



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
La République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de L'Enseignement Supérieur & la Recherche Scientifique

جامعة محمد الحميد بن باديس - مستغانم
Université Abdel Hamid Ben Badis – Mostaganem

كلية العلوم والتكنولوجيا
Faculté des Sciences et de la Technologie

قسم الهندسة الميكانيكية
Département Génie Mécanique



N° d'ordre : M...../GM/2021

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Thème

COMPARAISON DES DIFFERENTS CRITERES DE FATIGUE MULTIAXIALE

Présenté par :

- ❖ Kawther DRAOU
- ❖ Boumadien DJALTI

Soutenu le 12 / 07 / 2021 devant le jury composé de :

Président	Dr. M. Bendoukha	Université de Mostaganem UMAB
Examineur	Dr. S. Benkabouche	Université de Mostaganem UMAB
Encadrant	Pr. H. Guechichi	Université de Mostaganem UMAB

Année Universitaire : 2020/ 2021

Remerciement

Nous remercions tout d'abord, Dieu le tout puissant de nous avoir donné la santé, la volonté, l'amour du savoir et la patience d'entamer et de terminer ce mémoire.

*Nous voudrions présenter nos remerciements en premier lieu **Mr H. Guechichi** (Université de Mostaganem) et **Mr M. Benkhettab** (Université de Mostaganem) pour la qualité de leur encadrement, leur patience, leur gentillesse, leur disponibilité. Ils étaient toujours présents pour nous aider et pour répondre à nos questions. Nous voudrions remercier également **Madame H. Chenine** (Université de Mostaganem) pour nous avoir encouragés et motivés pour réaliser ce mémoire.*

Nos profonds remerciements vont également à tous nos amis(es) et toutes les personnes qui nous ont aidé et encouragé pour réaliser ce modeste travail dans les conditions difficiles

Je voudrais adresser mes remerciements à mes parents qui m'ont toujours donné le maximum de ce qu'ils pouvaient. Vous m'avez épaulé dans les moments difficiles et toujours été un exemple dans le travail.

Nous exprimons toute notre reconnaissance au président du jury pour accepter de diriger le jury de notre mémoire. Nos vifs remerciements sont exprimés également aux membres du jury pour avoir bien voulu accepter d'évaluer ce travail.

Enfin, nous disons merci à toutes et à tous.

Dédicaces

Avant tout, Elhamdulillah puisque c'est grâce à Dieu que je suis arrivé là.

Je dédie ce modeste travail à :

La mémoire de l'homme de ma vie, mon père, mon exemple éternel, celui qui m'a transmis les vrais valeurs, celui qui s'est sacrifié pour me voir réussir, celui qui m'as tant donné et tant appris. Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, le respect, et la reconnaissance que j'ai toujours eue pour lui. Rien au monde ne vaut les efforts qu'il a fournis jour et nuit pour mon éducation.

Tu nous as quitté il y'a peu de temps et tu resteras toujours dans mon esprit et dans mon cœur. Qu'Allah, le tout puissant, t'accepte dans ses vastes paradis.

A ma mère, à mon adorable mère, à celle qui est toujours présente pour faire mon bonheur. Merci pour tous les sacrifices que vous avez consentis pour que tes enfants grandissent et réussissent.

Et à mes frères.

Résumé

L'étude de comportement mécanique en fatigue est fondamentale dans la conception des structures, où la prédiction de la durée de vie est réalisée par des études basées sur les sollicitations cycliques. Ces études sont effectuées à l'aide des différents critères de fatigue multiaxiale, dont le choix du critère convenable dépend du type de chargement appliqué mais au même temps doit optimiser les calculs nécessaires. L'objectif de notre étude est de comparer trois critères globaux de fatigue multiaxiale qui sont employés pour les chargements proportionnels. Nous appliquons nos trois critères choisis (Crossland, Marin et Deitman & Issler 1) sur un acier dur de nuance SM45C. Sous le code Matlab nous réalisons des programmes de calcul prévisionnel de la durée de vie. Le chargement appliqué est donné sous forme de tenseurs de contraintes pour deux états : biaxiale et multiaxiale. Pour chaque état de contraintes, nous considérons cinq cas de chargements et nous regroupons les résultats dans des tableaux. Les courbes d'endurance du matériau étudié sont indispensables pour pouvoir procéder au calcul. La comparaison entre les critères employés est constatée après l'obtention des nombres de cycles pour l'acier considéré et nous adoptons le critère de Crossland comme un modèle de comparaison à cause de sa fiabilité déjà confirmée dans plusieurs études précédentes.

Mots clés : Fatigue, endurance, chargement cyclique, critères globaux, durée de vie, comparaison.

تلخيص

تعتبر دراسة السلوك الميكانيكي في التعب أمراً أساسياً في تصميم الهياكل، حيث يتم التنبؤ بعمر الخدمة من خلال الدراسات القائمة على الضغوط الدورية. يتم إجراء هذه الدراسات باستخدام معايير مختلفة للإرهاق متعدد المحاور، ويعتمد اختيار المعيار المناسب على نوع التحميل المطبق ولكن في نفس الوقت يجب أن يقوم بتحسين الحسابات اللازمة. الهدف من دراستنا هو مقارنة ثلاثة معايير عالمية للإرهاق متعدد المحاور تُستخدم للأحمال المتناسبة. نطبق معاييرنا الثلاثة المختارة (Crossland، Marin، و Deitman & Issler 1) على الفولاذ الصلب SM45C. بواسطة كود Matlab نقوم بتنفيذ برامج حساب عمر الخدمة. يتم إعطاء التحميل المطبق في شكل موترات إجهاد لحالتين: ثنائي المحور ومتعدد المحاور. لكل حالة ضغط، نأخذ في الاعتبار خمس حالات تحميل ونجمع النتائج في جداول. تعتبر منحنيات التحمل للمادة المدروسة ضرورية للتمكن من متابعة الحساب. يتم ملاحظة المقارنة بين المعايير المستخدمة بعد الحصول على عدد دورات الصلب المدروس ونعتمد معيار Crossland كنموذج مقارنة بسبب الموثوقية التي تم تأكيدها بالفعل في العديد من الدراسات السابقة.

الكلمات المفتاحية: إجهاد، تحمل، تحميل دوري، معايير عامة، عمر الخدمة، مقارنة.

Abstract

The study of mechanical behavior in fatigue is fundamental in the design of structures, where the prediction of the service life is carried out by studies based on cyclic stresses. These studies are carried out using different multiaxial fatigue criteria, the choice of the suitable criterion of which depends on the type of loading applied but at the same time must optimize the necessary calculations. The objective of our study is to compare three global multiaxial fatigue criteria that are used for proportional loads. We apply our three chosen criteria (Crossland, Marin and Deitman & Issler 1) on a hard steel of grade SM45C. Under the Matlab code we carry out life expectancy calculation programs. The loading applied is given in the form of stress tensors for two states: biaxial and multiaxial. For each stress state, we consider five load cases and we group the results in tables. The endurance curves of the material studied are essential to be able to proceed with the calculation. The comparison between the criteria used is noted after obtaining the number of cycles for the steel considered and we adopt the Crossland criterion as a comparison model because of this reliability already confirmed in several previous studies.

Keys words : Fatigue, endurance, cyclic load, global criterias, lifetime, matching.

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE	01
-----------------------------	----

Chapitre I : Généralités sur le phénomène de la fatigue

I. Introduction	02
II. Définition générale de fatigue et historique	02
II.1. Définition	02
II.2. Historique	02
III. Les phases de fatigue	03
IV. Propagation de fissure	03
V. Les paramètres qui influent sur la durée de vie d'une structure	04

Chapitre II : Classification des chargements et des critères de fatigue

I. Paramètres de chargement cyclique et courbe d'endurance	05
II. Courbe de Wöhler (aussi appelée courbe S-N)	05
II.1. Domaine de la fatigue oligocyclique	06
II.2. Domaine de la fatigue limitée	06
II.3. Domaine de la fatigue illimitée	06
III. Classement de chargements cycliques selon le signal	07
III.1. Chargement d'amplitude constante	07
III.2. Chargement d'amplitude variable	07
III.3. Chargement à deux blocs d'amplitude constante	07
III.4. Chargement à plusieurs blocs d'amplitude constante	07
IV. Chargements proportionnel et non-proportionnel	07
IV.1. Chargement proportionnel	07
IV.2. Chargement non-proportionnel	08
V. Formalisme générale d'un critère de fatigue	08
VI. Classification des critères de fatigue multiaxiale	09
VI.1. Les critères d'approche empirique	09
VI.1.1. Le critère de Hohenemser & Prager	09
VI.1.2. Le critère de Davies	10
VI.2. Les critères d'approche globale	10
VI.2.1. Critère de Sines	10
VI.2.2. Critère de Hashin	10
VI.2.3. Critère de Crossland	11
VI.2.4. Critère de Marin	11
VI.2.5. Critère de Deitman & Issler 1	11

VI.3. Les critères de type plan critique	11
VI.3.1. Critère de Dang Van I	11
VI.3.2. Critère de Dang Van II	12
VI.3.3. Le critère de Mc Diarmid I	12
VI.3.4. Le critère de Mc Diarmid II	12

Chapitre III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

I. Introduction	13
II. Présentation des critères étudiés	13
II.1. Présentation de critère de Crossland	13
II.2. Présentation de critère de Deitman & Issler 1	14
II.3. Présentation de critère de Marin	15
III. Présentation de matériau étudié	16
III.1. Caractéristiques chimiques et mécaniques	16
III.2. Courbes de Wöhler pour l'acier de nuance SM 45C	17
III.3. Droites limites de critère de Crossland	18
III.3.1. Droite limite du domaine de durée de vie illimitée	18
III.3.2. Droite limite du domaine de durée de vie limitée	18
IV. Méthodologie de travail adoptée	19
V. Résultats et commentaires	20
V.1. Résultats obtenus pour l'utilisation de critère de Crossland	21
V.1.1. Etat de contrainte biaxiale	21
V.1.2. Etat de contrainte multiaxiale	22
V.2. Résultats obtenus pour l'utilisation de critère de Deitman & Issler 1	22
V.2.1. Etat de contrainte biaxiale	23
V.2.2. Etat de contrainte multiaxiale	23
V.3. Résultats obtenus pour l'utilisation de critère de Marin	23
V.3.1. Etat de contrainte biaxiale	24
V.3.2. Etat de contrainte multiaxiale	24
V.4. Comparaison des durées de vie obtenus et interprétation	25
V.4.1. Comparaison entre les durées de vie prédites pour l'état de contrainte biaxiale	25
V.4.2. Comparaison entre les durées de vie prédites pour l'état de contrainte multiaxiale	26
CONCLUSION GENERALE	28
PERSPECTIVES	29
Référence	30

Liste de figures

Figure I.1. Les différentes étapes de fatigue	03
Figure I.2. Stades de propagation d'une fissure de fatigue	03
Figure II.1. Paramètres d'un cycle de chargement cyclique	05
Figure II.2. Représentation de la courbe de Wöhler	05
Figure II.3. Différents types des chargements CYCLIQUE	07
Figure II.4. Illustration de chargement proportionnel d'arbre donné	08
Figure II.5. Illustration de chargement non-proportionnel d'arbre donné	08
Figure II.6. Critères multiaxiaux de fatigue et leur classification	09
Figure III.1. Positions de composantes (P_{max}, ξ_a) dans le diagramme de Crossland	14
Figure III.2. Positions de composantes ($\sqrt{J_{2a}}, P_m$) sur le diagramme de Deitman & Issler 1	15
Figure III.3. Positions de composantes (ξ_a, ξ_m) sur le diagramme de Marin	16
Figure III.4. Courbe d'endurance en torsion alternée de l'acier de nuance SM 45C	17
Figure III.5. Courbe d'endurance en flexion alternée de l'acier de nuance SM 45C	18
Figure III.6. Droites limites du critère de Crossland pour l'acier de nuance SM 45C	19
Figure III.7. Durées de vie du l'acier de nuance SM 45C pour l'état de contrainte biaxiale	26
Figure III.8. Durées de vie du l'acier de nuance SM 45C pour l'état de contrainte multiaxiale	27

Liste de tableaux

Tableau III.1. Composition chimique de l'acier SM 45C	16
Tableau III.2. Caractéristiques mécaniques de l'acier SM 45C	17
Tableau III.V.1. Cas étudiés pour des contraintes alternées et moyennes biaxiales	20
Tableau III.V.2. Cas étudiés pour des contraintes alternées multiaxiales	20
Tableau III.V.3. Cas étudiés pour des contraintes moyennes multiaxiales	21
Tableau III.V.1.1. Calcul des paramètres de Crossland et de la durée de vie pour un état de contrainte biaxiale	22
Tableau III.V.1.2. Calcul des paramètres de Crossland et la durée de vie pour un état de contrainte multiaxiale	22
Tableau III.V.2.1. Calcul des paramètres de Deitman & Issler 1 et de la durée de vie pour un état de contrainte biaxiale	23
Tableau III.V.2.2. Calcul des paramètres de Deitman & Issler 1 et la durée de vie pour un état de contrainte multiaxiale	23
Tableau III.V.3.1. Calcul des paramètres de Marin et de la durée de vie pour un état de contrainte biaxiale	24

Tableau III.V.3.2. Calcul des paramètres de Marin et la durée de vie pour un état de contrainte multiaxiale	25
Tableau III.V.4.1. Durées de vie prédites pour l'acier de nuance SM 45C pour l'état de contrainte biaxiale	25
Tableau III.V.4.2. Durées de vie prédites pour l'acier de nuance SM 45C pour l'état de contrainte multiaxiale	26

Nomenclature

N	Durée de vie ou nombre de cycles
σ ou S	Contrainte de charge appliquée
σ_m	La contrainte moyenne
σ_a	L'amplitude de la contrainte
σ_{max}	La contrainte maximale
σ_{min}	La contrainte minimale
R	Rapport de charges
σ_u	La contrainte de rupture
σ_e	La limite d'élasticité
σ_D	La limite d'endurance
C, a, b et β	Constantes déterminées expérimentalement utilisées par Basquin
A, B, C, E, a et b	Constantes déterminées de l'expérimentale utilisés par Corson et Bastenaire
E	La fonction du critère de fatigue multiaxiale
σ_{-1}	Limite d'endurance en traction alternée symétrique
σ_0	La limite d'endurance en traction répétée
f_{-1}	La limite d'endurance en flexion alternée symétrique
R_m	Résistance à la rupture en traction
f_0	limite d'endurance en flexion répétée
f_a	Amplitude de la contrainte de flexion
f_m	Contrainte moyenne de flexion
τ_{-1}	La limite d'endurance en torsion alternée symétrique
τ_m	Contrainte moyenne de cisaillement (torsion)
τ_a	Amplitude de la contrainte de cisaillement (torsion)
τ_u	Résistance à la rupture au cisaillement
P_m	Pression hydrostatique moyenne
J_2	Second invariant de tenseur déviateur des contraintes
P_{max}	Pression hydrostatique maximale
ξ_a et ξ_m	Amplitude et contrainte moyenne de $\sqrt{J_2}$
σ_{eq}	Contrainte de fatigue équivalente
$tr(\sigma_a, \sigma_m)$	Trace de la partie alternée et la partie moyenne de tenseur des contraintes
E_h	Indicateur de dommage par plan
τ_{ha}	Amplitude de la contrainte tangentielle

σ_{hha}	Amplitude de la contrainte normale
σ_{hha} et σ_{hhm}	Amplitude de la contrainte normale et contrainte normale moyenne
$\tau_{-1}(N)$	Limite de fatigue à N cycles en torsion alternée
$f_{-1}(N)$	Limite de fatigue à N cycles en flexion alternée
$\sigma_{-1}(N)$	Limite de fatigue à N cycles en traction alternée
I_1', I_2'	1 ^{er} et 2 ^{ème} invariants du tenseur des contraintes calculés sur les amplitudes des contraintes du cycle
P_h	Composante de critère de Dang Van I
τ_{pr} et P_h	Composantes de critère de Dang Van II
$S_{Ia}(t)$, $S_{IIa}(t)$ et $S_{IIIa}(t)$	Valeurs principales du tenseur déviateur alterné $[S_{ij}(t)]$ à l'instant (t)
A, B	Constantes de Mc Diarmid en fonction de deux limites alternées symétriques (σ_{-1} et τ_{-1})
f_m	Contrainte moyenne de flexion

INTRODUCTION GENERALE

Les structures industrielles, bien souvent complexes et originales, sont soumises à des sollicitations mécaniques ayant diverses origines (efforts, pression, dilatations thermiques, centrifugation, etc.). La conception de ces structures requiert une vérification de la résistance aux chargements cycliques complexes, où les méthodes de calcul de la durée de vie dépendent du domaine d'endurance étudié. Pour le phénomène de fatigue trois domaines sont distincts : le domaine oligocyclique où le nombre de cycles est considéré « faible », le domaine d'endurance illimité pour lequel la durée de vie est considérée « infinie » et le domaine d'endurance limité où la rupture apparaît pour un nombre de cycles limité.

Dans l'industrie, la prédiction de la durée de vie est destinée à limiter les essais de fatigue et par conséquent à réduire le coût. A cet effet, il est primordial que les modèles de simulation du comportement à la fatigue soient fiables et précis. Le modèle est optimal quand il est applicable pour chaque type de chargement rencontré sur les matériaux des structures et quand il possède des données disponibles dans l'expérimentale.

L'estimation de la durée de vie en fatigue pour le domaine d'endurance limité est effectuée à l'aide des critères de type plan critique pour les chargements avec déphasage, et des critères d'approche globale pour les sollicitations en phase. Pour l'approche globale, plusieurs critères existent mais pas tous utilisables à cause de disponibilité des données nécessaires pour le calcul.

L'objectif de notre étude est de réaliser une comparaison entre les critères globaux de fatigue. Afin d'atteindre cet objectif, nous avons été mené à utiliser trois critères. Nous avons opté pour les critères de Crossland, de Marin et de Deitman & Issler 1.

Afin de comparer les trois critères choisis, notre étude a nécessité d'établir trois programmes de calcul sous le code MATLAB où le travail requis de chaque programme de calculer les paramètres de chaque critère, la contrainte équivalente et prédire la durée de vie pour l'acier de nuance SM45C.

Notre mémoire est composé de trois chapitres. Le premier est consacré à une brève généralité sur le phénomène de fatigue.

Dans le deuxième chapitre, nous classons les chargements et les critères de fatigue multiaxiale.

Le troisième chapitre représente la partie de calcul de notre mémoire. Pour ce chapitre nous interprétons les résultats obtenus où nous comparons la durée de vie pour chacun des trois critères employés et nous formons une conclusion générale pour l'étude complète.

CHAPITRE I : Généralités sur le phénomène de fatigue

I. Introduction

Comme beaucoup de structures mécaniques sont soumises aux chargements cycliques, l'étude de la fatigue multiaxiale devient l'un des enjeux majeurs dans la conception de ces structures. Généralement, les charges appliquées sont souvent complexes, ce qui correspond à des contraintes principales non-proportionnelles dont les directions changent au cours d'un cycle de tels chargements. Il est très difficile de définir le comportement en fatigue des matériaux et des structures sous des chargements semblables. On peut définir, l'endommagement d'un matériau comme une modification de ses propriétés physiques et mécaniques, c'est-à-dire la dégradation qui accompagne une sollicitation soit monotone, ou variable au cours du temps. La complexité géométrique et/ou les différentes combinaisons de chargement des nombreux composants et des structures se traduisent souvent par un état de contrainte multiaxiale. La fatigue multiaxiale a fait l'objet des recherches intensives au cours de plus d'un demi-siècle, néanmoins aucune théorie de la fatigue multiaxiale n'est universellement acceptée [1]. La rupture, quelle que soit le mécanisme, dépend de plusieurs facteurs, le type de sollicitation (forces ou résultantes, moments, déplacements), la géométrie de la pièce, la vitesse et la répartition des chargements, l'homogénéité et le mode d'élaboration de la matière, la température, l'environnement etc. De point de vue statique, la majorité des ruptures survenues en service sont causées soit d'un processus de fissuration progressive sous sollicitations cycliques appelées "rupture de fatigue ", soit des déchirures semi-fragiles, rupture brutale se propageant sans déformation plastique macroscopique, mais avec une déformation plastique microscopique. Cependant, la rupture des structures en fonctionnement normal est généralement due aux phénomènes de fatigue. Ces derniers conduisent très souvent à une rupture brutale et peuvent provoquer des dégâts matériels et humains très considérables [2].

II. Définition générale de fatigue et historique

II.1. Définition

La fatigue est un processus qui change sous l'action de contraintes ou déformations cycliques, répétées ou alternées, les propriétés locales d'un matériau et peut entraîner la formation de fissures et possiblement la rupture de la structure [3].

II.2. Historique

August Wöhler été le premier qui a étudié la rupture scientifiquement d'axes d'essieu de train sous sollicitations répétées. La raison qui a provoqué le début des études sur ce phénomène était l'accident (en 1842) d'un train reliant Paris à Versailles, dû à la rupture d'un essieu de locomotive. Le mot « fatigue » a été employé pour la première fois dans les années 1840-1850 pour qualifier les ruptures apparaissant suite à des sollicitations répétées. Ses résultats d'essais étaient représentés sur des diagrammes "amplitude de contrainte appliquée - nombre de cycles à rupture (diagramme S-N) [4].

III. Les phases de fatigue

Des observations microscopiques ont montré que la nucléation des microfissures se produit généralement très tôt dans les structures. Des indications étaient obtenues qui montrent qu'elles prennent naissance presque immédiatement après l'application d'un effort cyclique supérieur à la limite élastique. Après la nucléation des microfissures, leur progressions peuvent être un processus lent, dû aux effets de la microstructure, par exemple les joints de grains. Cependant, après que la croissance de microfissure soit produite loin de l'emplacement de naissance, on observe une croissance plus régulière. C'est le début de la vraie période de progression de la fissure [5].

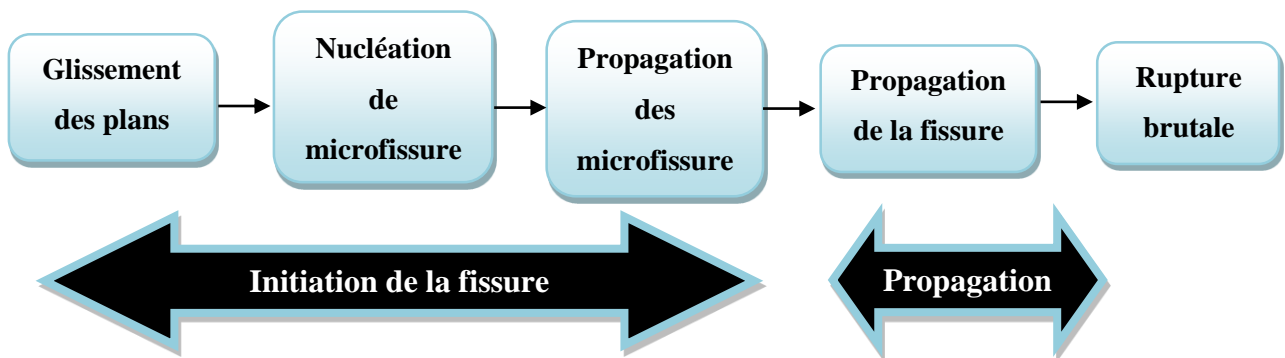


Figure I.1. Les différentes étapes de fatigue.

IV. Propagation de fissure

La propagation de fissure peut être partagée en deux stades distincts :

- Stade I : la partie de propagation interne des microfissures.
- Stade II : la partie de propagation d'une des microfissures qui devient elle-même, la fissure de fatigue qui avance jusqu'à la ruine de la structure.

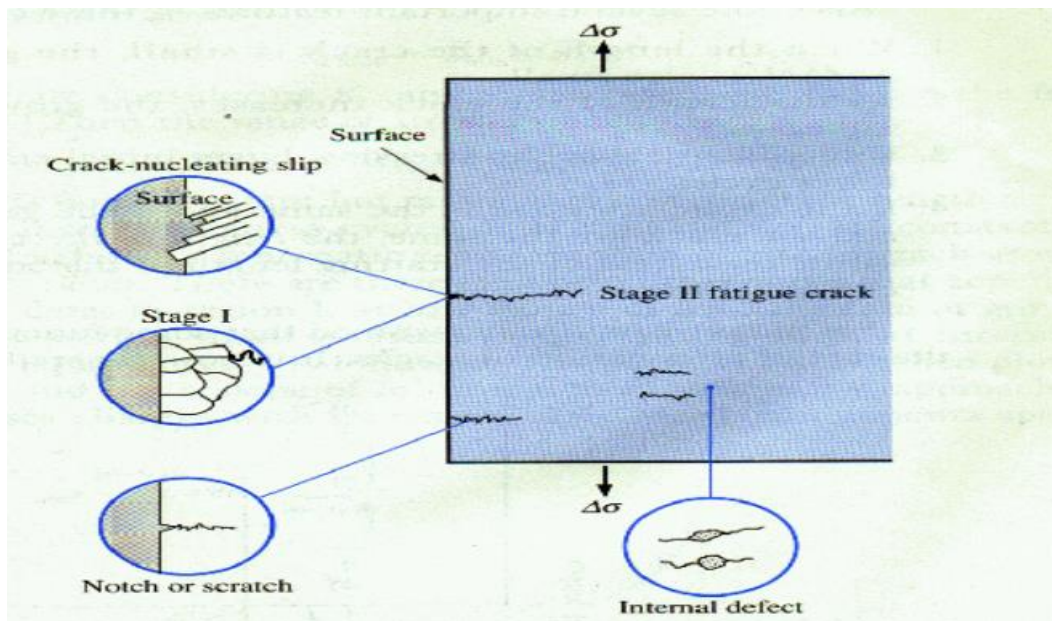


Figure I.2. Stades de propagation d'une fissure de fatigue [6].

V. Les paramètres qui influent sur la durée de vie d'une structure

V.1. Influence de contrainte moyenne σ_m [7]

Les essais expérimentaux ont mis en évidence que la durée de vie de l'éprouvette étudiée est influencée par la contrainte moyenne. Où une augmentation de σ_m engendre une diminution de la durée de vie N .

V.2. Influence de dimension ou effet d'échelle [7]

Il peut être expliqué comme suit : à contrainte nominale égale, quand les dimensions d'une pièce croissent, par conséquent sa résistance à la fatigue diminue. Pour des structures avec la même forme sous le même niveau de contrainte, mais de différentes dimensions, la résistance à la fatigue diminue quand les dimensions de la pièce augmentent.

V.3. Influence de la température [7]

- Fatigue à basse température : la résistance à la rupture augmente quand la température diminue.
- Fatigue à haute température : d'une façon générale, quand la température augmente, une diminution de la résistance en traction et une baisse plus forte de la limite d'élasticité sont observées.

V.4. Effet d'entaille [1]

L'effet d'entaille résulte dans la modification du flux de contrainte dû à la présence d'une discontinuité géométrique. Près du fond d'une entaille, les lignes de contrainte sont relativement proches et cela conduit à une concentration du champ des contraintes locales avec un maximum en fond d'entaille.

V.5. Influence de la taille des grains [7]

Les pièces à grains fins ont une meilleure résistance en fatigue par comparaison aux structures à gros grains.

V.6. Influence du traitement thermique [7]

Avec le traitement thermique du matériau, la tenue en fatigue peut être diminuée par un adoucissement ou augmentée par un durcissement, il peut ainsi changer la taille des grains.

V.7. Influence de taux d'écrouissage [7]

Il signifie des modifications au niveau de matériau quand les contraintes appliquées sont suffisamment capable à provoquer des déformations plastiques permanentes. L'écrouissage sert à augmenter la limite d'élasticité d'un matériau et par conséquent améliorer sa tenue à la fatigue.

I. Paramètres de chargement cyclique

Dans la figure ci-dessous, nous présentons les termes et symboles utilisés pour décrire le cycle de contrainte.

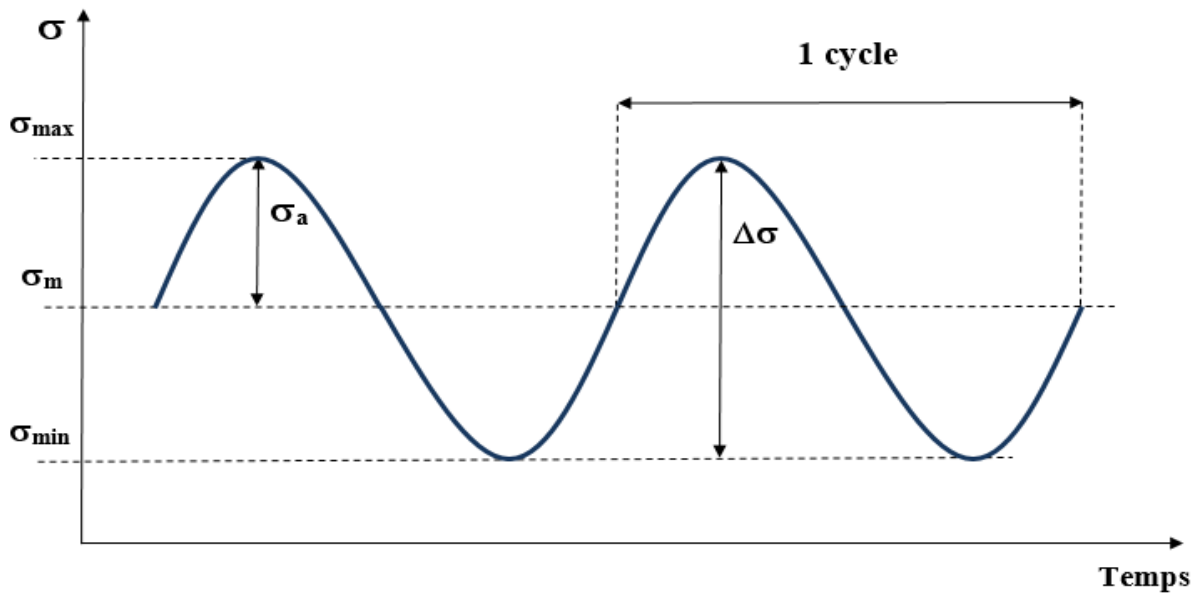


Figure II.1. Paramètres d'un cycle de chargement cyclique.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} ; \sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} ; R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} ; \Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

II. Courbe de Wöhler (aussi appelée courbe S-N) [5]

Elle représente la relation observée expérimentalement entre la durée de vie N , reportée toujours en abscisse, et la contrainte appliquée σ ou S (reportée en ordonnée). Elle est composée de 3 domaines d'endurance : oligocyclique, limitée et illimitée respectivement.

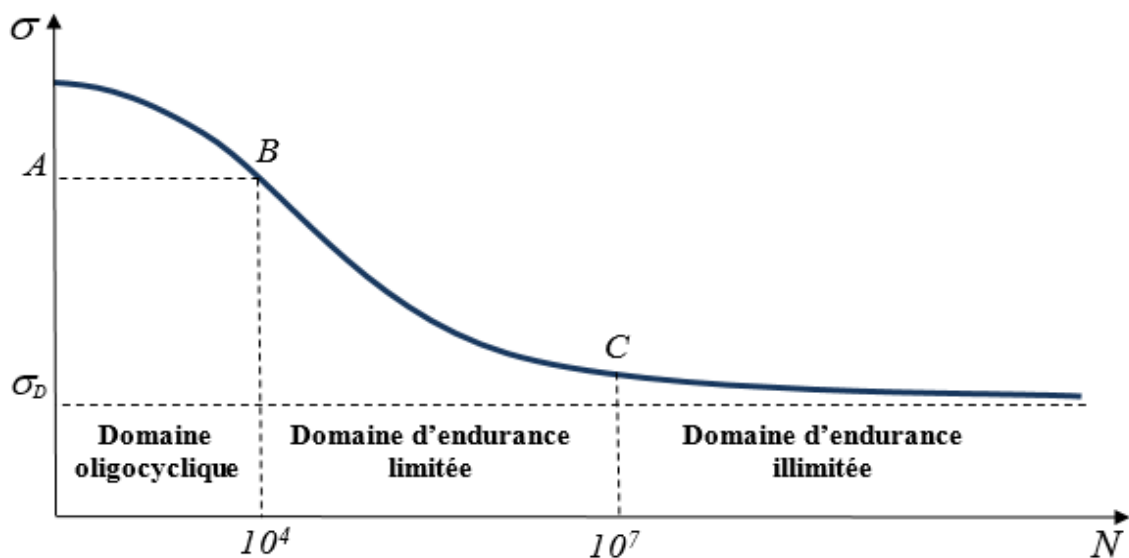


Figure II.2. Représentation de courbe de Wöhler.

CHAPITRE II : Classification des chargements et des critères de fatigue

II.1. Domaine de la fatigue oligocyclique (N est jusqu'à environ 10^4 cycles)

La 1ère zone est caractérisée par des contraintes se situant entre la contrainte de rupture σ_u et la limite d'élasticité σ_e . La rupture survient après une durée de vie faible. Par ailleurs ces contraintes sont généralement associées à des déformations plastiques considérables.

II.2. Domaine de la fatigue limitée ($10^4 \leq N \leq 10^7$)

La 2ème zone est caractérisée par des contraintes inférieures de la limite d'élasticité. Le nombre de cycles à la rupture N croît quand l'amplitude de la contrainte σ_a décroît. La rupture survient après un nombre limité de cycles, et elle n'est pas accompagnée d'une déformation plastique d'ensemble mesurable. La réponse de l'éprouvette atteint dans ce cas un régime adapté élastique. Ce domaine est le quel travaillent la plupart des structures qui, pour diverses raisons, doivent avoir des masses et des volumes impérativement réduits. Il existe de très nombreuses relations mathématiques reliant l'amplitude de la contrainte et le nombre de cycles à la rupture dans ce domaine, on peut citer par exemple celle de BASQUIN (1910) :

$$\log(N) = a - b \cdot \log(\sigma) \quad (\text{II.1})$$

$$N \cdot \sigma^\beta = C \quad (\text{II.2})$$

C, a et b : sont des constantes déterminées expérimentalement

II.3. Domaine de la fatigue illimitée ($N > 10^7$)

Dans cette zone la courbe de Wöhler tend vers une contrainte limite asymptotique σ_D présentée par une asymptote parallèle à l'axe des N, σ_D est appelée limite d'endurance ou limite de fatigue. Au-delà de ce point il n'y a pas de rupture quel que soit le nombre de cycles appliqué. Il existe d'autres expressions analytiques qui peuvent représenter les courbes de Wöhler, dans les domaines d'endurance illimitée lorsqu'elles sont connues pour un matériau ou une pièce donnée, on cite par exemple :

Corson (1955) :

$$N = \frac{A \cdot e^k}{(\sigma - E)} \quad (\text{II.3})$$

$$k = -C(\sigma - E) \quad (\text{II.4})$$

Bastenaire (1974) :

$$N = \frac{A \cdot e^{k'}}{(\sigma - E)} \quad (\text{II.5})$$

$$k' = -C \left(\sigma - \frac{E}{B} \right)^c \quad (\text{II.6})$$

A, B, C, E, a et b : sont des constantes déterminées expérimentalement

III. Classement de chargements cycliques selon le signal [8]

III.1. Chargement d'amplitude constante : où les valeurs des contraintes maximales, minimales et moyennes ne sont pas variables. On distingue les chargements périodiques, sinusoïdaux, triangles, carrés.

III.2. Chargement d'amplitude variable : où les valeurs des contraintes maximales, minimales et moyennes varient d'un cycle à l'autre. Ce chargement peut tout de même être périodique (une même séquence de cycles d'amplitude variable se répète en fonction du temps). Il peut également être totalement aléatoire (aucun ordre logique dans la suite des cycles de chargement).

III.3. Chargement à deux blocs d'amplitude constante.

III.4. Chargement à plusieurs blocs d'amplitude constante.

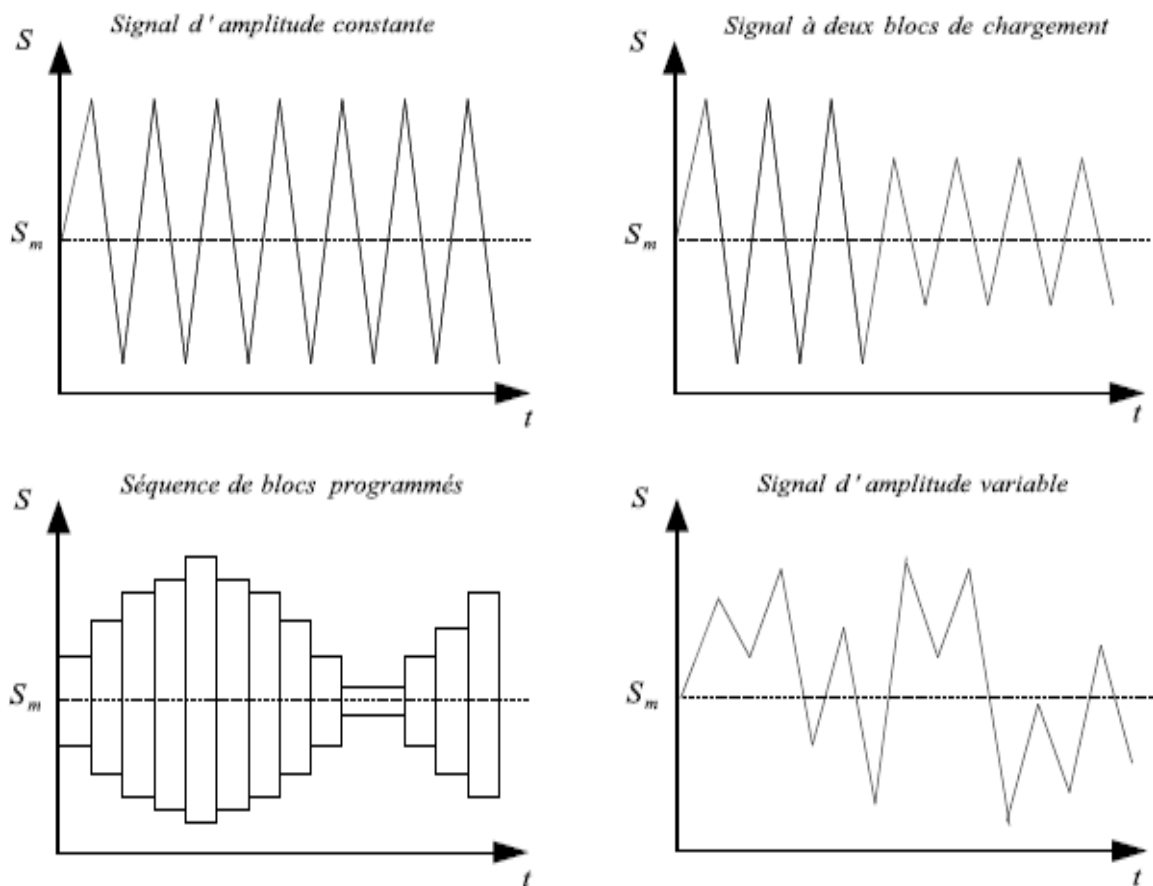


Figure II.3. Différents types des chargements cycliques.

IV. Chargements proportionnel et non-proportionnel [3]

III.1. Chargement proportionnel

Pour quelques cas, malgré que la taille du cercle de Mohr varie en fonction du temps pendant un chargement cyclique, l'orientation des axes principaux de contraintes par rapport aux axes de chargement restent fixes. Celui est appelé un chargement « proportionnel ».

III.2. Chargement non-proportionnel

Pour plusieurs cas, les directions principales des contraintes ne sont pas fixes, mais change l'orientation. Ce type de chargement est appelé « non-proportionnel ». L'arbre à cames est un exemple classique, les arbres sollicités d'une combinaison déphasée de torsion-flexion sont un autre exemple. Les deux types sont illustrés pour une traction-torsion à l'arbre donné par les deux figures :

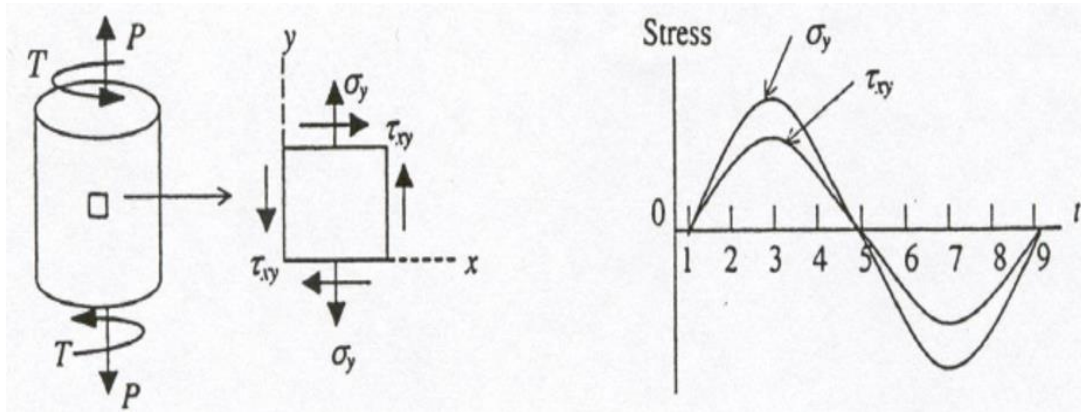


Figure II.4. Illustration de chargement proportionnel d'arbre donné [3].

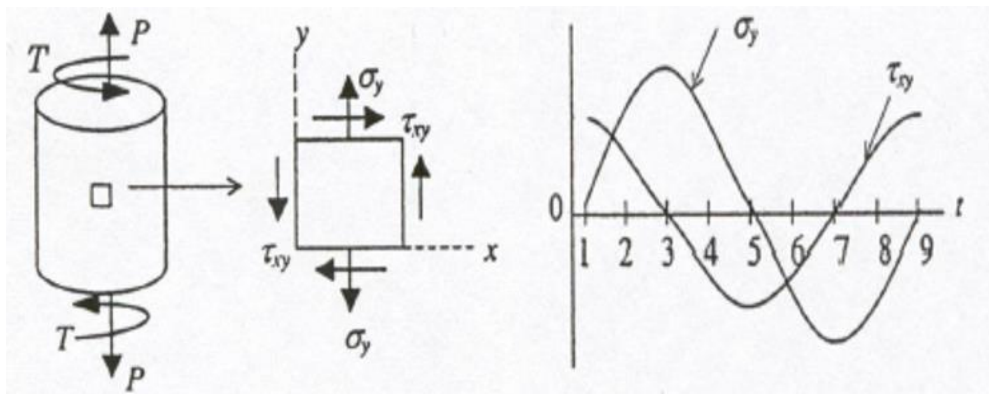


Figure II.5. Illustration de chargement non-proportionnel d'arbre donné [3].

V. Formalisme générale d'un critère de fatigue [9]

Généralement, un critère de fatigue met en relation des grandeurs issus des cycles de contraintes (amplitude, valeur moyenne, valeur maximale,...) et des limites d'endurance suivant plusieurs modes de sollicitations simples (traction alternée symétrique σ_{-1} , flexion alternée symétrique f_{-1} , traction répétée σ_0 , flexion répétée f_0 , torsion alternée symétrique τ_{-1} ,...). Un critère de fatigue peut donc être représenté à l'aide d'une fonction de fatigue, cette dernière est prise égale à l'unité lorsque la limite d'endurance du matériau est atteinte :

$$E = \left([\sigma_{ij}]_T, \sigma_{-1}, f_{-1}, f_0, \tau_{-1} \dots \right) = 1 \quad (\text{II.7})$$

Cette relation de fatigue traduite par la fonction E , indique le caractère plus ou moins endommageant du cycle de contrainte appliqué. Il existe trois cas que peut prendre la fonction :

CHAPITRE II : Classification des chargements et des critères de fatigue

$E < 1$: le critère de fatigue prévoit l'amorçage d'une fissure au-delà du nombre N cycles définissant l'endurance du matériau.

$E > 1$: le critère prévoit au contraire l'apparition d'une fissure avant l'application de N cycles au seuil d'endurance.

$E = 1$: la durée de vie de matériau soumis au cycle multiaxial considère coïncide avec la durée de vie du matériau correspondant aux limites d'endurance utilisées pour calculer E .

VI. Classification des critères de fatigue multiaxiale

Les critères les plus utilisés sont schématisés dans la figure ci-dessous. Ils sont classés en trois approches : empirique, globale et plan critique.

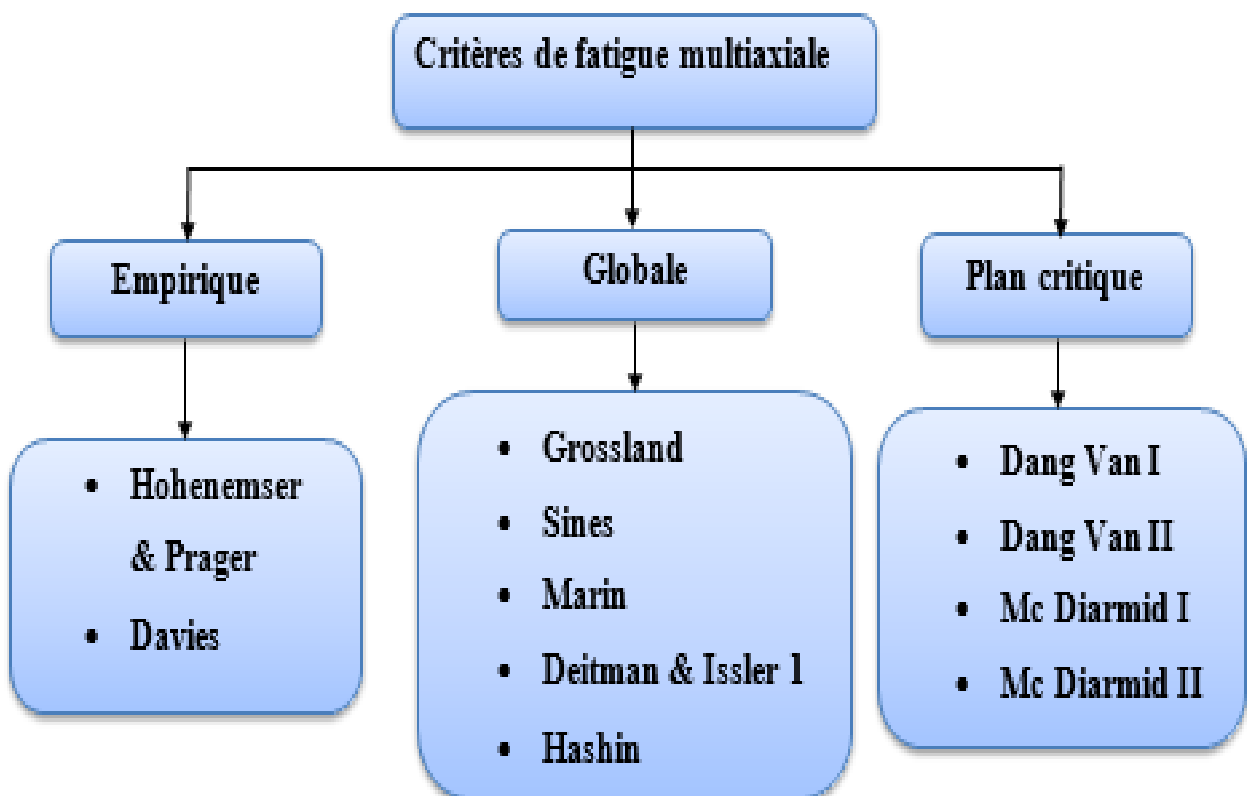


Figure II.6. Critères multiaxiaux de fatigue et leur classification.

VI.1. Les critères d'approche empirique

Ils sont obtenus de résultats expérimentaux, généralement pour une sollicitation multiaxiale déterminée. D'habitude, il s'agit de traction-torsion ou de flexion-torsion, le plus souvent en phase [9].

VI.1.1. Le critère de Hohenemser & Prager [9]

C'est le premier critère recensé. Etabli en 1933, il a été obtenu à partir d'essais de traction-torsion où le cisaillement est variable et la contrainte normale de traction σ_m statique.

$$E_{HP} = \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right) \leq 1 \quad (\text{II.8})$$

VI.1.2. Le critère de Davies [9]

En 1935, Davies adopte une formulation semblable à la précédente. Il ne modélise plus l'évolution de l'amplitude du cisaillement admissible en fonction d'une contrainte normale statique σ_m mais l'inverse, c'est à dire qu'il observe l'amplitude de la contrainte normale de flexion admissible en fonction d'une contrainte de cisaillement statique τ_m .

$$E_{DA} = \left(\frac{f_a}{f_{-1}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_m}{\tau_u} \right) \leq 1 \quad (\text{II.9})$$

VI.2. Les critères d'approche globale

Ils sont basés sur des invariants du tenseur des contraintes ou de son déviateur, sur la moyenne quadratique d'un indicateur d'endommagement par plan ou encore sur un concept énergétique, ils possèdent tous un caractère global de par leur formulation [9].

VI.2.1. Critère de Sines (1955) [9]

D'après Sines la contrainte équivalente est une combinaison linéaire de τ_a , amplitude de $\sqrt{J_2}$ et de P_m qui est la pression hydrostatique moyenne.

$$E_{SI} = \tau_a + a \cdot P_m \leq b \quad (\text{II.10})$$

Les constantes a et b : sont identifiables par des essais de torsion alternée et de flexion répétée :

$$\begin{cases} b = \tau_{-1} \\ a = \frac{\tau_{-1} - f_0/\sqrt{3}}{f_0/3} \end{cases} \quad (\text{II.11 et II.11'})$$

VI.2.2. Critère de Hashin (1981) [1]

Dans le cadre de sollicitations alternées symétriques, Hashin propose en 1981 une formulation à partir des premiers et deuxième invariants (I_1', I_2') du tenseur des contraintes calculés sur les amplitudes des contraintes du cycle :

$$E_{HA} = \left(\frac{I_1'}{f_{-1}} \right)^2 - \frac{I_2'}{(\tau_{-1})^2} \leq 1 \quad (\text{II.12})$$

$$I_1' = \sigma_{11a} + \sigma_{22a} + \sigma_{33a} \quad (\text{II.13})$$

$$I_2' = \sigma_{11a}\sigma_{22a} + \sigma_{22a}\sigma_{33a} + \sigma_{33a}\sigma_{11a} - \sigma_{12a}^2 - \sigma_{13a}^2 - \sigma_{23a}^2 \quad (\text{II.14})$$

CHAPITRE II : Classification des chargements et des critères de fatigue

Il compare ces valeurs des premiers et deuxième invariants aux limites de fatigue en flexion et en torsion alternées symétriques respectivement [1]. L'inconvénient est que les sollicitations sont considérées en phase (chargement proportionnel) et avec un même rapport des charges, ici $R = -1$.

Une autre expression est utilisée dans le cas de présence des contraintes moyennes, mais le déphasage reste encore négligé comme [9]:

$$E_{HA} = 2I_1' \left(\frac{\sigma_{-1} + \sigma_0}{\sigma_{-1} \sigma_0} \right) - \frac{2(I_1')^2}{(\sigma_{-1} \sigma_0)^2} - \frac{I_2'}{(\tau_{-1})^2} \leq 1 \quad (\text{II.15})$$

VI.2.3. Critère de Crossland (1956) [9]

Le critère est expliqué dans le chapitre suivant.

VI.2.4. Critère de Marin (1956) [9]

Le critère est expliqué dans le chapitre suivant.

VI.2.5. Critère de Deitman & Issler 1 [9]

Le critère est expliqué dans le chapitre suivant.

VI.3. Les critères de type plan critique

Les auteurs de ces critères considèrent que l'endommagement est localisé sur un plan dit plan critique qui dépend du cycle multiaxial considéré. Le comportement en fatigue d'un matériau en un point donné de la structure est imposé par le plan matériel le plus sollicité passant par ce point [9].

VI.3.1. Critère de Dang Van I (1973) [9]

Le critère utilise des grandeurs macroscopiques des contraintes qui sont la partie alternée du cisaillement et la pression hydrostatique. La fonction de fatigue est une maximisation d'un indicateur de dommage par plan E_h défini par :

$$E_h = \text{Max} \left\{ \frac{\tau_{ha}(t) + \alpha P_h(t)}{\beta} \right\} \quad (\text{II.16})$$

$$\text{Avec : } P_h = \frac{\sigma_{11}(t) + \sigma_{22}(t) + \sigma_{33}(t)}{3} \quad (\text{II.17})$$

La fonction de fatigue du critère s'écrit alors :

$$E_{DV1} = \text{Max}(E_h) \quad (\text{II.18})$$

Par définition, la fonction de fatigue du critère est égale à l'unité à la limite de fatigue du matériau, en particulier pour les limites de fatigue en traction et en torsion alternées symétriques qui servent au calage du critère. Les constantes α et β ainsi établies sont égales à :

$$\begin{cases} \alpha = 3 \cdot \left(\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \\ \beta = \tau_{-1} \end{cases} \quad (\text{II.19 et II.19'})$$

CHAPITRE II : Classification des chargements et des critères de fatigue

La condition de validité du critère de Dang Van 1 est réalisée lorsque : $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}$ (II.20)

VI.3.2. Critère de Dang Van II [6]

L'objectif de cette version est d'accélérer les calculs en évitant le balayage de tous les plans, la fonction de fatigue devient:

$$E_{DV2} = \text{Max} \frac{\tau_{pr}(t) + \alpha P_h(t)}{\beta} \quad (\text{II.21})$$

$$\tau_{pr} = \frac{1}{2} \text{Max}(|S_{Ia}(t) - S_{IIa}(t)|, |S_{IIa}(t) - S_{IIIa}(t)|, |S_{IIIa}(t) - S_{Ia}(t)|) \quad (\text{II.22})$$

α , β ainsi que la validité sont les mêmes que le critère de Dang Van 1.

VI.3.3. Le critère de Mc Diarmid I [9]

La première version du critère de Mc Diarmid date de 1973. Le plan critique est défini comme celui où l'amplitude du cisaillement τ_{ha} est maximale. Sur ce plan, la fonction de fatigue du critère est donnée par :

$$E_{MD1} = \frac{\tau_{ha} + B \cdot (\sigma_{hha})^{3/2}}{A} \leq 1 \quad (\text{II.23})$$

Les constantes A et B s'écrivent :

$$\begin{cases} A = \frac{\tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2}}{(\sigma_{-1}/2)^{3/2}} \\ B = \tau_{-1} \end{cases} \quad (\text{II.24 et II.24'})$$

VI.3.4. Le critère de Mc Diarmid II [9]

Mc Diarmid donne une seconde version de son critère en 1974 dans laquelle il introduit l'influence de la contrainte normale moyenne dans un facteur de l'amplitude du cisaillement du plan critique. La définition du plan critique reste quant à elle inchangée (plan d'amplitude de cisaillement maximale). La fonction de fatigue du second critère de Mc Diarmid s'écrit :

$$E_{MD2} = \frac{\tau_{ha} \cdot (1 - \frac{2 \cdot \sigma_{hhm}}{R_m})^{1/2} + A \cdot (\sigma_{hha})^{3/2}}{B} \leq 1 \quad (\text{II.25})$$

Le critère est valide pour : $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}$ et $\frac{\sigma_{hhm}}{R_m} < \frac{1}{2}$ (II.26)

I. Introduction

Les critères de fatigue multiaxiale globaux sont utilisés dans le calcul de la durée de vie pour les chargements proportionnels. Le critère de Crossland est généralement le critère le plus employé pour la prédiction du nombre de cycles N . Pour pouvoir faire une comparaison entre cette famille de critères, on doit employer au moins trois critères. Malgré l'existence de plusieurs critères globaux de fatigue, cela ne signifie pas qu'ils peuvent tous être utilisés car le choix de critères dépend de la disponibilité des données nécessaires pour chaque critère que sont généralement les limites d'endurances symétriques et répétées, des courbes de fatigue ainsi que les propriétés mécaniques.

II. Présentation des critères étudiés

Notre étude consiste à comparer trois critères globaux lesquels sont présentés de l'ordre suivant :

- Critère de Crossland
- Critère de Deitman & Issler 1
- Critère de Marin

II.1. Présentation de critère de Crossland

Il est basé sur le critère de plasticité de Von-Misés, qui permet de prédire le comportement des structures sous chargement multiaxial lors de sollicitations cycliques à grand nombre de cycles. Il présente l'avantage d'être validé par des résultats expérimentaux. Il est défini par la limitation de la contrainte équivalente exprimée par une relation linéaire entre la racine carrée du second invariant de déviateur des amplitudes de contraintes, et la pression hydrostatique maximale pour un volume élémentaire représentatif [6].

$$E_C = \xi_a + a \cdot P_{max} \leq b \quad (\text{III.1})$$

Les constantes a et b sont identifiées à partir de deux essais : torsion et flexion purement alternées. Elles sont données par les relations suivantes :

$$\begin{cases} b = \tau_{-1} \\ a = \frac{\tau_{-1} - f_{-1}/\sqrt{3}}{f_{-1}/3} \end{cases} \quad (\text{III.2 et III.2'})$$

Le deuxième invariant du déviateur des amplitudes de contrainte est exprimé par :

$$\xi_a = \sqrt{J_{2a}} = (\sigma_{eq})_a / \sqrt{3} \quad (\text{III.3})$$

La pression hydrostatique est définie par la relation suivante :

$$P_{max} = \frac{1}{3} [tr(\sigma_m) + tr(\sigma_a)] \quad (\text{III.4})$$

Pour appliquer ce critère, il faut que la condition suivante soit vérifiée : $\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} < \sqrt{3}$ (III.5)

Pour la contrainte équivalente de critère de Crossland, la formule est donnée par :

$$\sigma_{eq} = \xi_a + a \cdot P_{max} \quad (\text{III.6})$$

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

L'équation de Grossland permet de tracer le diagramme de Crossland dans lequel on peut distinguer deux zones. La première est la zone de sécurité (au-dessous de la droite). La deuxième est la zone non-sécurité (au-dessus de la droite). La figure ci-dessous schématise la position de composantes (P_{max}, ξ_a) dans le diagramme de Crossland [10].

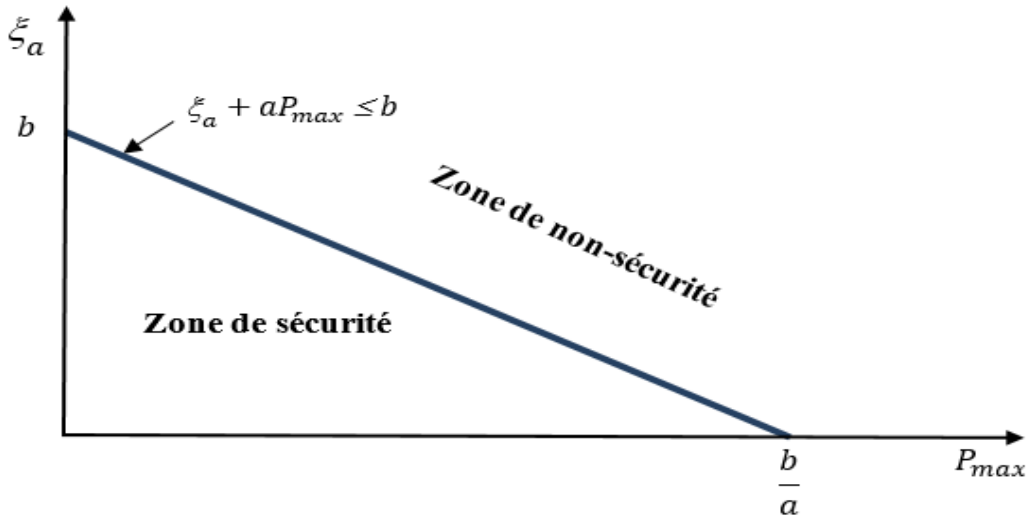


Figure III.1. Positions de composantes (P_{max}, ξ_a) dans le diagramme de Crossland.

II.2. Présentation de critère de Deitman & Issler 1

Deitman & Issler ont proposé en 1974 trois modélisations du comportement en fatigue, la première est inspirée de la modélisation du diagramme de Haigh par la parabole de Gerber [9]:

$$E_{DI1} = \left(\frac{\sqrt{3}\sqrt{J_2a}}{f_{-1}} \right)^2 + \frac{3P_m}{R_m} \leq 1 \quad (\text{III.7})$$

Pour qu'il soit possible de prédire la durée de vie avec le critère de Deitman & Issler 1, nous avons besoin d'abord de la formule de la contrainte équivalente. Nous développons le critère pour avoir une formule de σ_{eq} qui est égale à la limite d'endurance en flexion alternée f_{-1} :

$$\left(\frac{\sqrt{3}\sqrt{J_2a}}{f_{-1}} \right)^2 = 1 - \frac{3P_m}{R_m} \quad (\text{III.8})$$

$$f_{-1} = \sqrt{\frac{3R_m J_2a}{R_m - 3P_m}} \quad (\text{III.9})$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3R_m J_2a}{R_m - 3P_m}} \quad (\text{III.10})$$

Pour le diagramme de Deitman & Issler 1 nous déduisons une relation entre les paramètres du critère $(\sqrt{J_2a}, P_m)$ comme suit :

$$\left(\frac{\sqrt{3}\sqrt{J_2a}}{f_{-1}} \right)^2 + \frac{3P_m}{R_m} = 1 \quad (\text{III.11})$$

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

Si nous remplaçons $\sqrt{J_{2a}}$ par y et P_m par x, nous obtenons :

$$\left(\frac{\sqrt{3}y}{f_{-1}}\right)^2 + \frac{3x}{R_m} = 1 \Rightarrow y = \frac{f_{-1}}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(1 - \frac{3x}{R_m}\right)} \quad (\text{III.12})$$

$$\begin{cases} \text{Pour } x = 0 \Rightarrow y = \frac{f_{-1}}{\sqrt{3}} \\ \text{Pour } y = 0 \Rightarrow x = \frac{R_m}{3} \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

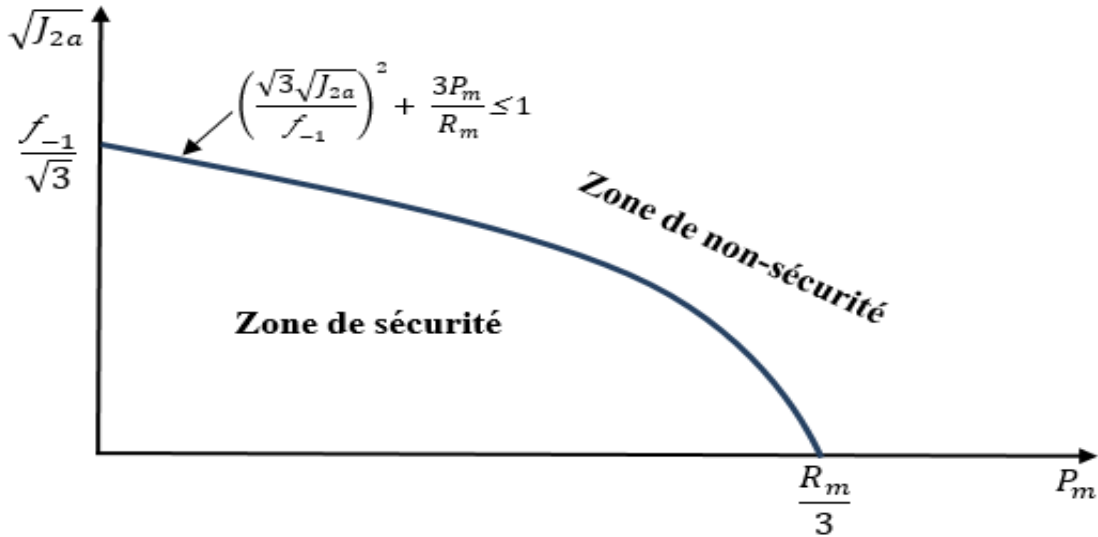


Figure III.2. Positions des composantes $(\sqrt{J_{2a}}, P_m)$ sur le diagramme de Deitman & Issler 1.

II.3. Présentation de critère de Marin

Ce critère fait une comparaison entre $\sqrt{3}\xi_a$ (la contrainte équivalente des parties alternées de tenseur des contraintes) par rapport à σ_{-1} et $\sqrt{3}\xi_m$ (la contrainte équivalente des contraintes moyennes) par rapport à R_m [1].

$$E_{MA} = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sigma_{-1}} \xi_a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{R_m} \xi_m\right)^2 \leq 1 \quad (\text{III.14})$$

Nous optons pour la même procédure que dans le cas du critère de Deitman & Issler pour obtenir la formule de σ_{eq} qui est égale à la limite d'endurance en traction alternée σ_{-1} :

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sigma_{-1}} \xi_a\right)^2 = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{R_m} \xi_m\right)^2 \quad (\text{III.15})$$

$$\sigma_{-1} = \frac{\sqrt{3\xi_a^2 R_m^2}}{\sqrt{R_m^2 - 3\xi_m^2}} \quad (\text{III.16})$$

$$\sigma_{eq} = \frac{\sqrt{3}\xi_a R_m}{\sqrt{R_m^2 - 3\xi_m^2}} \quad (\text{III.17})$$

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

Pour le diagramme de Marin nous déduisons une relation entre les paramètres de critère (ξ_a, ξ_m) comme suit :

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sigma_{-1}} \xi_a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{R_m} \xi_m\right)^2 = 1 \quad (\text{III.18})$$

Par remplacement de ξ_a par y et ξ_m par x nous obtenons :

$$y = \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(1 - \frac{3x^2}{R_m^2}\right)} \quad (\text{III.19})$$

$$\begin{cases} \text{Pour } x = 0 \Rightarrow y = \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt{3}} \\ \text{Pour } y = 0 \Rightarrow x = \frac{R_m}{\sqrt{3}} \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

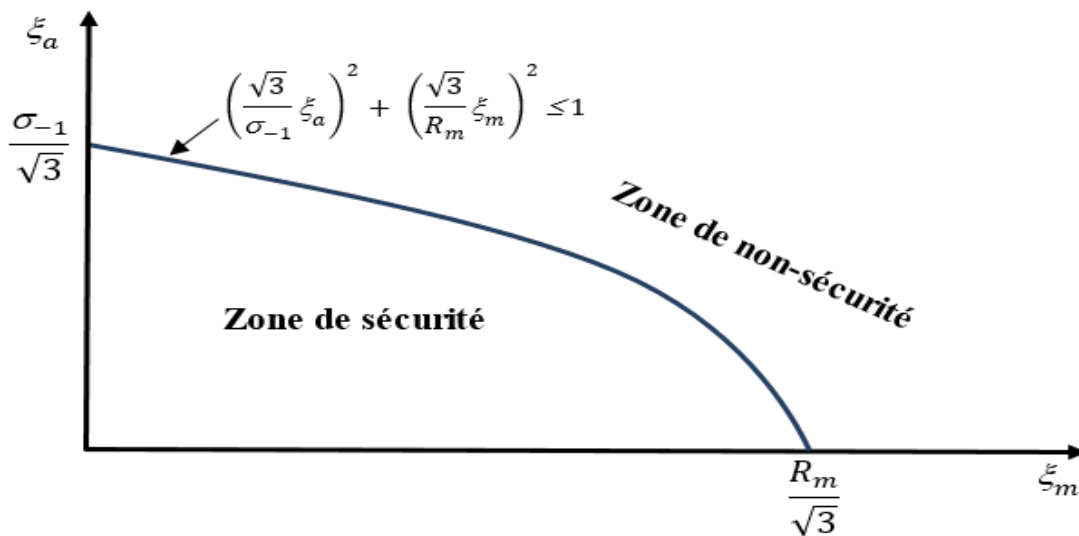


Figure III.3. Positions des composantes (ξ_a, ξ_m) sur le diagramme de Marin.

III. Présentation de matériau étudié

Le matériau étudié dans notre mémoire est un acier de nuance SM 45C. Ses caractéristiques sont présentées ci-dessous :

III.1. Composition chimique et caractéristiques mécaniques [6]

L'acier SM 45C (acier dont la teneur au carbone varie de 0.42% à 0.50%). La composition chimique et les caractéristiques mécaniques de cet acier sont respectivement représentées dans les tableaux ci-dessous :

C (%)	Mn (%)	P (%)	S (%)	Si (%)	Ni (%)	Cr (%)	Cu (%)
0,42	0,73	0,02	0,012	0,28	0,14	0,18	0,13

Tableau III.1. Composition chimique de l'acier SM 45C.

Module d'Young E	213000 MPa
Coefficient de Poisson ν	0,29
Limite d'élasticité σ_e	638 MPa
Résistance à la rupture R_m	824 MPa
Limite d'endurance en flexion alternée symétrique f_{-1}	424 MPa
Limite d'endurance en torsion alternée symétrique τ_{-1}	311 MPa

Tableau III.2. Caractéristiques mécaniques de l'acier SM 45C.

III.2. Courbes de Wöhler pour l'acier de nuance SM 45C

Lee est l'auteur qui a étudié les propriétés en fatigue de ce matériau. Il a réalisé des essais de fatigue en torsion et en flexion purement alternées. Dans la zone à endurance limitée à grand nombre de cycles: $N_l \leq N \leq N_k$, les courbes de Wöhler sont données par les équations suivantes:

- Torsion alternée : $\tau_{-1}(N) = \frac{311}{1 - 62,3.N^{-0,53}}$ (III.21)

- Flexion alternée : $f_{-1}(N) = \frac{442}{1 - 62,3.N^{-0,53}}$ (III.22)

Les courbes de Wöhler en torsion et flexion purement alternées sont données comme suit :

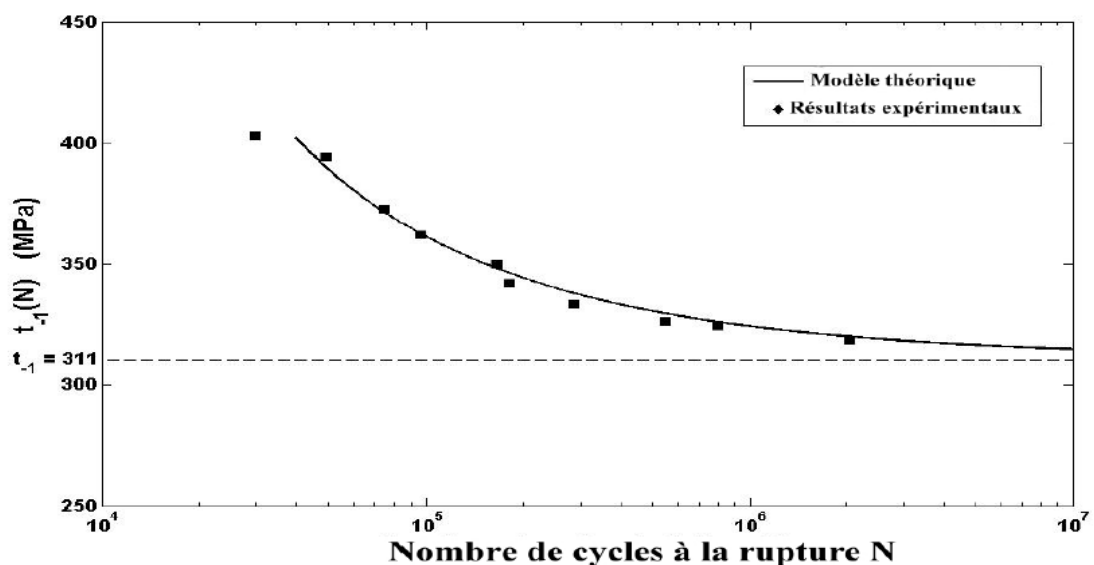


Figure III.4. Courbe d'endurance en torsion alternée de l'acier de nuance SM 45C [6].

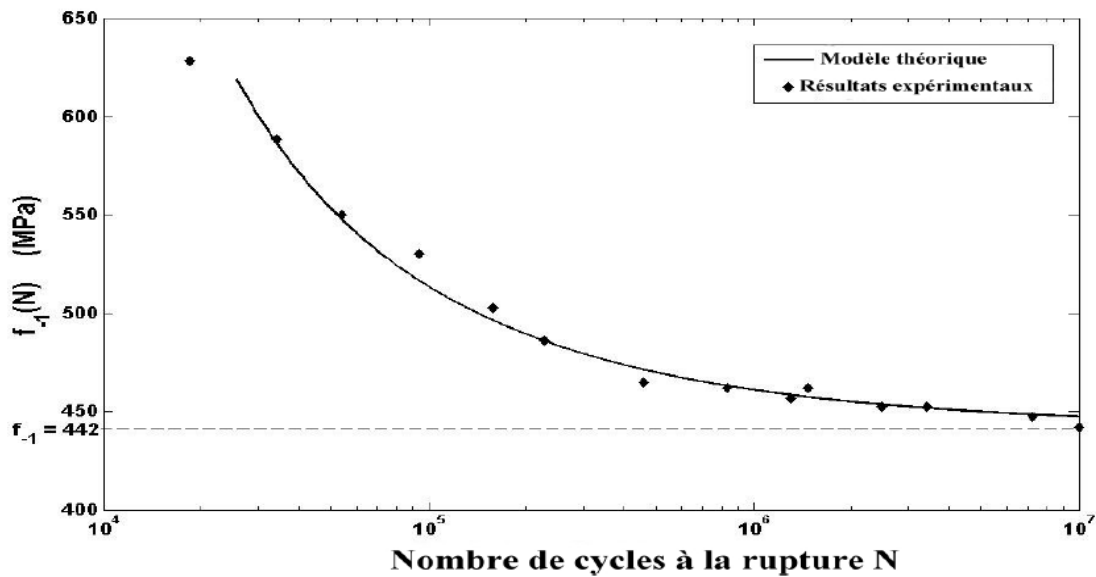


Figure III.5. Courbe d'endurance en flexion alternée de l'acier de nuance SM 45C [6].

III.3. Droites limites du critère de Crossland [11]

L'application du critère de Grossland sera présentée dans le domaine à endurance limitée (courbe de Wöhler) entre $N_I = 81254$ cycles et $N_k = 10^7$ cycles

III.3.1. Droite limite du domaine de durée de vie illimitée

Par l'utilisation des équations de courbe de Wöhler en torsion et flexion alternées, il est possible de calculer les constantes a et b du critère selon les formules (III.2 et III.2'). A partir des limites de fatigue du matériau en torsion et flexion purement alternée à $N = N_k = 10^7$ cycles (domaine à grand nombre de cycles) on peut identifier les constants a et b comme suit :

$$a = 0,37 \text{ et } b = 314,82 \Rightarrow \xi_a + 0,37 \cdot P_{max} \leq 314,82 \quad (\text{III.23})$$

III.3.2. Droite limite du domaine de durée de vie limitée

Par la même méthode, les limites de fatigue à $N = N_I = 81254$ cycles, et en utilisant les équations de courbes de Wöhler du matériau, on peut calculer les constantes du critère de Crossland en utilisant les équations pour les constantes a et b par :

$$a = 0,37 \text{ et } b = 368,3 \Rightarrow \xi_a + 0,37 \cdot P_{max} \leq 368,35 \quad (\text{III.24})$$

Le diagramme de Crossland selon les deux figures ci-dessous est délimité par deux droites, présentant le domaine des durées de vie limitées.

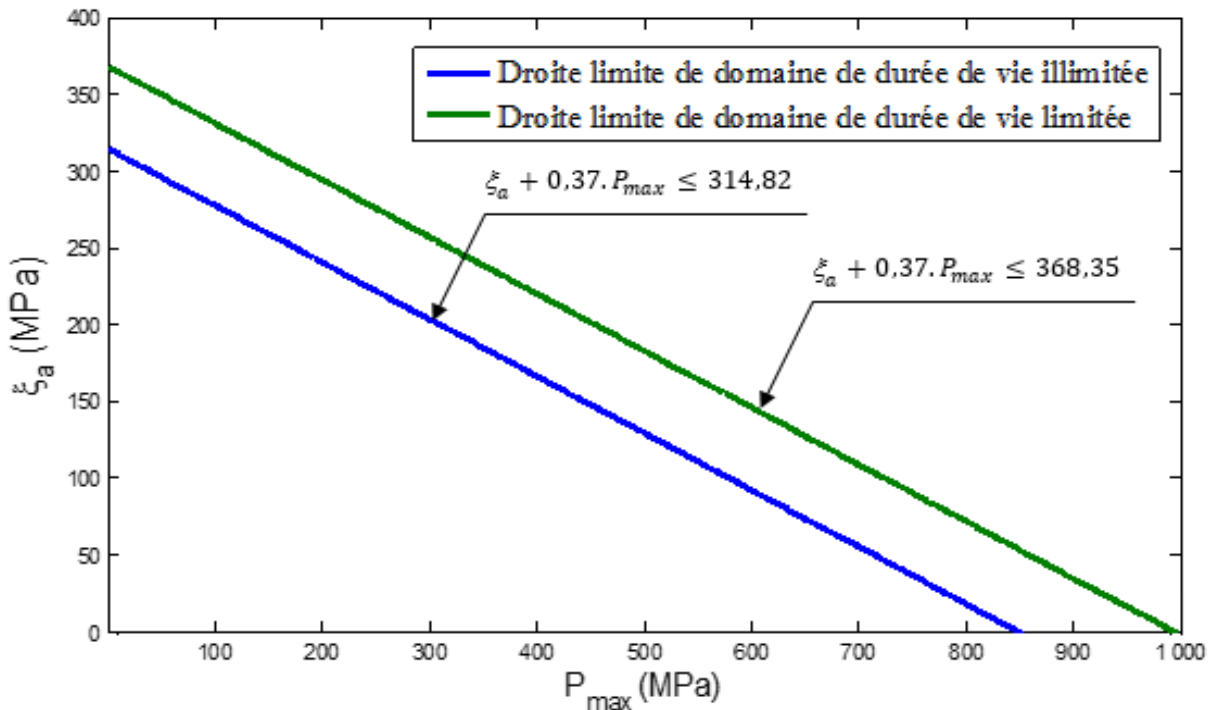


Figure III.6. Droites limites du critère de Crossland pour l'acier de nuance SM 45C.

IV. Méthodologie de travail adoptée

Afin de faire une comparaison entre les trois critères étudiés : critère de Crossland, critère de Marin et le critère de Deitman & Issler 1, on passe par quelques étapes pour atteindre la durée de vie.

1^{ère} étape : identification des caractéristiques mécaniques des matériaux étudiés, les limites d'endurance en flexion et en torsion alternées symétriques et les courbes de Wöhler en flexion et en torsion alternées.

2^{ème} étape : détermination de l'équation de la contrainte équivalente à partir du critère utilisé en fonction des limites d'endurances en torsion, flexion ou traction alternées symétriques.

3^{ème} étape : établissement d'une relation entre la durée de vie et la contrainte équivalente.

4^{ème} étape : nous avons mis en œuvre un programme sous le code Matlab pour chaque critère. A partir des données de la première étape, ce programme sera présenté avec le tenseur des contraintes caractérisant un chargement proportionnel. Pour chaque critère, nous réalisons deux états de contraintes : biaxiale et multiaxiale. Pour chaque état, on étudie cinq cas de chargements où la démarche de calcul sous Matlab est comme suit :

- Calcul des paramètres de chaque critère avec les données de la première étape.
- Calcul de la contrainte équivalente avec les paramètres du critère considéré.
- Calcul de la durée de vie laquelle est en fonction de la contrainte équivalente déterminée préalablement.

5^{ème} étape : les valeurs trouvées sont classées dans des tableaux.

V. Résultats et commentaires

Pour les résultats de notre travail, le calcul est effectué à l'aide de trois critères d'approche globale : Crossland, Marin et Deitman & Issler 1, et pour le chargement appliqué nous employons deux états de contraintes biaxiale et multiaxiale. Les deux états de contrainte employés dans notre étude sont expliqués comme suit :

- Pour un état de contrainte biaxiale : le chargement est appliqué suivant deux axes (x et y). Nous considérons que le tenseur de contrainte est défini comme suit :

$$\sigma(t) = \begin{bmatrix} \sigma_{axx} \sin(\omega_{xx}t) + \sigma_{mxx} & \tau_{axy} \sin(\omega_{xy}t) + \tau_{mxy} & 0 \\ \tau_{axy} \sin(\omega_{xy}t) + \tau_{mxy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le tableau suivant représente les cinq cas du tenseur de contraintes biaxiales utilisés :

Ordre des cas	σ_{axx} (MPa)	τ_{axy} (MPa)	σ_{mxx} (MPa)	τ_{mxy} (MPa)
Cas 1	350	250	300	200
Cas 2	335	230	292	193
Cas 3	315	215	285	187
Cas 4	295	200	277	181
Cas 5	280	185	270	175

Tableau III.V.1. Cas étudiés pour des contraintes alternées et moyennes biaxiales.

- Pour un état de contrainte multiaxiale : la contrainte est multiaxiale où le chargement est appliqué suivant les trois axes (x, y et z). Le tenseur de contrainte est de la forme suivante :

$$\sigma(t) = \begin{bmatrix} \sigma_{axx} \sin(\omega_{xx}t) + \sigma_{mxx} & \tau_{axy} \sin(\omega_{xy}t) + \tau_{mxy} & \tau_{axz} \sin(\omega_{xz}t) + \tau_{mxz} \\ \tau_{axy} \sin(\omega_{xy}t) + \tau_{mxy} & \sigma_{ayy} \sin(\omega_{yy}t) + \sigma_{myy} & \tau_{ayz} \sin(\omega_{yz}t) + \tau_{myz} \\ \tau_{axz} \sin(\omega_{xz}t) + \tau_{mxz} & \tau_{ayz} \sin(\omega_{yz}t) + \tau_{myz} & \sigma_{azz} \sin(\omega_{zz}t) + \sigma_{mzz} \end{bmatrix}$$

Les deux tableaux suivants représentent les cinq cas du tenseur de contraintes multiaxiales utilisés :

Ordre des cas	σ_{axx} (MPa)	τ_{axy} (MPa)	τ_{axz} (MPa)	σ_{ayy} (MPa)	τ_{ayz} (MPa)	σ_{azz} (MPa)
Cas 1	290	190	180	270	170	250
Cas 2	280	180	170	260	160	240
Cas 3	270	170	160	250	150	230
Cas 4	260	160	150	240	140	220
Cas 5	250	150	140	230	130	210

Tableau III.V.2. Cas étudiés pour des contraintes alternées multiaxiales.

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

Ordre des cas	σ_{mxx} (MPa)	τ_{mxy} (MPa)	τ_{mxz} (MPa)	σ_{myy} (MPa)	τ_{myz} (MPa)	σ_{mzz} (MPa)
Cas 1	250	150	140	230	130	210
Cas 2	240	140	130	220	120	200
Cas 3	230	130	120	210	110	190
Cas 4	220	120	110	200	100	180
Cas 5	210	110	100	190	90	170

Tableau III.V.3. Cas étudiés pour des contraintes moyennes multiaxiales.

Concernant le calcul de la durée de vie nous avons déjà déterminé les formules de la durée de vie pour chaque critère, et maintenant il reste d'appliquer l'égalité entre σ_{eq} et la limite d'endurance de chaque critère. La démarche du calcul de la durée de vie est démontrée dans la partie suivante selon les résultats de chaque critère. Pour la confrontation entre les trois critères utilisés, nous comparons les résultats en durées de vie simulés pour les différents cas de chargement étudiés pour chacun des critères de fatigue.

V.1. Résultats obtenus pour l'utilisation de critère de Crossland

Nous utilisons les deux contraintes moyenne et alternée pour calculer les paramètres du critère (ξ_a et P_{max}) qui sont utilisés pour obtenir la contrainte équivalente σ_{eq} et la durée de vie N . Nous utilisons cinq cas du tenseur de contrainte représentant le chargement appliqué, et à l'aide d'un programme Matlab nous obtenons N et σ_{eq} dans un tableau regroupant toutes les valeurs. L'équation de la courbe Wöhler de torsion permet de calculer la contrainte de torsion à rupture si le nombre de cycle est connu. Nous utilisons la fonction inverse de torsion :

$$\sigma_{eq} = \tau_{-1}(N) \quad (\text{III.25 et III.25'})$$

Par inversement de cette formule on obtient :

$$\sigma_{eq}(N) = \frac{311}{1 - 62,3 \cdot N^{-0,53}} \quad (\text{III.26})$$

$$N(\sigma_{eq}) = \left(\frac{\sigma_{eq} - 311}{62,3 \cdot \sigma_{eq}} \right)^{-1/0,53} \quad (\text{III.27})$$

V.1.1. Etat de contrainte biaxiale

Pour l'état de contrainte biaxiale, nous avons traité cinq cas de tenseur de contraintes biaxiales représentant différents chargements proportionnels. Les résultats obtenus pour l'application du critère de Crossland à l'acier de nuance SM 45C sont les paramètres de critère ξ_a et P_{max} , la contrainte équivalente σ_{eq} et la durée de vie prédite N pour chaque cas.

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

Ordre des cas	ξ_a (MPa)	P_{max} (MPa)	σ_{eq} (MPa)	Nombre de cycles	Domaine
Cas 1	321,46	216,67	422,95	29856	Limité
Cas 2	300,51	209	398,41	42537	Limité
Cas 3	281,60	200	375,29	67852	Limité
Cas 4	262,69	190,67	352,07	140450	Limité
Cas 5	245,68	183,33	331,56	461670	Limité

Tableau III.V.1.1. Calcul des paramètres de Crossland et de la durée de vie pour un état de contrainte biaxiale.

V.1.1. Etat de contrainte multiaxiale

En ce qui concerne l'état de contrainte multiaxiale, nous avons considéré cinq cas de tenseur de contraintes multiaxiales représentant différents chargements proportionnels. Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Ordre des cas	ξ_a (MPa)	P_{max} (MPa)	σ_{eq} (MPa)	Nombre de cycles	Domaine
Cas 1	312,73	500	546,94	11879	Limité
Cas 2	290,17	480	515,01	13951	Limité
Cas 3	278,21	460	493,68	15865	Limité
Cas 4	260,96	440	467,07	19234	Limité
Cas 5	243,72	420	440,46	245010	Limité

Tableau III.V.1.2. Calcul des paramètres de Crossland et la durée de vie pour un état de contrainte multiaxiale.

V.1.2. Résultats obtenus pour l'utilisation du critère de Deitman & Issler 1

Pour ce critère nous considérons que la contrainte équivalente est égale à la limite d'endurance en flexion alternée symétrique f_{-1} , et nous déterminons l'équation de la contrainte équivalente :

$$\sigma_{eq} = f_{-1}(N) \Rightarrow \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3R_m J_{2a}}{R_m - 3P_m}} \quad (\text{III.28 et III.28'})$$

Puisque la contrainte équivalente est égale à la limite d'endurance en flexion alternée symétrique f_{-1} , nous obtenons donc :

$$\sigma_{eq}(N) = \frac{442}{1 - 62,3 \cdot N^{-0,53}} \quad (\text{III.29})$$

$$N(\sigma_{eq}) = \left(\frac{\sigma_{eq} - 442}{62,3 \cdot \sigma_{eq}} \right)^{-1/0,53} \quad (\text{III.30})$$

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

V.2.1. Etat de contrainte biaxiale

L'état de contrainte biaxiale est traité comme pour le critère de Crossland, c'est toujours cinq cas de tenseurs de contraintes biaxiales représentant le chargement appliqué. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau ci-dessous, lesquels sont les paramètres de critère de Deitman & Issler 1 $\sqrt{J_{2a}}$ et P_m , la contrainte équivalente σ_{eq} et la durée de vie prédites N pour chaque cas.

Ordre des cas	$\sqrt{J_{2a}}$ (MPa)	P_m (MPa)	σ_{eq} (MPa)	Nombre de cycles	Domaine
Cas 1	321,46	100	593,98	31825	Limité
Cas 2	300,51	97,33	554,27	49459	Limité
Cas 3	281,60	95	518,56	89823	Limité
Cas 4	262,69	92,33	482,86	256750	Limité
Cas 5	245,68	90	450,86	4032300	Limité

Tableau III.V.2.1. Calcul des paramètres de Deitman & Issler 1 et de la durée de vie pour un état de contrainte biaxiale.

V.2.2. Etat de contrainte multiaxiale

Nous refaisons la même démarche précédente pour cet état de contrainte mais avec des matrices multiaxiales, et nous regroupons dans le tableau ci-dessous les paramètres de critère de Deitman & Issler 1 $\sqrt{J_{2a}}$ et P_m , la contrainte équivalente σ_{eq} et la durée de vie prédites N pour chaque cas.

Ordre des cas	$\sqrt{J_{2a}}$ (MPa)	P_m (MPa)	σ_{eq} (MPa)	Nombre de cycles	Domaine
Cas 1	312,73	230	637,97	22543	Limité
Cas 2	290,17	220	587,03	34000	Limité
Cas 3	278,21	210	558,23	46955	Limité
Cas 4	260,96	200	519,40	88250	Limité
Cas 5	243,72	190	481,25	275180	Limité

Tableau III.V.2.2. Calcul des paramètres de Deitman & Issler 1 et la durée de vie pour un état de contrainte multiaxiale.

V.3. Résultats obtenus pour l'utilisation de critère de Marin

$$\sigma_{-1} = \sigma_{eq} \Rightarrow \sigma_{eq} = \frac{\sqrt{3} \cdot \xi_a \cdot R_m}{\sqrt{R_m^2 - 3 \cdot \xi_m^2}} \quad (\text{III.31 et III.31}')$$

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

L'utilisation de ce critère requiert la connaissance de la valeur de la limite d'endurance en traction alternée symétrique. Compte tenu que nous ne disposons pas de cette valeur expérimentale, nous considérons, que dans le cas des matériaux durs, il existe un rapport entre les limites d'endurances donné par la relation suivante [9]:

$$0,6 \leq \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} \leq 0,8 \quad (\text{III.32})$$

Nous adoptons la moyenne : $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} = 0,7$ (III.33)

Pour la limite d'endurance en traction alternée symétrique, on obtient:

$$\sigma_{-1}(N) = \frac{442,29}{(1-62,3.N^{-0,53})} \quad (\text{III.34})$$

$$\sigma_{-1} = 442,29 \text{ MPa} \quad (\text{III.35})$$

On déduit la relation pour le calcul de durée de vie donnée comme suit :

$$N(\sigma_{eq}) = \left(\frac{\sigma_{eq} - 442,29}{62,3 \cdot \sigma_{eq}} \right)^{-1/0,53} \quad (\text{III.36})$$

V.3.1. Etat de contrainte biaxiale

Pour cet état de contrainte nous traitons cinq cas de tenseurs de contraintes biaxiales représentant les chargements appliqués. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant dans lequel sont représentés les paramètres de critère de Marin (ξ_a , ξ_m), la contrainte équivalente σ_{eq} et la durée de vie prédites N pour chacun cas.

Ordre des cas	ξ_a (MPa)	ξ_m (MPa)	σ_{eq} (MPa)	Nombre de cycles	Domaine
Cas 1	321,46	264,58	669,94	18634	Limité
Cas 2	300,51	256,26	617,79	26125	Limité
Cas 3	281,60	249,09	572,49	39748	Limité
Cas 4	262,69	241,53	528,13	74924	Limité
Cas 5	245,68	234,36	488,98	204410	Limité

Tableau III.V.3.1. Calcul des paramètres de Marin et de la durée de vie pour un état de contrainte biaxiale.

V.3.2. Etat de contrainte multiaxiale

Comme l'état de contrainte précédent nous traitons cinq cas de tenseurs de contraintes multiaxiales représentant les chargements appliqués. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant dans lequel sont indiquées les paramètres de critère de Marin (ξ_a , ξ_m), la contrainte équivalente σ_{eq} et la durée de vie prédites N pour chaque cas.

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

Ordre des cas	ξ_a (MPa)	ξ_m (MPa)	σ_{eq} (MPa)	Nombre de cycles	Domaine
Cas 1	312,73	243,72	630,72	23758	Limité
Cas 2	290,17	226,50	571,52	40185	Limité
Cas 3	278,21	209,28	536,58	64663	Limité
Cas 4	260,96	192,09	494,06	171510	Limité
Cas 5	243,72	174,93	453,94	2439000	Limité

Tableau III.V.3.2. Calcul des paramètres de Marin et la durée de vie pour un état de contrainte multiaxiale.

V.4. Comparaison et interprétation des durées de vie obtenues pour les trois critères

Il est établi qu'un modèle de prédiction en durée de vie ne peut être validé que par les résultats expérimentaux. Compte tenu que nous ne disposons de données expérimentales concernant le matériau considéré et que le critère de Crossland constitue l'un des critères les plus utilisés en raison de sa fiabilité confirmée par plusieurs auteurs [4, 5, 10], nous adoptons ce critère comme référence pour la comparaison.

Pour comparer les trois critères utilisés dans notre étude (critère de Crossland, critère de Deitman & Issler 1 et le critère de Marin), nous comparons les durées de vie prédites obtenues pour chaque critère et pour chaque état de contrainte traité pour le matériau considéré (acier de nuance SM 45C).

Pour l'interprétation nous commentons deux tableaux, où chaque tableau comporte les durées de vie prédites de l'acier étudié pour les deux états de contraintes employés (biaxiale et multiaxiale).

V.4.1. Comparaison des durées de vie prédites pour l'état de contrainte biaxiale

Ordres des cas	Nombre de cycle prédit N		
	Critère de Crossland	Critère de Deitman & Issler 1	Critère de Marin
Cas 1	29856	31825	18634
Cas 2	42537	49459	26125
Cas 3	67852	89823	39748
Cas 4	140450	256750	74924
Cas 5	461670	4032300	204410

Tableau III.V.4.1. Durées de vie prédites pour l'état de contrainte biaxiale.

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

Les résultats regroupés dans le tableau au-dessus nous montrent que pour l'état de contrainte biaxiale, le critère de Deitman & Issler 1 donne les valeurs les plus grandes en durée de vie, où la valeur (4032300 cycles) de cas 5 (chargement le moins important) est presque dix fois plus grande que celle obtenue à l'aide de critère de Crossland (461670 cycles). De plus, nous remarquons que le critère de Marin donne les valeurs les plus petites en durée de vie, où la valeur de cas 5 (204410 cycles) est moins que la moitié que celle donnée par l'utilisation de critère de Crossland. La représentation graphique de ces durées de vie est représentée ci-dessous :

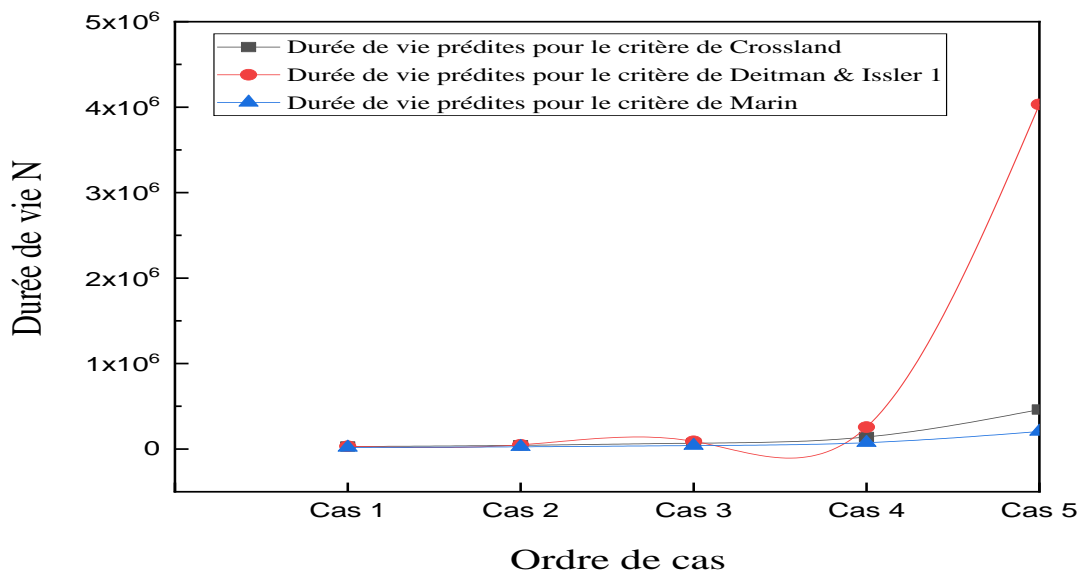


Figure III.7. Représentation graphique des durées de vie prédites pour l'état de contrainte biaxiale.

V.4.2. Comparaison des durées de vie prédites pour l'état de contrainte multiaxiale

Ordres des cas	Nombre de cycle prédit N		
	Critère de Crossland	Critère de Deitman & Issler 1	Critère de Marin
Cas 1	11879	22543	23758
Cas 2	13951	34000	40185
Cas 3	15865	46955	64663
Cas 4	19234	88250	171510
Cas 5	245010	275180	2439000

Tableau III.V.4.2. Durées de vie prédites pour l'état de contrainte multiaxiale.

CHAPITRE III : Etude comparative des différents critères de fatigue multiaxiale

Les résultats regroupés dans le tableau au-dessus nous montrent que pour l'état de contrainte multiaxiale, le critère de Crossland donne les valeurs les plus petites en durée de vie. Le critère de Deitman & Issler 1 donne des valeurs proches aux valeurs obtenues à l'aide de critère de Crossland. Concernant le critère de Marin, il donne les valeurs les plus grandes en durée de vie, où la valeur de cas 5 (2439000 cycles) est à peu près dix fois plus grande que celle obtenue à l'aide de critère de Crossland (245010 cycles). La représentation graphique de ces durées de vie est représentée ci-dessous :

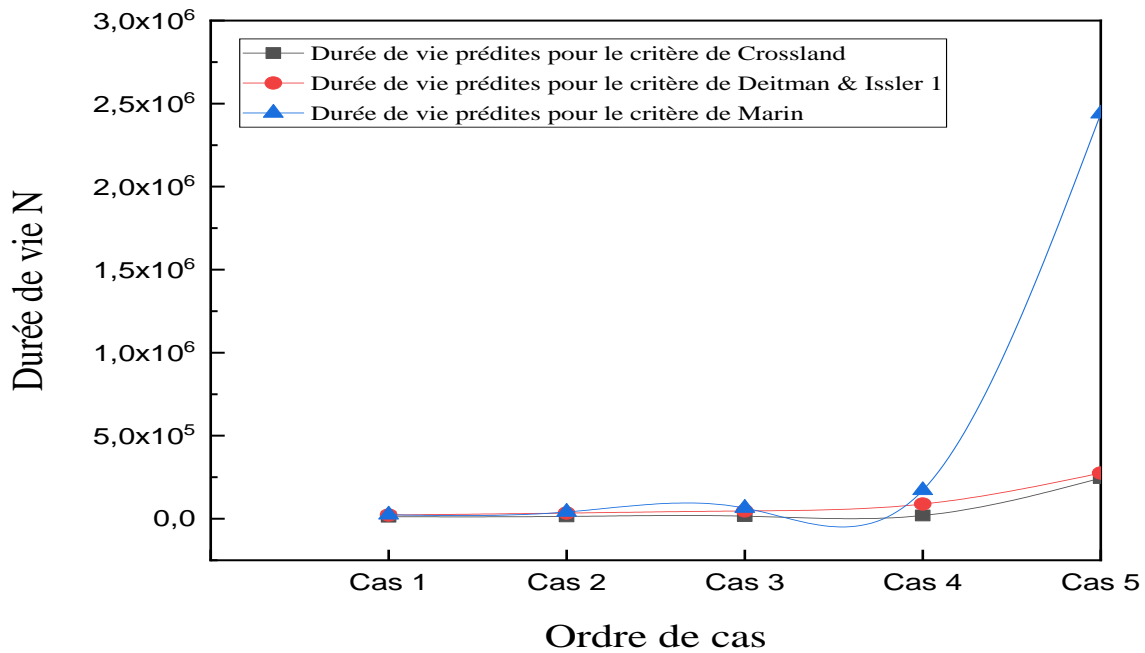


Figure III.8. Représentation graphique des durées de vie prédite pour l'état de contrainte multiaxiale.

CONCLUSION GENERALE

Les structures mécaniques sont composées des pièces pour lesquelles la connaissance de performance fonctionnelle se dépend à leur résistance en fatigue. L'utilisation des moyens de prédiction de comportement mécanique sous l'effet des chargements cycliques complexes est caractérisée par l'emploi des critères de fatigue multiaxiale qui sont appliqués dans un domaine à endurance limitée. L'objectif de notre étude est de comparer trois critères globaux de fatigue multiaxiale (Crossland, Marin et Deitman & Issler 1). La méthodologie adoptée est de mis en œuvre un programme prévisionnel de la durée de vie sous le code Matlab pour chaque critère où le matériau étudié est l'acier SM 45C.

Pour procéder avec le calcul nous disposons des courbes d'endurance et les valeurs de résistance à la rupture du matériau étudié. Puisqu'il n'y a pas des essais expérimentaux de matériau considéré pour comparer nos résultats, donc nous avons choisi le critère de Crossland comme un modèle de comparaison. La raison de ce choix est due à la fiabilité de ce critère qui est déjà validée par plusieurs études. Notre étude nous a conduits aux résultats suivants :

- Pour l'état de contrainte biaxiale, le critère de Deitman & Issler 1 fournit les valeurs les plus grandes en durée de vie.
- Pour l'état de contrainte biaxiale, et pour le cas 5 où le chargement est moins important la durée de vie obtenue à l'aide du critère de Deitman & Issler 1 (4032300 cycles) est presque dix fois plus grande que la valeur obtenue pour le critère de Crossland (721240 cycles).
- Pour l'état de contrainte biaxiale, le critère de Marin fournies les valeurs les plus petites en durée de vie.
- Pour l'état de contrainte biaxiale, et pour le cas 5 la durée de vie obtenue à l'aide du critère de Marin (204410 cycles) est moins que la moitié que celle donnée par l'utilisation de critère de Crossland.
- Pour l'état de contrainte multiaxiale, le critère de Crossland donne les valeurs les plus petites en durée de vie.
- Pour l'état de contrainte multiaxiale, le critère de Deitman & Issler 1 donne des valeurs proches aux valeurs obtenues à l'aide de critère de Crossland.
- Pour l'état de contrainte multiaxiale, le critère de Marin donne les valeurs les plus grandes en durée de vie.
- Pour l'état de contrainte multiaxiale et pour le critère de Marin la valeur de cas 5 (2439000 cycles) est presque dix fois plus grande que celle obtenue à l'aide de critère de Crossland (245010 cycles).

PERSPECTIVES

Les résultats de notre modeste travail représentent les bases d'un travail à poursuivre et à améliorer pour une étude plus approfondie laquelle pourrait porter sur les points essentiels suivants :

- Validation des critères considérés en se basant sur des données expérimentales déterminées préalablement.
- Application de la méthodologie en comparant des critères de fatigue du type plan critique.

• Références

- [1] Bendouba Mostefa « Etude de la fatigue des structures sous l'effet d'un état de contraintes multiaxiales » Thèse de Doctorat en génie mécanique. Université Djilali Liabes de Sidi-Bel-Abbès en 2013.
- [2] Abderrahim Chamat « Prévision de durée de vie en fatigue des roues ferroviaires sous sollicitations multiaxiales proportionnelles et non-proportionnelles » Thèse de Doctorat en génie mécanique. Université de Paul Verlaine de Metz - Laboratoire de Fiabilité Mécanique - Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz en 2005.
- [3] Ali Fatemi. Multiaxial stresses, chapitre 10 - multiaxiale fatigue.
- [4] Abdulkader Zalt « Endommagement et prédiction de la durée de vie des joints soudés de type Caisson » Thèse de Doctorat en génie mécanique. Université de Lorraine en 2012.
- [5] J. Schijve, 2001. Fatigue of Structures and Materials, Kluwer Academic Publishers p8.
- [6] Benkabouche Salah-Eddine « Endommagement en fatigue multiaxiale des pièces traitées superficiellement » Thèse de Doctorat en génie mécanique. Université Abdelhamid Ben Badais de Mostaganem en 2016.
- [7] Benkhatab Mohamed « Prise en compte des contraintes résiduelles et des déformations plastiques dans un critère de fatigue » Thèse de Magistère en génie mécanique. Université Abdelhamid Ben Badais de Mostaganem en 2011.
- [8] Mohamad Abbado « Fatigue polycyclique des structures métalliques : durée de vie sous chargements variables » Thèse de Doctorat en génie mécanique. Ecole Polytechnique en 2006.
- [9] Weber Bastien « Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque » Thèse de Doctorat en génie mécanique. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon en 1999.
- [10] Grégory Barbier « Fatigue biaxiale à grand nombre de cycles : étude expérimentale et modèle d'endommagement à deux échelles probabilistes » Thèse de Doctorat en génie mécanique. Ecole normale supérieure de Cachan en 2009.

[11] Benkhatab Mohamed « Optimisation des paramètres des traitements mécaniques de surface en vue d'une durée de vie donnée en fatigue » Thèse de Doctorat en génie mécanique. Université Abdelhamid Ben Badais de Mostaganem en 2020.