



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research
جامعة عبد الحميد ابن باديس - مستغانم
Abdelhamid Ibn Badis University of Mostaganem
كلية العلوم والتكنولوجيا
Faculty of Sciences and Technology
قسم الهندسة الميكانيكية
Department of Mechanical Engineering



N° d'ordre : M...../GM/2020

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Thème

Critère d'endommagement prenant en considération les contraintes résiduelles et l'écroutissement

présenté par

- ADDA BENATIA Ismail
- MOULEY Mustapha

Soutenu le 30/08 / 2020 devant le jury composé de :

président	Pr :	KHIAT Mouhamed-Amin	Université de Mostaganem UMAB
Examineur	Dr :	BENKABOUCHE Salah-Eddin	Université de Mostaganem UMAB
Encadreur	Pr :	GUECHICHI Hocine	Université de Mostaganem UMAB

Année Universitaire :2019/2020

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au niveau de Laboratoire d'Elaboration et Caractérisation Physico Mécanique et Métallurgique des Matériaux, Département de génie mécanique, Faculté des Sciences et de la technologie, Université de Mostaganem.

Tout d'abord, j'aimerais remercier très chaleureusement mon directeur de MEMOIRE DE FIN D'ETUDES GUECHICHI Hocine, Professeur à l'université de Mostaganem, je lui suis également reconnaissant de m'avoir assuré un encadrement rigoureux tout au long de ces années.

Ensuite je tiens à remercier l'ensemble des membres de jury , pour l'honneur et l'importance qu'ils m'ont fait en participant à ce jury et d'accepter d'examiner ce MEMOIRE DE FIN D'ETUDES.

J'exprime une reconnaissance particulière à Mr BENKORICH hamza qui a participé à mes travaux, m'a aidé, conseillé, soutenu et encouragé.

Je ne saurais terminer sans souligner le soutien amical et chaleureux de tous mes amis, de tous les jours, qui m'ont soutenu durant ce parcours MASTER.

Résumé

Dans cette étude, nous proposons une méthodologie pour analyser l'apport des traitements mécaniques de surface sur comportement des matériaux vis à vis de l'endommagement en fatigue.

Dans la première partie de cette étude, nous présentons quelques lois de cumul d'endommagement lesquelles sont appliquées pour estimer le cumul du dommage et prédire la durée de vie des structures sous sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables. Nous concluons ce chapitre par un résumé sur les traitements superficiels mécaniques des métaux lesquels sont exploités en vue d'améliorer la tenue en fatigue.

Dans la seconde partie de cette étude,, nous avons proposé une méthodologie prédictive du cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale d'amplitude variable et par conséquent l'évaluation des durées de vie des structures. Le modèle est basé sur la loi de la contrainte endommagée. Dans le cas d'un chargement multiaxial d'amplitude variable, nous avons couplé la loi de cumul d'endommagement avec le critère de fatigue de Crossland, lequel transforme les sollicitations de fatigue multiaxiale en une contrainte équivalente. mais intégrant l'effet combiné des contraintes résiduelles de compression L'utilisation de la procédure proposée requiert la connaissance de deux courbes de Wöhler en torsion et flexion alternées. Un exemple d'application de calcul de durée de vie a été présenté. Il s'agit d'une matériau SM 45 C.

Les simulations mises au point permettent de déterminer les courbes de cumul d'endommagement lesquelles présentent des portions d'allure non linéaire, ainsi que l'estimation de la durée de vie totale. Les résultats obtenus par le modèle ont été comparés à ceux donnés par la loi linéaire de Palmgren-Miner.

L'effet bénéfique des contraintes résiduelles a été mis en évidence par le modèle.

Les résultats obtenus par la simulation montrent clairement que le traitement de surface conduit à une amélioration de la tenue en fatigue en prolongeant la durée de vie tout en retardant l'accumulation du dommage de la structure sollicitée en fatigue multiaxiale d'amplitudes variables.

Mots clés : fatigue, endommagement, traitement de surface, contrainte résiduelle.

Abstract

In this study, we propose a methodology to analyze the contribution of surface mechanical treatment to the behavior of materials with respect to stress damage.

In the first part of this study, we present some damage accumulation laws applied to estimate damage accumulation and predict the service life of structures under multiaxial loads of varying amplitudes. We conclude this chapter with a summary of the mechanical surface treatments of metals used to improve fatigue resistance.

In the second part of this study, we have proposed a predictive methodology of accumulated damage under multiaxial fatigue loadings and therefore the assessment of fatigue life of the structures. The model is based on the damaged stress law. In the case of multiaxial loading with variable amplitude, we linked the cumulative damage law with Crossland fatigue criterion, which converts the multiaxial fatigue stress in an equivalent stress, but it takes into account both residual stresses. The fatigue life can be evaluated from knowledge of both the equivalent stress and the SN curves in reversed torsion and alternating bending. We test the material type S 45 C.

The simulations developed are used to determine the damage accumulation curves which feature non-linear portions of pace, as well as estimating the total lifetime. The results achieved by the model were compared with those given by the linear Palmgren-Miner law.

The benefit effect of compressive residual stresses has been highlighted by the model.

The results obtained by the simulation clearly show that the surface treatment leads to an improvement of fatigue life by extending the life and by delaying the accumulation of damage in the structure subjected to multiaxial fatigue loads with variable amplitudes.

Keywords: fatigue, damage, surface treatment, residual stress.

ملخص

نقترح في هذه الدراسة منهجية لتحليل مساهمة المعالجات الميكانيكية السطحية في سلوك المواد فيما يتعلق بأضرار الإجهاد في الجزء الأول من هذه الدراسة ، نقدم بعض قوانين تراكم الضرر المطبقة لتقدير تراكم الضرر والتنبؤ بعمر الهياكل تحت الأحمال متعددة المحاور ذات السعات المتفاوتة. نختتم هذا الفصل بملخص للمعاملات الميكانيكية السطحية للمعادن والتي تستخدم لتحسين مقاومة التعب

في المرحلة الثانية من هذه الدراسة ، اقترحنا منهجية تنبؤية لتراكم أضرار الإجهاد متعدد المحاور بسعة متغيرة وبالتالي تقييم عمر الهياكل. يعتمد النموذج على قانون القيد التالف. في حالة التحميل متعدد المحاور بسعة متغيرة ، قمنا بربط قانون تراكم الضرر بمعيار التعب في التعب لكرولاند ، الذي يحول كل الشحنات المتعددة المحاور إلى شحنة معادلة لكن لدمج تأثير مزدوج للإجهادات المتبقية الإنضغاطية. يجب معرفة وإستعمال كل من منحنى ولار للإنحناء و الإلتواء. على حساب مدة حياة عينة إختبار متكونة من فولاذ . المحاكاة المقدمة تسمح بإنشاء المنحنيات سبيل مثال لقد قمنا بتقديم طريقة للضرر التراكمي و هي عبارة عن قطع منحنيات تتغير بصفة غير خطية و كذا تقدير العمر الكلي. و تم مقارنة النتائج المحصل عليها مع المعادلة الخطية لبالمقرين مينر

ثم تم تسليط الضوء على التأثير الإيجابي للإجهادات المتبقية و المحققة بالنموذج. النتائج المتحصل عليها من المحاكاة توضح لنا جليا ان المعالجة السطحية تقود إلى تحسين من مقاومة التعب بإطالة العمر و تعطيل الضرر التراكمي للقطعة المشحونة بالتعب ذو عدة محاور و ذو سعات متغيرة

كلمات السر. التعب الضرر معالجة سطحية الاجهاد المتبقى

Sommaire

<i>Introduction. 1</i>	10
Chapitre I : Synthèse Bibliographique.	
<i>I-1 Endommagement en fatigue</i>	12
<i>I-1 .1. Chargement multiaxial de fatigue</i>	13
<i>I-1.2. Méthode de comptage des cycles " Rainflow"</i>	13
<i>I-1.3. Méthode de comptage des cycles par trios points</i>	14
I-2– ETUDE DES LOIS D'ENDOMMAGEMENT EN FATIGUE	15
<i>I-2-1. Lois de cumul d'endommagement</i>	15
<i>I-2-2. Application de la règle linéaire</i>	16
<i>I-2-3. Lacunes de la règle linéaire</i>	17
<i>I-2-4-Loi de Palmgren-Miner</i>	18
<i>I-2-5. Loi de cumul de Mesmacque ou loi de la contrainte endommagée</i>	19
<i>I-3. Les traitements superficiels</i>	23
<i>I-3-1. Les traitements mécaniques</i>	24
<i>I-3-1.1Le grenailage de précontrainte</i>	25
Chapitre II : Modélisation du Cumul d'Endommagement en Fatigue	
<i>II-1. Introduction</i>	26
<i>II-2. Modélisation du cumul d'endommagement en fatigue uniaxiale</i>	27
<i>II-3. Validation du modèle</i>	29
<i>II-3-1. Caractéristiques du matériau SM 45C</i>	29
<i>II-3-2. Courbes de fatigue de l'acier SM 45C (matériau de base)</i>	29
<i>II-3-3. Effet de chargement sur l'évolution du cumul de dommage</i>	31
<i>II-4. Modélisation du cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale</i>	32

II-4-1. Présentation du critère de Crossland.....	33
II-4-2. Méthodologie de travail	35
II-5. Application du modèle sur des structures en acier SM 45C	36
II-5-1. Courbes de fatigue de l'acier SM 45C (matériau de base et le matériau traité).....	36
II-5-2. Application du Critère de Crossland.....	39
II-5-2-a. Droite limite du domaine de durée de vie illimitée.....	39
II-5-2-b. Droite limite du domaine de durée de vie limitée.....	39
II-5-3. Calcul de durée de vie	42
II-5-4. Commentaire des résultats.....	45
II-6. Calcul du cumul d'endommagement et durée de vie avec le traitement de surface.	
II-6-1 Chargement avec un seul bloc à une seule amplitude.....	46
II-6-2 Chargement avec deux blocs avec deux amplitudes différentes.....	51
Conclusion Générale.....	54
Bibliographie.....	56
Annexe I : Modélisation des Courbes de Fatigue.....	58
Annexe II La détermination de les contrainte équivalente et durée de vie via code de matlab.....	60
Annexe III La détermination de N_{Ri}, n_i, D_i avec un seul bloc à une seule amplitude.....	62
Annexe IV La détermination de N_{Ri}, n_i, D_i avec deux bloc à deux amplitude	63

NOTATIONS	
R	Rapport de chargement
σ_a	Amplitude de la contrainte
σ_{min}	Contrainte minimale à la traction
σ_{max}	Contrainte maximale à la traction
N	Nombre de cycles à la rupture
σ, ε	Contrainte, déformation
E	Module d'Young
A	Allongement à la rupture
σ_{eqvm}	Contrainte équivalente de Von Mises
ν	Coefficient de poisson
σ_e / R_e	Limite d'élasticité
σ_m	Contrainte moyenne
σ_D	Limite d'endurance en traction
σ_{eqa}	Amplitude de σ_{eqa}
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Contraintes principales
σ_{-1}	Limite d'endurance en traction alternée symétrique
f_{-1}	Limite d'endurance en flexion alternée symétrique
τ_{-1}	Limite d'endurance en torsion alternée symétrique
P_m	Pression hydrostatique moyenne
f_a	Amplitude de la contrainte de flexion
τ_u	Contrainte ultime de cisaillement
σ_n	Contrainte normale de traction
P_{max}	Pression hydrostatique maximale
J_2	Deuxième invariant du tenseur déviateur de contraintes
J_{2a}	Deuxième invariant du tenseur déviateur des amplitudes de contraintes

P_H	Pression hydrostatique
ξ_a	Amplitude de la racine carrée du deuxième invariant de déviateur de contraintes
σ_{eq}	Contrainte équivalente de Crossland
D	Endommagement
σ_{eqimax}	Contrainte équivalente de Crossland maximale au niveau de bloc Endommagement élémentaire
n_i	Nombre de cycles appliqué au niveau i
N_{Ri}	Nombre de cycles à la rupture au niveau i
σ_{ai}	Amplitude de la contrainte correspondante au niveau i
σ	Tenseur des contraintes
$f_{-1}(N)$	Limite de fatigue en flexion alternée symétrique à N Cycles
$\tau_{-1}(N)$	Limite de fatigue en torsion alternée symétrique à N Cycles
$a(N), b(N)$	Paramètres de fatigue à N Cycles
H.D.	Hors Domaine.
$\sigma_{eq i}$	Contrainte équivalente au niveau i
N_{eq}	Nombre de cycle équivalent correspondant à σ_{eq}
D'_{i+1}	Endommagement transposé au niveau i+1
σ'_{i+1ed}	Contrainte endommagée transposé au niveau i+1
N'_{i+1R}	Nombre de cycles à la rupture correspondant à σ'_{i+1ed}
σ'_m	Tenseur des contraintes dû à la charge statique
σ'_a	Tenseur des contraintes dû à la charge cyclique
σ'_R	Tenseur des contraintes résiduelles

Introduction

Toute pièce mécanique est soumise, durant son fonctionnement normal, à un certain nombre de sollicitations de causes variables, se traduisant le plus souvent par des variations cycliques de contraintes.

La résistance à la fatigue des structures nécessite une attention particulière pour préserver l'intégrité des structures. La répétition des cycles de chargement peut constituer un point faible. Elle génère des modifications des états de surface et dégrade les propriétés des matériaux et peut conduire à terme à la rupture de ces structures qui jouent un rôle important sur la tenue en service des structures.

Ce phénomène est appelé fatigue ou endommagement par fatigue

Actuellement le développement de l'outil informatique favorise les chercheurs à exploiter des logiciels de simulation dans leurs investigations devant les cahiers de charge qui deviennent de plus en plus exigeant. Le but de ces investigations est de concevoir des organes mécaniques dans de courts délais, avec des coûts optimisés, avant d'entreprendre les essais sur les produits, pour connaître la tenue en fatigue de la structure et évaluer leurs durées de vie

On étudie de la résistance à la fatigue des structures laquelle relève du domaine de la fatigue multiaxiale d'amplitude variable à grand nombre de cycles (domaine d'endurance limitée), cadre réservé à ce mémoire.

Le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire, est la mise au point d'une méthode de prévision du cumul d'endommagement et durée de vie des structures sollicitées en fatigue multiaxiale d'amplitudes variables. A cet effet, nous nous basons sur la jonction de la loi de la contrainte endommagée et du critère de fatigue de Crossland. L'évolution du cumul de dommage est déterminé en fonction des caractéristiques mécaniques de fatigue du matériau et du type de séquence de chargement. Nous considérons plusieurs cas de chargement composés de deux blocs croissants et décroissants. Les industriels désirent avoir la plus longue durée de vie possible de leurs produits afin de répondre au cahier des charges. Pour ce faire, ils optent pour des traitements mécaniques superficiels les mieux adaptés en vue d'améliorer la tenue en fatigue des structures. Le grenailage de précontrainte, dont le but est de freiner l'apparition et la propagation des fissures par fatigue, compte parmi les traitements qui engendrent les contraintes résiduelles de compression dans les couches superficielles des pièces.

Le premier chapitre est entamé par des généralités sur le phénomène de la fatigue en développant les différents domaines de la courbe de Wöhler, les paramètres d'influence sur la tenue en fatigue des structures et les coefficients de concentration de contraintes. Par la suite, nous présentons quelques lois de cumul d'endommagement lesquelles sont

appliquées pour estimer le cumul du dommage et prédire la durée de vie des structures sous sollicitations cycliques multiaxiales d'amplitudes variables. A l'exception de la loi linéaire de Palmgren-Miner, les lois de cumul d'endommagement ont des évolutions non linéaires qui nécessitent la connaissance de plusieurs paramètres. Nous concluons ce chapitre par un résumé sur les traitements superficiels (mécaniques et thermo-chimiques) des métaux lesquels sont exploités en vue d'améliorer la tenue en fatigue.

Le second chapitre est consacré à la présentation du modèle que nous avons mis au point. Ce modèle permet la prédiction du cumul d'endommagement ainsi que la durée de vie, sous des chargements cycliques multiaxiaux. Un matériau, en l'occurrence, l'acier SM 45C a été étudié. Les caractéristiques mécaniques cycliques ont été identifiées à partir des courbes de Wöhler en torsion et flexion purement alternées.

Nous avons montré l'effet bénéfique apporté par des traitements mécaniques de surface sur la tenue des matériaux vis-à-vis des dommages dus à la fatigue.

Il est établi que les traitements de surface introduisent des contraintes résiduelles de compression et un écrouissage superficiel, ceci se traduit sur la courbe d'endurance

D'un autre côté les contraintes résiduelles influent directement sur la pression hydrostatique (critère de Crossland).

La méthode envisagée consiste à prendre en considération la courbe de Wöhler du matériau traité et à introduire les contraintes résiduelles et les injecter dans le modèle d'endommagement.

Nous avons étudié trois cas d'amélioration de la limite d'endurance : 10%, 20% et 25% du même matériau en l'occurrence acier SM 45C.

La première sollicitation consiste en une traction statique superposée à une contrainte de flexion alternée. Dans un premier temps, nous avons étudié l'influence des charges cycliques sur l'évolution du cumul d'endommagement simulé par le modèle, puis nous avons étudié plusieurs cas de chargements, lesquels sont composés de deux blocs croissant et décroissant.

Nous avons proposé des tenseurs de contraintes sous l'effet des chargements afin de déterminer les paramètres du critère de Crossland lequel conduit au calcul des durées de vie et par la suite de statuer par rapport au domaine d'endurance. Un programme de calcul a été établi, par le biais du code Matlab, pour évaluer le cumul d'endommagement et pour prédire la durée de vie.

Les résultats obtenus par le modèle ont été comparés à ceux donnés par la loi linéaire de Palmgren-Miner.

Chapitre I : Synthèse Bibliographique.

I-1. Endommagement en fatigue

L'endommagement par fatigue d'un matériau est un phénomène physique que l'on peut appréhender qualitativement et quantitativement par la mesure de certaines propriétés physiques (comme la résistance électrique par exemple) et mécaniques (caractéristiques monotones, cycliques, etc....) du matériau. Les variables d'endommagement couramment utilisées pour exprimer le dommage par fatigue sont :

- Des variables liées à la sollicitation : ce sont les contraintes et les déformations qui traduisent le chargement appliqué au composant mécanique.
- Des caractéristiques mécaniques monotones (ν , E , σ_e , R_m , R_u) et cycliques (σ_D , N_r ,...). Ces caractéristiques, qui par essence sont intrinsèques au matériau, peuvent être modifiées en fonction de la nature de la sollicitation.
- Des paramètres d'influence : ils regroupent les coefficients d'écrouissage cyclique, les facteurs d'échelle, d'état de surface, de gradient de contrainte et de triaxialité des contraintes.
- Des paramètres de service : ces derniers traduisent les conditions du fonctionnement du composant mécanique (température, surcharge, fréquence de la sollicitation, agressivité du milieu, etc...). La plupart de ces paramètres servent à définir les conditions initiales et finales du problème. La définition de ces variables d'endommagement sert de support essentiel à notre analyse des lois d'endommagement de la bibliographie, en tout premier lieu, et à leur classification

I-1.1.Chargement multiaxial de fatigue

Le chargement le plus complexe et par conséquent le plus difficile à analyser est celui d'une sollicitation multiaxiale ou aléatoire.

I-1.2. Méthode de comptage des cycles " Rainflow"

Un chargement est généralement présenté sous forme de spectre dont l'amplitude et la contrainte moyenne sont variables.

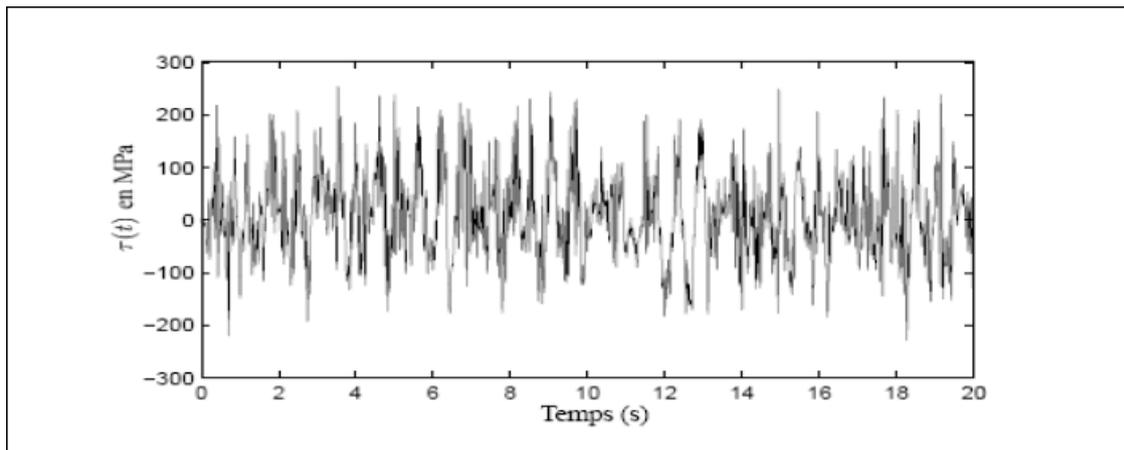


Figure I-1 Spectre de chargement

La méthode de comptage de Rainflow est considérée comme celle menant à des prédictions de durée de vie les plus proches de la réalité [1]. Cette méthode est représentée sous deux formes : comptage des cycles par trois points consécutifs et comptage des cycles par quatre points consécutifs. La méthode consiste à déterminer dans un spectre de chargement, les valeurs des points extrêmes : la valeur du pic le plus haut et la valeur de vallée la plus basse.

I-1.3. Méthode de comptage des cycles par trios points

Cette technique utilise trois points consécutifs dans l'historique du chargement pour déterminer si un cycle est formé, ceci est illustré par la figure I-2 [2].

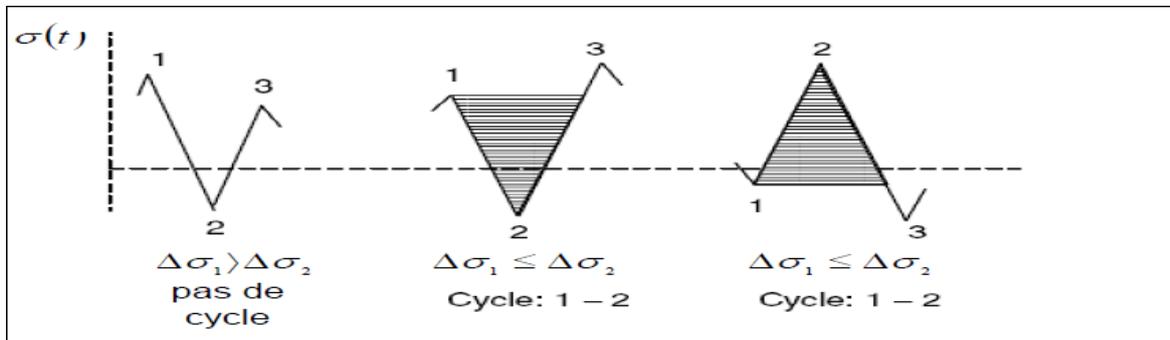


Figure I-2. Méthode de Rainflow de comptage par trios points

La figure I-2 montre la règle pour identifier les deux possibilités de formation des cycles, les trios points définissant deux étendues tel que :

$$\Delta\sigma_1 = |\sigma_1 - \sigma_2|, \Delta\sigma_2 = |\sigma_2 - \sigma_3|,$$

si $\Delta\sigma_1 \leq \Delta\sigma_2$ le cycle est formé.

si $\Delta\sigma_1 > \Delta\sigma_2$ le cycle n'est pas formé [2].

Les résultats obtenus par la méthode de comptage des cycles de Rainflow, sont généralement des séquences de chargement ou chargement par blocs, ces derniers sont déterminés en calculant le nombre de chaque boucle d'hystérésis obtenues à partir d'un chargement aléatoire.

La figure I-3 montre un chargement par blocs qui peut être issu de cette méthode.

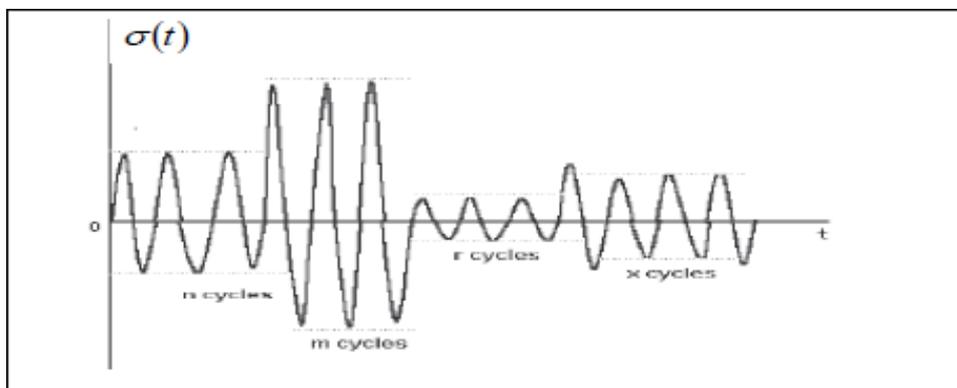


Figure I-3. Chargement par blocs obtenu par la méthode Rainflow

I-2– ETUDE DES LOIS D'ENDOMMAGEMENT EN FATIGUE:

Cette partie du chapitre présente un certain nombre de lois d'endommagement en fatigue, en fonction de leur base physique. Les lois sont décrites sans entrer systématiquement dans le détail des calculs (qui sera abordé lors de la comparaison des lois entre elles), mais en insistant sur leurs hypothèses de base et leurs caractéristiques propres. Une attention particulière est portée aux points suivants :

- Le caractère linéaire ou non de la fonction du dommage en fatigue et de son cumul.
- La contribution au dommage des petits cycles de contraintes, c'est à dire des cycles dont le niveau de contrainte est inférieur ou égal à la limite d'endurance du matériau.
- L'effet de l'ordre d'application des niveaux de contrainte des différents blocs (effet de séquence ou encore effet de mémoire du chargement),
- La prise en compte de la contrainte moyenne.
- La nature de la sollicitation (triaxialité ou non des états de contrainte).
- La détermination des principaux paramètres de la loi, c'est à dire son calage sur des propriétés de base du matériau en fatigue.

I-2-1. Lois de cumul d'endommagement [3]

Le dommage par fatigue est dû essentiellement suite à des altérations des propriétés de la structure, sous l'effet de chargements répétés.

Le dommage est donc un phénomène qui dépend du niveau des sollicitations ainsi que le nombre de répétitions (cycles) à chaque niveau.

En 1933, French était le propulseur, dans ses recherches, pour montrer l'effet de surcharge de la limite d'endurance. En 1937, Langer a proposé de diviser le processus du dommage en deux parties: amorçage et propagation de fissure, ou chaque partie a sa propre loi de cumul linéaire.

En 1938, Konners suggère d'utiliser la variation de la limite d'endurance comme un indicateur de dommage. [4,5]

Les trois concepts proposés par ces auteurs furent la base de modélisation de cumul de dommage.

En 1958, Kachanov [6] , a considéré que l'amorçage du dommage était un phénomène interne de dégradation progressive du matériau. Par la

présence des cavités, des microfissures et sous l'effet de la répétition de la charge, l'aire de la section droite se réduisait. Cette approche a été reprise par Chaboche [7] afin de proposer une loi de cumul de dommage non linéaire. Pour évaluer le niveau d'endommagement, un indicateur **D** est imposé comme paramètre d'évaluation du dommage, qui varie de 0 (état vierge) à 1 (état de rupture).

Donc, le dommage peut être subdivisé en deux catégories :

- Processus **A** : le dommage augmente d'une façon linéaire avec le rapport $\frac{n}{N_R}$.
- Processus **B** : le dommage s'accumule d'une façon non linéaire. La concavité de la courbe est dirigée vers le haut cela veut dire que le dommage s'accélère vers la fin de la vie du matériau, voir figure (I-4)

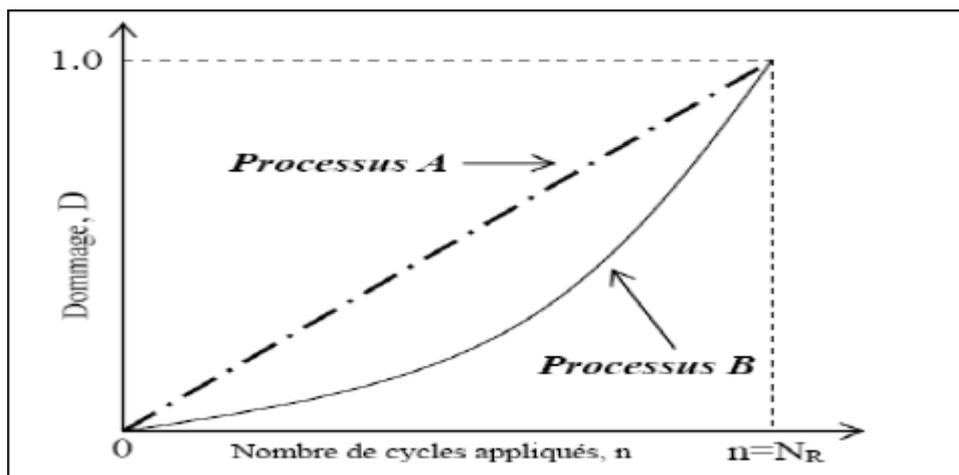


Figure I-4. Représentation schématique du processus d'endommagement.

I-2-2. Application de la règle linéaire

Les pièces mécaniques sont généralement soumises à des sollicitations variables. L'application de ces sollicitations peut être représentée par les niveaux des contraintes. La figure I-5 montre une sollicitation à deux niveaux : le premier niveau est caractérisé par les paramètres n_1 , σ_1 et N_{R1} . Le deuxième niveau est représenté par les paramètres σ_2 et N_{R2} .

On cherche, alors, le nombre de cycles à appliquer jusqu'à la rupture. D'après la règle linéaire de cumul du dommage, la vie prévue au deuxième niveau de chargement est donnée par :

$$n_2 = N_{R2} \left(1 - \frac{n_1}{N_{R1}} \right) \dots\dots\dots (I-1)$$

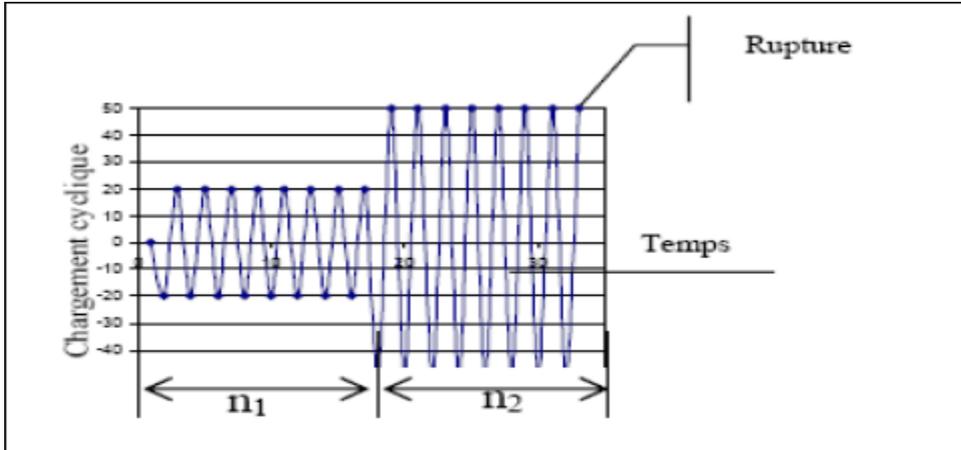


Figure I-5 Changement a deux niveaux

Cette loi peut être généralisée aux cas de plusieurs niveaux de chargement où la vie résiduelle au dernier niveau k est donnée par :

$$n_k = N_k \left(1 - \sum_i^{k-1} \beta_i \right) \dots\dots\dots (I-2)$$

I-2-3 Lacunes de la règle linéaire

Les résultats expérimentaux ont montré que l'ordre d'apparition des niveaux de chargement est un facteur important dans la sommation des fractions de vie.

- pour les niveaux décroissants: $\sum_i \beta_i < 1$
- pour les niveaux croissants : $\sum_i \beta_i > 1$

$$\beta_i = \frac{n_i}{N_{Ri}} \dots\dots\dots (I-3)$$

Les carences de cette loi sont :

- la sommation des fractions de vie est plus marquée pour un nombre élevé de cycles que pour un faible nombre.
- Un niveau de chargement cyclique inférieur à la limite d'endurance du matériau n'a aucun effet quel que soit le nombre de cycles appliqué et indépendamment du lieu d'apparition dans l'histoire de chargement.

I-2-4-Loi de Palmgren-Miner :

Cette loi est proposée par Palmgren en 1924 et développée par Miner en 1945. Elle s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- le dommage emmagasiné par le matériau à chaque cycle est uniquement fonction du niveau de contrainte.
- Le chargement est une fonction sinusoïdale en fonction du temps.
- La somme totale du travail absorbé par le matériau engendrant sa rupture, n'influence pas la ruine du matériau.
- Le diagramme de Goodman modifié est la modélisation du diagramme de Haigh qui représente le comportement expérimental des matériaux.
- L'amorçage d'une fissure macroscopique est l'indicateur de ruine lorsque le paramètre $D=1$

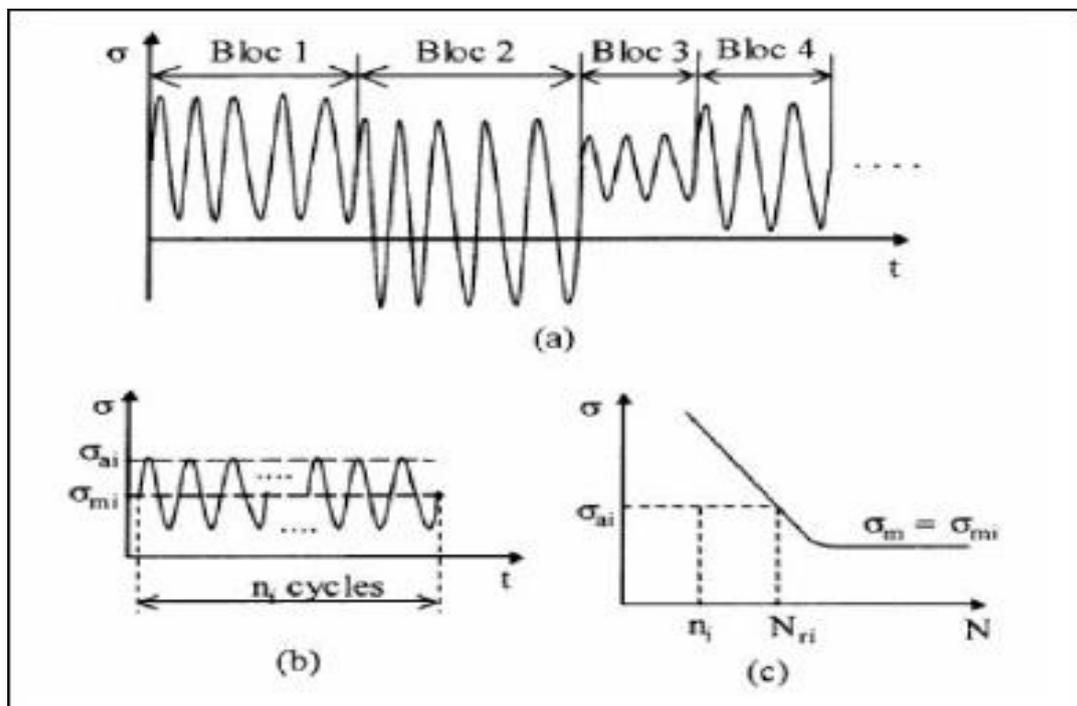


Figure I-6. Description du type de chargement

Le dommage, au sens de Miner, est la fraction de durée de vie dépensée au niveau de la contrainte σ_i :

$$D_i = \frac{n_i}{N_{Ri}} \dots\dots\dots(I-4)$$

Où N_{Ri} est le nombre de cycles à la rupture correspondant au niveau de contrainte σ_i , obtenu sur la courbe de Wöhler du matériau étudié.

Dans le cas d'une sollicitation à plusieurs niveaux de blocs (figure I-2), le dommage total subit par l'éprouvette est donné par:

$$D = \sum D_i = \sum_i^k \frac{n_i}{N_{Ri}} \dots\dots\dots (I-5)$$

La ruine se produit lorsque **D** vaut l'unité.

Avantages de la loi:

- Compte tenu de sa simplicité cette loi est la plus utilisée aujourd'hui dans les bureaux d'études.
- Cette loi n'a aucun paramètre particulier à identifier par les essais et par conséquent elle ne nécessite pas la connaissance de la courbe S-N du matériau. Inconvénients de la loi:
 - Elle ne tient pas compte de l'ordre d'apparition des blocs (histoire du chargement).
 - Elle ne tient pas compte de l'effet endommageant des cycles de petites amplitudes.
 - Elle ne tient pas compte de la fraction atteinte pour la description du dommage engendrée par cycle.

I-2-5. Loi de cumul de Mesmacque ou loi de la contrainte endommagée[8]

L'hypothèse est que si l'état physique de l'endommagement est le même, la durée de vie ne dépend que des conditions de chargement. Ceci se traduit par la courbe de Wöhler [9]. Nous transposons ce concept simple après n cycles de chargement. Au niveau i la durée de vie est de N_i et après n_i cycles la durée de vie est $(N_i - n_i)$. Sur la courbe de Wöhler, à cette durée de vie $(N_i - n_i)$ correspondant une contrainte admissible $\sigma(N_i - n_i)$. Nous appelons $\sigma(N_i - n_i)$ la contrainte endommagée (σ_{edi}) au niveau i après n_i cycles de chargement. Nous faisons l'hypothèse que ceci reste vrai quel que soit le niveau de chargement. Nous introduisons une variable d'endommagement D_i .

$$D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\sigma_u - \sigma_i} \dots\dots\dots (I-6)$$

où:

σ_{edi} : contrainte endommagée au niveau i .

σ_i : contrainte appliquée au niveau i .

σ_u : contrainte ultime du matériau.

Au premier cycle, la contrainte endommagée est bien égale à la contrainte appliquée et $D_i = 0$. Au dernier cycle, la contrainte endommagée est égale à la contrainte ultime σ_u et $D_i = 1$.

L'indicateur est bien "normalisé" à 1 à la rupture.

Le dommage se transpose aisément au niveau $i + 1$ par la relation

$$D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\sigma_u - \sigma_i} = \frac{\sigma_{equiv} - \sigma_{1+i}}{\sigma_u - \sigma_{1+i}} \dots\dots\dots (I-7)$$

Où :

σ_{equiv} : contrainte équivalente endommagée au niveau $i + 1$ dans la procédure on pose (σ'_{i+1ed}).

σ_{1+i} : contrainte au niveau $i + 1$.

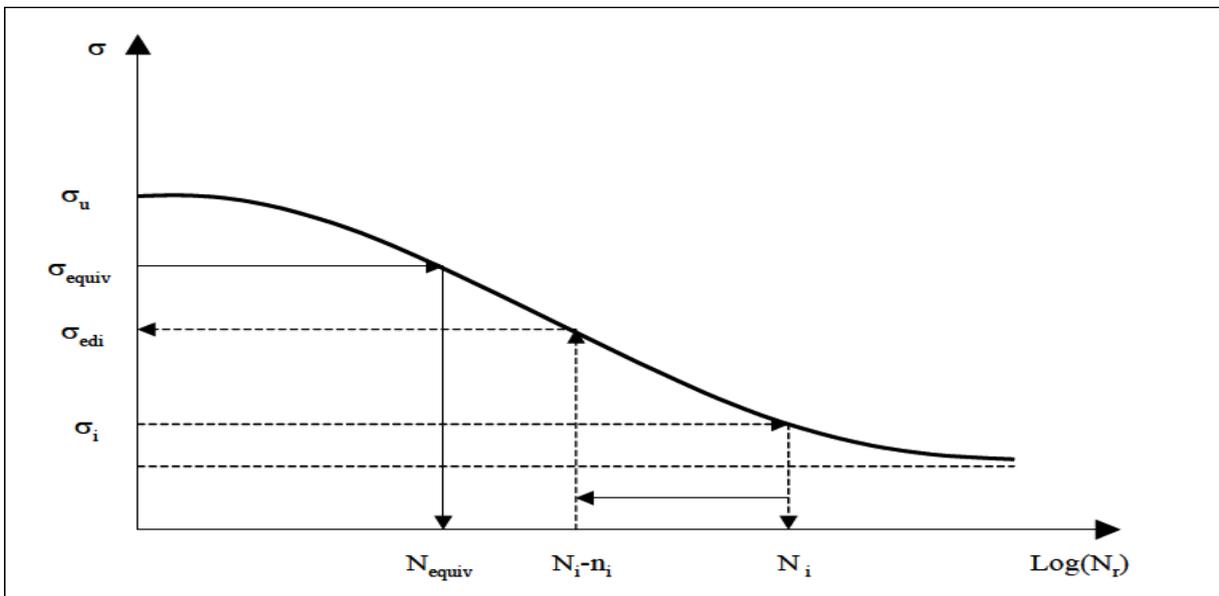


Figure I-7. Définition des paramètres de la loi de la contrainte endommagée.

On peut alors déterminer à partir de la courbe de Wöhler le nombre de cycles N_{equiv} équivalent au niveau $i + 1$ de n_i cycles au niveau .

Le nombre de cycles au niveau $i + 1$ sera majoré de N_{equiv} . Dans la procédure on pose (N'_{i+1R}).

Procédures de calcul

Premier niveau

- Pour une contrainte σ_1 la durée de vie est N_1

- En appliquant n_i cycles avec σ_1 , le nombre résiduel de cycles N_{1R} est :

$$N_{1R} = N_1 - n_1 \dots\dots\dots (I-8)$$

- On calcule la contrainte correspondant à N_{1R} , qu'on appelle contrainte endommagée σ_{1ed}

- Le dommage correspondant à σ_1 avec n_1 cycles appliqués est :

$$D_i = \frac{\sigma_{ed1} - \sigma_1}{\sigma_u - \sigma_1} \dots\dots\dots (I-9)$$

Deuxième niveau

- On transpose le dommage du niveau 1 au niveau 2 et on calcule la contrainte endommagée équivalente σ_{2ed} que génère ce même dommage.

$$D_1 = D'_2 = \frac{\sigma_{2ed} - \sigma_2}{\sigma_u - \sigma_2} \dots\dots\dots (I-10)$$

$$D'_{2ed} = (D'_2)(\sigma_u - \sigma_2) + \sigma_2 \dots\dots\dots (I-11)$$

Avec σ'_{2ed} on peut obtenir le nombre de cycles équivalent N'_{2R}

- Pour une contrainte σ_2 la durée de vie est N_2 .

- On applique n_2 cycles avec σ_2 et on calcule le nombre résiduel de cycles de la manière suivante :

$$N_{2R} = N'_{2R} - n_2 \dots\dots\dots (I-12)$$

- Avec N_{2R} on peut calculer la contrainte endommagée σ_{2ed}

- Le dommage cumulé à ce niveau est :

$$D_2 = \frac{\sigma_{ed2} - \sigma_2}{\sigma_u - \sigma_2} \dots\dots\dots (I-13)$$

Troisième niveau

- On transpose le dommage du niveau 2 au niveau 3 et on calcule la contrainte endommagée équivalente σ'_{3ed} que génère ce même dommage .

$$D_2 = D'_3 = \frac{\sigma'_{3ed} - \sigma_3}{\sigma_u - \sigma_3} \dots\dots\dots(I-14)$$

$$\sigma'_{3ed} = (D'_3)(\sigma_u - \sigma_3) + \sigma_3 \dots\dots\dots(I-15)$$

- Avec σ'_{3ed} , on peut déterminer le nombre résiduel de cycles N'_{3R}
- Pour une contrainte σ_3 la durée de vie est N_3
- On applique n_3 cycles avec σ_3 et on calcule le nombre résiduel de cycles de la manière suivante :

$$N_{3R} = N'_{3R} - n_3 \dots\dots\dots(I-16)$$

- Avec N_{3R} on peut calculer la contrainte endommagée σ_{3ed}
- Le dommage cumulé à ce niveau est :

$$D_3 = \frac{\sigma_{ed3} - \sigma_3}{\sigma_u - \sigma_3} \dots\dots\dots(I-17)$$

On suit la même procédure jusqu'à la rupture, c'est à dire quand le dommage D prend la valeur égale à 1.

La loi de Mesmacque et le critère de Crossland, feront l'objet d'établissement de notre modèle de calcul du cumul d'endommagement et par conséquent la durée de vie des structures sollicitées en fatigue multiaxiale. Le détail sera présenté au chapitre suivant.

I-3. Les traitements superficiels

Les propriétés locales d'un matériau peuvent être améliorées par un traitement de surface tel que: traitement thermique, thermochimique ou par une action mécanique. Ces traitements ont pour avantage, l'augmentation de la dureté en surface par écrouissage ou par transformation métallurgique. La dureté garantit significativement une bonne résistance aux efforts de fatigue en minimisant les dommages causés par l'usure et les effets en sous-couches dus aux chargements répétés.

En outre, ces traitements introduisent des contraintes résiduelles de compression dans les couches superficielles dues aux hétérogénéités de déformations dans le matériau. Ces contraintes résiduelles entraînent une amélioration de la limite d'endurance lorsque les pièces seront sous chargements cycliques.

Le tableau suivant représente les différentes catégories de traitements.

Tableau I-1. Traitement de précontrainte [10]

Type de traitement	Origines principales des contraintes résiduelles	Noms des traitements
Mécanique	Déformation plastique locale	Sablage, grenailage, martelage, galetage, polissage, etc.
Thermique	Dilatation différentielle et transformation de phase	Trempe et trempe superficielle
Thermochimique	Diffusion, dilatation différentielle et transformation de phase	Cémentation, carbonituration, nitruration, etc.

I-3-1. Les traitements mécaniques :

Ces traitements sont divers selon le mode d'application. Ces divers procédés sont regroupés dans le tableau (I-2).

Tableau I-2. Différents traitements mécaniques de surface. [10]

Dénomination	Mise en oeuvre	Profondeur de traitement	Avantages et inconvénients
Tribofinition	Frottement	De 0,01 à 0,03 mm	Long et coûteux
Grenaillage	Projection contrôlée de billes de différents diamètres, de différentes mesures et de différentes vitesses	De 0,1 à 0,6 suivant les conditions et matériaux	Quelques problèmes d'incrustation, de microdéfauts et parfois de rugosité. S'adapte à toutes les géométries
Martelage	Impact d'aiguille à extrémité sphérique	De 1 à 2 mm	Problèmes d'état de surface, ne s'applique qu'aux géométries simples
Galetage	Roulement d'un galet avec une forte force d'appui.	De 2 à 3 mm	Variation dimensionnelle, nécessite une géométrie particulière
Ondes de choc	Explosion laser impulsif de très forte puissance	Jusqu' à 4 mm	S'adapte à toutes les géométries (pour laser) pas de modification de l'état de surface (traitement en Cours de développement)
Préconformage Autofrettage	Flexion, expansion avec passage en plasticité	Quelques mm	Traitement directionnel

Nous allons détailler dont ce qui suit quelque traitements de surface.

I-3-1.1 Le grenailage de précontrainte

Le grenailage de précontrainte (également appelé shot peening) est le plus utilisé des traitements superficiels mécaniques dans le domaine industriel, en particulier dans le domaine des pièces sollicitées en fatigue et en corrosion.

L'opération consiste à soumettre la surface d'une pièce à un bombardement contrôlé de particules (en acier, verre ou céramique) sous formes sphériques. Les grenailles sont propulsées à grande vitesse par le biais d'une turbine ou par un jet d'air comprimé.

Chaque particule agit comme un minuscule marteau et imprime dans la surface du matériau une cupule de déformation plastique plus au moins profonde, selon la nature du matériau à traiter et des paramètres de grenailage.

L'opération est terminée lorsque la surface est entièrement recouverte par un réseau d'empreintes suffisamment dense.

Chapitre II : Modélisation du Cumul d'Endommagement en Fatigue

II-1. Introduction

L'endommagement en fatigue des structures est un processus principal d'initiation et de propagation des fissures et pouvant provoquer la ruine de ces structures. Il est primordial d'évaluer le cumul de dommage et de prédire la durée de vie des composants mécaniques soumis aux sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables. Cela permet aux industriels d'établir des plans de maintenance préventive indiquant les périodes nécessaires à l'entretien des équipements névralgiques.

Nous présentons dans ce chapitre, un modèle prédictif du cumul du dommage engendré par des sollicitations cycliques d'amplitudes variables, lesquelles sont particulièrement appliquées aux pièces dans divers types d'industrie. Contrairement à la loi linéaire de Miner qui ne tient pas compte de l'effet de l'ordre d'apparition des chargements, le modèle proposé est basé sur une loi non linéaire de la contrainte endommagée prenant en considération l'histoire du chargement. Le calcul nécessite uniquement la connaissance de la courbe de Wöhler (courbe S-N) du matériau étudié et la contrainte ultime à la rupture.

II-2. Modélisation du cumul d'endommagement en fatigue uniaxiale

Nous avons présenté dans le chapitre précédent les différentes lois de cumul d'endommagement, où chaque loi nécessite la connaissance de plusieurs paramètres issus des essais expérimentaux qui rendent leurs applications compliquées. La loi la plus connue pour l'évaluation du cumul de dommage est celle de Palmgen-Miner. Cette loi se caractérise par sa simplicité; mais son inconvénient est qu'elle ne tient pas en compte de l'histoire du chargement.

Le modèle que nous proposons est basé sur la loi de cumul de la contrainte endommagée développée par Mesmacque et al. [3,11,12].

En effet, il s'agit d'une loi non linéaire relativement simple à appliquer pour la prédiction de la durée de vie et le cumul du dommage. Le modèle proposé tient compte de l'histoire de chargement, aspect négligé par la règle de Miner, notamment l'ordre d'application des différents blocs de chargement [11,12]. L'algorithme de la loi est représenté sur la figure II-1.

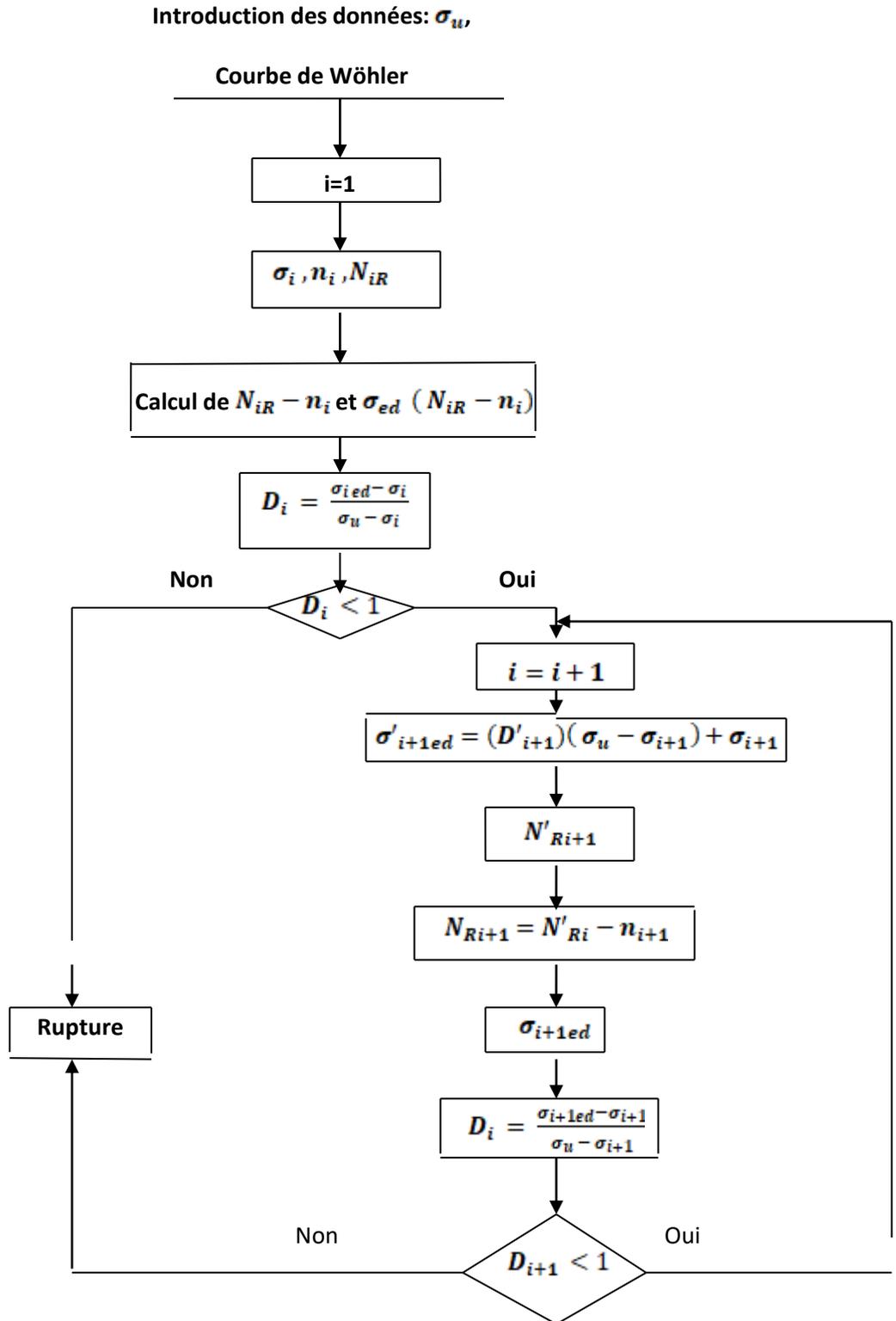


Figure II-1. Organigramme de calcul de l'indicateur du dommage de la contrainte endommagée en fatigue sous sollicitation uniaxiale.

II-3. Validation du modèle

II-3-1. Caractéristiques du matériau SM 45C

Le matériau étudié est un acier au carbone SM 45C [13,14].

La composition chimique du matériau et les caractéristiques mécaniques sont données par les tableaux suivants:

Tableau II-1. Composition chimique de l'acier SM 45C.

Eléments	C	Mn	P	S	Si	Ni	Cr	Cu
%	0.42	0.73	0.02	0,012	0.28	0,14	0,18	0,13

Les caractéristiques mécaniques conventionnelles sont résumées dans le tableau II-2 suivant :

Tableau II-2. Caractéristiques mécaniques

σ_e (MPa)	σ_u (MPa)	E (MPa)	G (MPa)	ν %	A %
638	824	213	82.5	0.29	22

II-3-2. Courbes de fatigue de l'acier SM 45C (matériau de base)

Les propriétés en fatigue du matériau étudié ont été obtenues par Lee [13]. L'auteur a réalisé des essais de fatigue en torsion et en flexion purement alternée. Les limites d'endurance en torsion et flexion purement alternée sont :

$$f_{-1} = 442 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{-1} = 311 \text{ Mpa}$$

les figure (II-2) (II-3) montre les courbe de Wöhler en torsion alternée (essais de fatigue uniaxial) dans le cas de flexion et torsion alternées. les courbes de Wöhler l'acier SM45c sont données par les équations suivantes [15]:

1. torsion alternée $\tau_{-1}(Ni) = \frac{311}{1-62.3(Ni)^{-0.53}}$ (II-1)

2. flexion alternée $f_{-1}(Ni) = \frac{442}{1-62.3(Ni)^{-0.53}}$ (II-2)

les courbes de Wöhler sont présentées par les figures (II-2) (II-3).

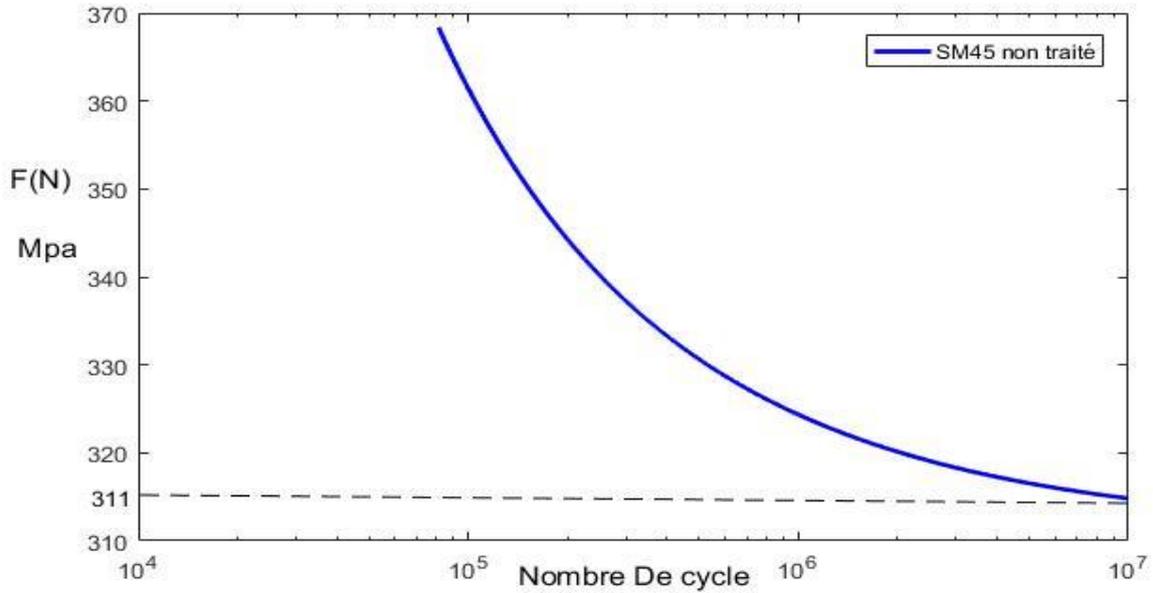


Figure II-2. Courbe de fatigue en torsion alternée modélisée de l'acier SM 45C non traité.

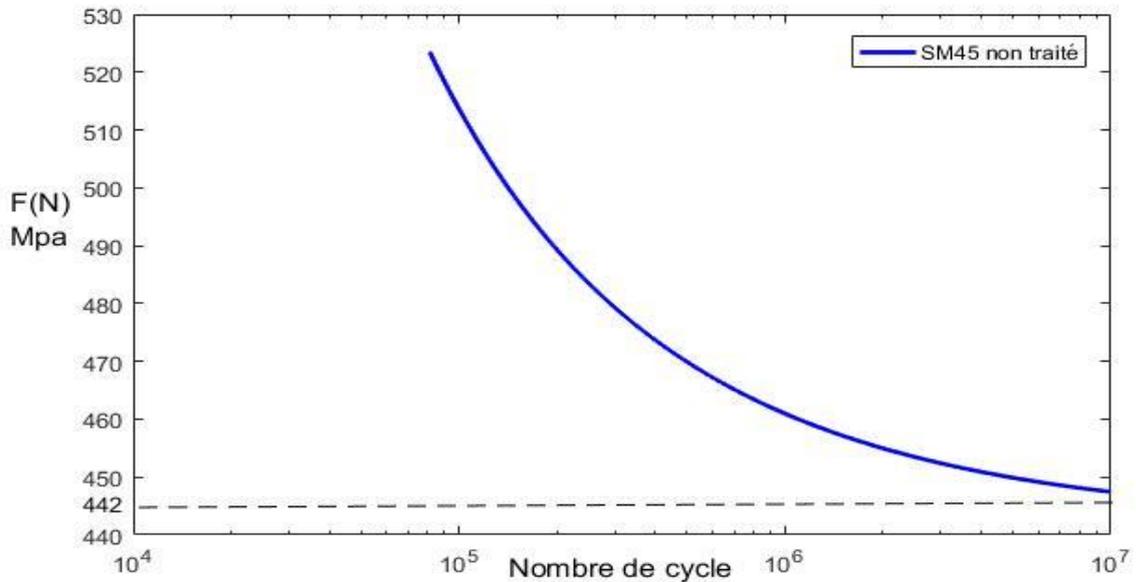


Figure II-3. Courbe de fatigue en flexion alternée modélisée de l'acier SM 45C non traité

II-3-3. Effet de chargement sur l'évolution du cumul de dommage

Afin de décrire l'évolution du cumul d'endommagement, le modèle requiert la connaissance entière de la courbe de Wöhler du matériau. Pour ce faire, il est indispensable de modéliser la courbe de Wöhler dans sa partie oligocyclique, Par interpolation, nous avons modélisé cette partie entre 0 et 81254 cycles (les démonstrations sont exposées en l'annexe I)

Par conséquent, l'équation suivante décrit la courbe S-N dans sa partie oligocyclique:

$$\tau' = -2.348(Ni)^{0.338} + 475 \quad \dots\dots\dots(II-3)$$

Après établissement de la totalité de la courbe de Wöhler, nous appliquons la loi de la contrainte endommagée via l'organigramme donné par la figure II-1.

Nous déterminons l'évolution du cumul de l'endommagement sous l'effet de deux contraintes de valeurs différentes (360 et 390 MPa). Afin de pouvoir faire une comparaison entre les deux modèles, leurs allures sont représentées sur la figure II-4.

Le cumul du dommage de la loi de Palmgren-Miner se calcule comme suit

$$D = \sum D_i = \sum_i^k \frac{n_i}{N_{Ri}} \quad \dots\dots\dots II-4)$$

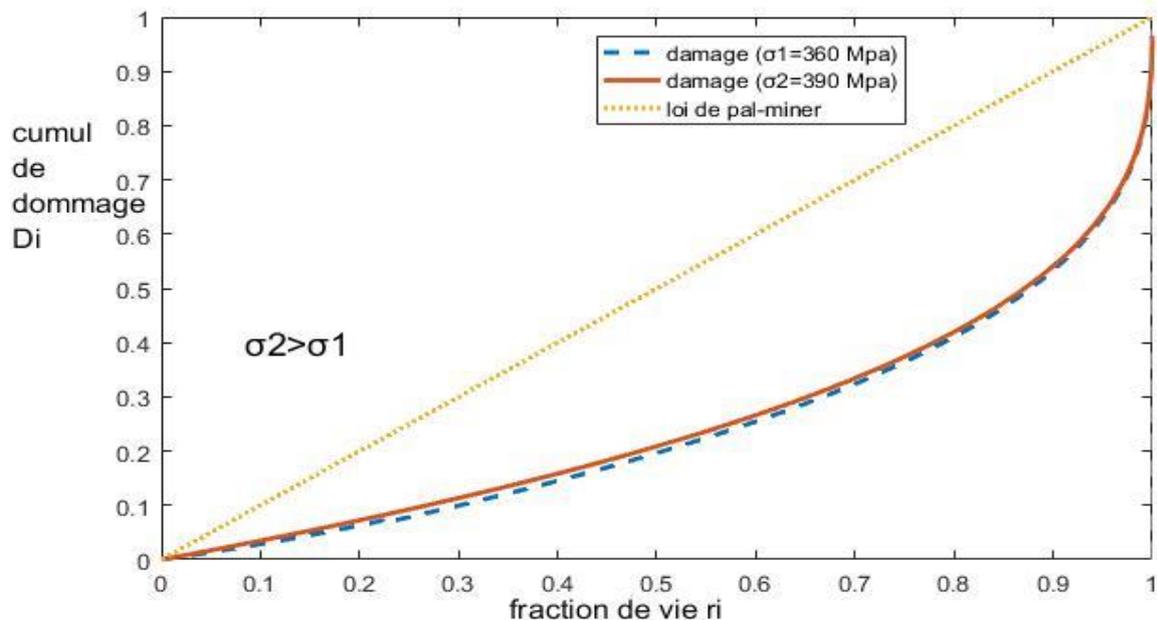


Figure II-4. Effet des chargements sur l'évolution du cumul de dommage.

Les courbes représentées sur la figure II-4 ont une forme non linéaire. Elles représentent l'évolution du cumul d'endommagement sous chargement uniaxial en fonction de la fraction de durée de vie r_i .

La courbe dont la contrainte est de 360 MPa évolue d'une manière progressive où le cumul d'endommagement augmente graduellement durant un segment important de fraction de vie (de 0 à 0,8), puis et à partir de $r_i=0.8$ le cumul du dommage augmente rapidement pour atteindre la valeur maximale égale à 1 ($D=1$), correspondant à la rupture de la structure. La deuxième courbe, relative à une contrainte égale à 390 MPa, est située au-dessus de la première courbe et suit la même forme d'allure décrite précédemment.

Ce qui montre que le cumul d'endommagement établi par notre modèle est influencé par l'intensité des charges appliquées.

Contrairement à ces deux courbes, on constate que la loi de Palmgren-Miner est représentée par une droite, où le cumul d'endommagement a une évolution purement linéaire.

II-4. Modélisation du cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale

Généralement les structures mécaniques sont souvent soumises aux sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables.

La loi de la contrainte endommagée est insuffisante pour déterminer l'évolution du dommage et la durée de vie sous ces conditions de chargement. Cette problématique a été étudiée par une équipe de chercheurs de l'INSA de Lyon (J.L.Robert 1992) [16], lesquels ont proposé une méthode de couplage d'une loi d'endommagement uniaxiale avec un critère de fatigue multiaxiale.

Dans notre cas, nous avons proposé une loi de cumul d'endommagement (loi de la contrainte endommagée) qui sera couplée au critère de fatigue de Crossland [17].

II-4-1. Présentation du critère de Crossland

Le critère de Crossland [18] est défini par la limitation de la contrainte équivalente de Von Mises, exprimée par une relation linéaire entre l'amplitude de la racine carrée du second invariant de déviateur de contraintes et la pression hydrostatique maximale[19].

Le critère s'écrit d'après l'équation (II-5):

$$\xi_a + a.P_{max} \leq b \quad \dots\dots\dots (II-5)$$

Avec

$$\xi_a = \sqrt{J_{2a}} = \sigma_{(vm)a} / \sqrt{3} \quad \dots\dots\dots (II-6)$$

$$P_{max} = 1/3 [tr(\sigma_m) + tr(\sigma_a) + tr(\sigma_r)] \quad \dots\dots\dots (II-7)$$

ξ_a et P_{max} sont respectivement le second invariant de déviateur de contrainte et la pression hydrostatique maximale respectivement.

Avec

$$b = \tau_{-1} \quad \dots\dots\dots (II-8)$$

$$a = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_{-1}}{\sqrt{3}}}{\frac{f_{-1}}{3}} \quad \dots\dots\dots (II-9)$$

La représentation graphique du critère est montrée sur la figure II-5

$\sqrt{J_{2a}}=f(P_{max})$ indique le domaine de sécurité.

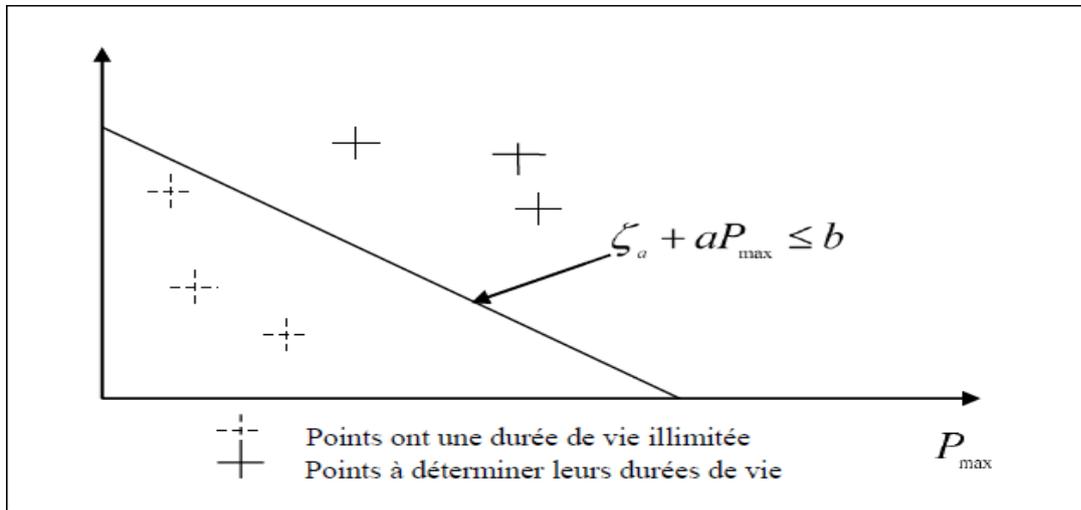


Figure II-5.Représentation graphique du critère de Crossland.

Les constantes a et b sont des paramètres du matériau, déterminées par deux essais expérimentaux : essais de torsion et de flexion purement alternées..

Pour conserver le signe de la pression hydrostatique dans l'équation (II-5), le paramètre a doit présenter une certaine condition mathématique qui est d'après [19].:

$$\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \leq \sqrt{3} \quad \dots\dots\dots (II-10)$$

Cela s'explique par le fait que le critère de Crossland s'applique à des matériaux qui vérifient cette condition nécessaire.

II-4-2. Méthodologie de travail

La méthodologie adoptée, pour analyser l'apport des traitements mécaniques de surface sur comportement des matériaux vis à vis de l'endommagement en fatigue comprend les étapes suivantes :

- La première est de proposer des lois de courbes de Wöhler pour le matériau de base ainsi que le même matériau traité avec trois différents cas d'améliorations de limites d'endurance, en flexion alternée et torsion alternée, soient : 10%, 20% et 25%. Nous déterminons ces courbes de Wöhler via une simulation sous le code Matlab [13].
- La seconde consiste à déterminer Le diagramme de Crossland pour les 4 cas considérés (matériau de base, amélioration de la tenue en fatigue à 10, 20 et 25%).
- La troisième étape est consacrée à la détermination de la contrainte équivalente , en exploitant le critère de Crossland, après calcul via le code matlab [20]. Pour ce faire, nous déterminons des paramètres ξ_a et P_{max} .
- Par la suite on détermine l'endommagement. Enfin, on trace les courbes de variation de l'endommagement pour le matériau non traité et pour les trois cas du matériau traité dans le cas d'un chargement à seul bloc. Il est indispensable de dissocier l'effet des contraintes résiduelles et de l'écroutissage et déterminer l'endommagement dans le cas d'un chargement à deux blocs (croissant et décroissant en contraintes).

II-5. Application du modèle sur des structures en acier SM 45C

II-5-1. Courbes de fatigue de l'acier SM 45C (matériau de base et trois cas d'amélioration de la limite d'endurance : 10%, 20% et 25%)

La courbe S-N de l'acier SM45 C totale est donnée par le système d'équation suivant

1- **Torsion alternée** (la limite de fatigue dans la partie oligocyclique et endurance limitée) figure(II-6)

1-1- Matériau de base

$$\tau' = -2.348(Ni)^{0.338} + 475 \quad 0 < (Ni) < 81254 \quad (II-11a)$$

$$\tau_{-1}(Ni) = \frac{311}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \quad 81254 < (Ni) < 10^7 \quad (II-11)$$

1-2- Amélioration des limites de fatigue de 10%.

$$\tau'^{(10\%)}(Ni) = -2,5828(Ni)^{0.338} + 522,5 \quad 0 < (Ni) < 81254 \quad (II-12a)$$

$$\tau_{-1}^{10\%}(Ni) = \frac{342,1}{1-62.3(Ni)^{0.53}} \quad 81254 < (Ni) < 10^7 \quad (II-12)$$

1-3- Amélioration des limites de fatigue de 20%

$$\tau'^{(20\%)}(Ni) = -2,8176(Ni)^{0.338} + 570 \quad 0 < (Ni) < 81254 \quad (II-13a)$$

$$\tau_{-1}^{20\%}(Ni) = \frac{373,2}{1-62.3(Ni)^{0.53}} \quad 81254 < (Ni) < 10^7 \quad (II-13)$$

1-4- Amélioration des limites de fatigue de 25%

$$\tau'^{(25\%)}(Ni) = -2,935(Ni)^{0.338} + 593,75 \quad 0 < (Ni) < 81254 \quad (II-14a)$$

$$\tau_{-1}^{25\%}(Ni) = \frac{388,75}{1-62.3(Ni)^{0.53}} \quad 81254 < (Ni) < 10^7 \quad (II-14)$$

2- **Flexion alternée** la limite de fatigue dans le domaine à d'endurance limitée
 ($81254 \leq N_i \leq 10^7$) figure(II-7)

1-1- Matériau de base

$$f_{-1}(Ni) = \frac{442}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \quad [\text{Mpa}] \quad \dots\dots\dots (II-15)$$

2-2- Amélioration des limites de fatigue de 10%.

$$f_{-1}^{10\%}(Ni) = \frac{486.2}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \quad [\text{Mpa}] \quad \dots\dots\dots (II-16)$$

2-3- Amélioration des limites de fatigue de 20%

$$f_{-1}^{20\%}(Ni) = \frac{530.4}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \quad [\text{Mpa}] \quad \dots\dots\dots(II-17)$$

2-4- Amélioration des limites de fatigue de 25%

$$f_{-1}^{25\%}(Ni) = \frac{552.5}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \quad [\text{Mpa}] \quad \dots\dots\dots (II-18)$$

La détermination des équations est présentée en annexe I .

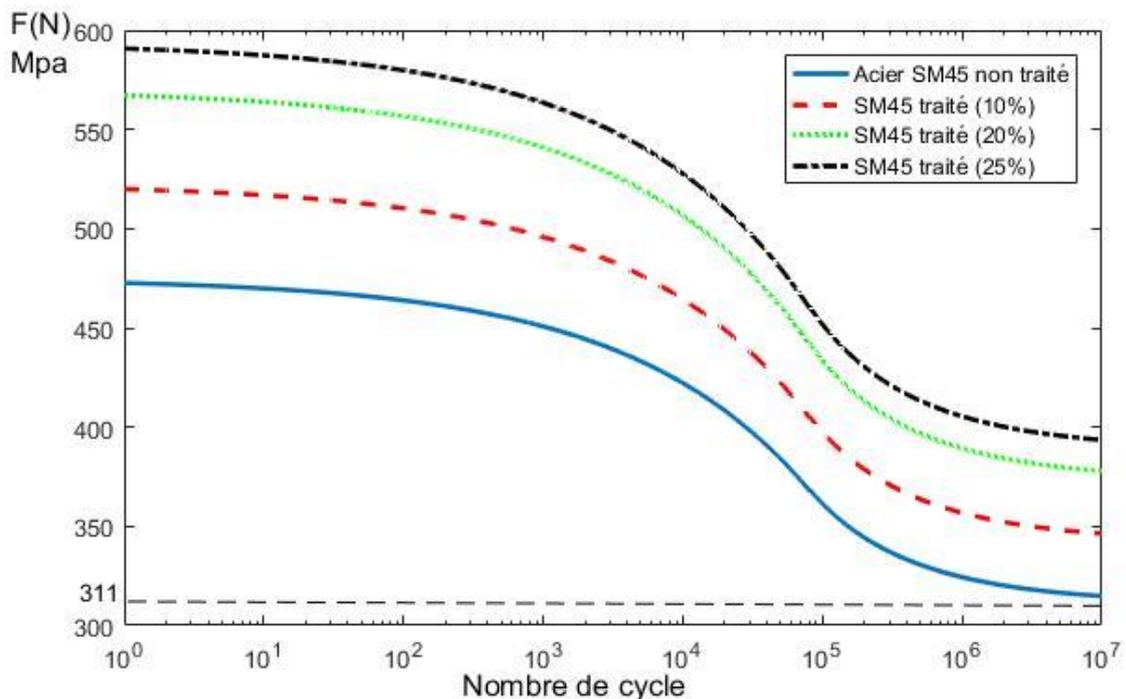


figure II-6. Courbe de fatigue en torsion alternée modélisée de l'acier SM 45C (matériau de base et trois cas de matériau traité).

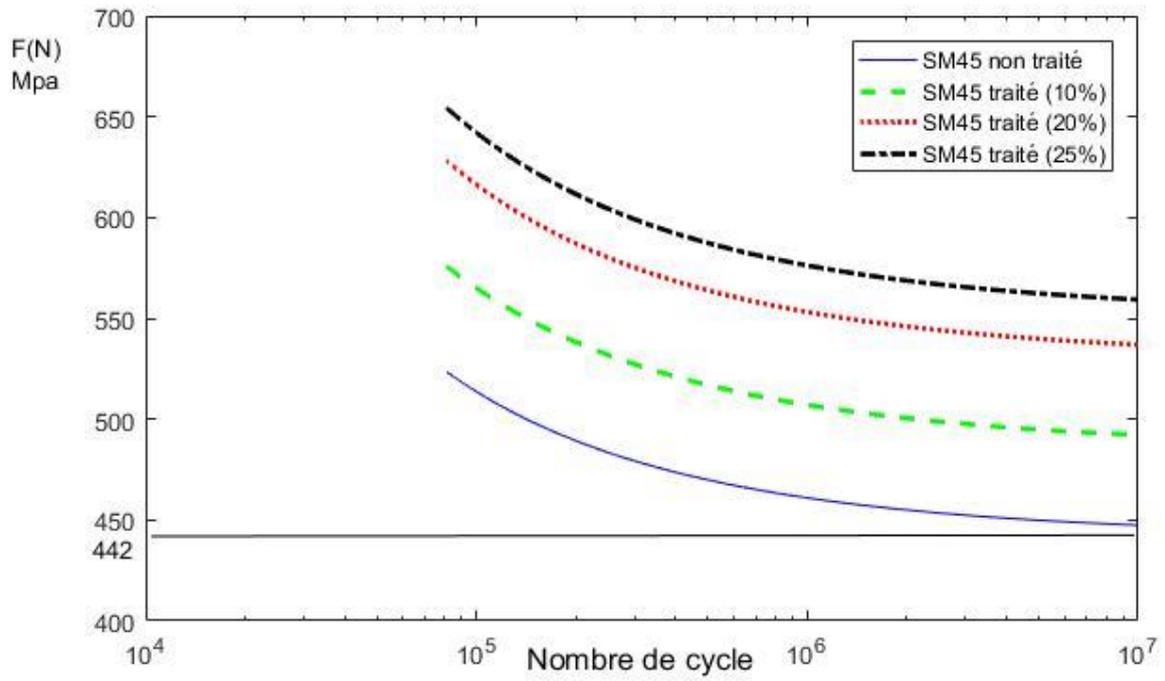


figure II-7. Courbe de fatigue en flexion alternée modélisée de l'acier SM 45C (matériau de base et trois cas de matériau traité).

II-5-2. Application du Critère de Crossland

Dans cette partie, le critère de Crossland sera présenté dans le domaine à endurance limitée (entre $N_i = 81254$ cycles et $N_k = 10^7$ cycles.)

- **II-5-2-a. Droite limite du domaine de durée de vie illimitée**

En utilisant les équations des courbes S-N du matériau

(II-11), (II-15) pour matériau de base

(II-12), (II-16) pour cas Amélioration des limites de fatigue de 10%.

(II-13), (II-17) pour cas Amélioration des limites de fatigue de 20%.

(II-14), (II-18) pour cas Amélioration des limites de fatigue de 25%.

On calcule les constantes du critère de fatigue selon les formules (II-7) et (II-8), à partir des limites de fatigue du matériau en torsion et flexion purement alternée $N_i = N_k = 10^7$ cycle à (domaine à grand nombre de cycles). On identifie les constants **a** et **b** comme suit :

matériau de base $b=314,8243387$ et $a=0.3788$

Amélioration 10%. $b=346,3067726$ et $a=0.3788$

Amélioration 20%. $b=377,7892064$ et $a=0.3788$

Amélioration 25%. $b=393,5304234$ et $a=0.3788$

Le critère de Crossland s'écrit suivant sa formule: $\xi_a + a \cdot P_{max} \leq b$

- **II-5-2-b. Droite limite du domaine de durée de vie limitée**

- De la même façon, les limites de fatigue à $N_i = 81254$ cycles , et en utilisant les équations de courbes S-N du matériau

(II-11), (II-15) pour matériau de base

(II-12), (II-16) pour cas Amélioration des limites de fatigue de 10%.

(II-13), (II-17) pour cas Amélioration des limites de fatigue de 20%.

(II-14), (II-18) pour cas Amélioration des limites de fatigue de 25%.

On détermine les constantes du critère de Crossland en utilisant les équations (II-8) et (II-9); donc :

matériau de base $b=368.3496$ et $a=0.3788$

Amélioration 10%. $b=405,1846$ et $a=0.3788$

Amélioration 20%. $b=442.0195$ et $a=0.3788$

Amélioration 25%. $b=460,4370$ et $a=0.3788$

Le critère de Crossland s'écrit suivant sa formule: $\xi_a + a.P_{max} \leq b$

Les diagrammes de Crossland sont délimités par deux droites, présentant le domaine des durées de vie limitées.

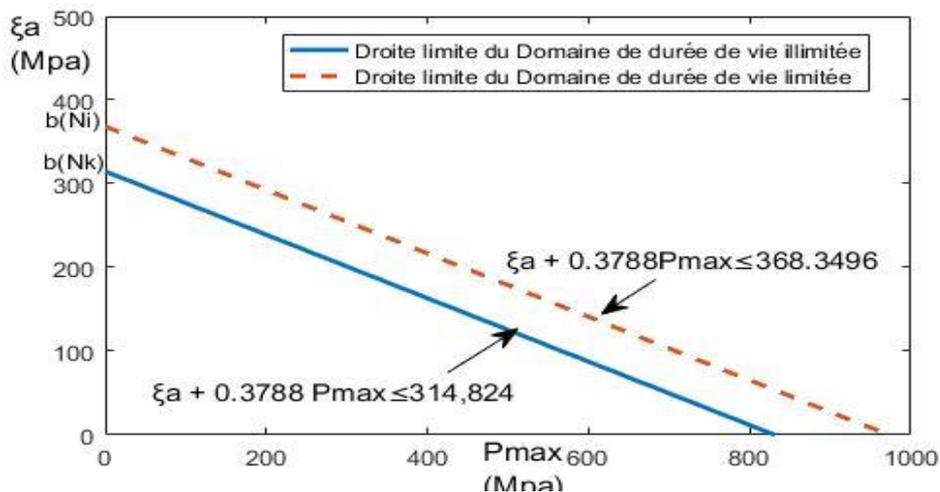


Figure II-8. Le diagramme de Crossland de acier non traité (de base).

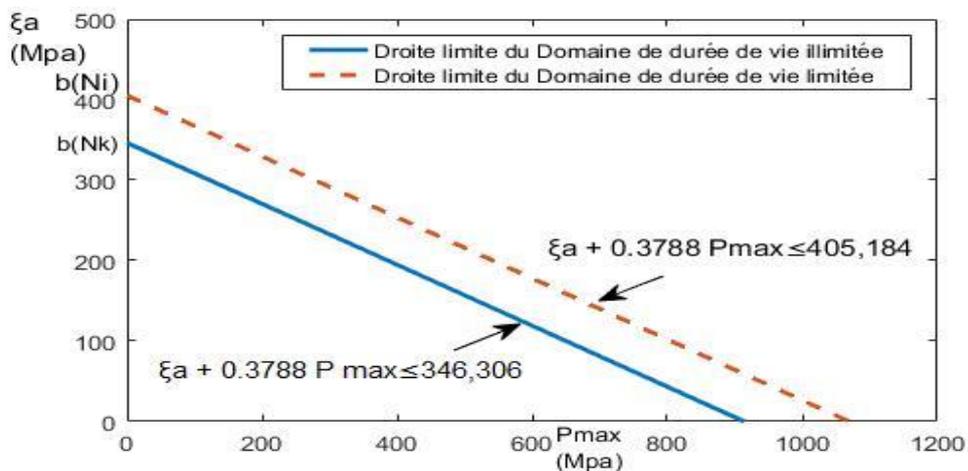


Figure II-9. Le diagramme de Crossland de acier traité avec une amélioration de 10% .

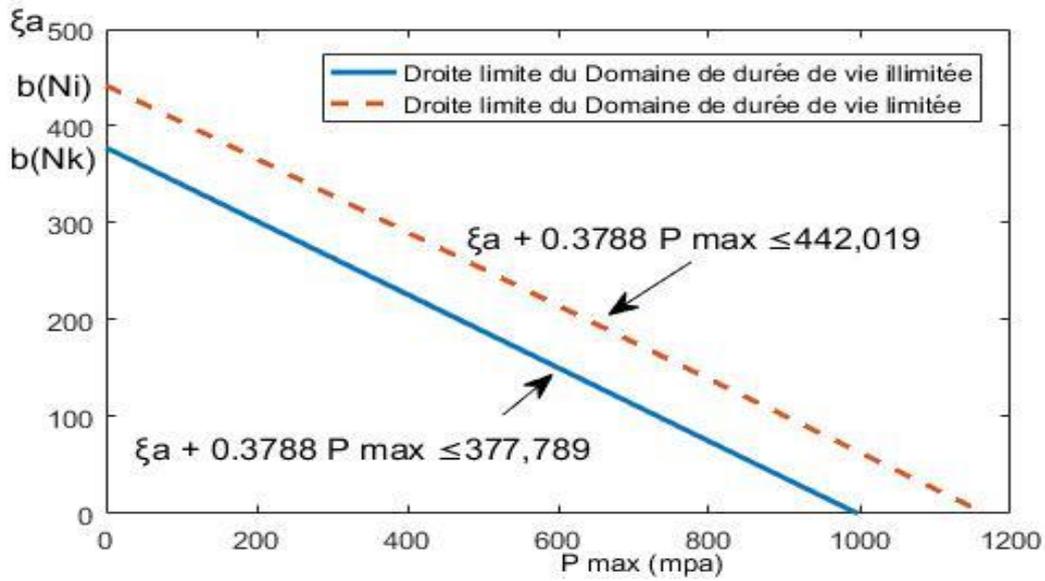


Figure II-10. Le diagramme de Crossland de acier traité avec une amélioration de 20% .

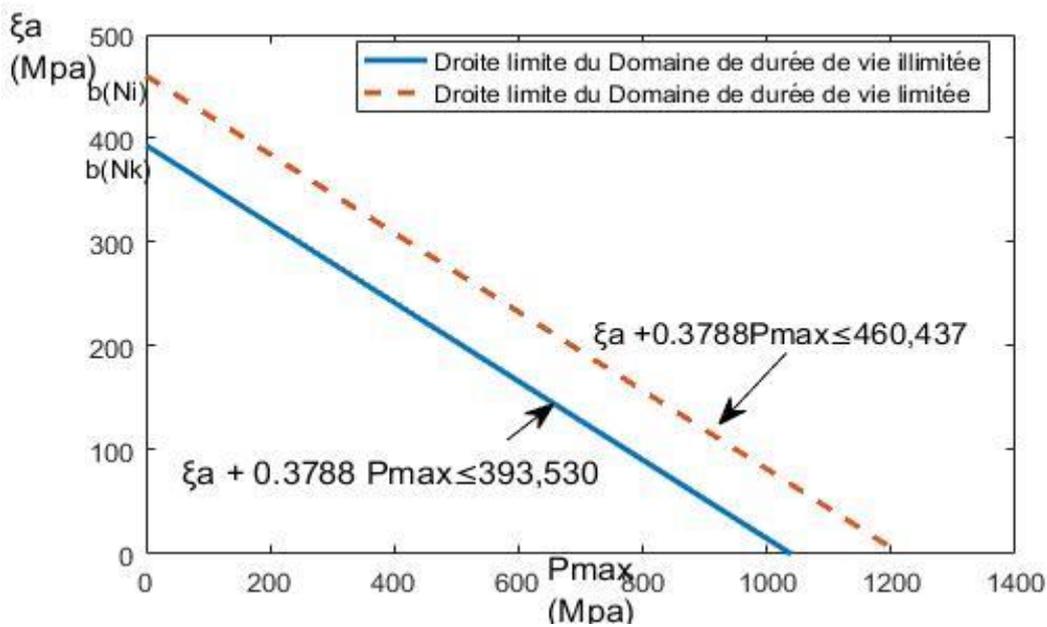


Figure II-11. diagramme de Crossland de acier traité avec une amélioration de 25% .

II-5-2.1. Présentation graphique des résultats:

les figure II-8 montre les droites limites correspondantes deux domaines limité et illimité de la durée ,lorsqu'un matériau subit un traitement de surface les deux droites domaines limité et illimité sont déplacé vers les valeurs positive de l'axe de P_{max} ,et de l'axe ξ_a Figure II-9 II-10 II-1

II-5-3. Calcul de durée de vie

Afin de déterminer la durée de vie, on utilise le critère de Crossland. Dans chaque application, on introduit des chargements superposés (solicitation en dessous de la limite d'élasticité), et on détermine les valeurs suivantes :

- La pression hydrostatique maximale P_{max} : déterminée par l'application de la contrainte statique plus la contrainte alternée [19].
- La racine carrée du second invariant des contraintes ξ_a : déterminée par l'application de la contrainte alternée [20.19].
- D'après l'équation (II-6) on calcul: $\xi_a = \sqrt{J_{2a}} = \sigma_{vm}/\sqrt{3}$

La contrainte σ_{vm} est la contrainte de Von Misés obtenue à partir de la contrainte alternée.

L'équation de la courbe Wöhler de torsion permet de calculer la contrainte de torsion à rupture si le nombre de cycle est connue.

on utilise la fonction inverse de torsion (II-11) ce qui donne:

$$N(\sigma_{eq}) = \left(\frac{\sigma_{eq}^{-311}}{62.3 \sigma_{eq}} \right)^{-1/0.53} \dots\dots\dots (II-19)$$

pour calculer la durée vie on doit détermine La Contrainte Equivalente de Crossland déterminée selon [21]. par:

$$\sigma_{eq} = \xi_a + a.P_{max}$$

Pour déterminer la contrainte équivalente nous devons connaitre le tenseur de contrainte $\bar{\sigma}$:

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_a + \bar{\sigma}_m + \bar{\sigma}_R \dots\dots\dots (II-20)$$

Il est établi que les traitement de surface introduisent des contraintes résiduelles de compression et un écrouissage superficiel, ceci se traduit sur les courbes d'endurance. Pour ce faire, on considère que le tenseur des contraintes résiduelles est plan pour lequel les composantes sont égales de compression dont la valeur absolue est inférieure à la limite d'élasticité, par exemple $\sigma_{Rxx} = \sigma_{Ryy} = -500Mpa$

Ainsi on considère plusieurs états de contraintes, de telle manière à prendre en compte que les cas de la fatigue à endurance limitée. Pour simplifier les calculs, nous considérons ce qui suit :

- deux états de contrainte uniaxiale tableau II-3
- 4 états de contraintes biaxiales tableau II-4
- 4 états de contraintes multiaxiales tableau II-5

Il est évident que le calcul sera établi pour les 4 cas (matériau de base et à endurance améliorée)

Les valeurs écrites en rouge dans les tableaux sont pour la fatigue a endurance limitée

La détermination de les contrainte équivalente est présentée en annexe II.

Les contraintes (uniaxial)				Prédiction de durée de vie (cycles)			
σ_a	σ_m	σ_R	σ_{eq}	Non traitée	10%	20%	25%
700	150	-500	235.9728	infinie	infinie	infinie	infinie
850	150	-500	347.0 110	1.7469e+05	7.4959e+06	infinie	infinie
1000	150	-500	458.0493	Domaine olygocyclique	Domaine olygocyclique	Domaine olygocyclique	8.5771e+04
1150	150	-500	569.0 875	c'est la cas d'une rupture statique.	c'est la cas d'une rupture statique.	Domaine olygocyclique	Domaine olygocyclique

Tableau II-3. 4 cas d'états de contrainte uniaxiale.

Les contraintes						biaxiales			
σ_a			σ_m	σ_R	σ_{eq}	Prédiction de durée de vie (cycles)			
σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}	σ_m	σ_R	σ_{eq}	Non traitée	10%	20%	25%
0	200	300	150	-500	24.3 188	infinie	infinie	infinie	infinie
700	0	300	150	-500	284.3647	infinie	infinie	infinie	infinie
700	200	0	150	-500	313.8096	9.3306e+04	5.0441e+05	infinie	infinie
700	200	300	150	-500	360. 5964	1.0267e+05	6.6018e+05	infinie	finie
800	200	300	150	-500	428. 3949	Domaine olygocyclique	Domaine olygocyclique	1.1614e+05	1683e+05

Tableau II-4. 4 états des contraintes biaxiales

Les contraintes						multiaxiales				
σ_a				σ_m	σ_R	σ_{eq}	Prédiction de durée de vie (cycles)			
σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}	σ_{zz}	σ_m	σ_R	σ_{eq}	Non traitée	10%	20%	25%
0	200	300	100	150	-500	13.1 855	infinie	infinie	infinie	infinie
700	0	300	100	150	-500	320. 0498	2.0308e+06	infinie	infinie	infinie
700	200	0	100	150	-500	349.8010	1.5405e+05	3.2566e+06	infinie	infinie
700	200	300	0	150	-500	360. 5964	1.0267e+05	6.6018e+05	infinie	finie
700	200	300	100	150	-500	396. 2111	Domaine olygocyclique	1.0405e+05	5.2225e+05	3730e+06

Tableau II-5. 4 états des contraintes multiaxiales.

II-5-4. Commentaire des résultats

Nous avons présenté, dans les tableaux précédents, les résultats de quelques simulations correspondantes à des sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables avec les contraintes équivalentes σ_{eq}

Pour chaque cas de chargement, le modèle permet de situer, par rapport aux différents domaines de fatigue (endurance illimitée, limitée ou hors domaine (H D)), la position caractéristique du trajet de chargement et par conséquent simule le calcul de fatigue approprié. Dans le domaine de fatigue à l'endurance limitée, la simulation calcule la durée de vie de la structure via le code Matlab [13].

L'analyse de la durée de vie nous permet de distinguer trois domaines : 1- durée de vie inférieure à 81254 cycles, on note ce type de chargement (Hors Domaine : «H.D ») ceci relève probablement du domaine de fatigue oligocyclique.

2- durée de vie est limitée entre 81254 cycles et 10^7 cycles, on note ce type de chargement " limitée". La valeur de contrainte équivalente est située dans le domaine limité.

3- durée de vie est illimitée si elle est supérieure à 10^7 cycles, on note ce type de chargement " illimité".

A cet effet, le critère de fatigue utilisé a été associé à la loi de cumul d'endommagement proposée. Les chargements considérés sont composés de plusieurs blocs de différents niveaux. Chaque niveau est caractérisé par une contrainte et un nombre de cycles.

Nous concluons des trois tableaux que plus la charge augmente, nous constatons une diminution de la durée de vie du matériau, et l'effet est plus important lorsque le chargement est multiaxial (Tableau II-5).

Nous avons également calculé la durée de vie du matériau lors du traitement de surface des trois cas d'amélioration, par exemple pour le matériau de base la durée de vie est dans le domaine oligocyclique et à chaque traitement, nous constatons une augmentation de la durée de vie jusqu'à ce qu'il atteigne l'infinie.

II-6. Calcul du cumul d'endommagement et durée de vie avec le traitement de surface.

II-6-1 Chargement avec un seul bloc à une seule amplitude

Pour déterminer l'évolution du cumul d'endommagement, et afin de montrer l'effet bénéfique des traitements mécaniques de surface en comparant les durées de vie données sur le matériau de base et les sur le même matériau ayant subi des traitements de surface avec différentes améliorations des limites d'endurance (10%, 20% et 25%), on considère un trois états de contrainte caractérisé par un changement dont l'amplitude est égale σ_i à de telle sorte que :

- pour le cas du matériau de base
 $t_{-1}(Nk) \leq \sigma_i \leq t_{-1}(Ni)$ Tableau II-6, Figure II-12
- pour le cas du matériau traité avec une amélioration de 10%
 $\tau_{-1}^{10\%}(Nk) \leq \sigma_i \leq \tau_{-1}^{10\%}(Ni)$ Tableau II-7, Figure II-13
- pour le cas du matériau traité avec une amélioration de 20%
 $\tau_{-1}^{20\%}(Nk) \leq \sigma_i \leq \tau_{-1}^{20\%}(Ni)$ Tableau II-8, Figure II-14.

On calcule d'abord, le nombre de cycles à la rupture N_{Ri} correspondant à tout les cas (matériau de base et les trois cas d'amélioration)

On considère le rapport de cycles

$$ri = \frac{ni}{N_{Ri}} \dots\dots\dots (II-21)$$

On définit la variable d'endommagement comme suit:

$$D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\tau_u - \sigma_i} \dots\dots\dots (II-22)$$

Nous déterminons la variation de l'endommagement D_i en fonction du rapport de cycles ri

Pour tracer cette courbe, on varie ri de 0 à 1. Il est évident que :

$$ri = 0 \Rightarrow D_i = 0 \quad \text{et} \quad ri = 1 \Rightarrow D_i = 1$$

La détermination de N_{Ri}, ni, D_i est présentée en annexe III.

σ_i (MPa)	Fraction de durée de vie		Non traitée (de base)	Amélioration 10%	Amélioration 20%	Amélioration 25%
360	0.01	N_{ri}	1.0471e+05	7.0011e+05	Infinie	infinie
		σ_{ed}	360.3032	360.1006		
		n_i	1.0471e+03	7.0011e+03		
		D_i	0.0026	6.1928e-04		

Tableau II-6 le cas du matériau de base .

Dans le **Tableau II-6** Nous avons pris la valeur de contrainte d'amplitude

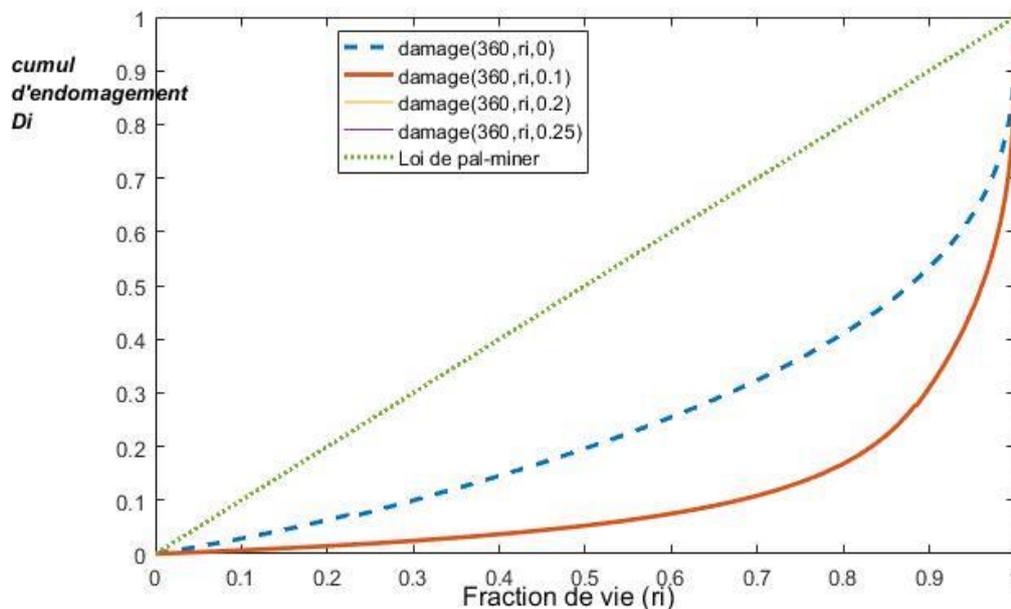


Figure II-12. Cumul d'endommagement dans le cas d'un chargement en un seul bloc pour le matériau de base avec traitement surface

Dans le **Tableau II-6** Nous avons pris la valeur de contrainte d'amplitude

$\sigma_i=360$ Mpa de type de chargement "limitée" pour materiau de base.

on note $N_{ri} = 104710$ cycle et le dommage $D_i = 0.0026$,lors de l'amélioration à 10% le nombre de cycles à la rupture augmente $N_{ri}=700110$ cycle ,mais il limitée entre 81254 cycles et 10^7 cycles,alors il située dans le domaine limité,et le dommage est approximativement à valeur 0 $D_i=0.0006$.

lors de l'amélioration à 20% et 25%,le nombre de cycles à la rupture est supérieure à 10^7 cycles ,alors il située dans le domaine illimité.

D'après la Figure II-12 il y a quatre courbes (matériau de base et 3 cas d'amélioration), mais nous remarquons que les courbes d'endommagement des valeurs est approximativement à zéro sont congruentes. Comme le montre la Figure II-12 les trois cas d'amélioration 10%, 20%, 25%.

σ_i (MPa)	Fraction de durée de vie		Non traitée (de base)	Amélioration 10%	Amélioration 20%	Amélioration 25%
390	0.01	N_{ri}	oligo	1.2711e+05	9.1775e+05	infinie
		σ_{ed}	390.2883	390.2919	390.0938	390.0067
		n_i	408.8840	1.2711e+03	9.1775e+03	1.2353e+06
		D_i	0.0034	0.0022	5.2105e-04	3.2872e-05

Tableau II-7 le cas du matériau traité avec une amélioration de 10%

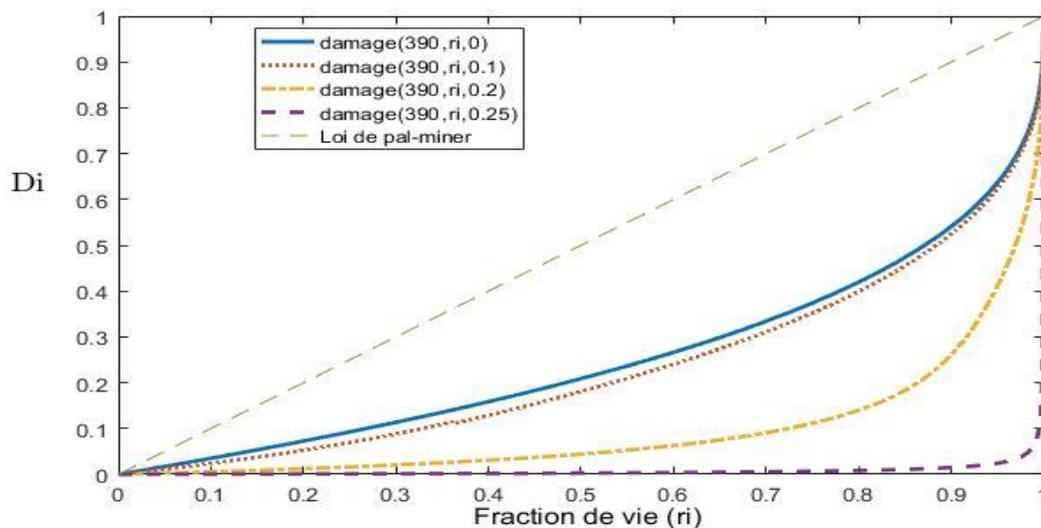


Figure II-13. Cumul d'endommagement dans le cas d'un chargement en un seul bloc pour le matériau traité avec une d' amélioration de 10%

Dans le **Tableau II-7** Nous avons pris la valeur de contrainte d'amplitude

$\sigma_i=390$ Mpa de type de chargement "limitée" pour matériau d'amélioré à 10%.

on note $N_{ri} = 127110$ cycle et le dommage $D_i = 0.0022$, lors de l'amélioration à 20% le nombre de cycles à la rupture augmente $N_{ri}=917550$ cycle, mais il limitée entre 81254 cycles et 10^7 cycles, alors il située dans le domaine limité, et le dommage est approximativement à valeur 0 $D_i=0.0005$.

lors de l'amélioration à 25%,le nombre de cycles à la rupture est supérieure à 10^7 cycles ,alors il située dans le domaine illimité.

pour matériau de bas ce type de chargement (Hors Domaine : «H.D ») le nombre de cycles à la rupture est ceci relève probablement du domaine de fatigue oligocyclique.

D'apres la Figure II-13 il y a quatre courbes (matériau de bas et 3 cas d'amélioration),

σ_i (MPa)	Fraction de durée de vie		Non traitée (de base)	Amélioration 10%	Amélioration 20%	Amélioration 25%
420	0.01	N_{ri}	oligo	oligo	1.5274e+05	3.2725e+05
		σ_{ed}	420.1865	420.3476	420.2815	420.1804
		n_i	112.7878	536.6408	1.5274e+03	3.2725e+03
		D_i	0.0034	0.0034	0.0019	0.0010

Tableau II-8 le cas du matériau traité avec une amélioration de 20%

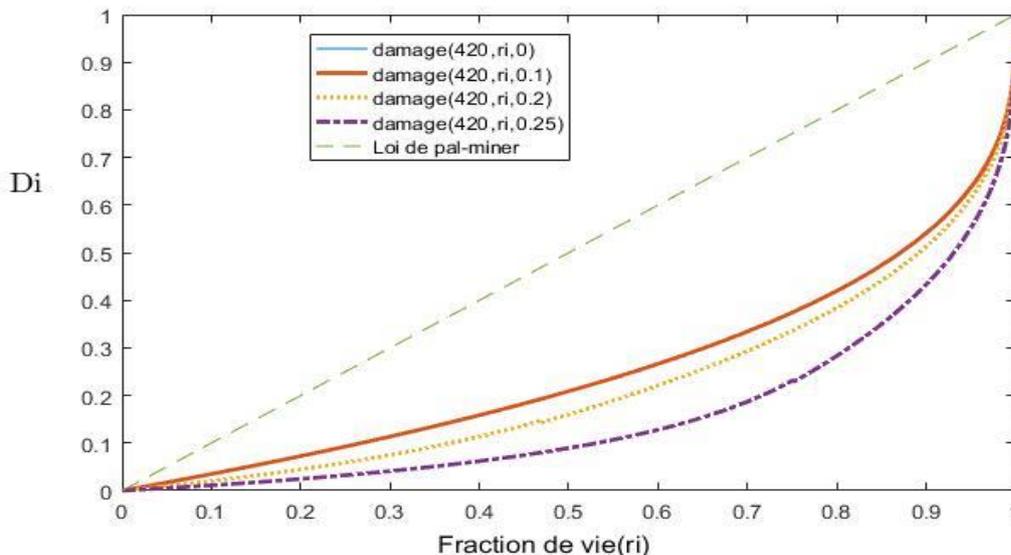


Figure II-14. Cumul d'endommagement dans le cas d'un chargement en un seul bloc pour le matériau traité avec une amélioration de 20%

Dans le **Tableau II-8** Nous avons pris la valeur de contrainte d'amplitude

$\sigma_i=390$ Mpa de type de chargement "limitée" pour matériau d'amélioré à 20%.

on note $N_{ri} = 152740$ cycle et le dommage $D_i = 0.0019$,lors de l'amélioration à 25% le nombre de cycles à la rupture augmente $N_{ri}=327250$ cycle ,mais il limitée entre 81254 cycles et 10^7 cycles,alors il située dans le domaine limité,et le dommage $D_i=0.0010$.

pour matériau de bas et cas d'amélioration 10% ce type de chargement (Hors Domaine : «H.D ») le nombre de cycles à la rupture est ceci relève probablement du domaine de fatigue oligocyclique.

D'après la Figure II-14 il y a quatre courbes (matériau de bas et 3 cas d'amélioration), mais nous remarquons que les courbes d'endommagement des valeurs est approximativement à 1 sont congruentes. Comme le montre la Figure II-12 les deux cas matériau de bas et cas d'amélioration 10%.

Les résultats obtenus par la simulation montrent clairement que le traitement de surface conduit à une amélioration de la tenue en fatigue en prolongeant la durée de vie et en retardant l'accumulation du dommage de la structure.

Les courbes déterminées par le modèle varient avec une allure non linéaire, contrairement à la loi de Palmgren-Miner laquelle garde une forme linéaire.

II-6-2 Chargement avec deux blocs avec deux amplitudes différentes

Nous allons établir une comparaison entre le nombre de cycles restants, dans les cas : le matériau de base et des traitement de surface avec différentes amélioration des limites d'endurance (10%, 20% et 25%), des résultats obtenus de l'évolution du cumul d'endommagement , sous un chargement composé de deux blocs (blocs croissants, décroissants).

A cet effet, nous fixons le nombre de cycles pour le premier bloc et nous calculons le nombre de cycles restants pour le second bloc. La comparaison des nombres de cycles restants pour les différents cas, nous permet de mettre en évidence l'effet bénéfique apporté par l'amélioration de la tenue en fatigue.

Le passage d'un bloc de chargement est régit par la loi d'endommagement formulée par l'équation suivante:

$$D_i = \frac{\Sigma eq_i - \sigma_1}{\tau_u - \sigma_1} = \frac{\Sigma eq_{i+1} - \sigma_2}{\tau_u - \sigma_2} \dots\dots\dots (II-23)$$

Dans le cas de deux blocs la relation précédente se réduit à :

$$D_i = \frac{\Sigma eq_1 - \sigma_1}{\tau_u - \sigma_1} = \frac{\Sigma eq_2 - \sigma_2}{\tau_u - \sigma_2} \dots\dots\dots (II-24)$$

Les données sont comme suit:

- Données les deux blocs sont caractérisés par les contraintes telles que déterminées auparavant par le critère de Crossland, on suppose que : et $\sigma_1 = \sigma_{eq1}$ et $\sigma_2 = \sigma_{eq2}$.Les contraintes équivalentes σ_{eq1} et σ_{eq1} sont choisies parmi les états des contraintes calculées au paragraphe précédent (voir annexe),
- Le nombre de cycles du bloc 1 est égal à n_1 . Il est évident que n_1 doit être inférieur au nombre de cycles à la rupture correspondant au chargement défini par la contrainte du premier bloc σ_1 .

La détermination de N_{Ri}, n_{rest2}, D_i est présentée en annexe IV.

Tableau II-8 Résultats sous chargement en blocs croissants avec et sans traitement.

Cas de blocs croissants	Matériau non traité (de base)		Amélioration 10%	
	σ_i (MPa)	390	420	390
n_i (cycles)	408.8840	112.7878	1.2711e+03	536.6408
D_i	0.0034	0.0068	0.0022	0.0056
r_i	0.01	0.01	0.01	0.01
n_{rest} (cycles)	40479	11053	125839	52778

Cas de blocs croissants	Amélioration 20%		Amélioration 25%	
	σ_i (MPa)	390	420	390
n_i (cycles)	9.1775e+03	1.5274e+03	1.2353e+06	3.2725e+03
D_i	5.2105e-04	0.0024	3.2872e-05	0.0011
r_i	0.01	0.01	0.01	0.01
n_{rest} (cycles)	908570	150783	122296442	323874

Tableau II-8 Cas des blocs croissants.

Tableau II-8 montre une comparaison des résultats le matériau de base et des traitement de surface avec différentes amélioration des limites d'endurance (10%, 20% et 25%) dans le cas de bloc croissants .

Nous avons pris deux valeurs de contrainte d'amplitude 390 et 420 Mpa, En prenant la petite valeur de contrant 390 Mpa ,le nombre de cycle restant est supérieur à nombre de cycle restant de valeur 420 Mpa

Alors nous notons que le nombre de cycle restant a augmente sous l'effet des traitement de surface par conséquent, cela conduit à la réduction de la valeur de dommage D.

Cas de blocs décroissants	Matériau non traité (de base)		Amélioration 10%	
	σ_i (MPa)	420	360	420
n_i (cycles)	112.7878	408.8840	536.6408	1.2711e+03
D_i	0.0034	0.0068	0.0034	0.0057
r_i	0.01	0.01	0.01	0.01
n_{rest} (cycles)	11165	40070	53127	123891

Cas de blocs décroissants	Amélioration 20%		Amélioration 25%	
	σ_i (MPa)	420	360	420
n_i (cycles)	1.5274e+03	9.1775e+03	3.2725e+03	1.2353e+06
D_i	0.0019	0.0024	0.0010	0.0011
r_i	0.01	0.01	0.01	0.01
n_{rest} (cycles)	151210	876183	323979]	90832215

Tableau II-9 Cas des blocs décroissants.

Tableau II-9 montre une comparaison des résultats le matériau de base et des traitement de surface avec différentes amélioration des limites d'endurance (10%, 20% et 25%) dans les cas de blocs décroissants.

Nous avons pris deux valeurs de contrainte d'amplitude 420 et 360 Mpa .

En prenant la grand valeur de contrant 420 Mpa ,le nombre de cycle restant est inférieur à nombre de cycle restant de valeur 420 Mpa

Alors nous notons que le nombre de cycle restant a augmente sous l'effet des traitement de surface par conséquent, cela conduit à la réduction de la valeur de dommage D.

A partir des deux tableaux nous concluons que Chargement avec deux blocs (croissant et décroissant en contraintes) n'affecte pas l'apport des traitements mécaniques de surface sur comportement des matériaux vis à vis de l'endommagement en fatigue.

Conclusion

Nous avons évoqué, dans cette étude, une méthodologie pour évaluer le cumul d'endommagement et pour prédire la durée de vie ainsi que d'étudier l'effet des traitements de surface sur la tenue en fatigue des pièces mécaniques.

Cette méthodologie est applicable aux structures soumises aux sollicitations multiaxiales et tient compte des caractéristiques mécaniques cycliques des matériaux et de la géométrie des pièces.

Nous avons scindé ce travail en deux parties principales

A – Les essais expérimentaux, où nous avons déterminé

- les courbes de Wöhler du matériau non traité (de base),
- étude de trois cas d'amélioration de la limite d'endurance : 10%, 20% et 25%. (en torsion et flexion alternées)
- les courbes de Wöhler pour le matériau traité.

B – La modélisation numérique

- Paramètres de Crossland pour les 4 cas considérés (matériau de base, amélioration de la tenue en fatigue à 10%, 20% et 25%).
- Calcul des durées de vie des structures soumises aux sollicitations multiaxiales d'amplitudes constantes.

Dans ce cas nous avons appliqué uniquement le critère de fatigue de Crossland. Nous avons pu distinguer les chargements qui provoquent des durées de vie illimitées et ceux qui engendrent des durées de vie limitées. Lorsque le chargement introduit des déformations plastiques (domaine oligocyclique), le modèle nous le fait savoir.

Les résultats (durées de vie limitées) sont exploités par la suite dans le cadre de chargement multiaxial d'amplitudes variables, en vue de prédire le cumul d'endommagement.

Dans le cas où les structures travaillent en fatigue multiaxiale d'amplitudes variables, le modèle préconise la combinaison de la loi de cumul et le critère de Crossland. Le calage du modèle s'appuie sur la courbe de Wöhler en torsion alternée.

- La loi d'endommagement pour le matériau non traité et pour les trois cas du matériau traité dans le cas d'un chargement à seul bloc et un chargement à deux blocs.

Afin d'apporter des solutions quant à l'amélioration de la tenue en fatigue, des traitements superficiels prolongent la durée de vie des composants mécaniques.

Le traitement de grenailage de précontrainte est étudié comme un exemple de traitement de surface. Il engendre des contraintes résiduelles de compression dans les couches superficielles lesquelles permettent de ralentir la naissance et la propagation des fissures.

Afin d'étudier l'effet des contraintes résiduelles, nous avons établi une nouvelle série de chargement de forte intensité pour les deux blocs croissants, décroissants et ceci afin de simuler les valeurs des durées de vie sans et avec traitement pour les trois cas d'amélioration de durées de vie .

Les résultats obtenus montrent des améliorations considérables en termes de durées de vie. Les valeurs estimées dépendent des traitements mécaniques de surface ce qui va permettre aux industriels de prédire la durée de vie des structures lors de leurs conceptions et de prévoir leurs plans de maintenance préventive.

Bibliographie

- [1] Pitoiset X. Méthodes spectrales pour une analyse en fatigue des structures métalliques sous chargements aléatoires multiaxiaux. Thèse de doctorat, Université libre de Bruxelles, 30/03/2001
- [2] Lee LL, Pan J, Hathaway R, Barkey M. Fatigue testing and analysis. Elsevier Inc. 2005.
- [3] Nadjitonon N. Contribution à la modélisation de l'endommagement par fatigue. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal – CLERMONT II, 30/09/2010.
- [4] Miner MA. Cumulative damage in fatigue. J Appl Mech 1954; 67: A 159–164.
- [5] Coffin LF. Design aspects of high-temperature fatigue with particular reference to thermal stresses. TransASME 1956; 78: 527–532.
- [6] Topper TH, Biggs WD. The cyclic straining of mild steel. Appl Mater Res 1966; pp.202–209.
- [7] Zhu SP, Huang HZ, Wang ZL. Fatigue life estimation considering damage and strengthening of low amplitude loads under different load sequences using Fuzzy set approach. Int J Damage Mech 2011; 20: 876–899.
- [8] Chaboche JL. Continuous damage mechanics: a tool to describe phenomena before crack initiation. Nucl Eng Des 1981; 64 (2): 233–247.
- [9] Delahay T. Développement d'une méthode probabiliste de calcul en fatigue multiaxiale prenant en compte la répartition volumique des contraintes. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux, 08/09/2004
- [10] Barralis J, Castex L, Maeder G. Précontraintes et traitements superficiels. Techniques de l'Ingénieur, M 1 180. 1- 50.
- [11] Mesmacque G, Garcia JS, Amrouche A, Rubio-Gonzalez C. Sequential law in multiaxial fatigue, a new damage indicator. Int J Fatigue 2005; 27 (4): 461-467.
- [12] Amrouche A. Contribution à l'étude de la prédiction et de l'optimisation des durées de vie des structures en fatigue sous chargement uniaxial et multiaxial : influence des paramètres opérationnels. Mémoire d'habilitation à diriger les chercheurs (Sciences Mathématiques, spécialité Mécanique) Université Des Sciences

Et Technologies De Lille Laboratoire De Mécanique De Lille U.M.R. C.N.R.S. 8107, 05 décembre 2007.

[13] Lee SB. Out-of-phase bending and torsion fatigue of steels. In : Brown MW, Miller KJ, editors. Biaxial and multiaxial fatigue, EGF3 (Edited by M. W. Brown and K. J. Miller), 1989, Mechanical Engineering Publications, London , pp 621-634.

[14]. Jabbado M. Fatigue polycyclique des structures metalliques : durée de vie sous chargements variables. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 14 Mars 2006.

[15]. Mesmacque G, Garcia JS, Amrouche A, Rubio-Gonzalez C. Sequential law in multiaxial fatigue, a new damage indicator. Int J Fatigue 2005; 27 (4): 461-467.

[16]. Karaoui H. Nouveaux outils pour la conception fiable des structures. Thèse de doctorat, Ecole polytechnique - mécanique, 07/10/2001.

[17]. Crossland B. Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel .In: Proceedings of the international conference on fatigue of metals, London: Institution of Mechanical Engineers;1956, p.138– 149.

[18]. The Math Works. Matlab Optimization Tool box User Guide, version R2011a.

[19]. Weber B. Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque. Thèse doctorat, Institut National des Sciences appliquées de Lyon, 07/07/1999.

[20]. Kyrre S. Fatigue life prediction of an aluminium alloy Automotive component using finite element analysis of surface topography. Thèse de doctorat, Norwegian university of science and technology, 2006.

[21] Guechichi H, Benkabouche S, Amrouche A, Benkhattab M. A high fatigue life prediction

Annexe I : Modélisation des Courbes de Fatigue

I-1. Modélisation de la courbe S-N (partie Olygocyclique)

La modélisation de la courbe S-N dans ce cas est réalisée pour la courbe de torsion, puis le modèle proposé est calé suivant la courbe en torsion alternée.

Les données du matériau sont :

$$\tau_u = 475 \text{ Mpa}$$

Avec τ_e : limite d'élasticité en torsion.

L'équation d'endurance limitée est
$$\tau_{-1}(Ni) = \frac{311}{1 - 62.3(Ni)^{-0.53}}$$

L'équation d'Olygocyclique
$$\tau'(Ni) = -\alpha(Ni)^\beta + c$$

En suivant les étapes de la modélisation :

De l'Eq-2 pour $Ni=0$ on trouve que $C = \tau_u = 475 \text{ Mpa}$

De l'Eq-3 pour $Ni=81254$ on trouve que

$$\tau_{-1}(Ni) = \frac{311}{1 - 62.3(Ni)^{-0.53}} = \tau_e$$

$$\tau'(Ni) = -\alpha(Ni)^\beta + c = \tau_e$$

$$\tau'(Ni) = -\alpha(Ni)^\beta + c = 368.3$$

$$(\tau'(Ni))' = -\alpha\beta(Ni)^{\beta-1}$$

passant $Ni=81254$
$$(\tau'(Ni))' = (\tau_{-1}(Ni))' = 3.74 \cdot 10^4$$

On aura l'ensemble d'équations suivant :

$$-\alpha\beta(Ni)^{\beta-1} = 3.74 \cdot 10^4$$

$$-\alpha(Ni)^\beta = 368.3$$

La résolution de ce système nous conduit à déterminer les paramètres :

$$\alpha = 2.348 \qquad \beta = 0.338$$

La courbe S-N de l'acier SM 45 C est donnée par

$$\tau'(Ni) = -2.348(Ni)^{0.338} + 475 \qquad 0 < (Ni) < 81254$$

$$\tau_{-1}(Ni) = \frac{311}{1 - 62.3(Ni)^{-0.53}} \qquad 81254 < (Ni) < 10^7$$

on étudie trois cas d'amélioration de la limite d'endurance : 10%, 20% et 25%

1-1- Torsion alternée

La courbe S-N de l'acier SM45 C totale est donnée par le système d'équation suivant:

1- Matériau de base

$$0 < (Ni) < 81254 \quad \tau'(Ni) = -2.348(Ni)^{0.338} + 475$$

$$81254 < (Ni) < 10^7 \quad \tau_{-1}(Ni) = \frac{311}{1-62.3(Ni)^{-0.53}}$$

2- Amélioration des limites de fatigue de 10%

$$\tau'^{(10\%)}(Ni) = 1,1 \tau'(Ni) = 1,1 \cdot (-2.348(Ni)^{0.338} + 475)$$

$$\tau_{-1}^{10\%}(Ni) = 1,1 \tau_{-1}^{10\%}(Ni) = 1,1 \cdot \left(\frac{311}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \right)$$

$$\tau_{-1}^{10\%}(Ni) = \frac{342,1}{1-62.3(Ni)^{0.53}}$$

$$\tau'^{(10\%)}(Ni) = -2,5828(Ni)^{0.338} + 522,5$$

3- Amélioration des limites de fatigue de 20%

$$\tau'^{(20\%)}(Ni) = 1,2 \tau'(Ni) = 1,2 \cdot (-2.348(Ni)^{0.338} + 475)$$

$$\tau_{-1}^{20\%}(Ni) = 1,2 \cdot \tau_{-1}^{20\%}(Ni) = 1,2 \cdot \left(\frac{311}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \right)$$

$$\tau_{-1}^{20\%}(Ni) = \frac{373,2}{1-62.3(Ni)^{0.53}}$$

$$\tau'^{(20\%)}(Ni) = -2,8176(Ni)^{0.338} + 570$$

4- Amélioration des limites de fatigue de 25%

$$\tau'^{(25\%)}(Ni) = 1,25 \tau'(Ni) = 1,25 \cdot (-2.348(Ni)^{0.338} + 475)$$

$$\tau_{-1}^{25\%}(Ni) = 1,25 \tau_{-1}^{25\%}(Ni) = 1,25 \cdot \left(\frac{311}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \right)$$

$$\tau_{-1}^{25\%}(Ni) = \frac{388,75}{1-62.3(Ni)^{0.53}}$$

$$\tau'^{(25\%)}(Ni) = -2,935(Ni)^{0.338} + 593,75$$

1-2 Flexion alternée

les courbes de Wöhler en flexion alternée

1- Matériau de base

Le calcul de la limite de fatigue dans le domaine à d'endurance limitée ($81254 \leq N_i \leq 10^7$) :

$$f_{-1}(Ni) = \frac{442}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \quad [\text{Mpa}]$$

2- Amélioration des limites de fatigue de 10%

$$f_{-1}^{10\%}(Ni) = f_{-1}(Ni) + 10\% f_{-1}(Ni) = 1,1 \cdot \frac{442}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} = \frac{486.2}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \quad [\text{Mpa}]$$

3- Amélioration des limites de fatigue de 20%

$$f_{-1}^{20\%}(Ni) = f_{-1}(Ni) + 20\% f_{-1}(Ni) = 1,2 \cdot \frac{442}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} = \frac{530.4}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \quad [\text{Mpa}]$$

4- Amélioration des limites de fatigue de 25%

$$f_{-1}^{25\%}(Ni) = f_{-1}(Ni) + 25\% f_{-1}(Ni) = 1,25 \cdot \frac{442}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} = \frac{552.5}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} \quad [\text{Mpa}]$$

Annexe II La détermination de les contrainte équivalente et durée de vie via code de matlab

1- Matériau de base

- $\sigma_{eq} \geq t_{-1}(0)$ c'est la cas d'une rupture statique.
- $t_{-1}(Nk) \leq \sigma_{eq} \leq t_{-1}(Ni)$: est la cas de la fatigue à endurance limitée
- $314.8243 \leq \sigma_{eq} \leq 368.3496$
- $t_{-1}(Ni) \leq \sigma_{eq} \leq t_{-1}(0)$ c'est la cas de la fatigue olygocyclique
- $367.7924 \leq \sigma_{eq} \leq 475$

- $\sigma_{eq} \leq t_{-1}(Nk)$ c'est la cas de la fatigue à endurance illimitée, la durée de vie est infinie.

2- Amélioration des limites de fatigue de 10%

- $\sigma_{eq} \geq t_{-1}(0)$ c'est la cas d'une rupture statique.
- $t_{-1}(Nk) \leq \sigma_{eq} \leq t_{-1}(Ni)$: est la cas de la fatigue à endurance limitée
- $346.3068 \leq \sigma_{eq} \leq 405.1846$

- $t_{-1}(Ni) \leq \sigma_{eq} \leq t_{-1}(0)$ c'est la cas de la fatigue olygocyclique

$$404.5716 \leq \sigma_{eq} \leq 522.5$$

- $\sigma_{eq} \leq t_{-1}(Nk)$ c'est la cas de la fatigue à endurance illimitée, la durée de vie est infinie.

3- Amélioration des limites de fatigue de 20%

- $\sigma_{eq} \geq t_{-1}(0)$ c'est la cas d'une rupture statique.

- $t_{-1}(Nk) \leq \sigma_{eq} \leq t_{-1}(Ni)$: est la cas de la fatigue à endurance limitée

$$377.7892 \leq \sigma_{eq} \leq 442.0195$$

- $t_{-1}(Ni) \leq \sigma_{eq} \leq t_{-1}(0)$ c'est la cas de la fatigue olygocyclique

$$441.3509 \leq \sigma_{eq} \leq 570$$

- $\sigma_{eq} \leq t_{-1}(Nk)$ c'est la cas de la fatigue à endurance illimitée, la durée de vie est infinie.

4- Amélioration des limites de fatigue de 20%

- $\sigma_{eq} \geq t_{-1}(0)$ c'est la cas d'une rupture statique.

- $t_{-1}(Nk) \leq \sigma_{eq} \leq t_{-1}(Ni)$: est la cas de la fatigue à endurance limitée

$$393.5304 \leq \sigma_{eq} \leq 460.4370$$

- $t_{-1}(Ni) \leq \sigma_{eq} \leq t_{-1}(0)$ c'est la cas de la fatigue olygocyclique

$$459.7405 \leq \sigma_{eq} \leq 593.75$$

- $\sigma_{eq} \leq t_{-1}(Nk)$ c'est la cas de la fatigue à endurance illimitée, la durée de vie est infinie.

calcule la la durée de vie

Selon la valeur de la contrainte équivalente σ_{eq} , on distingue les cas suivant (matériau de base):

$$314.8243 \leq 347.0110 \leq 368.3496 \Rightarrow \frac{311}{1-62.3(Ni)^{-0.53}} = \sigma_{eq}$$

$$\Rightarrow N = 1.7469e+05$$

pour 10%

$$346.3068 \leq 347.0110 \leq 405.1846 \Rightarrow \frac{342,1}{1-62.3(Ni)^{0.53}} = \sigma_{eq}$$

$$\Rightarrow N = 7.4959e+06$$

pour 20% et 25% $\Rightarrow N = \text{infinie}$

Annexe III La détermination de N_{Ri} , n_i , D_i avec un seul bloc à une seule amplitude

$t_{-1}(Nk) \leq \sigma_i \leq t_{-1}(Ni)$: est la cas de la fatigue à endurance limitée $\sigma_i=360$, $\sigma_i=360$

$$\triangleright n_i = r_i \cdot N_{ri} \quad , \quad N_i = N_{ri} - n_i \quad , \quad D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\tau_u - \sigma_i}$$

Selon la valeur de la contrainte σ_i , on distingue les cas suivant (matériau de base):

$$314.8243 \leq 360 \leq 368.3496 \Rightarrow \frac{311}{1 - 62.3(Ni)^{-0.53}} = \sigma_i$$

$$\Rightarrow N_{ri} = 1.0471e+05$$

$$\Rightarrow n_i = 1.0471e+03$$

$$0 < (Ni) < 81254 \quad -2.348(Ni)^{0.338} + 475 = \sigma_{edi}$$

$$81254 < (Ni) < 10^7 \quad \frac{311}{1 - 62.3(Ni)^{-0.53}} = \sigma_{edi}$$

$$\Rightarrow \sigma_{edi} = 360.3032$$

$$\Rightarrow D_i = 0.0026$$

Selon la valeur de la contrainte σ_i , on distingue les cas suivant (matériau amélioré 10%):

$$346.3068 \leq \sigma_i \leq 405.1846 \Rightarrow \frac{342}{1 - 62.3(Ni)^{-0.53}} = \sigma_i$$

$$\Rightarrow N_{ri} = 7.0011e+05 \quad \Rightarrow n_i = 7.0011e+0$$

$$0 < (Ni) < 81254 \quad -2.5828(Ni)^{0.338} + 522,5 = \sigma_{edi}$$

$$81254 < (Ni) < 10^7 \quad \frac{342,1}{1 - 62.3(Ni)^{-0.53}} = \sigma_{edi}$$

$$\Rightarrow \sigma_{edi} = 360.1006 \quad \Rightarrow D_i = 6.1928e-04$$

Selon la valeur de la contrainte σ_i , on distingue les cas suivant (matériau amélioré 20%):

$$377.7892 \leq \sigma_i \leq 442.0195 \Rightarrow \frac{373.2}{1 - 62.3(Ni)^{-0.53}} = \sigma_i \quad (\text{infinie})$$

Selon la valeur de la contrainte σ_i , on distingue les cas suivant (matériau amélioré 25%):

$$393.5304 \leq \sigma_{eq} \leq 460.4370 \Rightarrow \frac{388.75}{1-62.3(N_i)^{-0.53}} = \sigma_i \quad (\text{infinie})$$

Annexe IV La détermination de N_{Ri}, n_i, D_i avec deux bloc à deux amplitude

La procédure de calcul est comme suit:

a-Déterminer le nombre de cycles à la rupture du premier bloc. Dans le cas du matériau de base, ceci consiste à résoudre l'équation suivante

$$\frac{311}{1-62.3(N_i)^{-0.53}} = \sigma_i \Rightarrow N_{ri} =$$

b- Déterminez le nombre de cycle restant après la fin de l'application du premier bloc, soit

$$\triangleright n_{rest} = N_{r1} - n_1$$

c- Calcul de l'amplitude contrainte d'endommagement Σeq_1 relative à l'application du premier bloc. Ce calcul se fait comme suit:

$$\Sigma eq_1 = \frac{311}{1-62.3(n_{rest})^{-0.53}}$$

d- On calcule l'endommagement D_1 après la fin de l'application du premier bloc soit :

$$D_1 = \frac{\Sigma eq_1 - \sigma_1}{\tau_u - \sigma_1}$$

e- Avant l'application du deuxième bloc, on calcule l'amplitude de la contrainte d'endommagement Σeq_1 correspondante à la fin du premier bloc et juste avant l'application du second bloc:

$$D_1 = \frac{\Sigma eq_1 - \sigma_1}{\tau_u - \sigma_1} = \frac{\Sigma eq_2 - \sigma_2}{\tau_u - \sigma_2} \Rightarrow \Sigma eq_2 = D_1(\tau_u - \sigma_2) + \sigma_2$$

f- Calcul du nombre de cycle N_2 équivalent au chargement du premier juste avant l'application du second bloc. Ce calcul s'opère en résolvant l'équation suivante:

$$\frac{311}{1-62.3(N_2)^{-0.53}} = \Sigma eq_1 \Rightarrow N_2 =$$

g- Calcul du nombre de cycle restant n_{rest2} après l'application du second bloc, soit:

$$n_{rest2} = N_2 - n_2$$

