



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research

جامعة محمد العيد المبادي بن باديس - مستغانم
Abdelhamid Ibn Badis University of Mostaganem

كلية العلوم والتكنولوجيا
Faculty of Sciences and Technology

قسم الهندسة الميكانيكية
Department of Mechanical Engineering

N° d'ordre : M...../GM/2020

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE MASTERACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

**Etude des performances thermiques de
surfaces à ailettes**

Présenté par :

- ❖ NEHARI Hamza.
- ❖ REGUIEG Mohammed Kheir Eddine.

Soutenu le 30 / 06 / 2020 devant le jury composé de :

Président	Pr. HOUAT Samir.	Université de Mostaganem UMAB
Examineur	Dr. KHALDI Abdelaziz	Université de Mostaganem UMAB
Encadreur	Pr. RETIEL Noureddine.	Université de Mostaganem UMAB

Année Universitaire : 2019 / 2020

Remerciement

Nous remercions en premier notre dieu de nous avoir donné le courage et la volonté pour réaliser ce travail.

Nous tenons à remercier vivement et chaleureusement notre encadreur Monsieur RETIEL Noureddine professeur à l'université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem pour avoir accepté de diriger notre travail et nous donner des conseils et encourager à réaliser ce mémoire.

Nos remerciements sont adressés aux membres du jury Pr Houat Samir et Dr. Khaldi Abdelaziz de nous avoir honoré de leurs présences et avoir évaluer notre travail.

Mr. NEHARI Hamza

Mr. REGUIEG Mohammed Kheir Eddine

Résumé :

Les ailettes jouent un rôle très important dans le domaine de transfert de chaleur. On a étudié les transferts thermiques et l'efficacité dans les ailettes.

Le but de notre étude est de proposer un modèle d'un récupérateur de chaleur simple et facile à monter pour diminuer les pertes de chaleur existant dans les fumées d'échappement et ainsi améliorer l'efficacité des systèmes de chauffage et en particulier les chauffages d'appoint.

Pour cela, dans ce travail on a étudié numériquement la distribution de température et le flux de chaleur évacuée à l'aide de « **MATLAB** » et « **SOLIDWORKS** ».

L'augmentation des coefficients d'échanges de chaleur par convection et la géométrie des ailettes améliorent l'efficacité des ailettes. D'autre part, l'ailette annulaire est la plus performante d'autre type d'ailette (rectangulaire).

- Les mots clés : Transfert de chaleur ; systèmes de chauffage ; récupérateur de chaleur ; les ailettes (annulaires, rectangulaires)

Abstract :

The fins play a very important role in the field of heat transfer. We studied heat transfer and efficiency in the fins.

The aim of our study is to propose a model of a simple and easy to assemble heat recovery unit to reduce the heat losses existing in the exhaust fumes and thus improve the efficiency of the heating systems and in particular the space heaters.

For this, in this work is going to study numerically the temperature distribution and the heat flow evacuated using "MATLAB" and "SOLIDWORKS".

The increase in convection heat exchange coefficients and the geometry of the fins improve the efficiency of the fins. On the other hand, the annular fin is the most efficient of another type of (rectangular) fin.

- Key words: Heat transfer; heating systems; heat recovery; the fins (annular, rectangular)

ملخص

تلعب الزعانف دورًا مهمًا جدًا في مجال نقل الحرارة. درسنا نقل الحرارة والفاءة في الزعانف الهدف من دراستنا هو اقتراح نموذج لوحدة استرداد الحرارة البسيطة والسهلة التجميع لتقليل فاقد الحرارة الموجود في أبخرة العادم وبالتالي تحسين كفاءة أنظمة التدفئة وخاصة سخانات الفضاء.

في هذا العمل سوف ندرس عدديا توزيع درجة الحرارة وتدفق الحرارة المفرغ باستخدام "ماتلاب" و "سوليدوركس" تؤدي الزيادة في معاملات التبادل الحراري وهندسة الزعانف إلى تحسين كفاءة الزعانف. من ناحية أخرى، فإن الزعانف الحلقية هي الأكثر فاعلية من نوع آخر من الزعانف (المستطيلة).

- الكلمات الدالة انتقال الحرارة؛ أنظمة التدفئة؛ استرجاع الحرارة؛ الزعانف (حلقية، مستطيلة)...

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	10
CHAPITRE I : GENERALITE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR	11
I.1. Transfer de chaleur	12
I.2. Modes de transfert thermique	12
I.3. La conduction thermique	12
I.3.1. Loi de FOURRIER	13
I.3.2. La conductivité thermique	13
I.4. La convection thermique	13
I.4.1. La convection forcée	14
I.4.2. La convection naturelle	14
I.4.3. Loi de Newton	15
I.5. Le rayonnement thermique	15
I.5.1. Loi de STEFAN- BOLTZMAN	15
I.6. Les ailettes	16
I.6.1. L'augmentation du flux de chaleur	16
I.6.2. L'équation de la chaleur pour des ailettes à section constante	17
I.6.3. Forme des ailettes	18
I.7. Établissement de l'équation de la chaleur pour une ailette de profil géométrique général	19
I.7.1. L'équation générale	19
I.8. Efficacité et rendement d'une surface munie d'ailettes	22

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE II : Récupérateur de chaleur à ailettes rectangulaires	23
II.1. Profil du flux de chaleur et de la température et du rendement des ailettes rectangulaires dans un Récupérateur de chaleur	24
II.1.1. Les dimensions du Récupérateur	24
II.1.1.1. Estimation de nombre d'ailettes	26
II.2. Estimation des coefficients d'échange h	27
II.2.1. Démonstration de coefficient d'échange par rayonnement h_r	28
II.3. La distribution de la température	30
II.4. La quantité du flux de chaleur évacuée	31
II.5. Efficacité d'ailette	35
II.6. La simulation de la température avec le Solidworks	36
CHAPITRE III : Récupérateur de chaleur à ailettes annulaires	38
III. Profil du flux de chaleur et du rendement des ailettes annulaires dans un récupérateur de chaleur	39
III.1. Les dimensions de récupérateur de chaleur à ailettes annulaires	39
III.1.1. Surface d'ailette annulaire	41
III.2. Estimation des coefficients d'échange h	42
III.2.1. Hypothèse	42
III.2.2. Démonstration de coefficient d'échange par rayonnement h_r	45
III.3. Efficacité du récupérateur avec ailettes	45
III.4. La quantité de flux chaleur	48
II.6. La simulation de la température avec le Solidworks	49
Conclusion générale	52

LISTE DES FIGURES

Figure I.1 la conduction	13
Figure I.2 Phénomène de convection thermique forcée	14
Figure I.3 Phénomène de convection thermique naturelle	14
Figure I.4 Le rayonnement thermique solaire	16
Figure I.5 Utilisation d'ailettes pour augmenter le flux de chaleur évacué du mur : (a) mur plan, (b) mur muni d'ailettes	16
Figure I.6 Les formes des ailettes les plus utilise	18
Figure I.7 Bilan d'énergie sur une tranche d'ailette d'épaisseur dx	19
Figure II.1 Récupérateur de chaleur ailettes rectangulaires	25
Figure II.2 La distribution de la température d'ailette rectangulaire en fonction de X (pour différent matériaux)	33
Figure II.3 La distribution de la quantité du flux de chaleur d'ailette rectangulaire en fonction de L (pour diffèrent matériaux)	34
Figure II.4 Efficacité des nageoires droites (profils rectangulaires, triangulaires et paraboliques)	35
Figure II.5 la variation du rendement en fonction du paramètre Lc	36
Figure II.6 La distribution de la température d'ailette rectangulaires	37
Figure III.1 Récupérateur de chaleur à ailettes annulaires	40
Figure III.2 Efficacité des ailettes annulaires de profil rectangulaire	45
Figure III.3 la variation du rendement en fonction du paramètre r_{2c}	47
Figure III.4 Flux de chaleur en fonction de r_{2c}	48
Figures III.5 La variation du flux chaleur en fonction du nombre d'ailette N	49
Figure III.6 La distribution de la température d'ailette Annulaires	50

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1 Distribution de température et perte de chaleur pour des ailettes de section uniforme	21
Tableau II.1 Récupérateur de chaleur à ailettes rectangulaires	24
Tableau III.1 Les dimensions Récupérateur de chaleur à ailettes annulaire	39

Nomenclature

Symbole	Description	Unité
A	Surface d'échange	m ²
D	Diamètre	m
d	Diamètre	m
e	L'espace entre ailettes	m
g	Le pesanteur	m/s ²
H	Coefficient de convection	W/m ² .K
h_{bas}	Coefficient de convection de bas	W/m ² .K
h_{haut}	Coefficient de convection de haut	W/m ² .K
h_{moy}	Coefficient de convection moyen	W/m ² .K
h_r	Coefficient de convection par rayonnement	W/m ² .K
h_{tot}	Coefficient de convection total	W/m ² .K
K	Conductivité thermique de fluide	W/m.K
L	Longueur	M
N	Nombre d'ailettes	
Nu	Le nombre de Nusselt	
P	Le périmètre d'une ailette rectangulaire	m
P_c	Le périmètre d'une ailette annulaires	m
Pr	Nombre de Prandtl	
Q	La quantité de flux de chaleur	W
r₂	Rayon	m
r_{2c}	Rayon	m
Ra	Le nombre de Rayleigh	m
S	Surface de récupérateur	m ²

Nomenclature

Symbole	Description	Unité
t	Epaisseur	m
T₀	Température de base	°K
T_∞	Température locale	°K
W	Hauteur d'ailette	m
Symbole grecs	Description	Unité
α	Diffusivité thermique	m ² /s
ε	Emissivité	
n₀	Efficacité de surface avec ailettes	
nf	Efficacité d'ailette	W/m.K
θ	Variation de température	°K
λ	Conductivité thermique de matière	W/m.K
ν	Viscosité cinématique	m ² /s
σ	Constante de Stefan Boltzmann	W m ⁻² K ⁻⁴

Introduction générale

Dans les machines thermiques (échangeur de chaleur, radiateur) on a besoin de transmettre la chaleur entre deux fluides ou entre une paroi et un milieu environnant. Lors du changement de phase, il est nécessaire d'évacuer toute la chaleur lors des processus de condensations ou de solidifications.

Ces systèmes ne sont pas toujours performants, lors des opérations de refroidissement ou de chauffage, particulièrement quant les fluides utilisés présentant un coefficient d'échange faible.

Afin de répondre aux exigences en matière de performance, on est appelé à augmenter la surface d'échange en introduisant des ailettes de différentes formes.

Ces dernières, offrent de très bonnes solutions en termes d'améliorations du flux de chaleur échangé. Elles sont très utilisées dans les échangeurs de chaleur, les climatiseurs, les aérofrégérants et l'électronique (refroidissement des composants) et elles se présentent sous plusieurs formes géométriques ; rectangulaires, triangulaires, concaves, convexe etc.

Le but de notre étude est de proposer un modèle d'un récupérateur de chaleur simple et facile à monter pour diminuer les pertes de chaleur existant dans les fumées d'échappement et ainsi améliorer l'efficacité des systèmes de chauffage et en particulier les chauffages d'appoint.

Nous allons proposer deux types de récupérateur un récupérateur de chaleur a ailette rectangulaire et un autre a ailette annulaire. Nous effectuons une étude analytique pour déterminer la quantité de chaleur récupérée à partir des gaz brûlés évacués par un chauffage d'appoint fonctionnant au gaz naturel.

CHAPITRE I GENERALITE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR

CHAPITRE I : GENERALITE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR

CHAPITRE I GENERALITE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR

I.1. Transfer de chaleur :

Le transfert thermique correspond au déplacement de l'énergie d'agitation d'une zone à température chaude vers une zone à température froide moins agitée, aussi appelée énergie microscopique désordonnée, qui résulte de la rencontre de différentes particules créant une énergie thermique, plus communément appelée chaleur [1]

I.2. Modes de transfert thermique :

Dans l'étude du transfert thermique, on distingue trois modes de transmission de la chaleur : la conduction, la convection et le rayonnement.

Le premier phénomène, la conduction, a lieu dans n'importe quelle matière sous n'importe quel état : solide, liquide ou gazeux. La convection se rencontre spécialement dans les fluides en mouvement. L'apport de chaleur par rayonnement peut avoir lieu dans tous les milieux transparents sous forme d'ondes électromagnétiques.

En réalité la distribution de la température, dans un milieu, est la conséquence des effets de ces trois modes de transfert thermique ; il est impossible d'isoler un mode de transfert thermique d'un autre mode. Pourtant, pour la simplicité de l'étude, on considère ces modes de transfert thermique séparément. Par exemple, on peut étudier la conduction couplée avec la convection et on néglige le rayonnement [1]

I.3. La conduction thermique :

La conduction est le moyen par lequel la chaleur circule dans un matériau ou passe d'un corps à un autre en contact physique direct, par simple interaction moléculaire. Les molécules du secteur le plus chaud se heurtent vivement entre elles et transmettent leur énergie de vibration aux molécules voisines.[1]

CHAPITRE I GENERALITE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR

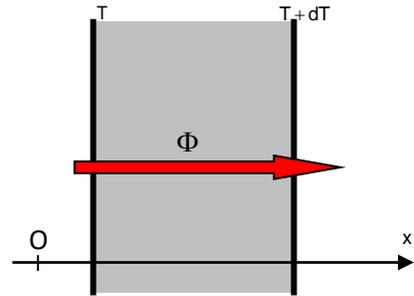
Le flux de chaleur va toujours des zones chaudes vers les zones froides

I.3.1. Loi de FOURRIER :

Flux thermique

$$\Phi = -\lambda A_r \Delta T \quad (\text{I. 1})$$

$$\Phi = -\lambda A_r \left(\frac{dT}{dx} \right)$$



Où A_r est la surface d'échange thermique

Figure I.1 la conduction

I.3.2. La conductivité thermique :

La conductivité thermique λ est une caractéristique propre à chaque matériau.

Elle indique la quantité de chaleur qui se propage par conduction thermique :

- En 1 seconde,
- À travers 1 m^2 d'un matériau,
- Épais d'un 1 m,
- Lorsque la différence de température entre les deux faces est de 1 K ($1 \text{ K} = 1^\circ\text{C}$).

I.4. La convection thermique :

La convection thermique c'est le transfert de chaleur se produisant entre une surface et un fluide en mouvement lorsque ceux-ci sont à des températures différentes. En plus du transfert d'énergie dû à la diffusion, il y a également transfert par le biais du mouvement du fluide. Ce dernier est associé au fait que de multiples molécules ont un mouvement collectif, ce qui implique un transfert de chaleur dans le cas où il existe un gradient thermique.

La contribution due au mouvement aléatoire des molécules, la diffusion, domine près de la surface où la vitesse du fluide est faible. En effet, à l'interface entre la surface et le fluide, étant donné que la vitesse du fluide est nulle, le seul mode de transfert est la diffusion. La contribution due au mouvement du fluide tient son origine du fait que la couche limite croît au fur et à mesure de l'avancée du fluide sur la surface.[2]

CHAPITRE I GENERALITE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR

Le transfert thermique par convection est divisé en deux parties suivant la nature de l'écoulement :

I.4.1. La convection forcée :

Elle apparaît lorsque l'écoulement est engendré par des moyens externes, comme un ventilateur ou une pompe pour accélérer le mouvement du fluide au niveau de la surface du solide. Le mouvement rapide des particules du fluide sur la face du solide permet d'atteindre une valeur maximum du gradient de température, ce qui augmente le taux d'échange thermique. Dans l'illustration suivante, l'air est forcé au-dessus d'une plaque chaude.[3]

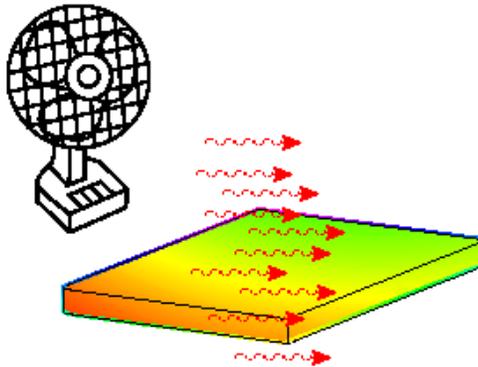


Figure I.2 Phénomène de convection thermique forcée

I.4.2. La convection naturelle :

Elle se produit lorsque l'écoulement est induit par une différence de masse volumique qui varie en fonction de la température au sein du fluide.

Lorsqu'une plaque chaude est immergée dans un fluide froid, les particules de fluide en contact avec la plaque se réchauffent et leur densité diminue, ce qui provoque leur mouvement vers le haut. Ex : le convecteur ou le radiateur de chauffage central élève la température de l'air au contact de ses ailettes.[3]

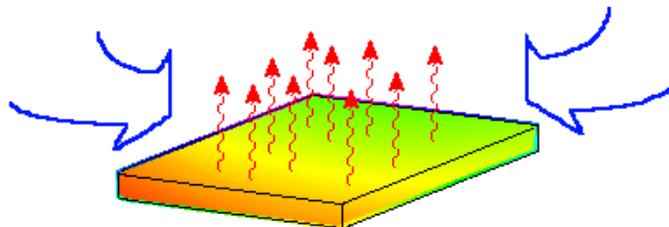


Figure I.3 Phénomène de convection thermique naturelle

I.4.3. Loi de Newton :

$$\Phi = h A_s (T_p - T_0) \quad (I.2)$$

Flux de chaleur transmis par convection [W]

h: Coefficient de transfert de chaleur par convection [$W\ m^{-2}\ K^{-1}$]

T_p : Température de surface du solide [K]

T_0 : Température du fluide loin de la surface du solide [K]

A_s : La surface de contact solide/fluide [m^2]

I.5. Le rayonnement thermique :

Les corps émettent de l'énergie par leur surface sous forme de radiations visibles ou non. Inversement, quand un corps reçoit un rayonnement, il en absorbe une partie qui se transforme en chaleur.

Ce mode de transfert de chaleur est induit par l'échange d'ondes électromagnétiques entre un corps émetteur et un corps récepteur.

Le rayonnement se transmet à travers le vide mieux que dans tout autre milieu qui est moins absorbant.[4]

I.5.1. Loi de STEFAN- BOLTZMAN :

La relation de base du rayonnement est celle de STEFAN- BOLTZMAN selon laquelle la puissance Q du rayonnement thermique émis par unité de surface d'un corps noir est :

$$Q = \varepsilon \sigma S (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (I.3)$$

Q : Flux de chaleur transmis par rayonnement (W)

σ : Constante de Stefan ($5,67.10^{-8}\ W/m^2\ K^4$)

ε : Facteur d'émission de la surface (émissivité)

T_p : Température de la surface (K)

T_0 : Température du milieu environnant la surface (K)

S:surface (m^2)

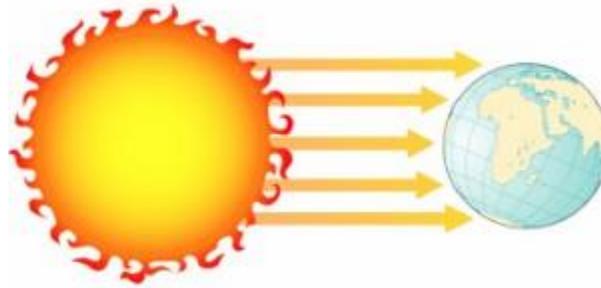


Figure I.4 Le rayonnement thermique solaire

I.6. Les ailettes :

Les ailettes contribuent à l'amélioration du transfert de la chaleur par convection. Elles sont utilisées pour améliorer l'évacuation de la chaleur d'un système solide confiné dans lequel les densités de flux de chaleur sont élevées.[4]

I.6.1. L'augmentation du flux de chaleur :

L'augmentation du flux de chaleur sera maximale si l'ailette est à température uniforme à T_b (conductivité infinie).

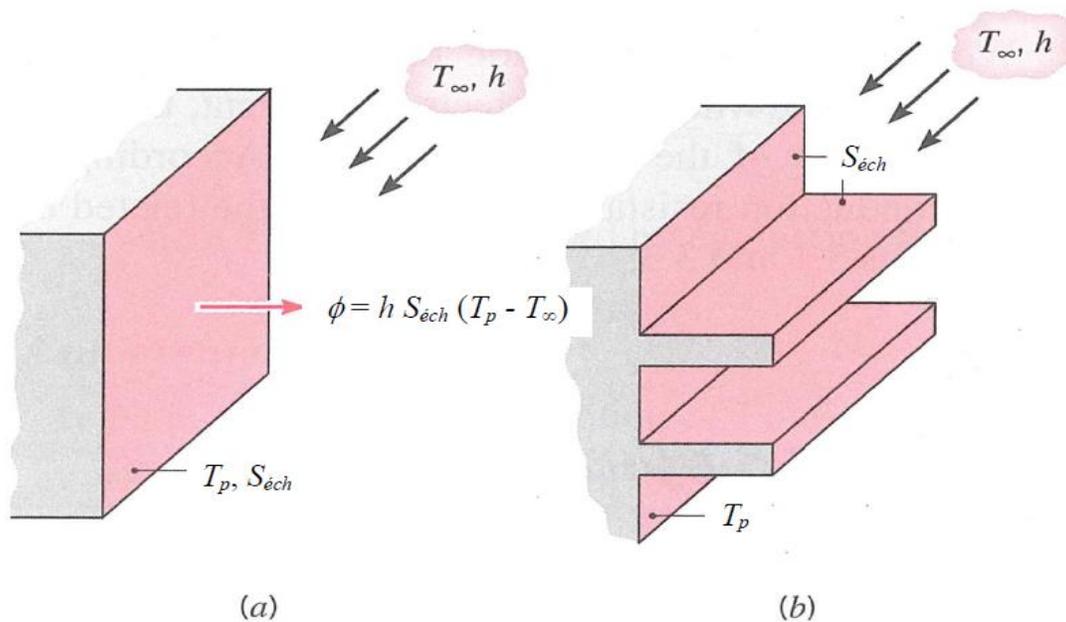


Figure I.5 Utilisation d'ailettes pour augmenter le flux de chaleur évacué du mur

(a) mur plan, (b) mur muni d'ailettes.

Si T_p est fixée, il y a deux possibilités pour augmenter le flux de chaleur évacué :

- Augmenter le coefficient d'échange convectif, h , en augmentant la vitesse de l'écoulement et/ou diminuer la température du fluide T_∞ . Dans la plupart des applications, augmenter h au maximum ne suffit pas pour évacuer le flux de chaleur souhaité et bien souvent le coût est trop élevé (installation de pompes ou ventilateurs puissants et encombrants). Réduire T_∞ est bien souvent impossible dans l'installation.
- La deuxième solution est beaucoup plus simple à mettre en œuvre : il s'agit d'**augmenter la surface d'échange**, $S_{éch}$, en utilisant des ailettes s'étendant à partir du solide dans le milieu environnant (voir la figure I.5). La conductivité thermique du matériau constituant l'ailette doit être élevée afin de minimiser les gradients de température entre la base et l'extrémité de l'ailette.[4]

I.6.2. L'équation de la chaleur pour des ailettes à section constante :

On cherche à déterminer dans quelle mesure la présence d'ailettes peut améliorer le transfert de chaleur d'une surface d'un solide vers le fluide environnant. Considérons l'ailette de section constante schématisée sur **la figure I.7** baignant dans un fluide en mouvement à la température T_∞ . Pour quantifier le transfert de chaleur associé à cette ailette nous devons tout d'abord déterminer la distribution de température le long de l'ailette à partir d'un bilan d'énergie que nous allons établir en posant les hypothèses suivantes :

- Le régime est permanent et il n'y a pas de dissipation interne de chaleur.
- La conductivité thermique de l'ailette est constante.
- Le coefficient d'échange convectif, h , est uniforme sur toute la surface de l'ailette.
- Le problème est monodimensionnel, c'est-à-dire que le flux de chaleur ne se propage que dans une seule direction (la direction x). On considère ainsi que la température est uniforme dans une section de l'ailette en x donné, ce qui est généralement assuré par l'utilisation d'ailettes fines.[4]

I.6.3. Forme des ailettes :

Les formes des ailettes sont tellement variées qu'il est important de les citer. il existe plus de 180 profils et géométrie d'ailette en Aluminium dans le monde. La recherche de nouvelles formes est en développement continu. On distingue classiquement les formes :

- ❖ Rectangulaire
- ❖ Triangulaire
- ❖ Parabolique
- ❖ Hyperbolique
- ❖ Annulaire... [5]

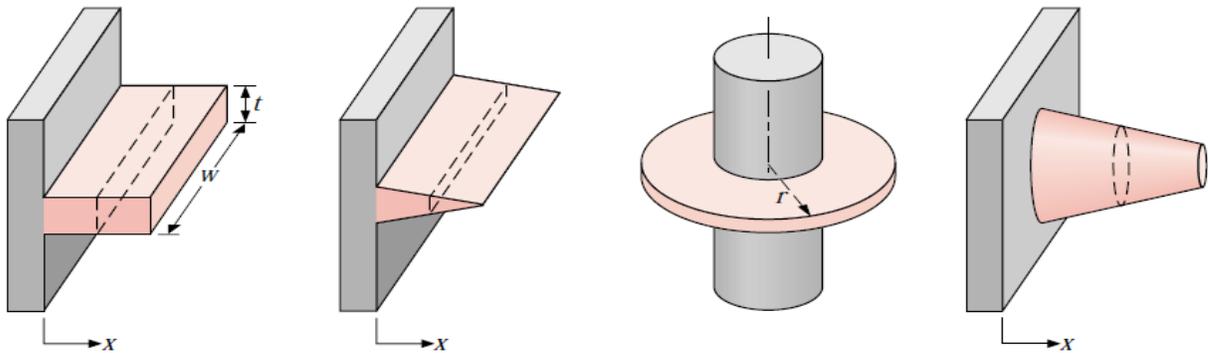


Figure I.6 Les formes des ailettes les plus utilisées [6]

I.7. Établissement de l'équation de la chaleur pour une ailette de profil géométrique général

I.7.1. L'équation générale

Le profil de la température d'une ailette de profil géométrique général s'obtient en considérant la conservation de l'énergie sur un volume de contrôle de hauteur dx et de surface une fonction $f(x)$. Ce volume d'est borné par deux planes parallèles à x et $x+dx$ représentés par les fonctions $f(x)$. [4]

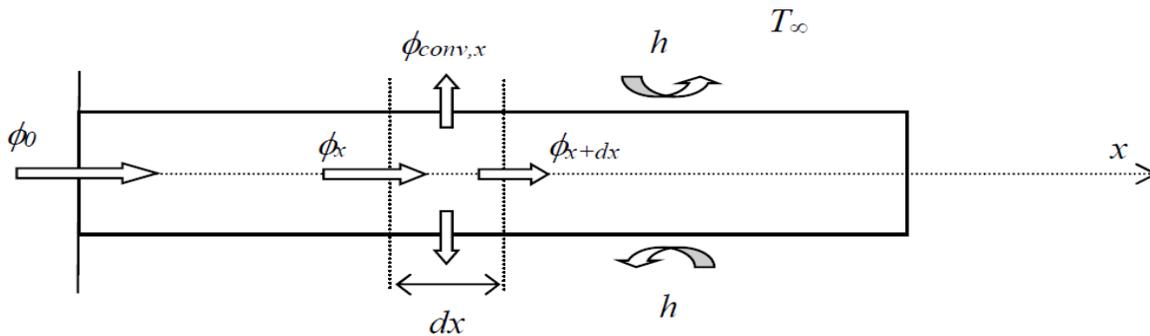


Figure I.7 Bilan d'énergie sur une tranche d'ailette d'épaisseur dx .

Le bilan d'énergie sur le système constitué d'une tranche de l'ailette comprise entre x et $x+dx$:

$$\phi_x = \phi_{x+dx} + \phi_{conv} \quad (I.4)$$

- ϕ_x flux de chaleur transmis par conduction en x :

$$\phi_x = -\lambda S \left(\frac{dT}{dx} \right)_x \quad (I.5)$$

- ϕ_{x+dx} flux de chaleur transmis par conduction en $x+dx$:

$$\phi_{x+dx} = -\lambda S \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} \quad (I.6)$$

- $\phi_{conv,x}$ flux évacué par convection à la frontière entre x et $x+dx$:

$$\phi_{conv,x} = hpdx(T(x) - T_\infty) \quad (I.7)$$

CHAPITRE I GENERALITE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR

Où S est l'aire de la section de passage du flux de conduction.

P est le périmètre de l'ailette (périmètre d'échange du flux convectif).

$$\begin{aligned}\lambda S \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} - \lambda S \left(\frac{dT}{dx} \right)_x &= hp dx (T(x) - T_\infty) \\ \Rightarrow \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} - \left(\frac{dT}{dx} \right)_x &= \frac{hp}{\lambda S} dx (T(x) - T_\infty) \\ \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} dx &= \frac{hp}{\lambda S} dx (T(x) - T_\infty) \quad (I.8)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{car } \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} - \left(\frac{dT}{dx} \right)_x &= d \left(\frac{dT}{dx} \right) = \frac{d^2 T}{dx^2} dx \\ \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} &= \frac{hp}{\lambda S} (T(x) - T_\infty) \quad (I.9)\end{aligned}$$

La distribution de température dans l'ailette, $T(x)$, est ainsi déterminé par la résolution de cette équation associée à deux conditions aux limites, écrites à la base et à l'extrémité de l'ailette.

Si nous posons

$$\theta(x) = T(x) - T_\infty \quad m^2 = \frac{hp}{\lambda S}$$

L'équation (I.9) devient :

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0 \quad (I.10)$$

- h coefficient d'échange convectif (W/ (m².K)) ;
- λ Conductivité thermique du matériau de l'ailette (W/ (m.K)) ;
- S section de l'ailette (m²) ;
- P périmètre de l'ailette (m).

L'expression précédente est une équation de **Bessel** modifiée d'ordre zéro, et sa solution générale est de la forme :

$$\theta(r) = C_1 I_0(mr) + C_2 K_0(mr)$$

Où I_0 et K_0 sont des fonctions de Bessel d'ordre zéro des premier et deuxième type, respectivement. Si la température à la base de la nageoire est prescrite, $\theta(r1) = \theta_b$, et qu'une pointe adiabatique est présumée,

CHAPITRE I GENERALITE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR

$\left. \frac{d\theta}{dr} \right|_{r_2} = 0$, C_1 et C_2 peuvent être évalués pour donner une distribution de

température de la forme

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{I_0(mr) K_1(mr_2) + K_0(mr) I_1(mr_2)}{I_0(mr_1) K_1(mr_2) + K_0(mr_1) I_1(mr_2)}$$

Où $I_1(mr) = \frac{d[I_0(mr)]}{d(mr)}$ et $K_1(mr) = -\frac{d[K_0(mr)]}{d(mr)}$ sont modifiés, les fonctions de Bessel de premier ordre des premier et deuxième type.

Ou bien la solution de cette équation différentielle (I.10) du second ordre pour différentes conditions aux limites sont données par le tableau suivant :

Temperature distribution and heat loss for fins of uniform cross section			
Case	Tip Condition ($x = L$)	Temperature Distribution θ/θ_b	Fin Heat Transfer Rate q_f
A	Convection heat transfer: $h\theta(L) = -k d\theta/dx _{x=L}$	$\frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$ (3.70)	$M \frac{\sinh mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$ (3.72)
B	Adiabatic $d\theta/dx _{x=L} = 0$	$\frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$ (3.75)	$M \tanh mL$ (3.76)
C	Prescribed temperature: $\theta(L) = \theta_L$	$\frac{(\theta_L/\theta_b) \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$ (3.77)	$M \frac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$ (3.78)
D	Infinite fin ($L \rightarrow \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx} (3.79)	M (3.80)

$\theta \equiv T - T_\infty$ $m^2 \equiv hP/kA_c$
 $\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $M \equiv \sqrt{hPkA_c} \theta_b$

Tableau I.1 Distribution de température et perte de chaleur pour des ailettes de section uniforme [6]

Si la section de l'ailette n'est pas constante, l'équation de l'ailette devient une équation différentielle à dérivées partielles et résolution analytique devient complexe. Sa résolution devient possible en introduisant l'efficacité des ailettes utilisant des abaques.

I.8. Efficacité et rendement d'une surface munie d'ailettes

On définit l'efficacité d'une surface munie d'ailettes comme étant le rapport entre le flux de chaleur total évacué par le système avec ailettes, et le flux de chaleur total qui serait évacué par convection sans ailette :

$$n_0 = \frac{Q_t}{Q_{max}} \quad (I.11)$$

$$n_0 = \frac{Q_t}{h A_t \Delta T}$$

où $A_t = N * A_f + S_{entre\ ailette}$

A_t est la surface totale du système sans ailette en contact avec le fluide environnant, $S_{entre\ ailette}$ étant la surface entre les ailettes. Dans la pratique, on cherche bien sûr à concevoir un système pour lequel :

$$n_0 \geq 1$$

CHAPITRE II : Récupérateur de chaleur à ailettes rectangulaires

- Les ailettes rectangulaires sont des ailettes à section uniforme ce qui permet de résoudre l'équation différentielle du second ordre et des solutions analytiques sont obtenues donnant la distribution de température et la quantité de chaleur dissipée à travers l'ailette.

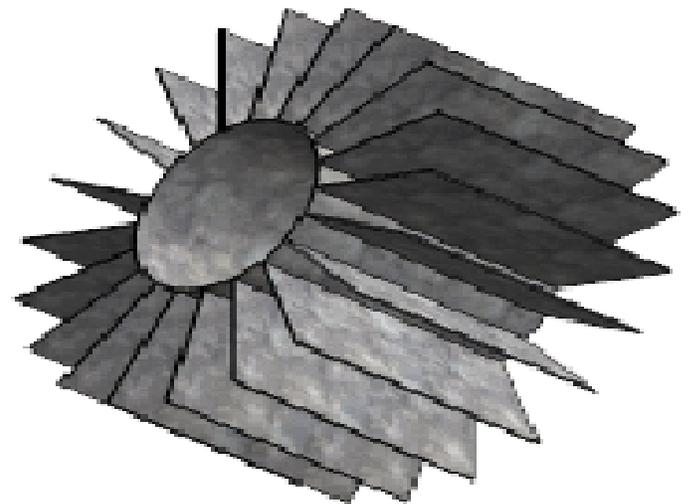
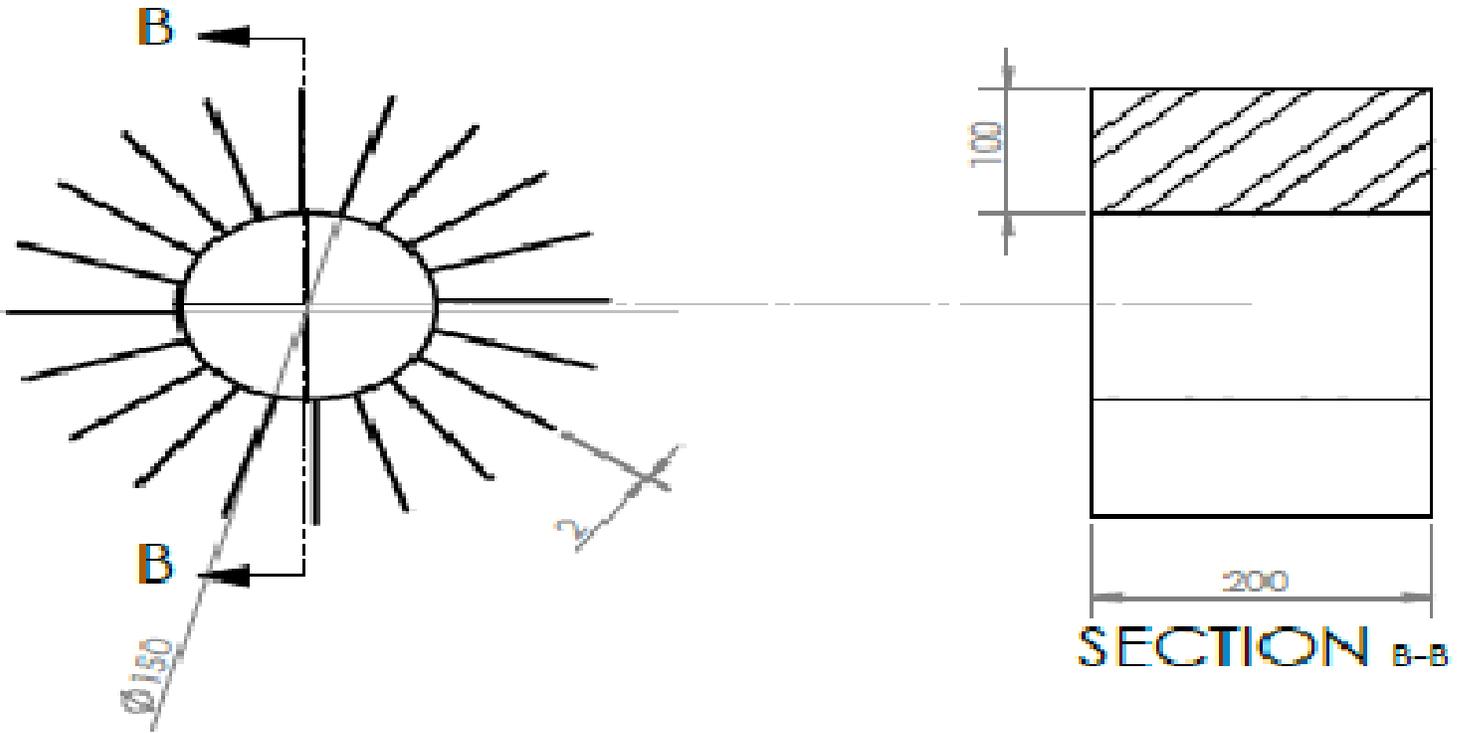
II.1. Profil du flux de chaleur et de la température et du rendement des ailettes rectangulaires dans un Récupérateur de chaleur.

II.1.1. Les dimensions du Récupérateur

W (mm)	e (mm)	L (mm)	d(mm)
200	2	100	150

Tableau II.1 Les dimensions Récupérateur de chaleur à ailettes rectangulaires

CHAPITRE II Récupérateur de chaleur à ailettes rectangulaires



UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: ANGLES: UNLESS NOTED			FINISH:			DESIGN AND SERIAL SHARP EDGES			DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
NAME:	SIGNATURE:	DATE:				<p style="text-align: center;">Ailettes Rectangulaire</p>						
DRAWN:												
CHECK:												
APPROVED:												
DATE:												
MATERIAL:						DWS NO.:			A4			
Acier Galvanisé												
FINISH:						SCALE: 1:1			SHEET 1 OF 1			

Figure II.1 Récupérateur de chaleur ailettes rectangulaires

II.1.1. Estimation de nombre d'ailettes :

Surface d'ailette Rectangulaire :

$$S_{rec} = 2((L \times e) + (w L)) + (e \times w) \quad (\text{II.1})$$

$$S_{rec} = 2((0.1 \times 0.002) + (0.1 \times 0.2)) + (0.002 \times 0.2)$$

$$S_{rec} = 0.0408 \text{m}^2$$

Le périmètre de récupérateur de chaleur à ailettes rectangulaires :

$$P_c = \pi D \quad (\text{II.2})$$

$$P_c = \pi \times 0.15$$

$$P_c = 0.48 \text{ m}$$

Espace entre ailettes égale à 1cm.

Nombre d'ailettes :

$$N_{rec} = \frac{P}{e + 0.01} \quad (\text{II.3})$$

$$N_{rec} = \frac{0.48}{0.002 + 0.023}$$

$$N_{rec} = 20 \text{ ailettes}$$

Chaque ailette est attachée à une surface de base de température $T(0) = T_b = 450^\circ\text{C}$ se prolonge dans l'aire de température $T_\infty = 20^\circ\text{C}$.

L'équation (II.12) se réduit à

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{p h}{A_r \lambda} \theta = 0 \quad (\text{II.4})$$

$$(II.4) \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0 \quad (II.5)$$

La solution de cette équation est de la forme :

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (II.6)$$

Donc

$$m^2 = \frac{P h}{\lambda Ar} \quad (II.7)$$

$$\rightarrow m = \sqrt{\frac{P h}{\lambda Ar}} \quad (II.8)$$

II.2. Estimation des coefficients d'échange h :

Hypothèse :

On suppose que l'ailette a une température uniforme (température de la base $T_b = 450^\circ\text{C}$).

Le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{h_{lat} w}{\lambda} \quad (II.9)$$

$$\Rightarrow h_{lat} = \frac{Nu \times \lambda}{w} \quad (II.10)$$

La température moyenne est de 508°K d'après le tableau A4 (voir l'Annex) :

$$\vartheta = 39.8710^{-6} \quad k = 41.21 \cdot 10^{-3} \quad \alpha = 58.3 \cdot 10^{-6} \quad Pr = 0.6838$$

$$Ra = \frac{g \times \beta \times \Delta T \times W^3}{\vartheta \times \alpha} \quad (II.11)$$

$$Ra = \frac{9.8 \times \frac{1}{508} \times 430 \times 0.2^3}{39.87 \times 10^{-6} \times 58.3 \times 10^{-6}} = 2.85 \times 10^7$$

$$Nu = \left[0.59 Ra^{\frac{1}{4}} \right] \quad (\text{II. 12})$$

$$Nu = 0.59 \times (2.85 \times 10^7)^{\frac{1}{4}} = 43.13$$

$$h_{lat} = \frac{Nu \lambda}{w} \quad (\text{II. 13})$$

$$h_{lat} = \frac{43.13 \times 41.21 \times 10^{-3}}{0.2}$$

$$h_{lat} = 8.89 \text{ W/m}^2.\text{K}$$

II.2.1. Démonstration de coefficient d'échange par rayonnement h_r :

$$\begin{aligned} Q_{\text{ray}} &= \varepsilon \sigma S (T_s^4 - T_\infty^4) = \varepsilon \sigma S (T_s - T_\infty) \times (T_s + T_\infty) \times (T_s^2 + T_\infty^2) \\ &= h_r \times S \times (T_s - T_\infty) \end{aligned}$$

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_s + T_\infty) (T_s^2 + T_\infty^2) \quad (\text{II. 14})$$

$$h_r = 0.23 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (723 + 293) (723^2 + 293^2)$$

$$h_r = 8.06 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$h_{tot} = h_r + h_{lat} \quad (\text{II. 15})$$

$$h_{tot} = 8.06 + 8.86$$

$$h_{\text{tot}} = 16.95 \text{ W/m}^2.\text{K}$$

Le périmètre d'une ailette rectangulaire :

$$P = 2 \times (e + w) \quad (\text{II.16})$$

$$P = 2 \times (0.002 + 0.2)$$

$$P = 0.404 \text{ m}$$

La surface d'une ailette rectangulaire :

$$A_r = e \times W \quad (\text{II.17})$$

$$A_r = 0.002 \times 0.2$$

$$A_r = 0.0004 \text{ m}^2$$

Coefficient d'échange thermique de galvanise égale à 93.7 w/m²K

$$m = \sqrt{\frac{0.404 \times 16.95}{93.7 \times 0.0004}}$$

$$m = 13.52$$

II.3. La distribution de la température :

On a une ailette rectangulaire de section constante avec transfert de chaleur à l'extrémité c'est-à-dire Nous utilisons la formule A du **tableau II.2** pour étudions la répartition du flux thermique :

Temperature distribution and heat loss for fins of uniform cross section

Case	Tip Condition ($x = L$)	Temperature Distribution θ/θ_b	Fin Heat Transfer Rate q_f
A	Convection heat transfer: $h\theta(L) = -k d\theta/dx _{x=L}$	$\frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$ (3.70)	$M \frac{\sinh mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$ (3.72)
B	Adiabatic $d\theta/dx _{x=L} = 0$	$\frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$ (3.75)	$M \tanh mL$ (3.76)
C	Prescribed temperature: $\theta(L) = \theta_L$	$\frac{(\theta_L/\theta_b) \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$ (3.77)	$M \frac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$ (3.78)
D	Infinite fin ($L \rightarrow \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx} (3.79)	M (3.80)

$\theta \equiv T - T_\infty$ $m^2 \equiv hP/kA_c$
 $\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $M \equiv \sqrt{hPkA_c} \theta_b$

Tableau II.2 Distribution de température et perte de chaleur pour des ailettes de section uniforme

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{\cosh(m(L-x)) + \frac{h}{m\lambda} \sinh(m(L-x))}{\cosh(mL) + \frac{h}{m\lambda} \sinh(mL)} \quad (\text{II. 18})$$

$$\Rightarrow T(x) = (T_0 - T_\infty) \left[\frac{\cosh(m(L-x)) + \frac{h}{m\lambda} \sinh(m(L-x))}{\cosh(mL) + \frac{h}{m\lambda} \sinh(mL)} \right] + T_\infty \quad (\text{II. 19})$$

À $x=L$

$$T(L) = (723 - 293) \left[\frac{\cosh(13.52(0.1 - 0.1)) + \frac{16.95}{13.52 \times 93.7} \sinh((0.1 - 0.1))}{\cosh((13.52 \times 0.1)) + \frac{16.95}{13.52 \times 93.7} \sinh(13.52 * 0.1)} \right] + 293$$

$$T(L) = 498.84 \text{ } ^\circ K$$

II.4. La quantité du flux de chaleur évacuée :

$$Q(x) = -\lambda A_r \frac{dT}{dx}$$

$$Q(L) = \lambda A_r m (T_0 - T_\infty) \frac{\sinh(m \times L) + \frac{h}{m\lambda} \times \cosh(m \times L)}{\cosh(m \times L) + \frac{h}{m\lambda} \sinh(m \times L)} \quad (\text{II. 20})$$

$$Q(L) = \sqrt{h p \lambda A_r} \theta_L \frac{\sinh(m \times L) + \frac{h}{m\lambda} \times \cosh(m \times L)}{\cosh(m \times L) + \frac{h}{m\lambda} \sinh(m \times L)} \quad (\text{II. 21})$$

$$Q(L) = M \times \frac{\sinh(m \times L) + \frac{h}{m\lambda} \times \cosh(m \times L)}{\cosh(m \times L) + \frac{h}{m\lambda} \sinh(m \times L)} \quad (\text{II. 22})$$

$$M = \sqrt{h \times P \times \lambda \times A_r} \times (T_0 - T_\infty) \quad (\text{II. 23})$$

$$M = \sqrt{16.95 \times 0.404 \times 93.7 \times 0.0004} \times (450 - 20)$$

$$M = 217.84$$

$$Q(L) = M \frac{\sinh(m \times L) + \frac{h}{m\lambda} \cosh(m \times L)}{\cosh(m \times L) + \frac{h}{m\lambda} \sinh(m \times L)}$$

$$Q(L) = 217.84 \times \frac{\sinh(13.52 \times 0.1) + \frac{18.62}{14.17 \times 93.7} \cosh(13.52 \times 0.1)}{\cosh(13.52 \times 0.1) + \frac{18.62}{14.17 \times 93.7} \sinh(13.52 \times 0.1)}$$

$$Q(L) = 191.17 \text{ W}$$

La quantité de chaleur pour un récupérateur de chaleur de 20 ailettes :

$$Q_{tot} = Q N_{rec} \quad (\text{II. 24})$$

$$Q_{tot} = 191.17 \times 20$$

$$Q_{tot} = 3823.4 \text{ w}$$

Nous représentons sur la Figure II.2 la distribution de la température à travers l'ailette rectangulaire en fonction de x pour différent matériaux (acier galvanise ; cuivre et aluminium).

Graphe de la distribution de la température :

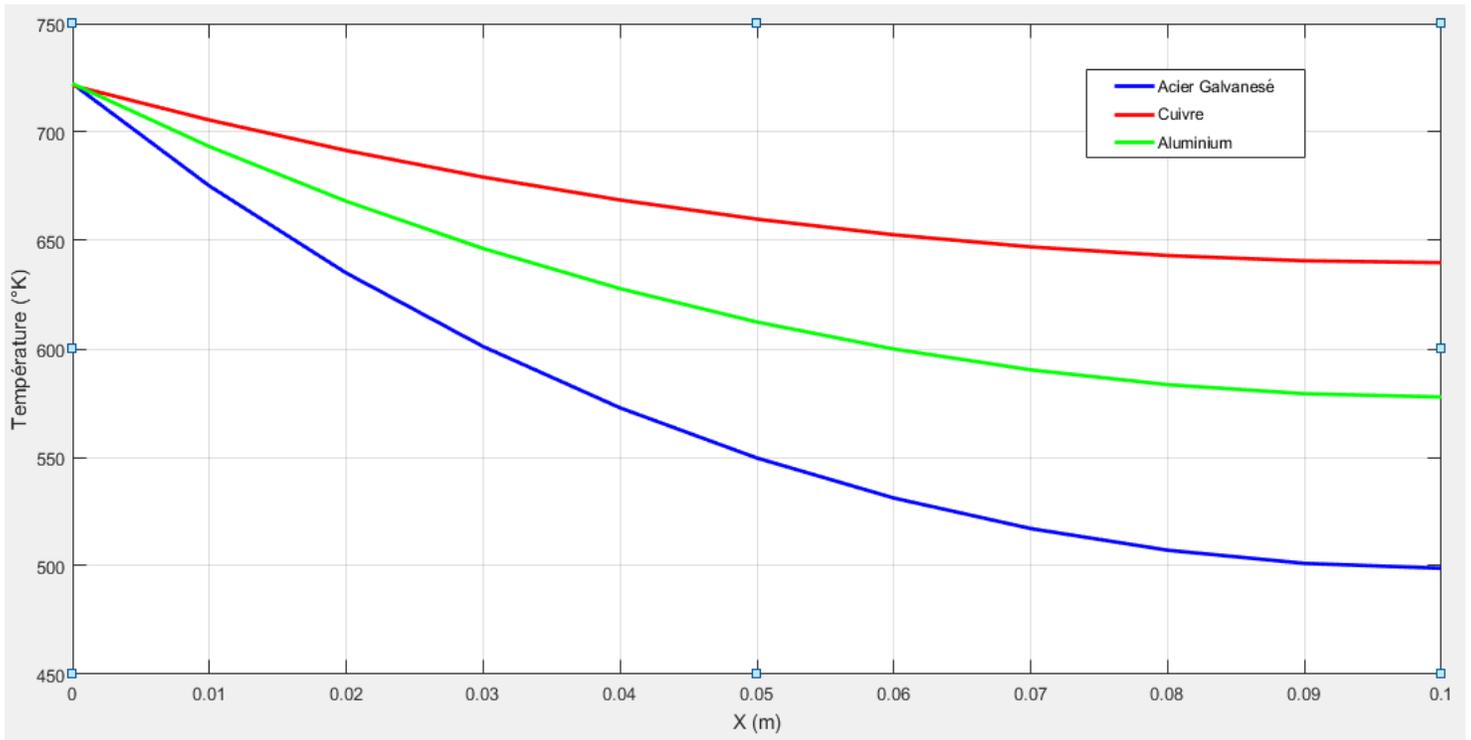


Figure II.2 La distribution de la température d'ailette rectangulaire en fonction de **X** (pour différents matériaux)

Pour une valeur fixe du coefficient **k** pour un matériau, la température diminue en fonction de l'abscisse (**X**) lors d'augmentation de la surface latérale d'ailette c'est-à-dire l'augmentation de la surface d'échange.

- Nous représentons sur la Figure II.3 la distribution de la quantité du flux de chaleur d'ailette rectangulaire en fonction de L (pour différents matériaux).

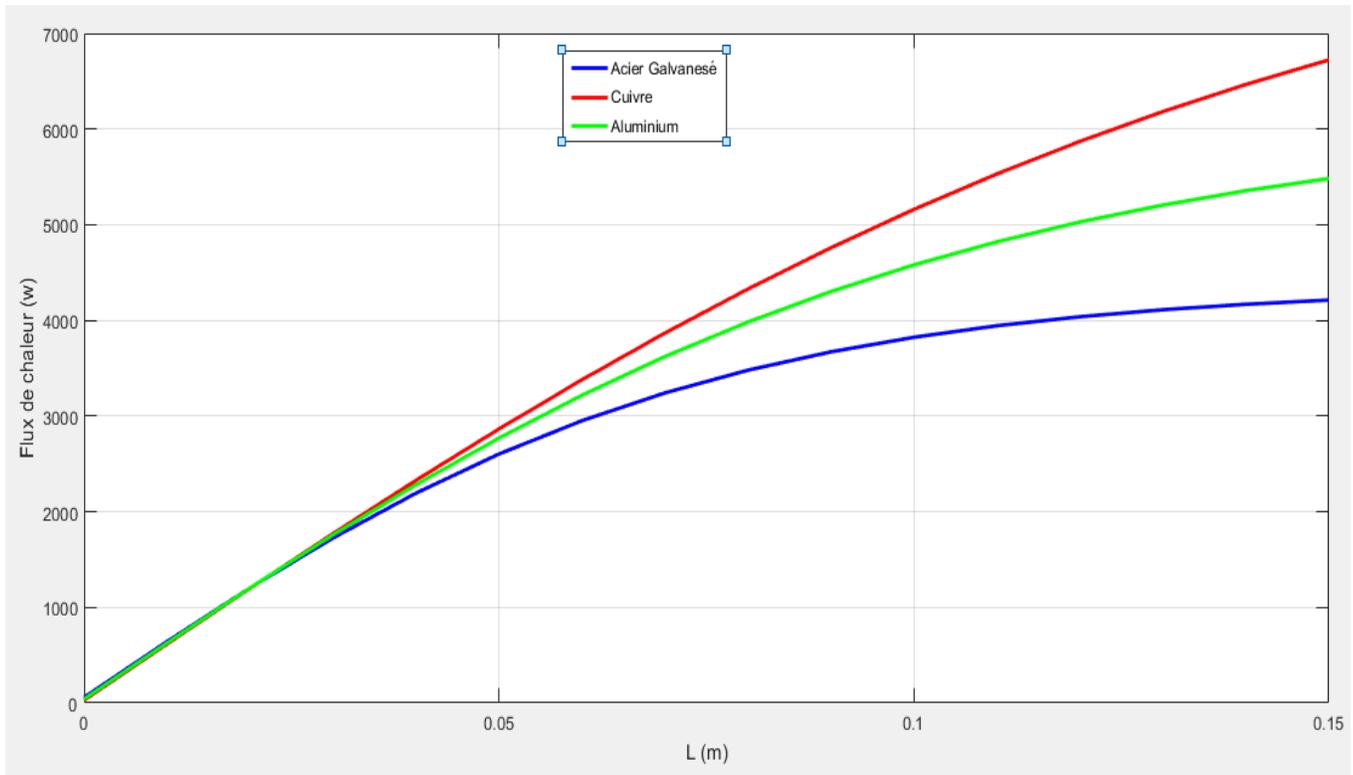


Figure II.3 La distribution de la quantité du flux de chaleur d'ailette rectangulaire en fonction de L (pour différents matériaux)

Pour une valeur fixe du paramètre k pour un matériau, la quantité du flux de chaleur augmente en fonction de la longueur de l'ailette ce qui est évident car l'augmentation de la longueur de l'ailette implique une augmentation de la surface d'échange.

Pour une valeur fixe du paramètre L , le flux de chaleur du cuivre est supérieur au flux de chaleur de l'aluminium et le flux de chaleur de l'aluminium lui-même est supérieur à l'acier galvanisé, ce qui est dû à la différence de conductivité thermique k .

Mais nous constatons qu'à partir d'une certaine longueur de l'ailette les courbes deviennent asymptotiques avec l'horizontale, ce qui ne serait plus intéressant d'allonger les ailettes car l'augmentation du flux de chaleur devient faible.

II.5. Efficacité de surfaces munies d'ailettes :

$$n_0 = 1 - \frac{N A_f}{A_t} (1 - n_f) \quad (\text{II. 33})$$

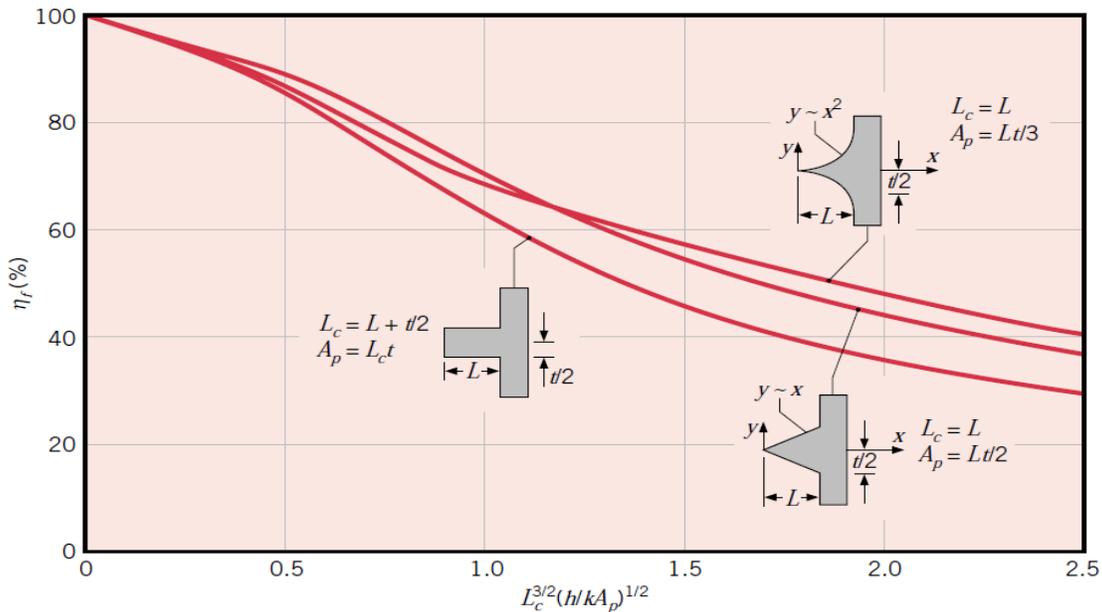


Figure II.4 Efficacité des ailettes droites (profils rectangulaires, triangulaires et paraboliques).[6]

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 0.1 + \frac{0.002}{2} = 0.101 \text{ m} \quad (\text{II. 25})$$

$$A_p = L_c \times t \quad (\text{II. 26})$$

$$A_p = 0.101 \times 0.002$$

$$A_p = 0.000202 \text{ m}^2$$

$$L_c^{\frac{3}{2}} \times \left(\frac{h}{k \times A_p} \right)^{0.5} = 0.101^{\frac{3}{2}} \times \left(\frac{18.62}{93.7 \times 0.000202} \right)^{0.5} \approx 1 \quad (\text{II. 27})$$

$$\Rightarrow n_f = 0.62$$

$$A_f = 2 L \cdot L_c = 2 \times 0.2 \times 0.101 = 0.0404 \text{ m}^2 \quad (\text{II. 28})$$

$$A_t = N \times A_f + S_{\text{entre alette}}$$

$$A_t = N \times A_f + (\pi D - (N \times t)) \times W \quad (\text{II. 29})$$

$$A_t = 20 \times 0.0404 + (0.15 \pi - (20 \times 0.002)) \times 0.2$$

$$A_t = 0.89\text{m}^2$$

$$n_0 = 1 - \frac{N A_f}{A_t} (1 - n_f) = 1 - \frac{20 \times 0.0404}{0.89} (1 - 0.62)$$

$$n_0 = 0.65$$

Nous représentons sur la Figure II.5 la variation du rendement d'ailette rectangulaire en fonction du paramètre **Lc**.

Il est à noter que le rendement décroît avec l'augmentation de ce paramètre L_c à cause de la variation de la surface d'échange qui augmente.

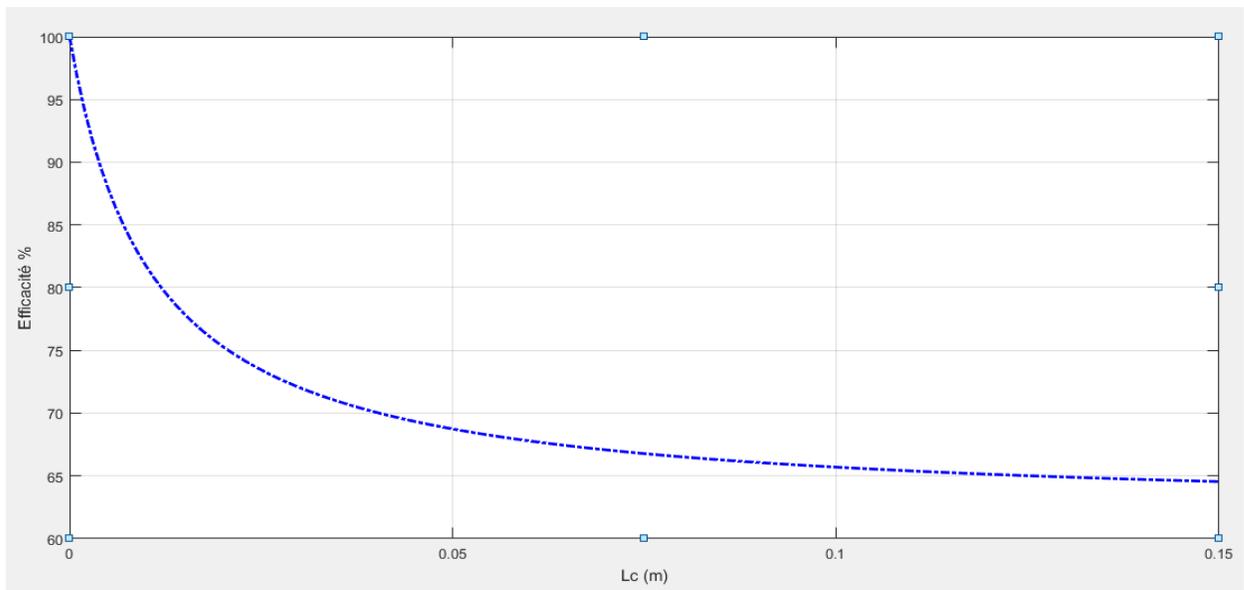


Figure II.5 Représente la variation du rendement en fonction du paramètre L_c .

II.6. La simulation de la température avec le Solidworks :

Model name:atm
Study name:aillette rec(-Default-)
Plot type: Thermal Thermal1
Time step: 1

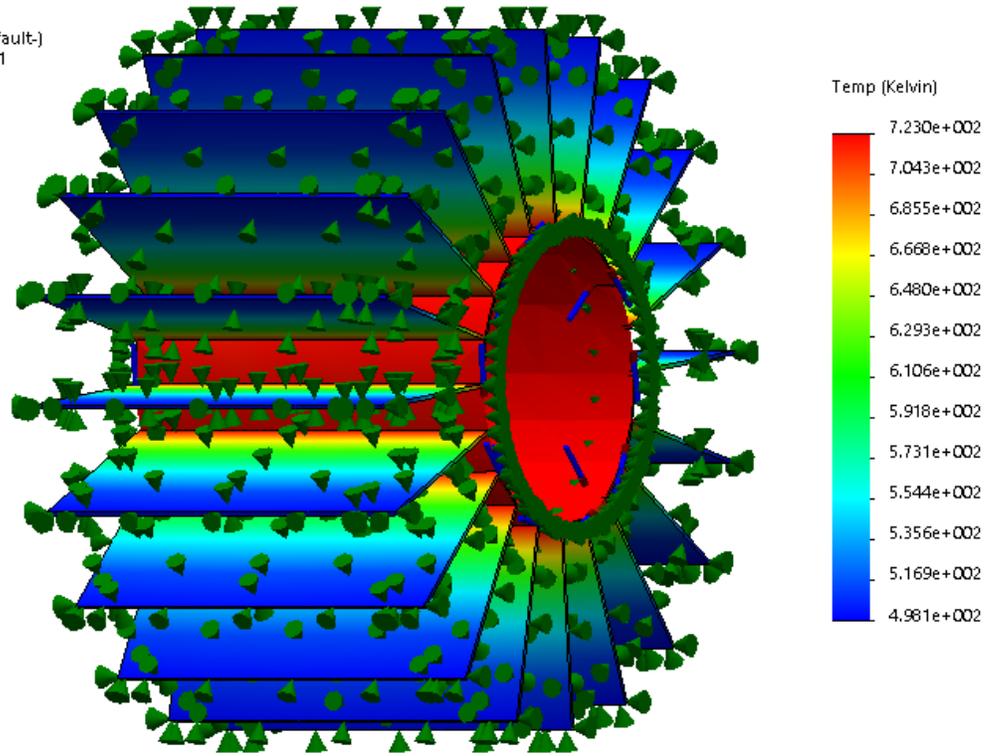


Figure II.6 La distribution de la température d'ailette rectangulaire

CHAPITRE III : Récupérateur de chaleur à ailettes annulaires

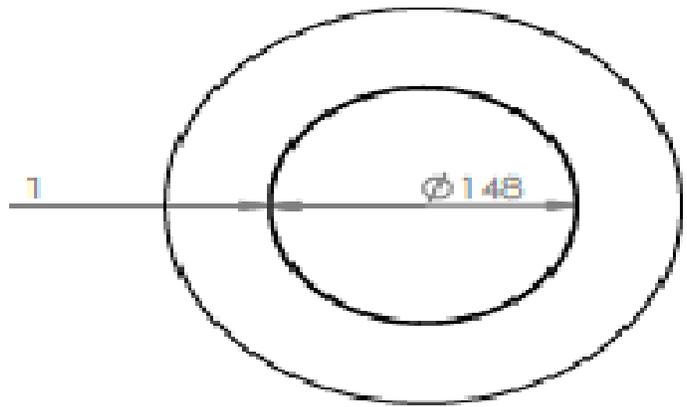
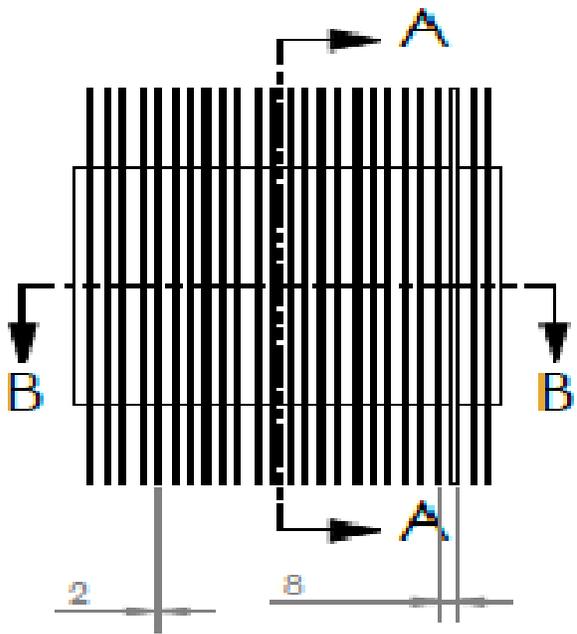
- Les ailettes annulaires sont des ailettes à section variable ce qui complique la résolution l'équation différentielle du second ordre et des solutions analytiques ne sont pas disponibles. Pour résoudre des problèmes d'ailettes à section variable, on a recours à des méthodes utilisant des abaques fournissant l'efficacité d'ailettes à section variable.

III. Profil du flux de chaleur et du rendement des ailettes annulaires dans un Récupérateur de chaleur :

III.1. Les dimensions de récupérateur de chaleur à ailettes annulaires :

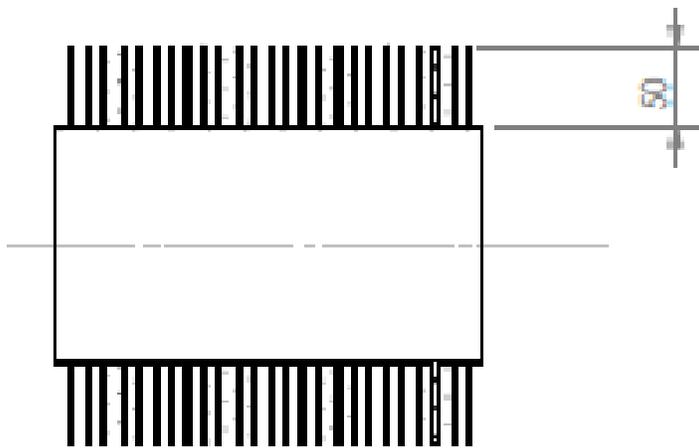
D (mm)	d (mm)	L (mm)	e (mm)	$\frac{D - d}{2}$ (mm)
250	150	200	2	50

Tableau III.1 Les dimensions Récupérateur de chaleur à ailettes annulaire



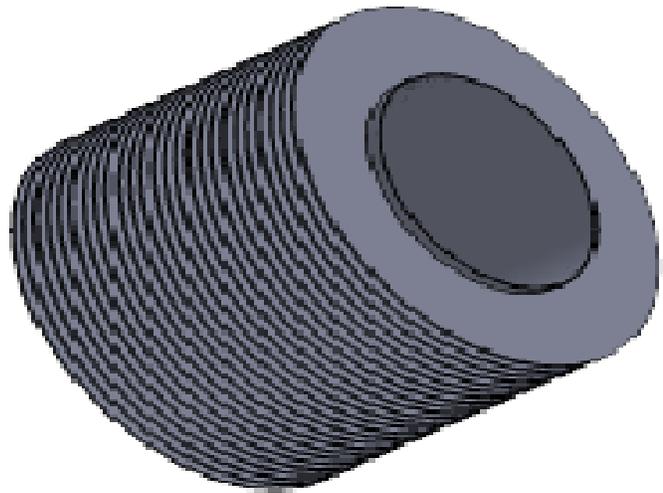
SECTION A-A

SCALE 1 : 4



SECTION B-B

SCALE 1 : 4



UNLESS OTHERWISE SPECIFIED, DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS				FINISH		DRAFTER AND CHECKER INITIALS		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
TOLERANCES: FRACTIONS: DECIMALS: ANGULARS											
DESIGN	NAME	SIGNATURE	DATE			TITLE: <h1 style="text-align: center;">Ailettes Annulaire</h1>					
CHKD											
APPVD											
MFG											
BLA				MATERIAL:		DWG NO.:				A4	
				acier galvanisé							
						SCALE 1:4		SHEET 1 OF 1			

Figure III.1 Récupérateur de chaleur à ailettes annulaires

III.1.1. Surface d'ailette annulaire :

$$S_C = \pi \times D \times e + \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) \quad (\text{III. 1})$$

$$S_C = \pi \times 0.25 \times 0.002 + 2 \times \left(\frac{\pi}{4}(0.25^2 - 0.15^2)\right)$$

$$\mathbf{S_C = 0,064 \text{ m}^2}$$

- La longueur de récupérateur est de 20cm.

Nous allons considérer que les deux types récupérateur (rectangulaire et annulaire) ont la même surface d'échange thermique.

Donc

$$S_{rec}N_{rec} = S_C N_c \quad (\text{III. 2})$$

$$\Rightarrow N_c = \frac{S_{rec} \times N_{rec}}{S_C} \quad (\text{III. 3})$$

$$N_c = \frac{0.0404 \times 20}{0.064}$$

$$N_c \approx 13 \text{ ailettes}$$

Nombre d'ailettes 13 ailettes.

L'espace entre ailettes :

$$e = \frac{W}{N_c} \quad (\text{III. 4})$$

$$e = \frac{20}{13}$$

$$e = 1.54 \text{ cm}$$

- L'espace entre chaque ailette annulaire égale à 1.54 cm

III.2. Estimation des coefficients d'échange h :

III.2.1. Hypothèse :

On suppose que l'ailette a une température uniforme (Température de la base $T_b=450 \text{ }^\circ\text{C}$).

Puisque l'ailette est horizontale la longueur dimensionnelle est déterminée comme suit :

$$L = \frac{4S}{P} = \frac{4 \left[\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \right]}{\pi D + \pi d} = \frac{4 \left[\frac{\pi}{4} (0.25^2 - 0.15^2) \right]}{\pi \times 0.25 + \pi \times 0.15} \quad (\text{III. 5})$$

$$L = \frac{(0.25^2 - 0.15^2)}{0.25 + 0.15}$$

$$L = 0.1 \text{ m}$$

Le nombre de Nusselt

$$Nu = \frac{h L}{\lambda} \Leftrightarrow h = \frac{Nu \lambda}{L}$$

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\vartheta \alpha}$$

La température moyenne est de 508°K d'après le tableau A4 (voir l'Annex) :

$$\vartheta = 39.87 \cdot 10^{-6} \quad k = 41.21 \cdot 10^{-3} \quad \alpha = 58.3 \cdot 10^{-6} \quad Pr = 0.6838$$

$$Ra = \frac{9.8 \times \frac{1}{508} \times 430 \times 0.1^3}{39.87 \times 10^{-6} \times 58.3 \times 10^{-6}}$$

$$Ra = 3.56 \times 10^6$$

$$Q_{tot} = h_{moy} S_{tot} \Delta T \quad (III.6)$$

$$Q_{tot} = h_{haut} S_{haut} \Delta T + h_{bas} S_{bas} \Delta T \quad (III.7)$$

Avec

$$S_{tot} = S_{haut} + S_{bas} = 2S$$

$$Q_{tot} = h_{moy} 2S \Delta T = h_{haut} S \Delta T + h_{bas} S \Delta T$$

$$\Rightarrow h_{moy} = \frac{h_{haut} + h_{bas}}{2} \quad (III.8)$$

$$h_{bas} = \frac{k}{L} (0.27 Ra^{0.25}) \quad (\text{III. 9})$$

$$h_{bas} = \frac{41.21 \times 10^{-3}}{0.1} \times (0.27 \times (3.56 \times 10^6)^{0.25})$$

$$h_{bas} = 4.84 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$h_{haut} = \frac{k}{L} (0.54 Ra^{0.25}) \quad (\text{III. 10})$$

$$h_{haut} = \frac{41.21 \times 10^{-3}}{0.1} \times 0.54 \times (3.56 \times 10^6)^{0.25}$$

$$h_{haut} = 9.66 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$h_{moy} = \frac{h_{haut} + h_{bas}}{2}$$

$$h_{moy} = \frac{4.84 + 9.66}{2}$$

$$h_{moy} = 7.25 W/m^2 \cdot K$$

III.2.2. Démonstration de coefficient d'échange par rayonnement h_r :

$$Q_{\text{ray}} = \varepsilon\sigma S(T_s^4 - T_\infty^4) = \varepsilon\sigma S(T_s - T_\infty)(T_s + T_\infty)(T_s^2 + T_\infty^2)$$

$$= h_r S(T_s - T_\infty)$$

$$h_r = \varepsilon\sigma(T_s + T_\infty)(T_s^2 + T_\infty^2)$$

$$h_r = 0.23 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (723 + 293)(723^2 + 293^2)$$

$$h_r = 8.06 \text{ w/m}^2\text{K}$$

$$h_{\text{tot}} = h_r + h_{\text{moy}} = 7.25 + 8.06$$

$$h_{\text{tot}} = 15.31 \text{ w/m}^2\text{K}$$

III.3. Efficacité du récupérateur avec ailettes :

$$n_0 = 1 - \frac{N A_f}{A_t} (1 - n_f)$$

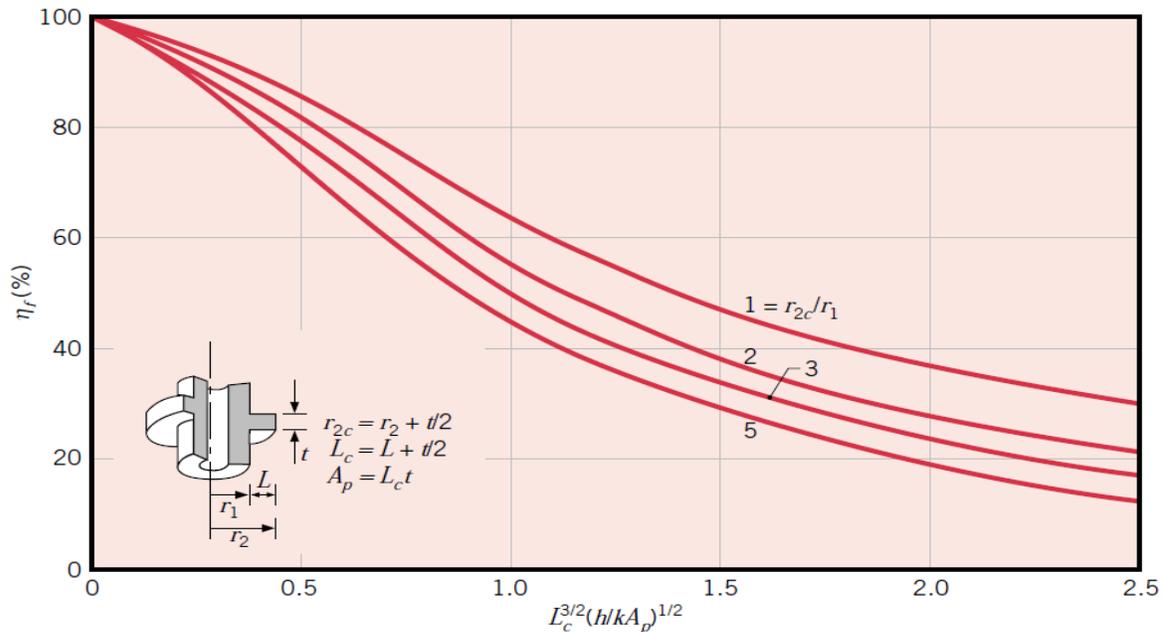


Figure III.2 Efficacité des ailettes annulaires de profil rectangulaire. [6]

$$r_{2c} = r_2 + \frac{t}{2} \quad (\text{III.11})$$

$$r_{2c} = 0.125 + \frac{0.002}{2} = 0.126 \text{ m}$$

$$L_C = L + \frac{t}{2} \quad (\text{III.12})$$

$$L_C = 0.05 + \frac{0.002}{2} = 0.051 \text{ m}$$

$$A_p = L_C \times t$$

$$A_p = 0.051 \times 0.002 = 0.000102 \text{ m}^2$$

$$\begin{cases} \frac{3}{L_C^2} \times \left(\frac{h}{K \times A_p} \right)^{0.5} \\ \frac{r_{2c}}{r_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.051^{\frac{3}{2}} \times \left(\frac{15.31}{93.7 \times 0.000102} \right)^{0.5} = 0.46 \\ \frac{r_{2c}}{r_1} = \frac{0.126}{0.075} = 1.67 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{L_C^2} \times \left(\frac{h}{K \times A_p} \right)^{0.5} = 0.46 \\ \frac{r_{2c}}{r_1} = 1.68 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{n_f = 0.81}$$

$$A_f = 2\pi (r_{2c}^2 - r_1^2) \quad (\text{III.13})$$

$$A_f = 2\pi (0.125^2 - 0.075^2)$$

$$A_f = 0.064 \text{ m}^2$$

$$A_t = N \times A_f + 2\pi (L - N \times t) \quad (\text{III.14})$$

$$A_t = 13 \times 0.064 + 2\pi (0.2 - 13 \times 0.002)$$

$$A_t = 1.93 \text{ m}^2$$

$$n_0 = 1 - \frac{N \times A_f}{A_t} \times (1 - n_f)$$

$$n_0 = \left(1 - \frac{13 \times 0.064}{1.86} \times (1 - 0.81) \right)$$

$$n_0 = 0.91$$

Figures III.3 représentent les variations de l'efficacité du récupérateur de chaleur annulaire en acier galvanisé en fonction du rayon r_{2c} .

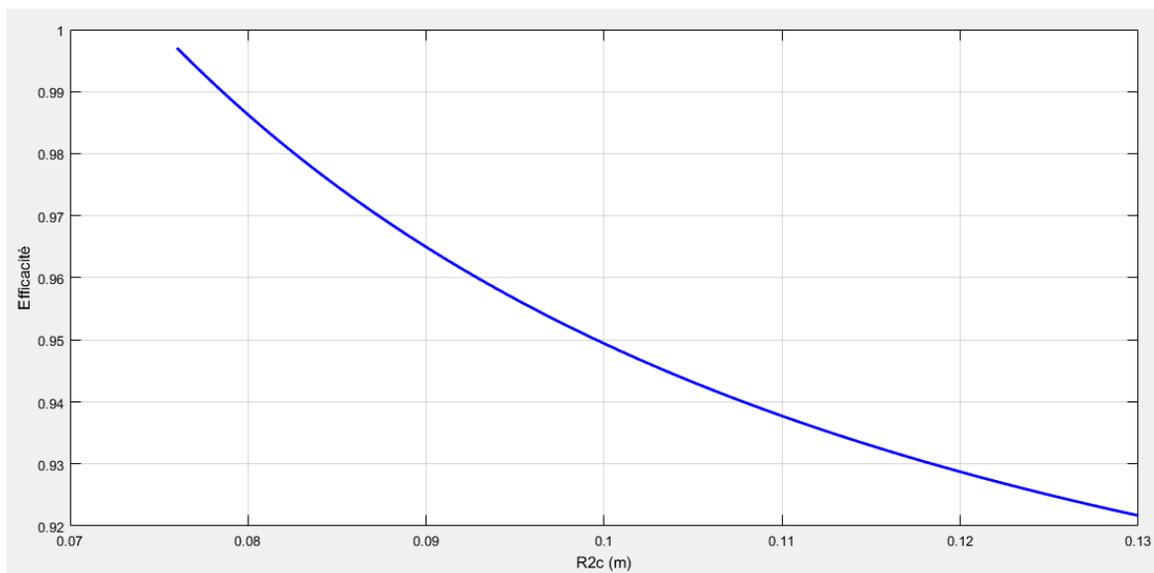


Figure III.3 représente la variation du rendement en fonction du paramètre r_{2c} .

Il est à noter que le rendement décroît avec l'augmentation du rayon de l'ailette annulaire r_{2c} .

III.4. La quantité de flux chaleur :

$$n_0 = \frac{Q_t}{Q_{max}} \quad (III.15)$$

$$Q_t = n_0 \times Q_{max} \quad (III.16)$$

$$Q_t = n_0 h A_t \Delta T \quad (III.17)$$

$$Q_t = 0.91 \times 15.31 \times 1.93 \times (450 - 20)$$

$$Q_t = 11562.24 \text{ w}$$

Figure III.4 représente les variations du flux chaleur du récupérateur de chaleur annulaire en acier galvanisé en fonction du rayon r_{2c} .

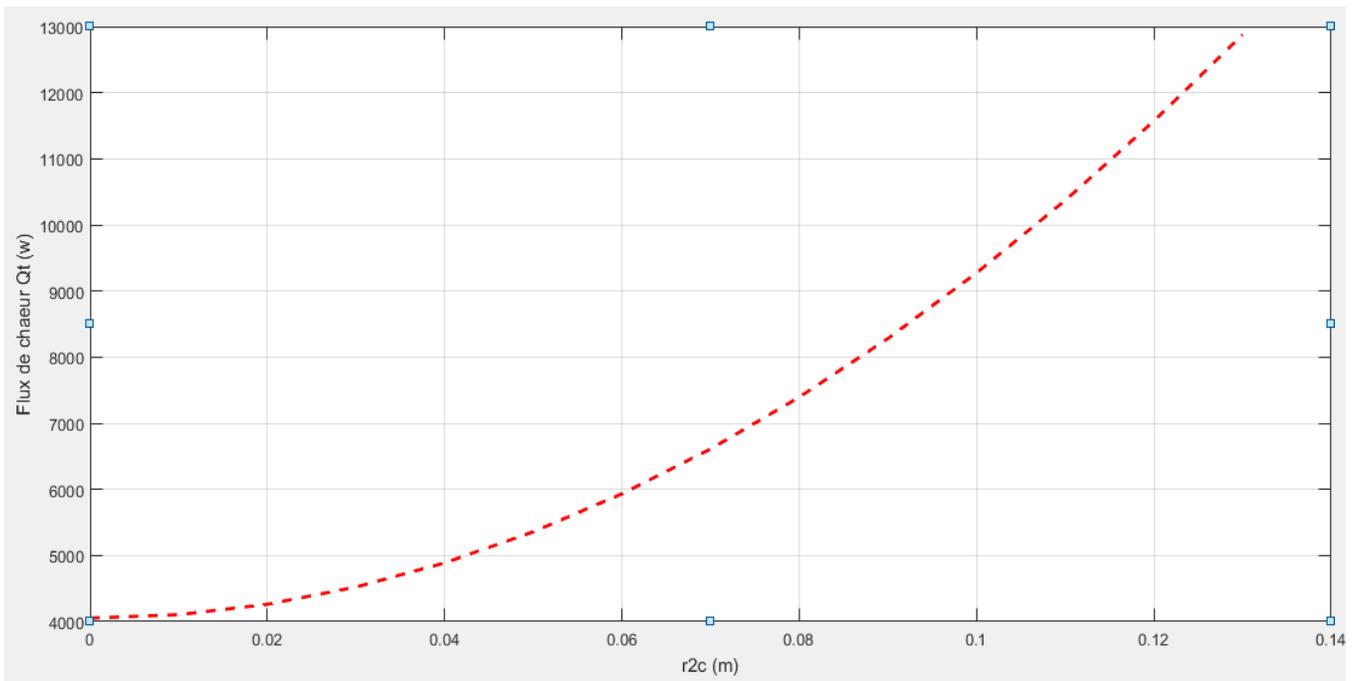
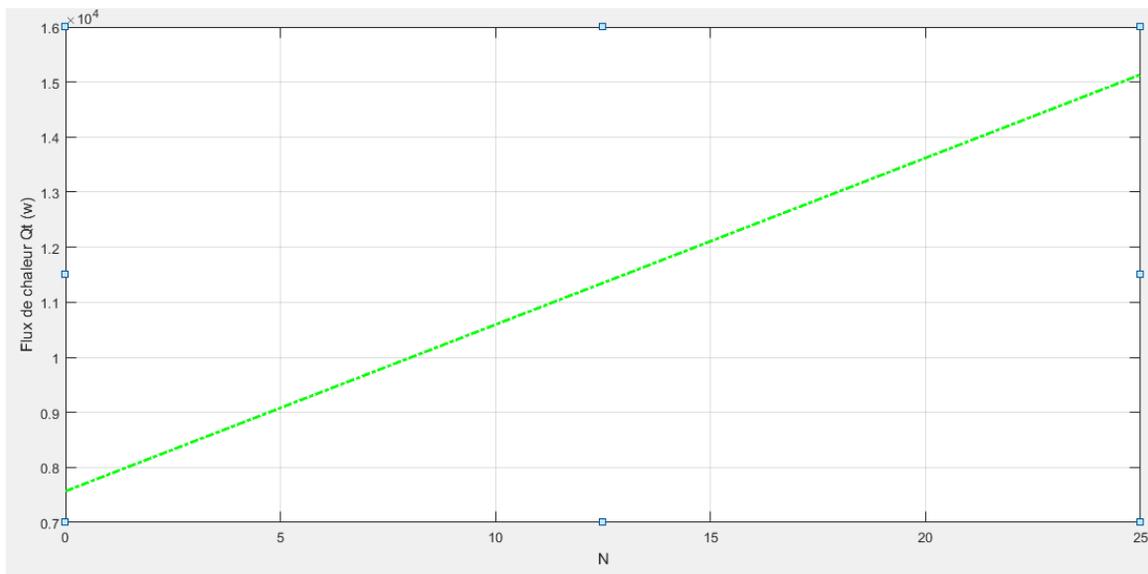


Figure III.4 Flux de chaleur en fonction de r_{2c}

- Le flux de chaleur Q_t augmente avec l'augmentation de l'abscisse r_{2c} c'est-à-dire l'augmentation de surface d'ailette (surface d'échange).

Figures III.5 représente la variation du flux chaleur du récupérateur de chaleur annulaire en acier galvanisé en fonction du nombre d'ailettes N.



Les figures III.5 La variations du flux chaleur en fonction du nombre d'ailette N.

- Tant que on augmente le nombre d'ailette N, la surface d'échange est augmentée alors Le flux de chaleur Q_t augmente.

II.5. La simulation de la température avec le Solidworks :

Model name:hch
 Study name:ala(-Default-)
 Plot type: Thermal Thermal1
 Time step: 1

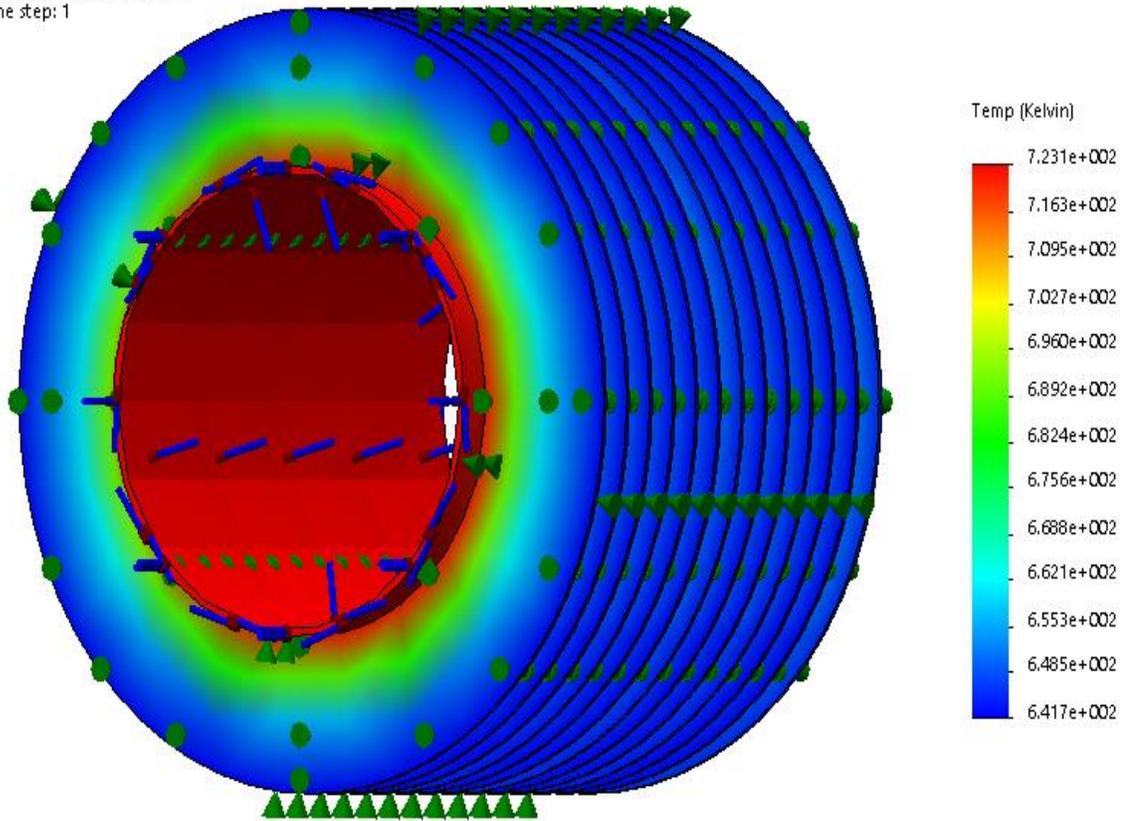


Figure III.6 La distribution de la température d'ailette Annulaires

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale :

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à l'étude des performances thermique de surfaces munis d'ailettes de deux récupérateurs de chaleurs :

Les résultats de la simulation numérique, nous ont permis de proférer plusieurs constatations sur les effets subis par la forme géométrique et les propriétés physiques de l'ailette sur l'efficacité des ailettes. Nous résumons dans ce qui suit les principaux résultats obtenus :

- L'étude théorique comparative a prouvé que l'utilisation d'un récupérateur de chaleur à ailettes annulaire peut améliorer l'efficacité des systèmes de chauffage.
- Pour une meilleure récupération on recommande l'utilisation du cuivre comme matière première pour la production de récupérateur mais elle est plus cher que l'acier galvanise et l'aluminium.
- Les ailettes jouent un rôle très important dans le domaine de transfert de chaleur.
- L'efficacité des ailettes annulaires est la meilleure parmi les autres ailettes.
- A travers notre étude, nous avons pu mettre en évidence l'influence des paramètres géométriques et thermo physiques sur l'efficacité des ailettes.
- Les valeurs élevées de la conductivité thermique et des dimensions géométriques améliorent considérablement l'efficacité des ailettes.
- L'augmentation des coefficients d'échanges de chaleur par convection et la géométrie des ailettes améliorent l'efficacité des ailettes.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] manuel modulaire de chauffage central, calcul de la déperdition thermique, fonds de formation professionnelle de la construction Bruxelles 2013.
- [2] Yves Jannot., École des Mines Nancy., 2ème année., transfert thermique., page 10.
- [3] P.-Y. Lagree, cours ENSTA, Convection Forcée.
- [4] LICENCE DE MECANIQUE 2EME ANNEE MODULE 2A101 Sophie Mergui.
- [5] Webb R.L., and Bergels A. E., and junkhan G., ‘‘Bibliography of U.S parent littérature.
- [6] Holman J.P., ‘‘heat transfert. A partical approach’’.2nd Edition, (1997), p47-59.

TABLE A.4 Thermophysical Properties
of Gases at Atmospheric Pressure^a

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m ²)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m ² /s)	Pr
Air							
100	3.5562	1.032	71.1	2.00	9.34	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	4.426	13.8	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	7.590	18.1	10.3	0.737
250	1.3947	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.1614	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.9950	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	0.8711	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	0.7740	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	0.6964	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	0.5804	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	0.5356	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690
700	0.4975	1.075	338.8	68.10	52.4	98.0	0.695
750	0.4643	1.087	354.6	76.37	54.9	109	0.702
800	0.4354	1.099	369.8	84.93	57.3	120	0.709

FLUX de chaleur de récupérateur a ailette rectangulaire (pour différent matériaux)

```

Tb=723;
Tinf=293;
w=0:0.01:0.1;
p=0.404;
A=0.0004;
h=18.62;
k=93.7;
k1=381;
k2=185;
m=sqrt((p*h)/(A*k));
m1=sqrt((p*h)/(A*k1));
m2=sqrt((p*h)/(A*k2));
z=(Tb-Tinf)*sqrt(p*h*k*A);
z1=(Tb-Tinf)*sqrt(p*h*k1*A);
z2=(Tb-Tinf)*sqrt(p*h*k2*A);
xu=((sinh(m*w))+((h/(m*k))*cosh(m*w)));
yu=((cosh(m*w))+((h/(m*k))*sinh(m*w)));
zu=(xu./yu);
q=20*z*zu;
xu1=((sinh(m1*w))+((h/(m*k1))*cosh(m1*w)));
yu1=((cosh(m1*w))+((h/(m*k1))*sinh(m1*w)));
zu1=(xu1./yu1);q1=20*z1*zu1;
xu2=((sinh(m2*w))+((h/(m*k2))*cosh(m2*w)));
yu2=((cosh(m2*w))+((h/(m*k2))*sinh(m2*w)));
zu2=(xu2./yu2);
q2=20*z2*zu2;
plot(w,q,w,q1,w,q2),grid

```

La distribution de température de récupérateur à ailette rectangulaire (pour différent matériaux) :

```

Tb=723;
Tinf=293;
p=0.404;
A=0.0004;
h=18.62;
k=93.7;
k1=381;
k2=185;
m=sqrt((p*h)/(A*k));
m1=sqrt((p*h)/(A*k1));
m2=sqrt((p*h)/(A*k2));
w=0.1;
x=0:0.01:0.1;
f=((cosh(m*(w-x))+((h/(m*k))*sinh(m*(w-x)))));
s=((cosh((m*w))+((h/(m*k))*cosh(m*w))));
T=(Tb -Tinf )*(f/s)+Tinf;
f1=((cosh(m1*(w-x))+((h/(m*k1))*sinh(m1*(w-x)))));
s1=((cosh((m1*w))+((h/(m*k1))*cosh(m1*w))));
T1=(Tb -Tinf )*(f1/s1)+Tinf;
f2=((cosh(m2*(w-x))+((h/(m*k2))*sinh(m2*(w-x)))));
s2=((cosh((m2*w))+((h/(m*k2))*cosh(m2*w))));
T2=(Tb -Tinf )*(f2/s2)+Tinf;
plot(x,T,x,T1,x,T2),grid

```

FLUX de chaleur de récupérateur a ailette annulaire en fonction de nombre des ailettes N

```
h=15.31;
t=0.002;
L=0.2;
N=0:1:25;
DT=430;
r2c=0.125;
r1=0.075;
nf=0.81;
Af=2*pi*((r2c.^2)-(r1^2));
At=N*Af+2*pi*(L-(N*t));
Qt=h*At*(1-((N*Af)/At)*(1-nf))*DT;
plot(N,Qt),grid
```

FLUX de chaleur de récupérateur a ailette annulaire en fonction de rayon r2c

```
h=15.31;
t=0.002;
L=0.2;
N=13;
DT=430;
r2c=0:0.1:0.13;
r1=0.075;
nf=0.81;
Af=2*pi*((r2c.^2)-(r1^2));
At=N*Af+2*pi*(L-(N*t));
Qt=h*At*(1-((N*Af)/At)*(1-nf))*DT;
plot(r2c,Qt),grid
```