



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE  
Abdelhamid Ibn Badis  
MOSTAGANEM

**UNIVERSITE ABDELHAMID IBN RADIS MOSTAGANEM**  
FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

N° D'ORDRE : M. .... / 2011

---

# MEMOIRE

Présenté pour obtenir

---

LE DIPLOME DE MAGISTER

SPECIALITE : MECANIQUE

OPTION : SCIENCES DES MATERIAUX ET MECANIQUE DES SOLIDES

---

Présenté par Monsieur

**BENKHETTAB MOHAMED**

---

**PRISE EN COMPTE DES CONTRAINTES RESIDUELLES ET DES  
DEFORMATIONS PLASTIQUES DANS UN CRITERE DE FATIGUE**

---

Soutenu le 28 septembre 2011 devant le jury composé de :

<b>Président</b>	: M <sup>r</sup> SADOK Ahmed	Professeur (U. Mostaganem)
<b>Examineur</b>	: M <sup>r</sup> HOUAT Samir	Maître de Conférences A (U. Mostaganem)
<b>Examineur</b>	: M <sup>r</sup> BENDOUKHA Mohamed	Maître de Conférences B (U. Mostaganem)
<b>Encadreur</b>	: M <sup>r</sup> GUECHICHI Hocine	Maître de Conférences A (U. Mostaganem)

*Année : 2010-2011*

## Résumé :

*Dans cette étude nous proposons une méthodologie pour estimer la durée de vie des structures sollicitées à des chargements cycliques d'amplitudes constantes. Pour ce faire avons proposé un nouveau critère de fatigue basé sur celui de Crossland, mais intégrant l'effet combiné des contraintes résiduelles de compression et des déformations plastiques. L'utilisation de la procédure proposée requiert la connaissance de deux courbes de Wöhler en torsion et flexion alternées. Un exemple d'application de calcul de durée de vie a été présenté. Il s'agit d'une éprouvette en acier de nuance SM 45 C, soumise à une traction monotone uniforme superposée à une flexion alternée. Le programme de calcul proposé nous a conduit à déterminer les différentes zones de sécurité, selon la durée de vie désirée, dans l'espace des efforts appliqués. Ce diagramme peut être exploité par les industriels, afin de choisir le chargement le plus approprié à appliquer à leurs structures. Nous avons également comparé la durée de vie calculée dans les deux cas de l'état du matériau en l'occurrence : traité et non traité. Les résultats obtenus par cette comparaison nous ont conduit à mettre en évidence l'apport bénéfique du grenailage de précontrainte sur la tenue en fatigue des pièces traitées.*

Mots clés : durée de vie, contrainte résiduelle, déformation plastique, critère de fatigue.

## Abstract:

*In this study we propose a method for prediction of the fatigue-life for different materials subjected to constant amplitude multiaxial proportional loading. We have planned a new fatigue criterion based on Crossland's one, but it takes into account both residual stresses and plastic strains. The fatigue life can be evaluated from knowledge of both the equivalent stress and the SN curves in reversed torsion and alternating bending. We test the model on a carbon steel type S 45 C. To demonstrate the use of algorithm developed in this work, one case study problems was solved. This case consists of a specimen which is subjected to uniaxial tensile stress combined with alternating bending moment. The model can determine the safe domains in the frame with axis load forces, in order to choose the adequate force loads. The computing program can be used by many industries to decide the adequate loading for a given fatigue life. We have also compared the fatigue life in both cases of material state: shot peened and no shot peened . The results of this comparison leads to show the beneficial effects of shoot peening process on fatigue behavior of materials.*

Keywords: fatigue life, residual stress, plastic strain, fatigue criterion.

## ملخص:

في هذه الدراسة إقتراحنا منهجية من أجل تقدير مدة حياة المنشآت التي تخضع لحمولة دورية ذات سعة ثابتة. للقيام بذلك إقتراحنا معيار جديد للتعب يعتمد على معيار كروسولون , لكن لدمج تأثير مزدوج للإجهادات المتبقية الإنضغاطية و التشوهات البلاستيكية. يجب معرفة و استعمال كل من منحني فولار للإنحناء و الإلتواء. على سبيل مثال لقد قمنا بتقديم طريقة

حساب مدة حياة عينة إختبار متكونة من فولاذ SM45C , تخضع هذه العينة إلى إجهاد شد ثابت الشدة مع قوة إنحناء متناوبة. البرنامج الذي إنشأته يسمح لنا بتحديد مختلف مناطق الأمان, حسب مدة الحياة التي نختارها و القوى المطبقة على عينة إختبار. هذا الرسم البياني يستخدم من طرف المصنع من أجل إختيار القوى المناسبة و تطبيقها علي المنشأة. ولقد قمنا أيضا بمقارنة مدة الحياة المحسوبة في حالتين, مواد معالجة سطحيا, و غير معالجة. النتائج المحصل عليها من خلال هذه المقارنة تقودنا إلى تبيان مفعول الإيجابي للقفز بالكريات على مقاومة الكلال للقطع المعالجة.

الكلمات المفاتيح: مدة الحياة, الإجهاد المتبقي, التشوه البلاستيكي, معيار الكلال.

## REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier très chaleureusement Monsieur GUECHICHI Hocine, Maître de conférences, de m'avoir accordé sa confiance et son soutien tout au long de la réalisation de cette thèse de magister.

Je remercie aussi Monsieur SADOK Ahmed, Professeur, d'avoir bien voulu accepter de présider le jury de ma thèse. Mes remerciements vont à Messieurs HOUAT Samir et BENDOUKHA Mohamed, Maîtres de conférences, qui m'ont fait l'honneur d'accepter l'examen de ce mémoire. Le temps que les membres de jury ont passé, ainsi que l'intérêt qu'ils ont manifesté pour ce travail sont une marque de reconnaissance inestimable.

J'aimerais remercier vivement tous les enseignants du département de génie mécanique de l'université de Mostaganem et particulièrement ceux qui ont contribué à ma formation en magister.

Je remercie toutes les personnes qui de près ou de loin m'ont aidé à réaliser ce travail.

# Sommaire

Titre	Page
Résumé	
INTRODUCTION GENERALE	
Chapitre I Généralités sur la fatigue et les Critères multiaxiaux	
I.1. INTRODUCTION.....	1
I.2. I.2. Nature et caractéristiques du signal de chargement .....	1
I.2.1 Type de signal de chargements.....	2
I.3. Courbe d'endurance .....	3
I.3.1 Fatigue oligocyclique .....	4
I.3.2. Fatigue limitée.....	4
I.3.3. Fatigue illimitée.....	4
I.4. Réponse du matériau en chargement cyclique .....	4
I.4.1. Adaptation.....	5
I.4.2. L'accommodation.....	5
I.4.3. Le rochet.....	5
I.5. Expressions mathématiques de la courbe d'endurance.....	6
I.5.1.. Domaine limité.....	6
I.5.2. Domaine illimité.....	7
I.6.. Limite de fatigue.....	8
I.7. Paramètres d'influence sur la fatigue .....	8
I.7.1. L'influence de contrainte moyenne.....	8
I.7.2 Influence de dimension ou effet d'échelle : .....	9
I.7.3 Influence de température .....	10
I.7.4 Influence de la corrosion .....	10
I.7.5 Influence de la taille des grains.....	11
I.7.6 Influence de traitement thermique.....	11
I.7.7 Influence de taux d'érouissage.....	11
I.7.8 Influence de l'état de surface .....	11
I.7.9 Influence d'accidents de forme (discontinuité dans la géométrie).....	12
I.7.10 Nature du chargement.....	13
I.8. Les critères de fatigue uniaxiaux diagrammes d'endurance :.....	14
I.8.1. Diagramme de Haigh : .....	14
I.8.2. Diagramme de Goodman : .....	15
I.8.3. La parabole de GERBER .....	16
I.8.4. Diagramme de Rös: .....	16
I.8.5. La droite de SÖDERBERG .....	17
I.8.6. Diagramme de Moor-Kommers-Jaspères .....	17
I.9. Critères de fatigue multiaxiaux: .....	18
I.9.1. les critères empiriques .....	18
I.9.1.1. Critère de Gough et Pollard .....	18
I.9.1.2. Critère de Hohenemser et Prager .....	19
I.9.1.3. Critère de Davies .....	19
I.9.1.4. Critère de Nishihara & Kawamoto .....	19

I.9.1.5. Critère de Lee .....	20
I.9.2. Les Critères de plan critique.....	20
I.9.2.1. Critère de stulen et Cummings .....	22
I.9.2.2. Critère de Findley .....	22
I. 9.2.3. Critère de Mataka .....	23
I. 9.2.4. Critère de Dang Van.....	23
I.9.2.5. Le critère de Yokobori .....	24
I. 9.2.6. Le critère de McDiarmid.....	24
I.9.2.7. Le critère de Papuga .....	25
I. 9.3 Critères d'approche globale .....	26
I. 9.3.1 Critère de Hashin : .....	26
I. 9.3.2 Le critère de Kinoshita .....	27
I. 9.3.3 Le critère de Papadopoulos : .....	27
I. 9.3.4 Critère de Marin : .....	30
I. 9.3.5 Critère de Sines : .....	30
I. 9.3.6 Critère de Kakumu-Kawada : .....	31
<b>Chapiter 2 les traitements de surfaces</b>	
II.1. Introduction .....	32
II.2. L'origine des contraintes résiduelles : .....	32
II.4. Les traitements mécaniques superficiels :.....	32
II.3.1. Les avantages des traitements mécaniques superficiels.....	33
II.3.2. Grenailage de précontrainte (shot peening) : .....	33
II.3.2.1. La machine de projection.....	33
II.3.2.2. Nature et dimensions des grenailles : .....	35
II.3.2.3. Vitesse de projection des billes.....	36
II.3.2.4. Effet mécanique du grenailage : .....	36
II.3.3. Galetage.....	38
II.3.4. Le choc laser.....	39
II.4. les traitements thermochimiques de surface .....	40
II.4.1. La cementation .....	40
II.4.2 Les nitrurations .....	41
II.4.3. L'effet des traitements de surfaces sur la tenue en fatigue .....	41
<b>Chapiter 3 - Calcul de durée de vie des structures traitées superficiellement et non traitées</b>	
III.1. Introduction .....	43
III.2. Le critère de Crossland .....	43
III.3. Description de la méthode de travail : .....	45
III.4. Caractéristiques du matériau étudié .....	45
III.5. Courbes de Wöhler : .....	46
III.6. calcul la durée de vie : .....	47
III.7. Droites limites du critère : .....	48

III.7.1. Droite limite du domaine de durée de vie illimitée : .....	48
III.7.2. Droite limite du domaine de durée de vie limitée : .....	48
III.7.3. Méthode de calcul des durées de vie des structures : .....	49
III.7.4. Fonction inverse de torsion : .....	49
III.8. Structure sollicitée à une traction statique superposé à une flexion alternée : .....	51
III.8.1. L'éprouvette : .....	51
III.8.2. Chargement et condition aux limites: .....	51
III.8.3. Maillage de la structure : .....	52
III.8.4. Détermination de la zone critique : .....	53
III.8.5. Raffinement des mailles de la structure : .....	54
III.8.6. Calcul la durée de vie .....	55
III.8.7. Présentation graphique des résultats : .....	56
III.9. Structure sollicitée à une traction statique superposée à une torsion alternée : .....	64
III.9.1. L'éprouvette : .....	64
III.9.2. Le chargement et condition aux limites : .....	64
III.9.3. Maillage : .....	65
III.9.4. Détermination de la zone critique : .....	66
III.9.5. Raffinement du maillage de la structure: .....	67
III.9.6. Calcul de durée de vie : .....	67
III.10. Interface Matalab-Ansys .....	75
III.10.1. Application 1 : structure sollicitée à une traction statique superposé à une flexion alternée.....	75
III.10.2. Résultats et discussions : .....	76
III.10.3. L'application 2 : Application 1 : structure sollicitée à une traction statique superposé à une torsion alternée. ....	78
III.10.4 Résultats et discussions : .....	78
III.11. Effet de l'état de surface sur le critère de crossland pour un matériau SM45C : .....	80
III.11.1 L'éprouvette .....	80
III.11.2 Chargement et conditions aux limites : .....	81
III.11.3 Calcul du tenseur de contrainte maximal .....	81
III.11.4. Calcul de durée de vie : .....	83
III.11.5 -Relation entre la déformation plastique et la contrainte résiduelle : .....	85
III.11.6 influence des contraintes résiduelles sur le trajet de chargement : .....	86
III.11.7 -Effet de déformation plastique sur le critère de Crossland :: .....	86
III.11.8. Effet des contraintes résiduelles et déformations plastiques sur la durée de vie : .....	87
III.11.9 Chargement : .....	88
III.11.10 Calcul de durée de vie : .....	88
III.11. Comparaison entre les durées de vie de matériaux traité et non traité .....	88
III.12. Conclusion : .....	89

Conclusion générale

Bibliographie

## NOTATIONS

$\sigma, \varepsilon$	Contrainte, déformation
$\sigma, \sigma_a$	Amplitude de la contrainte
$N_l$	Nombre de cycles correspondant à une durée de vie limitée.
$N_k$	Nombre de cycles correspondant à une durée de vie illimitée.
$N$	Nombre de cycles à la rupture
$\sigma_D$	Limite d'endurance en traction
$\sigma_{\min}$	Contrainte minimale à la traction
$\sigma_{\max}$	Contrainte maximale à la traction
$\sigma_m$	Contrainte monotone
$a(N), b(N)$	Paramètres de fatigue à $N$ Cycles
$a, b, c, \alpha, \beta$	Paramètres de fatigue liés aux critères de fatigue.
$\Delta\sigma$	Etendue de la contrainte
$R$	Rapport de chargement
$K_e$	Coefficient d'effet d'échelle
$K_s$	Coefficient d'effet de surface
$K_t$	Coefficient de concertation contrainte
$\sigma_{nom}$	Contrainte nominale
$\sigma_{Ds}$	Limite de fatigue de la pièce étudiée
$\sigma'_D$	Limite d'endurance en traction (éprouvette entaillée)
$\sigma(t)$	Contrainte en fonction du temps
$\omega$	Pulsation
$t$	Temps
$R_m$	Résistance maximale à la traction monotone
$\sigma_e$	Limite d'élasticité
$E$	Module de Young
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\sigma_{-1}$	Limite d'endurance en traction alternée symétrique

$\sigma_0$	Limite d'endurance en traction répétée
$f_0$	Limite d'endurance en flexion répétée
$f_{-1}$	Limite d'endurance en flexion alternée symétrique.
$\tau_a$	Amplitude de la contrainte de cisaillement
$f_a$	Amplitude de la contrainte de flexion
$\tau_m$	Contrainte moyenne de cisaillement
$\tau_u$	Contrainte ultime de cisaillement
$\sigma_n$	Contrainte normale
$\sigma_n^{\max}$	Contrainte normale maximale
$\sigma_n^{\text{moy}}$	Contrainte normale moyenne
$\sigma_{na}$	Amplitude de la contrainte normale
$\sigma_{nm}$	Contrainte normale moyenne
$P_H$	Pression hydrostatique
$\xi_a$	Amplitude de la racine carrée du deuxième invariant de déviateur de contraintes
$\xi_m$	Contrainte moyenne de $\sqrt{J_2}$
$P_{H\_max}, P_{\max}$	Pression hydrostatique maximal
$P_m$	Pression hydrostatique moyenne
$J_2$	Deuxième invariant du tenseur déviateur de contraintes
$J_{2a}$	Deuxième invariant du tenseur déviateur des amplitudes de contraintes
$f_{-1}(N)$	Limite de fatigue en flexion alternée symétrique à $N$ Cycles
$\tau_{-1}(N)$	Limite de fatigue en torsion alternée symétrique à $N$ Cycles
$\bar{\sigma}_m$	Tenseur de contrainte moyenne.
$\bar{\sigma}_a$	Tenseur de contrainte amplitude.
$\sigma_{eq}$	Contrainte équivalente de Crossland
$\nu$	Coefficient de poisson
$\sigma_u$	Contrainte ultime à la traction
$N(\tau)$	La fonction inverse de torsion

$F_a$	Amplitude de la force de flexion alternée
$F_a(t)$	Amplitude de la force de flexion alternée en fonction du temps
$F_{at}$	Amplitude de la force de torsion alternée
$F_{at}(t)$	Amplitude de la force de torsion alternée en fonction du temps
H.D.	Hors Domaine.
$J_{2m}$	Deuxième invariant du tenseur déviateur des contraintes moyennes
$R_t$	Rugosité de la pièce
$T$	Période
$\bar{\sigma}_m$ :	Tenseur des contraintes monotones
$\bar{\sigma}_a$ :	Tenseur des contraintes amplitude
$\bar{\sigma}_R$ :	Tenseur des contraintes résiduelles
$\sigma_R$	Contrainte résiduelle
$\varepsilon_p$	Déformation plastique
$T_\sigma(\varphi, \gamma)$	Grandeur efficace, sur le plan physique h
$M_\sigma(\varphi, \gamma)$	Valeur efficace, sur l'ensemble des plans physiques possibles
$M_f^{\max}$	Moment fléchissant maximal
$\tau_{-1}(N, \varepsilon_p)$	Limite de fatigue à N cycles en torsion alternée pour un matériau traité à une déformation plastique $\varepsilon_p$ .
$\tau(\varepsilon_p)$	Amélioration de la limite de fatigue due à une déformation plastique $\varepsilon_p$ .
<b>CL</b>	Conditions aux Limites

# Introduction

## INTRODUCTION

D'après les études statistiques il est établi que la principale cause des ruptures mécaniques est la rupture par fatigue. Il est confirmé aussi que la qualité des surfaces des pièces est essentielle pour déterminer le comportement des structures quand elles sont soumises à des sollicitations mécaniques ou/et thermiques répétées. Afin d'améliorer la tenue en fatigue, il est préconisé de traiter superficiellement les pièces. En effet, Les traitements de surface mécaniques sont des procédés qui permettent d'améliorer les performances des matériaux par une action combinée de durcissement superficiel, de modification structurale et d'introduction de contraintes résiduelles de compression grâce à une déformation plastique hétérogène à la surface des composants mécaniques. Les traitements les plus utilisés sont le grenailage de précontrainte, le galetage, le martelage, le choc laser, la génération de nanostructures par des déformations plastiques aléatoires introduites à la surface des matériaux. Le principe de base est la mise en application d'une pression à la surface d'un matériau pour provoquer une déformation plastique soit par un outil de forme comme pour le grenailage ou le galetage, soit par une onde de choc comme pour le traitement par choc laser. Cette déformation plastique n'est pas homogène sur la profondeur de la pièce à partir de la surface traitée. Ce type de traitements génère des contraintes résiduelles de compression qui sont souvent favorables pour la résistance à la fatigue et à la corrosion. Suite à des déformations plastiques, le matériau peut se durcir grâce à un écrouissage superficiel et/ou peut réduire la taille de grain ou générer une transformation de phase. Ces changements structuraux sont aussi favorables dans une majorité de cas vis-à-vis des sollicitations mécaniques comme la fatigue, l'usure et le frottement.

Le but de cette recherche est d'intégrer le double effet des contraintes résiduelles et des déformations plastiques sur le comportement en fatigue des matériaux. Des études récentes montrent que l'effet des contraintes résiduelles est insuffisant pour décrire à lui seul l'apport bénéfique apporté. Ceci nous conduit à la nécessité d'intégrer aussi les déformations plastiques, lesquelles jouent un rôle prépondérant dans les phénomènes de fatigue, dans un calcul de fatigue.

Ce mémoire est composé en trois chapitres. Le premier chapitre est consacré à une recherche bibliographique sur le phénomène de la fatigue. Les différents critères de fatigue multiaxiale sont développés. Les domaines de la courbe de Wöhler sont expliqués. Les paramètres influant sur la tenue en fatigue sont relatés.

Le deuxième chapitre est réservé à une étude bibliographique sur les traitements de surfaces. Il rassemble des rappels et des définitions sur les différents traitements de surfaces tels que le grenailage de précontrainte, le choc laser, la cémentation et la nitruration.

Le troisième chapitre constitue le travail personnel accompli. Il peut être scindé en deux parties. Dans un premier temps, nous avons déterminé la durée de vie d'une éprouvette, en acier de nuance SM45C, non traité superficiellement. Pour cela, nous avons utilisé le critère de fatigue de Crossland. Dans un second temps, nous avons calculé la durée de vie de d'une plaque grenillée. Pour ce faire il est indispensable de prendre en considération les deux effets combinés des contraintes résiduelles et des déformations plastiques. A ce effet, nous avons proposé un nouveau critère de fatigue basé sur celui de Crossland, mais intégrant des deux effets cités. Ceci nous a conduit à mettre en évidence l'apport du grenailage sur la tenue en fatigue. Nous avons également mis au point un programme de calcul permettant de calculer la durée de vie. Ce programme utilise les deux codes de calcul en l'occurrence Ansys et Matlab. Pour permettre à ces deux logiciels de communiquer entre eux, nous avons créé une interface.

# Chapitre I

## Généralités sur la fatigue et les Critères multiaxiaux

## I.1. INTRODUCTION:

La fatigue ou endommagement par fatigue est une des principales causes de rupture des matériaux. On entend par ce terme, la dégradation progressive d'une structure soumise à des chargements cycliques, qui se traduit par l'apparition et le développement de fissures qui entraînent la rupture des structures. Ce qui caractérise la fatigue et qui la rend néfaste est qu'elle peut se produire à des niveaux de contrainte apparemment faible et inférieur à la limite d'élasticité du matériau.

Historiquement la fatigue des matériaux a été testée, pour la première fois, sur des éprouvettes de petites dimensions et pour différents matériaux avec l'application de différents modes de sollicitation (traction, torsion, flexion, ...). La modélisation mathématique du phénomène et l'estimation de durée de vie des structures est nécessaire pour éviter les arrêts et les pannes des mécanismes et des machines.

Dans le cas des sollicitations multiaxiales les chargements sont dirigés suivant différentes directions. Par exemple un arbre de transmission est soumis à des forces de torsion et de flexion. Pour estimer la durée de vie de cet arbre nous utilisons les critères de fatigue. Pour élucider ce problème nous avons consacré ce chapitre à l'étude de la fatigue ainsi qu'aux critères de fatigue.

## I.2. Nature et caractéristiques du signal de chargement

Pour caractériser le comportement d'un matériau vis-à-vis de la fatigue nous le soumettons généralement à une charge uniaxiale. Cette charge est représentée par une contrainte  $\sigma(t)$  laquelle est appliquée d'une façon sinusoïdale en fonction du temps. La figure I.1

schématise la contrainte  $\sigma(t)$  appliquée en fonction du temps  $t$ .

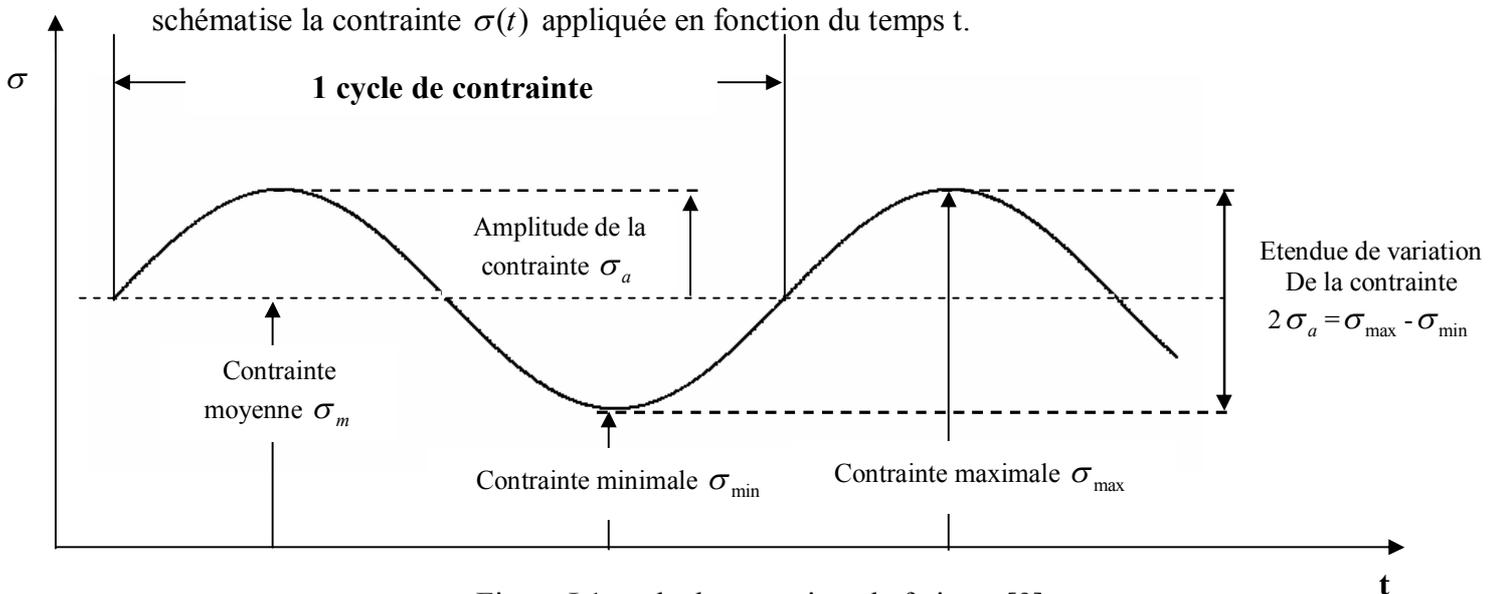


Figure I.1 cycle de contrainte de fatigue. [9]

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \dots\dots(I.1)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \dots\dots(I.2)$$

$\sigma_a$  : Amplitude de la contrainte pendant un cycle T,

$\sigma_{\max}$  : Contrainte maximale pendant un cycle T,

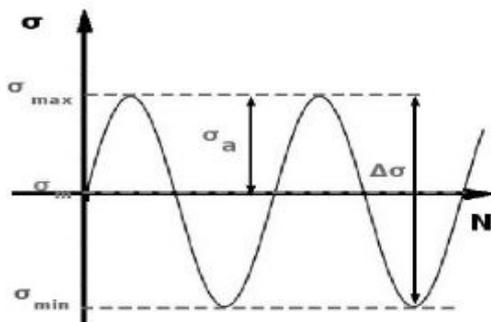
$\sigma_{\min}$  : Contrainte minimale pendant un cycle T,

$\sigma_m$  : Contrainte moyenne pendant un cycle T,

Le rapport de charge est défini par la relation suivante:  $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \dots\dots(I.3)$

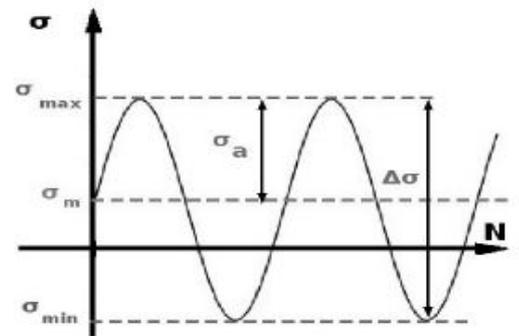
Il existe plusieurs types de signaux de chargements

**1.2.1 Type de signal de chargements :[10]**



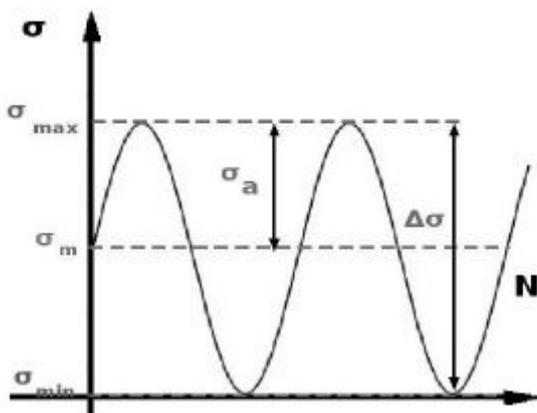
$\sigma_m = 0$                        $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$                        $R_a = -1$

Figure I.2 Contraintes alternées symétriques



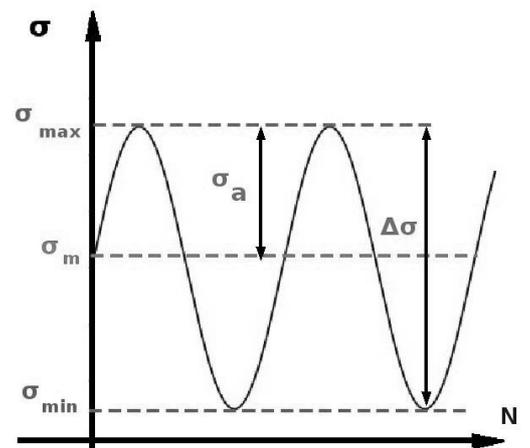
$0 < \sigma_m < \sigma_a$      $|\sigma_{\max}| \neq |\sigma_{\min}|$                        $-1 < R_a < 0$   
 $\sigma_{\min} < 0$

Figure I.3 Contraintes alternées dissymétriques



$\sigma_m = \sigma_a$                        $R_a = 0$                        $\sigma_{\min} = 0$

Figure I.4 Contraintes répétées



$\sigma_m > \sigma_a$                        $R_a > 0$                        $\sigma_{\min} > 0$

Figure I.5 Contraintes ondulées

Selon la disposition de la contrainte moyenne  $\sigma_m$  nous distinguons les chargements suivants: à contrainte alternée symétrique (figure I.2), à contrainte alternée dissymétrique (figure I.3), à contraintes alternée répétée (figure I.4) et à contrainte alternée ondulée (figure I.5).

### I.3. Courbe d'endurance :

L'essai de fatigue se déroule de la manière suivante: on soumet une éprouvette à des efforts alternés uniaxiaux à divers niveaux d'amplitude de contrainte  $\sigma_a$ , et on relève le nombre de cycles  $N$  requis correspondant à la rupture de l'éprouvette. L'essai est refait pour plusieurs éprouvettes. On trace en échelle semi-logarithmique une courbe  $\sigma = f(N)$ . La courbe obtenue est appelé courbe d'endurance ou courbe de Wöhler (figure I.6).

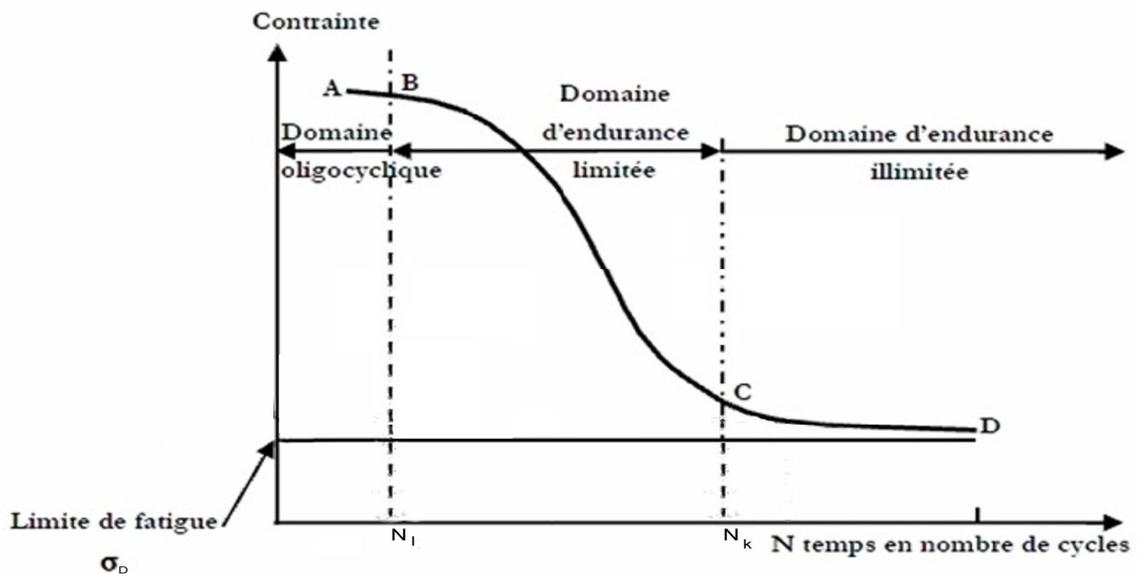


Figure I.6 : Courbe de Wöhler théorique [2].

$N_1$  : Nombre de cycles correspondant à une durée de vie limitée.

$N_k$  : Nombre de cycles correspondant à une durée de vie illimitée.

La courbe d'endurance se compose de 3 zones distinctes (figure I.6):

- 1- zone de fatigue oligocyclique,
- 2- zone de fatigue limitée,
- 3- zone de fatigue illimitée.

### ***1.3.1. Fatigue oligocyclique :***

La zone AB dite zone de fatigue oligocyclique est caractérisée par des contraintes se situant entre la contrainte de rupture  $\sigma_u$  et la limite d'élasticité  $\sigma_e$ . La rupture survient après une durée de vie faible (N est de l'ordre de  $10^4$ ). Par ailleurs ces contraintes sont généralement associées à des déformations plastiques considérables [2].

### ***1.3.2. Fatigue limitée:***

La zone BC dite zone de fatigue limitée (ou endurance limitée) est caractérisée par des contraintes en dessous de la limite d'élasticité. Le nombre de cycles à la rupture N croît quand l'amplitude de la contrainte  $\sigma_a$  décroît.

La rupture survient après un nombre limité de cycles, compris approximativement entre  $10^4$  et  $10^7$  cycles, sans être accompagnée de déformations plastiques [2,3].

### ***1.3.3. Fatigue illimitée:***

La zone CD est dite zone de fatigue illimitée (ou endurance illimitée). Après le point C la courbe de Wöhler tend vers une contrainte limite asymptotique  $\sigma_D$  présentée par une asymptote parallèle à l'axe des N,  $\sigma_D$  est appelée limite d'endurance ou limite de fatigue.

A partir de ce point il n'y a pas de rupture fatigue quelque soit le nombre de cycles appliqué [1,2,4].

## ***1.4. Réponse du matériau en chargement cyclique :***

Lorsqu'une structure est soumise à un chargement cyclique on distingue trois types de réponse: l'adaptation, l'accommodation et le rochet.

### ***1.4.1. Adaptation :***

Elle se produit après un certain nombre de cycles. Les déformations plastiques se stabilisent après un certain nombre de cycles. Après un stade élastoplastique transitoire, la réponse de la structure devient purement élastique (figure I.7) [5].

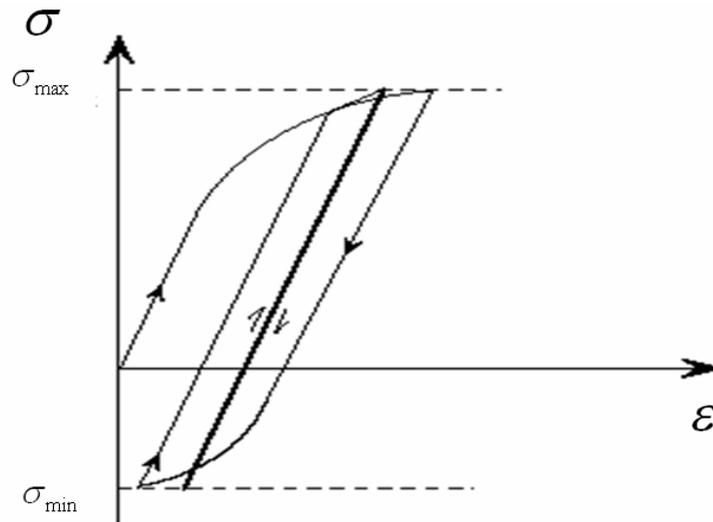


Figure I.7 Adaptation [5].

#### I.4.2. L'accommodation :

L'accommodation correspond à un état limite stabilisé où les déformations plastiques restent constantes.

La structure plastifie à chaque cycle. Après un certain nombre de cycles, les déformations plastiques forment une boucle d'hystérésis stabilisée (figure I.8) [6].

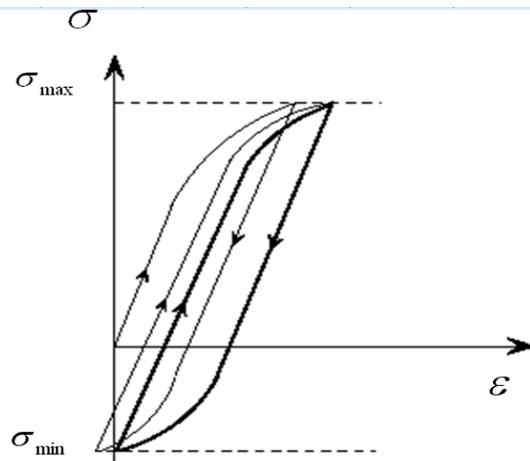


Figure I.8 Accommodation [5].

#### I.4.3. Le rochet :

Le rochet est une augmentation progressive de la déformation plastique à chaque cycle. Ce comportement ne se stabilise pas au cours du temps, ce qui provoque la ruine de la structure après un nombre de cycles relativement très faible comme le montre sur la figure I.9 [7].

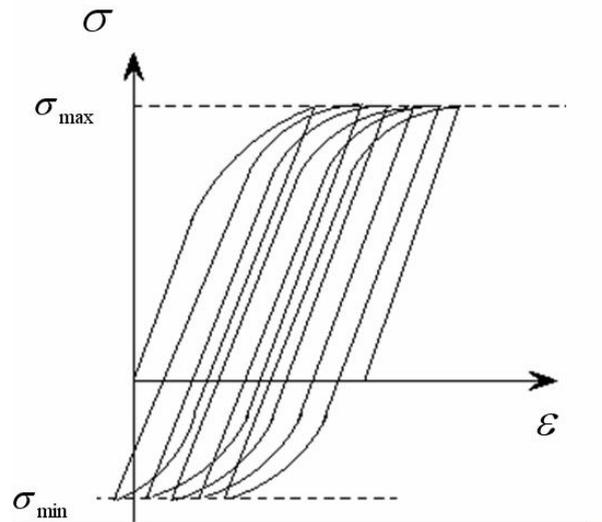


Figure I.9 Rochet [5].

**1.5. Expressions mathématiques de la courbe d’endurance :**

Pour modéliser la courbe d’endurance diverses expressions analytiques ont été proposées pour décrire les domaines à endurance limitée et illimitée. Ces équations permettant de tracer la courbe d’endurance c’est-à-dire le nombre de cycles à rupture en fonction de l’amplitude de la contrainte appliquée.

**1.5.1. Domaine à endurance limité :**

**Formule de Wöhler [5,8]**

La plus ancienne courbe d’endurance fut proposée par Wöhler

$$a - b \cdot \sigma = \log(N) \dots\dots\dots(I.4)$$

Avec  $a > 0$  et  $b > 0$

Nous remarquons que lorsque  $N \rightarrow \infty$ ,  $\sigma$  tend vers  $\infty$ . C’est pour cette raison que cette relation n’est valide que dans le domaine à endurance limité de la courbe d’endurance.

**Formule de Basquin [5,8]**

Basquin a proposé en 1910 la formule suivante :

$$a - b \cdot \log(\sigma) = \log(N) \dots\dots(I.5)$$

Où

$$N \cdot \sigma^b = C \dots\dots\dots(I.6)$$

En posant  $\beta = 1/b$  et  $\ln C = a/\beta$

$b$  est nommé index de la courbe de fatigue.

Les relations présentent la zone à endurance limitée. L'amplitude de la contrainte ne tend pas vers la limite  $\sigma_D$  lorsque  $N$  tend vers l'infini.

**1.5.2. Domaine à endurance limitée et illimité :**

**Formule de Stromeyer [5]**

Stromeyer a proposé en 1914 :

$$\ln(\sigma - \sigma_D) = a - b \log N \dots\dots\dots (I.7)$$

Où

$$\sigma = \sigma_D \left( \frac{C}{N} \right)^{\frac{1}{b}} \dots\dots\dots (I.8)$$

On remarque que  $\sigma$  tend vers  $\sigma_D$  quand  $N$  tend vers l'infini.

**Formule de Palmgreen**

Cette formule a été proposée en 1924

$$\sigma = \sigma_D + \left( \frac{C}{A + N} \right)^{\frac{1}{b}} \dots\dots\dots (I.9)$$

**Formule de Weibull (1949)**

$$\frac{\sigma - \sigma_D}{R_m - \sigma_D} = \left( \frac{C}{A + N} \right)^{\frac{1}{b}} \dots\dots\dots (I.10)$$

**Formule de Corson (1949) [5]**

$$(\sigma - \sigma_D) A^{\sigma - \sigma_D} = \frac{C}{N} \dots\dots\dots (I.11)$$

**Formule de Bastenaire [5,8]**

Bastenaire a proposé en 1971 :

$$(N + B) \cdot (\sigma - \sigma_D) \cdot e^{A \cdot (\sigma - \sigma_D)} = C \dots\dots\dots (I.12)$$

Où:

N : Nombre de cycle,

$\sigma$  : Contrainte appliquée,

$\sigma_D$  : Limite d'endurance,

A,B,C,a,b : Constantes déterminées à partir des données expérimentale.

## 1.6. Limite d'endurance

La contrainte limite d'endurance est la plus grande amplitude de contrainte appliquée que peut supportée une éprouvette de fatigue sans se rompre. Pour certains aciers, il est expérimentalement observé que la limite de fatigue est de l'ordre  $10^7$  cycles.

## 1.7. Paramètres d'influence sur la fatigue

### 1.7.1. Influence de contrainte moyenne [3]

Le nombre de cycles à la rupture N est déterminé par l'amplitude de contrainte appliquée  $\sigma_a$ , mais dépend aussi du niveau de contrainte moyenne  $\sigma_m$ .

Les essais expérimentaux ont montrée que la durée de vie de l'éprouvette est influencée par contrainte moyenne. En effet une augmentation de la contrainte moyenne  $\sigma_m$  engendre une diminution de la durée de vie N.

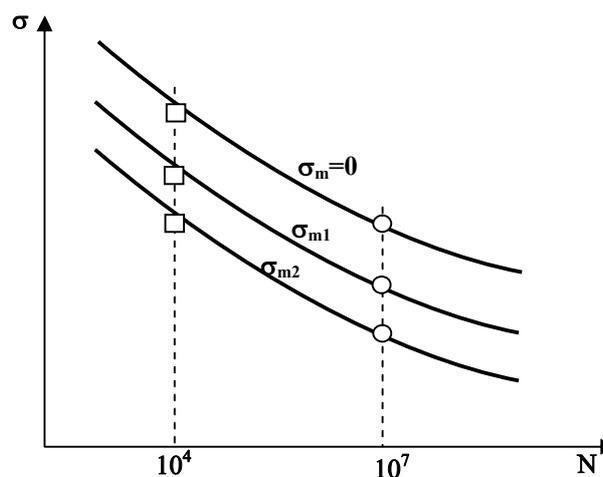


Figure I.10 : Influence de la contrainte moyenne sur le comportement en fatigue. avec  $\sigma_{m2} > \sigma_{m1} > \sigma_m$  [3]

### ***1.7.2. Influence de dimension ou effet d'échelle :[11]***

L'effet d'échelle en fatigue peut se traduire de la manière suivante : à contrainte nominale égale, plus les dimensions d'une pièce croissent, plus sa résistance à la fatigue diminue.

Pour les structures de la même forme mais de dimensions différentes et le niveau de contrainte égale, la résistance à la fatigue diminue lorsque les dimensions de la pièce augmentent.

On peut citer trois causes principales à l'effet d'échelle:

#### *Cause mécanique :*

Lorsqu'une pièce mécanique est soumise à un champ de contraintes non uniforme on observe l'existence d'un gradient de contraintes dans les couches superficielles de la pièce.

Sur une pièce de faible épaisseur présentant un gradient superficiel très élevé, les couches superficielles de matériau ne sont pas sollicitées de la même manière. Les couches de matériau les moins chargées peuvent alors soutenir les couches les plus contraintes ; sur une pièce de grandes dimensions, le gradient de la contrainte superficielle est faible.

#### *Cause statistique :*

Lorsque les dimensions d'une pièce augmentent, le volume et la surface augmentent et on aura plus des défauts lesquelles se comportent comme des zones d'amorçage de fissure de fatigue (hétérogénéité de matière, rayure, inclusion, microfissure, etc...). Par conséquent la tenue en fatigue diminue lorsque les dimensions d'une pièce augmentent.

#### *Cause technologique :*

On cite quelques causes technologiques qui entraînent à la diminution de la tenue en fatigue

1-La difficulté de fabriquer dans de bonnes conditions les pièces de grandes dimensions.

2-La difficulté de réaliser des pièces importantes présentant un matériau bien homogène dans tout le volume.

3-Les traitements thermiques ou thermochimiques superficiels entraînent une présence de contraintes résiduelles dont la valeur et la distribution vont dépendre des dimensions de la pièce.

Pour toutes ces raisons, les dimensions d'une pièce influent sur la tenue en fatigue.

On définit le coefficient d'effet d'échelle  $K_e$  par le rapport de la limite d'endurance  $\sigma_D$  d'une éprouvette de dimensions données à la limite d'endurance  $\sigma_{D_s}$  d'une éprouvette de faible diamètre choisie comme référence et usinée dans les mêmes conditions.

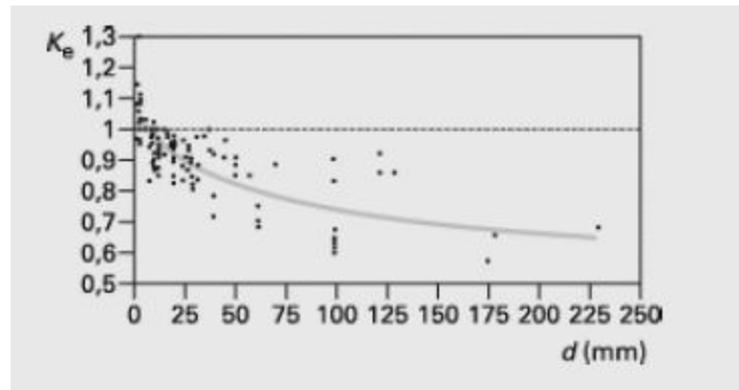


Figure I.11 - Évolution du facteur d'échelle  $K_e$  en fonction du diamètre  $d$  de l'éprouvette [11].

A partir de cette figure on peut déduire que l'augmentation des dimensions de la pièce diminue la tenue en fatigue.

### 1.7.3. Influence de température : [11]

#### a- Fatigue à basse température

La résistance à la rupture augmente lorsque la température diminue, mais dans certains cas par exemple des pièces ou éprouvettes entaillées, on remarque la disparition du phénomène d'adaptation à fond d'entaille.

A base température la valeur du coefficient de concentration de contrainte effectif  $K_a$  tend vers la valeur du coefficient théorique de concentration de contraintes  $K$ .

#### b- Fatigue à haute température

Généralement, lorsque la température croît, on observe une baisse de la résistance à la traction et une baisse encore plus forte de la limite d'élasticité.

Mais on peut voir autre cas pour certaines type de d'acier (acier à 0.17 % de carbone), lorsque on constate un phénomène de retard en température qui entraîner à l'augmentation de résistance.

### 1.7.4. Influence de la corrosion [11]

L'influence de corrosion sur la tenue en service des pièces ou des structures par plusieurs façons :

- la corrosion peut entraîner la fissuration progressive de pièces chargées statiquement dans un milieu agressif ;
- en la présence, les pièces ou les structures qui subi une corrosion préalable, il s'agit alors ici d'une rupture par fatigue seule, amorcée sur une piqûre de corrosion qui joue alors le même rôle qu'une entaille.

- la fatigue et la corrosion agissent simultanément sur les structures qui conduit à la diminution de la résistance à la fatigue.

-les basses fréquences augmentent généralement l'effet nocif du phénomène de corrosion car il peut intervenir pendant un temps plus long, augmentant ainsi le dommage créé par cycle.

Il faut donc, éviter la fatigue-corrosion en choisissant correctement le matériau en fonction du milieu hostile dans lequel il devra travailler.

On peut tout d'abord isoler la pièce de l'environnement (par une couche de peinture, de matière plastique) pour éviter le contact entre la pièce et le milieu agressif.

En effectuant un traitement de durcissement superficiel par écrouissage. Comme le grenailage et le galetage par exemple, qui peuvent améliorer la tenue à la fatigue-corrosion.

### ***1.7.5. Influence de la taille des grains***

La diminution de la taille du grain augmente la tenue en fatigue, donc les pièces à grains fins présentent une meilleure tenue en fatigue que les structures à gros grains.

### ***1.7.6. Influence de traitement thermique***

Suivant le traitement thermique, la tenue en fatigue sera diminuée par un adoucissement ou augmentée par un durcissement du matériau.

De plus le traitement thermique peut change la taille des grains.

### ***1.7.7. Influence de taux d'écrouissage***

L'écrouissage d'un métal correspond aux modifications que subit le matériau lorsque les contraintes qui lui sont appliquées sont suffisamment fortes pour provoquer des déformations plastiques permanentes.

Le but de l'écrouissage est de consolider le matériau c'est-à-dire augmenter sa limite d'élasticité et par conséquent améliorer sa tenue à la fatigue.

On sait que les pièces mécaniques grossièrement usinées se rompent plus vite que les pièces parfaitement polies. Ceci s'explique par le fait que les fissures de fatigue s'amorcent dans la majorité des cas en surface. L'état des couches superficielles gouverne donc pour une grande part leur tenue en fatigue.

### ***1.7.8. Influence de l'état de surface [9,12]***

On sait que la rupture se fait plus vite dans les pièces mécaniques grossièrement usinées que les pièces ayant un bon état de surface (polissage parfait). Il y a une relation entre l'état de surface (rugosité) et la tenue en fatigue. Lorsque la rugosité de la surface diminue la tenue en fatigue augmente. Donc l'état de surface joue un rôle primordial sur la résistance de fatigue.

Pour étudier l'influence de l'état de surface sur la tenue à la fatigue, on a défini un facteur  $K_s$ , appelé facteur d'état de surface. Ce facteur s'exprime par la formule suivante :

$$K_s = \frac{\sigma_{Ds}}{\sigma_D} \dots\dots\dots (I.13)$$

$\sigma_{Ds}$  : Limite de fatigue en sollicitation alternée de l'éprouvette de la pièce étudiée,

$\sigma_D$  : Limite de fatigue en sollicitation alternée de l'éprouvette ou de la pièce étudiée dont l'état de surface est choisie comme référence.

La figure I.12 montre un abaque permettant de quantifier le facteur  $K_s$  pour les pièces usinées en acier.

Le facteur de réduction de la limite d'endurance est donc fonction de la rugosité de la pièce  $R_t$ , mais aussi des caractéristiques du matériau qui le constitue.

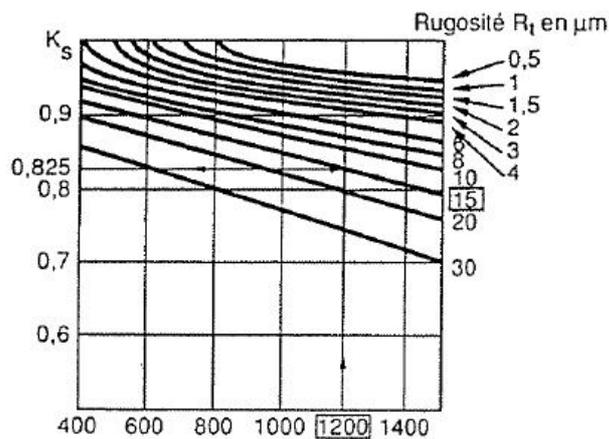


Figure I.12 – Détermination du facteur d'état de surface  $K_s$  en fonction de la rugosité  $R_t$  [9].

**1.7.9. Influence d'accidents de forme (discontinuité dans la géométrie)**

Le niveau de contrainte augmente localement au niveau de la discontinuité géométrique de forme. Cette augmentation peut être calculée par un coefficient de contrainte  $K_t$ ,

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \dots\dots\dots (I.14)$$

$\sigma_{max}$  : Contrainte maximale réelle a fond d'entaille,

$\sigma_{nom}$  : Contrainte nominale dans la section nette.

Si la valeur de  $K_t$  augmente, la durée de vie diminue.

La figure (I.13) montre l'effet de l'entaille sur la durée de vie.

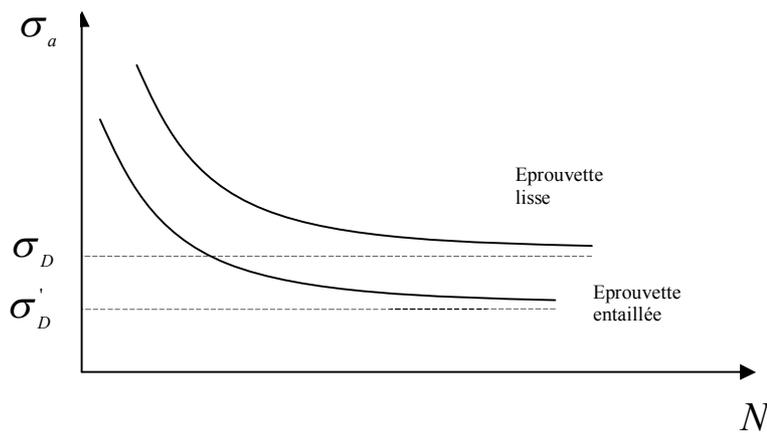


Figure I.13. Limites d'endurance pour éprouvettes lisses et entaillées.

### 1.7.10. Nature du chargement

Le chargement peut être monotone ou variable (et même aléatoire). Dans le cas des chargements cycliques les paramètres plus importants sont:

- La forme du signal : l'effet d'une signale de type carré est plus marqué que celui de type sinusoïdal
- Le rapport de charge R : lorsque le rapport R augmente, à contrainte maximale constante, la contrainte moyenne diminue.

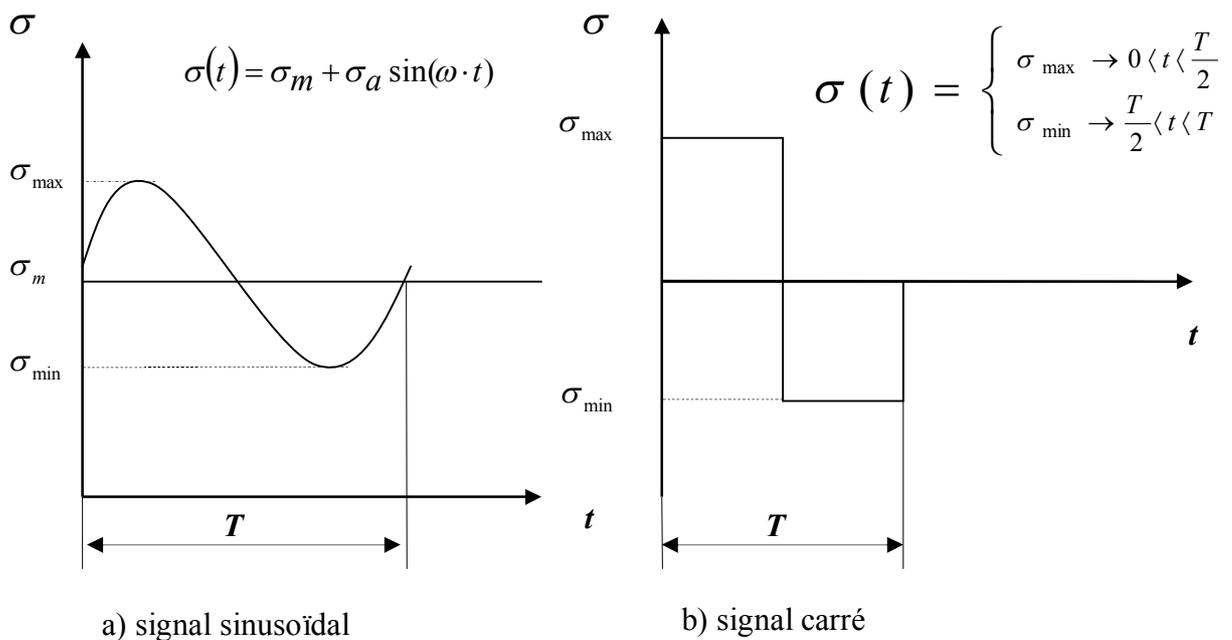


Figure I.14 Quelques formes du signal

### 1.8. Les critères de fatigue uniaxiaux diagrammes d'endurance [3, 9,12] :

La courbe de Wöhler et la limite d'endurance sont déterminées pour une contrainte moyenne  $\sigma_m$ . Si cette contrainte moyenne augmente, la valeur de limite de fatigue diminue.

On peut tracer l'évolution de  $\sigma_D(N)$  pour différentes valeurs de la contrainte moyenne.

#### 1.8.1. Diagramme de Haigh :

Le diagramme de Haigh représente l'amplitude de contrainte  $\sigma_a$  en fonction de la contrainte moyenne pour un nombre de cycles à rupture donnée.

Les points particuliers sont :

- La limite d'endurance  $\sigma_D$  en sollicitation purement alternée est représentée par le point A.
- le comportement limite des matériaux pour une contrainte alternée nulle représenté par le point B. Ce point concorde avec la contrainte de rupture du matériau au cours d'un essai statique.

La construction du diagramme de Haigh résulte :

- un essai statique : point B sur l'axe des abscisses.
- un essai dynamique purement alternée ( $\sigma_m = 0$ ), point A sur l'axe des ordonnées.
- D'un certain nombre d'essais dynamiques à contraintes moyennes  $\sigma_m$  différentes non nulles.

L'ensemble des limites d'endurance observées pour diverses valeurs de la contrainte moyenne se place alors sur la courbe AB ajustée en fonction des résultats d'essais.

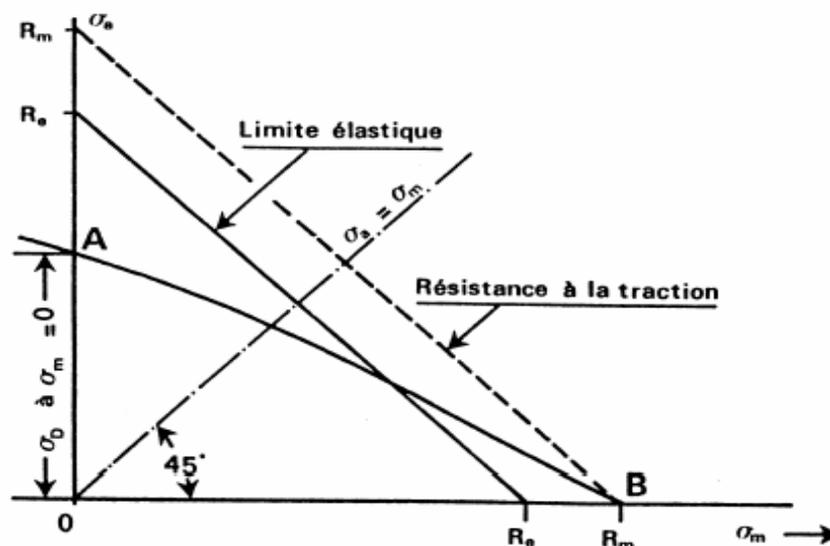


Figure I.15 Représentation du diagramme de Haigh.

**1.8.2. Diagramme de Goodman :**

Le diagramme de Goodman représente la contrainte maximale en fonction de la contrainte moyenne.

Les points particuliers sont :

Le point A correspondant à la limite d'endurance purement alternée  $\sigma_D$  ( $\sigma_m = 0$  sur l'axe des ordonnés).

Le point B la charge de rupture  $R_m$ , ( $\sigma_D = 0$  sur la première bissectrice).

Comme le diagramme de Haigh, il se construit à partir des mêmes éléments.

La formule de Goodman :

$$\sigma_a = \sigma_D \left( 1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right) \dots\dots\dots (I.15)$$

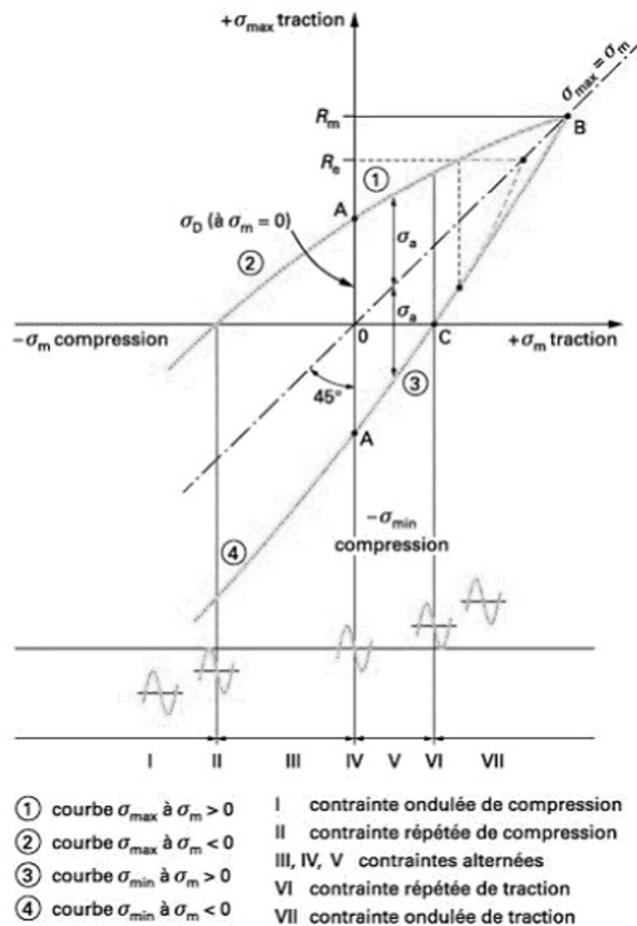


Figure I.16 Représentation du diagramme de Goodman.

**1.8.3. La parabole de GERBER**

$$\sigma_a = \sigma_D \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (I.16)$$

De la même manière que la précédente, ce diagramme détermine le domaine de non rupture.

**1.8.4. Diagramme de Rös:**

Le diagramme de Rös représente la contrainte maximale en fonction de la contrainte minimale

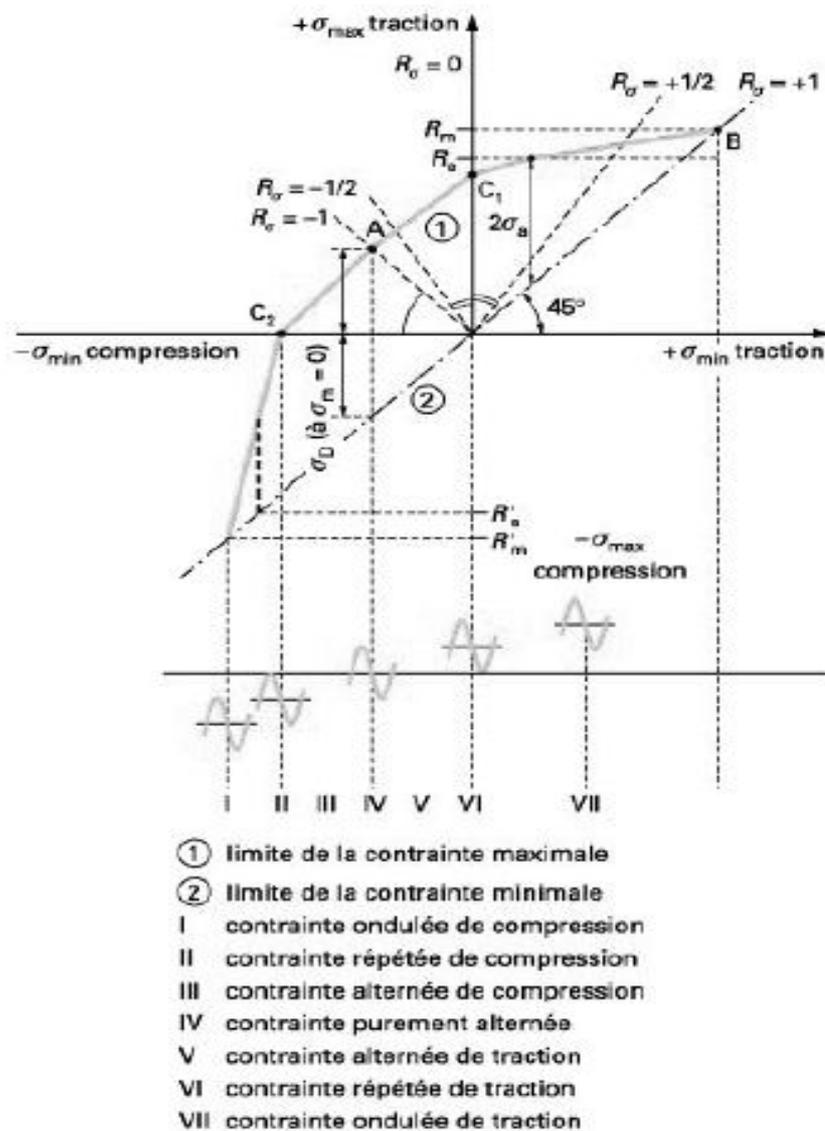


Figure I.17 - Diagramme de Rös

**1.8.5. La droite de SÖDERBERG**

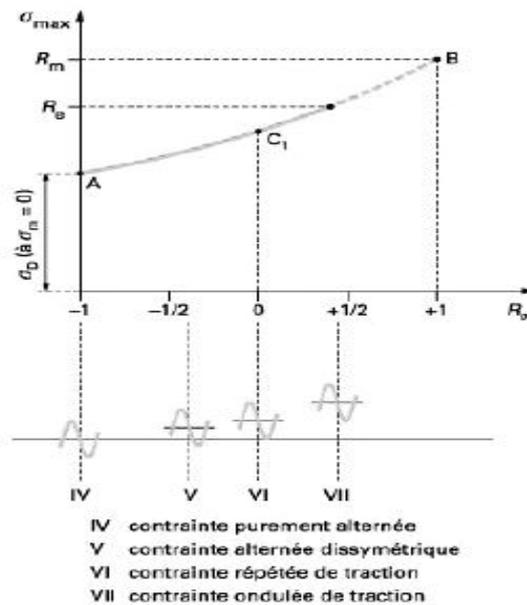
$$\sigma_a = \sigma_D \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \right) \dots\dots\dots (I.17)$$

La droite de **SÖDERBERG** diminue le domaine de non rupture. On utilise la limite d'élasticité au lieu de la contrainte à la rupture, ceci permet de présenter une zone très sécurisée par rapport aux deux présentations précédentes.

**1.8.6. Diagramme de Moor-Kommers-Jaspères :**

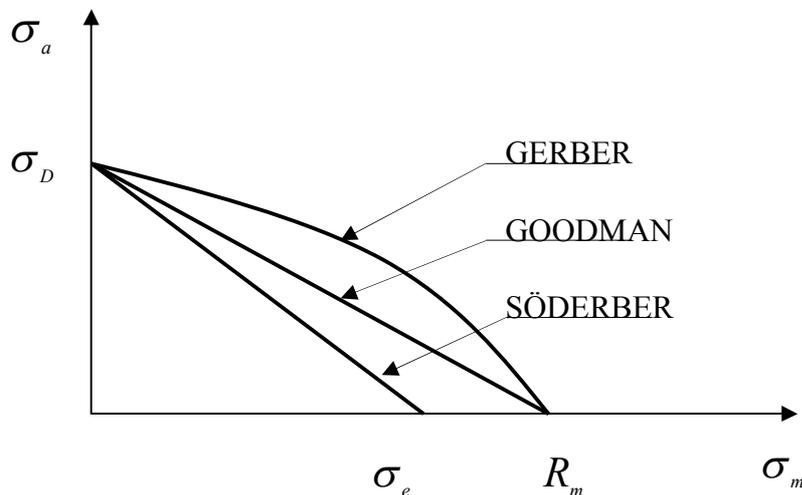
Ce diagramme présente la contrainte maximale  $\sigma_{max}$  en fonction du rapport de charge R.

L'utilisation de ce diagramme permet de déterminer la contrainte maximale  $\sigma_{max}$  lorsque la contrainte minimale est inconnue.



**Figure I.18 - Diagramme de Moore-Kommers-Jasper**

La figure I.19 montre une comparaison de quelques critères :



**Figure I.19 les critères uniaxiaux**

**1.9. Critères de fatigue multiaxiaux:**

Les critères de fatigue multiaxiaux sont les outils permettant le dimensionnement en fatigue des composants et structures industrielles soumises à des chargements cycliques multiaxiaux d'amplitude constante. Les critères de fatigue multiaxiaux permettent de déterminer l'état de contrainte multiaxial du matériau par rapport à son comportement maximal admissible par des essais simples (essai de torsion alternée, essai de traction alternée ou répétée). Aujourd'hui les critères de fatigue multiaxiaux sont des outils performants, simples à l'utilisation et facilement exploitables en conception.

Pour les critères de fatigue multiaxiaux on peut distinguer trois types de critères :

- 1-les critères empiriques.
- 2-les critères de plan critique.
- 3-les critères d'approche globale.

**1.9.1. les critères empiriques : [13]**

L'expression mathématique des critères empiriques est issue des essais expérimentaux. Les essais sont des sollicitations uniaxiales ou multiaxiales pour un matériau donné. Chaque critère n'est valable que pour le système de contrainte utilisé lors des essais expérimentaux.

**1.9.1.1. Critère de Gough et Pollard :[14]**

Le critère de Gough & Pollard est formulé à partir de nombreux essais de flexion et torsion en phase, dans le repère lié aux amplitudes de la contrainte normale de flexion et de la contrainte de cisaillement. Ce critère se présente sous deux formules. La première formule est destinée aux matériaux ductiles et le second est destinée aux matériaux fragiles.

$$\left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 \leq 1 \dots\dots\dots \text{(II.18)}$$

$$\left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right)\left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 + \left(2 - \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}}\right)\left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right) \leq 1 \dots\dots \text{(II.19)}$$

Les auteurs de ce critère supposent que l'effet d'une traction statique associée à une flexion alternée est négligeable du point de vue de résistance à la fatigue.

La figure I.20 montre la zone de sécurité (ou non rupture).

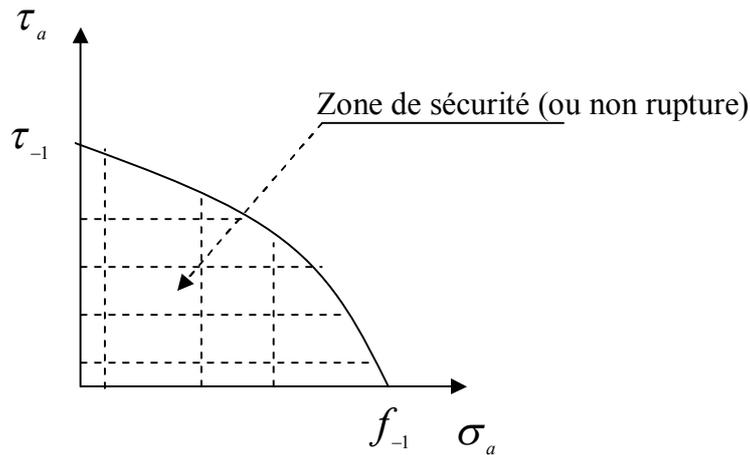


Figure I.20 Zone de sécurité.

**1.9.1.2. Critère de Hohenemser et Prager :[13,14]**

En 1933 Hohenemser et Prager ont proposé une formule obtenue à partir des essais de traction, torsion ou cisaillement :

$$\left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 + \frac{\sigma_n}{R_m} \leq 1 \dots\dots\dots(I.20)$$

$\sigma_n$  : Contrainte statique normale de traction.

**1.9.1.3. Critère de Davies :[13]**

En 1935 Davies a proposé une formule semblable a celle formulée par Hohenemser – Prager. Dans ce critère Davies remplace la contrainte de torsion alternée et répétée par une contrainte de flexion alternée et répétée. Et remplacer la contrainte de traction moyenne ultime par une contrainte de torsion moyenne ultime.

$$\left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 + \frac{\tau_m}{\tau_u} \leq 1 \dots\dots\dots(I.21)$$

**1.9.1.4. Critère de Nishihara & Kawamoto :[13]**

En 1941 les auteurs de ce critère proposent deux formules obtenues à partir des essais de flexion et torsion.

On distingue deux formules suivant la valeur du rapport  $\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}}$

$f_{-1}$  : Limite d’endurance de flexion

$\tau_{-1}$  : Limite d'endurance de torsion

Les deux formules d'écrivent :

$$\left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 \leq 1 \dots Si \dots \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \geq \sqrt{3} \dots \dots \dots (I.22)$$

$$\left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(3 - \left(\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2\right) \cdot \frac{f_a}{f_{-1}} + \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 - 1\right) \cdot \left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 \leq 1 \dots Si \dots \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \leq \sqrt{3} \dots (I.23)$$

**1.9.1.5. Critère de Lee :[13]**

En 1980 Lee a formulé un critère à partir des essais de flexion et torsion hors phase. Il insère un exposant  $\alpha$  dépendant du déphasage phi entre les deux chargements.

$\alpha$  est défini par la formule suivant :

$$\alpha = 2 \cdot (1 + \beta \cdot \sin \phi) \dots \dots \dots (I.24)$$

Où  $\beta$  est un paramètre lié au matériau.

Le critère s'écrit par la relation :

$$f_a \cdot \left[1 + \left(\frac{\tau_a \cdot f_{-1}}{f_a \cdot \tau_{-1}}\right)^\alpha\right]^{\frac{1}{\alpha}} \leq 1 \dots \dots \dots (I.25)$$

Pour ajouter l'effet de flexion moyenne, Lee a modifié sa première formule par l'introduction d'un exposant  $n$ , compris entre 1 et 2, qui représentent une constante empirique.

La deuxième formule de Lee :

$$\frac{f_a \cdot \left[1 + \left(\frac{\tau_a \cdot f_{-1}}{f_a \cdot \tau_{-1}}\right)^\alpha\right]^{\frac{1}{\alpha}}}{\left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{R_m}\right)^n\right]} \leq 1 \dots \dots \dots (I.26)$$

**1.9.2. Les Critères de plan critique [13,15] :**

Les critères de plan critique sont basés sur les points suivants :

- La fatigue en point de la structure est imposée sur un plan matériel le plus sollicité passant par ce point.

-Utilisation des différents paramètres (contraintes normales et tangentielles) pour voir l'effet plus ou moins sévère du cycle des contraintes sur le plan critique.

-Le plan critique est défini par un vecteur normal et deux angles dans un repère fixe lie à la structure.

-Le vecteur de contrainte  $\sigma$  se décompose en une contrainte normale et une contrainte tangentielle de la manière suivante :

$$\phi_h(t) = [\sigma(t)] \cdot h \dots\dots\dots(\text{I.27})$$

$$\phi_{hh}(t) = h \cdot [\sigma(t)] \cdot h \dots\dots\dots(\text{I.28})$$

$$\tau_h(t) = \sqrt{\sigma_{uh}^2(t) + \sigma_{vh}^2(t)} \dots\dots\dots(\text{I.29})$$

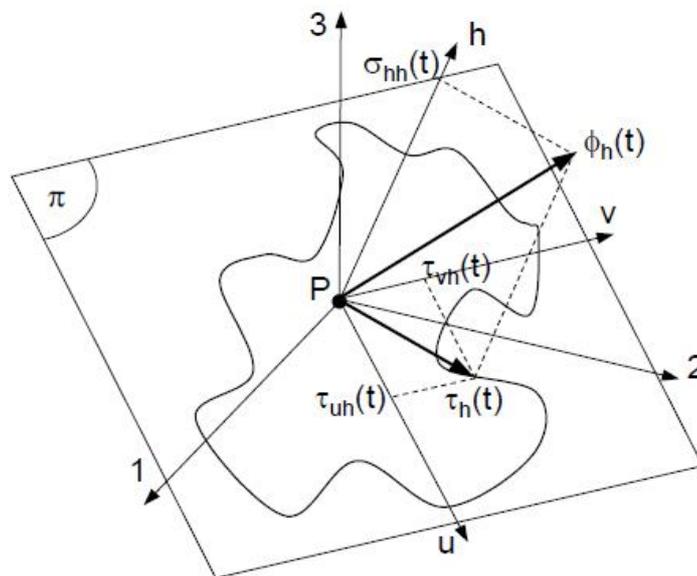


Figure I.21 Décomposition du vecteur  $\phi_h(t)$  sur le plan physique.

**1.9.2.1. Critère de Stulen et Cummings : [13]**

On trouve le plan critique  $P_c$  de Stulen et Cummings lorsque la quantité formulée par l'expression (II.30) est maximale.

On fait balayage afin de déterminer le plan critique  $P_c$  :

$$P_c \rightarrow \max \left| \frac{\tau_a}{\beta - \alpha \sigma_n^{\max}} \right| \dots\dots\dots \text{(II.30)}$$

$$\frac{\tau_a - \alpha \cdot \sigma_n^{\max}}{\beta} \leq 1 \dots\dots\dots \text{(II.31)}$$

Les constantes  $\alpha, \beta$  liées au matériau, sont déterminées à partir de deux limites de fatigue  $\sigma_{-1}, \tau_{-1}$  du matériau respectivement en traction et en torsion alternées symétriques :

$$\alpha = \frac{\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 2}{2 \sqrt{\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1}} \dots\dots\dots \text{(II.32)}$$

$$\beta = \frac{\tau_{-1}}{2 \sqrt{\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1}} \dots\dots\dots \text{(II.33)}$$

**1.9.2.2. Critère de Findley : [16,17]**

Il est similaire à celui de Stulen et Cummings, mais la différence entre les deux critères réside dans le choix du plan critique. La recherche du plan critique pour le critère de Findley se base sur la combinaison linéaire  $\tau_a + \alpha \cdot \sigma_n^{\max}$ .

On trouve le plan critique lorsque la valeur  $\tau_a + \alpha \sigma_n^{\max}$  est maximale.

$$\tau_a + \alpha \cdot \sigma_n^{\max} \leq \beta \dots\dots\dots \text{(II.34)}$$

Les constantes  $\alpha, \beta$  sont déterminées par les formules suivantes :

$$\alpha = \frac{\frac{2\tau_{-1}}{f_{-1}} - 1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\tau_{-1}}{f_{-1}} - 1\right)^2}} \dots\dots\dots(\text{II.35})$$

$$\beta = \frac{\tau_{-1}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\tau_{-1}}{f_{-1}} - 1\right)^2}} \dots\dots\dots(\text{II.36})$$

**1.9.2.3. Critère de Matake :[19,13]**

Matake a introduit une combinaison linéaire de la contrainte de cisaillement et de la contrainte normale sur le plan critique. Ce critère est semblable à celui proposé par Stulen & Cummings Findley. Mais différence réside dans le choix du plan critique lequel coïncide avec l'amplitude de la contrainte de cisaillement maximale.

Le critère de fatigue proposé est donnée par :

$$\tau_a + \alpha \cdot \sigma_n^{\max} \leq \beta \dots\dots\dots(\text{II.37})$$

Les constantes  $\alpha, \beta$  sont déterminés par :

$$\alpha = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_{-1}}{2}}{\frac{f_{-1}}{2}} \dots\dots\dots(\text{II.38})$$

$$\beta = \tau_{-1} \dots\dots\dots(\text{II.39})$$

**1.9.2.4. Critère de Dang Van:[13,18]**

Le critère de Dang van, dans sa première version (1973), utilise le cisaillement et la pression hydrostatique.

Les deux contraintes mésoscopiques sont identiques aux contraintes macroscopiques. A partir de deux limites de fatigue en torsion alternée et flexion alternée, on peut identifier les constantes du critère.

$$\tau_a + \alpha \cdot P_H \leq \beta \dots\dots\dots(\text{II.40})$$

Les constantes  $\alpha, \beta$  sont déterminées par :

$$\alpha = 3 \cdot \left( \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \dots\dots\dots(\text{II.41})$$

$$\beta = \tau_{-1} \dots\dots\dots(\text{II.42})$$

La condition de validité de cette version du critère est :

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2} \dots\dots\dots(\text{II.43})$$

**1.9.2.5. Le critère de Yokobori :[13]**

La définition du plan critique pour le critère de Yokobori est basée sur la combinaison linéaire de la contrainte tangentielle maximale et la contrainte normale maximale.

Le plan critique est obtenu lorsque la formule suivant est maximal.

$$\frac{\text{Max}(\tau(t)) + \alpha \cdot \sigma_n^{\text{max}}}{\beta} \leq 1 \dots\dots(\text{II.44})$$

Les constante  $\alpha$  et  $\beta$  sont calculées par la formule suivant :

$$\alpha = 2 \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1 \dots\dots\dots(\text{II.45})$$

$$\beta = \tau_{-1} \dots\dots\dots(\text{II.46})$$

La condition pour utiliser le critère de Yokobori est :

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2} \text{ Parce que } \alpha \text{ doit positif.}$$

**1.9.2.6. Le critère de McDiarmid**

En 1973 McDiarmid a formulé un critère pour déterminer le plan critique. Le plan critique est défini comme celui où l’amplitude de cisaillement est maximale.

La formule du critère est donnée par

$$\frac{\tau_a + B \cdot (\sigma_{na})^{3/2}}{A} \leq 1 \dots\dots(\text{II.47})$$

A partir de deux limites de fatigue du matériau en traction et en torsion alternées symétriques on détermine les deux constantes A et B.

$$A = \tau_{-1} \dots\dots\dots(\text{II.48})$$

$$B = \frac{\tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2}}{\left(\frac{\sigma_{-1}}{2}\right)^{3/2}} \dots\dots\dots(\text{II.49})$$

Le critère est valide sous respect de la condition  $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}$

La deuxième formule de McDiarmid est établie en 1974. L’auteur du critère introduit l’effet de la contrainte normale moyenne dans un facteur de l’amplitude du cisaillement.

La détermination du plan critique est déterminée de la même manière que précédemment.

La deuxième formule de McDiarmid est:

$$\frac{\left(1 - \frac{2 \cdot \sigma_{nm}}{R_m}\right)^{-1/2} \cdot \tau_a + B \cdot (\sigma_{na})^{3/2}}{A} \leq 1 \dots\dots(\text{II.50})$$

R<sub>m</sub> : la résistance maximale a la traction

Dans les deux versions du critère la validité est donnée par les deux conditions :

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2} \text{ et } \frac{\sigma_{nm}}{R_m} > \frac{1}{2}$$

**1.9.2.7. Le critère de Papuga :[22]**

En 2008 papuga propos un critère basé sur la recherche d’un plan critique parmi l’ensemble des plans physiques possibles par l’intégration d’un paramètre de fatigue.

$$\sqrt{\frac{1}{4 \cdot \pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ \frac{5}{2} \tau_a^2 + \alpha \cdot \left( \sigma_{na} + \sigma_{nm} \cdot \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \right) \right] \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi} \leq \beta \dots\dots(\text{II.51})$$

τ<sub>a</sub> : Amplitude de cession.

σ<sub>na</sub> : Amplitude de la contrainte normale

$\sigma_{nm}$  : Valeur moyenne de la contrainte normale

$$\alpha = f_{-1} \cdot \left( 3 \cdot \frac{\tau_{-1}^2}{f_{-1}^2} - 1 \right) \dots\dots\dots(\text{II.52})$$

$$\beta_1 = \tau_{-1} \dots\dots\dots(\text{II.53})$$

**I.9.3. Critères d’approche globale :**

Ce type de critère possède les caractéristiques suivantes :

- l’utilisation des invariants (I,J) du tenseur de contrainte comme le critère de Sines, Crossland, marin et Issler.
- la formule du critère obtenu à l’aide d’un paramètre d’endommagement sur l’ensemble des plans passant par le point matériel (critère de Papadopoulos).
- ils possèdent tous un caractère global de par leur formulation.
- certain critère utilise l’approche énergétique. Au cours du cycle de chargement la fonction de fatigue combine les énergies de changement de forme et de volume créée par la contrainte.
- ce type de critère joue le rôle d’un intermédiaire entre les critères de plane critique et les critères d’approche globale.

**I.9.3.1. Critère de Hashin :[13]**

En 1981 Hashin a proposé un critère dans lequel il a utilisé le premier et le deuxième invariant (I1, I2) ainsi que les limites de fatigue en flexion et torsion alternées symétriques (f<sub>-1</sub> et t<sub>-1</sub>).

La 1ère expression :

$$\left( \frac{I'_1}{f_{-1}} \right) - \frac{I'_2}{\tau_{-1}^2} \leq 1 \dots\dots(\text{II.54})$$

Avec

$$I'_1 = \sigma_{11a} + \sigma_{22a} + \sigma_{33a} \dots\dots\dots(\text{II.55})$$

$$I'_2 = \sigma_{11a} \cdot \sigma_{22a} + \sigma_{22a} \cdot \sigma_{33a} + \sigma_{33a} \cdot \sigma_{11a} - \sigma_{12a}^2 - \sigma_{23a}^2 - \sigma_{31a}^2 \dots\dots\dots(\text{II.56})$$

L'inconvénient de ce critère est qu'il suppose que les sollicitations sont en phase et de même rapport de charge.

Il est formulé par une autre expression dans le cas où la contrainte moyenne est différente de zéro. Cependant le déphasage entre les sollicitations n'est pas pris en considération. La formulation est la suivante.

$$\frac{2 \cdot (\sigma_{-1} + \sigma_0)}{\sigma_{-1} \sigma_0} I_1' - \frac{2}{\sigma_{-1} \sigma_0} I_1'^2 - \frac{I_2'}{\tau_{-1}^2} \leq 1 \dots \text{(II.57)}$$

**1.9.3.2. Le critère de Kinasoshvili :[13]**

En 1976 Kinasoshvili a proposé un critère base sur la combinaison linéaire entre les deux partie du deuxième invariant du tenseur déviateur des contraintes moyenne et alternée ( $J_{2m}$  ,  $J_{2a}$ ) et les deux limites de fatigue de traction alternée et répétée ( $\sigma_{-1}$ ,  $\sigma_0$ ).

L'expression du critère est la suivante :

$$\left( \frac{\sqrt{3}}{\sigma_{-1}} \xi_a \right) + \left( \frac{\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_{-1} \cdot \sigma_0} \xi_m \right) \leq 1 \dots \text{(II.58)}$$

**1.9.3.3. Le critère de Papadopoulos :[13,20]**

En 1987 Papadopoulos à proposé la première version du critère qui est semblable au critère Dang Vang.

L'expression de papadopoulos est :

$$\frac{k^* + \alpha \cdot P_{H \max}}{\beta} \leq 1 \dots \text{(II.59)}$$

$k^*$  est le rayon plus petit contenant le trajet de chargement multiaxial.

$\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes liés au matériau calculés à partir des limites de fatigues de traction et torsion.

$$\alpha = 3 \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{3} \dots \text{(II.60)}$$

$$\beta = \tau_{-1} \dots \text{(II.61)}$$

Le critère est valide sous respect de la condition  $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

En 1993 Papadopoulos a établi la deuxième formule. Cette formule est composée de deux expressions, la première expression pour les matériaux durs et la seconde pour les matériaux doux.

Suivent le rapport  $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}}$  on distingue deux expressions

a) cas des métaux doux  $0.5 < \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} < 0.6$

Le critère s'écrit :

$$\frac{\text{Max}_{\varphi,\gamma}[T_{\sigma}(\varphi,\gamma)] + \alpha_1 \cdot P_{H \max}}{\beta_1} \leq 1 \dots\dots(\text{II.62})$$

$T_{\sigma}(\varphi,\gamma)$  est la grandeur efficace, sur le plan physique h. les angle  $\varphi$  et  $\gamma$  définissent le plan physique h.

La projection du vecteur de contrainte tangentielle  $\tau_h(t)$  sur le plan physique h donne le vecteur  $\tau_{h\psi}(t)$  à l'instant t orientée par l'angle phi (figure I.22)

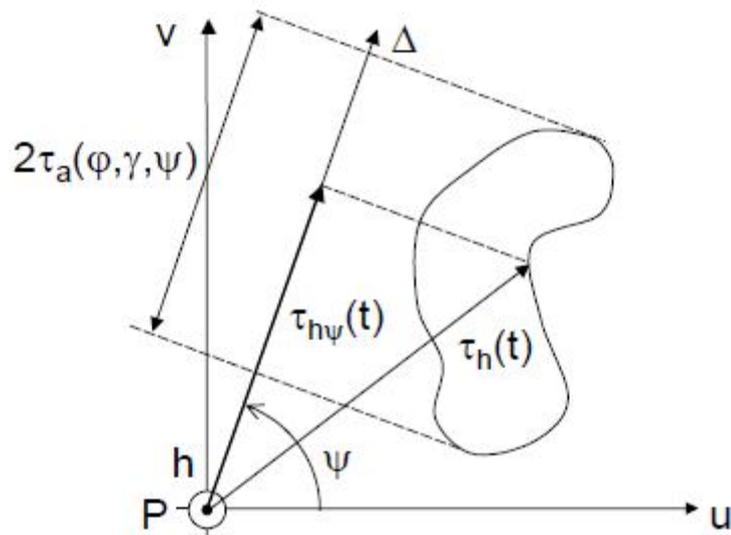


Figure I.22 Projection de  $\tau_h(t)$  sur la droite orientée par l'angle  $\psi$ . Définition de  $\tau_a(\varphi,\gamma,\psi)$ .

L'amplitude de la contrainte tangentielle est définie par l'expression :

$$\tau_a(\varphi, \gamma, \psi) = \frac{1}{2} \left[ \text{Max}_t(\tau_{h\psi}(t)) - \text{Min}_t(\tau_{h\psi}(t)) \right] \dots\dots\dots(\text{II.63})$$

La valeur efficace donnée par l'expression suivante :

$$T_\sigma(\varphi, \gamma) = \sqrt{\int_0^{2\pi} \tau_a(\varphi, \gamma, \psi) \cdot d\psi} \dots\dots\dots(\text{II.64})$$

Les constantes  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  sont définies par :

$$\alpha_1 = \sqrt{\pi} \cdot \frac{\tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2}}{\frac{\sigma_{-1}}{3}} \dots\dots(\text{II.65})$$

$$\beta_1 = \sqrt{\pi} \cdot \tau_{-1} \dots\dots(\text{II.66})$$

b) cas des métaux durs  $0.6 < \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} < 0.8$

Pour les métaux durs, l'expression du critère s'écrit :

$$\frac{M_\sigma + \alpha_2 \cdot P_{H\max}}{\beta_2} = 1 \dots\dots(\text{II.67})$$

Où  $M_\sigma$  représente la valeur efficace, sur l'ensemble des plans physiques possibles.

La quantité  $M_\sigma$  est donc définie par :

$$M_\sigma(\varphi, \gamma) = \sqrt{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi T_\sigma(\varphi, \gamma) \cdot \sin \gamma \cdot d\gamma \cdot d\varphi} \dots\dots(\text{II.68})$$

Les constantes  $\alpha_2$  et  $\beta_2$  sont définies par :

$$\alpha_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{8}{5}} \cdot \frac{\tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2}}{\frac{\sigma_{-1}}{3}} \dots\dots(\text{II.69})$$

$$\beta_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{8}{5}} \cdot \tau_{-1} \dots\dots(\text{II.70})$$

**1.9.3.4. Critère de Marin : [21]**

En 1956 Marin a propose un critère d’approche globale basé sur l’effet de la racine carrée du second invariant du déviateur de contrainte alternée et moyenne.

Le critère de Marin s’écrit comme suit :

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{f_{-1}} \xi_a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{R_m} \xi_m\right)^2 \leq 1 \dots\dots(\text{II.71})$$

La courbe de Marin prend la forme d’une ellipse.

$\xi_a$  : Racine carrée du second invariant du déviateur de contrainte alternée.

$\xi_m$  : Racine carrée du second invariant du déviateur de contrainte moyenne.

$f_{-1}$  : Limite de fatigue en traction alternée symétrique.

$R_m$  : résistance maximale à la traction.

**1.9.3.5. Critère de Sines : [13]**

En 1955 Sines a établie un critère basé sur une combinaison linéaire enter la pression hydrostatique moyenne et la racine carrée de deuxième invariant du déviateur de contrainte alternée. Sa formulation est la suivante

$$\tau_a + aP_m \leq b \dots\dots\dots(\text{II.72})$$

Les constantes a, b sont identifiables par des essais en torsion alternée et en flexion répétée :

$$b = \tau_{-1} \dots\dots\dots(\text{II.73})$$

$$a = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_0}{\sqrt{3}}}{\frac{f_0}{3}} \dots\dots\dots(\text{II.74})$$

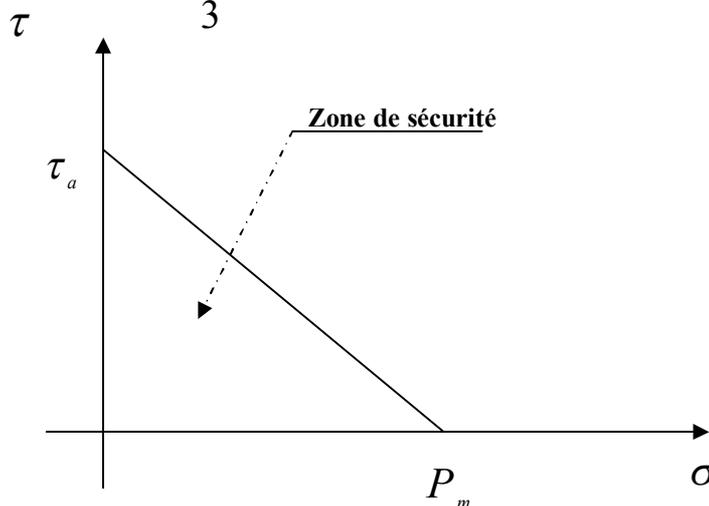


Figure II.23 Diagramme de Sines

**1.9.3.6. Critère de Kakunu-Kawada :[13]**

Ce critère est formulé à partir de deux essais de flexion répétée et torsion alternée.

Le critère est basée sur l'influence de l'amplitude de la valeur moyenne de la pression hydrostatique et du de deuxième invariant des parties alternés du tenseur déviateur de contrainte.

La formule du critère nécessite deux limites de fatigue (flexion répété  $f_0$  et torsion alterné  $t_{-1}$ ) pour identifier les trois constantes a, b et c.

La formule du critère est donnée par:

$$\xi_a + aP_m + cP \leq b \dots\dots\dots (\text{II.75})$$

$$b = \tau_{-1} \dots\dots\dots (\text{II.76})$$

$$a = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_0}{\sqrt{3}}}{\frac{f_0}{3}} - c \dots\dots\dots (\text{II.77})$$

$$c = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_0}{\sqrt{3}}}{\frac{f_0}{\sqrt{3}}} \dots\dots\dots (\text{II.78})$$

# Chapitre II

## les traitements de surface

## II.1. Introduction

Les traitements de surface sont des procédés industriels qui modifient l'état de la surface d'un matériau afin d'améliorer certaines propriétés comme résistance à la corrosion, résistance à l'usure et la résistance à la fatigue.

Ce chapitre est consacré aux traitements de surfaces qui améliorent la tenue en fatigue par création des contraintes résiduelles de compression dans les couches superficielles.

Nous allons démontrer dans ce chapitre que l'introduction des contraintes résiduelles de compression est associée à une augmentation de la tenue en fatigue.

Les traitements de surfaces permettent d'utiliser un matériau moins cher, en améliorant localement ses propriétés et d'allier les propriétés propres du matériau (propriétés à cœur) et les propriétés de surface.

## II.2. L'origine des contraintes résiduelles :

### Définition :

Dans les conditions normales de température, les contraintes résiduelles sont des contraintes internes multiaxiales statiques qui existent dans un matériau qui n'est soumis à aucun effort extérieur [23]. Les procédés de fabrication et les traitements thermiques ou thermochimiques généralement sont les sources des contraintes résiduelles.

## II.3. les traitements mécaniques superficiels

On distingue plusieurs type de traitement, par exemple les traitements mécaniques, les traitements thermiques, les traitements thermochimiques...etc.

Pour les traitements mécaniques superficiels, les couches superficielles des pièces sont déformées plastiquement par une action mécanique tels que projection de particules, galetage, ondes de choc. Ces divers procédés sont présentés dans le tableau II.1.

Tableau II.1 : Différents traitements mécaniques de surface [24].

<i>Désignation</i>	<i>Mise en œuvre</i>	<i>Profondeur de traitement</i>	<i>Avantages et inconvénients</i>
Grenaillage	Projection contrôlée des billes de différents diamètres, de différentes mesures et de différentes vitesses	de 0,1 à 0,6 mm suivant le matériau et les conditions	Quelques problèmes d'incrustation, de micro défauts et parfois de rugosité S'adaptent à toutes les géométries
Galetage	Roulement d'un galet avec une forte force d'appui	de 2 à 3 mm	Variations dimensionnelles, nécessite une géométrie particulière
Ondes de choc	Explosion Laser pulsionnel de très forte puissance	jusqu'à 4 mm	S'adapte à toutes les géométries (pour le laser) Pas de modification de l'état de surface Traitement en cours de développement

L'effet de ces derniers sur des matériaux permet de créer des déformations plastiques et ainsi d'améliorer la tenue en fatigue. Les contraintes résiduelles et les déformations plastiques sont engendrées par action mécanique (pression ou choc).

### II.3.1. Les avantages des traitements mécaniques superficiels

Tous les traitements mécaniques utilisés introduisent dans les couches superficielles du matériau des déformations plastiques. La nature de la réponse du matériau (adaptation ou accommodation), sous un chargement donné, conditionne en grande partie la valeur de la contrainte résiduelle introduite.

La figure II.1 montre la valeur de la contrainte résiduelle induite selon la nature de la réponse.

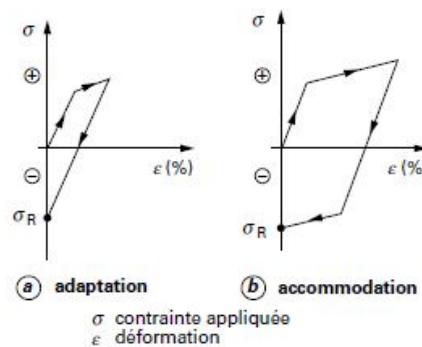


Figure.II.1 : Trajet de déformation élasto-plastique à champ de déformation hétérogène [24].

### II.3.2. Grenailage de précontrainte (shot peening) :

C'est une technique d'écroûissage superficiel des pièces métalliques basé sur la projection à grande vitesse de grenailles de formes sphériques (entre 10 et 100 m /s) sur les surfaces des pièces à traiter.

L'impact entre les billes et la surface du matériau crée une déformation plastique (figure II.2). Ce qui provoque la création des contraintes résiduelles de compression. Ces contraintes ont un effet bénéfique sur l'augmentation de la résistance à la fatigue des pièces traitées [25].

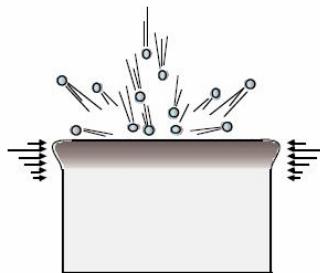


Figure II.2. Principe du grenailage de précontrainte [25]

#### II.3.2.1. La machine de projection

Il existe trois types d'équipements qui sont destinés pour ce genre de traitement

##### a- Les turbines

C'est une machine qui travaille en vase clos pour des questions de sécurité (Projection de micro-billes à grande vitesse,..).

Grâce à la vitesse élevée de rotation de roue à palettes (1000 à 3000 tr/min), les grenailles sont soumises à une force centrifuge suffisante pour écrouir le matériau [25].

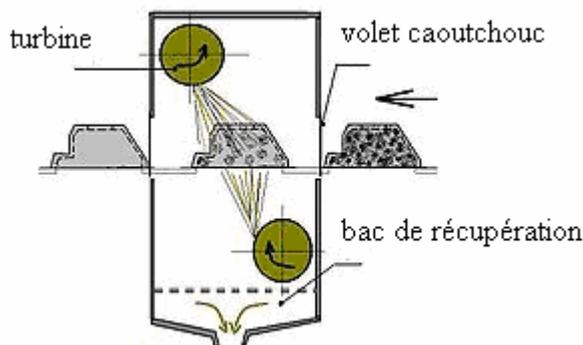


Figure II.3. Grenailleuse à turbine [26].

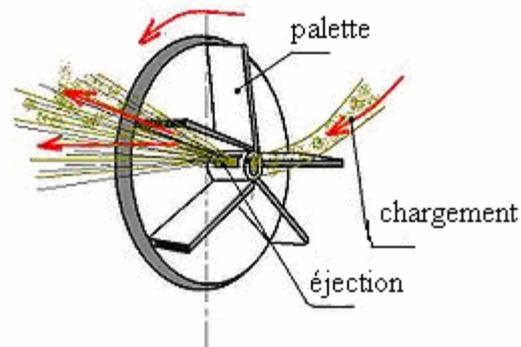
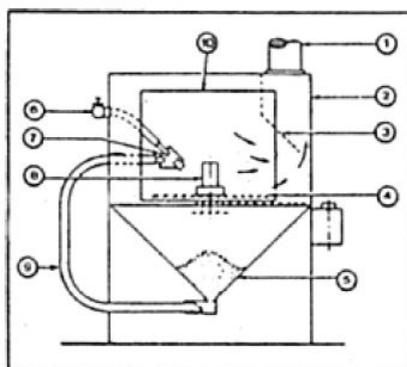


Figure II.4 roue à palettes [26].

### b- Machine à air Comprimé :

Le principe de fonctionnement de ce type de machine (figure II.4) est basé sur l'utilisation de l'air comprimé. Les grenailles sont injectées à grande vitesse car on les mélange avec l'air comprimé. L'avantage de ce procédé est la précision de localisation des surfaces à traiter.

Ces machines sont particulièrement adaptées pour les traitements des pièces possédant des cavités ou des surfaces complexes [28].



- 1 : prise pour connection d'une conduite de dépoussiérage
- 2 : bati de la cabine
- 3 : déflecteur pour prise de dépoussiérage
- 4 : grille avec tapis tournant
- 5 : trémie de récupération pour l'abrasif
- 6 : amenée de l'air comprimé
- 7 : pistolet système à aspiration
- 8 : pièce
- 9 : porte
- 10 : conduite d'aspiration pour abrasif

Figure II.5 : Schéma d'une machine à air comprimée [28].

### c- Machine à ultrasons

C'est une machine récente, le principe de fonctionnement est basé sur l'accélération des particules dures par des hautes fréquences (20 kHz). Elle est constituée d'une enceinte de traitement dans laquelle les particules sont placées. La pièce à traiter est placée au bac de traitement, de sorte que les grenailles frappent la pièce de toutes les directions, (figure II.6) Ce traitement utilise des grenailles de grandes dimensions par rapport aux cas précédents.

Dans ce traitement les billes solides impactées sont utilisées une fois au cours de l'essai, ce qui représente un avantage au niveau de la quantité à utiliser [28].

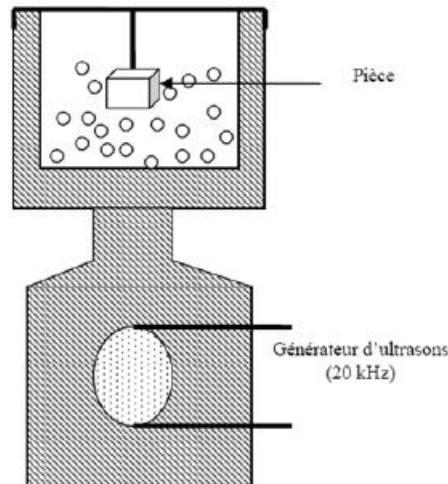


Figure II.6 : Principe d'érosion par ultrasons [28].

### II.3.2.2. Nature et dimensions des grenailles :

Selon la nature des grenailles, on peut les classer en 3 familles [29].

- grenaille d'acier.
- grenaille de céramique.
- grenaille de verre.

Ces trois familles se distinguent par leurs caractéristiques mécaniques, leur masse volumique et leur dureté (tableau II.2) [30].

Tableau II.2 : Caractéristiques mécaniques des billes de grenailage.

Nature de la bille	Masse volumique (g/ cm <sup>3</sup> )	Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson	Dureté Vickers (daN /mm <sup>2</sup> )
Acier	7.5	210 000	0.23	470-540
Céramique	3.8	80 000	0.20	800-10
Verre	2.5	65 000	0.23	500-530

Le choix de la bille dépend des critères technologiques et économiques.

Le diamètre de la bille est choisi en fonction de la géométrie de la pièce à traiter et de la profondeur de la couche à écrouir (figure II.7) [31].

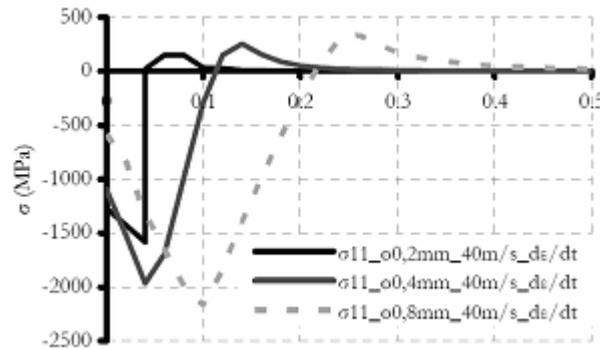


Figure II.7: Influence du diamètre de la grenaille sur les états contrainte résiduelle en profondeur [32]

### II.3.2.3. Vitesse de projection des billes

La vitesse des billes c'est un paramètre essentiel. La vitesse et la masse volumique de la bille déterminent l'énergie cinétique de celle-ci. La mise en vitesse de la bille peut être obtenue de deux façons. La première consiste en une accélération des billes par centrifugation dans une roue ou une turbine. La seconde par entraînement des billes par un jet d'air comprimé [30].

Les variables qui influent sur la vitesse sont donc :

- la vitesse de rotation de la turbine pour des turbines,
- pression d'air, le diamètre de la buse pour le cas du grenailage par air comprimé.

Alors on peut faire varier la vitesse de projection en changeant la pression, le diamètre des buses et les caractéristiques de la buse.

### II.3.2.4. Effet mécanique du grenailage :

- La création des contraintes résiduelles de compression sur la couche superficielle est le but principal du grenailage. Les contraintes résiduelles de compression permettent au matériau de subir des sollicitations plus importantes en service, et par conséquent d'améliorer la résistance de fatigue [27]. H. Wohlfarht a donné une explication de l'effet de grenailage selon deux mécanismes:
  - Une plastification en surface souvent nommée « martelage »: Les contraintes résiduelles sont généralement maximales en surface (figure II.8.a).
  - Une déformation en sous couche provoquée par l'effet de pression de Hertz: Les contraintes résiduelles sont maximales en sous-couche (à quelques microns de profondeur) (figure II.8.b).

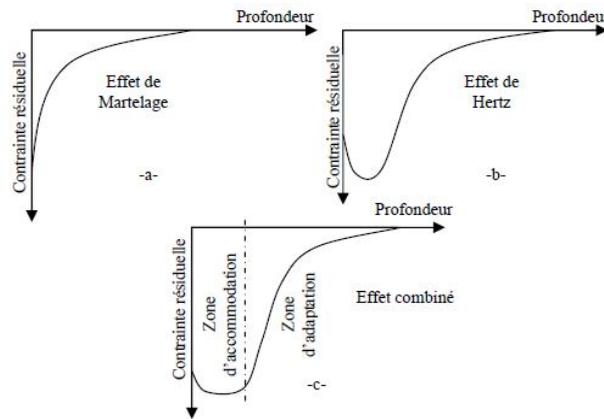


Figure II.8. Représentation schématique de l'état de contrainte résiduelle provoquées par le grenailage de précontrainte [32].

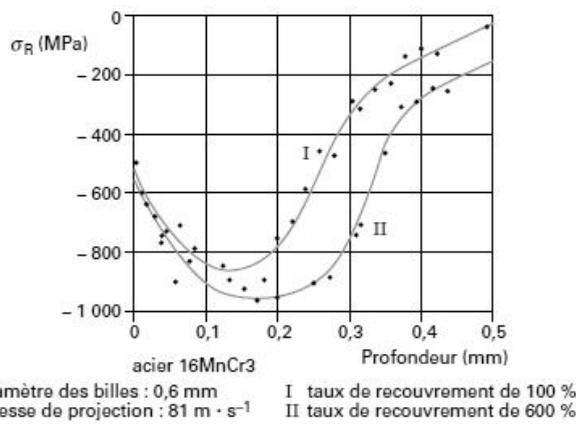


Figure II.9 Influence du taux de recouvrement de grenailage sur les contraintes résiduelles [24].

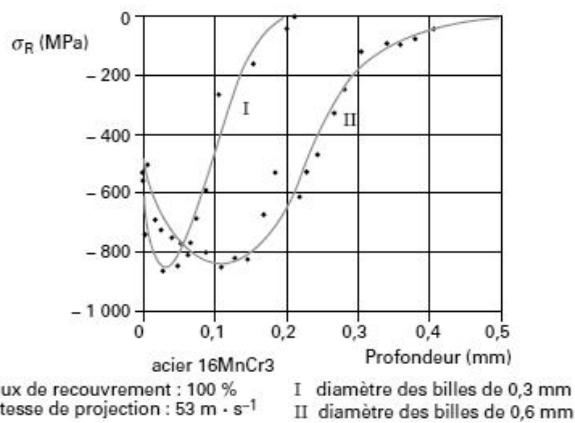


Figure II.10 Influence du diamètre des billes de grenailage sur les contraintes résiduelles [24].

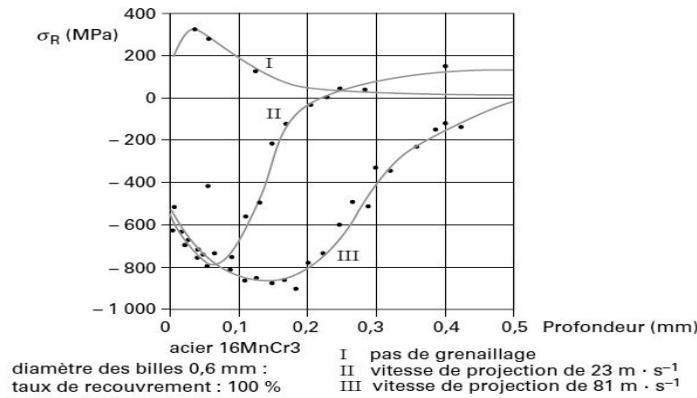


Figure II.11 Influence de la vitesse de projection de grenailage sur les contraintes résiduelles [24].

Les figures (II.9, 10 et 11) présentent l'influence des différents paramètres (taux de recouvrement, diamètre des billes et la vitesse de projection) sur la contrainte résiduelle en fonction de profondeur.

### II.3.3. Galetage

Le galetage consiste à introduire une déformation plastique superficielle par application d'une force suffisante sur des pièces ébauchées par galets ou des billes qui roulent.

Pour écraser le métal en surface on applique une force suffisante (la pression de Hertz) exercée par l'outil sur la surface du matériau. Par conséquent on obtient, après décharge, des contraintes résiduelles de compression.

Le galetage est très employé, pour le traitement des congés de raccordement, en particulier sur les vilebrequins afin d'augmenter la résistance à la fatigue et d'obtenir des durées de vie supérieures à 10<sup>9</sup> cycles.

Les profils des contraintes résiduelles engendrées par galetage sont semblables à celles obtenues par grenailage (figure II.13) [33].

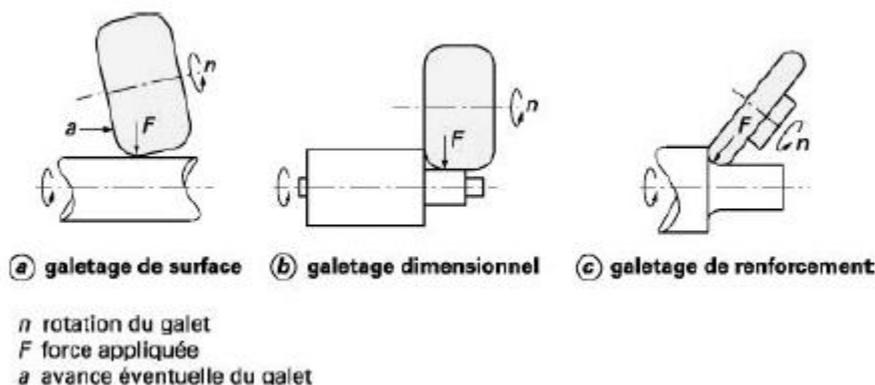


Figure II.12 - Différents types de galetage. [33]

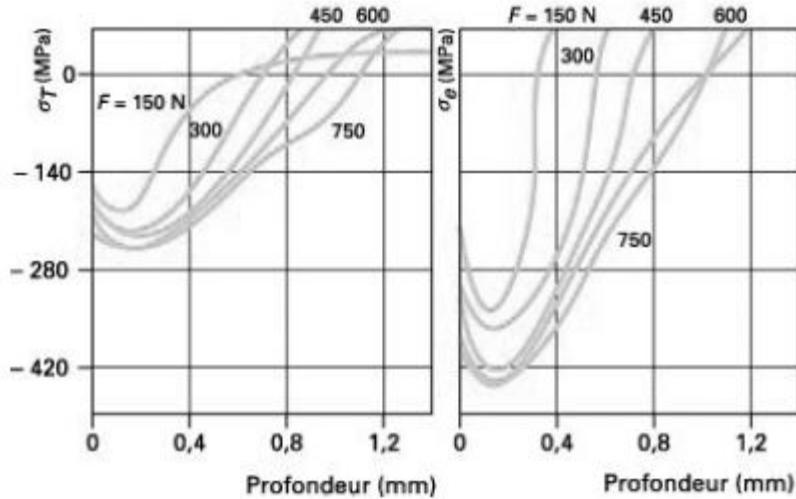


Figure II.13. Variation des contraintes résiduelles transversale et longitudinale mesurées en fonction de la charge appliquée. [33]

#### II.3.4. Le choc laser

La puissance générée par une explosion ou par des impulsions laser est très grande, cette puissance permet d'obtenir des pressions suffisantes pour créer une déformation plastique dans les couches superficielles de la pièce lorsque la limite d'élasticité du matériau est dépassée. Ce traitement consiste à soumettre la surface d'un matériau à un choc pendant quelques dizaines de nanosecondes, à une densité surfaciques d'énergie allant de 100 à 200  $\text{J}\cdot\text{cm}^{-2}$ . Ceci provoque des pressions de choc, de l'ordre de 1 000 à 10 000 MPa, lesquelles introduisent localement des déformations plastiques dans les couches superficielles.

La figure II.14 représente le profil de la distribution des contraintes résiduelles obtenues sur une pièce en Inconel 718 traitée par choc laser.

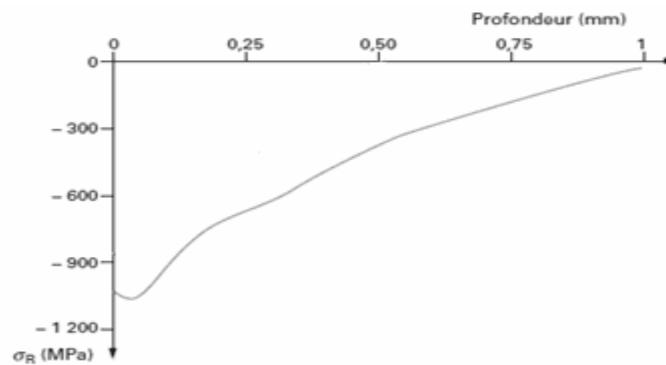


Figure II.14 Profils de contraintes résiduelles dans une pièce en Inconel 718 traitée par choc laser. [24]

## II.4. les traitements thermochimiques de surfaces :[35]

Ces traitements sont effectués dans un milieu particulier lequel a pour fonction d'attirer un ou plusieurs éléments chimiques. Ces éléments vont enrichir la surface du matériau et diffuser sur une certaine profondeur en provoquant ainsi des modifications des propriétés mécaniques superficielles. Ces traitements améliorent:

- la résistance au grippage et corrosion
- la résistance à l'usure,
- la tenue à la fatigue (flexion, torsion,...),

Il existe de nombreux types de traitements thermochimiques qui diffèrent par la nature des éléments diffusants, du type d'interaction et de la nature du milieu.

### II.4.1. La cémentation :

Son principe consiste en un enrichissement en carbone (cémentation) ou carbone + azote (carbonituration) grâce à une atmosphère gazeuse appropriée. Cette opération est suivie immédiatement d'une trempe à l'huile. Ce traitement confère aux pièces des duretés de surface élevées et des duretés à coeur qui sont fonction de la nuance de l'acier employé ainsi qu'un excellent compromis entre une résistance à l'usure élevée et une bonne ductilité.

Les profondeurs de traitement pouvant être réalisées en fonction de la durée du cycle thermique et de la matière employée [34].

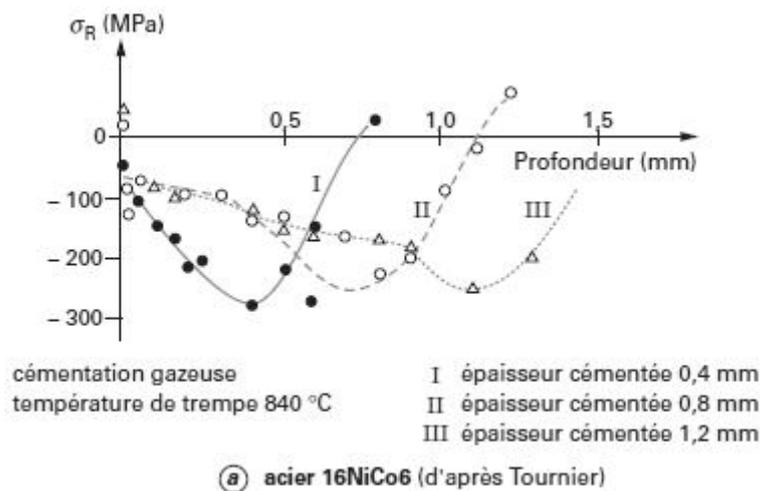


Figure II.15 Contraintes résiduelles dans une couche cémentée et trempée [24].

## II.4.2. Nitruration :

### a) Généralités

Le terme nitruration est commun à tous les traitements qui ont pour but de durcir les matériaux ferreux par la diffusion d'un élément de base qui est l'azote à une température inférieure au point de transformation de l'acier de base [35].

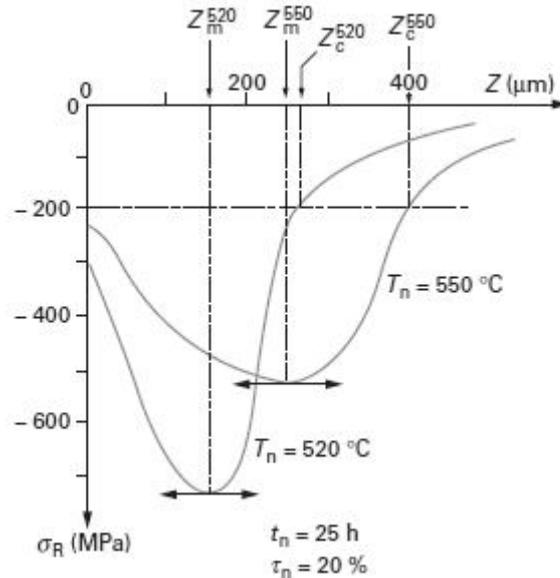


Figure II.16 : Contraintes résiduelles après nitruration gazeuse [24]

## II.4.3. L'effet des traitements de surfaces sur la tenue en fatigue :

### Grenaillage et Choc laser :

Des nombreuses études ont montré l'intérêt du procédé vis-à-vis de la tenue en fatigue. A titre d'exemple sur les alliages d'aluminium (Al 7075) on a montré une amélioration de la limite d'endurance à  $10^7$  cycles (+25 % environ) par rapport aux limites atteintes par le grenaillage de précontrainte (+12 %). L'origine de cette amélioration est attribuée à l'état de surface qui est meilleur dans le cas du choc laser, limitant ainsi les micro-concentrations de contrainte, ce qui engendre des durées d'amorçage plus importantes [32].

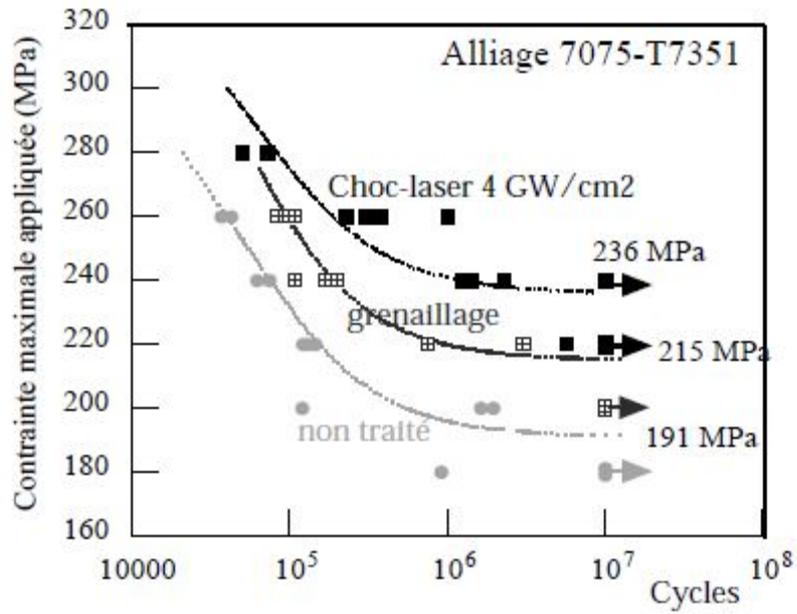


Figure II.17 : Amélioration de la tenue en fatigue par choc laser en confinement eau [32].

Ce traitement permet aussi l'amélioration des propriétés tribologiques des surfaces. Ce traitement est utilisé surtout pour les pièces travaillant en milieu agressif (corrosion).

# Chapitre III

Calcul de durée de vie  
des structures traitées  
superficiellement  
et non traitées

**III.1. Introduction**

Dans le domaine de fatigue il est nécessaire d'utiliser les critères de fatigue pour la conception des structures. Par exemple le critère de Crossland utilisé pour estimer la durée de vie des structures sollicitées à des charges périodiques d'amplitudes constantes.

Mais dans certains cas, la durée de vie est relativement faible. Dans ce cas il est judicieux de procéder à des traitements de surface en vue d'améliorer la tenue en fatigue. En effet les traitements des surfaces introduisent dans le matériau des contraintes résiduelles et des déformations plastiques.

Ce double effet doit pris en compte par les critères de fatigue.

**III.2. Le critère de Crossland**

Le critère de Crossland [1956] appartient à la famille de critère d'approche globale. Il est considéré parmi les critères les plus utilisés dans le domaine de fatigue à grand nombre de cycles.

Le critère de Crossland est basé sur une combinaison linéaire entre la pression hydrostatique maximale et la racine carrée de deuxième invariant du déviateur de contrainte alternée.

Le critère de Crossland s'écrit comme suit :

$$\xi_a + a \cdot P_{\max} \leq b \dots\dots\dots (III.1)$$

Les constantes a et b sont identifiées à partir deux essais : de torsion et de flexion purement alternées.

Ces constantes sont déterminées par les relations suivantes :

$$b = \tau_{-1}(N) \dots\dots\dots (III.2)$$

$$a = \frac{\tau_{-1}(N) - \frac{f_{-1}(N)}{\sqrt{3}}}{\frac{f_{-1}(N)}{3}} \dots\dots\dots (III.3)$$

$$N \geq N_k : \tau_{-1} = \tau_{-1}(N) \text{ et } f_{-1} = f_{-1}(N)$$

$\tau_{-1}(N)$  : Limite de fatigue à N cycles en torsion alternée

$f_{-1}(N)$  : Limite de fatigue à N cycles en flexion alternée

$\tau_{-1}$  : Limite d'endurance en torsion alternée

$f_{-1}$  : Limite d'endurance en flexion alternée

Le deuxième invariant du déviateur des amplitudes de contrainte  $\bar{\sigma}_a$  est exprimé par la relation suivante :

$$\xi_a = \frac{(\sigma_{VM})_a}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(III.4)$$

La pression hydrostatique est définie par la relation suivante :

$$P_{\max} = \frac{1}{3} \cdot [tr(\bar{\sigma}_m) + tr(\bar{\sigma}_a)] \dots\dots\dots(III.5)$$

$(\sigma_{VM})_a$  : Contrainte de Von-Misés du tenseur des amplitudes de contrainte  $\bar{\sigma}_a$ .

$\bar{\sigma}_m$  : Tenseur de contrainte moyenne.

$\bar{\sigma}_a$  : Tenseur des amplitudes de contrainte.

Pour appliquer le critère de Crossland à des matériaux, il faut que le matériau vérifie la condition suivante :

$$\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} < \sqrt{3} \dots\dots\dots(III.6)$$

La même condition doit être vérifiée pour intégrer l'effet des contraintes résiduelles.

L'équation (III.1) permet de tracer le diagramme de Crossland dans lequel on peut distinguer deux zones. La 1<sup>er</sup> zone est la zone de sécurité, pour laquelle la durée de vie est illimitée (au dessous de la droite) (figure III.1). La seconde zone est la zone d'endurance limitée pour laquelle la durée de vie est limitée (au dessus de la droite).

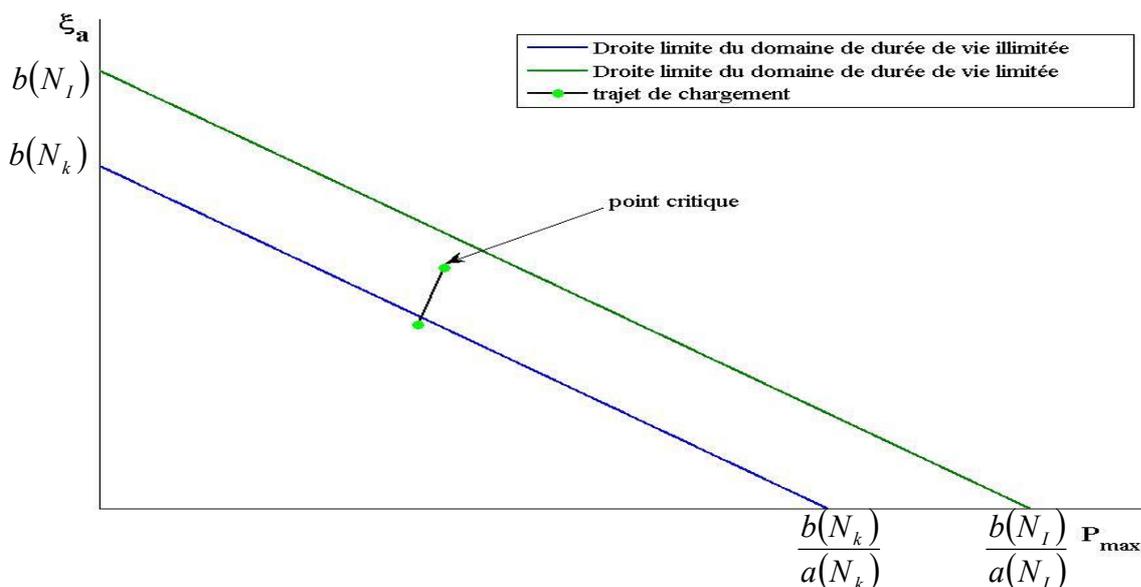


Figure III.1. Position de composants  $(P_{\max}, \xi_a)$  dans le diagramme de Crossland

### III.3. Description de la méthode de travail :

Notre méthode de travail est scindée en deux parties. La 1ère partie est consacrée au calcul de la durée de vie dans le cas d'un acier de nuance le SM45C. La seconde partie est réservée au calcul de la durée de vie pour le même matériau traité superficiellement.

Les étapes sont les mêmes pour calculer la durée de vie dans la 1er et le 2eme partie, néanmoins dans la 2eme partie on ajoute l'effet des contraintes résiduelles et des déformations plastiques.

**Les étapes de travail sont :**

**La 1<sup>ère</sup> étape :**

Connaître les caractéristiques mécaniques, c'est-à-dire le module de Young, coefficient de poisson et les courbes de Wöhler en torsion et flexion alternées. Le calcul des constantes **a** et **b** pour tracer les droites de Crossland sont déterminées respectivement par les équations (III.3) et (III.2).

**La 2<sup>ème</sup> étape :**

Afin déterminer le champ de contraintes, nous avons procédé de la manière suivante :

- 1-utilisation des données de la 1<sup>ère</sup> étape module de Young et coefficient de poisson pour calculer les paramètres de Crossland (introduction de données dans Ansys),
- 2-création de la géométrie de l'éprouvette et application des chargements et des conditions aux limites pour chaque type de sollicitation (traction+flexion et traction+torsion),
- 3-discrétisation de l'éprouvette en éléments finis (Maillage),
- 4-détermination du champ de contraintes dû au chargement appliqué et par conséquent localisation de la zone critique.

**La 3<sup>ème</sup> étape :**

Mise au point d'un programme sous Matlab, pour calculer la durée de vie en nombre de cycles.

Dans cette étape on utilise les paramètres du critère Crossland en l'occurrence  $P_{max}$ ,  $\xi_a$  et  $\sigma_{eq}$  lesquels ont été préalablement calculé par le code Ansys. Il est nécessaire aussi de déposer de la fonction inverse de torsion. L'organigramme est montré sur la figure III.6.

**La 4<sup>ème</sup> étape :**

La 4ème étape est consacrée pour tracer du diagramme de Crossland et du trajet de chargement.

**La 5<sup>ème</sup> étape :**

La 5<sup>ème</sup> étape est consacrée à la création d'une interface laquelle permettra aux deux logiciels Matlab et Ansys de communiquer entre eux.

### III.4. Caractéristiques du matériau étudié :

Le matériau étudié est l'acier de nuance SM45C. Les caractéristiques mécaniques de ce matériau sont présentées au tableau III.1:

**Tableau III.1. Caractéristiques mécaniques du matériau [36].**

<b>Limite d'élasticité à <math>\sigma_e</math> (MPa)</b>	<b>638</b>
<b>Coefficient de poisson <math>\nu</math></b>	<b>0.29</b>
<b>Module d'Young <math>E</math> (MPa)</b>	<b>213000</b>
<b>Contrainte ultime à la traction <math>\sigma_u</math> (MPa)</b>	<b>824</b>
<b>module de cisaillement <math>G</math> (MPa)</b>	<b>82500</b>
<b>allongement à rupture <math>A</math> (%)</b>	<b>22</b>
<b>Limite d'endurance en torsion alternée symétrique <math>\tau_{-1}</math> (MPa)</b>	<b>314.82</b>
<b>Limite d'endurance en flexion alternée symétrique <math>f_{-1}</math> (MPa)</b>	<b>447.43</b>
<b>Nombre de cycles correspondant à une durée de vie limitée <math>N_I</math> (Cycles)</b>	<b>39810</b>
<b>Nombre de cycles correspondant à une durée de vie illimitée <math>N_k</math> (Cycles)</b>	<b><math>10^7</math></b>

N.B : Les limites d'endurance (flexion et torsion) sont prises à  $10^7$  cycles.

-La composition chimique est présentée dans le tableau III.2

**Tableau III.2. Composition chimique de l'acier SM45C [36].**

C	Mn	P	S	Si	Ni	Cr	Cu
0.42	0.73	0.02	0.012	0.28	0.14	0.18	0.13

**III.5. Courbes de Wöhler :**

Les figure III.2 et III.3 montre les courbes de Wöhler (essais de fatigue uniaxial) réalisées par Lee [36] dans le cas de flexion et torsion alternées.

Les courbes de Wöhler de l'acier SM45C sont données par les équations suivantes [36] :

$$1\text{-torsion alternée } \tau_{-1}(N) = \frac{311}{1 - 62.3 \cdot N^{-0.53}} \dots\dots\dots(III.7)$$

$$2\text{-flexion alternée } f_{-1}(N) = \frac{442}{1 - 62.3 \cdot N^{-0.53}} \dots\dots\dots(III.8)$$

Les courbes de Wöhler sont présentées par les figures III.2 et III.3.

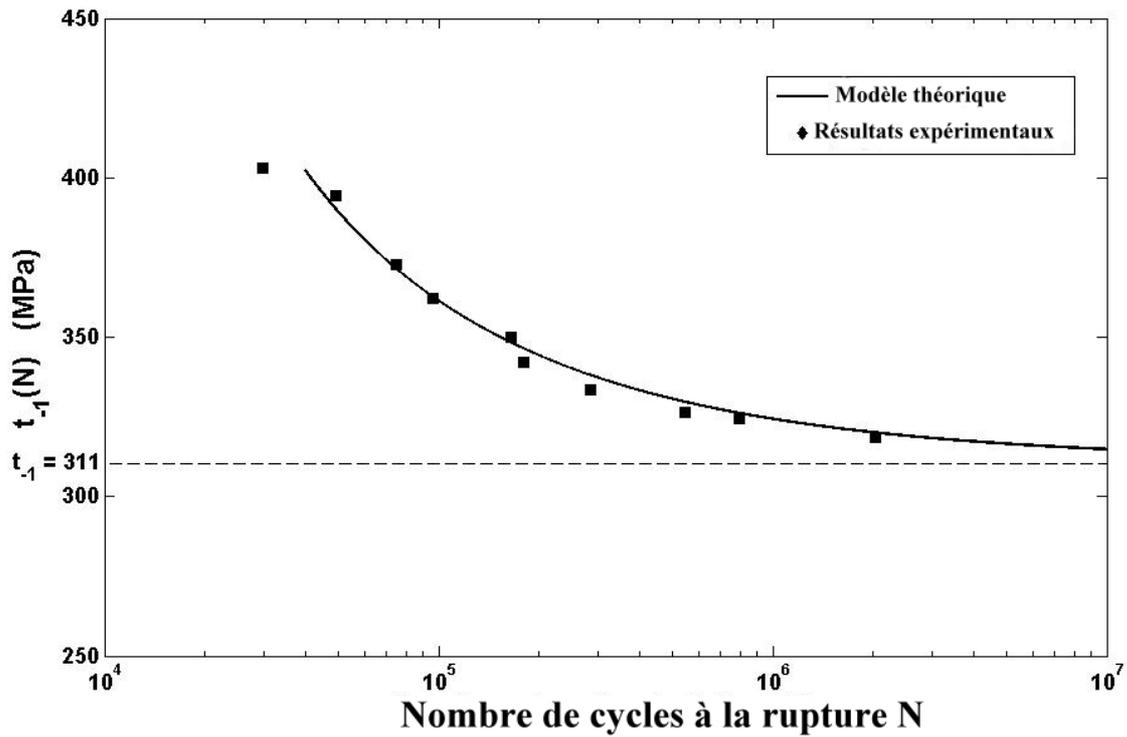


Figure III.2. Courbes d'endurance en torsion alternées de SM45C [36].

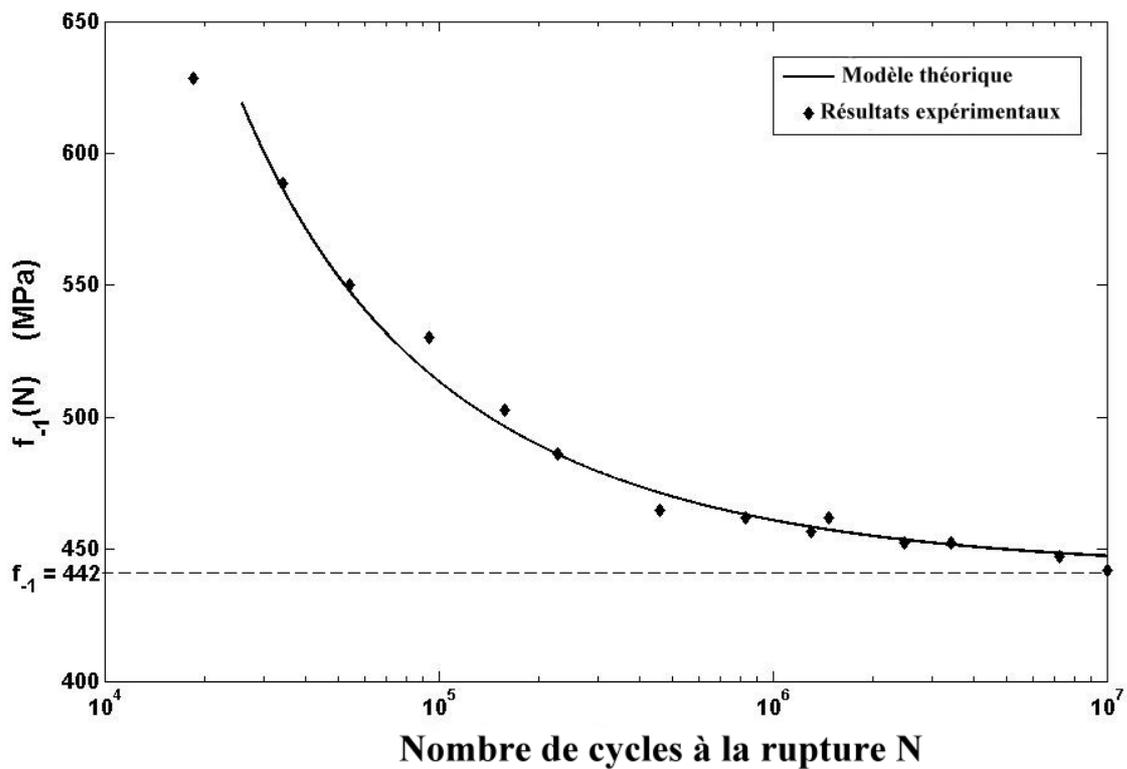


Figure III.3. Courbes d'endurance en flexion alternées de SM45C [36].

**III.6. calcul la durée de vie :**

On utilise le critère de Crossland pour estimer la durée de vie des structures sollicitées à des chargements périodiques avec amplitudes constantes.

La méthode de calcul de la durée de vie est donnée par l'organigramme (figure III.5)

**III.7. Droites limites du critère :****III.7.1. Droite limite du domaine de durée de vie illimitée :**

L'utilisation des équations III.2 III.3 à  $N = N_k = 10^7$  cycles permet de calculer les constantes **a** et **b** pour déterminer la zone de sécurité (domaine illimité).

$$\mathbf{a = 0.3778}$$

$$\mathbf{b = 314.82 \text{ MPa}}$$

Le critère de Crossland s'écrit de la manière suivante :

$$\xi_a + 0.3788 \cdot P_{\max} \leq 314.82 \dots\dots\dots(\text{III.9})$$

Cette inéquation est représentée par une droite séparant la zone de sécurité de celle de non sécurité.

**III.7.2. Droite limite du domaine de durée de vie limitée :**

Le calcul des constantes a et b pour une durée de vie  $N = N_i$  se fait respectivement par les équations en prenant pour nombre de cycles  $N = N_i$ . Ce calcul donne:

$$\mathbf{a = 0.3778}$$

$$\mathbf{b = 402.45 \text{ MPa}}$$

Par conséquent l'équation de la droite du domaine sécurité pour une durée de vie  $N = N_i$  est donnée par :

$$\zeta_a + 0.3788 \cdot P_{\max} = 402.45 \dots\dots\dots(\text{III.10})$$

Le diagramme de crossland est représenté par la figure.III.4.

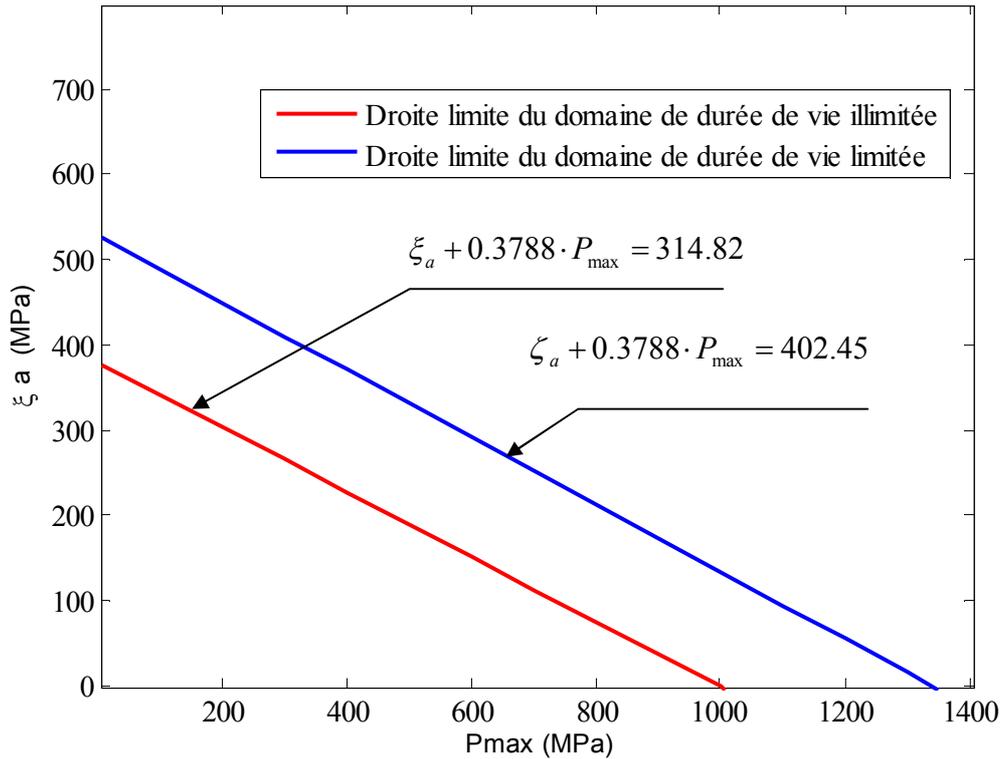


Figure III.4. Droites limites du domaine du critère de Crossland

**III.7.3. Méthode de calcul des durées de vie des structures :**

Pour une structure sollicitée en fatigue il est nécessaire de calculer la durée de vie par l'intermédiaire du critère de Crossland. Pour se faire on calcul les contraintes de Crossland  $\sigma_{eq}$  définis par  $P_{max}, \xi_a$ .

**III.7.4. La fonction inverse de torsion :**

L'équation de la courbe Wöhler de torsion permet de calculer la contrainte de torsion à la rupture si le nombre de cycles est connu. Mais si nous voulons calculer la durée de vie dans le cas où la contrainte est connue, on utilise la fonction inverse de (III.7). Ce qui donne :

$$N(\tau) = \left( \frac{\tau - 311}{62.3 \cdot t} \right)^{-1/0.53} \dots\dots\dots(III.11)$$

Pour calculer la durée de vie on doit détermine au préalable la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$ . Cette contrainte doit être égale à la contrainte de torsion.

$$b = \xi_a + a \cdot P_{max} \dots\dots\dots(III.12)$$

$$b = \sigma_{eq} \dots\dots\dots(III.13)$$

$$\tau = \sigma_{eq} \dots\dots\dots(III.14)$$

On analysant les équations (III.11), (III.12), (III.13) et (III.14), on remarque l'existence d'une relation entre les paramètres  $P_{max}$ ,  $\xi_a$ ,  $\sigma_{eq}$  et  $N$ .

$$N(\sigma_{eq}) = \left( \frac{\sigma_{eq} - 311}{62.3 \cdot \sigma_{eq}} \right)^{-1/0.53} \dots\dots\dots(III.15)$$

L'organigramme de calcul de durée de vie est donné par :

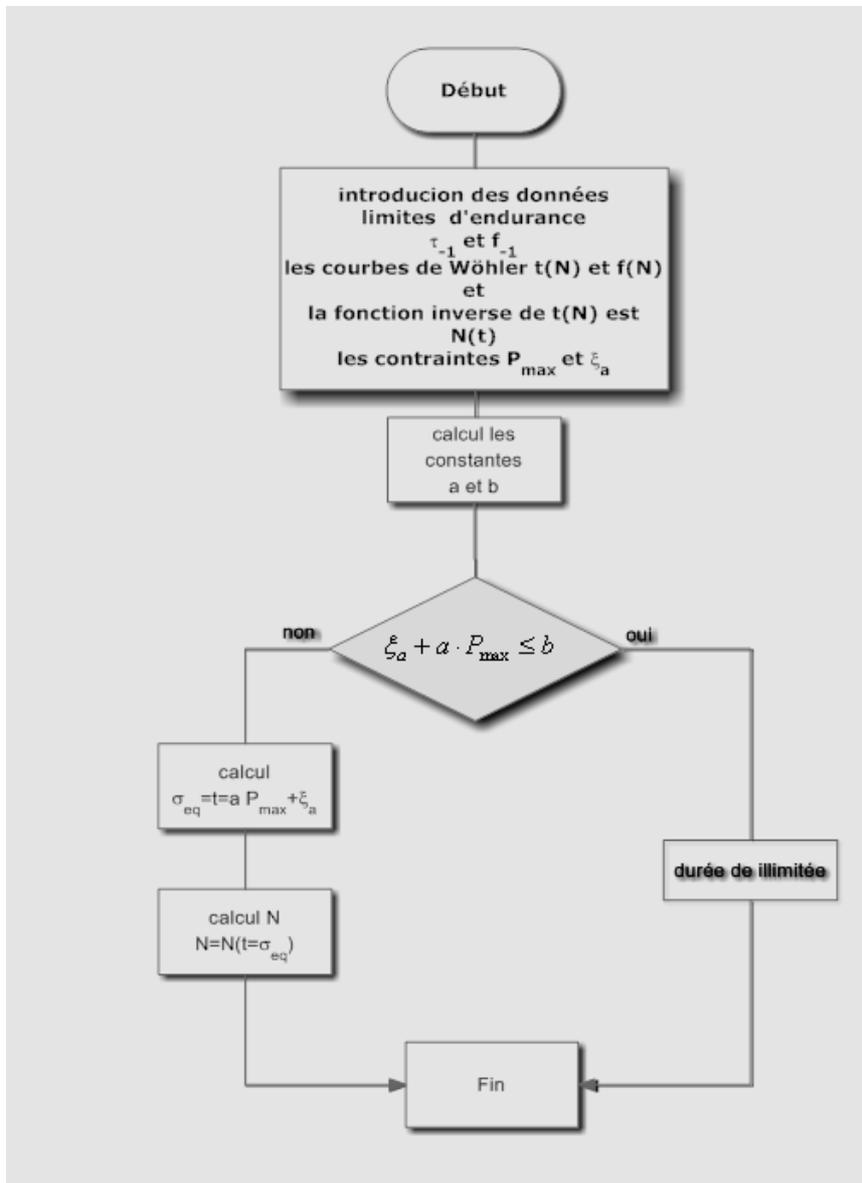


Figure III.5. Organigramme de calcul de durée de vie.

### III.8. Structure sollicitée à une traction statique superposé à une flexion alternée :

#### III.8.1. L'éprouvette :

La géométrie d'éprouvette est représentée par la figure III.6.

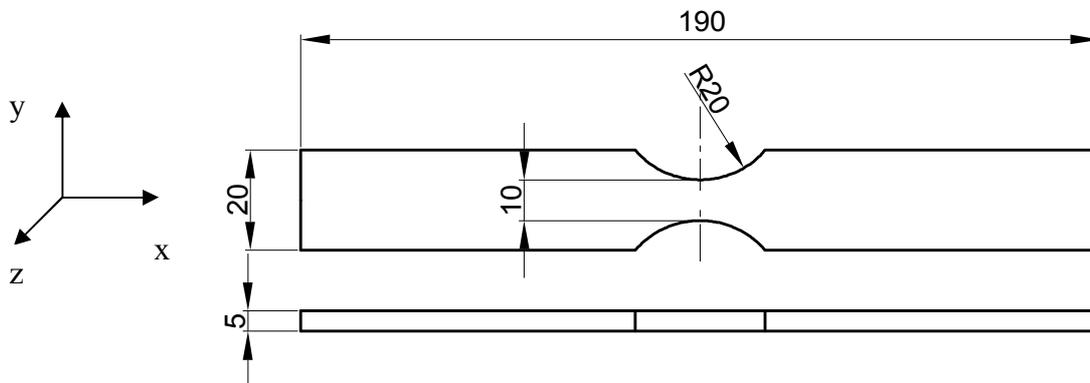


Figure III.6 Géométrie de l'éprouvette 1[37]

#### III.8.2. Chargement et conditions aux limites :

Le Chargement et les conditions aux limites de l'éprouvette sont montrés sur la figure III.7.

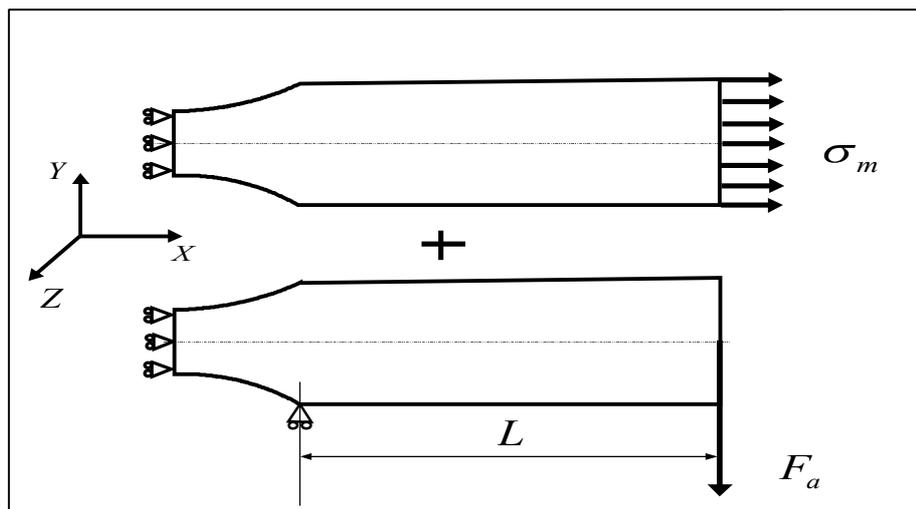


Figure III.7. Le chargement et les conditions aux limites

L'existence d'une symétrie de l'éprouvette minimise le temps de calcul. Nous avons présenté seulement la moitié de l'éprouvette avec le chargement et les conditions aux limites.

L'allure de la force alternée de flexion est de la forme :

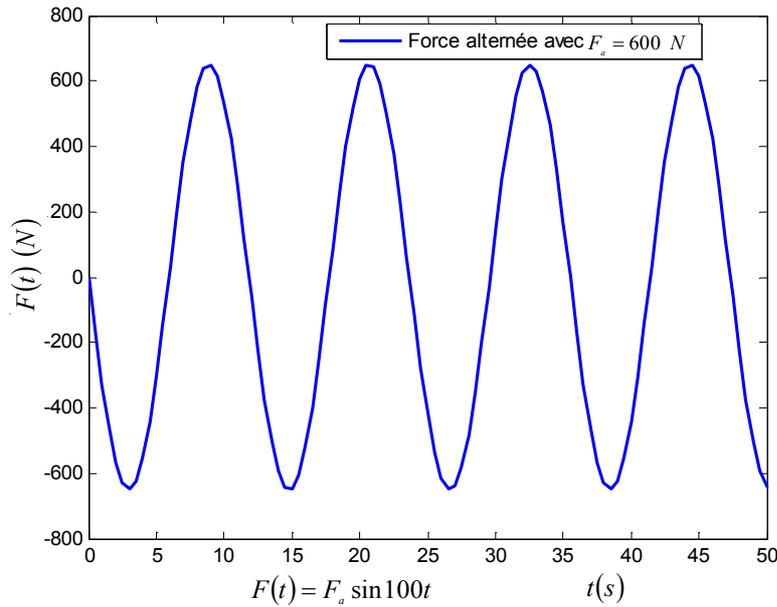


Figure III.8. Forme du signal de la force alternée.

L'équation de cette dernière est de forme :

$$F(t) = F_a \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (\text{N}) \dots\dots\dots \text{(III.16)}$$

600 : représente l'amplitude de flexion alternée en (MPa).

**III.8.3. Maillage de la structure :**

Afin de visualiser le champ de contrainte et déterminer les paramètres de Crossland, on utilise la méthode des éléments finis.

La figure III.9 représente un maillage ordonné (mapped mesh). Nous avons utilisé un type d'éléments finis sous forme de quadrilatérales. Ce type d'éléments est constitué de 8 nœuds (plane 82) et possède deux degrés de liberté : translation suivant les axes (x) et (y).

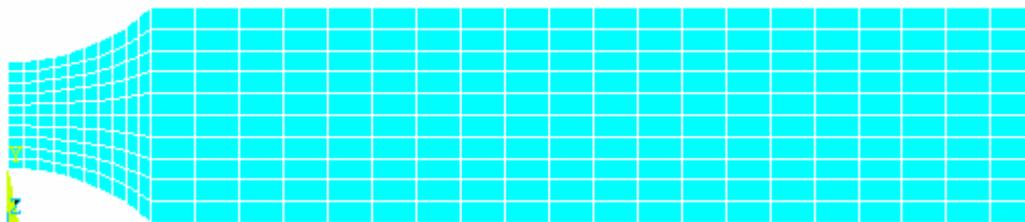


Figure III.9. Présentation la moitié de l'éprouvette avec maillage ordonné.  
(Maillage grossier)

III.8.4. Détermination de la zone critique :

La visualisation de la structure permet de localiser la zone critique laquelle correspond à l'élément 271. La position de cet élément est montrée sur la figure III.10.

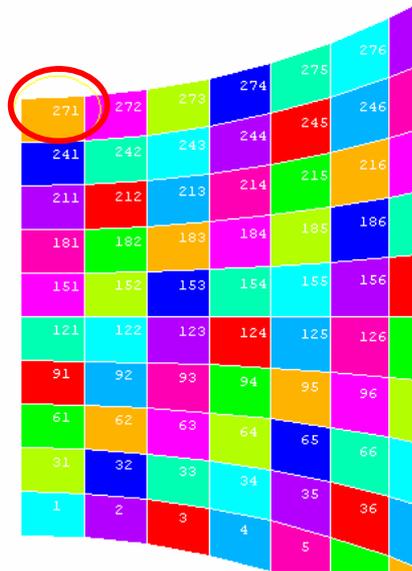


Figure III.10 Position de l'élément 271

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau III.3.

Tableau III.3. Détermination de la zone critique

$F_a (N)$	$P_{max}$ MPa	$\xi_a$ MPa	$\sigma_{EQ} (MPa)$	Elément critique	Obs.
$\sigma_m (MPa)$					
500	232.46	259.47	347.81	271	< 380
100					
600	263.82	331.37	411.62	271	> 380
100					



Figure III.11. Zone critique due au chargement en traction monotone

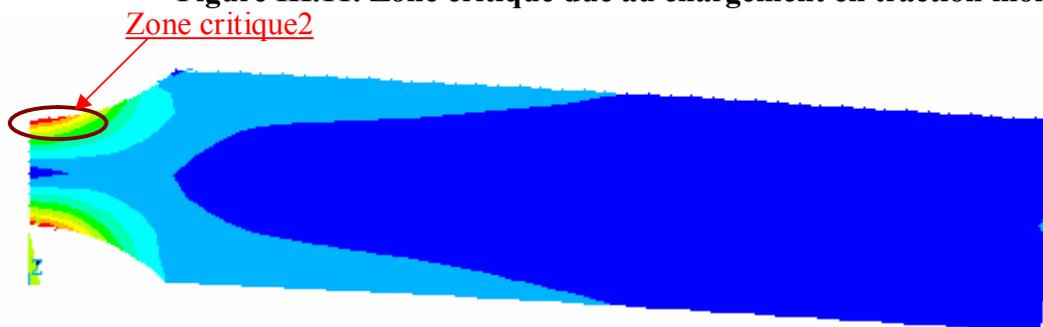


Figure III.12: Zone critique due à la force Fa

D'après les figures III.11 et III.12, on remarque que :

- le champ des contraintes dans la zone critique1 est supérieur à celui dans la zone critique2
- les zones 1 et 2 sont pratiquement confondues (même position des éléments critiques pour les deux types de chargements).

D'après les résultats obtenus par application d'une série des chargements (tableau III.3), on constate que l'élément critique ne change pas de position quelle que soit l'intensité de chargement appliqué.

La figure III.13 montre plus clairement la position de l'élément critique en l'occurrence l'élément 271.

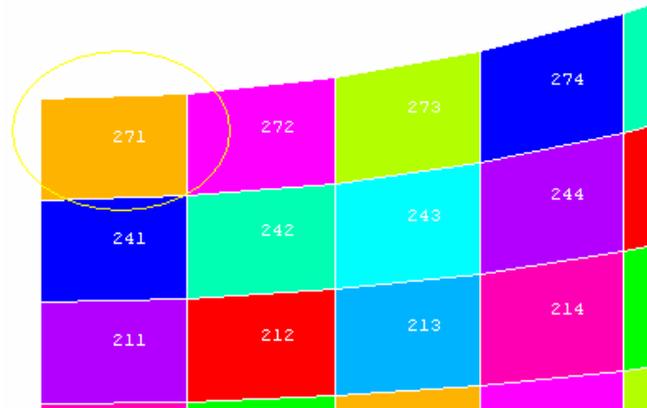


Figure III.13. Position d'élément 271 plus claire

**III.8.5. Raffinement du maillage de la structure :**

Un maillage est la discrétisation d'un milieu continu (structure) en éléments finis, pour déterminer le champ de contrainte.

Afin de raffiner et d'optimiser le maillage, nous procédant de la manière suivante:

- 1-Augmentation du nombre d'élément finis en diminuant leurs tailles [15].
- 2-Calcul du champ de contraintes et des paramètres de Crossland pour chaque type de taille d'élément.
- 3-Recherche de la convergence des paramètres de Crossland.

Pour notre cas on choisi un chargement pour lequel  $\sigma_m=100$  MPa et  $F_a=600$  N.

Le tableau III.4 présente les résultats obtenus.

**Tableau III.4. Résultats du Raffinement du maillage.**

Ordre	1	2	3	4	5
$P_{max}(MPa)$	263.82	278.18	285	287.7	288.38
$\xi_a(MPa)$	331.37	338.83	353	257.96	359.35
$\sigma_{EQ}(MPa)$	411.62	444.54	461.54	467.28	468.93
Nombre d'éléments	300	1200	5600	10800	14000

### III.8.6. Calcul la durée de vie

Dans le but de déterminer la durée de vie, nous avons élaboré un programme en langage MATLAB. L'organigramme de ce programme est montré sur la figure III.5.

Le tableau III.5 résume les valeurs de la durée de vie et des paramètres de Crossland pour chaque chargement appliqué ( $\sigma_m, F_a$ ).

**Tableau III.5. Chargements appliqués et résultats obtenus**

$\sigma_m$ (MPa)	$F_a$ (N)	$P_{\max}$ (MPa)	$\xi_a$ (MPa)	$\sigma_{EQ}$ (MPa)	Nombre de cycles (rupture)
60	600	254.5513	353.1118	449.5358	H.D
	500	219.8208	294.2599	377.5280	64310
	400	185.0903	235.4079	305.5201	Illimitée
	300	150.3598	176.5559	233.5122	Illimitée
	200	115.6293	117.7039	161.5043	Illimitée
100	600	285.3301	353.1118	461.1949	H.D
	500	250.5996	294.2599	389.1870	50220
	400	215.8691	235.4079	317.1791	4099270
	300	181.1386	176.5559	245.1712	Illimitée
	200	146.4081	117.7039	173.1633	Illimitée
150	600	323.8036	353.1118	475.7687	H.D
	500	289.0731	294.2599	403.7608	H.D
	400	254.3426	235.4079	331.7529	453880
	300	219.6121	176.5559	259.7450	Illimitée
	200	184.8817	117.7039	187.7371	Illimitée
200	600	362.2772	353.1118	490.3424	H.D
	500	327.5467	294.2599	418.3346	H.D
	400	292.8162	235.4079	346.3267	180420
	300	258.0857	176.5559	274.3188	Illimitée
	200	223.3552	117.7039	202.3109	Illimitée
250	600	400.7507	353.1118	504.9162	H.D
	500	366.0202	294.2599	432.9083	H.D
	400	331.2897	235.4079	360.9004	101640
	300	296.5593	176.5559	288.8926	Illimitée
	200	261.8288	117.7039	216.8847	Illimitée
300	600	439.2243	353.1118	519.4900	H.D

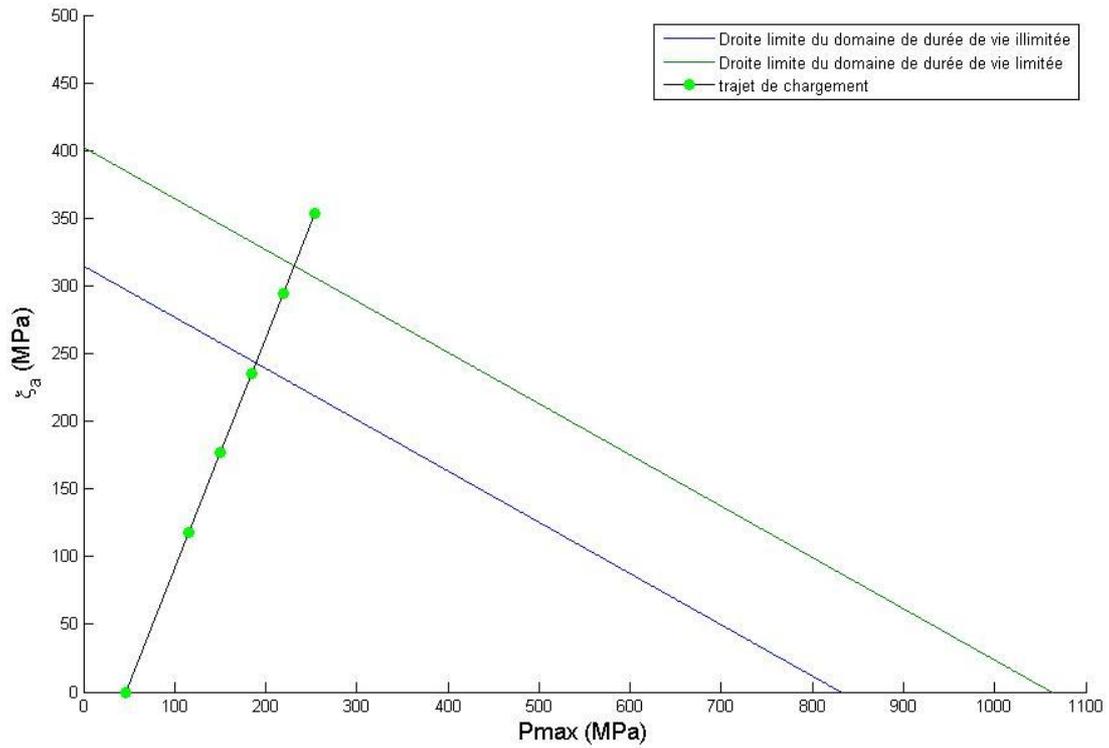
	500	404.4938	294.2599	447.4821	H.D
	400	369.7633	235.4079	375.4742	67530
	300	335.0328	176.5559	303.4663	Illimitée
	200	300.3023	117.7039	231.4585	Illimitée
350	600	477.6978	353.1118	534.0638	H.D
	500	442.9673	294.2599	462.0559	H.D
	400	408.2369	235.4079	390.0480	49400
	300	373.5064	176.5559	318.0401	3220350
	200	338.7759	117.7039	246.0322	Illimitée

L'analyse de la durée de vie nous permet de distinguer trois domaines :

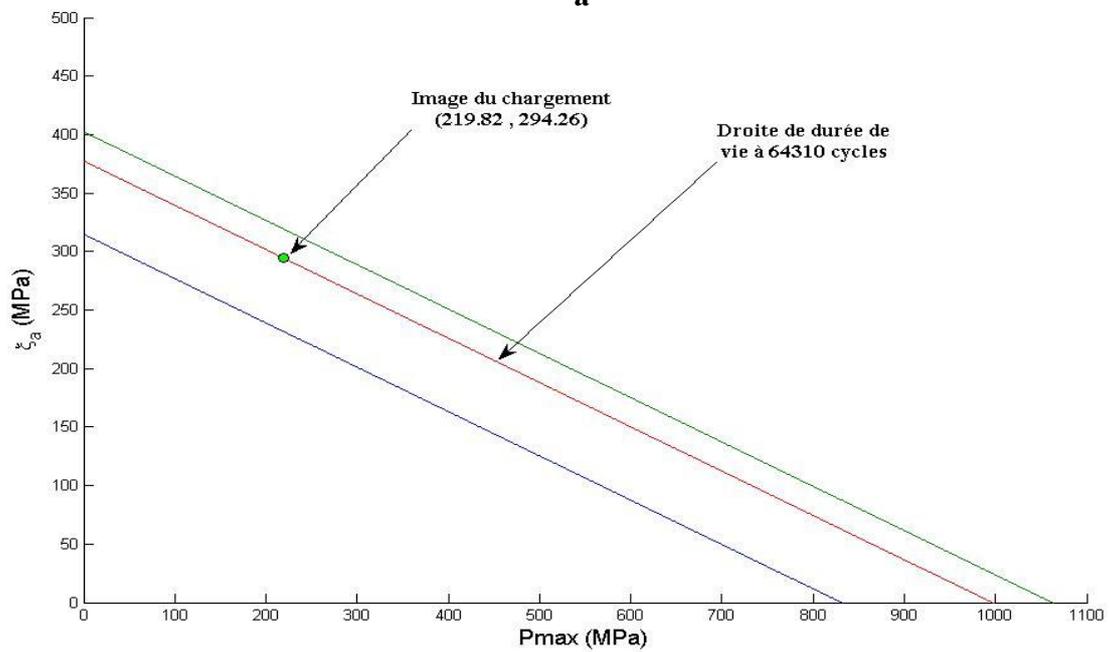
- 1- durée de vie inférieure à 39810 cycles, on note ce type de chargement (Hors Domaine : «H.D ») ceci relève probablement du domaine de fatigue oligocyclique.
- 2-durée de vie est limitée entre 39810 cycles et  $10^7$  cycles, on note ce type de chargement " limitée". La valeur de contrainte équivalente est située dans le domaine limité.
- 3-durée de vie est illimitée si elle est supérieure à  $10^7$  cycles, on note ce type de chargement " illimité".

#### **II.8.7. Présentation graphique des résultats :**

La durée de vie dans le cas d'une sollicitation de traction statique superposée à une flexion alternée est présentée graphiquement dans les figures III.14 à III.20. Ces figures montrent les droites limites des domaines à durées limitée et illimitée ainsi que les trajets de chargement. Chaque trajet de chargement peut être représenté par un point critique indiquant la charge maximale au cours d'un cycle. Nous appelons ce point "image de chargement". Pour un chargement donné relatif à un couple  $(\sigma_m, F_a)$ , on détermine dans un premier temps "l'image de chargement". Ensuite on cherche la droite du critère de Crossland qui passe par ce point. Enfin, on déduit la durée de vie correspondante à ce chargement par la relation III.15.

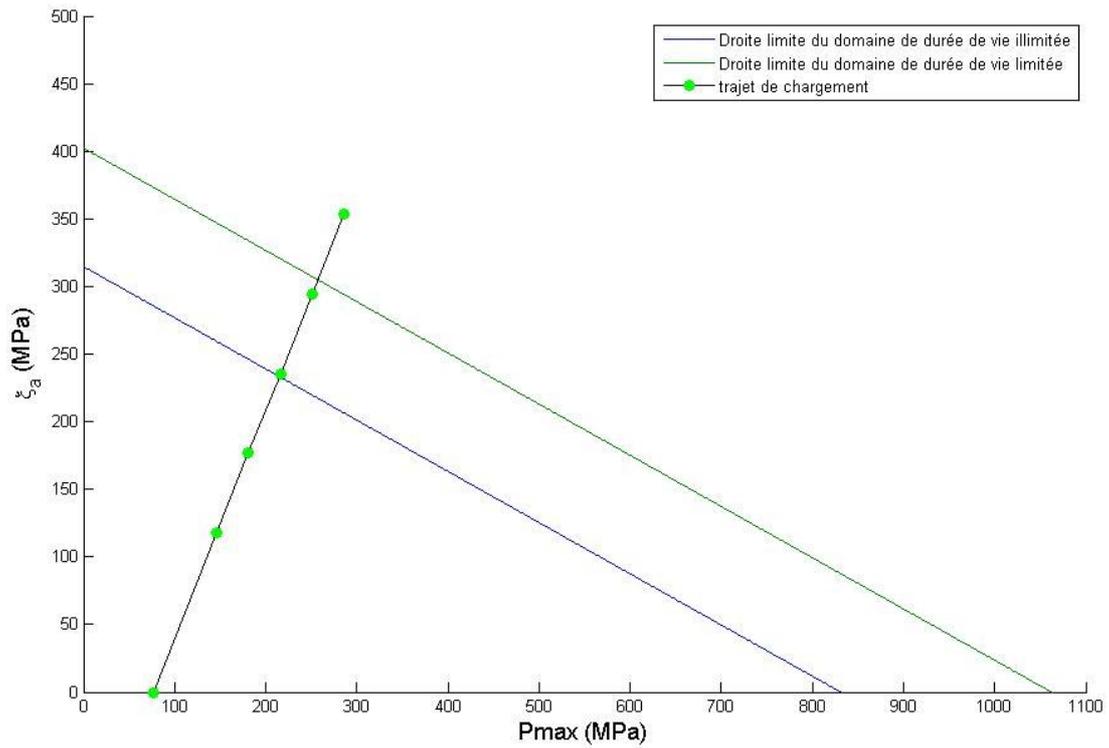


a

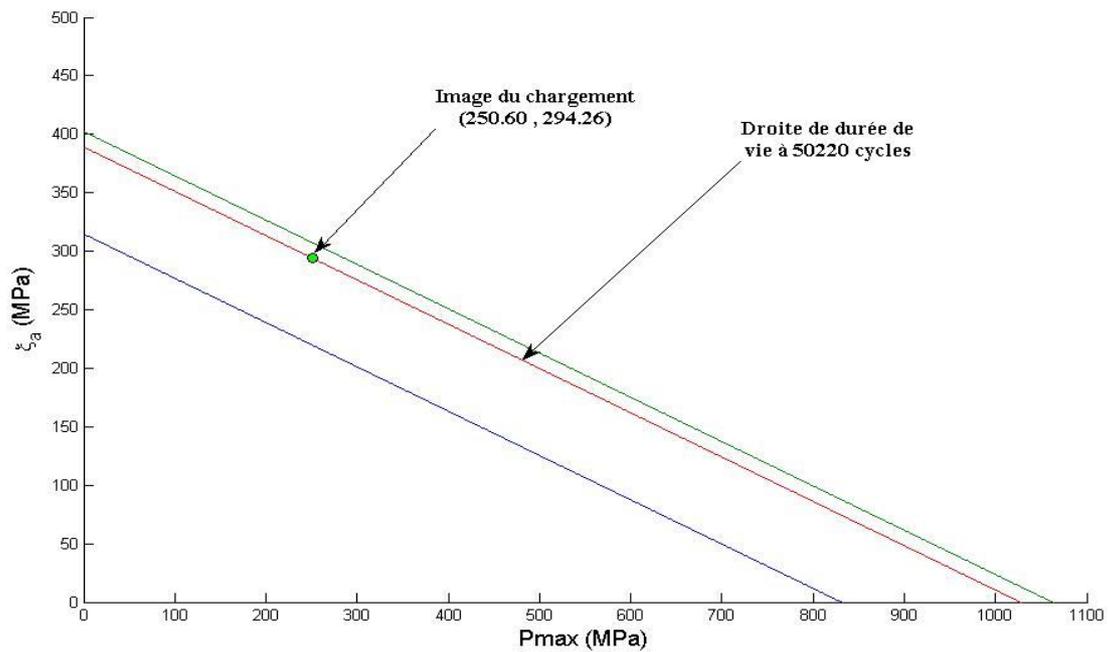


b

Figure III.14. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 60 \text{ MPa}$  (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_a = 500 \text{ N}$ ,  $\sigma_m = 60 \text{ MPa}$  (b).

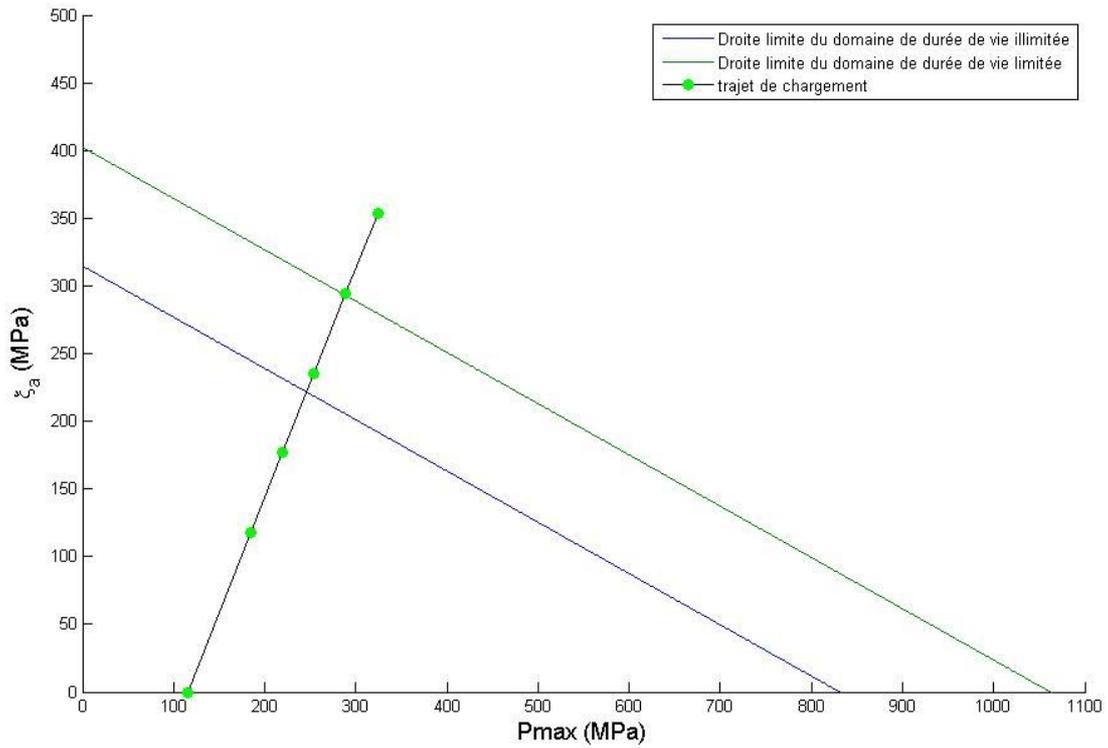


a

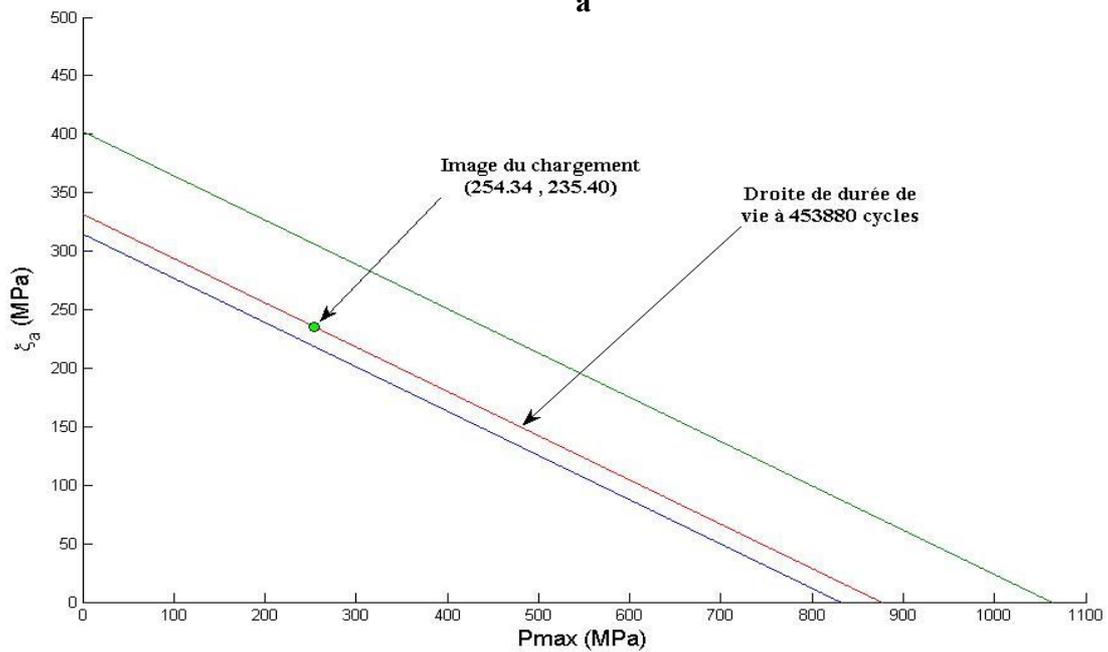


b

Figure III.15. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 100$  MPa (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_a = 500$  N,  $\sigma_m = 100$  MPa (b).

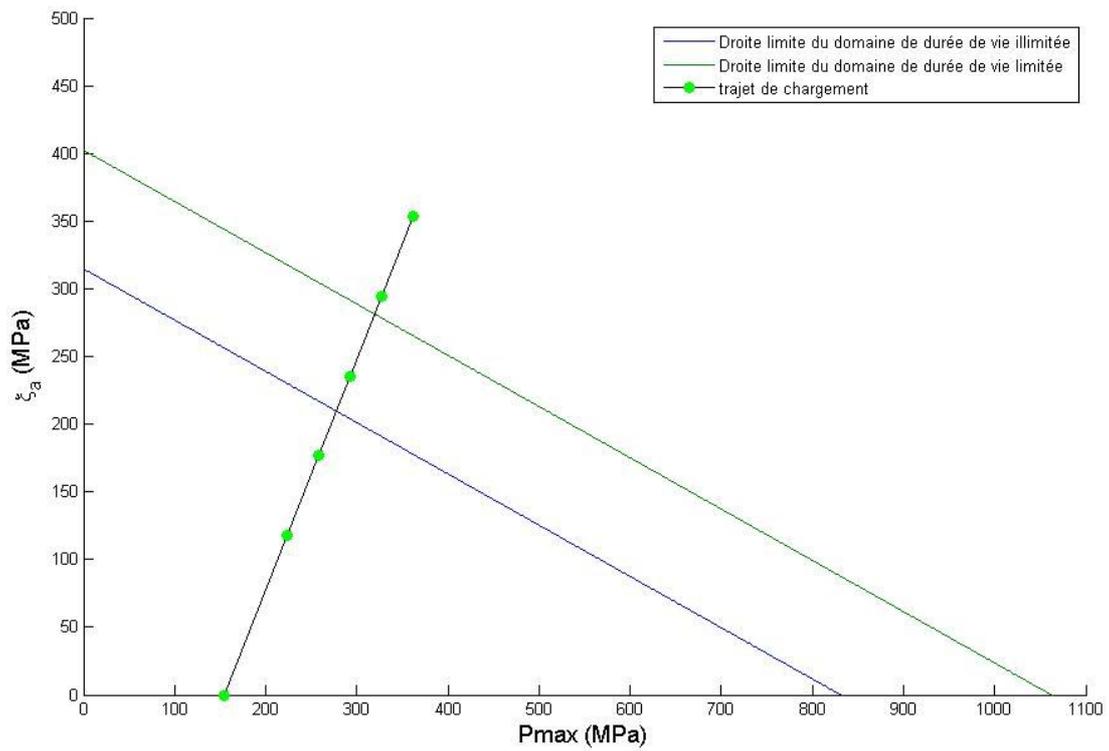


a

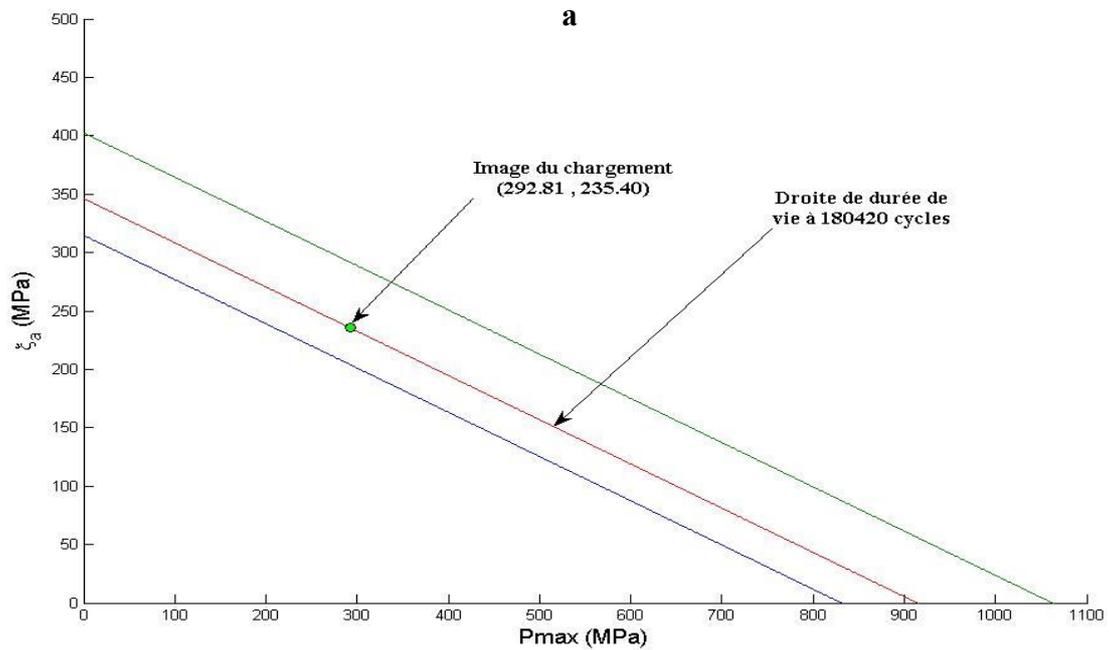


b

Figure III.16. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 150$  MPa (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_a = 400$  N,  $\sigma_m = 150$  MPa (b).

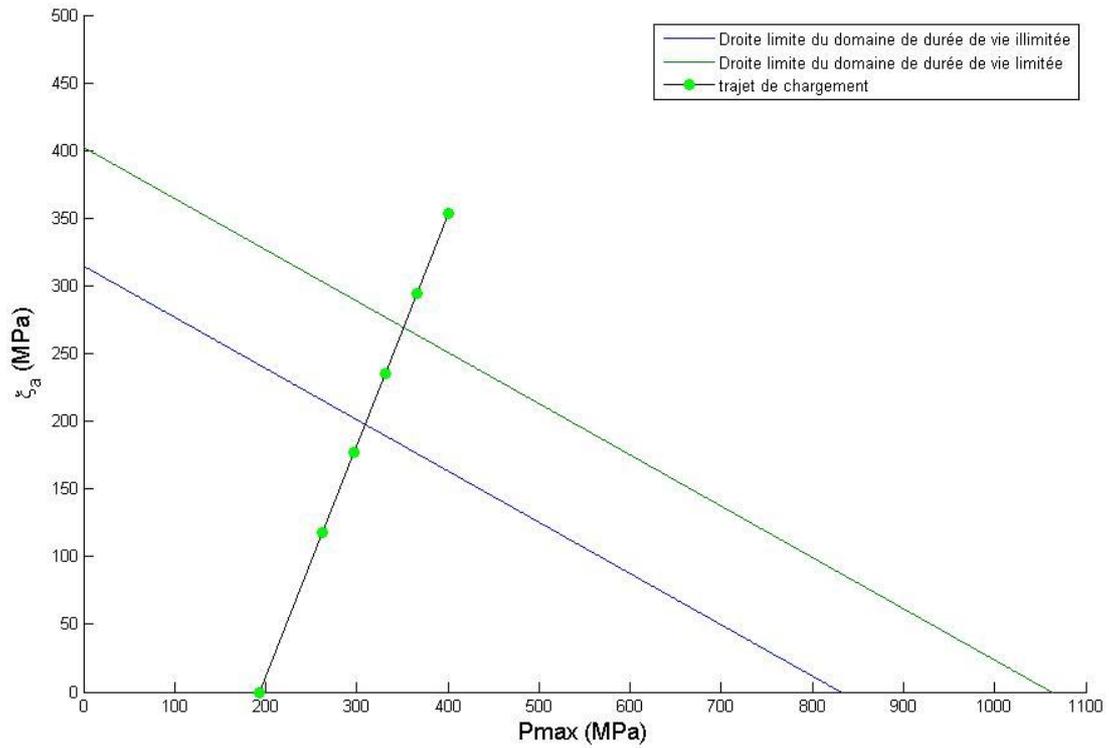


a

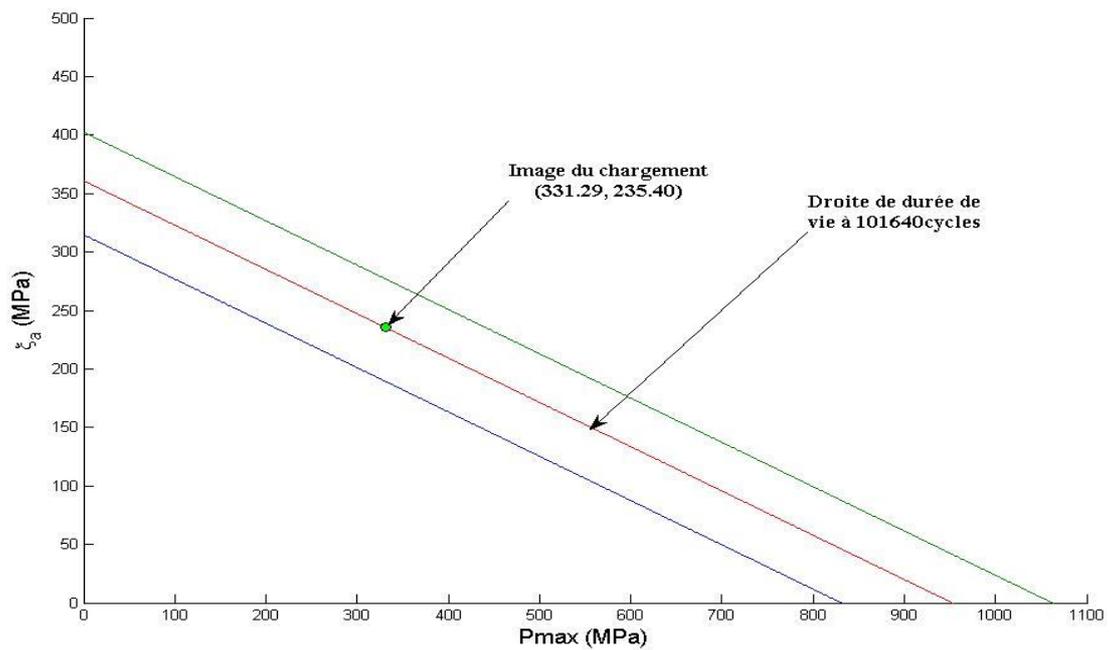


b

Figure III.17. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 200$  MPa (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_a = 400$  N,  $\sigma_m = 200$  MPa (b).

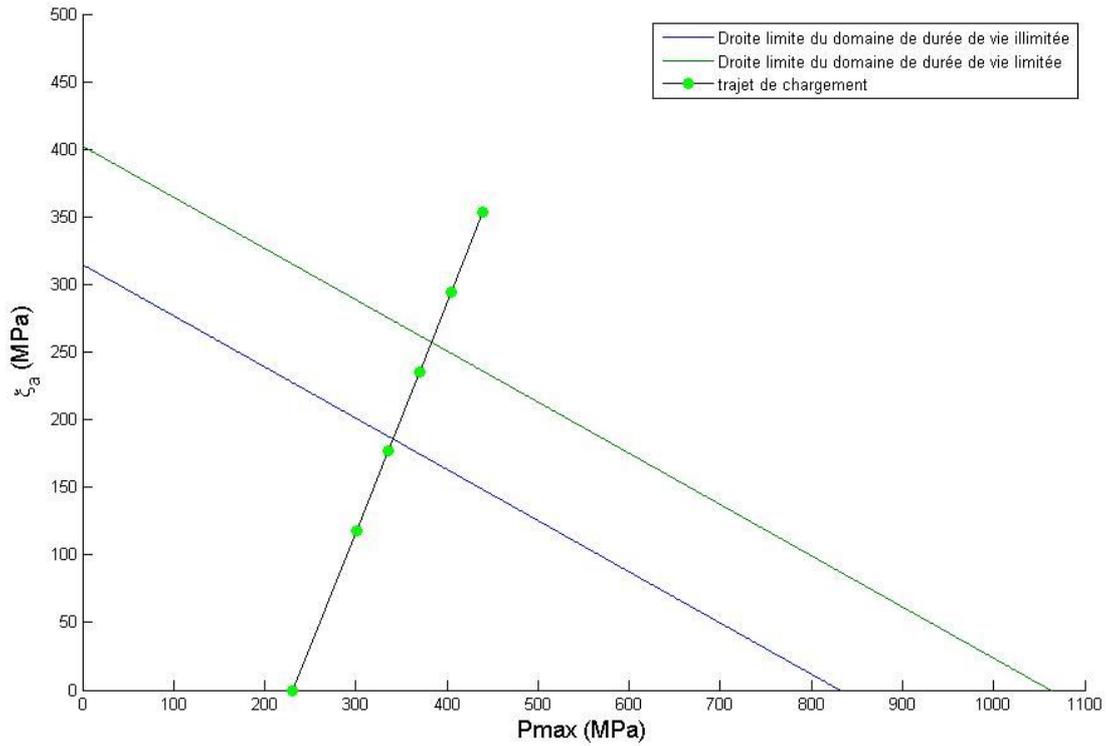


a

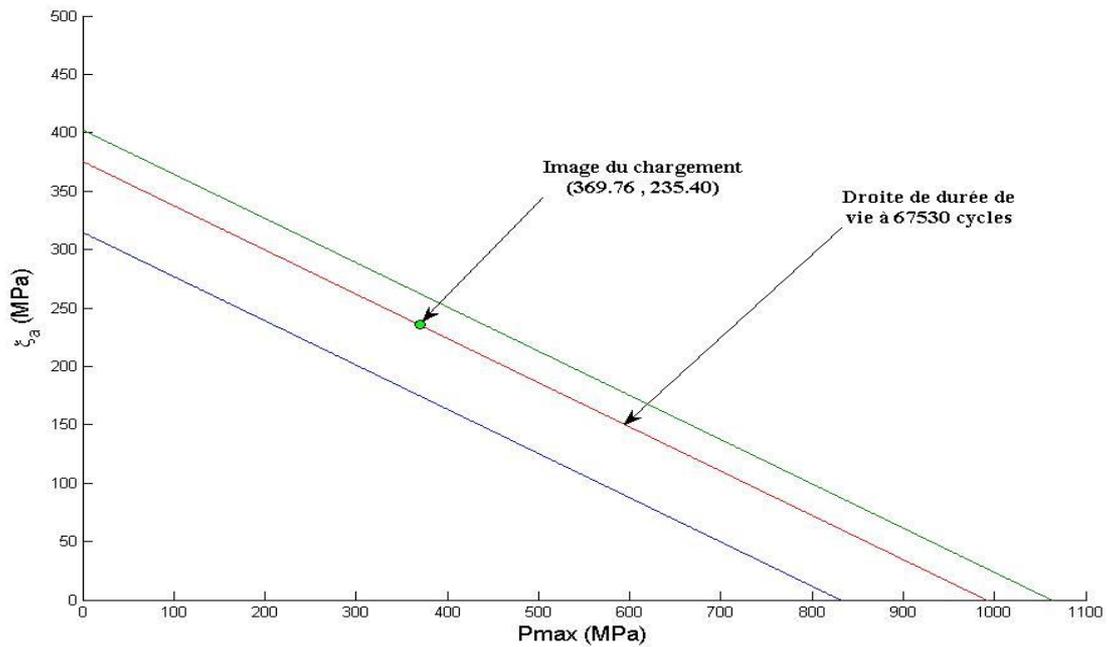


b

Figure III.18. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 250 \text{ MPa}$  (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_a = 400 \text{ N}$ ,  $\sigma_m = 250 \text{ MPa}$  (b).

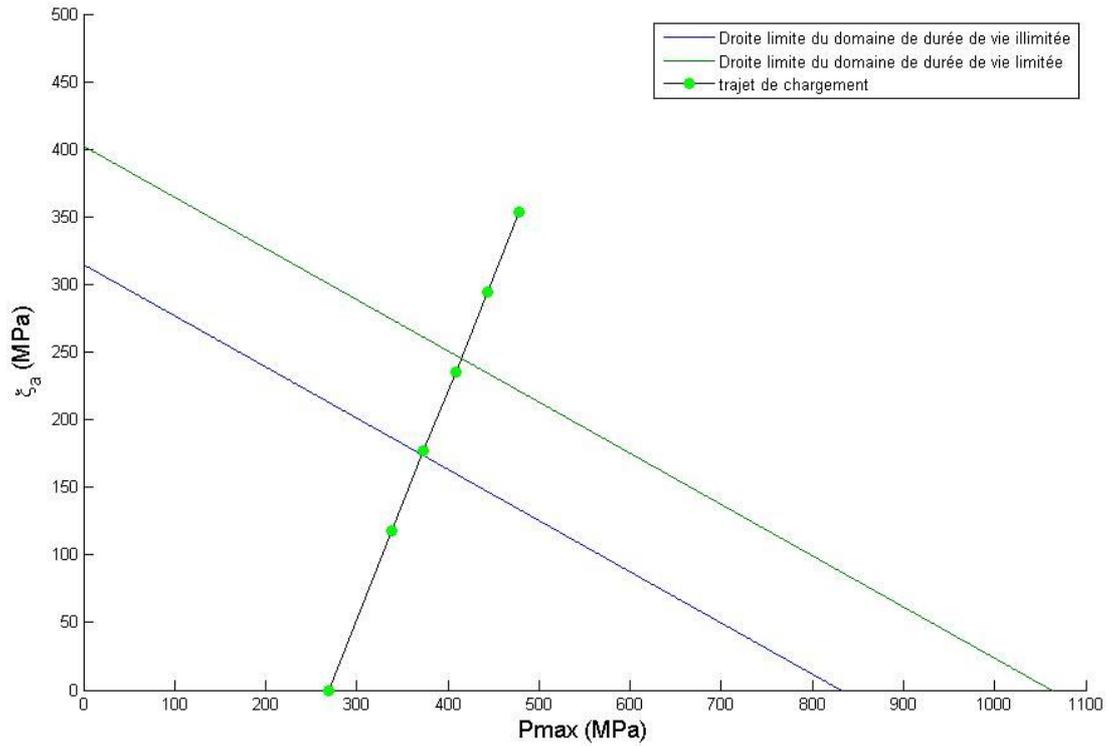


a

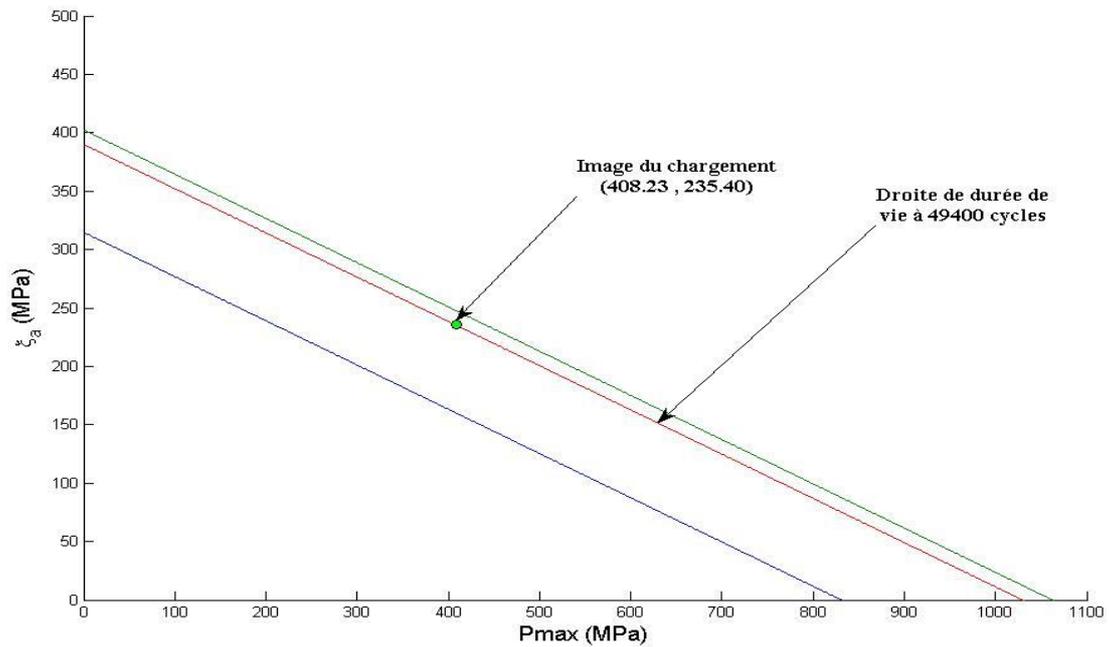


b

Figure III.19. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 300 \text{ MPa}$  (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_a = 400 \text{ N}$ ,  $\sigma_m = 300 \text{ MPa}$  (b).



a



b

Figure III.20. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 350$  MPa (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_a = 400$  N,  $\sigma_m = 350$  MPa (b).

### III.9. Structure sollicitée à une traction statique superposée à une torsion alternée :

#### III.9.1. Epreuve :

La géométrie et les dimensions de l'éprouvette sont montrées sur la figure III.21.

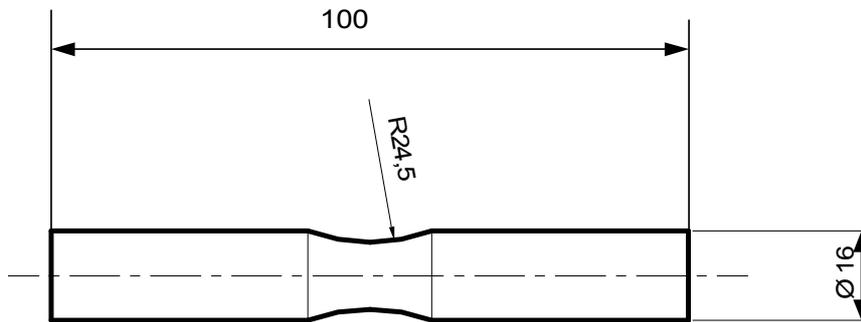


Figure III.21. Géométrie de l'éprouvette 2 [37].

#### III.9.2. Chargement et conditions aux limites :

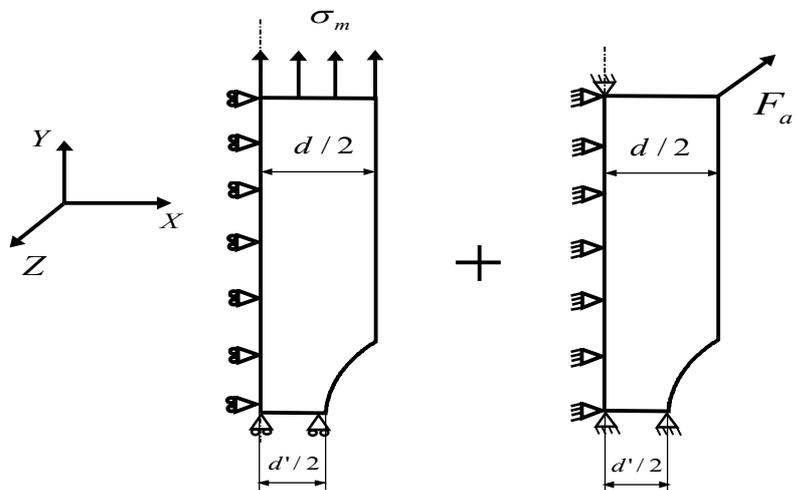


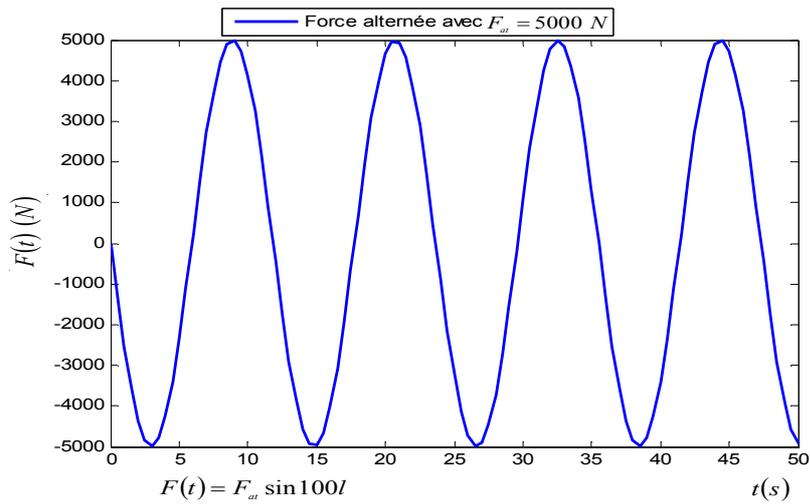
Figure III.22. Modélisation en 2D avec superposition des sollicitations et CL

La figure III.22, montre la superposition des chargements statique et alternée ainsi que les conditions aux limites. L'existence d'une symétrie géométrique et de chargement permet d'utiliser uniquement le quart de l'éprouvette.

Le logiciel Ansys impose les conditions suivantes :

- L'axe y est l'axe de symétrie,
- Les dimensions de la structure suivant l'axe x doivent être positives.
- la force  $F_{at}$  qui provoque le moment de torsion doit être dirigée suivant l'axe z.

La figure III.23 représente la forme du signal de la force alternée  $F(t)$ .



**Figure III.23. Forme du signal de la force de torsion**

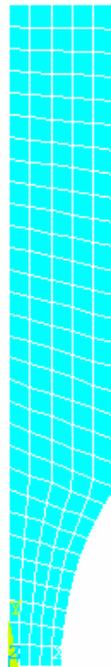
La force  $F(t)$  qui provoque un couple de torsion est donnée par la formule suivante (III.17).

$$F(t) = F_{at} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (N) \dots\dots\dots(III.17)$$

**III.9.3. Maillage :**

Nous avons opté pour un maillage ordonné avec des éléments un type d'élément à 8 nœuds (plane 83).

Le maillage grossier de l'éprouvette est montré par la figure III.24.



**Figure III.24. Maillage de la structure (Maillage grossier).**

**III.9.4. Détermination de la zone critique :**

De la même façon que précédemment, on applique une série de chargement en variant la force alternée de torsion et en fixant la contrainte de monotone traction. La zone critique est colorée en rouge (figures III.25 et III.26).

Le tableau III.6 résume la position de l'élément critique pour différents couples de chargement ( $F_{at}, \sigma_m$ )

**Tableau III.6. Détermination de la zone critique**

$F_{at} (N)$	$P_{max} (MPa)$	$\xi_a (MPa)$	$\sigma_{EQ} (MPa)$	Elément critique
$\sigma_m (MPa)$				
5000	146.07	353.99	409.5	5
100				
4000	146.07	283.19	338.7	5
100				
6000	143.69	409.51	464.12	5
100				

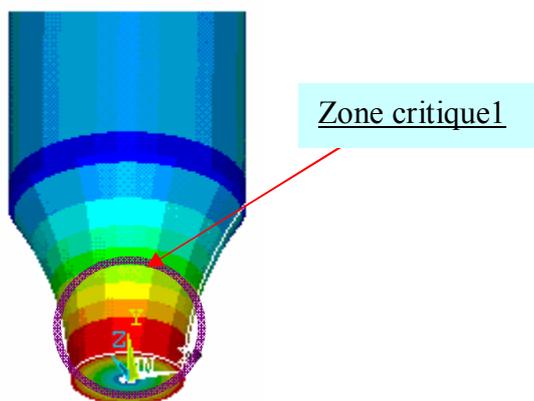


Figure III.25. Zone critique du à l'application de  $F_{at}$

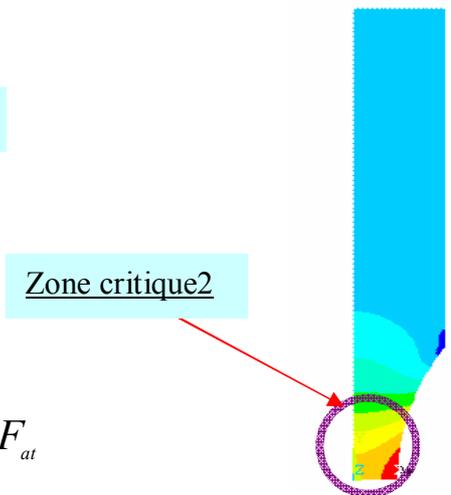


Figure III.26. Zone critique due à la contrainte moyenne de traction

D'après le tableau III.6, les figures III.25 et III.26, montrent que :

- quelque soit la valeur du chargement appliqué l'élément critique ne change pas de position,
- le champ de contraintes de la zone critique1 est supérieur à celui de la zone critique2,
- les zones 1 et 2 sont pratiquement confondues (même position des éléments critiques pour les deux types de chargements).

La figure III.27 montre la position de l'élément critique (élément 5).

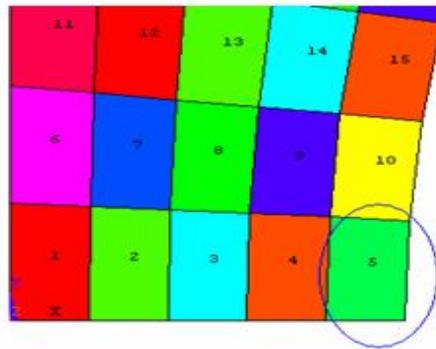


Figure III.27 Position de l'élément « 5 »

**III.9.5. Raffinement du maillage de la structure:**

Nous procédons de la même manière que précédemment afin de déterminer le maillage optimale Pour ce faire on considère le chargement pour lequel,  $\sigma_m=100$  MPa et  $F_{at}=5000$  N, et on cherche la convergence des résultats. Le tableau III.7 montre les résultats pour différents maillages. Compte des résultats obtenus nous optons pour un maillage à 2000 éléments.

**Tableau III.7. Résultats du Raffinement du maillage de la structure**

Ordre	1	2	3	4	5
$P_{max}(MPa)$	146.07	147.73	148.42	148.62	148.63
$\xi_a(MPa)$	353.99	379.16	391.37	395.32	395.37
$\sigma_{EQ}(MPa)$	409.5	435.3	447.77	451.8	451.85
Nombre d'éléments	521	600	2000	3900	4200

**III.9.6. Calcul de durée de vie :**

On applique la même procédure pour déterminer la durée de vie. On fixe la contrainte moyenne et on varie la force alternée. La durée de vie est calculée par l'équation (III.15). Le tableau III.8 résume les résultats obtenus.

Tableau III.8. Chargements appliqués et résultats obtenus

$\sigma_m$ (MPa)	$F_{at}$ (N)	$P_{max}$ (MPa)	$\xi_a$ (MPa)	$\sigma_{EQ}$ (MPa)	Nombre de cycles (rupture)
60	5000	89.0529	391.3696	425.1029	H.D
	4000	89.0529	313.0957	346.8289	176180
	3000	89.0529	234.8218	268.5550	Illimitée
	2000	89.0529	156.5479	190.2811	Illimitée
	1000	89.0529	78.2739	112.0071	Illimitée
	0	89.0529	0	33.7332	Illimitée
100	5000	148.4214	391.3696	447.5917	H.D
	4000	148.4214	313.0957	369.3177	79110
	3000	148.4214	234.8218	291.0438	Illimitée
	2000	148.4214	156.5479	212.7699	Illimitée
	1000	148.4214	78.2739	134.4960	Illimitée
	0	148.4214	0	56.2220	Illimitée
150	5000	222.6321	391.3696	475.7027	H.D
	4000	222.6321	313.0957	397.4288	43250
	3000	222.6321	234.8218	319.1548	2457600
	2000	222.6321	156.5479	240.8809	Illimitée
	1000	222.6321	78.2739	162.6070	Illimitée
	0	222.6321	0	84.3331	Illimitée
200	5000	296.8428	391.3696	503.8137	H.D
	4000	296.8428	313.0957	425.5398	H.D
	3000	296.8428	234.8218	347.2658	172590
	2000	296.8428	156.5479	268.9919	Illimitée
	1000	296.8428	78.2739	190.7180	Illimitée
	0	296.8428	0	112.4441	Illimitée
250	5000	371.0535	391.3696	531.9247	H.D
	4000	371.0535	313.0957	453.6508	H.D
	3000	371.0535	234.8218	375.3769	67690
	2000	371.0535	156.5479	297.1029	Illimitée
	1000	371.0535	78.2739	218.8290	Illimitée
	0	371.0535	0	140.5551	Illimitée
400	5000	593.6857	391.3696	616.2578	H.D
	4000	593.6857	313.0957	537.9838	H.D
	3000	593.6857	234.8218	459.7099	H.D
	2000	593.6857	156.5479	381.4360	58880
	1000	593.6857	78.2739	303.1621	Illimitée
	0	593.6857	0	224.8881	Illimitée

**Présentation graphique des résultats :**

La durée de vie dans le cas d'une sollicitation de traction statique superposée à une torsion alternée est présentée graphiquement dans les figures III.28 à III.33. Ces figures montrent les droites limites des domaines à durées limitée et illimitée ainsi que les trajets de chargement. De la même façon que précédemment le trajet de chargement peut être représenté par un point

critique indiquant la charge maximale au cours d'un cycle. Pour un chargement donné par un couple  $(\sigma_m, F_{at})$ , on calcule d'abord "l'image de chargement". Par la suite on cherche la droite du critère de Crossland qui passe par cette image. Enfin, on détermine la durée de vie correspondante à ce chargement par le biais de la relation III.15.

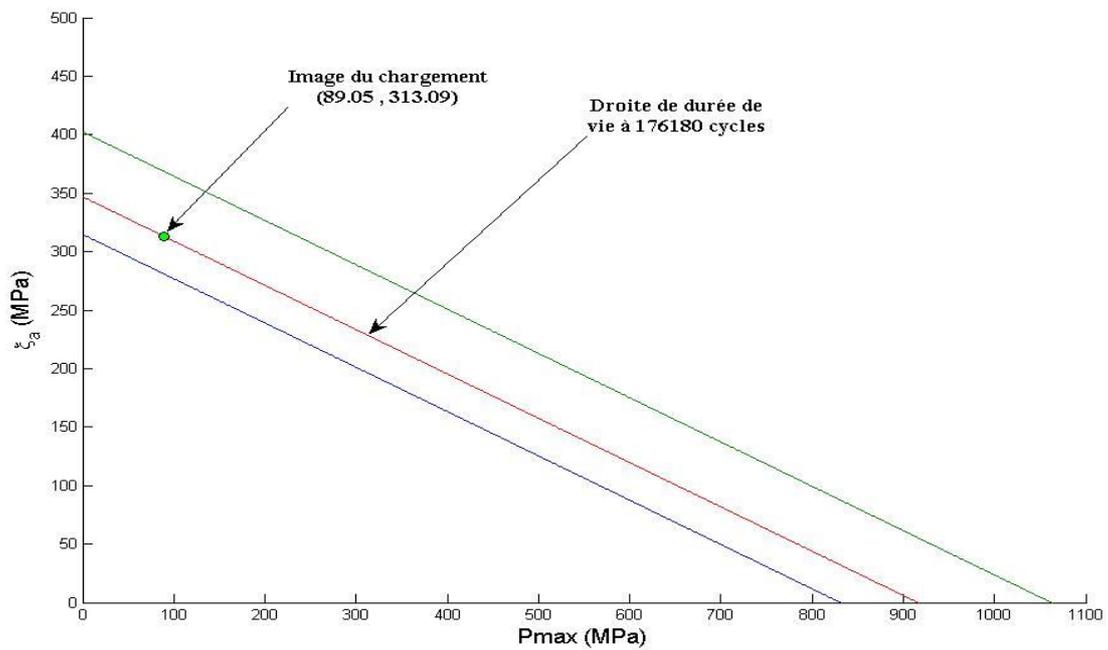
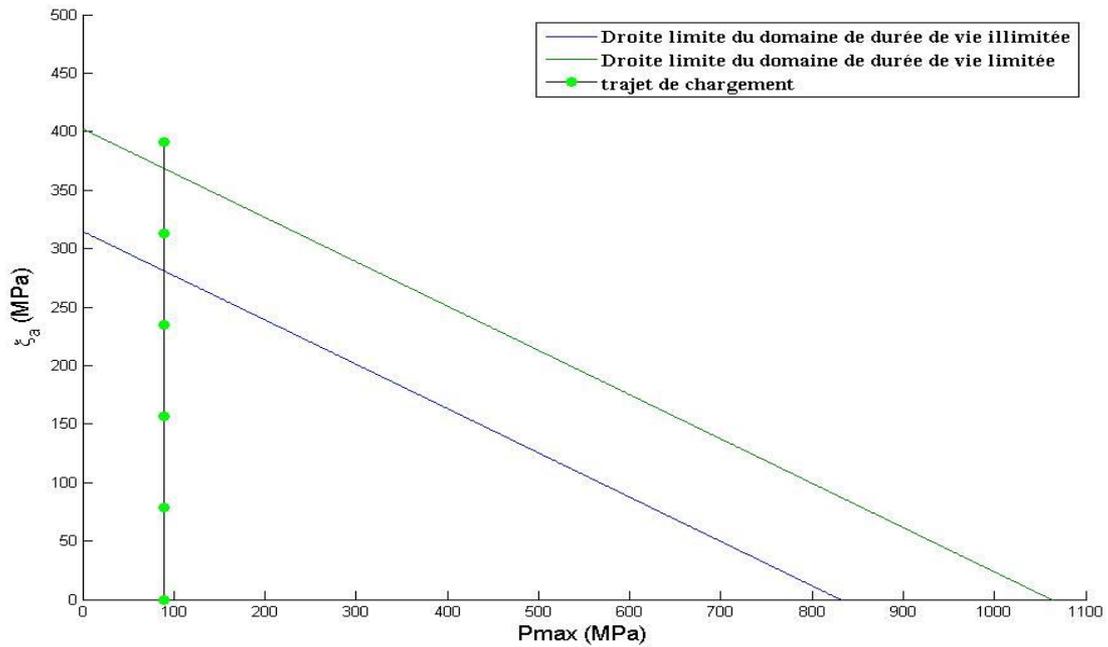


Figure III.28. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 60$  MPa (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_{at} = 4000$  N,  $\sigma_m = 60$  MPa (b).

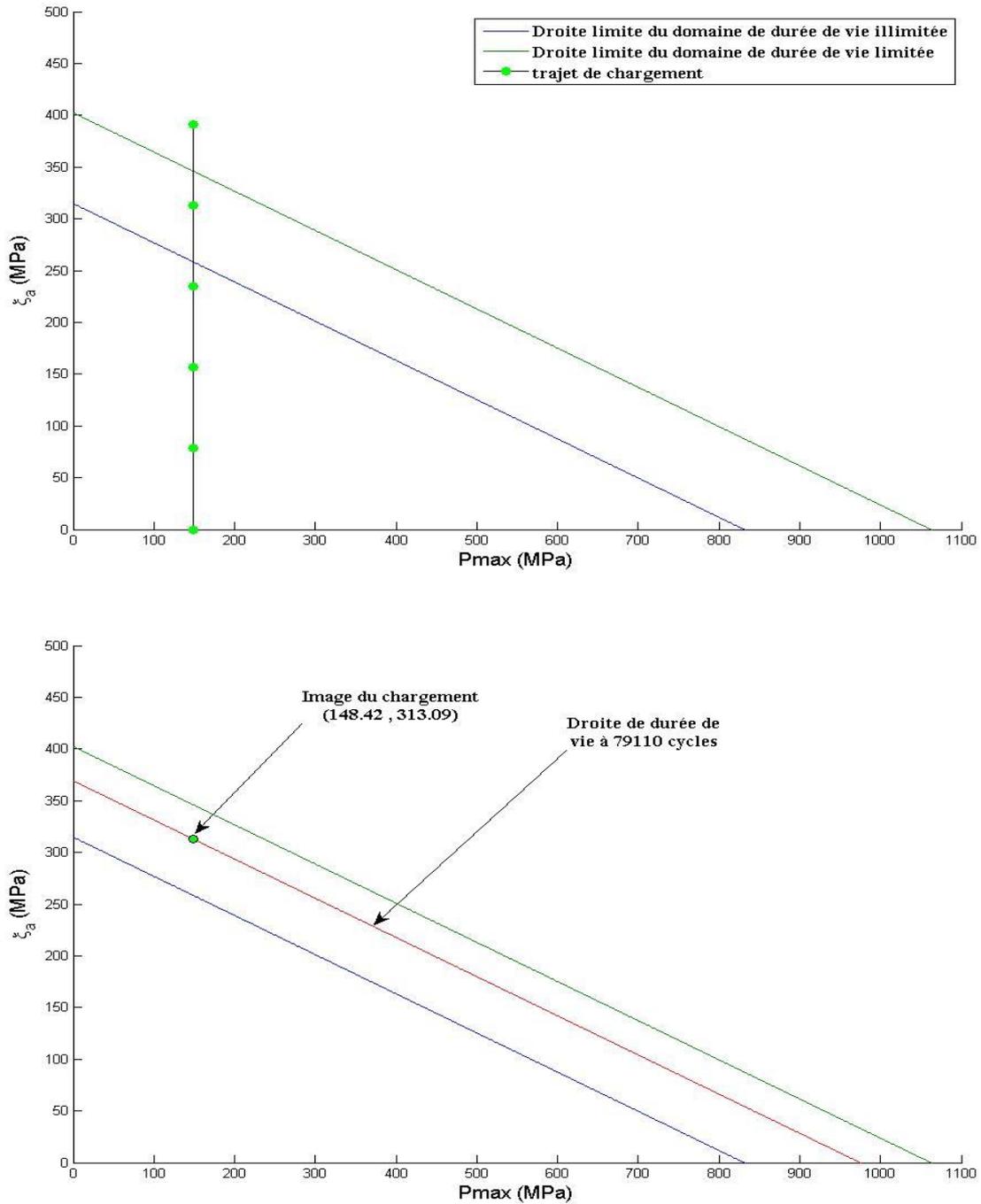


Figure III.29. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 100$  MPa (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_{at} = 4000$  N,  $\sigma_m = 100$  MPa (b).

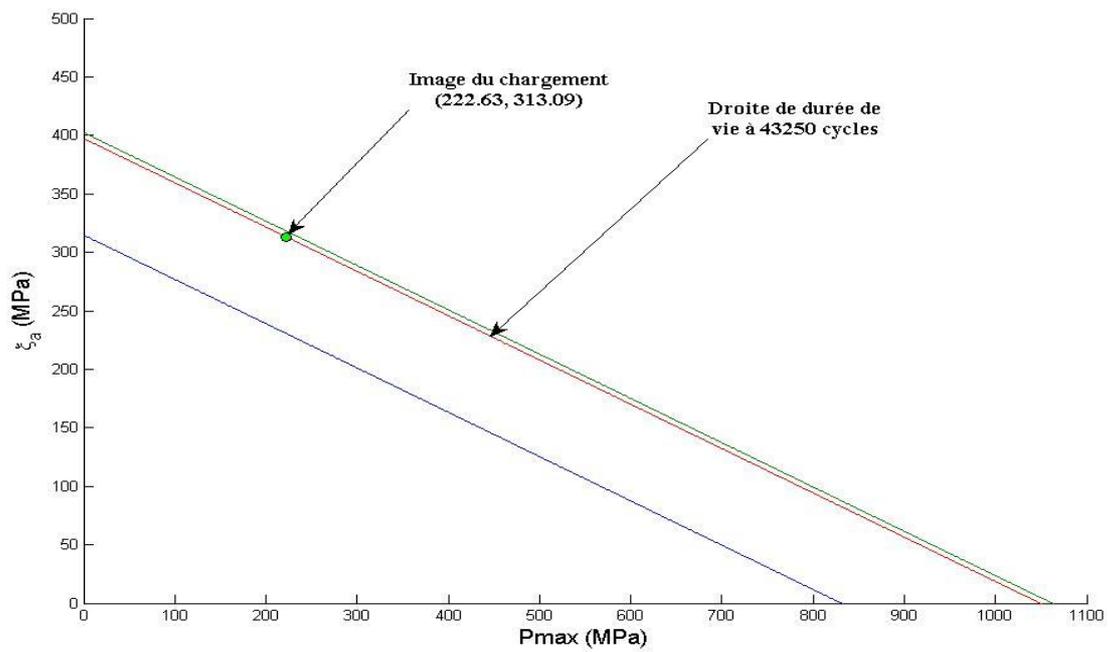
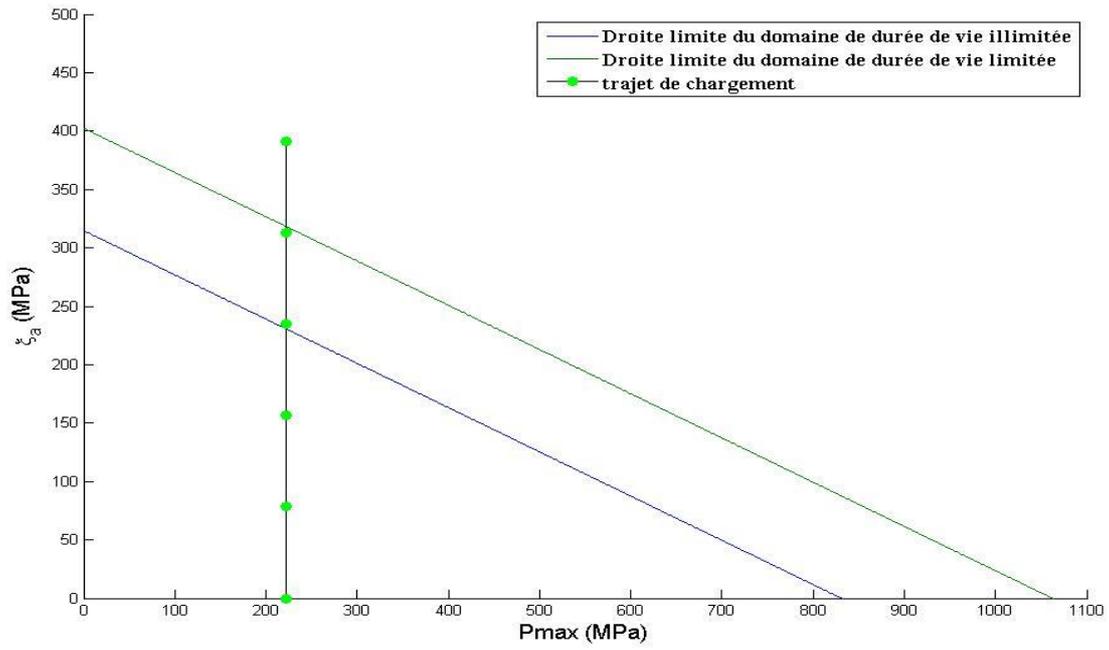


Figure III.30. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 150$  MPa (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_{at} = 4000$  N,  $\sigma_m = 150$  MPa (b).

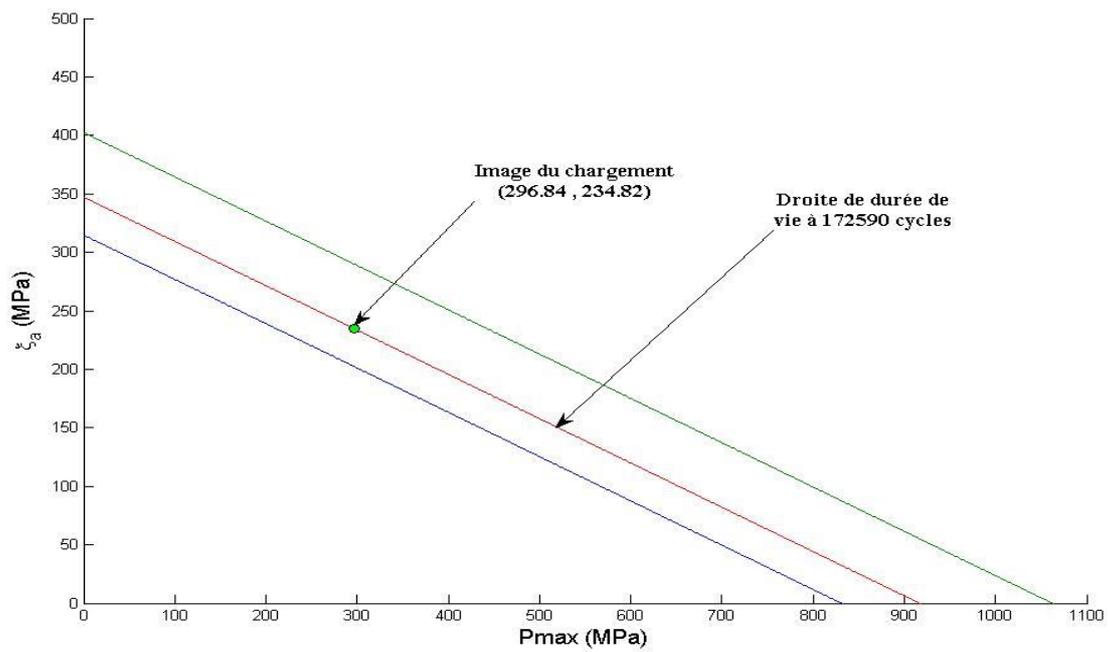
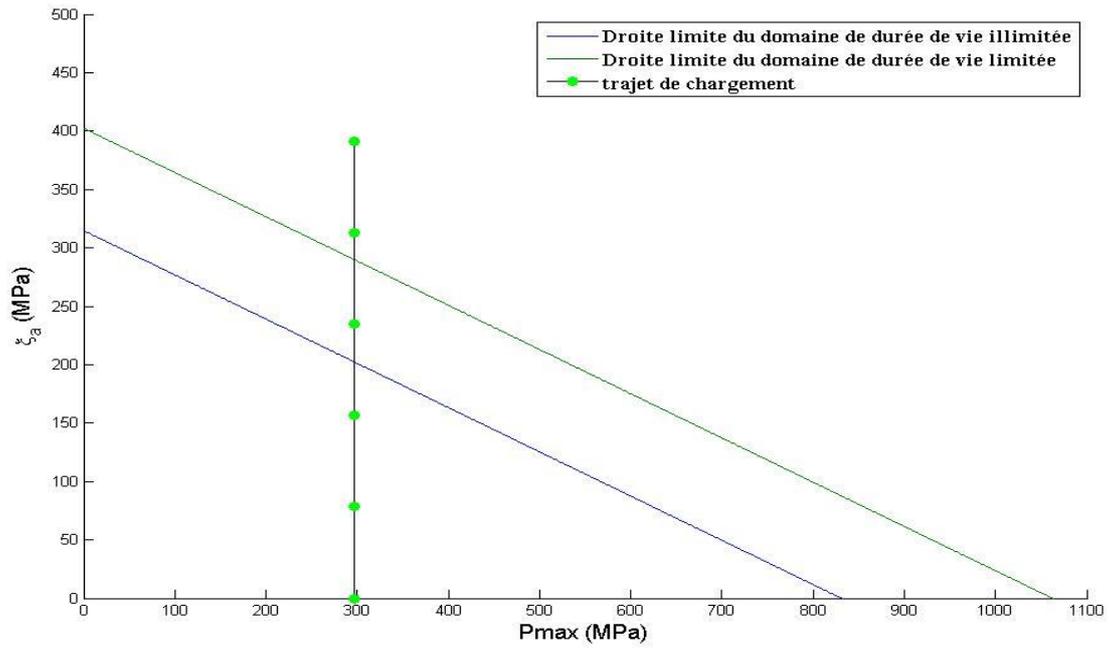


Figure III.31. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 200 \text{ MPa}$  (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_{at} = 3000 \text{ N}$ ,  $\sigma_m = 200 \text{ MPa}$  (b).

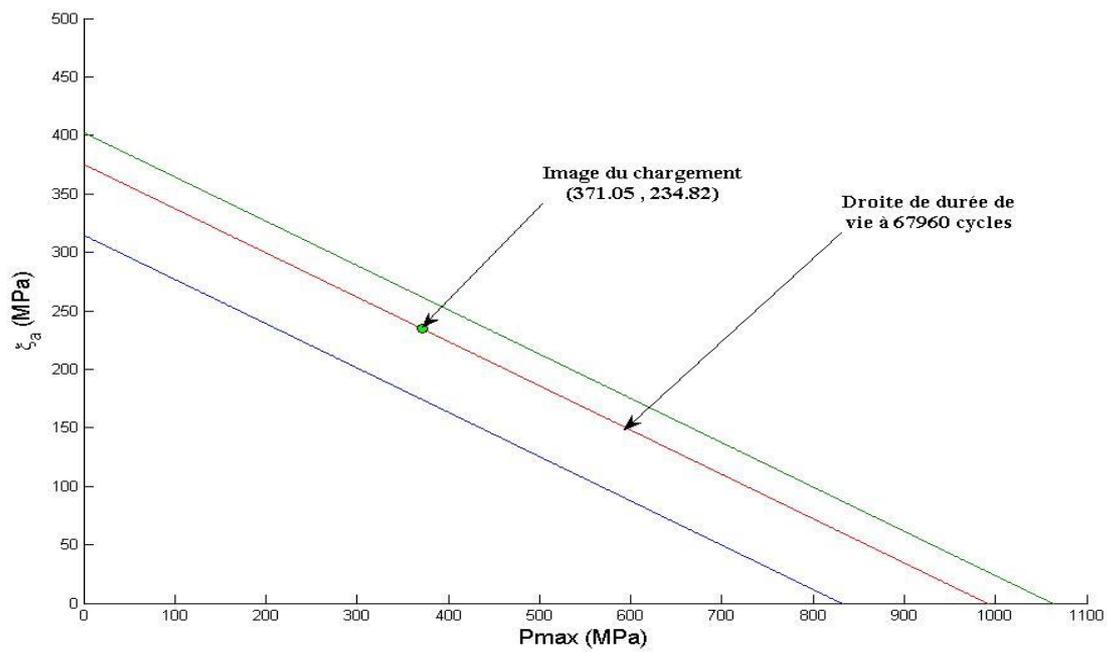
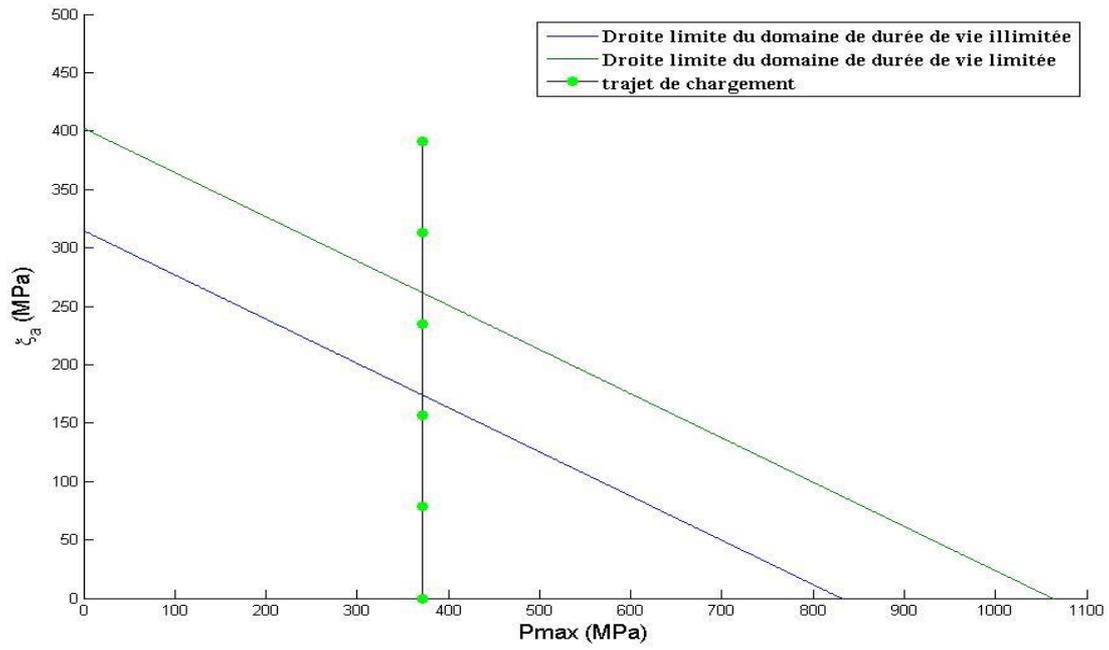


Figure III.32. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 250$  MPa (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_{at} = 3000$  N,  $\sigma_m = 250$  MPa (b).

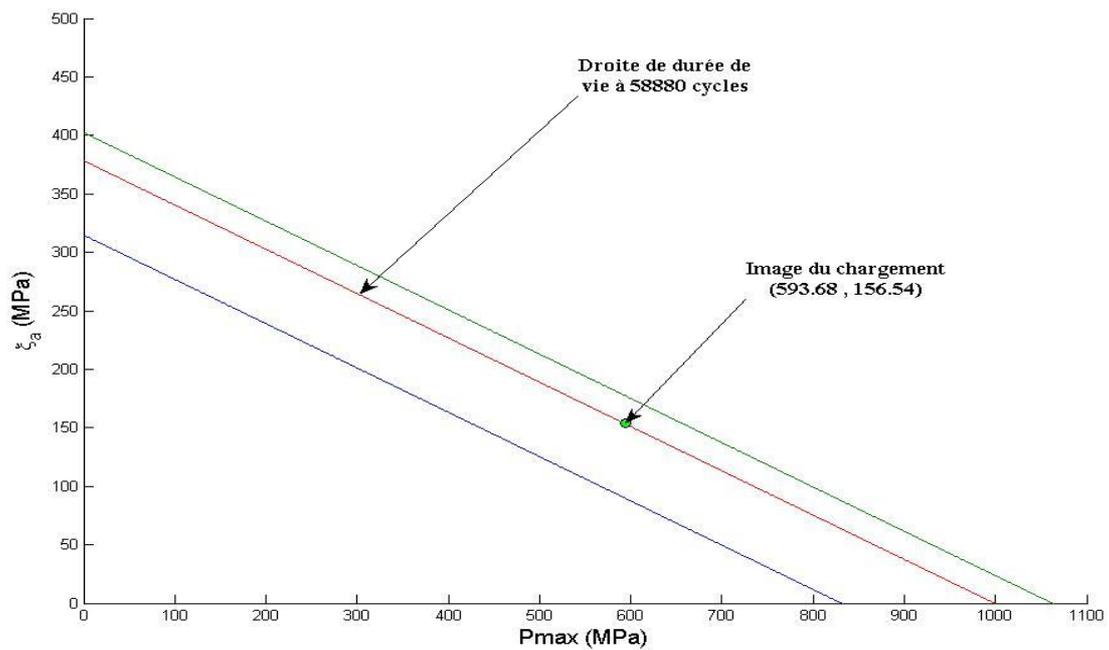
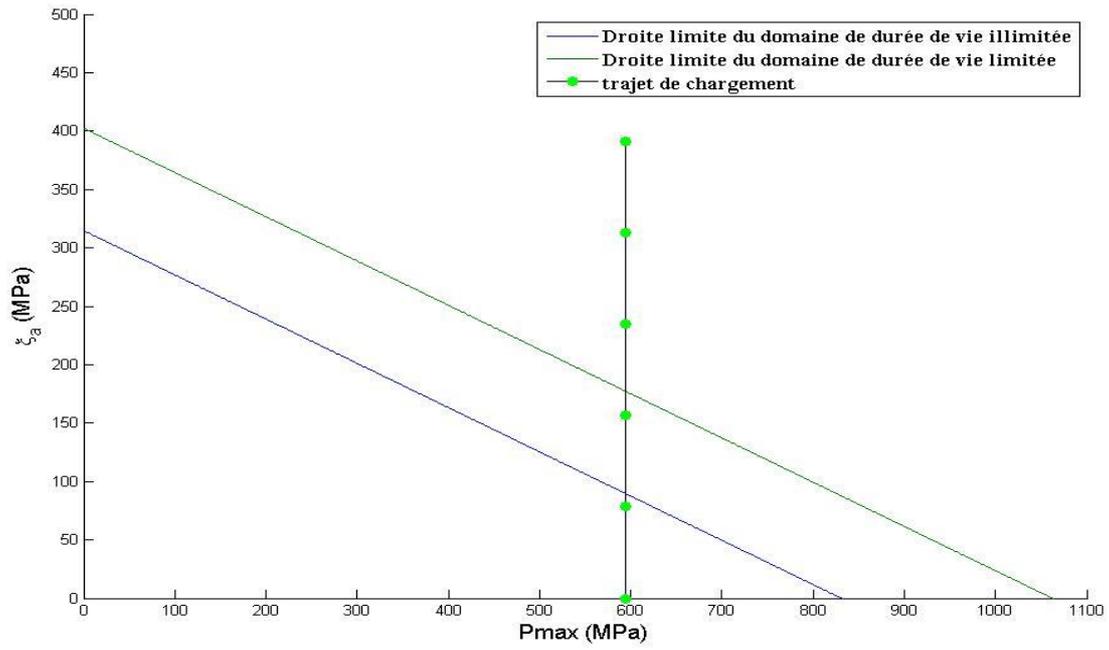


Figure III.33. Diagramme de Crossland : trajet de chargement pour  $\sigma_m = 400$  MPa (a), position de la droite dans le cas d'un chargement  $F_{at} = 2000$  N,  $\sigma_m = 400$  MPa (b).

III.10. Interface Matlab-Ansys

Le programme de calcul qu'on a mis au point nous oblige à créer une interface qui permette aux deux logiciels de communiquer.

III.10.1. Application 1 : structure sollicitée à une traction statique superposé à une flexion alternée.

Elle est constituée en deux étapes :

1<sup>er</sup> étape: consiste à chercher une relation entre la contrainte équivalente de Crossland Seq et la force alternée de flexion Fa tout en gardant la contrainte de traction monotone sm fixe.

2<sup>ème</sup> étape: consiste à chercher une relation entre la contrainte traction monotone et la force alternée de flexion pour un nombre de cycles donné.

L'organigramme du programme de calcul établi est montré sur la figure III.34. Il résume les différentes étapes de calcul.

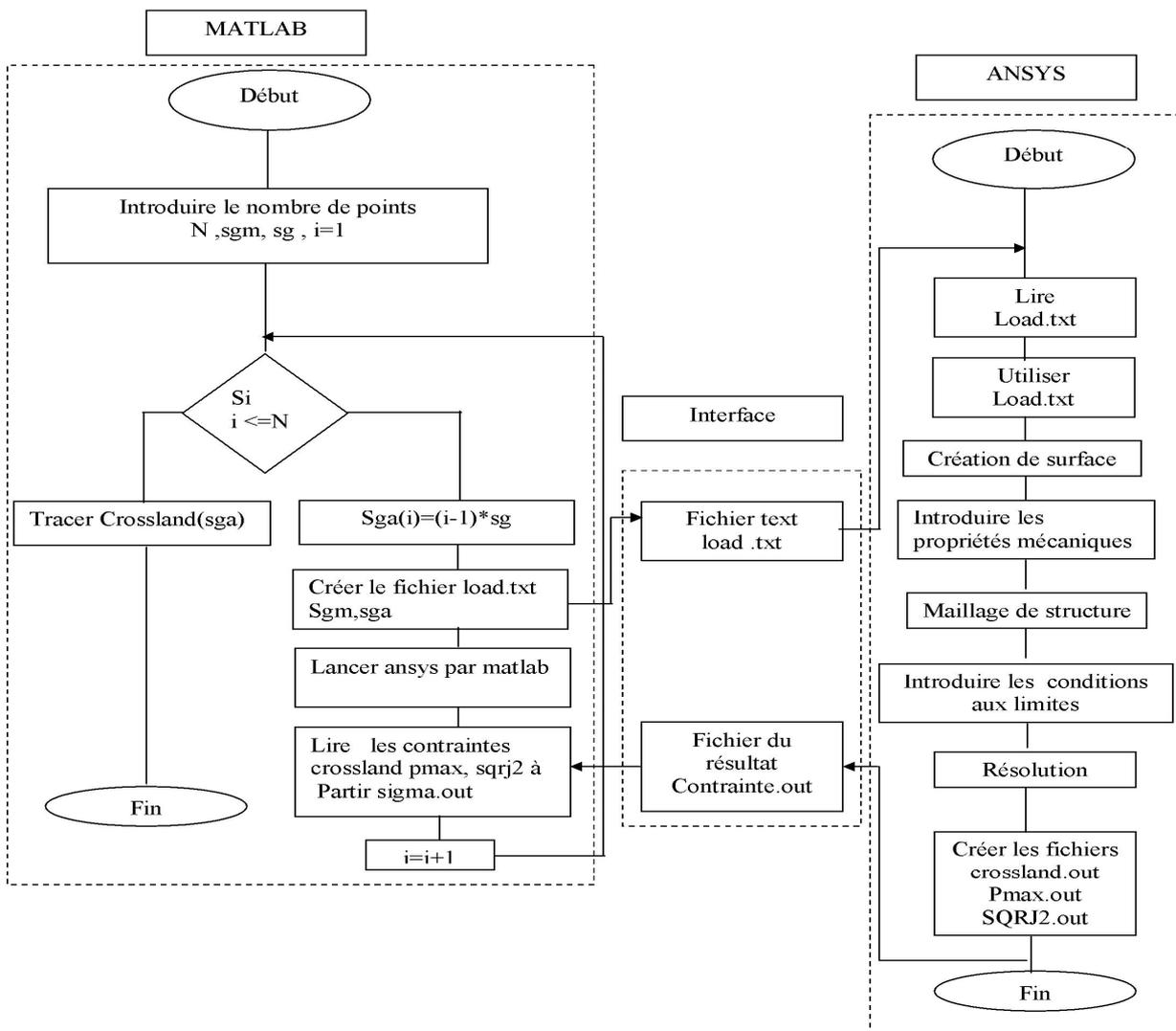


Figure III.34 Organigramme de calcul la contrainte équivalente en fonction de contrainte monotone

III.10.2. Résultats et discussions :

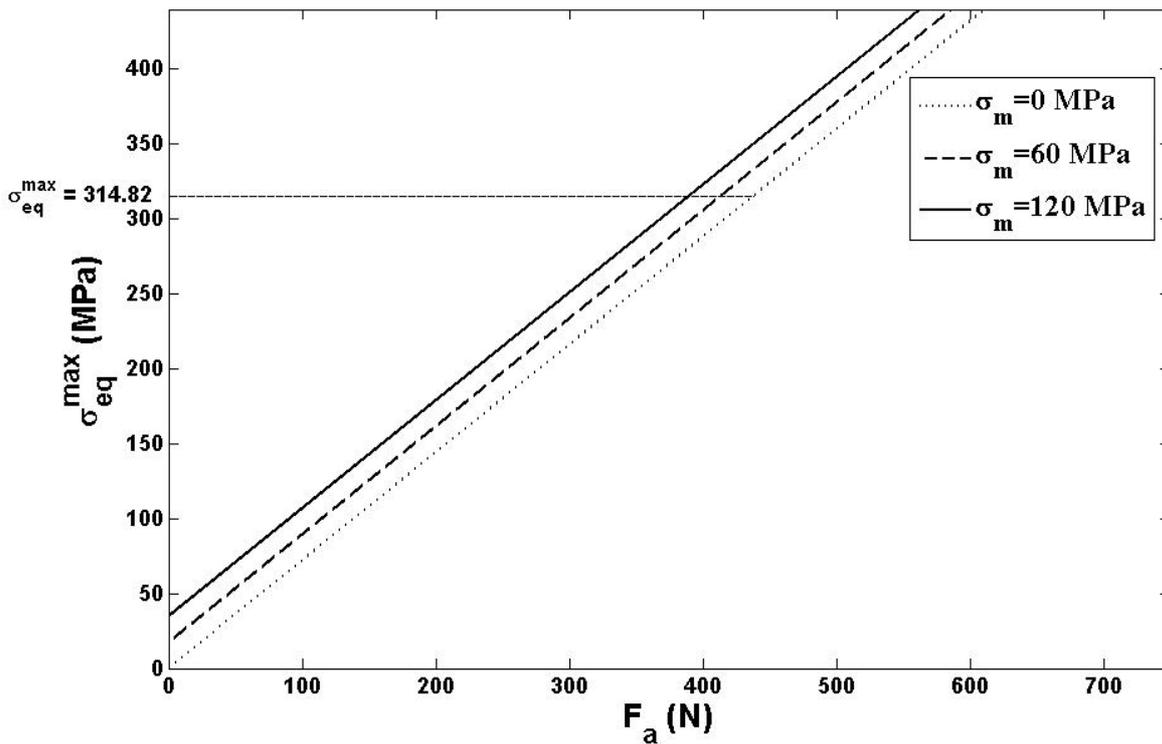


Figure III.35 Contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  en fonction de la force alternée  $F_a$  (flexion) pour différentes valeurs de la contrainte traction monotone  $\sigma_m$ .

On constate que la relation entre la contrainte équivalente de Crossland et la force alternée de flexion est une relation linéaire sous la forme suivante :

$$\sigma_{eq} = \alpha \cdot F_a + \beta \dots\dots\dots (III.18)$$

Les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  obtenues pour les trois contraintes monotones  $\sigma_m$  appliquées sont présentées au tableau III.9 :

Tableau III.9 : Les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  pour différents  $\sigma_m$  appliquées

$\sigma_m$ (MPa)	0	60	120
$\alpha$ ( $m^{-2}$ )	0.72	0.72	0.72
$\beta$ (MPa)	0	17.5	35

D'où la force alternée de flexion  $F_a$ :

$$F_a = \frac{\sigma_{eq} - \beta}{\alpha} \dots\dots (III.19)$$

Alors on obtient :  $F_a = \frac{\sigma_{eq} - \beta}{0.72} \dots (III.20)$

On déduit la relation existante entre  $\beta$  et  $\sigma_m$ .

On pose :

$\gamma = \frac{\sigma_m}{\beta} = 3.428 \dots (III.21)$

D'où  $\beta = \frac{\sigma_m}{\gamma} \dots (III.22)$

Finalement on obtient une relation entre  $F_a$  et  $\sigma_m$  :

$F_a = \frac{\sigma_{eq} - \frac{\sigma_m}{\gamma}}{\alpha} \dots (III.23)$

Par conséquent nous venons de démontrer la linéarité entre la force alternée de flexion  $F_a$  et la contrainte monotone de traction  $\sigma_m$ .

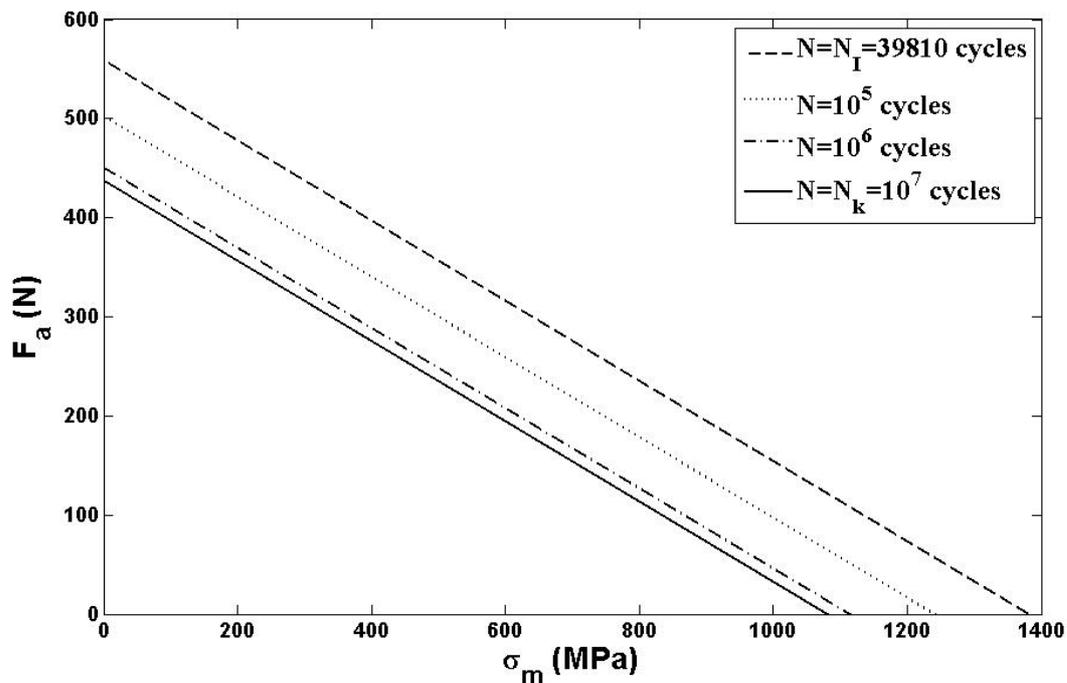


Figure III.36 Contrainte alternée en fonction de la contrainte monotone (flexion) pour différentes durée de vie N.

A une durée de vie donnée  $N$ , on constate que la force alternée de flexion diminue avec l'augmentation de la contrainte monotone.

### III.10.3. L'application 2 :

#### Application 1 : structure sollicitée à une traction statique superposé à une torsion alternée.

Elle est constituée en deux étapes :

1<sup>er</sup> étape: consiste à chercher une relation entre la contrainte équivalente de Crossland  $\sigma_{eq}$  et la force alternée de torsion  $F_a$  tout en gardant la contrainte de traction monotone  $\sigma_m$  fixe.

2<sup>ème</sup> étape: consiste à chercher une relation entre la contrainte traction monotone  $\sigma_m$  et la force alternée de torsion  $F_a$  pour un nombre de cycles donné.

### III.10.4 Résultats et discussions :

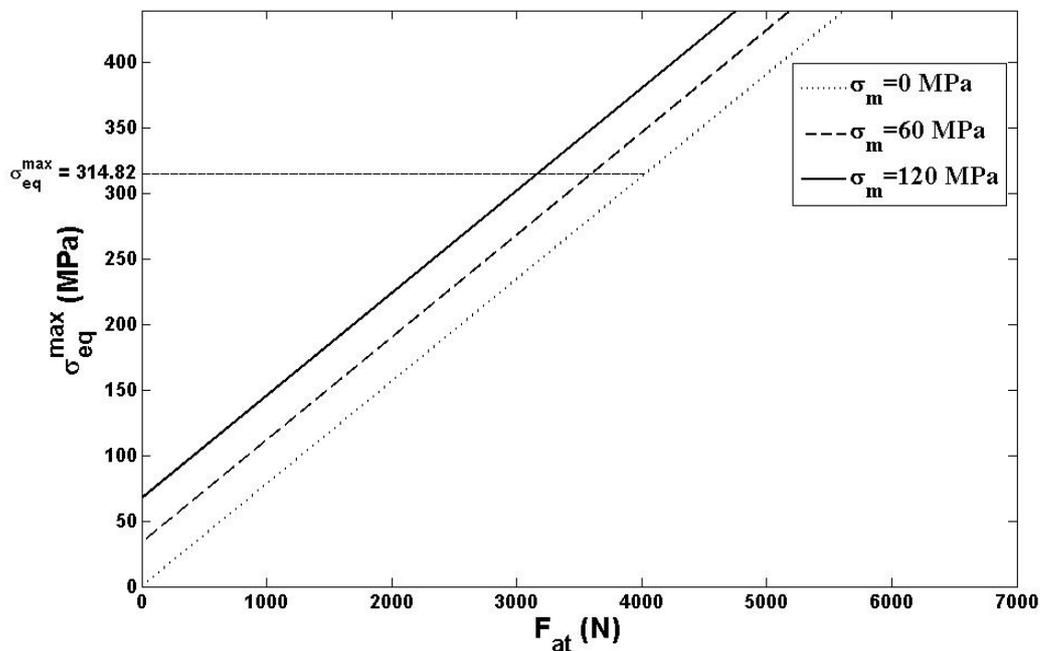


Figure III.37 Contrainte équivalente en fonction de la contrainte alternée (torsion) pour différentes valeurs de la contrainte traction monotone  $\sigma_m$ .

On remarque que la relation entre la contrainte équivalente de Crossland et la force alternée de torsion est une relation linéaire sous la forme suivante :

$$\sigma_{eq} = \alpha \cdot F_{at} + \beta \quad \dots \text{(III.24)}$$

Les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  obtenues pour les trois contraintes monotones  $\sigma_m$  appliquées sont présentées au tableau III.10 :

Tableau III.10 : Les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  pour différents  $\sigma_m$  appliquées

$\sigma_m$ (MPa)	0	60	120
$\alpha$ ( $m^{-2}$ )	0.732	0.732	0.732
$\beta$ (MPa)	0	33.7	67.5

D'où la force alternée de torsion  $F_{at}$ :

$$F_{at} = \frac{\sigma_{eq} - \beta}{\alpha} \dots (III.25)$$

On obtient :

$$F_{at} = \frac{\sigma_{eq} - \beta}{0.732} \dots (III.26)$$

On déduit la relation existante entre  $\beta$  et  $\sigma_m$ .

On pose :

$$\gamma = \frac{\sigma_m}{\beta} = 3.428$$

$$\frac{\sigma_m}{\beta} = \gamma = 1.7804 \dots (III.27)$$

Finalement on obtient une relation entre  $F_{at}$  et  $\sigma_m$  :

$$F_{at} = \frac{\sigma_{eq} - \frac{\sigma_m}{\gamma}}{\alpha} \dots (III.28)$$

Nous venons de démontrer la linéarité entre la force alternée de torsion  $F_{at}$  et la contrainte monotone de traction  $\sigma_m$ .

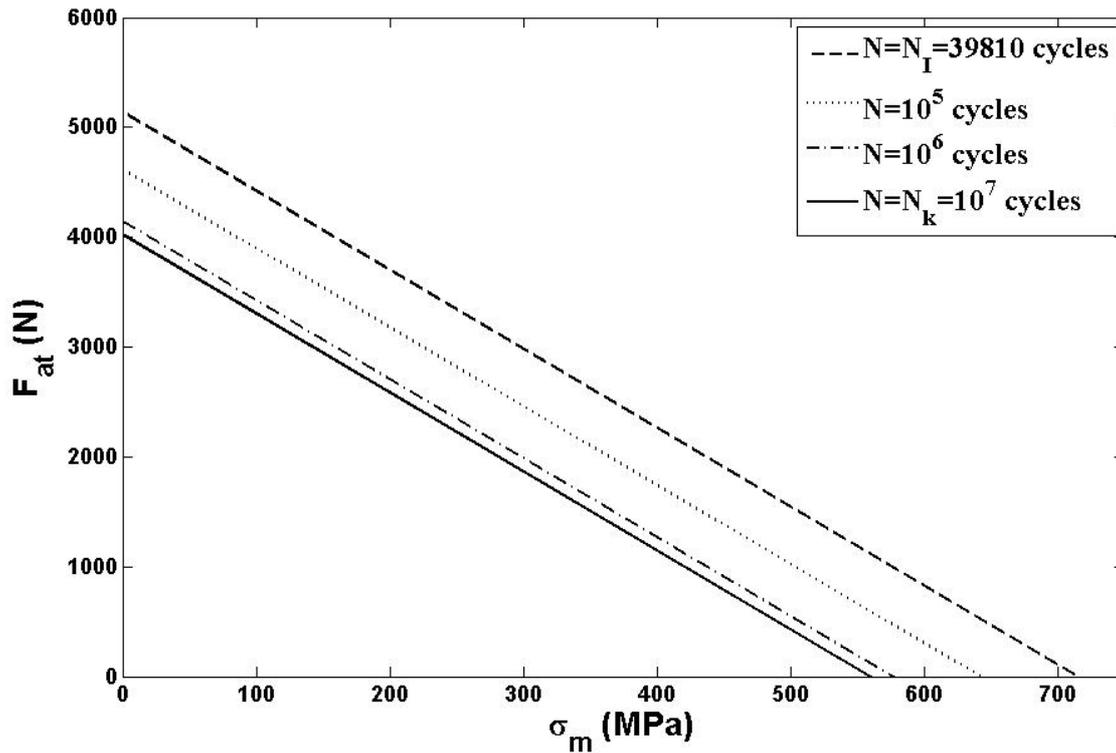


Figure III.38 la contrainte alternée en fonction de la contrainte moyenne (torsion)

A une durée de vie donnée  $N$ , on remarque que la force alternée de flexion diminue avec l'augmentation de la contrainte monotone.

**III.11. Effet de l'état de surface sur le critère de crossland pour un matériau SM45C :**

Elle est constituée en deux étapes :

- 1- Calcul la durée de vie sans traitement de surface.
- 2- Calcul la durée de vie avec un traitement de surface.

**III.11.1 Epreuve :**

L'éprouvette utilisée est une plaque rectangulaire (Figure III.39).

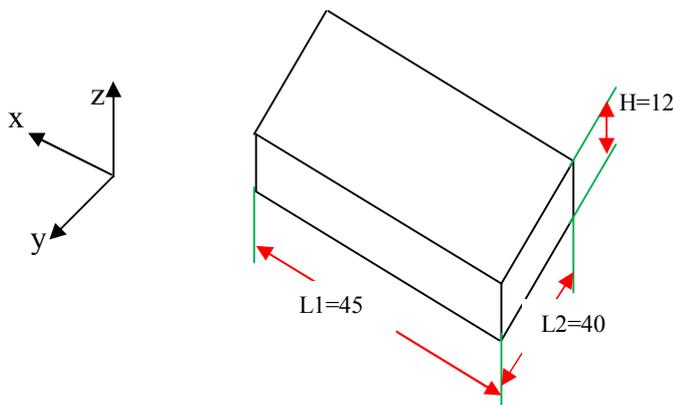


Figure III.39 la géométrie de l'éprouvette

**III.11.2 Chargement et conditions aux limites :**

L'éprouvette étudiée est soumise à une contrainte de traction statique  $\sigma_m$  sur son extrémité droite superposée à une force de flexion alternée d'amplitude  $F_a$  suivant la direction y. Le Chargement et les conditions aux limites de l'éprouvette sont montrés sur la figure III.40.

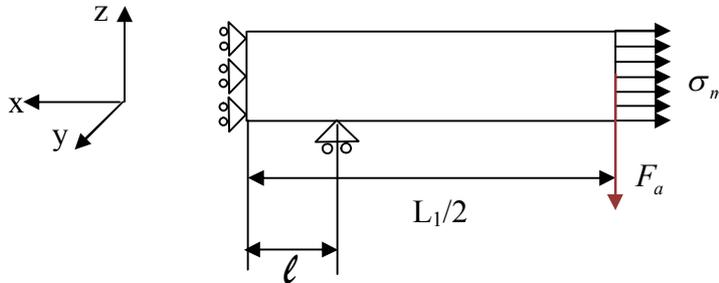


Figure III.40 les chargements appliqués et les conditions aux limites

Compte tenu des symétries géométriques et de répartition de charges, nous n'avons modélisé que la moitié de l'éprouvette. Pour modéliser la flexion nous avons bloqué le déplacement (suivant la direction y) du nœud appartenant à la face inférieure situé à une distance  $l$  de l'axe de symétrie.

**1<sup>ère</sup> étape :** Détermination du trajet de chargement pour une structure en acier de nuance SM45C non traité superficiellement.

**III.11.3 Calcul du tenseur de contrainte maximal**

Afin de déterminer le tenseur de contrainte dans la structure nous allons appliquer le principe de superposition des contraintes. Ceci est possible dans la mesure que nous traitons un problème d'élasticité linéaire.

1. Calcul du tenseur de contrainte maximal due de la force de flexion alternée

Donc le moment fléchissent :

$$0 \leq x \leq \left(\frac{L_1}{2} - l\right)$$

$$M_{f1}(x) = F_a \cdot x \dots (III.29)$$

$$\left(\frac{L_1}{2} - l\right) \leq x \leq \frac{L_1}{2}$$

$$M_{f2}(x) = F_a \cdot x - F_a \cdot \left(x - \left(\frac{L_1}{2} - l\right)\right) \dots (III.30)$$

$$M_{f2}(x) = F_a \cdot \left(\frac{L_1}{2} - l\right) \dots (III.31)$$

D'où le moment de flexion maximal  $M_f^{\max}$  est donné pour  $x = \frac{L_1}{2}$ , soit:

$$M_f^{\max} = F_a \cdot \left(\frac{L_1}{2} - l\right) \dots (III.32)$$

La contrainte maximale  $\sigma_f^{\max}$  est donnée par la relation suivante:

$$\sigma_f^{\max} = \frac{M_f^{\max}}{I_z} \cdot \frac{H}{2} \dots \text{(III.33)}$$

$$I_z = \frac{L_2 \cdot H^3}{12} \dots \text{(III.34)}$$

Soit :

$$\sigma_f^{\max} = \frac{F_a \cdot \left(\frac{L_1}{2} - l\right)}{\frac{L_2 \cdot H^3}{12}} \cdot \frac{H}{2} = \frac{6 \cdot F_a \cdot \left(\frac{L_1}{2} - l\right)}{L_2 \cdot H^2} \dots \text{(III.35)}$$

Par conséquent le tenseur de contrainte maximal  $\bar{\sigma}_f^{\max}(t)$  peut être exprimé en fonction du temps de la manière suivante:

$$\bar{\sigma}_f^{\max}(t) = \begin{bmatrix} \frac{6 \cdot F_a \cdot \left(\frac{L_1}{2} - l\right)}{L_2 \cdot H^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \sin(\omega \cdot t) \dots \text{(III.36)} \text{ d'où } \bar{\sigma}_f^{\max}(t) = \bar{\sigma}_a \cdot \sin(\omega \cdot t) \dots \text{(III.37)}$$

Où  $\bar{\sigma}_a$  est le tenseur des amplitudes de contraintes qui peut être formulé comme suit:

$$\bar{\sigma}_a = \begin{bmatrix} \frac{6 \cdot F_a \cdot \left(\frac{L_1}{2} - l\right)}{L_2 \cdot H^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \text{(III.38)}$$

2. Tenseur de contrainte due de la traction monotone :

On applique la contrainte  $\sigma_m$  suivant la direction (x).

Le tenseur de contrainte due à la traction monotone  $\bar{\sigma}_m$  est déterminé directement comme suit :

$$\bar{\sigma}_m = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \text{(III.39)}$$

Donc le tenseur de contrainte  $\bar{\sigma}$  due aux deux chargements simultanés peut être donné par:

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \frac{6 \cdot F_a \cdot \left(\frac{L_1}{2} - l\right)}{L_2 \cdot H^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \sin(\omega \cdot t) + \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots (III.40)$$

L'écriture sous la forme matricielle est la suivante:

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_a \cdot \sin(\omega \cdot t) + \bar{\sigma}_m$$

$\bar{\sigma}_a$  : Tenseur des amplitudes de contrainte pour le chargement due à la force flexion.

$\bar{\sigma}_m$  : Tenseur de contrainte dû à la contrainte de traction monotone.

$\bar{\sigma}$  : Tenseur de contrainte total.

On déduit les paramètres de Crossland :

- La pression hydrostatique maximale  $P_{\max}$ :

$$P_{\max} = \frac{1}{3} \text{trace}(\bar{\sigma}) \dots (III.43)$$

$$P_{\max} = \left[ \frac{2 \cdot F_a \cdot \left(\frac{L_1}{2} - l\right) \cdot \sin(\omega \cdot t)}{L_2 \cdot H^2} \right]_{\max} + \frac{\sigma_m}{3} \dots (III.41)$$

-Le paramètre  $\xi_a$  est calculé à partir de l'équation (III.4) comme suit:

$$\xi_a = \frac{\left| \frac{6 \cdot F_a \cdot \left(\frac{L_1}{2} - l\right)}{L_2 \cdot H^2} \right|}{\sqrt{3}} \dots (III.42)$$

A partir des équations (III.41) et (III.42) on peut tracer le trajet de chargement pour différents couples de chargement  $(\sigma_m, F_a)$ .

### III.11.4. Calcul de durée de vie :

Pour calculer la durée de vie, on fixe la contrainte de traction monotone  $\sigma_m = 800$  MPa et on varie l'amplitude de la force alternée  $F_a$  en lui donnant les valeurs suivants: 16000 N, 17000 N, 18000 N, 19000 N et 20000 N.

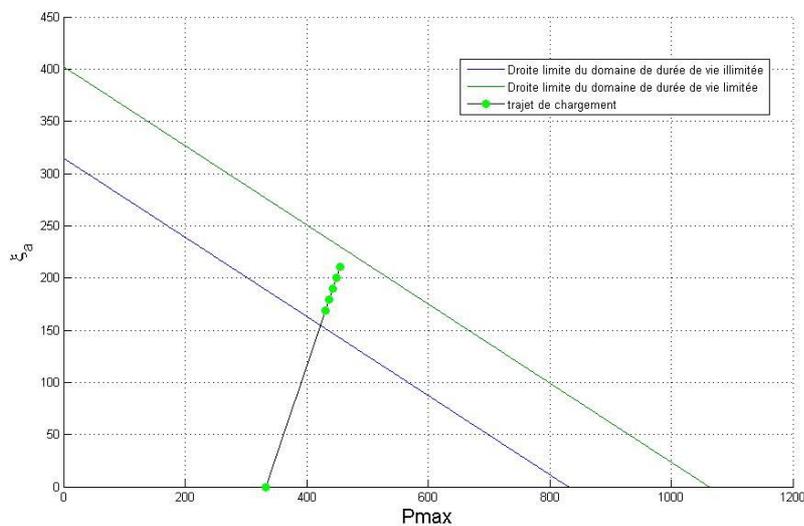
Le tableau III.9 résume les résultats obtenus. Pour chaque couple de chargement défini par  $(\sigma_m, F_a)$ , on détermine la durée de vie correspondante.

Tableau III.9. Chargements appliqués et résultats obtenus

$\sigma_m$ (MPa)	$F_a$ (N)	$P_{\max}$ (MPa)	$\xi_a$ (MPa)	$\sigma_{EQ}$ (MPa)	Nombre de cycles (rupture)
1000	16000	430.5556	168.3938	373.5867	464240
	17000	436.6319	178.9184	375.8885	199320
	18000	442.7083	189.4431	378.1902	115520
	19000	448.7847	199.9677	380.4919	77730
	20000	454.8611	210.4923	382.7937	57180

**Présentation graphique des résultats :**

La figure III.41 montre les droites limites correspondantes aux deux domaines limité et illimité de la durée de vie ainsi que le trajet de

Figure III.41. Diagramme de Crossland et trajet de chargement pour  $\sigma_m = 1000$  MPa

Pour une structure en acier de nuance SM45C non traité superficiellement.

**2<sup>ème</sup> étape :** Détermination du trajet de chargement pour une structure en acier de nuance SM45C traité superficiellement par grenailage.

Le traitement de surface d'un matériau engendre des contraintes résiduelles et des déformations plastiques.

III. Calcul des contraintes résiduelles pour une plaque :

Les contraintes résiduelles et les déformations plastiques ont été calculés en utilisant le programme établi par Derbal [27]. L'organigramme de calcul est montré sur la figure III.42

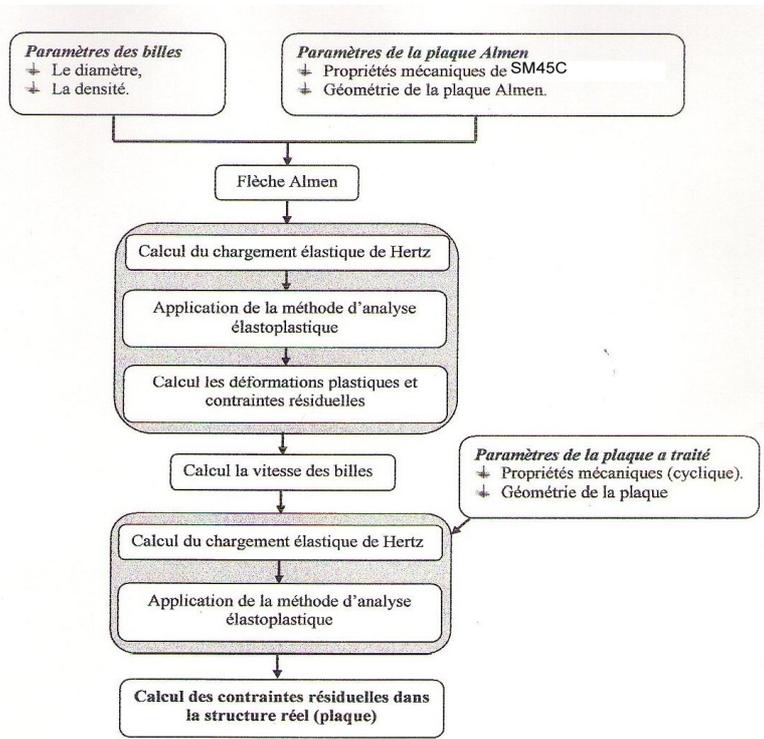


Figure III.42 Organigramme de calcul des contraintes résiduelles et des déformations plastiques dues au grenailage dans une plaque [27] :

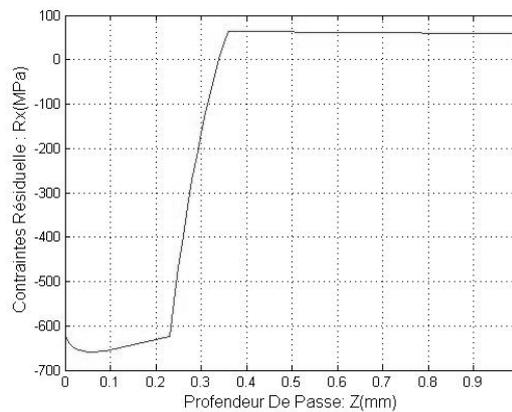


Figure III.43. Profil des contraintes résiduelles en profondeur.

**III.11.5 -Relation entre la déformation plastique et la contrainte résiduelle :**

$$\sigma_R = \left( \frac{E}{1-\nu} \right) \cdot \varepsilon_p(z) \text{ D'où } \varepsilon_p(z) = \left( \frac{1-\nu}{E} \right) \cdot \sigma_R \dots \text{III.43 [27]}$$

$\sigma_R$  : Contrainte résiduelle.

E : Module de Young de matériau a traité.

$\nu$  : Coefficient de poisson de matériau à traité.

$\varepsilon_p(z)$  : Déformation plastique en fonction de la profondeur z.

Le tenseur des contraintes résiduelles  $\bar{\sigma}_R$  est le suivant :

$$\bar{\sigma}_R = \begin{pmatrix} \sigma_R & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots (III.44)$$

**III.11.6 influence des contraintes résiduelles sur le trajet de chargement**

Lorsqu'un matériau subit un traitement de surface le trajet de chargement est déplacé vers les valeurs négatives de l'axe de Pmax (figure III.44) [38].

Selon le critère de Von-Mises et en tenant compte des déformations plastiques la pression hydrostatique Pmax peut être exprimé de la façon suivante:

$$P_{max} = \frac{1}{3} trace(\bar{\sigma}_m + \bar{\sigma}_a + \bar{\sigma}_R)$$

$\bar{\sigma}_m$  : Tenseur de contrainte dû à la traction monotone.

$\bar{\sigma}_a$  : Tenseur des amplitudes de contrainte provoqué par la force flexion Fa.

$\bar{\sigma}_R$  : Tenseur des contraintes résiduelles

La valeur du déplacement du trajet de chargement est  $C = \frac{2}{3} \cdot \sigma_R$

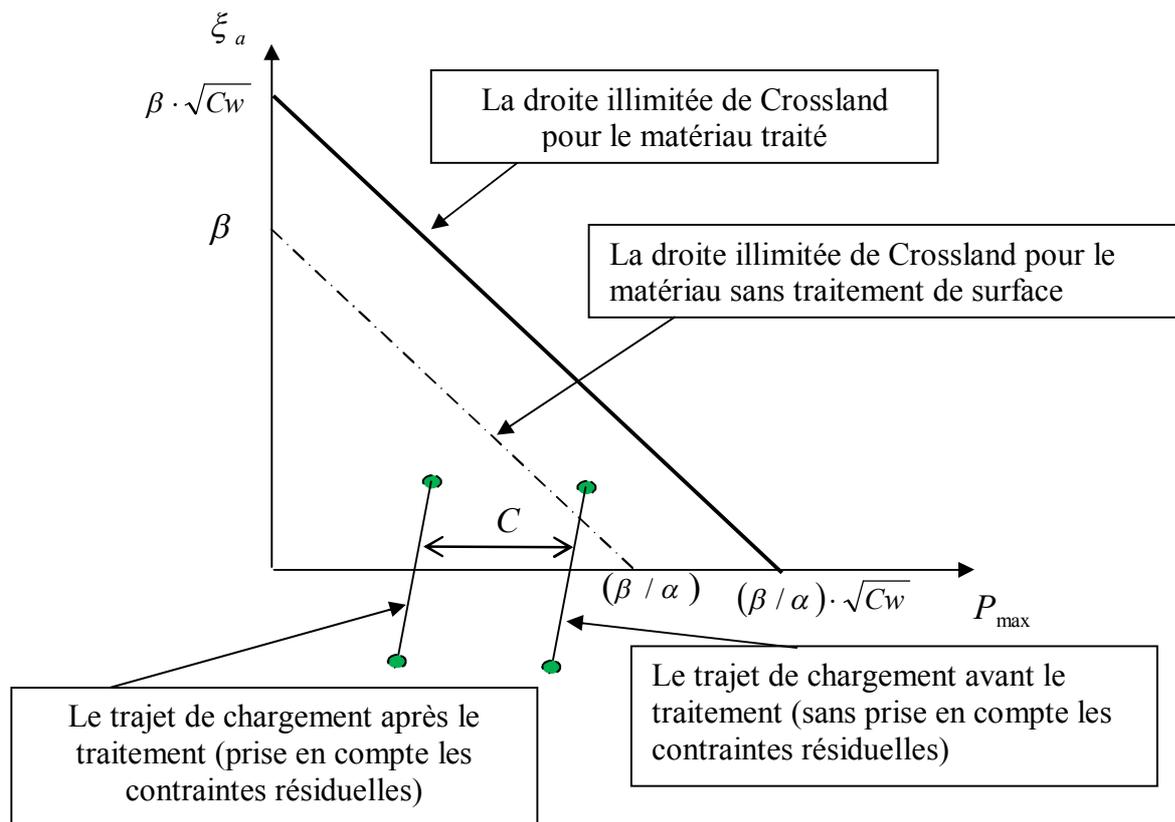


Figure III.44. Diagramme de Crossland pour un matériau traité et non traité [38].

**III.11.7 -Effet de déformation plastique sur le critère de Crossland :**

La condition de non rupture proposée par Crossland est exprimée par la relation :

$$\xi_a + a \cdot P_{max} \leq b$$

Les traitements de surface produisent une déformation plastique et par conséquent l'écroûissage augmente. Prévay et al ont montrés que l'écroûissage est obtenu à partir des mesures de la largeur du pic de rayon X effectuées simultanément avec des mesures des contraintes résiduelles.

Nous avons introduit le paramètre  $\tau(\varepsilon_p)$  qui représente l'effet de déformation plastique. Cet effet à pour conséquence l'amélioration de la limite d'endurance de torsion en fonction du nombre de cycles.

D'où on obtient la nouvelle relation :

$$\tau_{-1}(N, \varepsilon_p) = \tau_{-1}(N) + \tau(\varepsilon_p) \dots\dots(\text{III.45})$$

Où

$\tau_{-1}(N)$  : Limite de fatigue à N cycles en torsion alternée pour un matériau non traité.

$\tau_{-1}(N, \varepsilon_p)$ : Limite de fatigue à N cycles en torsion alternée pour un matériau traité à une déformation plastique  $\varepsilon_p$ .

$\tau(\varepsilon_p)$ : Amélioration de la limite de fatigue due à une déformation plastique  $\varepsilon_p$ .

La figure III.49 schématise l'amélioration de la limite de fatigue due à un traitement de surface.

Nous proposons une relation linéaire entre la déformation plastique  $\varepsilon_p$  et l'amélioration de la limite de fatigue  $\tau(\varepsilon_p)$  due à la même déformation:

$$\tau(\varepsilon_p) = K \cdot \int_0^{z^{\max}} \varepsilon_p(z) \cdot dz \dots\dots(\text{III.46})$$

$z^{\max}$  : Profondeur maximal dû au traitement appliqué.

K : est un coefficient qui peut être identifier à partir des courbes de Wöhler.

### III.11.8. Effet des contraintes résiduelles et déformations plastiques sur la durée de vie :

La figure III.45 représente l'effet des contraintes résiduelles et des déformations plastiques sur la courbe de Wöhler.

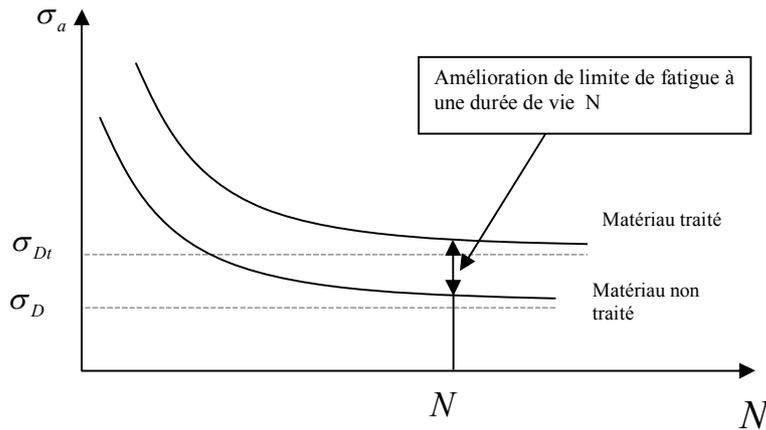


Figure III.45. Effet des contraintes résiduelles et déformations plastiques sur la courbe de Wöhler.

**III.11.9 Chargement**

Le chargement appliqué est le même que pour le cas précédent.

**III.11.10 Calcul de la durée de vie :**

Pour mettre en évidence le double effet des contraintes résiduelles et les déformations plastiques sur la tenue en fatigue, nous avons déterminé les durées de vie dans le cas de deux différents état du matériau: traité et non traité.

Les tableaux III.11 et III.12 résume les résultats obtenus. Pour chaque chargement  $(\sigma_m, F_a)$  et, on détermine les durées de vies correspondantes.

Les résultats sont montrés dans les tableaux III.10.

**Tableau III.10. Chargements appliqués et résultats obtenus**

$\sigma_m$ (MPa)	$F_a$ (N)	$P_{max}$ (MPa)	$\xi_a$ (MPa)	$\sigma_{EQ}$ (MPa)	Nombre de cycles (rupture)
800	16000	158.0674	168.3938	205.9387	illimitée
	17000	164.1438	178.9184	214.8168	illimitée
	18000	170.2202	189.4431	223.6950	illimitée
	19000	176.2966	199.9677	232.5731	illimitée
	20000	182.3730	210.4923	241.4512	illimitée

**III.11. Comparaison entre les durées de vie de matériaux traité et non traité**

Le tableau III.11 représente une comparaison entre les durées de vie du matériau traité et non traité.

Tableau III.11. Comparaison entre les durées de vie de matériaux traité et non traité

$\sigma_m$ (MPa)	$F_a$ (N)	N traité (cycles)	N Non traité (cycles)
800	16000	illimitée	464240
	17000	illimitée	199320
	18000	illimitée	115520
	19000	illimitée	77730
	20000	illimitée	57180

**Résultats et discussions :**

L'exploitation des résultats obtenus permet d'établir l'évolution de  $\xi_a$  en fonction de  $P_{max}$ . Afin de déterminer la durée de vie d'une structure on applique le critère de Crossland pour deux états traité et non traité.

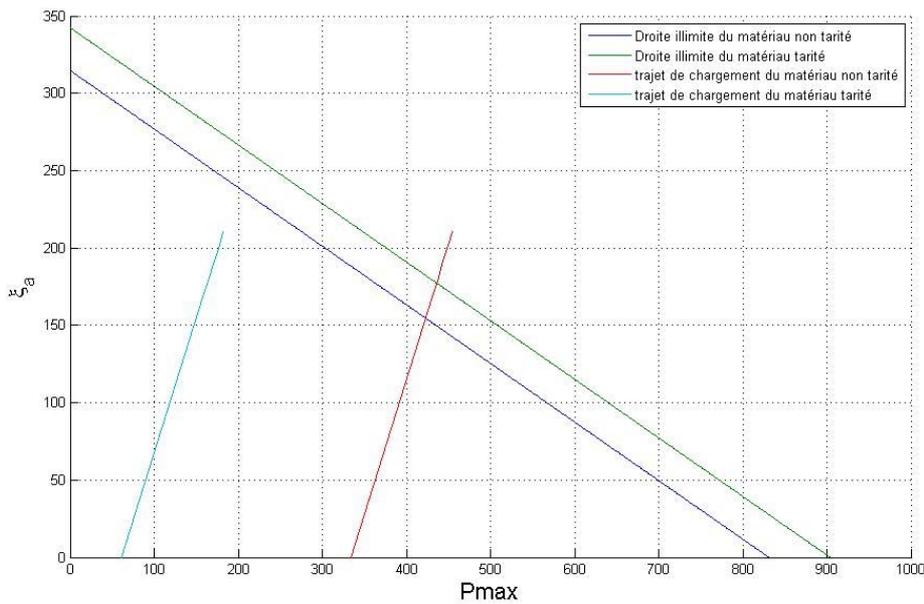


Figure III.46 Diagramme de Crossland et trajet de chargement du matériau traité et non traité  $\sigma_m = 1000$  MPa

**III.12. Conclusion:**

Cette étude nous a permis de mettre en évidence l'effet bénéfique des traitements de surface sur le comportement de l'acier SM45C vis-à-vis de la tenue en fatigue.

Pour cela, nous avons comparé les durées de vies respectives dans le cas du matériau traité superficiellement et non traitée.

Conclusion

## CONCLUSION GENERALE

Les traitements de surface dont le principal objectif est l'amélioration de la tenue en fatigue des pièces mécaniques sollicitées à des charges variables. Cette amélioration est due à l'introduction des contraintes résiduelles de compression, des déformations plastiques, d'un écrouissage superficiel et d'un fractionnement des grains. Pour prédire la durée de vie des structures sollicitées en fatigue, il est essentiel d'intégrer les effets bénéfiques induits par les traitements de surface dans les calculs prévisionnels. Pour ce faire, les modèles de fatigue doivent prendre en compte l'état initial, produit par les traitements de surface, ainsi que son évolution sous sollicitations thermiques, mécaniques ou chimiques. La connaissance de l'état traité consiste à déterminer les contraintes résiduelles et les déformations plastiques induites par le traitement.

Le but principal de cette étude est de proposer une méthodologie de prévision de durée de vie applicable aux structures soumises aux sollicitations multiaxiales d'amplitude constante. Pour atteindre cet objectif nous avons procédé en deux étapes. La première étape consiste à proposer une méthodologie de calcul de la durée de vie en utilisant le critère de fatigue de Crossland appliqué aux structures soumises aux sollicitations multiaxiales d'amplitude constante. Pour ce faire nous avons mis au point un programme de calcul lequel utilise deux logiciels en l'occurrence Ansys et Matlab. Afin que ces deux logiciels communiquent entre eux nous avons créé une interface. L'utilisation de la procédure proposée requiert la connaissance de deux courbes de Wöhler en torsion et flexion alternées. Un exemple d'application de calcul de durée de vie a été présenté. Il s'agit d'une éprouvette en acier de nuance SM 45 C, soumise à une traction monotone uniforme superposée à une flexion alternée. Le programme de calcul proposé nous a conduit à déterminer les différentes zones de sécurité, selon la durée de vie désirée, dans l'espace des efforts appliqués. Ce diagramme peut être exploité par les industriels, afin de choisir le chargement le plus approprié à appliquer à leurs structures.

La deuxième étape consiste à étudier l'effet des contraintes résiduelles et des déformations plastiques sur la tenue en fatigue. A ce effet, nous avons proposé un nouveau critère de fatigue basé sur celui de Crossland, mais intégrant des deux effets cités. Dans ce critère, nous avons montré que comparativement à la non prise en compte des deux effets, le trajet de chargement est déplacé, sous l'effet des contraintes résiduelles, vers les valeurs négatifs de

l'axe de la pression hydrostatique maximale tandis que la zone de sécurité augmente sous l'effet des déformations plastiques. Nous avons calculé la durée de vie pour une plaque grenillée. Nous avons également comparé la durée de vie calculée dans les deux états du matériau en l'occurrence : traité et non traité. Les résultats obtenus par cette comparaison nous ont conduit à mettre en évidence l'apport bénéfique du grenillage de précontrainte sur la tenue en fatigue des pièces.

En perspectives, il serait intéressant de poursuivre cette étude en abordant les thèmes de recherche suivants :

- étudier l'effet des contraintes résiduelles et des déformations plastiques sur la tenue en fatigue des structures sollicitées à un chargement cyclique à amplitudes variables,
- étudier l'endommagement des structures, dans le cas d'un chargement cyclique à amplitudes variables, avec présence des contraintes résiduelles et des déformations plastiques.

# Bibliographie

- [1] S. Lyamine. Étude expérimentale du comportement en fatigue des métaux par flexion rotative, these magister (page 7).
- [2] L.Magnier-monin. Tenue en service d'assemblage soudés en acier 304l influence des contraintes résiduelle et du parachèvement mécanique. Thèse doctorat soutenue le 11/12/2007 (page 29-page 30).
- [3] G.Henaff. Fatigue des structures - endurance, critères de dimensionnement, propagation des fissures, rupture. Édition 2005.
- [4] H.Bidouard. Étude de l'effet de surcharges sur la tenue en fatigue a grande durée de vie d'un acier ferrito-bainitique sous chargement d'amplitude variable. Thèse doctorat soutenue le 24/06/2009 (page 8- page9).
- [5] H.Karaouni. Nouveaux outils pour la conception fiable des structures. thèse doctorat soutenue le 7/12/2001 (page 18-page19).
- [6] B.Pommier. Détermination de la reponse asymptotique d'une structure anélastique soumise à un chargement thermomécanique cyclique. Thèse doctorat soutenue le 10 octobre 2003 (page 24- page 26).
- [7] C.Bouby. Adaptation élastoplastique de structures sous chargements variables avec règle d'écroissage cinématique non linéaire et non associée. Thèse doctorat soutenue le 12 juillet 2006 (page 8).
- [8] D.Durat. Fatigue et mécanique de la rupture des pièces en alliage léger. Technique de l'ingénieur BM 5052, Date de publication : 10 juillet 1997 (page 6).
- [9] P.Bonnet. Fatigue des matériaux (supmec3 matériaux et procédés) année 2004-2005.
- [10] <http://conceptec.net/materiaux/essais-mecaniques/152-lessai-de-fatigue.html>
- [11] Fatigue des alliages ferreux - facteurs d'influence technique d'ingénieur BM5043 date de publication : 10/01/2003 (page 2 – page 4).
- [12] Fatigue des alliages ferreux - exemples de calcul technique d'ingénieur BM5044 date de publication : 10/04/2003 (page 2 – page 5).
- [13] B.Weber. Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque. these doctorat soutenue le 7/07/1999 (page 19 – page 48) .

[14] Y.Yu Wang, W. Xing Yao. Evaluation and comparaison of several multiaxial fatigue criteria. Date de publication 30 mai 2003(page 2 – page 7).

[15] T.Delahay. Développement d'une méthode probabiliste de calcul en fatigue multiaxiale prenant en compte la répartition volumique des contraintes. Université de bordeaux. Thèse doctorat soutenue le 08/09/2004 (page 24- page 28).

[16] X.Pitoiset. Méthodes spectacles pour une analyse en fatigue des structures métalliques sous chargements aléatoires multiaxiaux. Date de publication : Août 2000 (page 8).

[17] Darrell f.socie: "multiaxial fatigue", department of mechanical and industrial engineering university of illinois at urbana champaign, 2001 – 2005 (page 39).

[18] Y.Fares. Dimensionnement en fatigue des assemblages boulonnées à l'aide d'un critère de fatigue multiaxial. Institut national des sciences appliquées de Toulouse. Thèse de doctorat soutenu le 18/10/2006 (page 39 – page 41).

[19] Van Xuan Tran. Critères multiaxiaux d'amorçage en fatigue a grand nombre de cycles. Code aster. Date de publication 08/01/2011 (page 24 –page 25).

[20] L.V. Papadopoulos P.Davoli. Comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. Date de publication mars 1997 (page 2 – page 12) .

[21] A. Karolczuk, Y. Nadot, A. Dragon. Non-local stress gradient approach for multiaxial fatigue of defective material. elsevier 2007 (page 5).

[22] Quoc huy vu. Fatigue polycyclique multiaxiale de l'acier c35 : caractérisation et modélisation des mécanismes d'endommagement. Thèse doctorat soutenue le 02/12/2009 (page 37).

[23] H. Wenjun. Contribution a l'analyse par diffractométrie x des déformations et des contraintes à l'échelle des grains. Thèse doctorat le 06 mars 2007 (page 12).

[24] Précontraintes et traitements superficiels technique d'ingénieur BM1180. Date de publication : 10 déc. 1999 (page 8).

[25] Evolution d'une couche grenillée sous sollicitations thermiques et mécaniques cas de la fatigue oligocyclique version i lillamand i. laboratoire m'ecasurf - cer ensam aix en provence 8 fevrier 1999 (page 29 – page 30).

[26] <http://fr.wikipedia.org/wiki/grenailleuse>.

[27] Y. Derbal. Détermination des contraintes résiduelle par la méthode simplifiée dans le cas du grenaillage de précontrainte (page 32).

[28] Le grenaillage de précontrainte, note technique n°15 du cetim, cetim senlis, 1976.

[29] M.Hareux: "principales familles des billes utilisées en shot peening", le grenaillage de précontrainte, cetim juin 1984

[30] H.Guechichi. "Prévision des contraintes résiduelle dues au grenaillage de précontrainte". Thèse doctorat 1984.

[31] H.Wohlfarht: "shot peening and residual stress", residual stress and stress relaxation, ed.e.kula et v.weiss. plenum press 1982.p 71.

[32] I. Chaieb. Analyse et simulation des contraintes résiduelles induites par des traitements mécaniques de précontrainte en grenaillage et choc laser. Thèse doctorat soutenue le 09 juillet 2004 (page 18).

[33] Jian LU. Traitements de surface mécaniques – principes technique d'ingénieur M1190. Date de publication : 10 déc. 2006 (page 3).

[34] <http://www.amarquet.fr/documentfichetech/cementation.pdf>

[35] D.Couratin caractérisation de différents traitements thermochimiques effets sur fatigue de surface de pièces automobiles (Renault) (page 227 – page 234).

[36] M.Jabbado. Fatigue polycyclique des structures métalliques : durée de vie sous chargements variables. Thèse de doctorat Soutenue le 14 Mars 2006 (page 102).

[37] A. Banvillet. Prévission de durée de vie en fatigue multiaxiale sous chargement réel vers des essais accélérés. Ecole national supérieur d'art et métiers. Thèse de doctorat. 18/12/2001 (page 61).

[38] H. Guechichi , L. Castex. Fatigue limits prediction of surface treated materials. 10 octobre 2005 (page 2).