qui comporte l'intégrale de frontière permettant d'explicitier les conditions aux limites naturelles.

$$j \omega \iint_{\Omega} \mu_0 \sigma \alpha_i A \frac{drdz}{r} + \iint_{\Omega} \frac{\partial A}{\partial r} \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{drdz}{r} + \iint_{\Omega} \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{drdz}{r} - \int_{\Gamma} \frac{\partial A}{\partial r} \alpha_i \cos(n, r) \frac{\partial \Gamma}{r} - \int_{\Gamma} \frac{\partial A}{\partial z} \alpha_i \sin(n, z) \frac{\partial \Gamma}{r} = \iint_{\Omega} \mu_0 \overrightarrow{J_{ex}} \alpha_i drdz \quad (\text{III.35})$$

$\cos(n, r)$ et $\sin(n, z)$: sont les cosinus directeurs au point considéré de la frontière.

Cette équation peut s'écrire :

$$j \omega \iint_{\Omega} \mu_0 \sigma \alpha_i A \frac{drdz}{r} - \iint_{\Omega} \text{grad}(A) \text{grad}(\alpha_i) \frac{drdz}{r} - \iint_{\Omega} \text{grad} A \cdot n \alpha_i \frac{\partial \Gamma}{r} = \iint_{\Omega} \mu_0 \overrightarrow{J_{ex}} \alpha_i drdz \quad (\text{III.36})$$

n : vecteur unitaire normal au point considéré de la frontière.

Le terme $\iint_{\Omega} \text{grad} A \cdot n \alpha_i \frac{\partial \Gamma}{r}$, exprime la condition aux limites naturelle de l'équation.

b) conditions aux limites :

En prenant soin de bien choisir les frontières représentant l'infini on prend simplement comme conditions aux limites $A = 0$ sur l'axe de symétrie et sur les frontières de domaine le terme de frontière disparaît dans l'équation (II.37). La discrétisation de A en polynôme d'interpolation de Lagrange d'ordre 2 Figure (III.01.b).

$$A = \sum \alpha_j A_j \quad (\text{III.37})$$

Avec :

A : Représente inconnue

A_j : Valeur de l'inconnue au point j de l'élément A (A_j)

α_j : Fonction d'interpolation

Cette dernière conduit à l'écriture matricielle de l'équation (II.37), en tenant compte les conditions aux limites :

$$[M_A][A] = [K_{SA}] \quad (\text{III.38})$$

Avec :

$$[M_A] = [j\omega[L] + [M]] \quad (\text{III.39})$$

$$[L_{ij}] = \iint_{\Omega} \mu_0 \sigma \alpha_i \frac{drdz}{r} \quad (\text{III.40})$$

$$[M_{A_{ij}}] = \iint_{\Omega} \text{grad}(\alpha_i) \cdot \text{grad}(\alpha_j) \frac{drdz}{r} \quad (\text{III.41})$$

$$[K_{SA_i}] = \iint_{\Omega} \mu_0 \vec{J}_{ex} \alpha_i drdz \quad (\text{III.42})$$

III-15-Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons exposé les formulations des éléments finis des équations électromagnétiques en utilisant le potentiel du vecteur magnétique. Nous avons également mis en place un algorithme pour intégrer le modèle d'hystérésis magnétique dans le calcul du champ par la méthode des éléments finis. Ces études seront appliquées à un système de chauffage par induction, objet de notre examen dans le chapitre à venir.

Chapitre IV :
Résultats de
simulation

IV-1-Introduction :

Dans ce présent chapitre, nous avons décrit le modèle étudié, une billette en acier chauffée par induction. Pour simuler son comportement électromagnétique, nous avons utilisé le logiciel d'éléments finis FEMM. Nous avons examiné l'impact de la fréquence et de la densité de courant et perméabilité sur les valeurs de l'induction magnétique et de la puissance dissipée par effet Joule, explorant les cas linéaires et non linéaires.

IV-2-Logiciel Utilisés :

IV-2-1-Logiciel «FEMM»:[17][19] :

-F-Finite-E-Element-M-Method-M-Magnetics.

IV-2-1-1-Présentation du logiciel «FEMM» :

Le logiciel FEMM (Finite Élément Method Magnetics) propose une série de programmes pour la résolution de problèmes d'électromagnétisme en basse fréquence, tant dans des domaines 2D qu'axisymétriques. Créé par David, ce logiciel est accessible gratuitement en ligne.

IV-2-1-2-Description du logiciel «FEMM» :

FEMM est composé de trois sous-programmes :

- **Femm.exe** : agissant en tant que pré et post-processeur, il offre une interface graphique pour définir la géométrie du problème, les propriétés des matériaux et les conditions limites. Après l'analyse, la solution est visualisée sous forme de contours et de densités de flux. Le logiciel permet aussi de calculer des intégrales et de tracer diverses quantités d'intérêt le long de contours définis par l'utilisateur.
- **Triangle.exe** : il découpe les régions du problème en éléments triangulaires, une étape cruciale de l'analyse par éléments finis.
- **Fkern.exe** : agissant comme solveur, il résout les équations aux dérivées partielles pour obtenir les valeurs du champ magnétique dans le domaine étudié. Le langage LUA est intégré aux pré et post-processeurs, permettant d'écrire des programmes ou des instructions dans la console LUA pour contrôler les étapes de calcul. Toute modification du domaine d'étude, des analyses ou de l'exploitation des résultats peut être automatisée via un programme LUA, éliminant ainsi les manipulations manuelles. La résolution de l'équation régissant le fonctionnement du système linéaire par la

méthode des éléments finis est ainsi réalisée à l'aide d'un programme de calcul dans l'environnement FEMM (programmation en langage LUA).

IV-2-1-3-Structure générale du logiciel «FEMM» :

Les étapes variées pour mettre en œuvre ce programme sont synthétisées dans le schéma organisationnel ci-dessous :

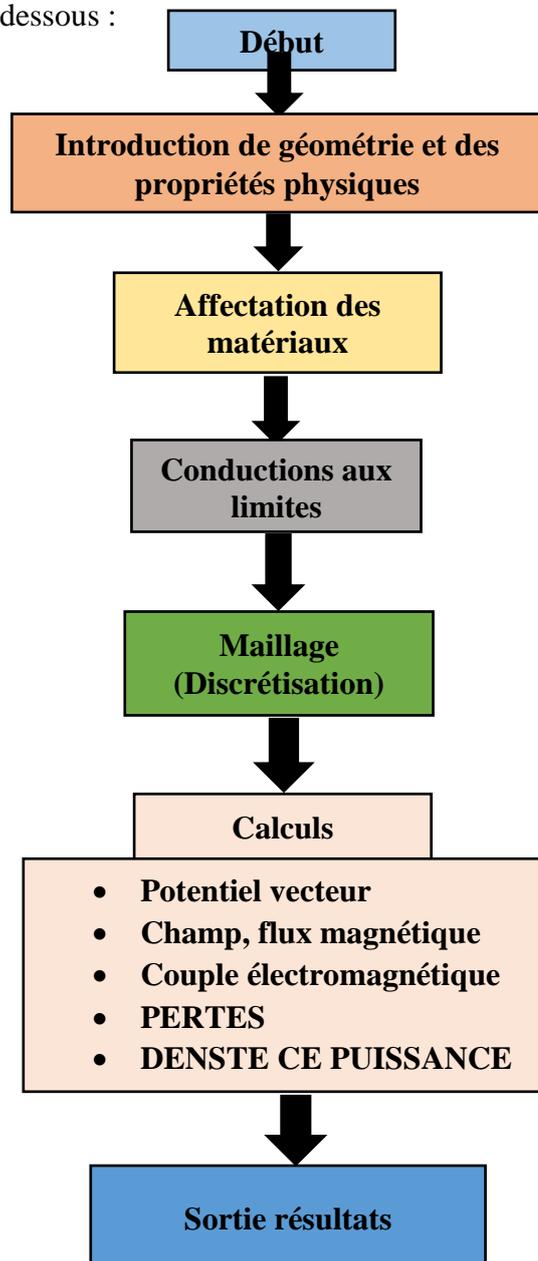


Figure IV.1: Structure générale du logiciel «FEMM».

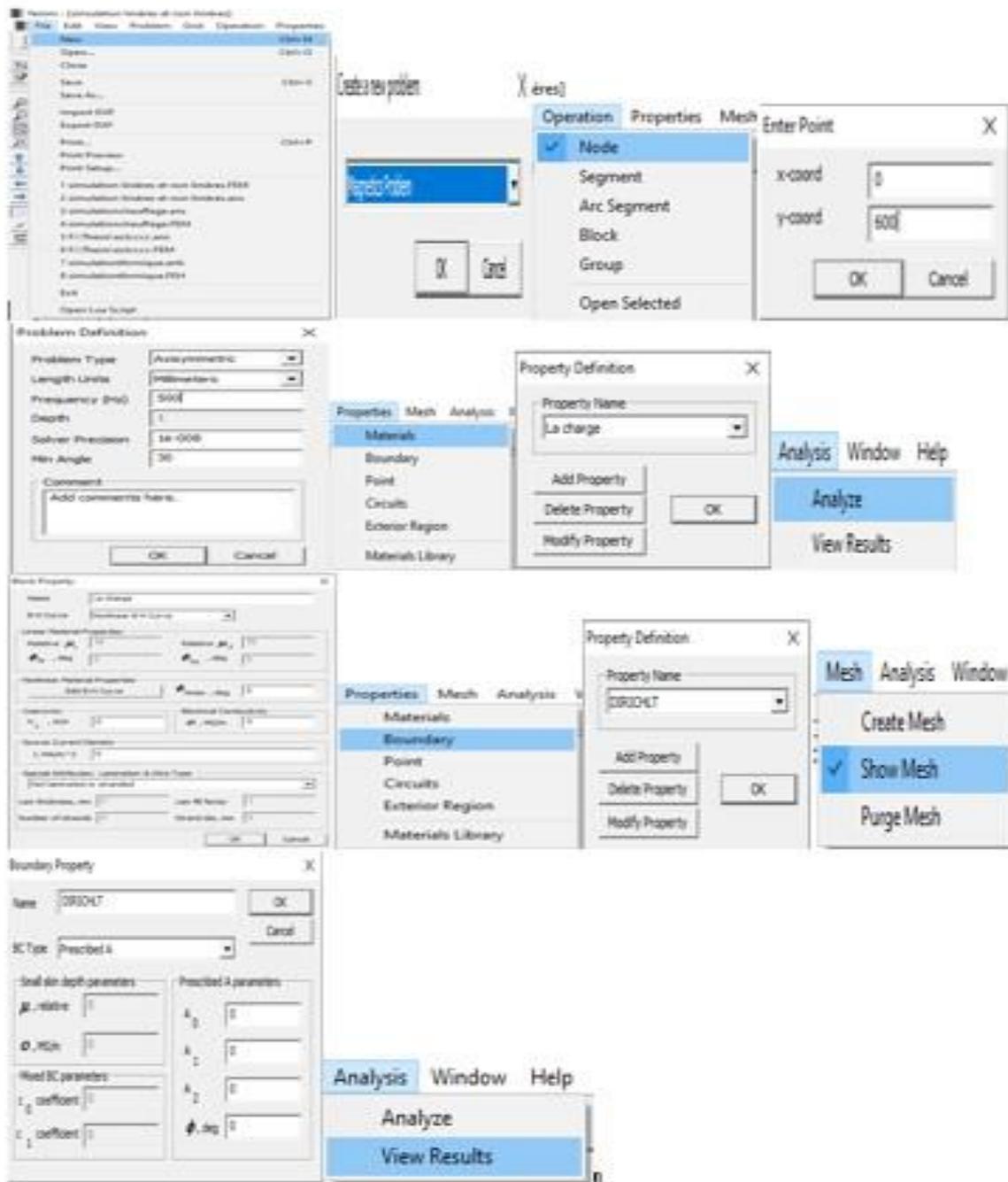
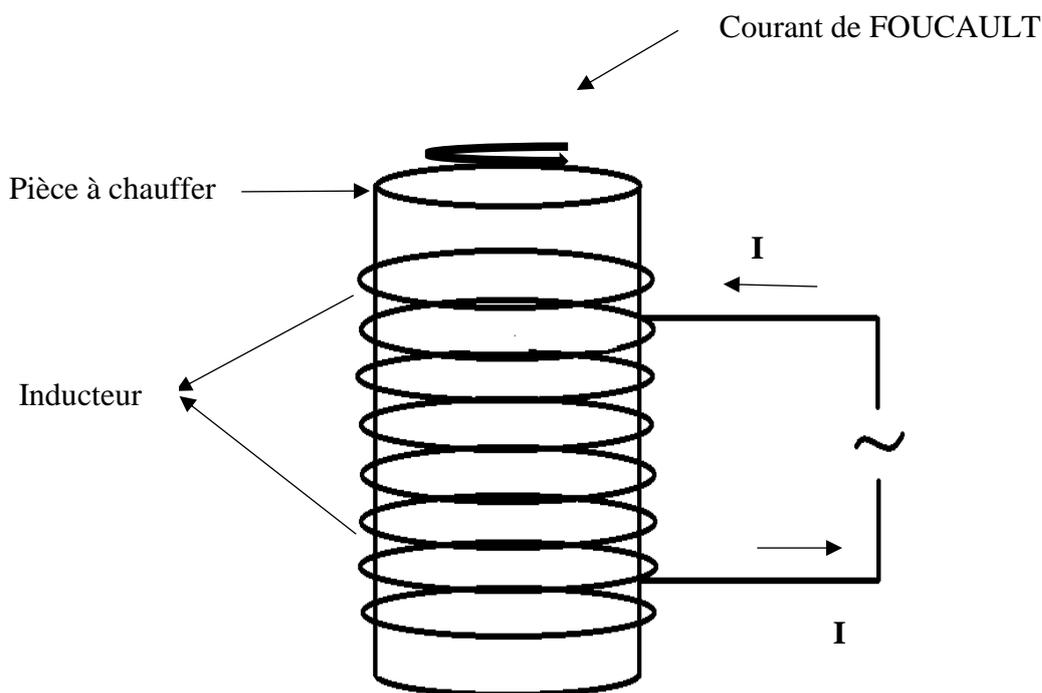


Figure Iv.2 :Présentation des différentes commandes de "FEMM"

IV-3-Chauffage par induction :

IV-3-1-DEFINITION PHYSIQUE ET GEOMETRIQUE DU DOMAINE D'ETUDE :

La formulation que nous avons exposée précédemment sera mise en œuvre pour modéliser un système de simulation du chauffage par induction. Cette modélisation utilisera le logiciel et se concentrera sur le chauffage d'un cylindre en acier inoxydable plein. Ce dernier est positionné à l'intérieur d'un inducteur solénoïdal en cuivre illustré à la Figure (IV.3) :



.Figure IV.3: Tube plein dans un inducteur de cuivre

IV-3-2-Description du modèle géométrique :

Le choix de la formulation en vecteur de température permet de mener l'étude dans le plan (r, z) du système cylindrique (r, z, θ) .

La pièce à chauffer est cylindrique, et la matière c'est l'acier inoxydable, de rayon égal à 110 mm, et d'une hauteur égale à 400 mm.

L'inducteur, est en cuivre, de rayon intérieur égal à 13 cm, et d'un rayon extérieur égal à 190 mm.

Le dispositif est alimenté par un courant sinusoïdal de densité $J_{ex}=5.10^6 \text{ A/m}^2$.

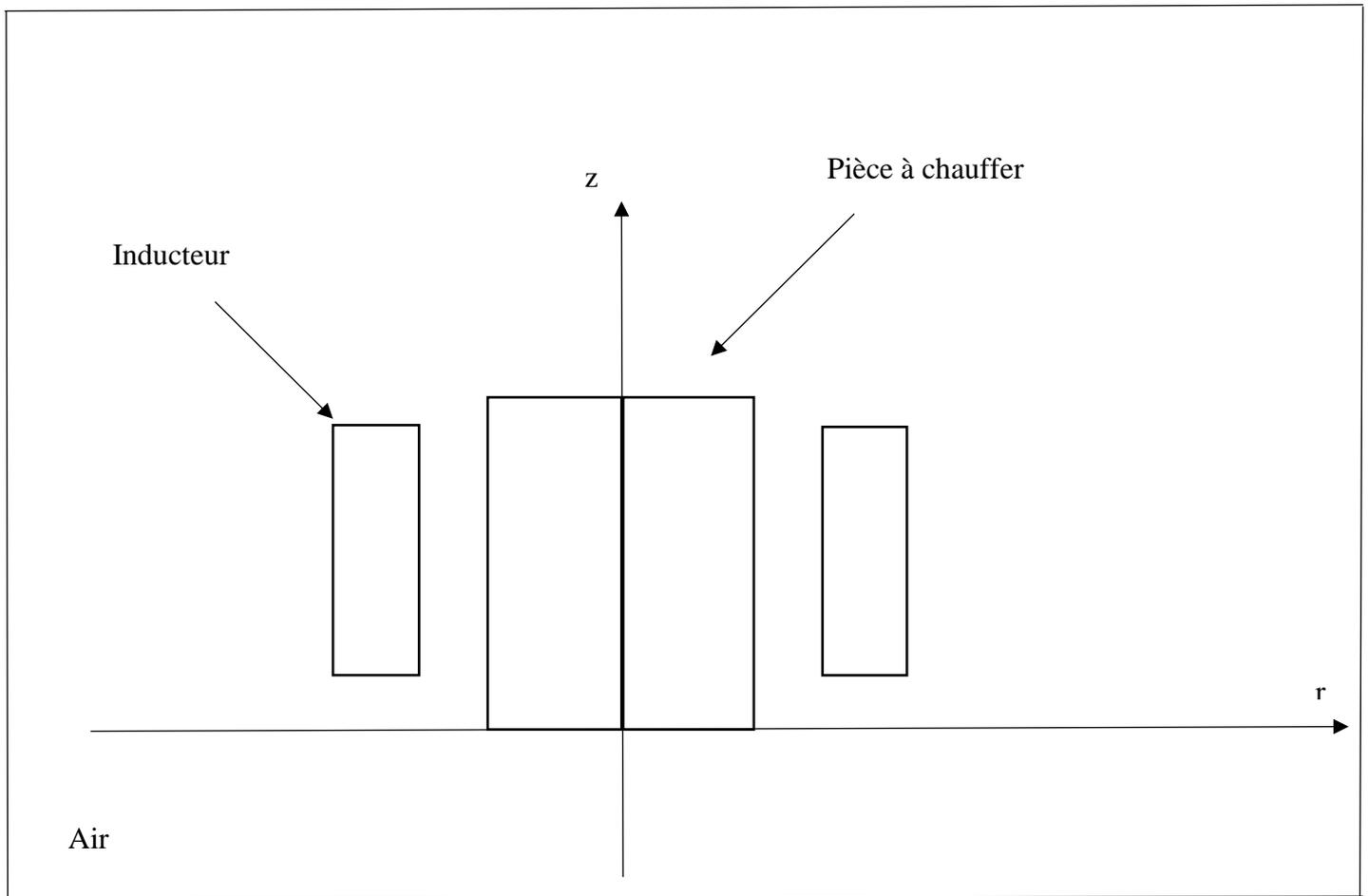


Figure IV.4 :Modèle géométrique du dispositif.

Dans le but de maintenir une symétrie appropriée, nous allons analyser seulement un demi du système. Les bords Γ_1 et Γ_2 seront soumis à des conditions de Dirichlet ($A=0$), tandis que par défaut, une condition de Neumann homogène ($A=0$) sera appliquée aux autres frontières. Cette analyse sera effectuée en utilisant le logiciel « FEMM

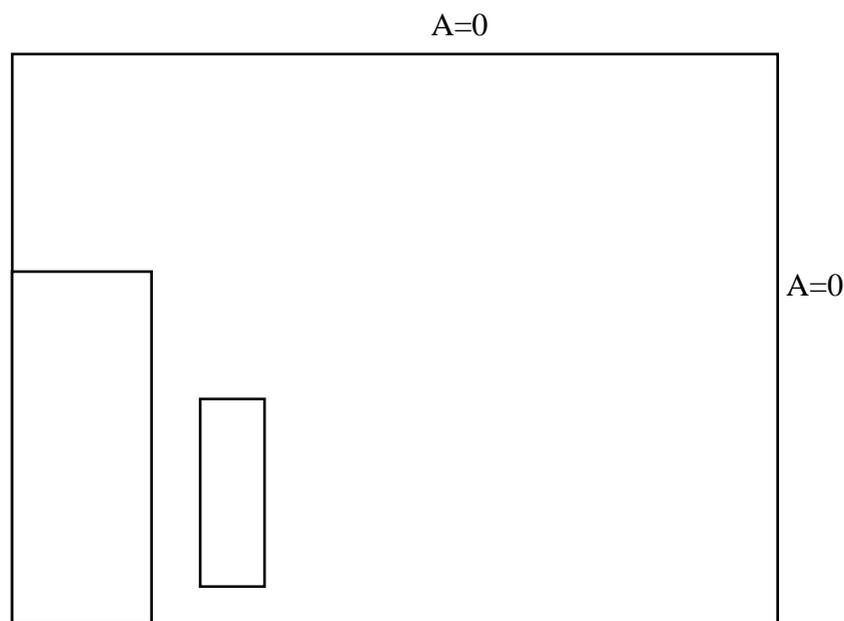


Figure IV.5 : La géométrie du dispositif du chauffage par induction avec les conditions aux limites

IV-3-3-Les propriétés physiques du dispositif simulé « chauffage par induction » :

Les différentes fréquences : 70 Hz, 500 Hz, 1 KHz, 20 KHz, 50 KHz, 75 KHz, 100 KHz

Les différentes densités de courants: $J = 2 \text{ A/m}^2$, $J = 4 \text{ A/m}^2$, $J=6 \text{ A/m}^2$, $J=8 \text{ A/m}^2$,
 $J=10 \text{ A/m}^2$, $J=12 \text{ A/m}^2$

Les différentes perméabilités : 70, 130, 250, 750, 1000, 1500, 2000.

La conductivité électrique : $\sigma=4.10^6 \text{ s/m}$.

IV- 4-Etude dans le Cas linéaire :

IV- 4-1-Maillage et condition aux limites :

La discrétisation du domaine d'étude en éléments finis est donnée par la figure (IV.6).

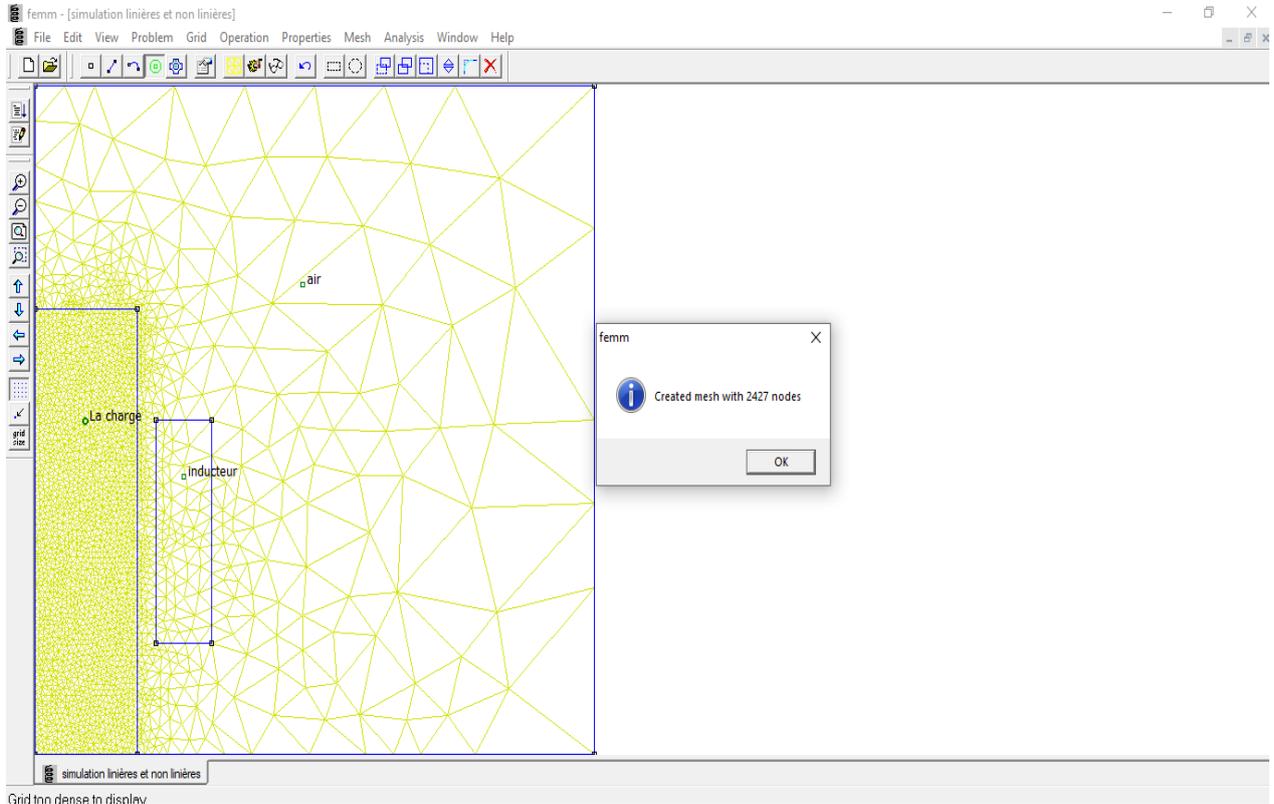


Figure IV.6:Maillage du domaine d'étude avec le logiciel « FEMM »

IV- 4-2-1^{er} cas :

Nous allons effectuer Des simulations, en variant la fréquence à différentes valeurs, avec une perméabilité $\mu_r=70$ et une densité de courants $J=5. 10^6 A/m^2$.

f (Hz)	75 Hz	500 Hz	1 KHz	20 KHz	50 KHz	75 KHz	100 KHz
--------	-------	--------	-------	--------	--------	--------	---------

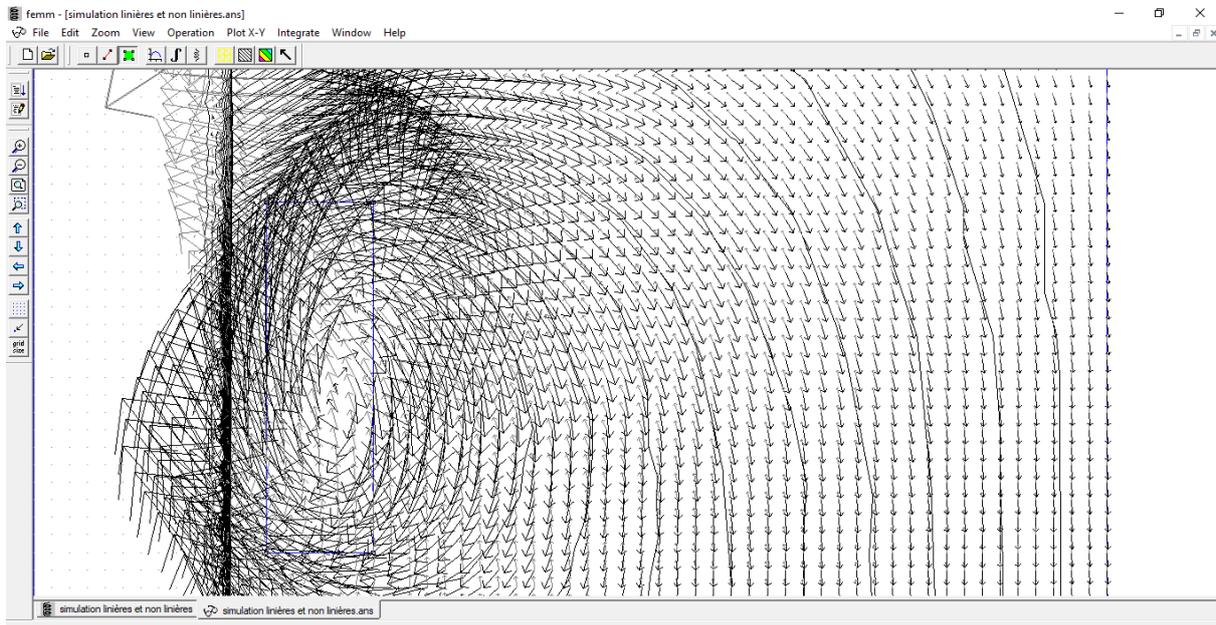
IV- 4-2-1- Les flèches de l'induction magnétique (\vec{H}) :

Figure IV.7: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 75 Hz tracée par logiciel « FEMM »

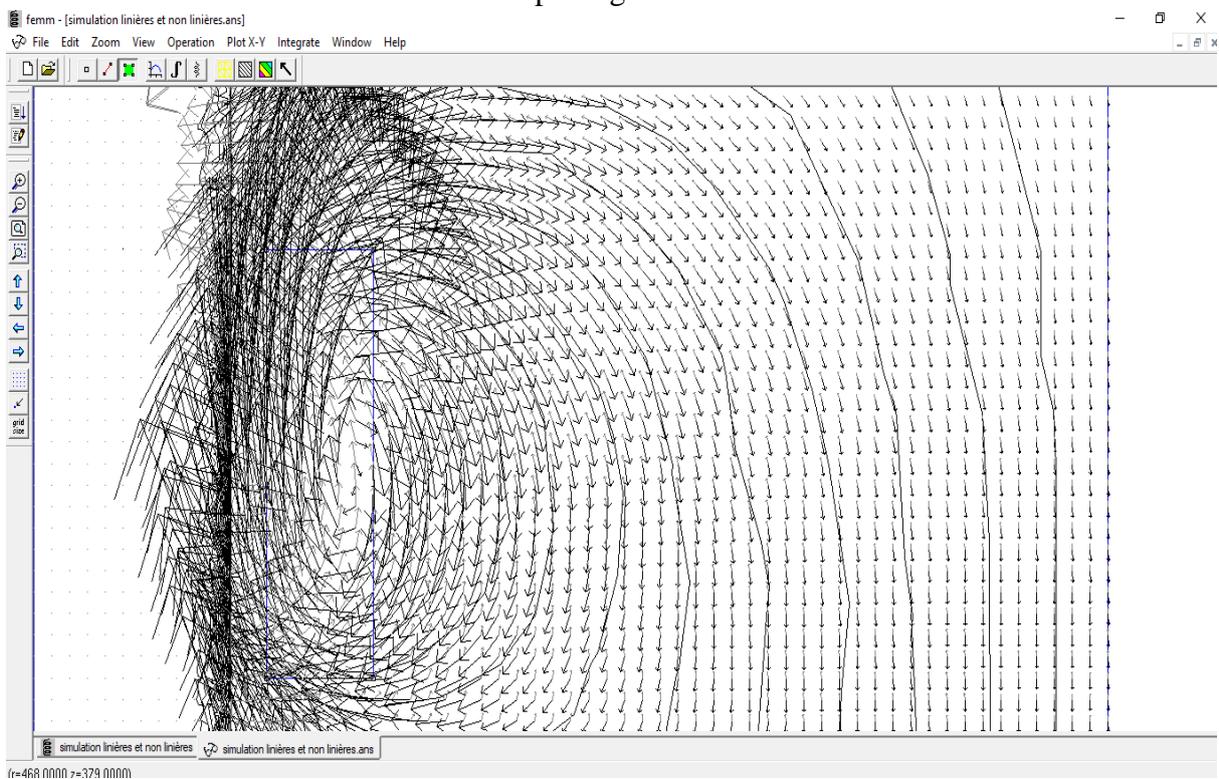


Figure IV.8: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 500 Hz tracée par logiciel « FEMM ».

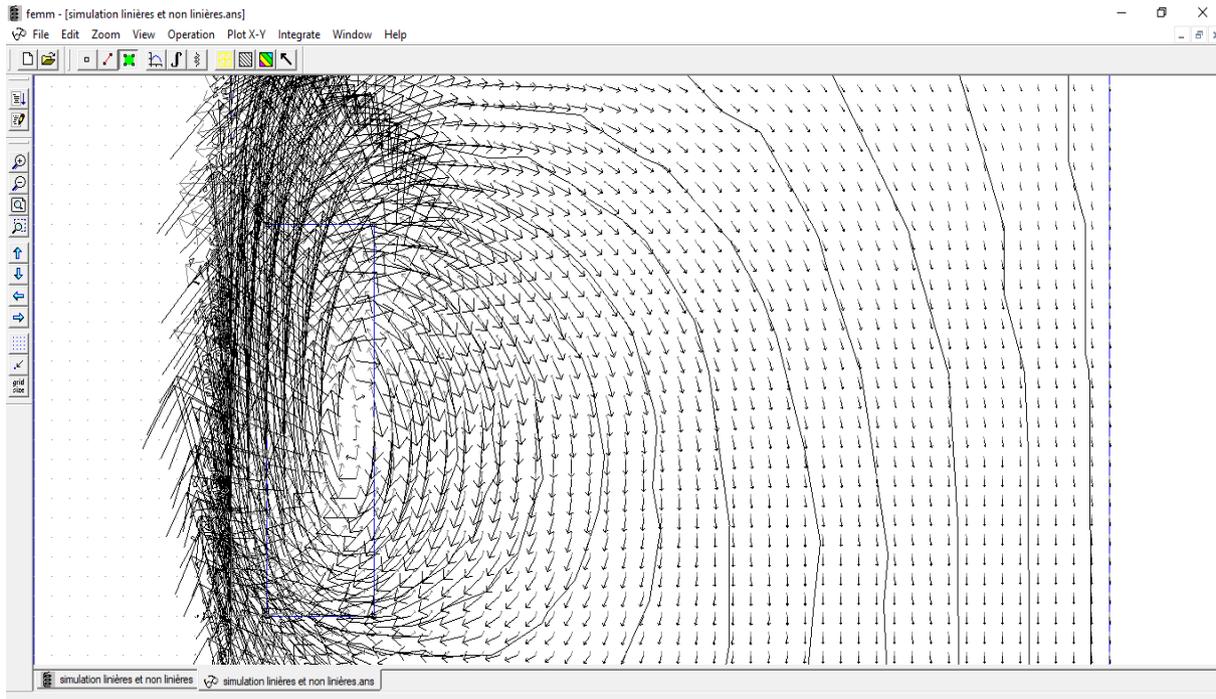


Figure IV.9: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 1 KHz tracée par logiciel « FEMM».

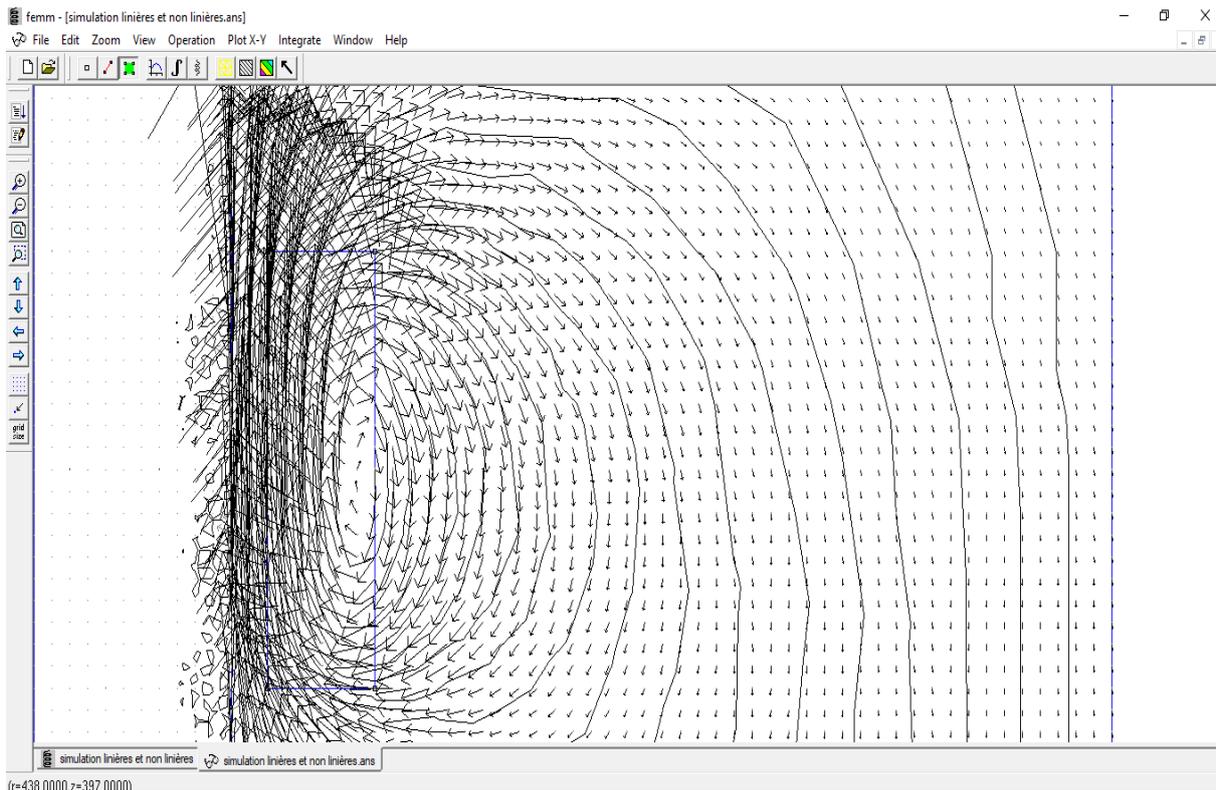


Figure IV.10 : La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 20 KHz tracée par logiciel « FEMM».

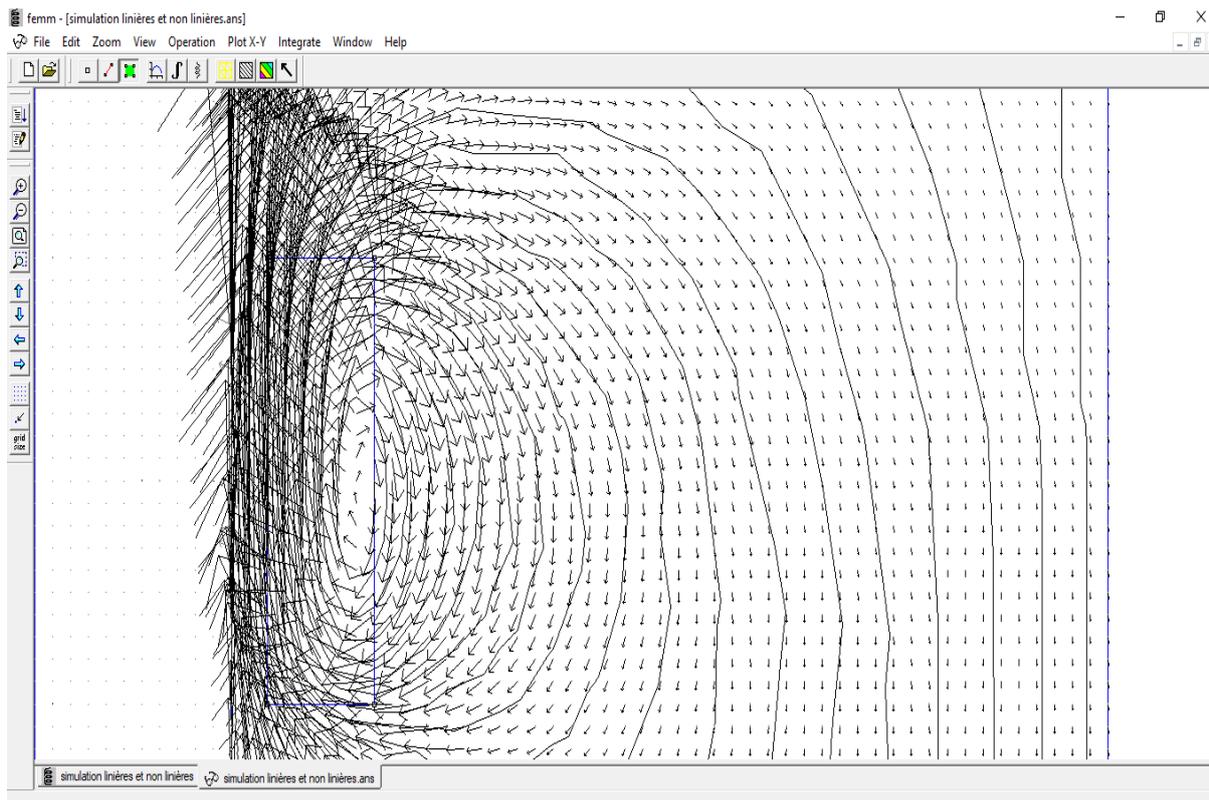


Figure IV.11: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 50 KHz tracée par logiciel « FEMM».

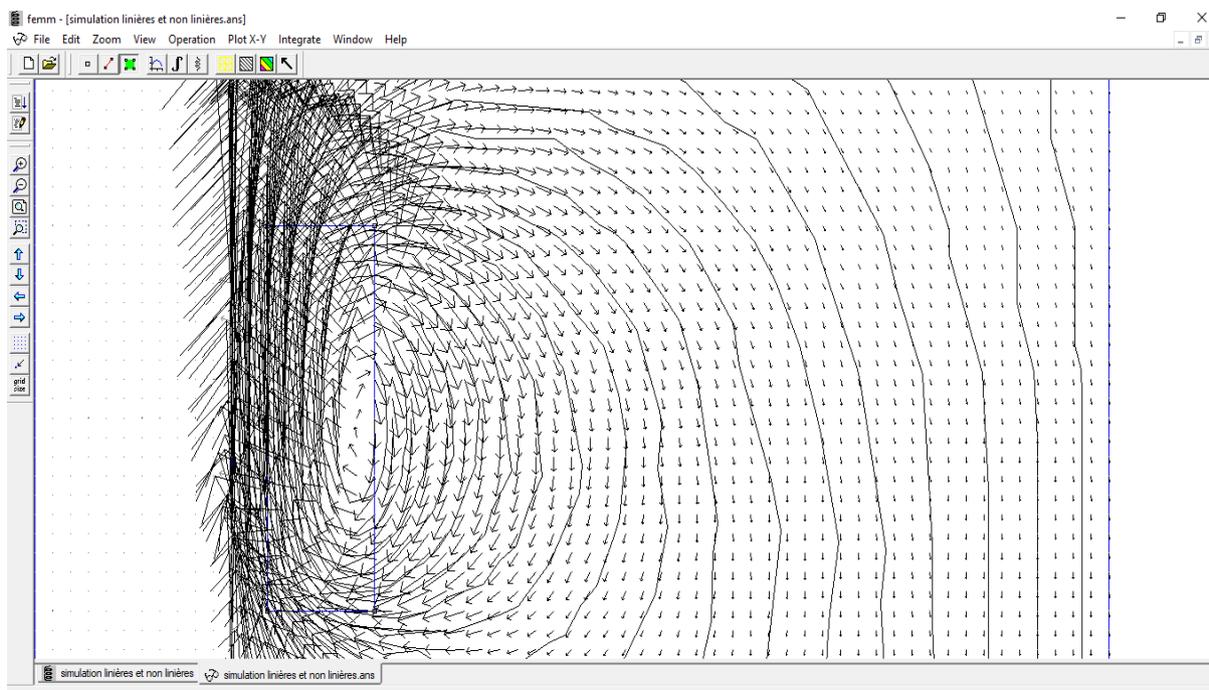


Figure IV.12: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 75 KHz tracée par logiciel « FEMM».

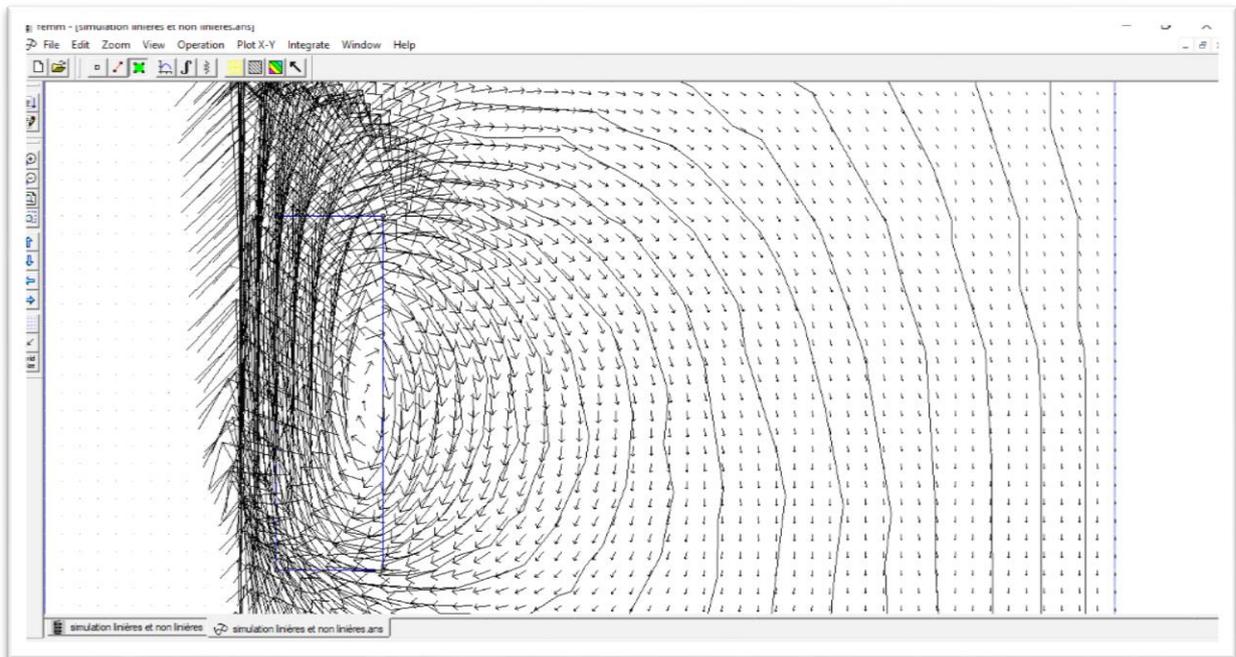


Figure IV.13: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 100 KHz tracée par logiciel « FEMM».

IV- 4-2-2-Les lignes du flux magnétique :

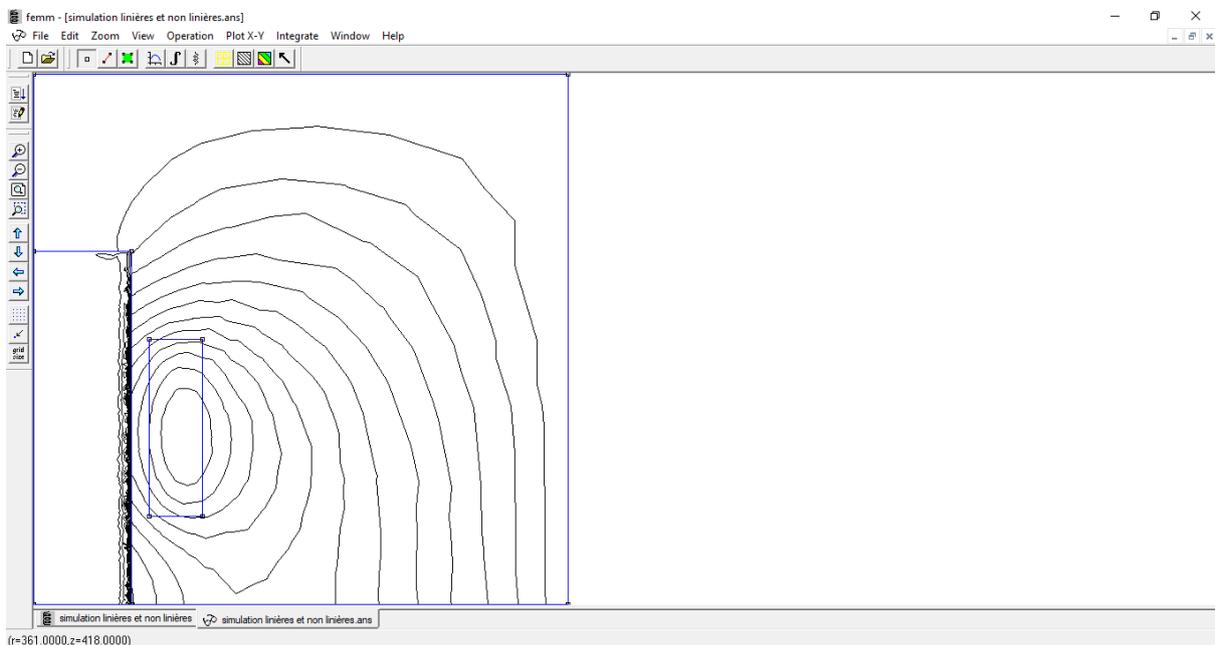


Figure IV.14 : La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 75 Hz tracée par logiciel « FEMM»

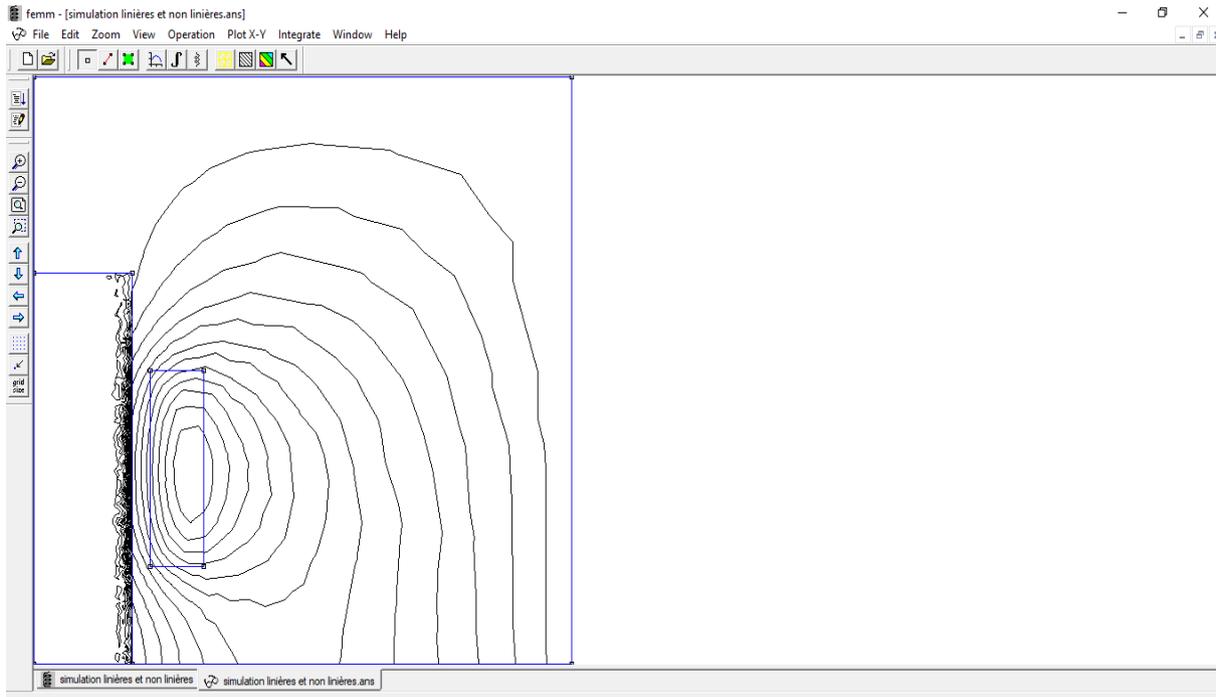


Figure IV.15: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 500 Hz tracée par logiciel « FEMM ».

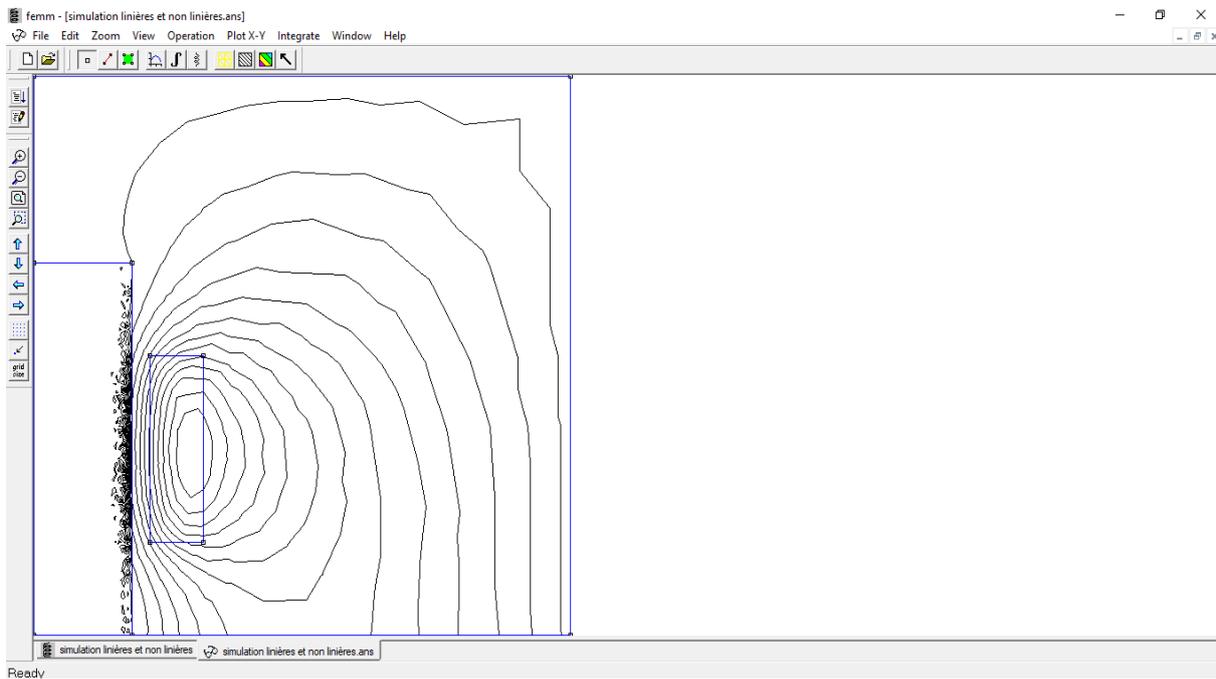


Figure IV.16: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 1 KHz tracée par logiciel « FEMM ».

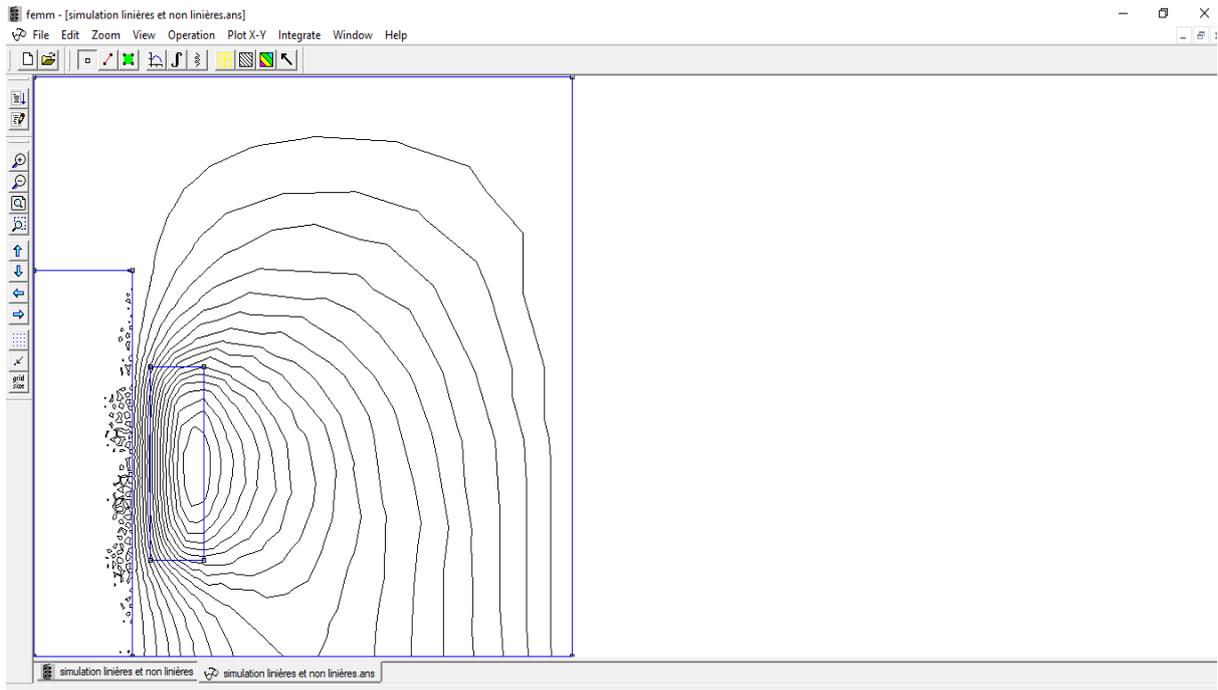


Figure IV.17: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 20 KHz tracée par logiciel « FEMM».

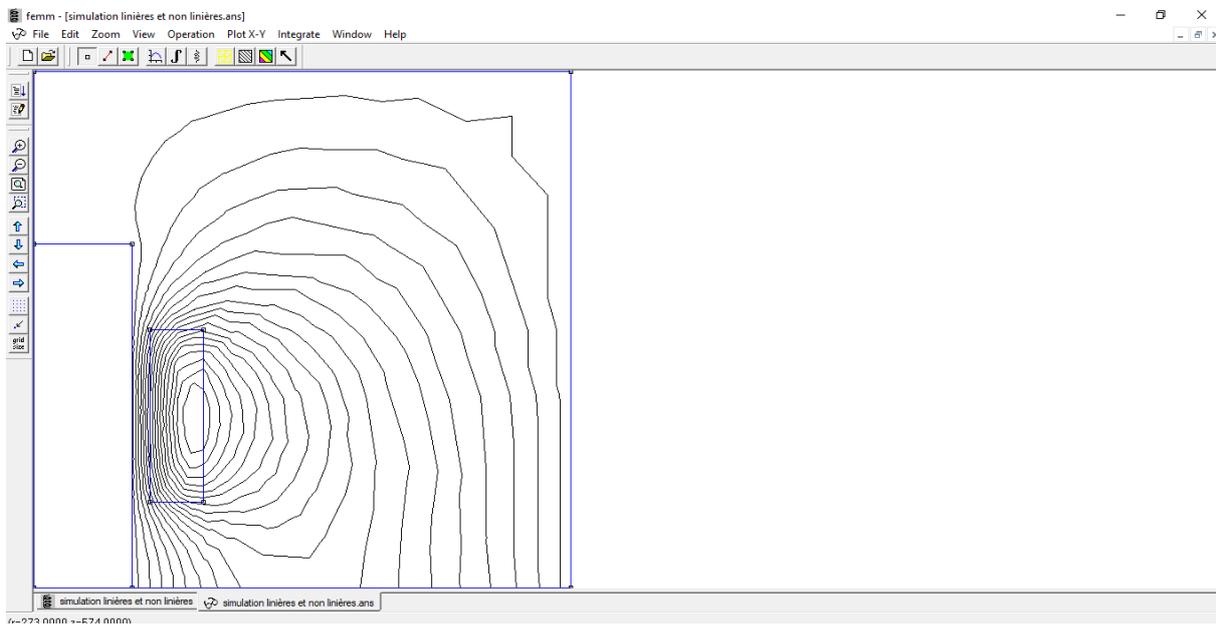


Figure IV.18: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 50 KHz tracée par logiciel « FEMM».

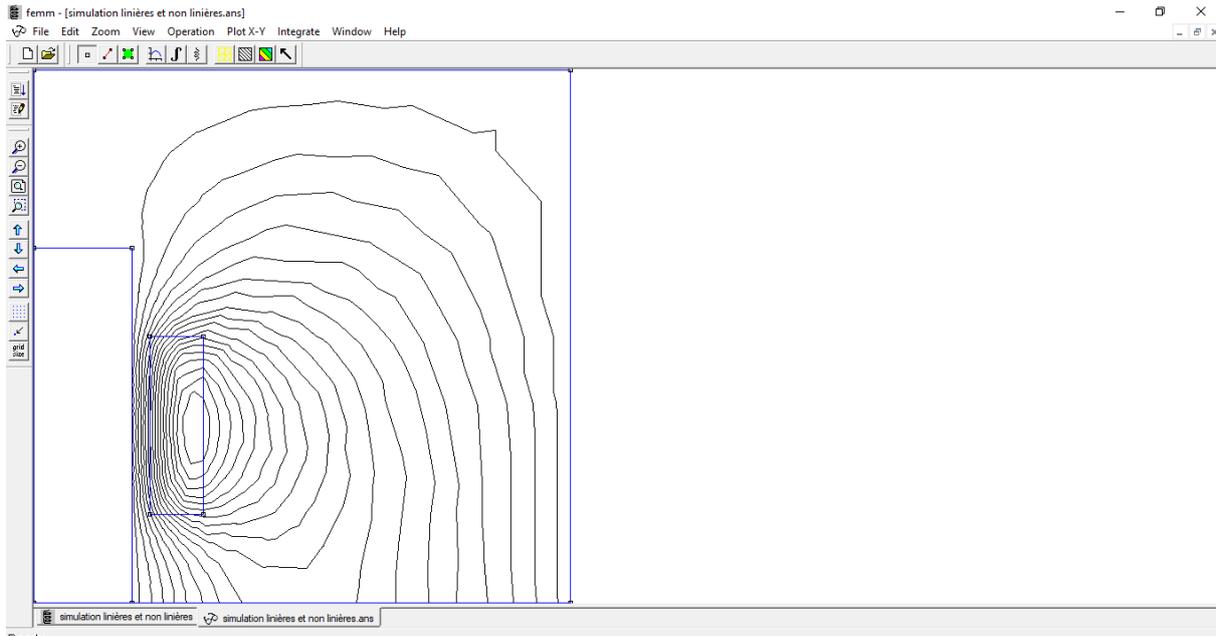


Figure IV.19:La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 75 KHz tracée par logiciel « FEMM».

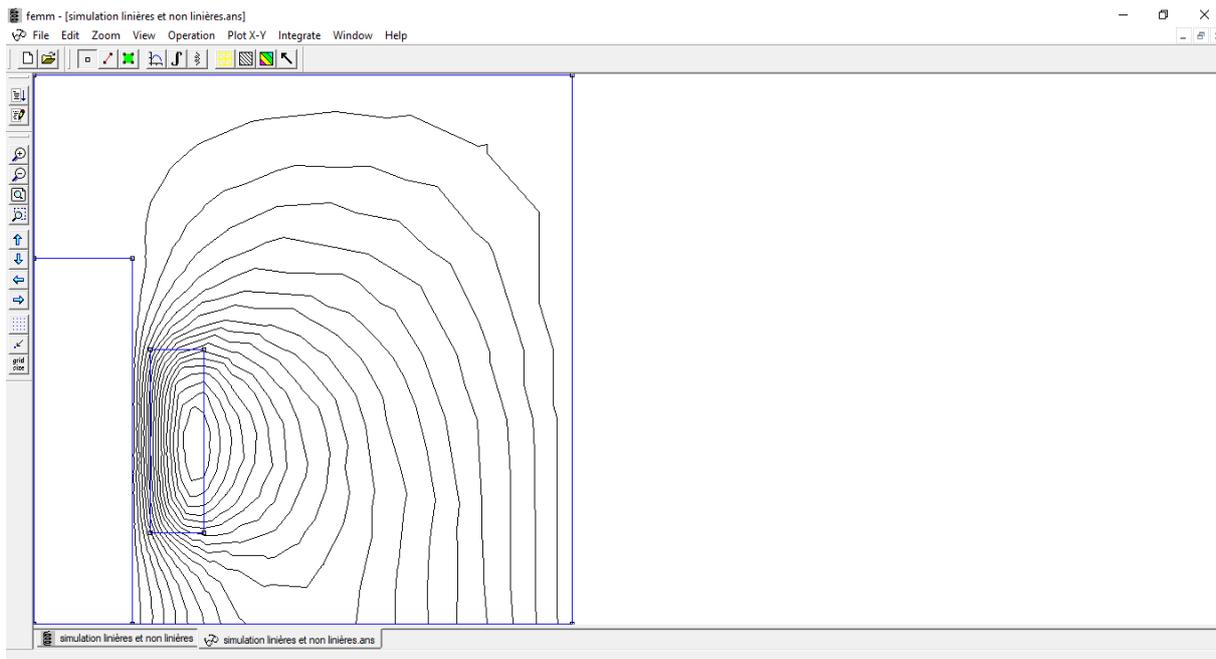


Figure IV.20 : La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 100 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Tableau (IV-1) : Représente les différentes valeurs des fréquences avec des pertes joule par logiciel « FEMM ».

f (Hz)	75 Hz	500 Hz	1 KHz	20 KHz	50 KHz	75 KHz	100KHz
P(w)	143638	554365	815260	1397090	1450960	1482670	1507350

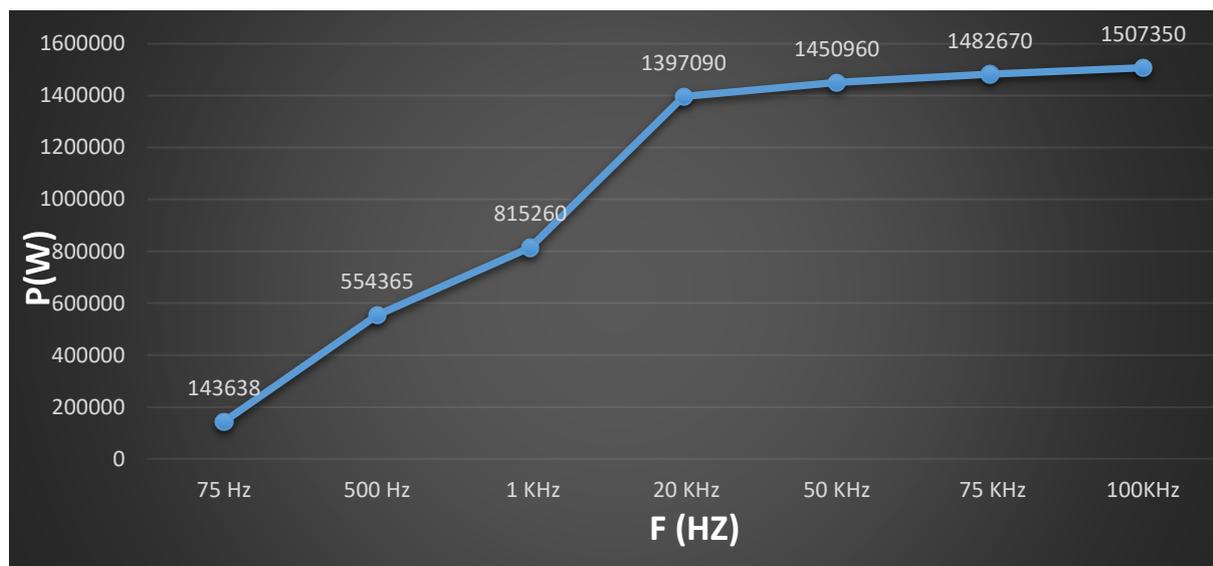


Figure IV.21 : Variation des pertes joule en fonction de la fréquence.

IV- 4-2-3-Interprétation de résultat:

Dans le cas des résultats linéaires, lorsque la fréquence est modifiée tout en maintenant la densité de courant et la perméabilité relative constante, on observe que les lignes de champ magnétique et la puissance dissipée par effet Joule pénètrent profondément dans la billette. Cependant, à mesure que la fréquence augmente, les lignes de flux magnétique se dispersent davantage vers la périphérie de la charge. Cette dispersion est le résultat de l'effet de peau. Lorsque la fréquence augmente, l'épaisseur de la peau diminue. En conséquence, cela entraîne une augmentation significative des courants induits à la surface de la billette et, par conséquent, une augmentation notable de la puissance dissipée par effet Joule. En d'autres termes, à des fréquences plus élevées, une plus grande proportion de l'énergie électromagnétique est absorbée par la surface de la billette en raison de la réduction de l'épaisseur de la peau, ce qui peut avoir des implications importantes pour divers processus de chauffage par induction et d'autres applications liées à l'électromagnétisme.

IV- 4-3-2^{er} cas :

Nous allons effectuer des simulations, pour différentes valeurs de la densité de courant, avec une perméabilité $\mu_r=70$ et une fréquence $f=500$ Hz

J (A/m ²)	2	4	6	8	10	12
-----------------------	---	---	---	---	----	----

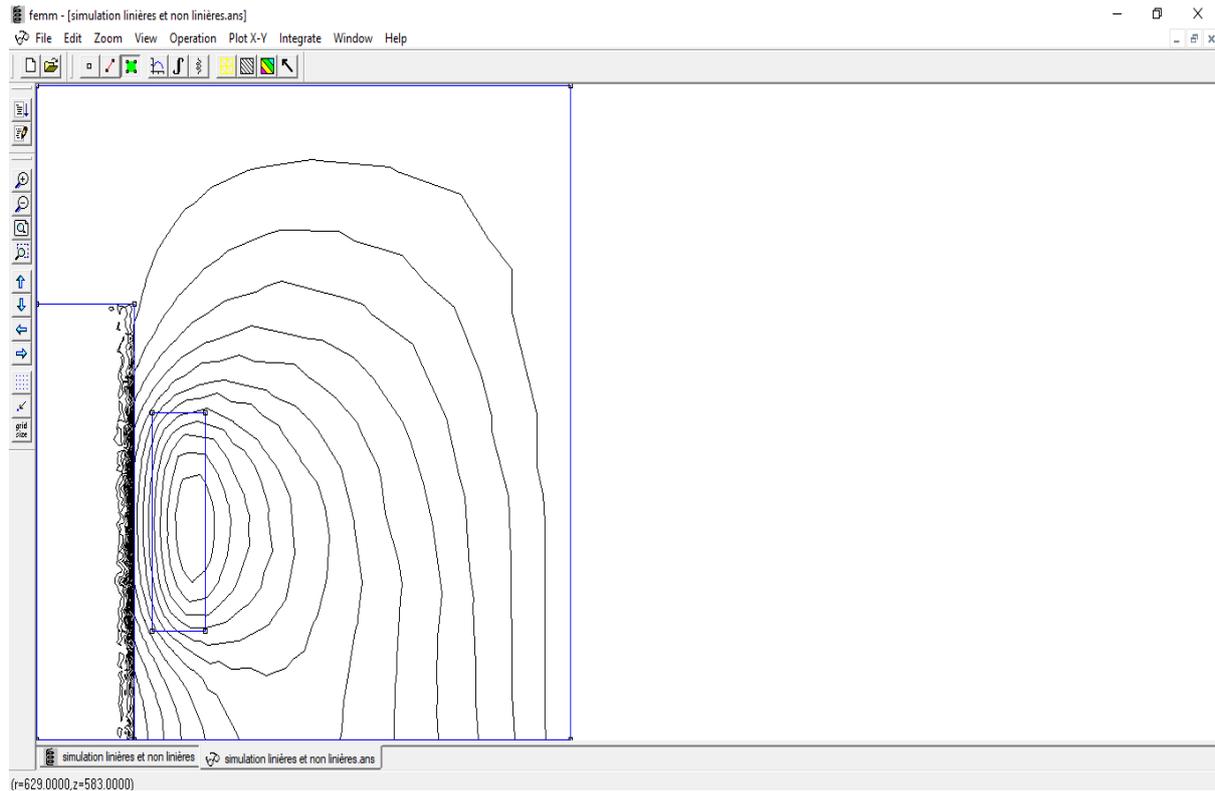
IV- 4-3-1-Les lignes du flux magnétique :

Figure IV.22: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=2(\text{A/m}^2)$ tracée par logiciel « FEMM ».

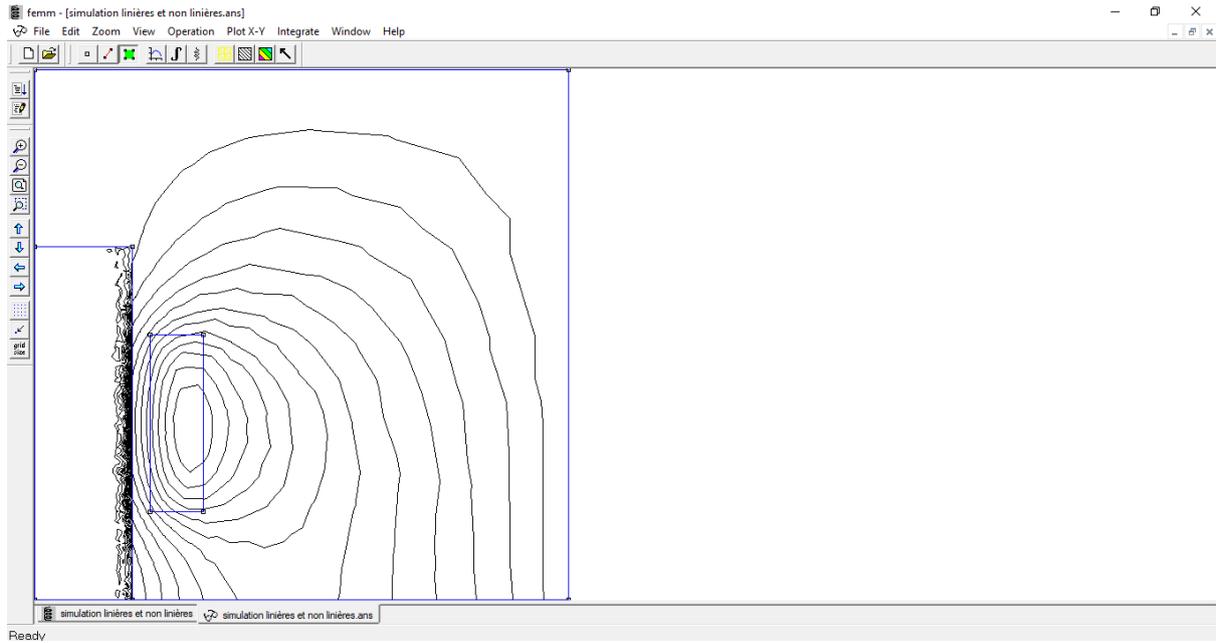


Figure IV.23: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=4(\text{A}/\text{m}^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

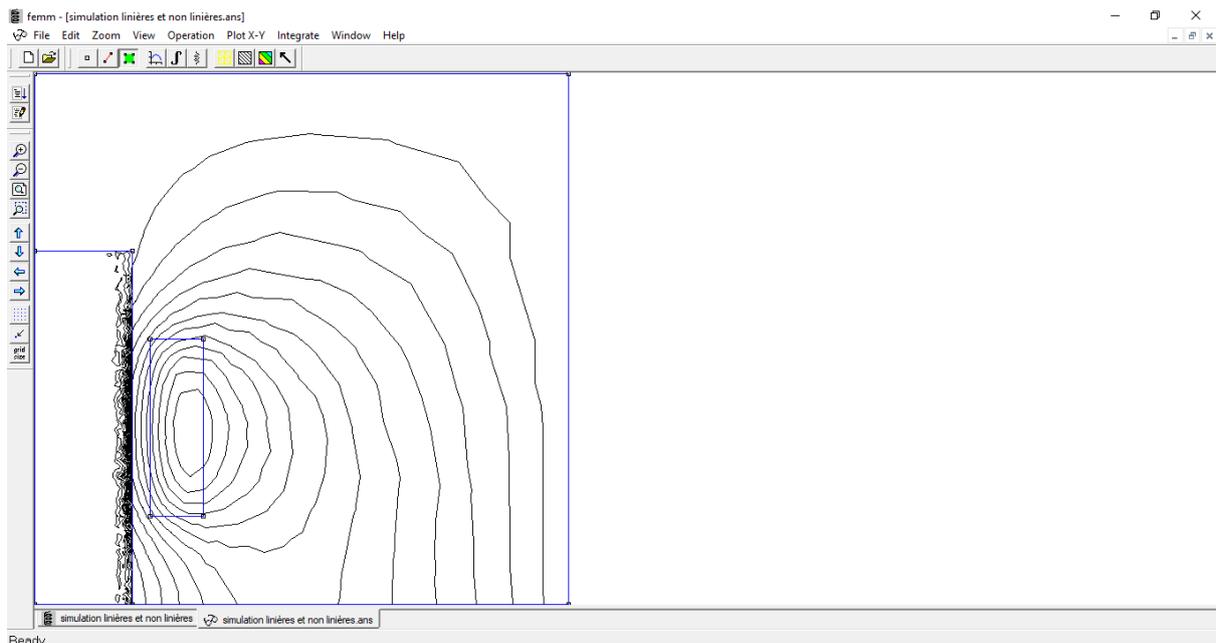


Figure IV.24: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=6(\text{A}/\text{m}^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

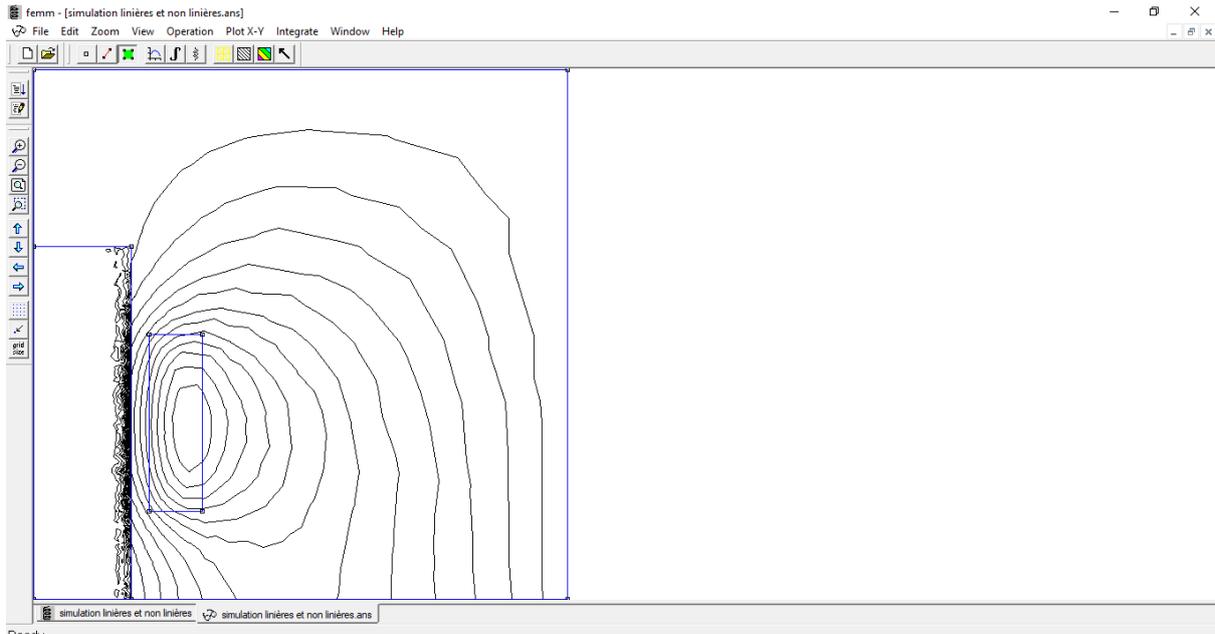


Figure IV.25: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=8(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

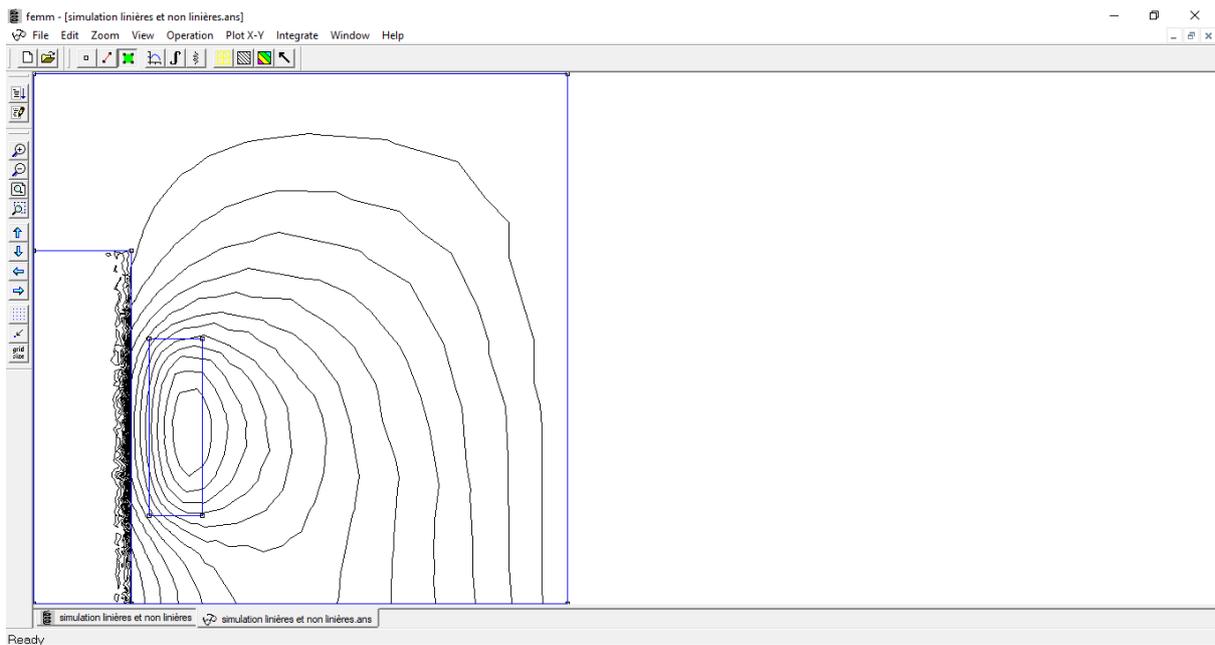


Figure IV.26: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=10(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

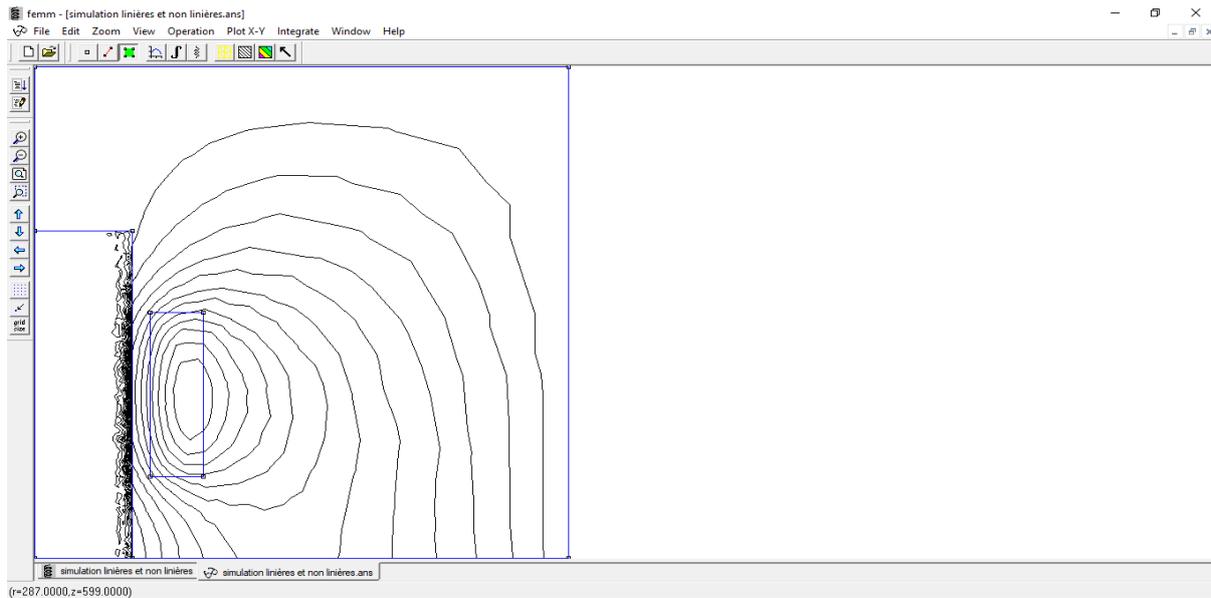


Figure IV.27: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=12(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM ».

Tableau (IV-2) : Représente les différents valeurs des densités de courant avec des pertes joule par logiciel « FEMM ».

$J (A/m^2)$	2	4	6	8	10	12
$P(w)$	88698.3	354793	798285	1419170	2217460	3193140

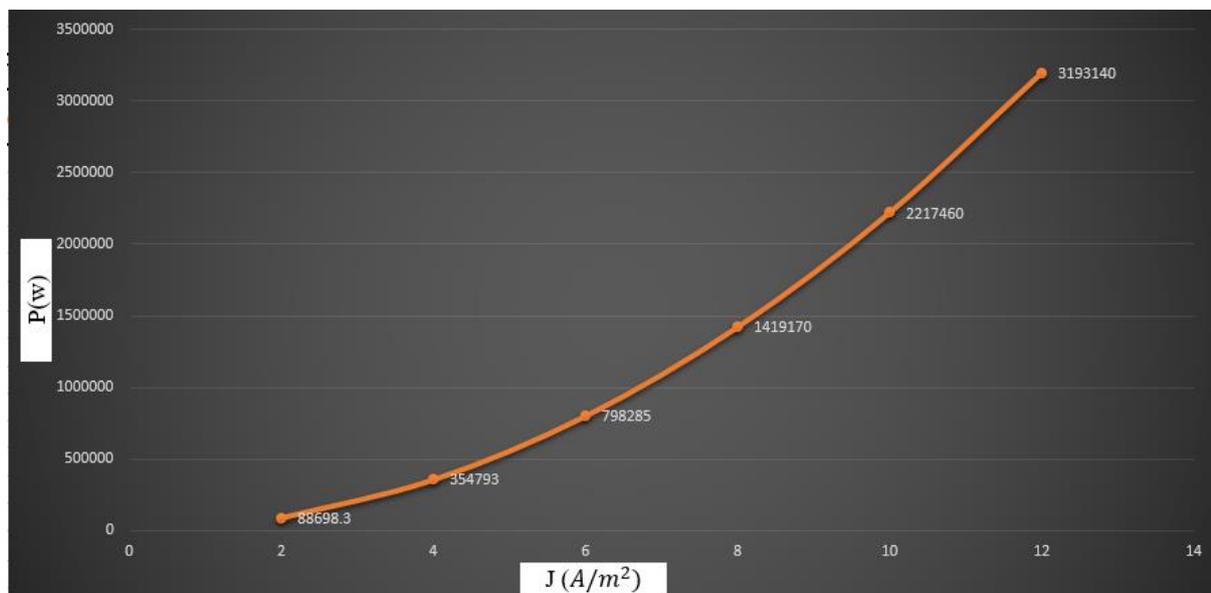


Figure IV.28: Variation des pertes Joule en fonction de la densité de courant.

IV- 4-3-2-Interprétation de résultat:

Dans le cas linéaire, lorsque la densité du courant est modifiée tout en maintenant la fréquence et la perméabilité magnétique constantes, un effet significatif se manifeste. L'augmentation de la densité du courant, tout en maintenant la fréquence et la perméabilité magnétique, conduit à une meilleure orientation des lignes de champ magnétique dans le matériau. Cette orientation améliorée contribue à améliorer l'efficacité du chauffage par induction, car plus d'énergie est consommée efficacement. Cela met en lumière l'importance cruciale de régler avec précision la densité du courant dans les applications linéaires de chauffage par induction, où cette amélioration peut jouer un rôle crucial dans l'amélioration de l'efficacité et des performances pour répondre aux exigences et améliorer la qualité de ces applications industrielles.

IV- 4-4-3cas :

Nous allons effectuer des simulations, pour différentes valeurs des perméabilités, avec la densité de courant $J= 5 \cdot 10^6 \text{A/m}^2$ et une fréquence $f=500 \text{ Hz}$

$\mu_r(\text{H/m})$	70	130	250	750	1000	1500	2000
---------------------	----	-----	-----	-----	------	------	------

IV- 4-4-1-Les lignes du flux magnétique :

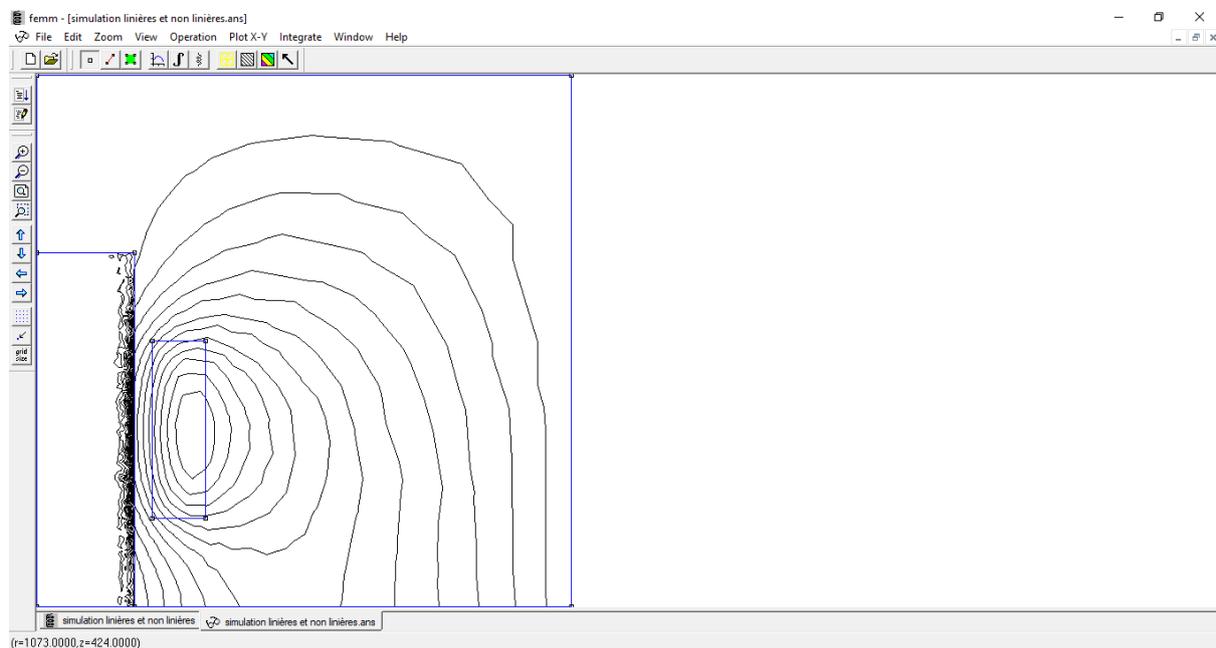


Figure IV.29: La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=70 \text{ (H/m)}$ tracée par logiciel « FEMM».

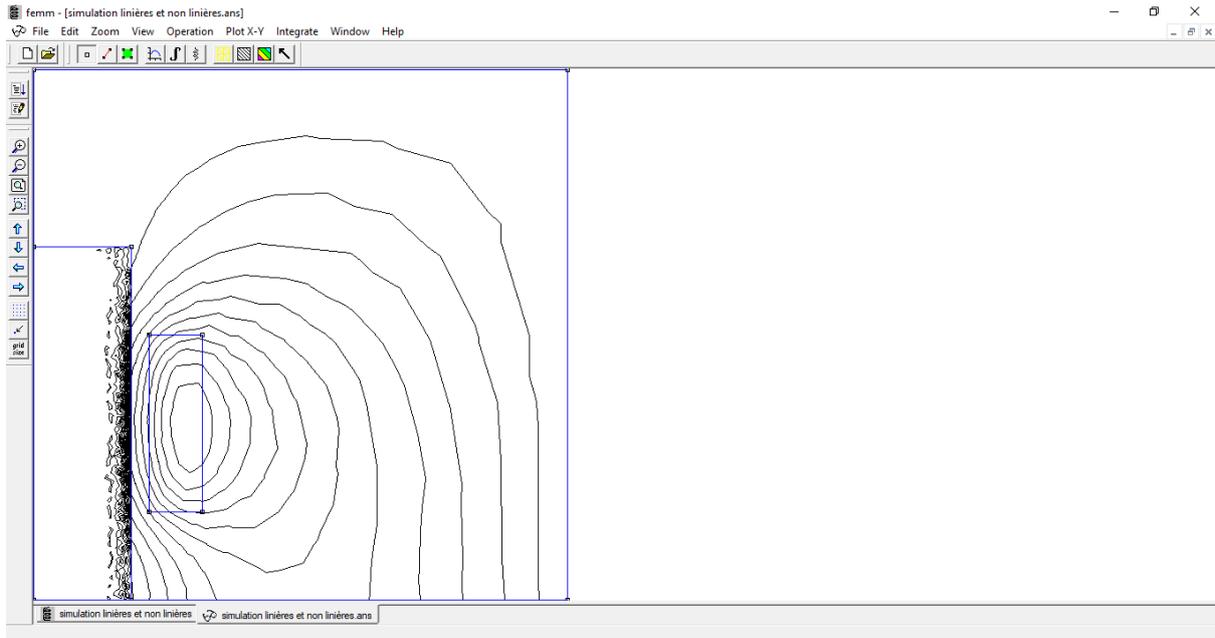


Figure IV.30: La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=130$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM ».

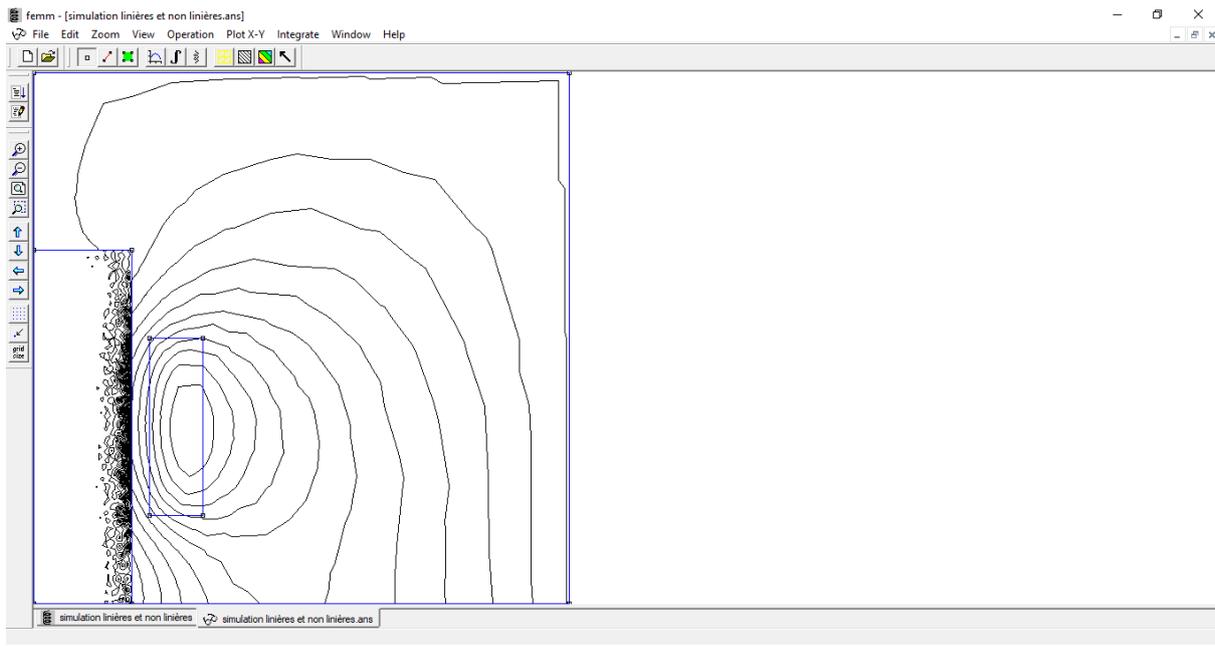


Figure IV.31: La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=250$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM ».

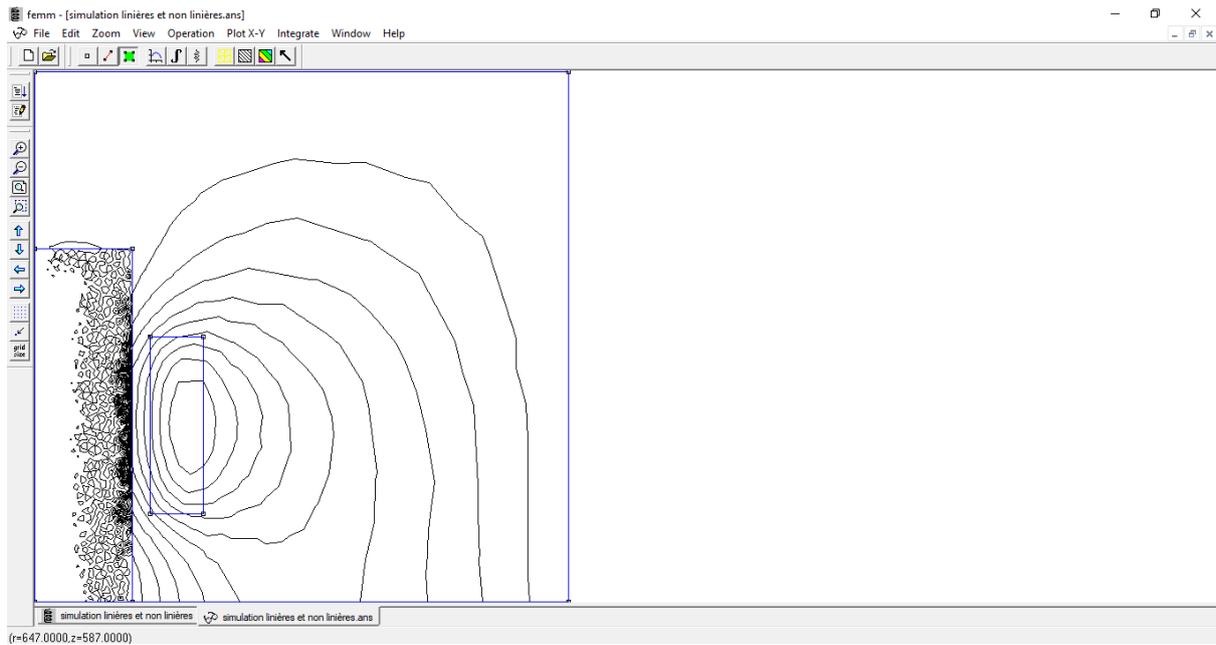


Figure IV.32: La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r = 750$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

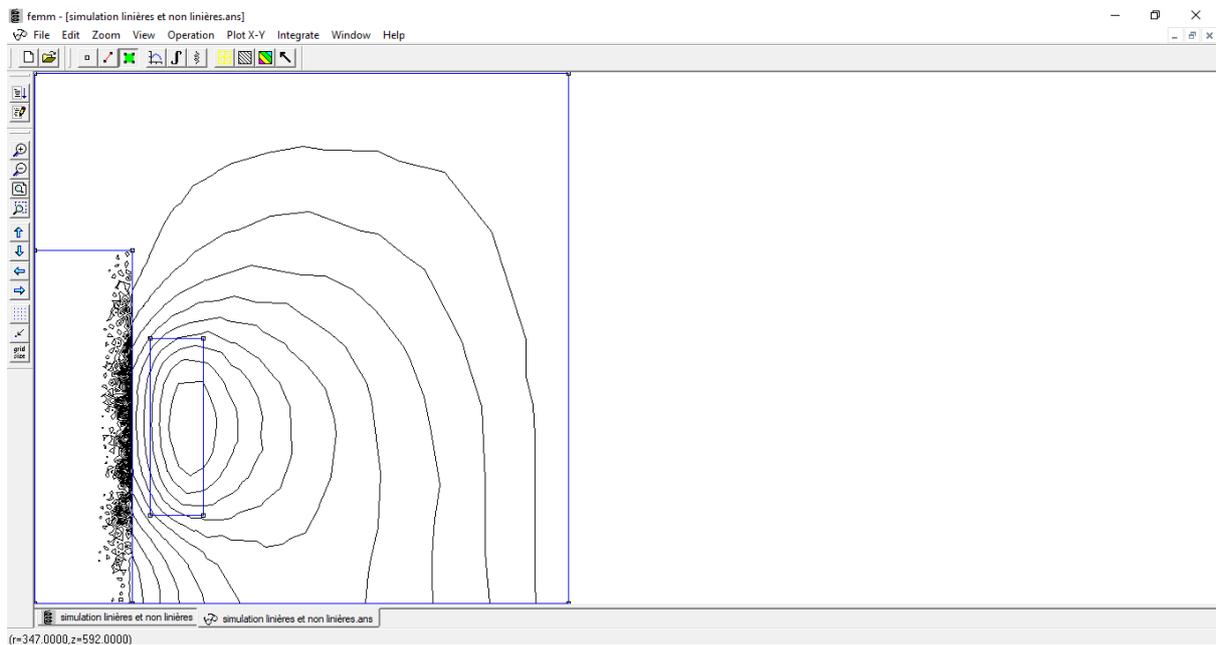


Figure IV.33 : La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r = 1000$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

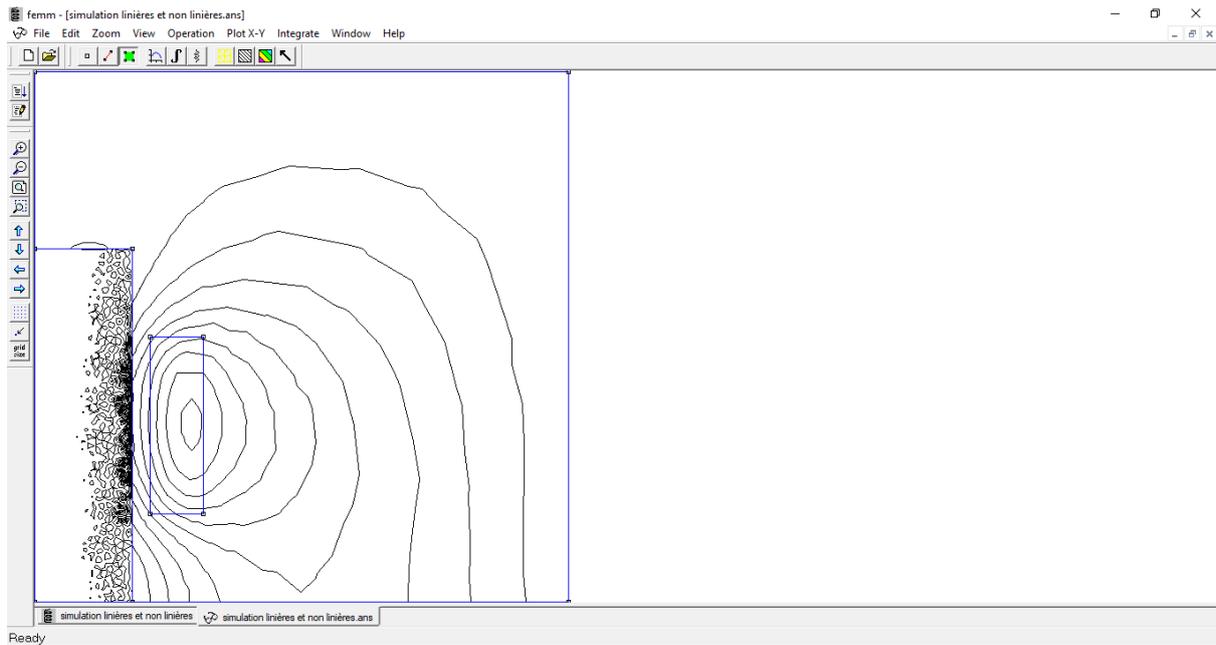


Figure IV.34 : La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=1500$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

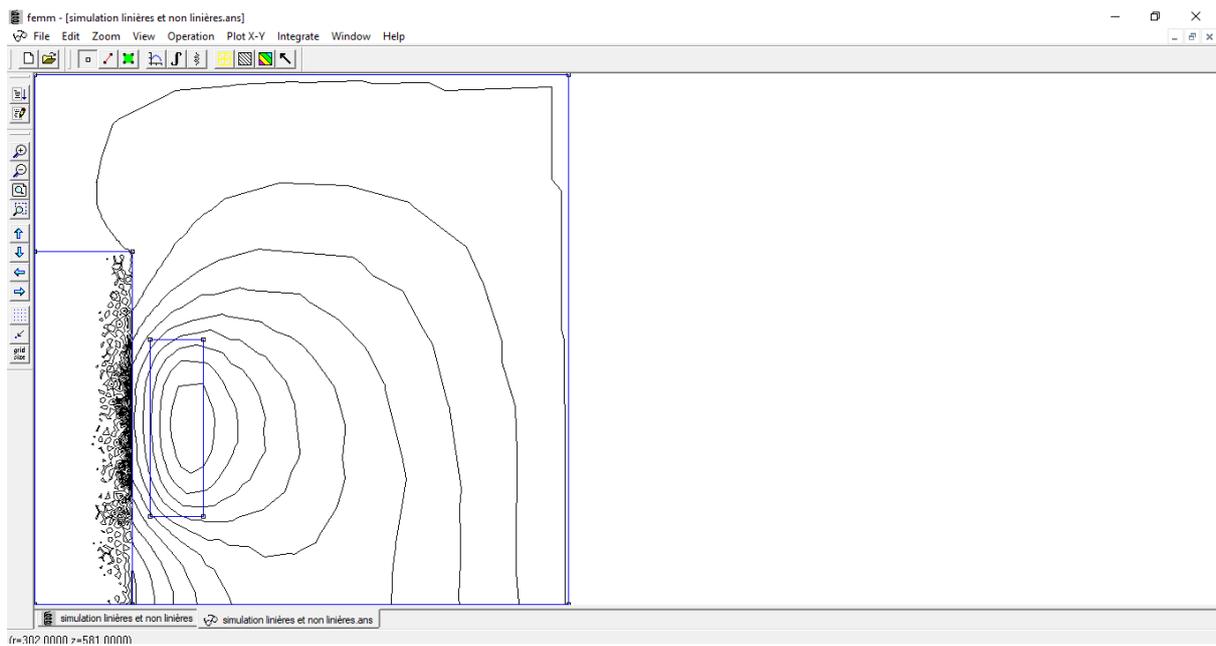


Figure IV.35 : La répartition des lignes du flux magnétique pour la perméabilité $\mu_r=2000$ (H/m) tracée par logiciel « FEMM».

Tableau (IV-3) : Représente les différentes valeurs des perméabilités avec des pertes joule par logiciel « FEMM ».

$\mu_r(\text{H/m})$	70	130	250	750	1000	1500	2000
$P(\text{w})$	554365	710717	875150	1071360	1101500	1131450	1145810

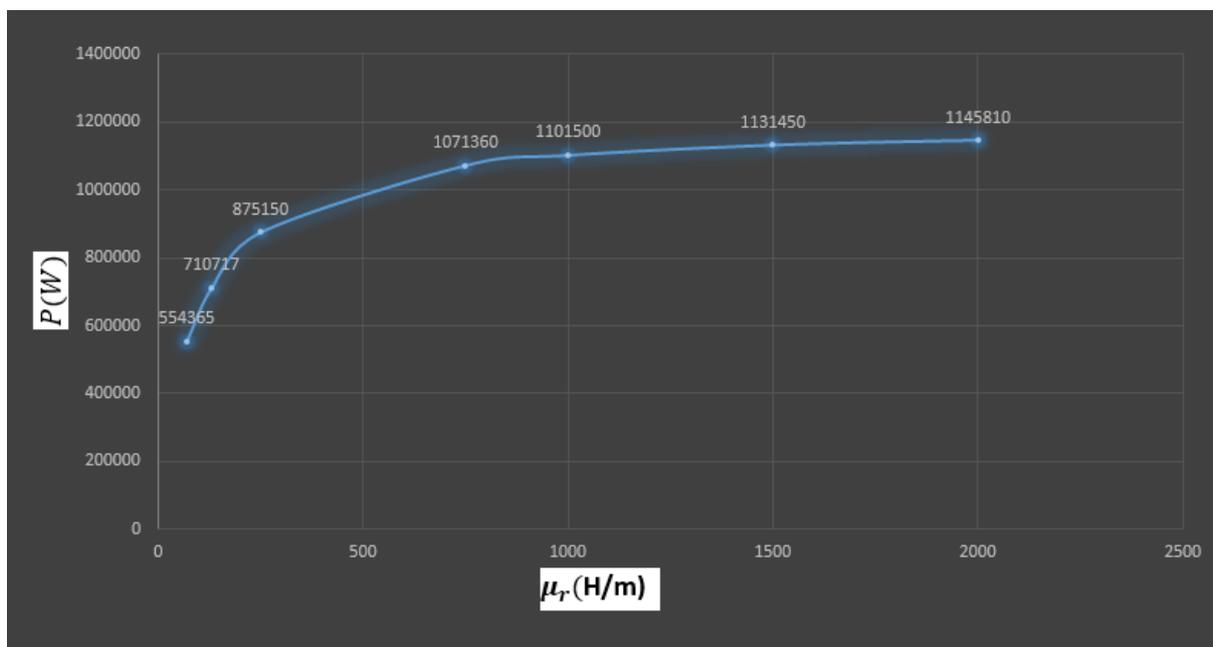


Figure IV.36 : Variation des pertes Joule en fonction de la perméabilité.

IV- 4-4-2-Interprétation de résultat:

Dans le cas d'une modification du coefficient de perméabilité magnétique tout en conservant la fréquence et l'intensité du courant dans le domaine linéaire, l'impact de ce changement est évident. La perméabilité magnétique se réfère à la capacité du matériau à absorber les effets du champ magnétique sans subir de changements majeurs. Lorsque nous ajustons la perméabilité magnétique tout en maintenant la fréquence et l'intensité du courant dans le domaine linéaire, nous constatons des effets sur la distribution de l'énergie et des lignes de champ magnétique dans le matériau. L'augmentation de la perméabilité magnétique peut améliorer l'orientation du champ magnétique à l'intérieur du matériau, ce qui conduit finalement à une amélioration de l'efficacité du chauffage par induction de manière générale. Cela souligne l'importance de régler avec précision la perméabilité magnétique dans les applications de chauffage par induction

linéaires, où cet ajustement peut apporter des améliorations tangibles en termes de performance et d'efficacité, contribuant ainsi à obtenir des performances optimales et une efficacité accrue dans ces applications

IV- 5-Cas non linère :

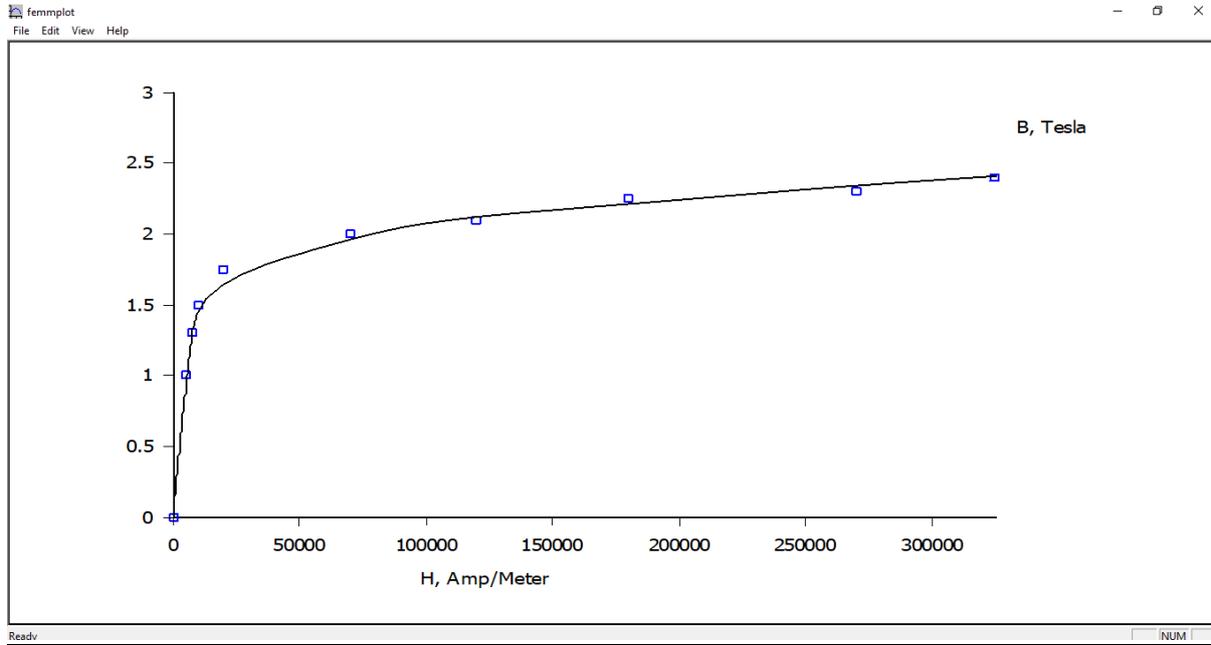


Figure IV.37 : Courbe B(H) du matériau ferromagnétique utilisé.

IV- 5-1-Maillage et condition aux limites :

La discrétisation du domaine d'étude en éléments finis est donnée par la figure (IV.38).

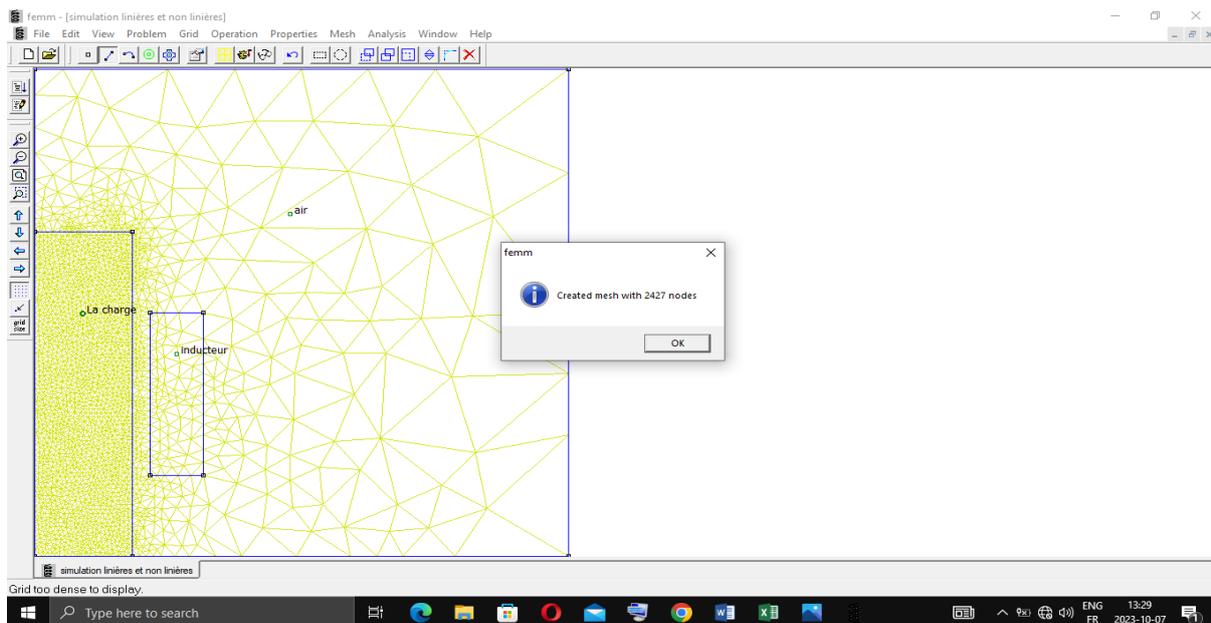


Figure IV.38: Maillage du domaine d'étude avec le logiciel « FEMM ».

IV- 5-2-1^{er} cas :

Nous allons effectuer Des simulations, en variant la fréquence à différentes valeurs, avec une perméabilité $\mu_r=70$ et une densité de courants $J=5.10^6 A/m^2$.

f (Hz)	75 Hz	500 Hz	1 KHz	20 KHz	50 KHz	75 KHz	100 KHz

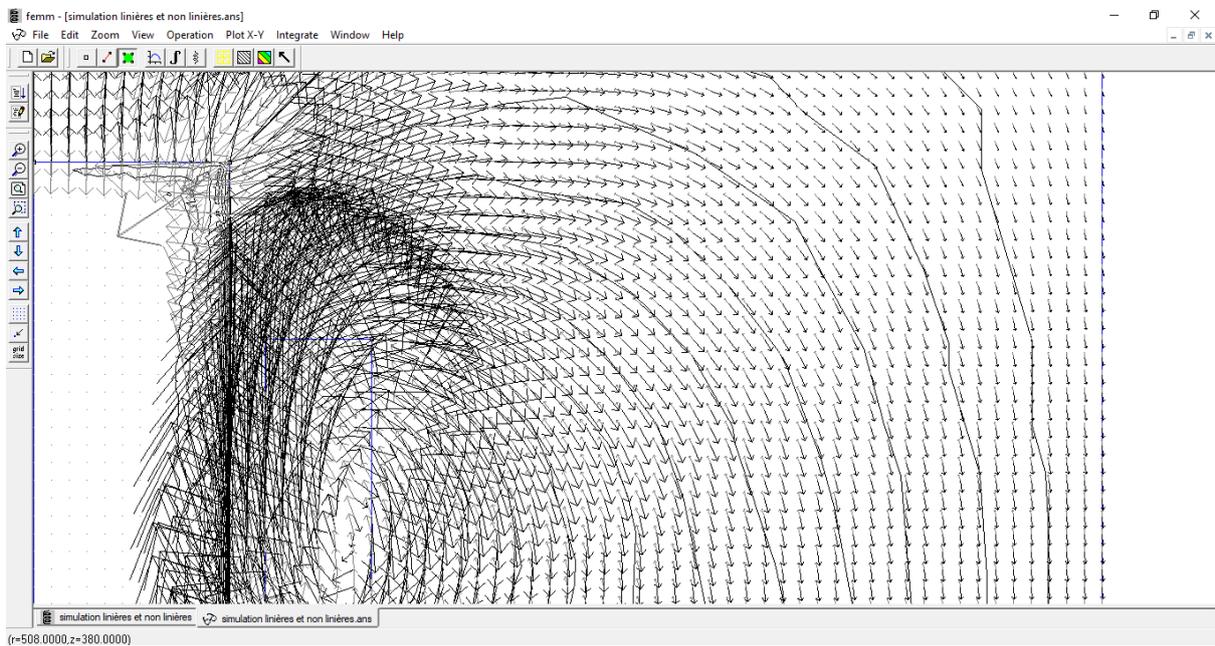
IV- 5-2-1-Les flèches de l'induction magnétique (\vec{H}) :

Figure IV.39: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 75 Hz tracée par logiciel « FEMM».

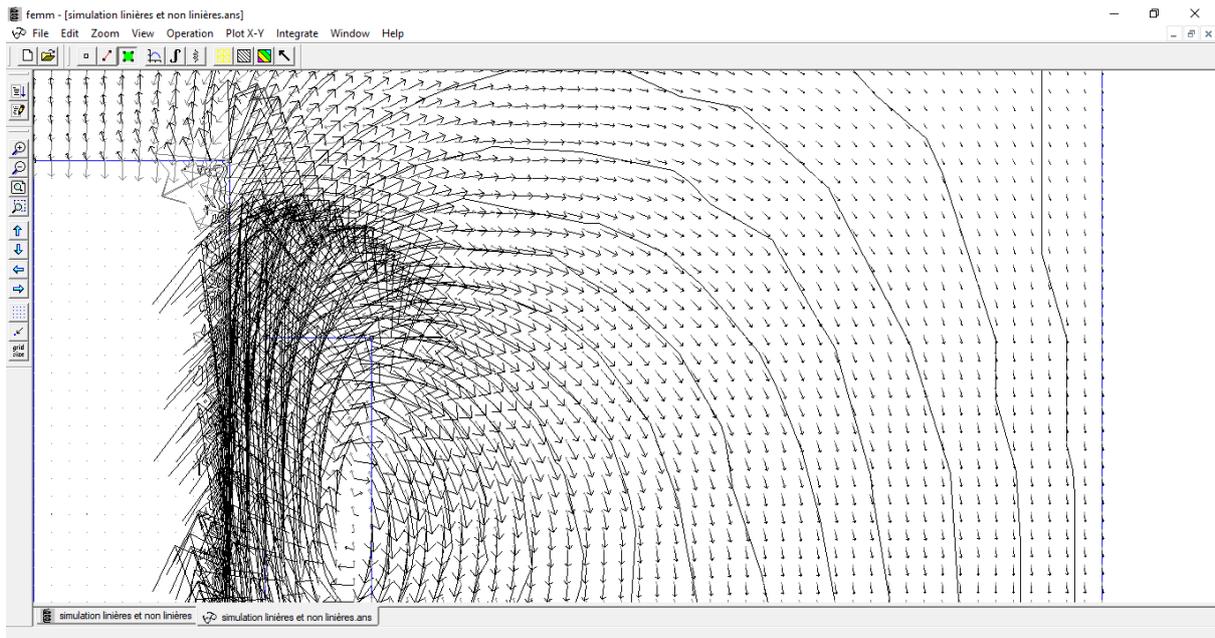


Figure (IV.40) : La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 500 Hz tracée par logiciel « FEMM».

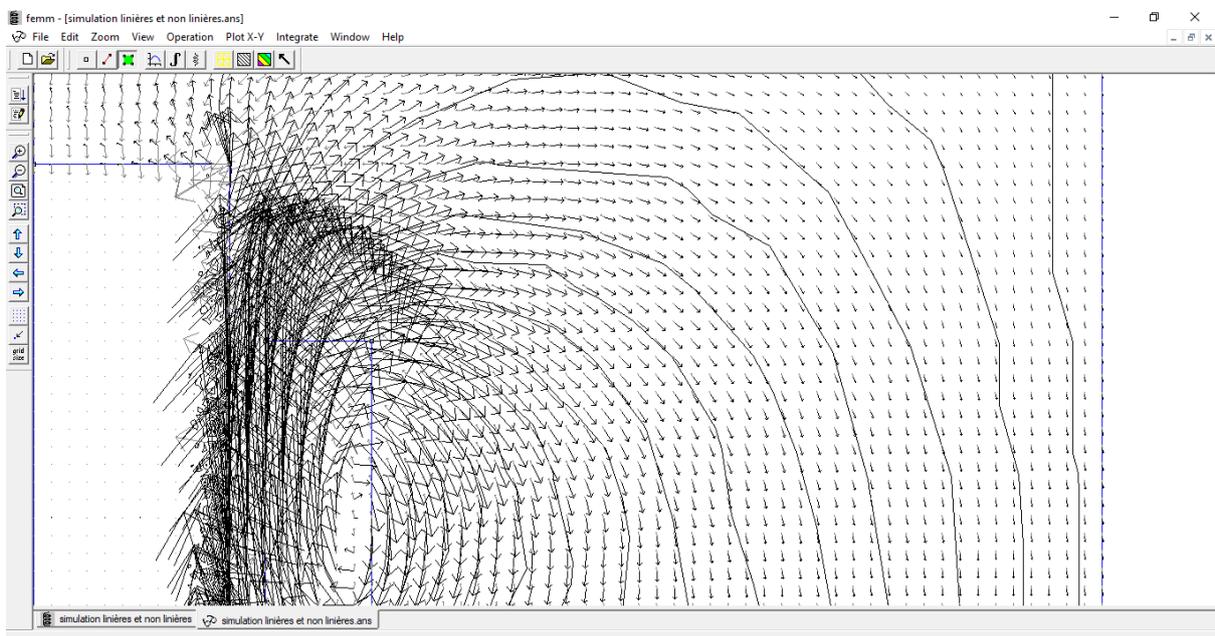


Figure IV.41: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 1 KHz tracée par logiciel « FEMM».

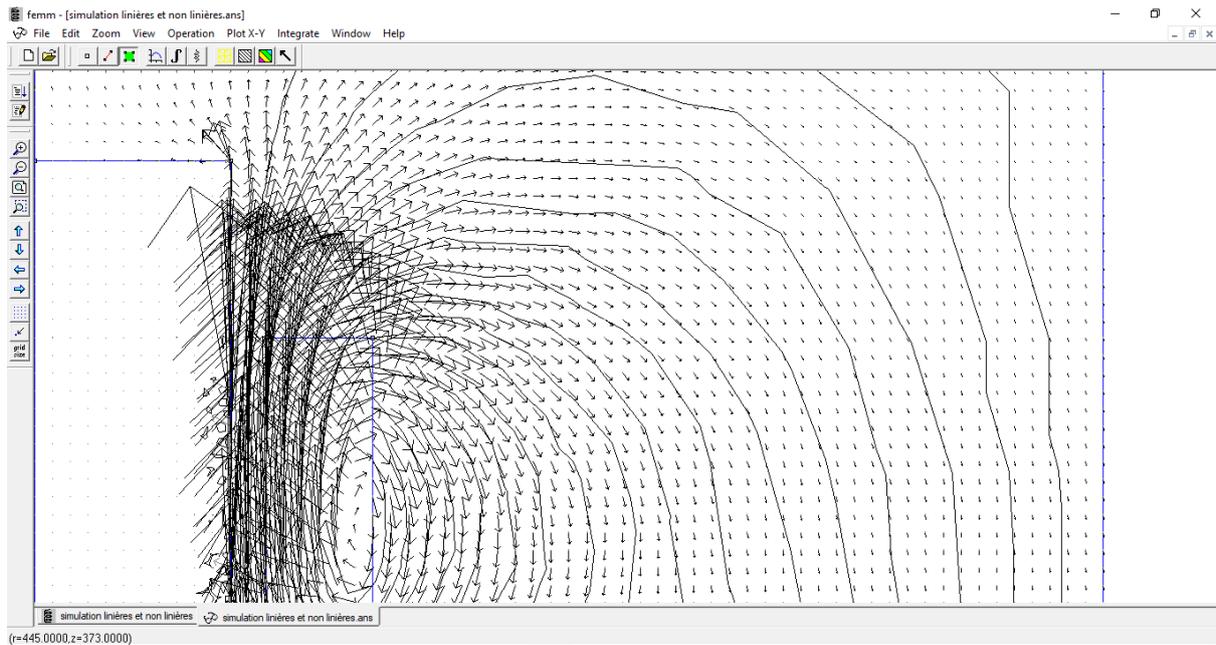


Figure IV.42: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 20 KHz tracée par logiciel « FEMM».

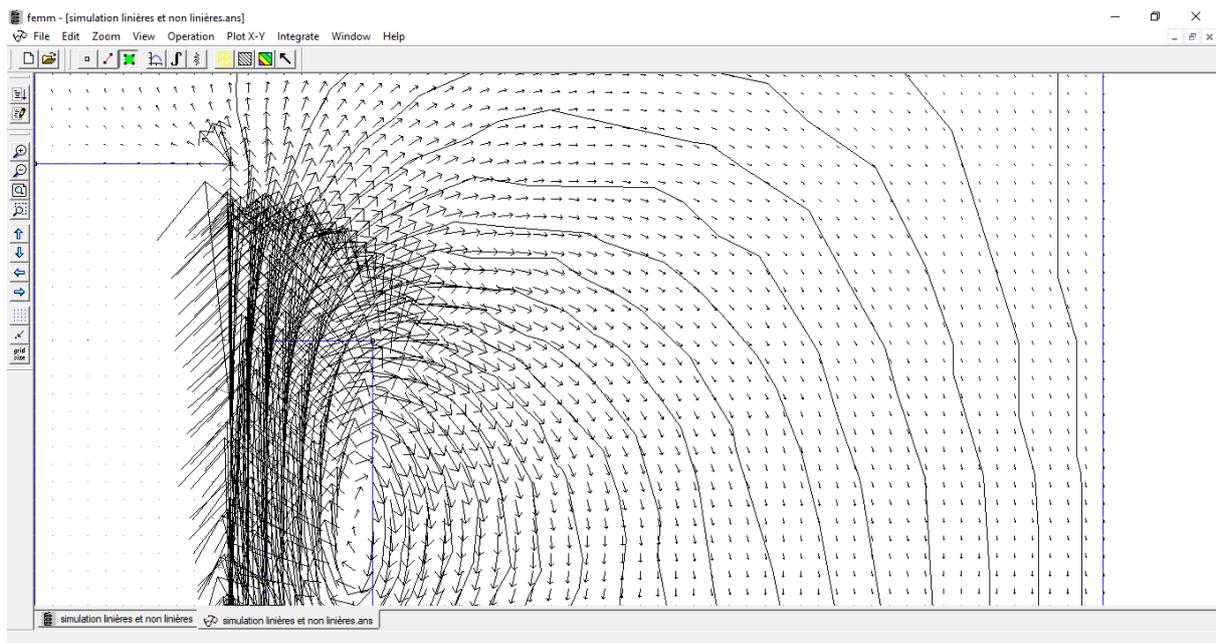


Figure IV.43 : La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 20 KHz tracée par logiciel « FEMM».

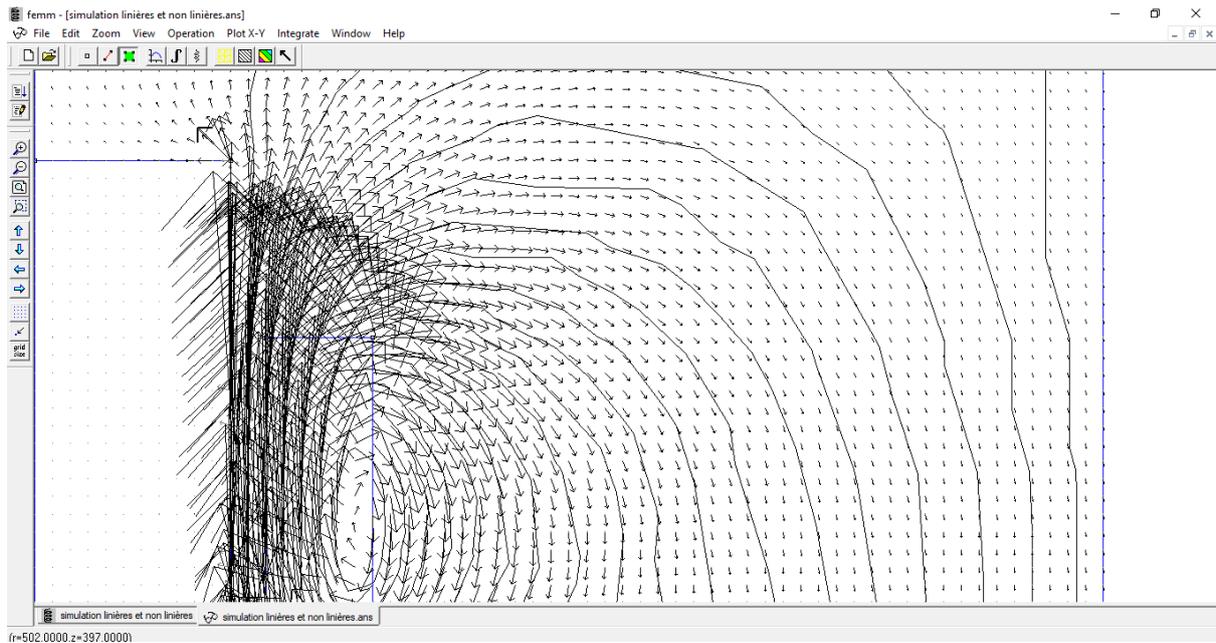


Figure IV.44: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 75 KHz tracée par logiciel « FEMM».

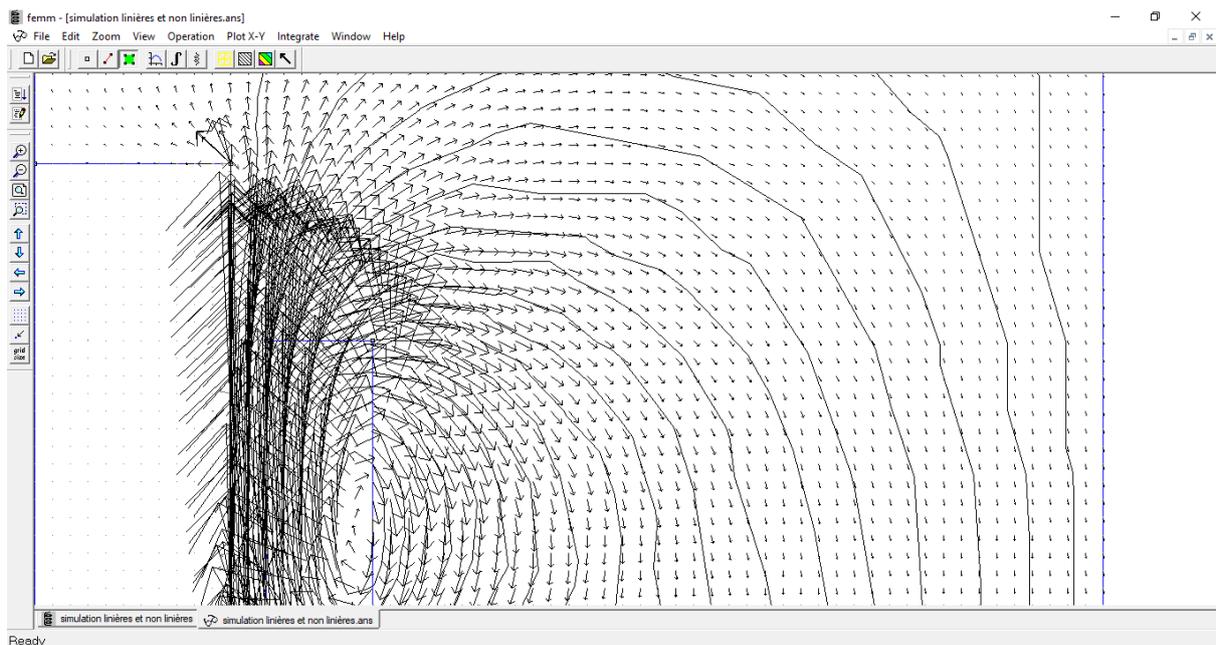


Figure IV.45: La répartition des flèches de l'induction magnétique pour une fréquence de 100 KHz tracée par logiciel « FEMM».

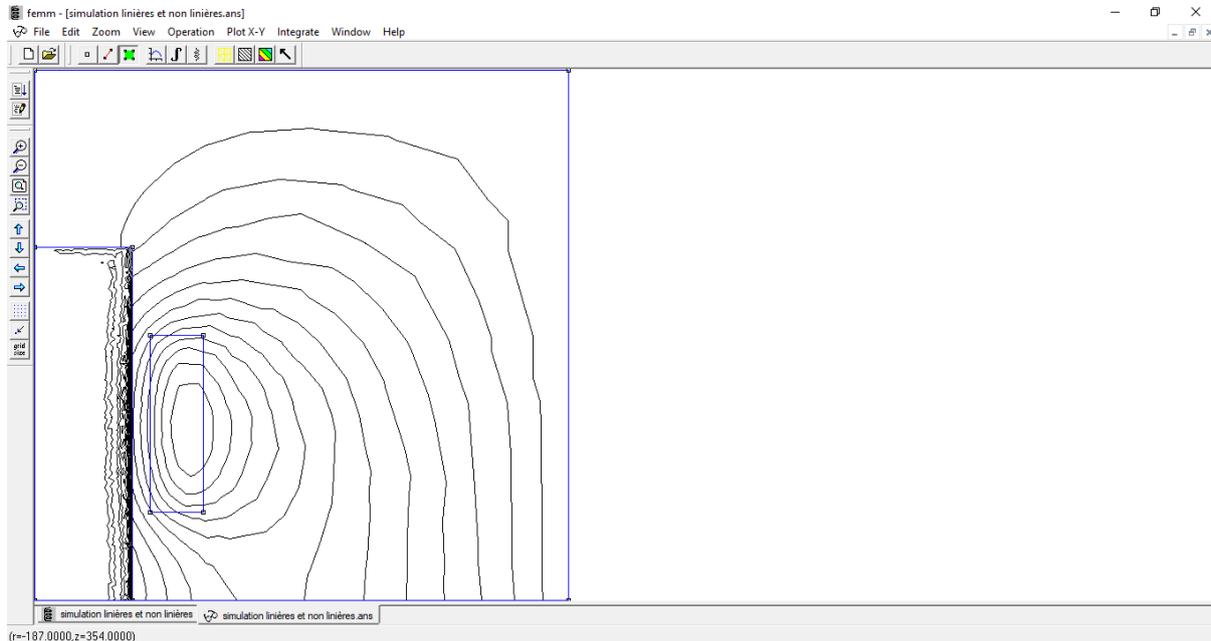
IV- 5-2-2-Les lignes du flux magnétique :

Figure IV.46: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 75 Hz tracée par logiciel « FEMM».



Figure IV.47 : La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 500 Hz tracée par logiciel « FEMM».

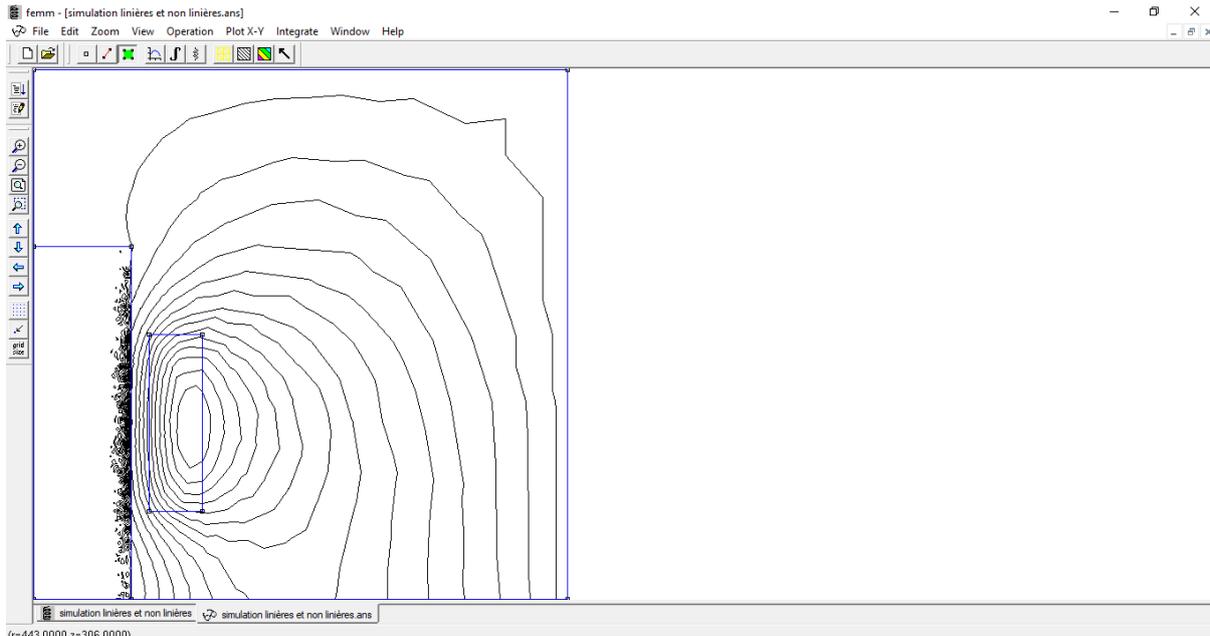


Figure IV.48: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 1 KHz tracée par logiciel « FEMM».

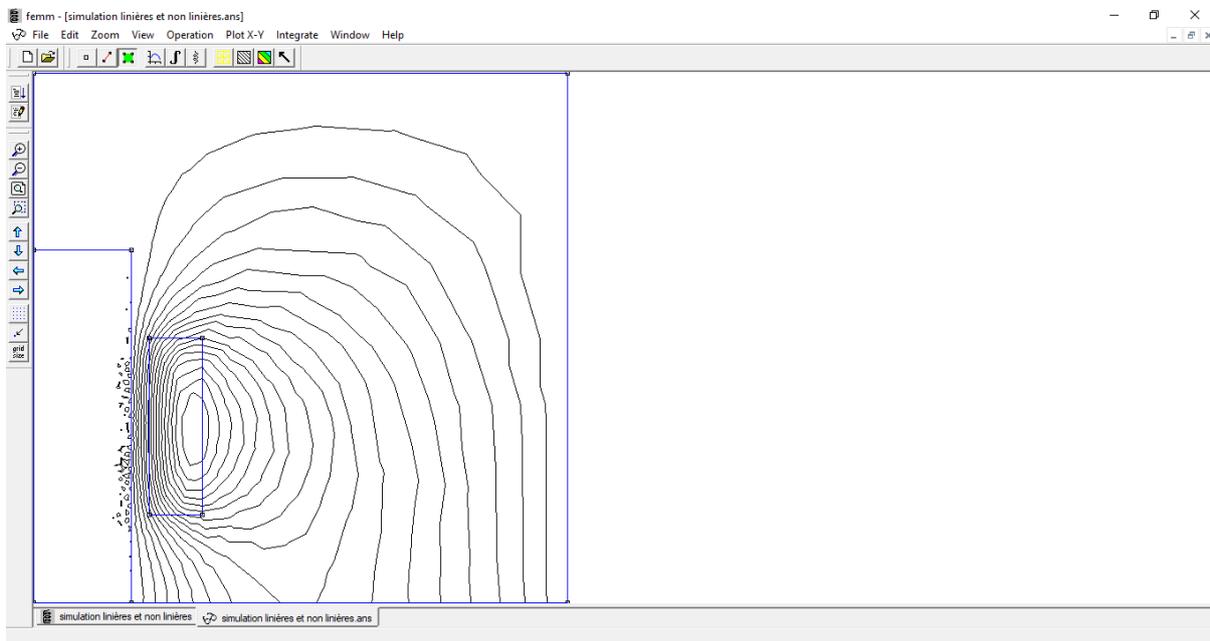


Figure IV.49: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 20 KHz tracée par logiciel « FEMM».



Figure IV.50: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 50 KHz tracée par logiciel « FEMM».



Figure IV.51: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 75 KHz tracée par logiciel « FEMM».

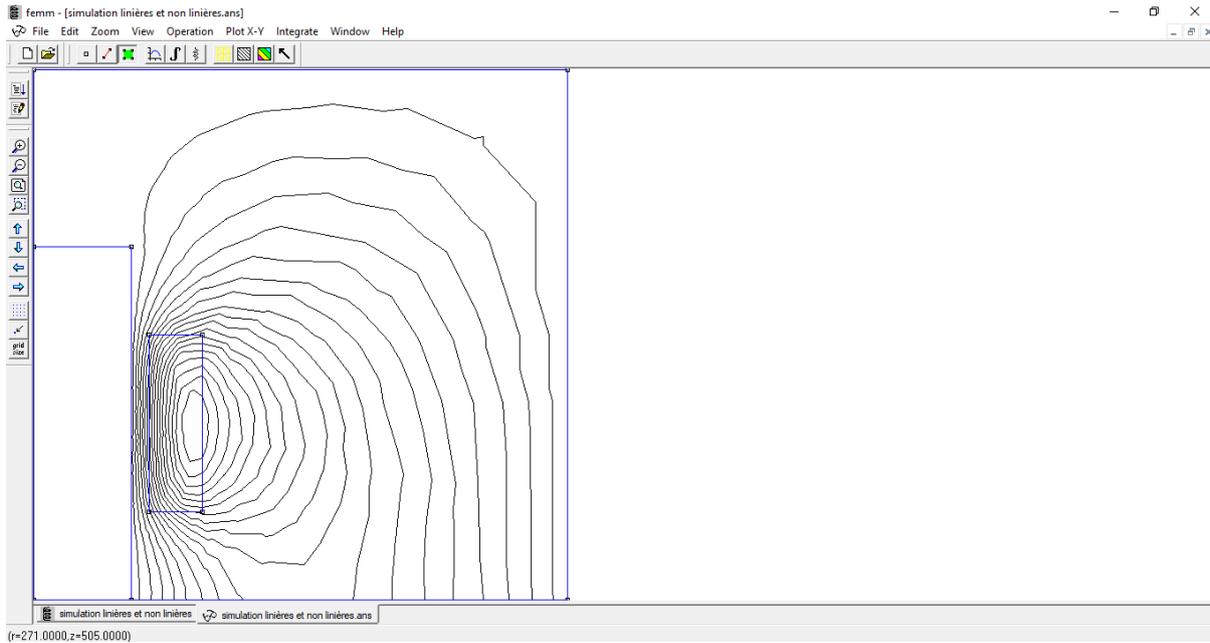


Figure IV.52: La répartition des lignes du flux magnétique pour une fréquence de 100 KHz tracée par logiciel « FEMM».

Tableau (IV-4) : Représente les différentes valeurs des fréquences avec des pertes joule par logiciel « FEMM ».

f (Hz)	75	500	1000	20000	50000	75000	100000
P (w)	103098	356461	638740	1411120	1458840	1489290	1512990

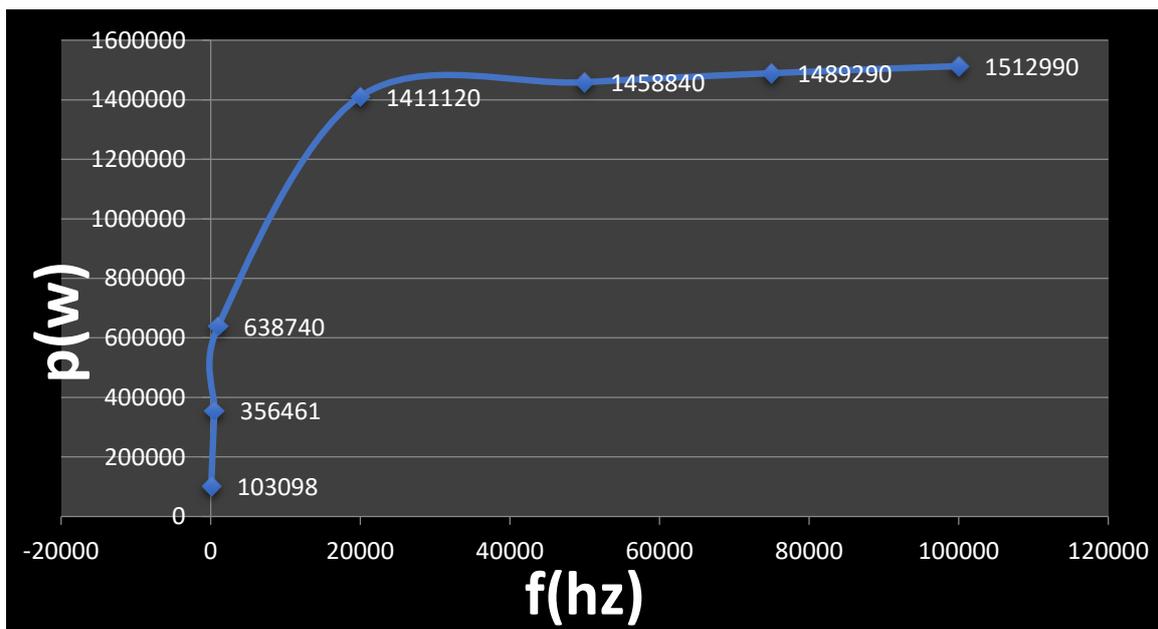


Figure IV.53 : Variation des pertes joule en fonction de la fréquence.

IV- 5-2-3-Interprétation de résultat:

Dans le cadre des résultats non linéaires, lorsque la fréquence est modifiée tout en maintenant la densité de courant et la perméabilité relative constante, on a observé la puissance dissipée par effet Joule pénétrait profondément à l'intérieur de la charge, c'est-à-dire la billette.

- À mesure que la fréquence augmentait, les lignes du champ magnétique se dispersaient de plus en plus vers la périphérie de la charge.
- À chaque augmentation de la fréquence, l'épaisseur de la peau diminuait, ce qui engendrait une augmentation des courants induits et de la puissance dissipée par effet Joule.

IV- 5-3-2^{er} cas :

Nous allons effectuer des simulations, pour différentes valeurs de la densité de courant, avec une perméabilité $\mu_r=70$ et une fréquence $f=500$ Hz

J (A/m^2)	2	4	6	8	10	12
---------------	---	---	---	---	----	----

IV- 5-3-1-Les lignes du flux magnétique :

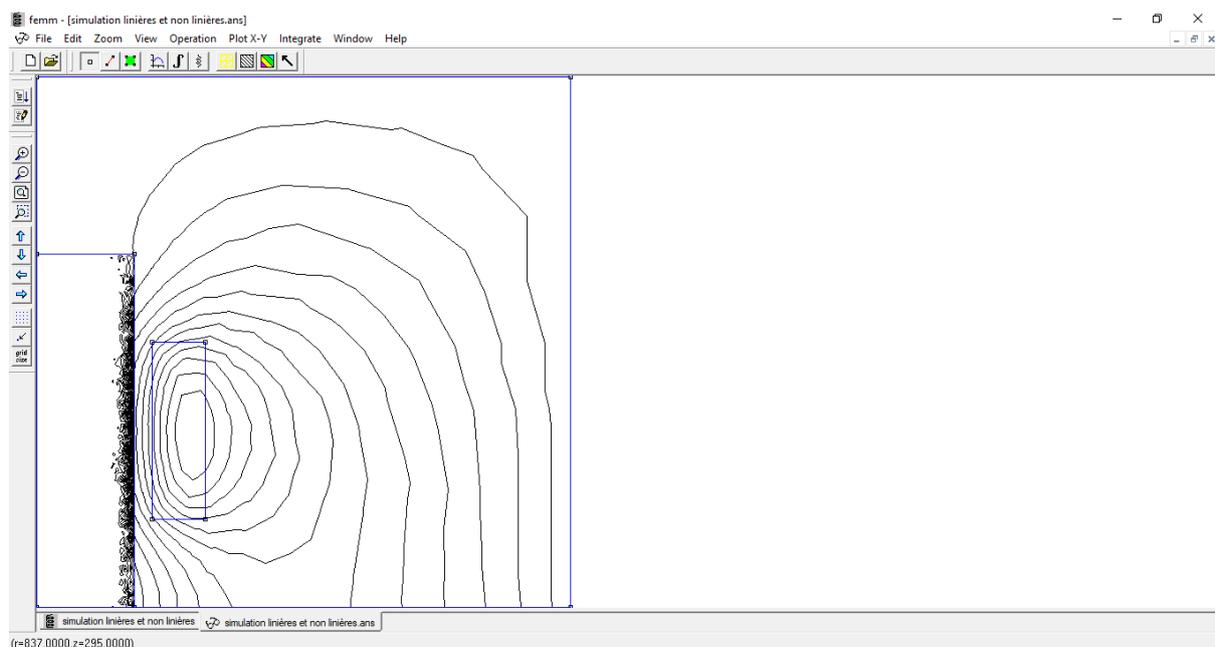


Figure IV.54: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=2(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

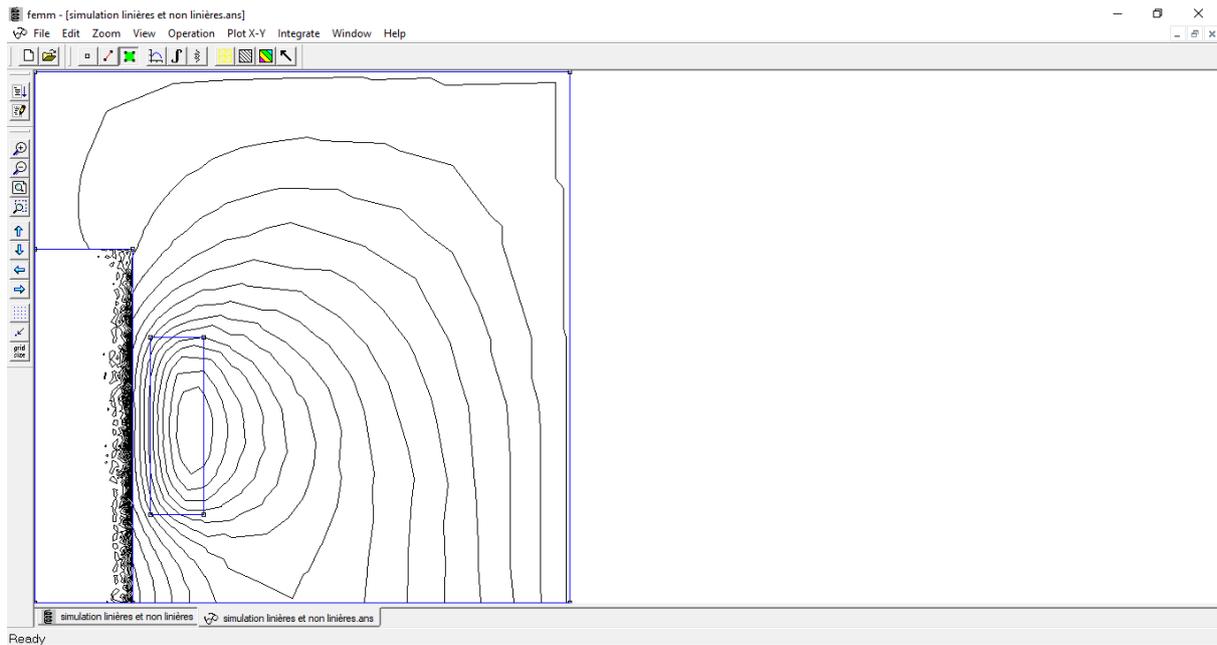


Figure IV.55 : La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=4(\text{A/m}^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

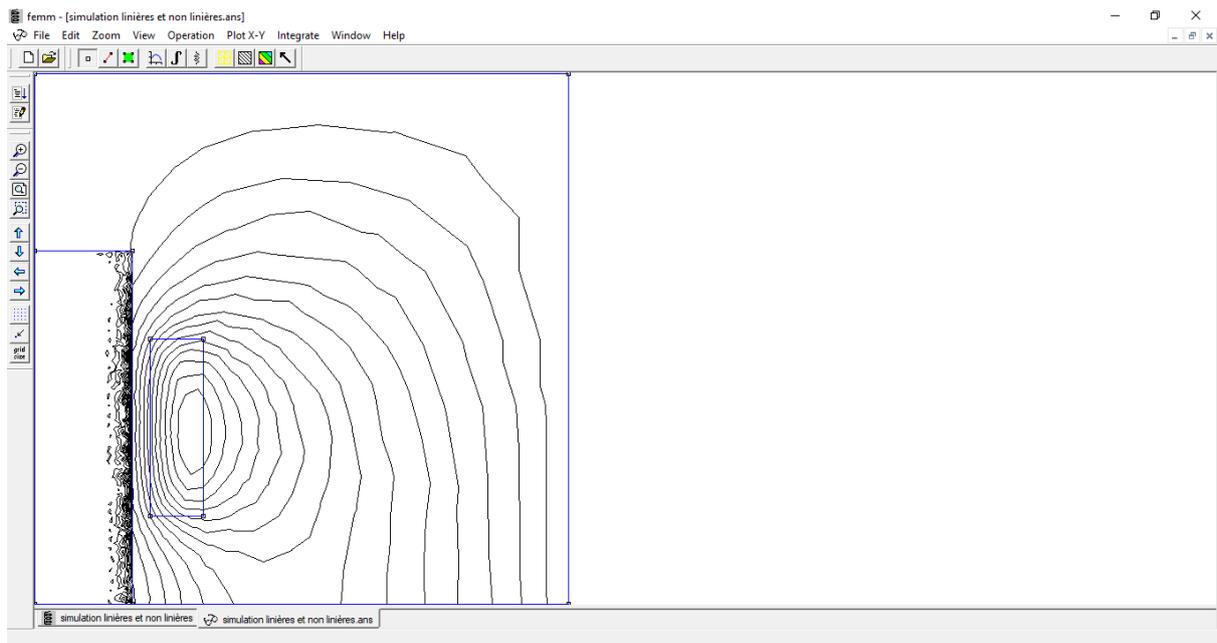


Figure IV.56: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=6(\text{A/m}^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

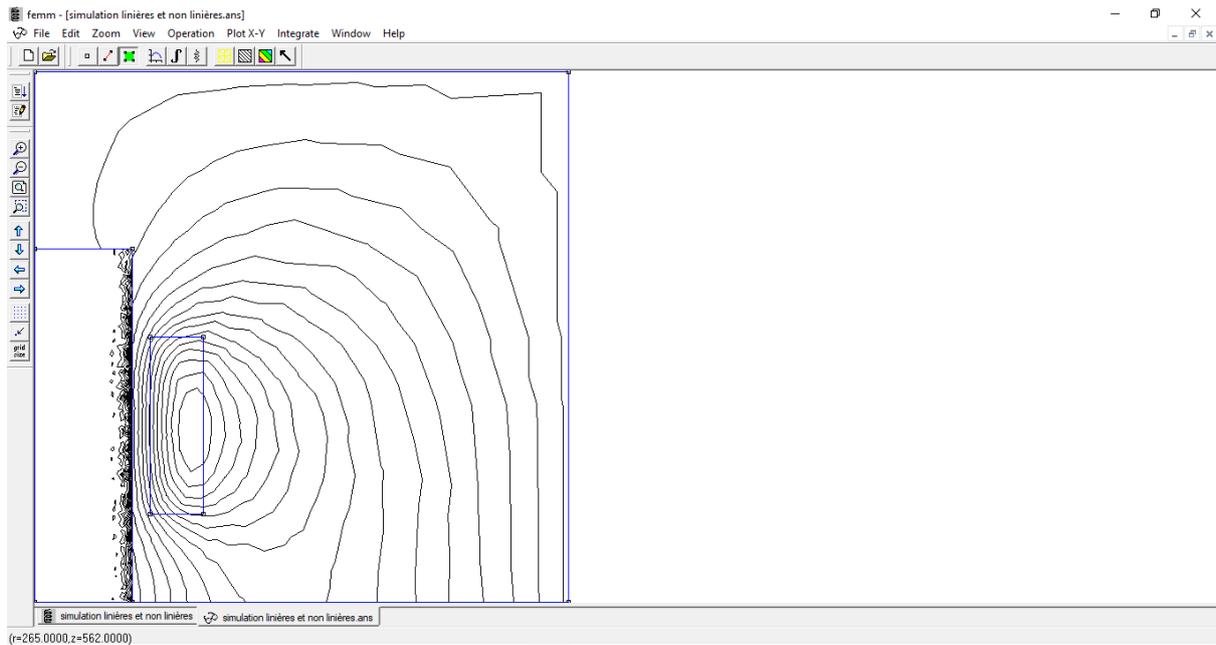


Figure IV.57: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=8(\text{A}/\text{m}^2)$ tracée par logiciel « FEMM».



Figure IV.58 : La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=10(\text{A}/\text{m}^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

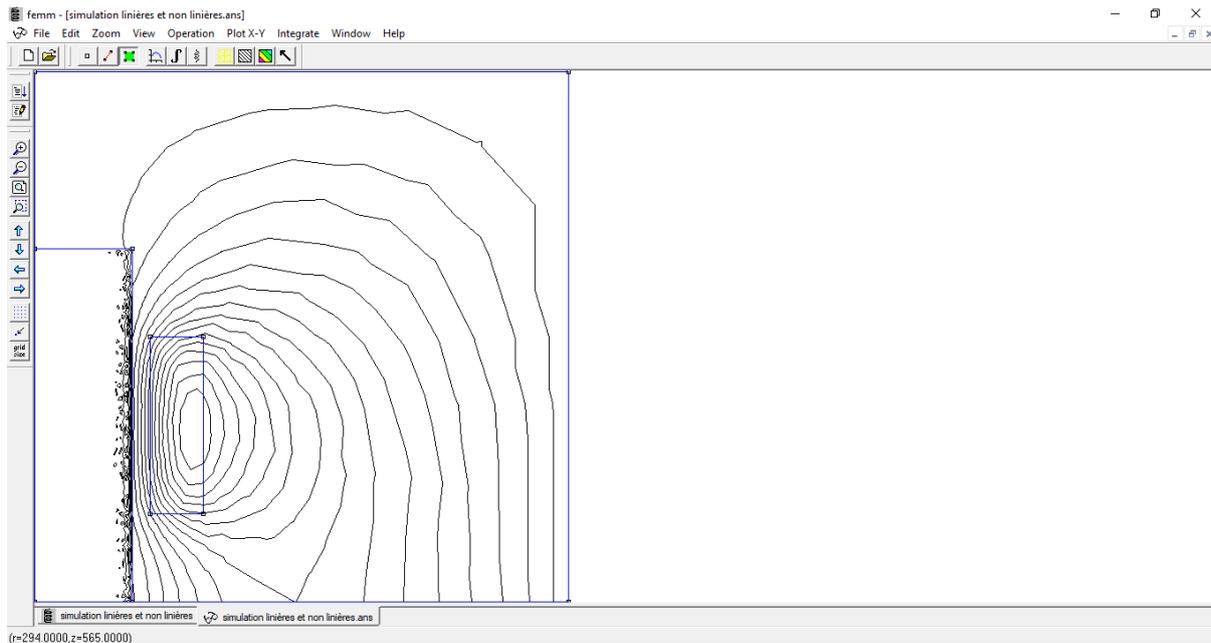


Figure IV.59: La répartition des lignes du flux magnétique pour une densité courant $J=12(A/m^2)$ tracée par logiciel « FEMM».

Tableau (IV-5) : Représente les différents valeurs des densités de courant avec des pertes joule par logiciel « FEMM ».

J (A/m^2)	2	4	6	8	10	12
P (w)	100993	263934	458105	691523	963246	1268490

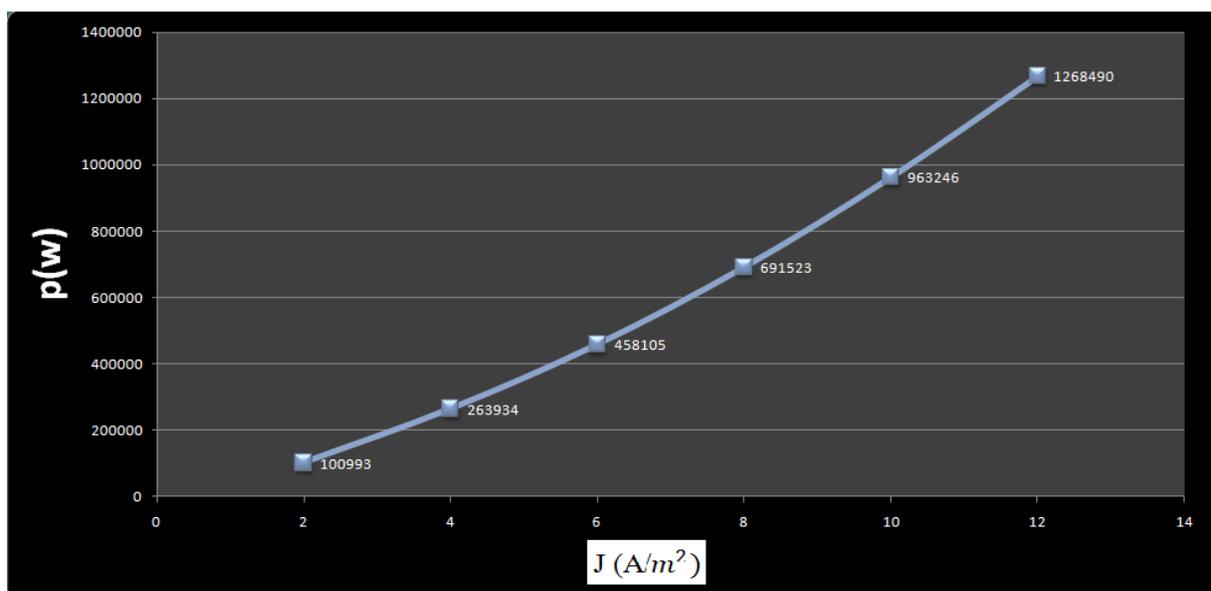


Figure IV.60 : Variation des pertes Joule en fonction de la densité de courant.

IV- 5-3-2-Interprétation de résultat:

Dans le cas non linéaire, lorsque la densité du courant est modifiée tout en maintenant la fréquence et la perméabilité magnétique constantes, un effet significatif se manifeste. L'augmentation de la densité du courant, tout en maintenant la fréquence et la perméabilité magnétique, conduit à des changements complexes et non linéaires dans la distribution de l'énergie et des lignes de champ magnétique à l'intérieur du matériau. Les conditions dans le système changent de manière non linéaire avec l'augmentation de la densité du courant, ce qui entraîne une augmentation notable de la puissance dissipée et une distribution complexe des lignes de champ magnétique. Cela signifie que l'augmentation de la densité du courant entraîne des réactions inattendues et complexes avec les distributions électromagnétiques dans le matériau. Cette réaction non linéaire met en évidence l'importance d'améliorer et d'ajuster avec précision la densité du courant dans les applications de chauffage par induction. Ces améliorations peuvent contribuer à augmenter l'efficacité et les performances, répondant ainsi aux exigences variées des applications industrielles.

IV- 6-Comparée des Résultats :

IV-6-1-1^{er} cas :

Nous allons effectuer des simulations vas comparer les pertes joule en fonction fréquence linéaires et non linéaires dans logiciel « FEMM »

Tableau (IV-6) : Représente les différentes valeurs des fréquences avec des pertes joule linéaire et non-linéaire par logiciel « FEMM ».

f (Hz)	75 Hz	500 Hz	1 KHz	20 KHz	50 KHz	75 KHz	100KHz
P(w) linéaire	143638	554365	815260	1397090	1450960	1482670	1507350
P(w) non-linéaire	103098	356461	638740	1411120	1458840	1489290	1512990

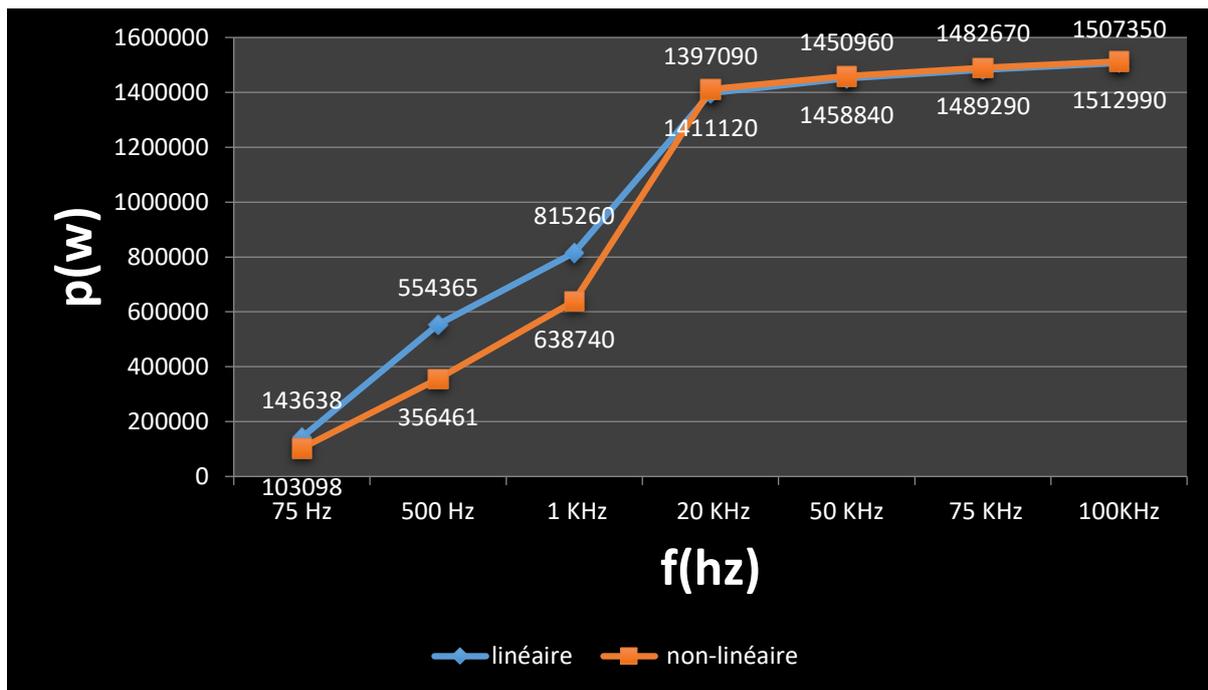


Figure IV.61 : Impact de la fréquence sur les pertes Joule dans les états linéaire et non linéaire.

IV-6-2-Analyse des effets de la fréquence sur les pertes Joule et des différences entre l'état linéaire et non linéaire :

Dans cas linéaire, les pertes joules augmentent de manière cohérente et proportionnelle à l'augmentation de la fréquence. Plus la fréquence augmente, plus les pertes joules augmentent de manière constante et proportionnelle, reflétant le comportement attendu dans les systèmes linéaires et les matériaux avec des réponses linéaires. D'autre part, dans l'état non linéaire, on observe une augmentation abrupte et non proportionnelle des pertes joules avec l'augmentation de la fréquence, indiquant des effets non linéaires significatifs. Ces effets peuvent être dus à des réactions non linéaires dans le matériau ou à des changements dans la structure cristalline en réponse aux fréquences élevées. De plus, j'ai remarqué que la courbe linéaire est au-dessus de la courbe non linéaire à certains points, suggérant des interférences complexes entre les propriétés linéaires et non linéaires à ces points. Comprendre ces différences entre les deux états est essentiel pour améliorer l'efficacité et les performances des systèmes électromagnétiques, mettant en lumière les phénomènes physiques complexes qui se produisent dans le système électromagnétique.

IV- 6-3-2^{er} cas :

Nous allons effectuer des simulations vas comparer les pertes joule en fonction densité de courant linéaires et non linéaires dans logiciel « FEMM »

Tableau (IV-7) : Représente les différentes valeurs des densités de courant avec des pertes joule linéaire et non-linéaire par logiciel « FEMM ».

J (A/m^2)	2	4	6	8	10	12
P(w) linéaire	88698.3	354793	798285	1419170	2217460	3193140
P(w) non-linéaire	100993	263934	458105	691523	963246	1268490

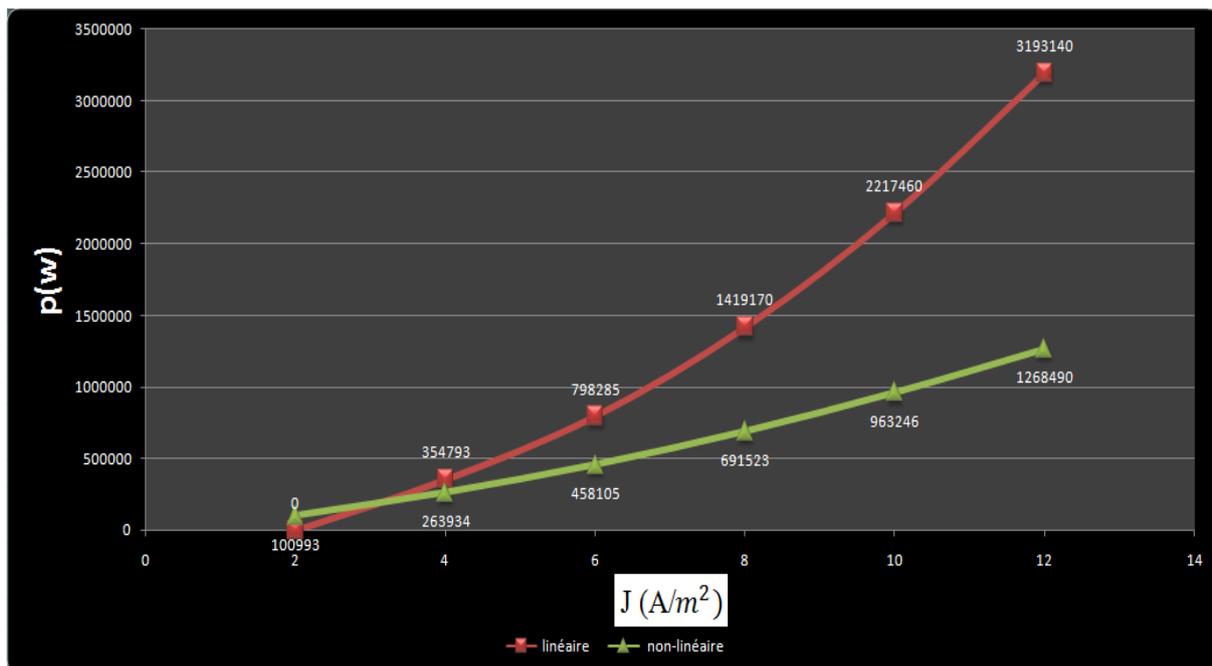


Figure IV.62: Impact la densité de courant sur les pertes Joule dans les états linéaire et non linéaire.

IV- 6-4-Analyse des effets la densité de courant sur les pertes Joule et des différences entre l'état linéaire et non linéaire :

Dans cas linéaire, les pertes Joule augmentent progressivement et de manière cohérente avec l'augmentation de la densité de courant, ce qui reflète la réponse attendue dans les systèmes électromagnétiques linéaires. En revanche, dans le cas non linéaire, nous observons des pertes Joule prononcées avec un taux qui augmente avec l'augmentation de la densité de courant, ce

qui indique la présence d'effets non linéaires. Ces effets peuvent résulter de réactions complexes dans le matériau, et il peut également y avoir d'autres facteurs en jeu. On a également remarqué que la courbe de l'état linéaire est au-dessus de la courbe de l'état non linéaire à certains points. Cela peut refléter des interactions complexes entre les propriétés linéaires et non linéaires à ces points. Dans l'ensemble, ces différences dans le comportement des pertes Joule entre les deux états soulignent l'importance cruciale d'explorer et de comprendre ces phénomènes pour améliorer et cibler les effets du courant sur les systèmes électromagnétiques.

IV-7-Conclusion :

La simulation numérique joue un rôle crucial dans les domaines scientifiques et de l'ingénierie, offrant une compréhension approfondie et la modélisation des comportements des systèmes réels. Un large éventail d'outils numériques est désormais à notre disposition, s'appuyant sur des modèles théoriques élaborés à l'aide de diverses techniques mathématiques, notamment les éléments finis. Elle permet d'analyser le fonctionnement et les caractéristiques du système modélisé, ainsi que de prédire son évolution. Intégrer différents phénomènes physiques dans le modèle de recherche au sein d'un environnement de simulation est une expérience enrichissante. Dans la dernière partie de notre étude, notre attention se focalise sur les phénomènes électromagnétiques associés aux systèmes de chauffage par induction, en explorant l'influence de certains paramètres physiques. Pour ce faire, le logiciel FEMM a été employé pour nos simulations.

Conclusion Générale

En conclusion la Modélisation et Simulation de Chauffage par Induction des Phénomènes Électromagnétiques en Axisymétrique par la Méthode des Éléments Finis en 2D" décrit une recherche détaillée qui se concentre sur une compréhension approfondie des processus de chauffage par induction, en mettant un accent particulier sur les configurations axisymétriques. Cette étude repose sur l'utilisation de la méthode des éléments finis en deux dimensions pour créer des modèles et des simulations visant à représenter les phénomènes électromagnétiques à l'œuvre dans ces contextes spécifiques.

En se penchant sur ces mécanismes complexes, cette recherche cherche à éclairer les subtilités et les nuances du chauffage par induction, notamment lorsque celui-ci se produit dans des situations où la symétrie axiale est présente. Comprendre en profondeur ces mécanismes est essentiel pour optimiser les processus de chauffage par induction dans des scénarios précis et déterminer comment les champs électromagnétiques interagissent avec la matière chauffée.

Les conséquences de ces investigations vont au-delà de la simple acquisition de connaissances. Elles ont le potentiel de créer un impact significatif, en particulier dans l'industrie, en améliorant l'utilisation de ces technologies de chauffage. Cela peut se traduire par une augmentation de l'efficacité énergétique, une réduction des coûts et l'ouverture de nouvelles opportunités pour l'innovation dans le domaine du chauffage par induction. En somme, cette étude approfondie vise à éclairer le fonctionnement interne de ces processus complexes et à ouvrir la voie à des améliorations pratiques et à des avancées technologiques significatives.

Référence :

- [1] :**J. CALLEBAUT**, « Chauffage par induction », Laborelec, Edition aout 2007.
- [2] : **V. Labbé**, « Modélisation numérique du chauffage par induction : approche éléments finis et calcul parallèle », Mécanique [physics.med-ph], École nationale supérieure des mines de paris, 2002. Français.
- [3] : **M.HABI, B.KHENGUAOUI**, « Simulation d'un électroaimant », Université K. MERBEH Ouargla, 09/06/2015.
- [4] : **O. PERROT**, « Cours d'électrothermie », I.U.T. de Saint-Omer Dunkerque département génie thermique et énergie, 2010-2011
- [5] : **G.DEVELY**, « Chauffage par induction électromagnétique : principe», Article D5935 Vol. DAC, parution 02/2000.
- [6] : **Institut national de recherche et de sécurité (inrs)**, « Champs électromagnétiques », ED 4211 ,2012.
- [7] : **S.AZZAOUI**, « Modélisation des phénomènes électromagnétique et thermique, couplés dans les dispositifs de chauffage par induction par couplage : méthode des volumes finis (cvm), algorithme alterné », Université de Batna, Thèse de magister, 2002.
- [8] : **K.CHATRI**, « Etude des phénomènes magnétothermiques dans les dispositifs de chauffage par induction par la méthode des éléments finis », Thèse en magister électrotechnique, Université de Batna ,2003.
- [9]: **E.J. Rothwell, M J.Cloud**, «Electromagnetics» CRC Press LLC, New Works, 2001.
- [10]: **S.V. Patankar**, «Numerical heat transfer and fluid flow», Hemisphere Publications, New York, 1980.
- [11]:**YEKHFLEF BAKHTA, BOUYACOUB MOUATEZ BILLEH**, « modélisation et simulation thermique d'un Dispositif de chauffage par induction en régime transitoire par la Méthode des Elément Finis en 2D ».l'université de Abdelhamid ibn Badis Mostaganem.
- [12] :**M.KHENIEN FADILA**, «Modélisation des phénomènes couplés dans les procédés d'élaboration à induction ».Université de Jijel 2014.
- [13] :**Philippe Laurier**, «Le électrique et la consommation : des origines à nos jours " livre collectif " électricité : voyage au cœur du système » paris, 1999.
- [14] :**Yves Jannot**, «Cours de thermique : transfert et métrologie » 2005.

Bibliographies

- [15] :**Zhi-Qiang FENG** «Méthode des Eléments finis » UFR –S&T, Université d’Evry – Val d’Essonne.
- [16] :**BENCHRIF MERIEM, NASLI BAKIR MOUNA,** «Modélisation et simulation des phenomenes thermique en axisymetries en regimes permanent par la methodes des elements finis en 2D.
- [17] :**O.ABSSAR, A.CHEHIDA** « Modélisation et simulation des phénomènes thermiques en régime permanant dans tes composants électroniques à semi-conducteur par éléments finis » l'université des sciences et de la technologie, Mostaganem, 2010.
- [18] :**ALLIOUI WISEM, HEMISSI NESRINE** «MODELISATION DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE DANS LES DISPOSITIFS BASSES FREQUENCES PAR LA METHODE DES ELEMENT FINIS» faculté des sciences et de la technologie, guelma, Année Universitaire : 2019/2020
- [19] :**H.OMARI** « modélisation et simulation des phénomènes magnétothermiques en régime permanent par la méthode des éléments finis » l'université des sciences et de la technologie d'Oran, USTO, janvier 2005.