



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic republic of Algeria
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research
جامعة عبد الحميد بن باديس – مستغانم
Abdel Hamid Ibn Badis University – Mostaganem
كلية العلوم والتكنولوجيا
Faculty of Sciences and Technology
قسم هندسة الطرائق
Department of Process Engineering



N° d'ordre : M2...../GC/2021

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES DEMASTER ACADÉMIQUE

Filière : Génie des Procédés

Option: Génie Chimique

Thème

**Modélisation et Simulation d'une Unité d'Osmose Inverse
Fonctionnant en Boucle Fermée**

Présenté par

- 1- Meftouh Mohamed Nadir
- 2- Nedjar Oussama

Soutenu le 14/07/ 2021 devant le jury composé de :

Président :	Pr DJELLOUL Abdelkader	Professeur	Université de Mostaganem
Examinatrice :	BENMEKKI Fadéla	Maître Assistante « A »	Université de Mostaganem
Examinatrice :	BENDAHMA Fatima	Maître de Conférences	Université de Mostaganem
Encadrant :	Pr ABSAR Belkacem	Maîtres de Conférences	Université de Mostaganem

Année Universitaire 2020 – 2021

Remerciements

Tout d'abord je tiens à remercier ALLAH le tout puissant de m'avoir donné la foi et de M'avoir permis d'en arriver là.

Je tiens à remercier Mr. ABSAR Belkacem enseignant à l'Université MOSTAGANEM pour son encadrement, son soutien et le suivi de ce travail.

Nos vifs remerciements s'adressent également à Mr. DJELLOUL Abdelkader professeur à l'université Abdel Hamid Ibn Baddis , d'avoir accepté de présider ce travail.

Nos tiens à remercier également le membre du jury Mme. BENMEKKI Fadéla d'avoir accepté d'examiner ce travail.

J'exprime ma reconnaissance à tous les enseignants qui ont contribué de près ou de loin à ce travail.

MERCI

Dédicace

En premier lieu je remercie Allah le tout puissant de m'avoir donné la Volonté, la Santé et le courage pour réaliser ce travail. Je dédie ce mémoire...

Avec un énorme plaisir et une immense joie, à ma chère maman, pour ces sacrifices et ces soutiens permanents pendant mes années d'études.

Et je le dédie ...

A monsieur B.Absar qui doit voir dans ce travail la fierté d'un savoir bien acquis.

A mes très chers frères qui m'ont aidés et qui sont toujours présent à mes côtes. A toute ma famille pour leurs soutiens tout au long de mon parcours universitaire.

A mes camarades de promotion " Génie des Procédés " 2017/2021, pour tout ce que nous avons partagé, échangé ensemble durant ces années.

A tous les gens qui ont contribué ma réussite de près ou de loin. Merci d'être toujours là pour moi.

Oussama

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études.

A ma chère maman pour qui J'éprouve un grand amour et un profond respect que je tiens à lui exprimer ici de La manière la plus humble et je la remercie pour tous ses sacrifices.

A mon père pour la patience et Le dévouement dont il a fait preuve.

A mes chers frères pour leur encouragement permanent, et leur soutien moral.

A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire.

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infaillible. Merci d'être toujours là pour moi.

Nadir

Table des matières

Liste des Symboles.....	i
Listes des Figures.....	ii
Introduction.....	1
Résumé.....	Error! Bookmark not defined.
CHAPITRE I : OSMOSE INVERSE.....	3
I.1 Introduction :	3
I.2 Le principe d'osmose inverse :.....	3
I.3 Les caractéristiques principales d'une unité d'osmose inverse :.....	4
I.3.1 Pression osmotique :.....	4
I.3.2 Taux de conversion :	4
I.3.3 Sélectivité :.....	4
I.3.4 Mécanisme de transfert :	5
I.4 Les avantages et les inconvénients d'osmose inverse :	5
I.4.1 Avantages :.....	5
I.4.2 Inconvénients :	6
CHAPITRE 2 : MODÉLISATION DU SYSTÈME D'OSMOSE INVERSE.....	8
II.1 Introduction :	8
II.2 Théorie :.....	8
II.2.1 Fonctionnement du système d'osmose inverse étudié :.....	9
II.2.2 Développement de modèles de système :.....	11
II.2.3 Relation entre les bilans matières et les modèles de transfert de masse :	12
CHAPITRE 3 : RAPPEL THÉORIQUE SUR LA RÉOLUTION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES.....	18
III.1 Introduction :.....	18
III.2 Rappel sur les équations différentielles :	18

III.2.1	Définition et généralités :	18
III.2.2	Résolution d'une équation différentielle :	19
III.3	Méthode numérique :	19
III.3.1	Méthodes de Runge-Kutta :	19
III.3.2	Résolution par les fonctions prédéfinies de MATLAB	20
III.3.3	Résolution par simulink :	20
CHAPITRE 4 : RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS		22
IV.1	Introduction.....	22
IV.2	Simulation	22
IV.2.1	Premier cas d'études.....	22
IV.2.2	Deuxième cas d'études :	30
Conclusion.....		34
Bibliographie.....		35
ANNEXE		36
Programme MATLAB – cas d'études N°1		36
Programme MATLAB – cas d'études N°2		39

Liste des Symboles

A_w : Constante de perméabilité aux solvants, h/m ,

B_s : Coefficient de perméabilité du soluté, m/h ,

C : Concentration, kg/m^3 ,

j_s : Flux de soluté, $kg/m^2 h$,

j_w : Flux de solvant, $kg/m^2 h$,

n : Moles,

Δp : Gradient de pression de membrane, $kg/m h^2$,

Q : Débit volumétrique, m^3/h ,

R : Rejet de soluté,

R_g : Constante de gaz universelle, $kg m^2/h^2 K$,

S_a : Surface de membrane, m^2 ,

t : Temps, h,

T : Température (absolue), K,

V : Volume, m^3 ,

X : Récupération globale du système,

Y : Récupération du système en un seul passage,

π : Pression osmotique, $kg/m hi$,

\emptyset : Coefficient de pression osmotique, m^2/h^2 ,

φ : Rapport pression osmotique sur concentration en soluté, m^2/h^2 ,

Lettres grecques :

OI : osmose inverse

f : réservoir

ft : réservoir d'alimentation

f0 :réservoir au (temps = 0)

Listes des Figures

- Figure 1.1 :** Principe de l'osmose inverse..... (3)
- Figure 2.1 :** Schéma de fonctionnement de l'unité d'osmose inverse étudiée..... (10)
- Figure 4.1 :** Évolution de la concentration d'alimentation en fonction du temps..... (24)
- Figure 4.2 :** Évolution de la concentration du perméat et de la concentration moyenne du réservoir de stockage en fonction du temps..... (24)
- Figure 4.3 :** Évolution du flux massique en fonction du temps..... (25)
- Figure 4.4:** Évolution du taux de récupération global en fonction du temps..... (25)
- Figure 4.5 (a) :** Schéma de simulation avec Simulink (schéma réduit) (26)
- Figure 4.5 (b) :** Schéma de simulation avec Simulink (schéma éclaté) (27)
- Figure 4.6 :** Évolution de la concentration d'alimentation (avec Simulink) (28)
- Figure 4.7 :** Évolution de la concentration du perméat et de la concentration moyenne du réservoir de stockage (avec Simulink) (28)
- Figure 4.8 :** Évolution du flux massique (avec Simulink) (29)
- Figure 4.9 :** Évolution du taux de récupération (avec Simulink) (29)
- Figure 4.10 :** Évolution de la concentration d'alimentation en fonction du temps (Cas N°2)..... (31)
- Figure 4.11:** Évolution du flux massique en fonction du temps (cas N°2) (31)
- Figure 4.12:** Évolution de la concentration du perméat et de la concentration moyenne du réservoir de stockage en fonction du temps (Cas N°2) (32)
- Figure 4.13 :** Évolution du taux de récupération global en fonction du temps (Cas N°2).....(32)

Listes des Tableaux

Tableau 4.1 : les constantes et les conditions initiales de la simulation de 1^{er} cas.....(22)

Tableau 4.2 : les constantes et les conditions initiales de la simulation de 2^{ème} cas.....(30)

ملخص

تم تطوير نموذج محاكاة والتحقق منه لنظام التناضح العكسي على نطاق صغير يعمل في وضع تركيز ضمن حلقة المغلقة.

يجمع النموذج أرصدة المواد على خزان الإمداد ووحدة الغشاء أنتجت مع نماذج نقل كتلة الغشاء.

النموذج المقترح هو معادلة تفاضلية غير خطية تمثل تركيز الشحنة بدلالة وقت التشغيل.

ارتباطات التدفق وتركيزات المذاب والإفراز مع الجهوزية واستعادة النظام بشكل عام هي وظائف النموذج.

إجمالي المواد الصلبة الذائبة هي المقدار الذي يمثل تركيز المذاب.

البيانات من التجارب البسيطة على المحاليل الصناعية ومياه الصرف الصحي تم استخدامها للتحقق من النموذج.

يقترح النموذج ملاءمة جيدة للبيانات الموجودة على العملية المدروسة.

Résumé

Un modèle de simulation a été développé et vérifié pour un système d'osmose inverse (OI) à petite échelle fonctionnant en mode de concentration en boucle fermée. Le modèle combine des bilans de matière sur le réservoir d'alimentation, le module de membrane et le réservoir de produit avec des modèles de transfert de masse de membrane. Le modèle proposé est une équation différentielle non linéaire représentant la concentration de la charge en fonction du temps de fonctionnement. Les corrélations du flux, des concentrations de soluté et du rejet avec le temps de fonctionnement et la récupération globale du système sont des fonctions du modèle. Le total des solides dissous (TDS) est le paramètre représentant la concentration en soluté. Les données d'expériences simples sur les solutions et les eaux usées industrielles ont été utilisées pour vérifier le modèle. Le modèle suggère un bon ajustement aux données sur la plage étudiée.

Abstract

A simulation model was developed and verified for a reverse osmosis (RO) system at small scale operating in closed loop concentration mode.

The model combines material balances on the supply tank, the membrane module and the produced with membrane mass transfer models. The proposed model is a nonlinear differential equation representing the concentration of the charge as a function of the operating time. Correlations of flux, solute concentrations and release with uptime and overall system recovery are functions of the model. Total dissolved solids (TDS) is the parameter representing the concentration of solute. Data from simple experiments on industrial solutions and wastewater have been used to verify the model. The model suggests a good fit to the data on studied proces

Introduction

L'osmose inverse (OI) est un procédé de séparation membranaire très utilisé en raison de sa capacité à purifier un fluide de ses impuretés, tout en concentrant les solutés en solution. Utilisé à l'origine pour le dessalement de l'eau de mer et de l'eau saumâtre, l'OI a été intégré dans de nombreux processus industriels (chimiques, agro-alimentaire, textiles, etc).

Plusieurs travaux se sont penchés sur la modélisation et la simulation des procédés membranaires utilisant le procédé de séparation qui est l'osmose inverse. Le but de ces études est de déterminer les conditions optimales pour un processus performant. Toutefois, ces études peuvent être très coûteuses en raison du nombre élevé des expériences à mener. Pour pallier à cet inconvénient, les scientifiques font appel à la technique de modélisation et de la simulation qui permet à la fois un gain de temps et de coûts.

Dans notre étude, nous allons reprendre un travail scientifique qui a fait l'objet d'une publication et qui a pour objectif : la modélisation et la simulation d'une unité de séparation d'osmose inverse fonctionnant en boucle fermée.

Le présent travail est organisé en quatre chapitres. Le premier chapitre donne un rappel théorique sur le phénomène de l'osmose et de l'osmose inverse ainsi que les notions thermodynamiques qui régissent ce phénomène.

Le deuxième chapitre est consacré au développement du modèle mathématique qui décrit le processus étudié avec un rappel sur les bilans de masse et les modèles de transfert de matière adoptés en osmose et en osmose inverse.

Le troisième chapitre présente les principales méthodes de résolution numérique des équations différentielles ordinaires. Une partie est consacrée aux fonctions prédéfinies de MATLAB et qui sont utilisées pour la résolution du problème des EDO.

Le quatrième chapitre est consacré à la présentation et l'interprétation des résultats de la simulation.

Une conclusion avec des recommandations est donnée à la fin de ce document.

CHAPITRE I : OSMOSE INVERSE

CHAPITRE I : OSMOSE INVERSE

I.1 Introduction :

L'osmose est un phénomène naturel, essentiel aux équilibres biologiques. Le procédé industriel est qualifié d'osmose inverse car à l'aide d'une forte pression (supérieure à la pression osmotique), on inverse le phénomène. L'eau salée à passer ainsi du compartiment le plus concentré en sels au compartiment d'eau [1].

I.2 Le principe d'osmose inverse :

Le principe de l'osmose est basé sur l'équilibre de concentration en soluté de part et d'autre d'une membrane semi-perméable. Il se traduit par un flux d'eau dirigé de la solution diluée vers la solution concentrée. La quantité d'eau transférée par osmose va diminuer jusqu'au moment où la pression appliquée sera tel que le flux d'eau va s'annuler. Cette pression d'équilibre est appelée pression osmotique. Une augmentation de la pression au-delà de la pression osmotique va se traduire par un flux d'eau dirigé en sens inverse du flux osmotique, c'est à dire de la solution concentrée vers la solution diluée, c'est le phénomène d'osmose inverse [2].

Donc l'osmose inverse est une technique séparative qui consiste à extraire l'eau d'une solution généralement concentrée. Elle permet en principe de réduire la concentration totale en solutés [3].

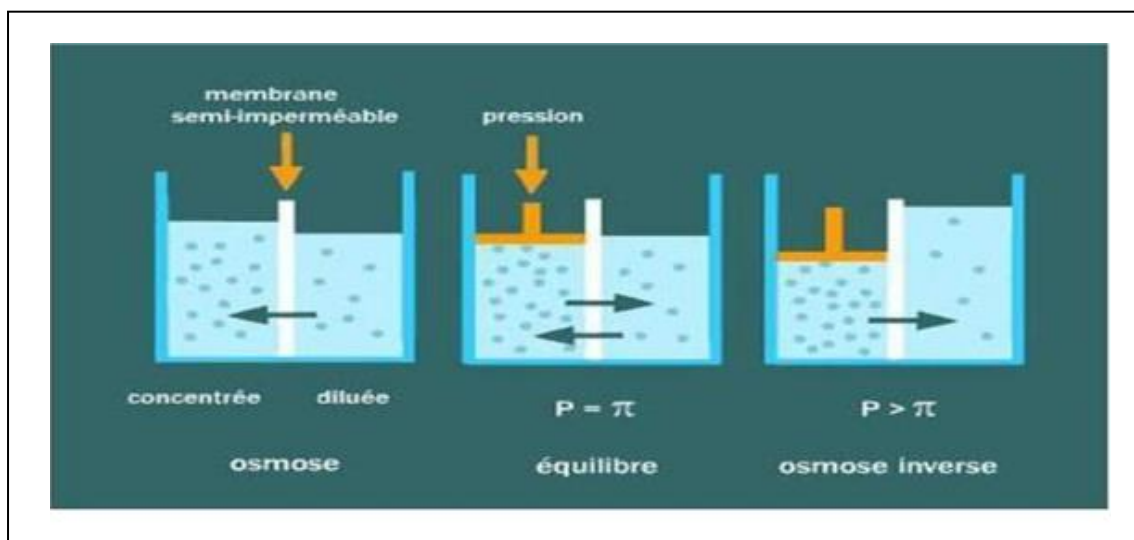


Figure 1.1 : Principe de l'osmose inverse.

I.3 Les caractéristiques principales d'une unité d'osmose inverse :

I.3.1 Pression osmotique :

La pression osmotique (π) est d'autant plus importante que la concentration est élevée et que la masse molaire est faible. La pression osmotique peut être calculée par la loi de Van't Hoff :

$$\pi = i * C * R * T \quad (\text{Eq. 1-1})$$

Avec :

π : la pression osmotique (bars).

i : le nombre d'espèces d'ions constituent le soluté.

C : la concentration molaire du soluté (mol.m^{-3}).

R : la constante des gaz parfait ($0,0831 \text{ L.bar.mol}^{-1}\text{.K}^{-1}$).

T : la température (K).

I.3.2 Taux de conversion :

La solution à traiter (l'eau micro filtrée) à débit Q_0 se divise au niveau de la membrane en deux parties de concentration différentes :

- Une partie qui passe à travers la membrane, appelée perméat à débit (Q_p).
- Une partie qui ne passe pas à travers la membrane et qui contient les molécules ou les particules retenues pas les membranes, elle est appelée concentrât (rétentât ou saumure).

Le taux de conversion est défini comme la fraction de débit du liquide qui traverse la membrane [4].

$$Y = \frac{Q_p}{Q_0} \quad (\text{Eq. 1-2})$$

I.3.3 Sélectivité :

La sélectivité est une caractéristique de surface de la membrane qui est définie comme la possibilité de laisser passer ou de retenir les solutés en fonction de leur poids moléculaire. Elle est définie par le taux de rétention ou le taux de rejet de l'espèce que la membrane est censée retenir.

$$Tr = \frac{(C_0 - C_p)}{C_0} \times 100 = \frac{(1 - C_p)}{C_0} \quad (\text{Eq. 1-3})$$

Avec :

C_p : concentration finale (perméable).

C_0 : concentration initiale.

Il y a deux valeurs particulières du Tr :

Tr = 0 % signifie que le soluté n'est pas du tout retenu par la membrane.

Tr = 100 % signifie que le soluté est entièrement retenu par la membrane.

I.3.4 Mécanisme de transfert :

Les transferts du solvant et de soluté à travers une membrane semi-perméable se font par solubilisation et diffusion. Les différentes espèces moléculaires (soluté et solvant) se dissolvent dans la membrane et diffusent à l'intérieure de celle-ci comme à travers un solide ou un liquide sous l'action d'un gradient de concentration et de pression [2].

I.4 Les avantages et les inconvénients d'osmose inverse :

Comme tout procédé de séparation, l'osmose inverse a des avantages et des inconvénients.

I.4.1 Avantages :

Les avantages de l'OI sont :

- Une séparation à température modérée, une absence de changement de phase, donc une moindre dépense énergétique comparée à des opérations comme la distillation ou l'évaporation.
- Le système ne gaspille pas autant d'eau, accumulation nulle de constituants dans la membrane, d'où un fonctionnement quasiment en continu, n'ayant pas besoin de cycle de régénération.
- Simplicité d'exploitation dans l'unité de traitement [5].
- Capacité de séparation élevée.

- Recyclage de perméat et du retentât est possible.
- Salinité de l'eau produite qui convient bien aux usages domestiques [6].

I.4.2 Inconvénients :

Les inconvénients de l'OI sont :

- Le Coût élevé des membranes (dégradation à cause des phénomènes de colmatage).
- Les pertes en eau.
- Consommation énergétique élevée des pompes d'alimentation.

CHAPITRE II :
MODÉLISATION DU SYSTÈME D'OSMOSE
INVERSE

CHAPITRE 2 : MODÉLISATION DU SYSTÈME D'OSMOSE INVERSE

II.1 Introduction :

D'une manière générale, le modèle mathématique de tout système est un outil qui permet des réponses avec le même système, sans avoir besoin d'aide cher, lent et parfois dangereux,

Un modèle mathématique est un ensemble d'équations (algébriques, différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles, etc.) qui permettent de décrire les performances d'un procédé quelconque. Le choix du modèle est basé sur plusieurs paramètres, tels que la fiabilité et le domaine d'efficacité.

La résolution analytique ou numérique du modèle mathématique obtenu est appelée simulation. Le développement de l'informatique a permis de résoudre des problèmes mathématiques très complexes dans des délais de plus en plus réduits.

II.2 Théorie :

Les flux de solvants et de solutés à travers les membranes sont définis comme suit [7-8] :

$$j_w = \frac{Q_p}{S_a} \times C_{wp} \quad (\text{Eq. 2-1})$$

Où j_w est le flux de solvant, Q_p est le débit volumique du perméat, S_a est la surface de la membrane et C_{wp} est la concentration d'eau dans le perméat.

Le flux de solvant dépend de la pression hydraulique appliquée à travers la membrane, Δp , moins la différence des pressions osmotiques des solutions côté alimentation et perméat de la membrane $\Delta \pi$.

$$j_w = A_w(\Delta p - \Delta \pi) \quad (\text{Eq. 2-2})$$

A_w (Constante de perméabilité à l'eau) dépend de la structure de la membrane.

Le flux de soluté, j_s dépend du gradient de concentration et est exprimé par :

$$j_s = B_s \Delta C \quad (\text{Eq. 2-3})$$

Où B_s est la constante de perméabilité du soluté qui est fonction de la composition du soluté et de la structure de la membrane, et ΔC est la différence de concentration de soluté à travers la membrane, exprimée mathématiquement par :

$$\Delta C = C_f - C_p \quad (\text{Eq. 2-4})$$

où les concentrations d'alimentation et de perméat sont désignées respectivement par C_f et C_p .

On définit le rejet de la membrane par la formule suivante :

$$R = \frac{C_f - C_p}{C_f} = 1 - \frac{C_p}{C_f} \quad (\text{Eq. 2-5})$$

Il peut être démontré à partir des équations de flux de soluté et de solvant que le rejet est fonction des gradients de pression et de concentration. Comme le flux de solvant dépend de la pression, une augmentation de la pression augmentera le flux de solvant à flux de soluté constant. Par conséquent, le pourcentage de rejet augmentera, ceci peut être montré en combinant les modèles de flux et en les reliant au rejet de soluté, la concentration de soluté dans le perméat peut s'écrire :

$$C_p = \frac{j_s \times C_{wp}}{j_w} \quad (\text{Eq. 2-6})$$

La substitution dans l'équation de rejet donne :

$$R = \frac{j_s \times C_{wp}}{j_w \times C_f} \quad (\text{Eq. 2-7})$$

La substitution des expressions et réarrangement des flux de soluté et de solvant donnent :

$$R = \left[1 + \frac{B_s \times C_{wp}}{A_w(\Delta p - \Delta \pi)} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 2-8})$$

Des deux modèles de flux et de cette relation, il s'ensuit que lorsque, ΔP augmente à des valeurs très grandes, R approche l'unité.

II.2.1 Fonctionnement du système d'osmose inverse étudié :

La figure ci-dessous décrit le système étudié.

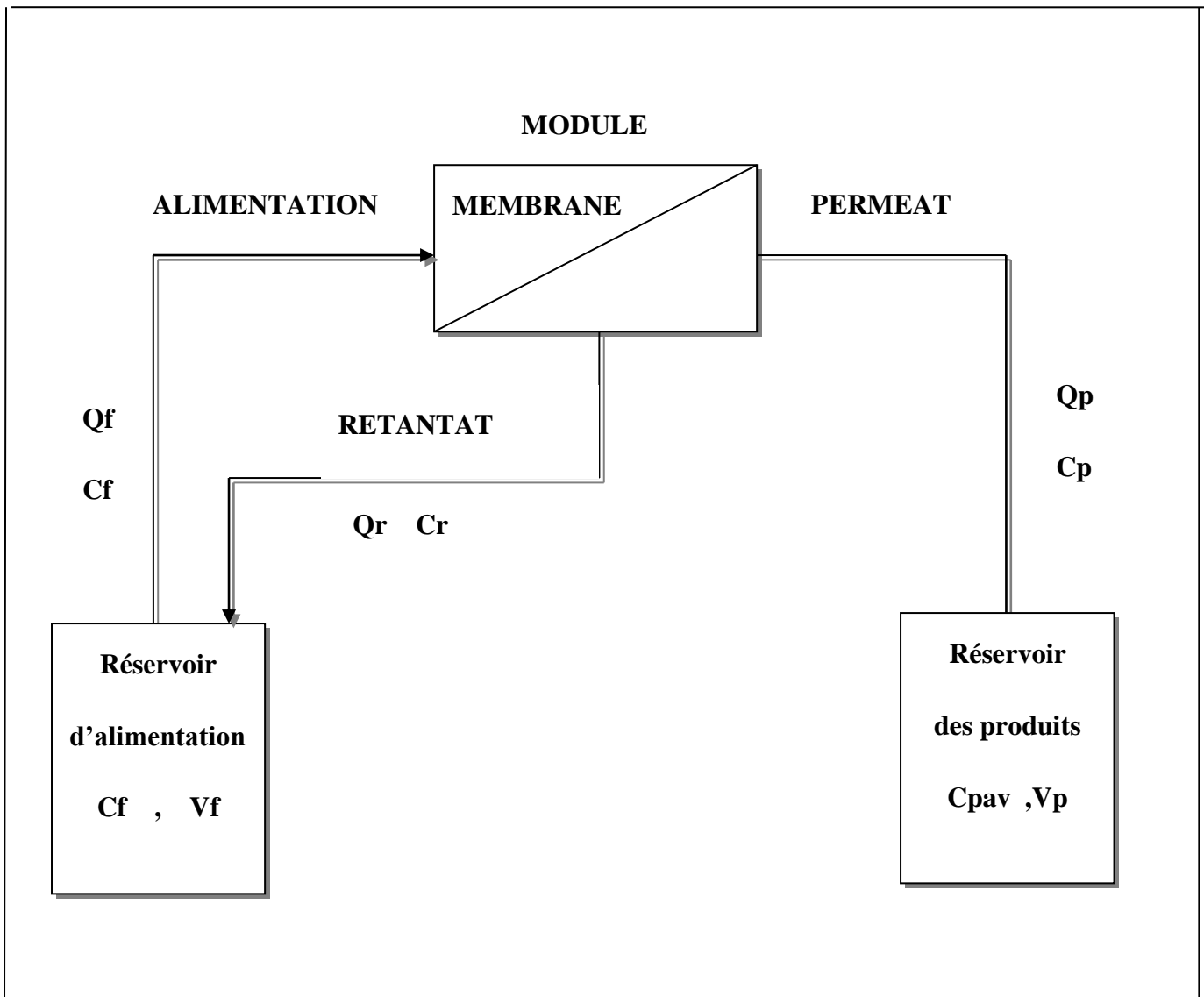


Figure 2.1 :Schéma de fonctionnement de l'unité d'osmose inverse étudiée.

Un module d'osmose inverse reçoit une alimentation à partir d'un réservoir. À la sortie de ce module, le perméat est récupéré dans un réservoir de produits tandis que le rétentat est recyclé dans le réservoir d'alimentation. Cette opération continue jusqu'à l'épuisement de l'alimentation.

Un taux de récupération instantané est défini le rapport suivant :

$$(y) = \frac{Q_p}{Q_f} \quad (\text{Eq. 2-9})$$

Où Q_p et Q_f sont respectivement les débits volumiques du perméat et de l'alimentation.

La récupération globale du système est la quantité totale de produit généré jusqu'à un moment donné divisé par le volume d'alimentation initial :

$$(x) = \frac{v_p}{v_{f_0}} \quad (\text{Eq. 2-10})$$

A un certain moment de l'opération, le système doit être arrêté car la charge devient si concentrée que le flux chute de manière significative, en raison d'une forte augmentation de la pression osmotique de la charge.

II.2.2 Développement de modèles de système :

Des bilans matières peuvent être formulés pour le système. Le bilan matière réalisé sur les rendements des cuves de produits, donne :

$$Q_p \times C_p = \frac{d(v_p \times C_{pav})}{dt} \quad (\text{Eq. 2-11})$$

Où C_{pav} est la concentration moyenne du produit, la concentration du soluté dans le réservoir de produit et v_p est le volume du produit collecté, la différenciation des produits donne :

$$Q_p \times C_p = \left(\frac{dv_p}{dt} \right) C_{pav} + \left(\frac{dC_{pav}}{dt} \right) v_p \quad (\text{Eq. 2-12})$$

Les conditions initiales de cette relation sont :

$$v_p = 0 \text{ Et } C_{pav} = C_p \text{ à } t = 0$$

L'évolution du volume du réservoir de produit avec le temps est égale à la cadence de production de la membrane :

$$\frac{dv_p}{dt} = Q_p \quad (\text{Eq. 2-13})$$

La substitution de cette expression dans (Eq. 2-12) conduit à :

$$Q_p(C_p - C_{pav}) = \left(\frac{dC_{pav}}{dt} \right) v_p \quad (\text{Eq. 2-14})$$

Le bilan de matière autour du module de membrane est formulé comme suit :

$$Q_p \times C_p = Q_f \times C_f - Q_r \times C_r \quad (\text{Eq. 2-15})$$

Les indices f, p et r désignent respectivement l'alimentation, le perméat et le rétentat.

De même, le bilan de matière autour du réservoir d'alimentation donne :

$$Q_r \times C_r - Q_f \times C_f = \frac{d(v_{ft} \times C_{ft})}{dt} \quad (\text{Eq. 2-16})$$

Où v_{ft} est le volume d'alimentation dans le réservoir avec une concentration de réservoir de C_{ft} .

Le réservoir d'alimentation est généralement bien mélangé, ainsi la concentration de l'alimentation vers la membrane est égale à la concentration dans le réservoir d'alimentation, par conséquent, à tout instant dans le temps, $t, C_{ft} = C_f$.

La combinaison des équations Eq. 2-15 et Eq. 2-16 donne :

$$-Q_p \times C_p = \left(\frac{dv_{ft}}{dt} \right) C_f + \left(\frac{dC_f}{dt} \right) v_{ft} \quad (\text{Eq. 2-17})$$

Le bilan sur le bac d'alimentation et le module d'osmose inverse donne :

$$-\frac{dv_{ft}}{dt} = Q_p \quad (\text{Eq. 2-18})$$

Avec $v_{ft} = v_{f_0}$ à $t=0$

L'intégration de l'équation (Eq. 2-18) donne :

$$v_{ft} = v_{f_0} - (Q_p)t \quad (\text{Eq. 2-19})$$

Ainsi,

$$-Q_p C_p = -Q_p C_f + (v_{f_0} - Q_p t) \frac{dC_f}{dt} \quad (\text{Eq. 2-20})$$

Cette équation (Eq. 2-20) nécessite une relation entre Q_p et C_f . Une expression reliant C_p à C_f est également nécessaire.

II.2.3 Relation entre les bilans matières et les modèles de transfert de masse :

Les modèles de flux de solvant et de soluté peuvent être étendus, le modèle de flux de solvant peut incorporer les concentrations de soluté en utilisant une relation entre la pression osmotique et la concentration de soluté. Le modèle est basé sur l'expression de Van't-Hoff [9].

$$\pi = \emptyset \left(\frac{n}{V} \right) R_g T \quad (\text{Eq. 2-21})$$

Où \emptyset est un coefficient de pression osmotique, la concentration molaire est donnée par (n/V) et R_g et T sont la constante de gaz universelle et la température absolue du système, respectivement, la pression osmotique d'une solution augmente avec l'augmentation de la concentration et de la température de la solution.

Une expression simplificatrice permet de relier la pression osmotique à la concentration :

$$\pi = \varphi C \quad (\text{Eq. 2-22})$$

On écrit alors :

$$j_w = A_w [\Delta P - \varphi (C_f - C_p)] \quad (\text{Eq. 2-23})$$

L'équation du flux de soluté a été combinée avec le flux de solvant :

$$j_s = B_s (C_f - C_p) \quad (\text{Eq. 2-3})$$

Et

$$j_s = \frac{C_p j_w}{C_{wp}} \quad (\text{Eq. 2-6})$$

Pour simplifier, on suppose que la concentration de l'eau dans le perméat est égale à la concentration en eau, c'est-à-dire $C_{wp} = C_w$.

La combinaison de équations (Eq. 2-3) et (Eq. 2-6) avec (Eq. 2-23) donne :

$$B_s (C_f - C_p) C_w = C_p A_w [\Delta P - \varphi (C_f - C_p)] \quad (\text{Eq. 2-24})$$

Le réarrangement et la séparation donnent :

$$C_f = \frac{C_p A_w \Delta P}{B_s C_w} - \frac{C_f C_p A_w \varphi}{B_s C_w} + \frac{C_p^2 A_w \varphi}{B_s C_w} + C_p \quad (\text{Eq. 2-25})$$

Puisque $\frac{A_w \Delta P}{B_s} \gg \frac{A_w \varphi}{B_s}$ et $C_f > C_p$, pour un rejet élevé, l'équation (Eq. 2-25) se simplifiée :

$$C_f = C_p \left[1 + \frac{A_w \Delta P}{B_s C_w} - \left(\frac{A_w \varphi}{B_s C_w} \right) (C_f - C_p) \right] \quad (\text{Eq. 2-26})$$

La réécriture donne une expression pour C_p en fonction de C_f :

$$C_p = C_f \left[1 + \frac{A_w \Delta P}{B_s C_w} - \frac{A_w \varphi C_f}{B_s C_w} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 2-27})$$

La substitution de l'équation (Eq. 2-27) dans (Eq. 2-23) donne :

$$j_w = A_w \left[\Delta P - \varphi \left(C_f + \frac{C_f}{1 + \frac{A_w \Delta P}{B_s C_w} - \frac{A_w \varphi C_f}{B_s C_w}} \right) \right] \quad (\text{Eq. 2-28})$$

Le taux de production peut être écrit en combinant des équations (Eq. 2-1) et (Eq. 2-28) :

$$Q_p = \frac{S_a A_w}{C_{wp}} \left[\Delta P - \varphi \left(C_f + \frac{C_f}{1 + \frac{A_w \Delta P}{B_s C_w} - \frac{A_w \varphi C_f}{B_s C_w}} \right) \right] \quad (\text{Eq. 2-29})$$

Une équation représentant la concentration de la charge en fonction du temps est obtenue en substituant les équations (Eq. 2-27) et (Eq. 2-29) dans (Eq. 2-20).

Un développement complet des différentes équations est présenté dans Slater [10], cette équation peut être simplifiée en regroupant les constantes du modèle, et les conditions initiales.

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{S_a A_w \Delta P}{C_w} \\ a_2 &= \frac{S_a A_w \varphi}{C_w} \\ a_3 &= 1 + \frac{A_w \Delta P}{B_s C_w} \\ a_4 &= \frac{A_w \varphi}{B_s C_w} \\ V_{f_0} &= a_5 \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2-30})$$

$$\frac{dC_f}{dt} = \frac{\left[a_1 C_f - a_2 C_f^2 + \frac{a_2 C_f^2}{a_3 - a_4 C_f} \right] \left(1 - \frac{1}{a_3 - a_4 C_f} \right)}{a_5 - a_1 t + a_2 C_f t - \frac{a_2 C_f t}{a_3 - a_4 C_f}} \quad (\text{Eq. 2-31})$$

Cette équation est une équation différentielle non linéaire qui peut être résolue numériquement. La solution établit la concentration de soluté d'alimentation en fonction du temps de fonctionnement. Une fois que C_f est calculée, la concentration du perméat, le rejet et le flux peuvent être déterminés à l'aide de l'équation suivante :

$$C_p = \frac{C_f}{a_3 - a_4 C_f} \quad (\text{Eq. 2-32})$$

La récupération globale, peut être obtenue à partir de l'utilisation de la concentration d'alimentation et de perméat :

$$V_{f_0} C_{f_0} = (V_{f_0} - V_p) C_f + V_p C_{pav} \quad (\text{Eq. 2-33})$$

La réécriture de cette équation donne :

$$C_{f_0} = \left(1 - \frac{V_p}{V_{f_0}} \right) C_f + \left(\frac{V_p}{V_{f_0}} \right) C_{pav} \quad (\text{Eq. 2-34})$$

La récupération est exprimée en termes de C_f , C_{f_0} et C_{pav} :

$$\frac{V_p}{V_{f_0}} = \frac{C_f - C_{f_0}}{C_f - C_{pav}} \quad (\text{Eq. 2-35})$$

Une équation pour la concentration de TDS dans le réservoir de produit, C_{pav} , peut être obtenue en substituant l'équation (Eq. 2-32) dans l'équation (Eq. 2-14) .

$$\frac{dC_{pav}}{dt} = \frac{Q_p (C_p - C_{pav})}{V_p} \quad (\text{Eq. 2-36})$$

Cette équation peut être simplifiée en regroupant les constantes du modèle, et les conditions initiales.

$$C_{f_0} = a_6$$

$$\frac{S_a A_w}{C_w} = a_7 \quad (\text{Eq. 2-37})$$

$$\frac{dC_{pav}}{dt} = \frac{\left[\left(a_1 - a_2 C_f + \frac{a_7 C_f}{a_3 - a_4 C_f} \right) \left(\frac{C_f}{a_3 - a_4 C_f} - C_{pav} \right) \right]}{\frac{a_5 (C_f - a_6)}{(C_f - C_{pav})}} \quad (\text{Eq. 2-38})$$

La résolution simultanée du système d'équations différentielles ordinaires obtenus permet de trouver les différents débits ainsi que les différentes concentrations recherchées.

**CHAPITRE 3 : RAPPEL THÉORIQUE SUR LA
RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES
ORDINAIRES**

CHAPITRE 3 : RAPPEL THÉORIQUE SUR LA RÉOLUTION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES

III.1 Introduction :

On regroupe sous le terme générique de « méthodes numériques », toutes les techniques de calcul qui permettent de résoudre de manière exacte ou, le plus souvent, de manière approchée un problème donné.

Bien que la mise en équation d'un problème et sa résolution passent naturellement par les mathématiques, les problématiques sous-jacentes concernent des disciplines aussi variées que la Physique, l'Astrophysique, la Biologie, la Médecine, l'Economie, etc, il existe ainsi une grande variété de problèmes possibles avec pour chacun d'eux, des méthodes très spécifiques, de fait, le nombre total de méthodes numériques dont nous disposons à l'heure actuelle est vraisemblablement gigantesque.

L'ordinateur est aujourd'hui un outil incontournable pour modéliser et simuler les systèmes, mais il faut encore savoir exprimer le problème étudié en un formalisme mathématique pouvant être résolu analytiquement ou numériquement.

III.2 Rappel sur les équations différentielles :

III.2.1 Définition et généralités :

En mathématiques, une équation différentielle ordinaire (parfois simplement appelée équation différentielle et abrégée en EDO) est une équation différentielle dont la ou les fonctions inconnues ne dépendent que d'une seule variable, elle se présente sous la forme d'une relation entre ces fonctions inconnues et leurs dérivées successives.

Le terme ordinaire est utilisé par opposition au terme équation différentielle partielle (plus communément équation aux dérivées partielles, ou EDP) où la ou les fonctions inconnues peuvent dépendre de plusieurs variables.

Le terme équation différentielle est utilisé pour signifier équation différentielle ordinaire, l'ordre d'une équation différentielle correspond au degré maximal de dérivation auquel l'une des fonctions inconnues a été soumise, il existe une forme de référence à laquelle on essaie de ramener les équations différentielles ordinaires par divers procédés mathématiques.

$$X'(t) = F(t, X(t)) \quad (\text{Eq. 3-1})$$

Équation d'ordre 1 où X est la fonction inconnue, et t sa variable.

Les équations différentielles représentent un objet d'étude de toute première importance, aussi bien en mathématiques pures qu'en mathématiques appliquées. Elles sont utilisées pour construire des modèles mathématiques de processus d'évolution physiques et biologiques, par exemple pour l'étude de la radioactivité, la mécanique céleste ou la dynamique des populations... La variable t représente alors souvent le temps, même si d'autres choix de modélisation sont possibles.

III.2.2 Résolution d'une équation différentielle :

Dans la grande majorité des cas, on ne connaît pas de solution exacte à une équation différentielle. Le recours aux méthodes numériques permet de trouver des solutions avec termes d'erreur le plus souvent acceptable.

III.3 Méthode numérique :

Il existe plusieurs méthodes numériques pour résoudre une équation différentielle ordinaire. La méthode de Rung-kutta d'ordre 4 (RK4) représente un bon compromis car elle permet d'obtenir des résultats très satisfaisants.

III.3.1 Méthodes de Runge-Kutta :

Les méthodes de Runge-Kutta sont des méthodes d'analyse numérique d'approximation de solutions d'équations différentielles,. Elles ont été nommées ainsi en l'honneur des mathématiciens Carl Runge et Martin Wilhelm Kutta, lesquels élaborèrent la méthode en 1901.

Ces méthodes reposent sur le principe de l'itération, c'est-à-dire qu'une première estimation de la solution est utilisée pour calculer une seconde estimation, plus précise, et ainsi de suite.

La méthode RK4 est donnée par l'algorithme suivant :

Considérant le problème suivant :

$$y' = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

La méthode RK4 est donnée par l'équation :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (\text{Eq. 3-2})$$

Où

$$k_1 = f(t_n, y_n) \quad (\text{Eq. 3-3})$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right) \quad (\text{Eq. 3-4})$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right) \quad (\text{Eq. 3-5})$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3) \quad (\text{Eq. 3-6})$$

III.3.2 Résolution par les fonctions prédéfinies de MATLAB

Matlab propose ses propres méthodes de résolution des équations différentielles. Il existe deux types de solveur : les solveurs pour problèmes classiques et ceux pour problèmes dits « raides ».

Les solveurs pour problèmes classiques sont les suivants :

Ode45 : Utilise une méthode de Rung-Kutta explicite à un pas. C'est le solveur à utiliser en premier choix pour la plupart des problèmes.

Ode23 : Utilise également une méthode de Rung-Kutta explicite à un pas. Il peut être plus efficace qu'Ode45 dans certains cas.

III.3.3 Résolution par simulink :

Avec Simulink, on peut modéliser le même système graphiquement uniquement à l'aide de blocs de type intégrateur, gain et sommation. Les conditions initiales sont spécifiées soit directement à l'intérieur du bloc intégrateur ou encore, par l'entremise d'une entrée externe au bloc intégrateur.

CHAPITRE4 : RÉSULTATS ET INTERPRÉTATION

CHAPITRE4 : RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS

IV.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'exécution des programmes développés sous MATLAB pour des cas bien précis. Pour les différentes simulations, nous allons utiliser trois outils : scripts sous MATLAB, les fonctions prédé

finies de MATLAB (ODE45) et SIMULINK.

IV.2 Simulation

Les données expérimentales de plusieurs études ont été utilisées pour vérifier le modèle. Le premier cas était une simple solution aqueuse de sel (NaCl), le deuxième cas concerne le traitement des eaux usées industrielles. Le système expérimental [11] se compose de 3 membranes tubulaires en acétate de cellulose d'une surface totale de 0,181 m². La vitesse d'alimentation des modules à membrane est de 0,063 kg / s avec un gradient de pression de service de $4,02 \times 10^{13} \text{ kg/m.h}^2$.

IV.2.1 Premier cas d'études

Le premier essai expérimental sur lequel est testé le modèle mathématique développé précédemment, est une solution aqueuse de 2,00 kg / m³ de NaCl. L'unité d'osmose inverse [11] a fonctionné pendant 30 h pour obtenir des données à comparer au modèle. Les constantes et les conditions initiales de la simulation sont données dans le tableau 4.1.

$$C_{f_0} = 2.00 \text{ kg/m}^3$$

$$\Delta P = 4.02 \times 10^{13} \text{ kg/mh}^2$$

$$V_{f_0} = 1.5 \text{ m}^3$$

$$A_w = 4.20 \times 10^{-13} \text{ h/m}$$

$$C_w = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$B_s = 1.12 \times 10^{-4} \text{ m/h}$$

$$S_a = 0.181 \text{ m}^2$$

$$\varphi = 1.02 \times 10^{12} \text{ m}^2/\text{h}^2$$

Tableau 4.1 : les constantes et les conditions initiales de la simulation de 1^{er} cas.

Le système à résoudre est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dc_f}{dt} = \frac{\left[a_1 C_f - a_2 C_f^2 + \frac{a_2 C_f^2}{a_3 - a_4 C_f} \right] \left(1 - \frac{1}{a_3 - a_4 C_f} \right)}{a_5 - a_1 t + a_2 C_f t - \frac{a_2 C_f t}{a_3 - a_4 C_f}} C_f(0) = C_{f0} \\ \frac{dc_{pav}}{dt} = \frac{\left[\left(a_1 - a_2 C_f + \frac{a_7 C_f}{a_3 - a_4 C_f} \right) \left(\frac{C_f}{a_3 - a_4 C_f} - C_{pav} \right) \right]}{\frac{a_5 (C_f - a_6)}{(C_f - C_{pav})}} C_{pav}(0) = 0 \end{array} \right.$$

Les paramètres à suivre durant la simulation sont :

- L'évolution de la concentration d'alimentation (réservoir d'alimentation).
- L'évolution de la concentration du perméat (à la sortie du module d'osmose inverse).
- L'évolution de la concentration du produit dans le réservoir de stockage (concentration moyenne).
- Évolution du flux massique.
- L'évolution du taux de récupération global.

IV.2.1.1 Simulation avec RK4 et ODE45

La méthode de Rk4 et la fonction ODE45 sont utilisées pour effectuer cette simulation.

Les résultats obtenus par simulation son mentionnés dans les figures ci-dessous.

La figure 4.1 donne l'évolution de la concentration d'alimentation (réservoir d'alimentation) en fonction du temps. Les résultats obtenus par la méthode de RK-4 sont en parfaite concordance avec ceux obtenus avec la fonction ODE45.

Le graphe peut être divisé en trois phases. Durant la première phase, la concentration d'alimentation augmente légèrement (jusqu'à $t = 50$ heures). Ensuite, l'augmentation de la concentration devient de plus en plus importante jusqu'à atteindre la saturation.

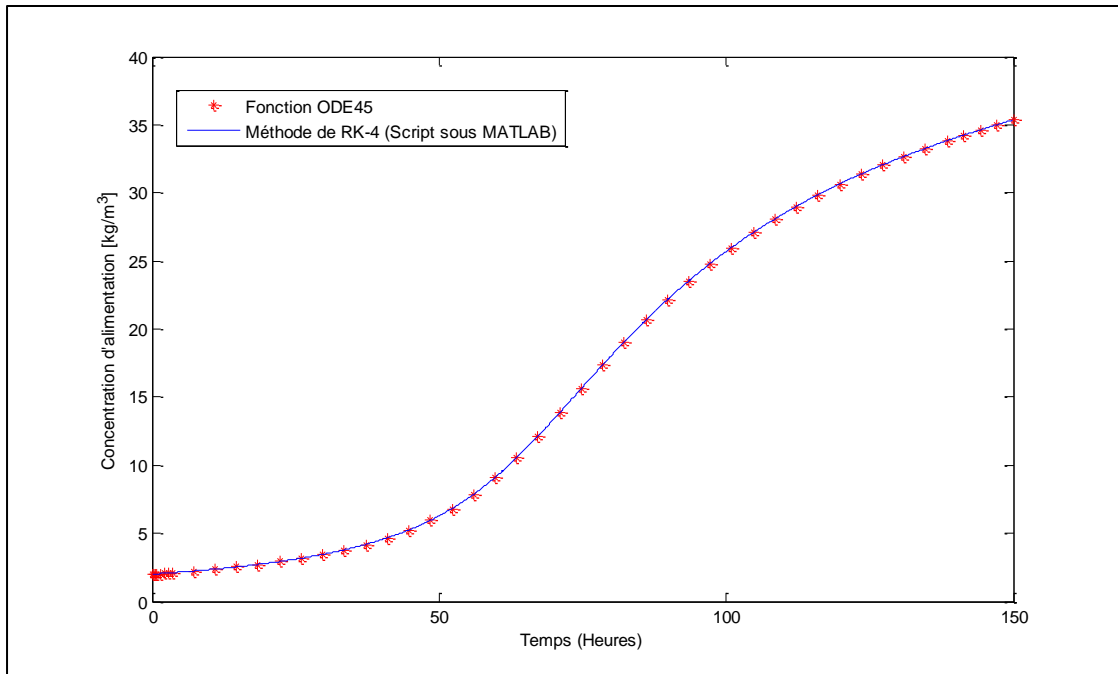


Figure 4.1 : Évolution de la concentration d'alimentation en fonction du temps.

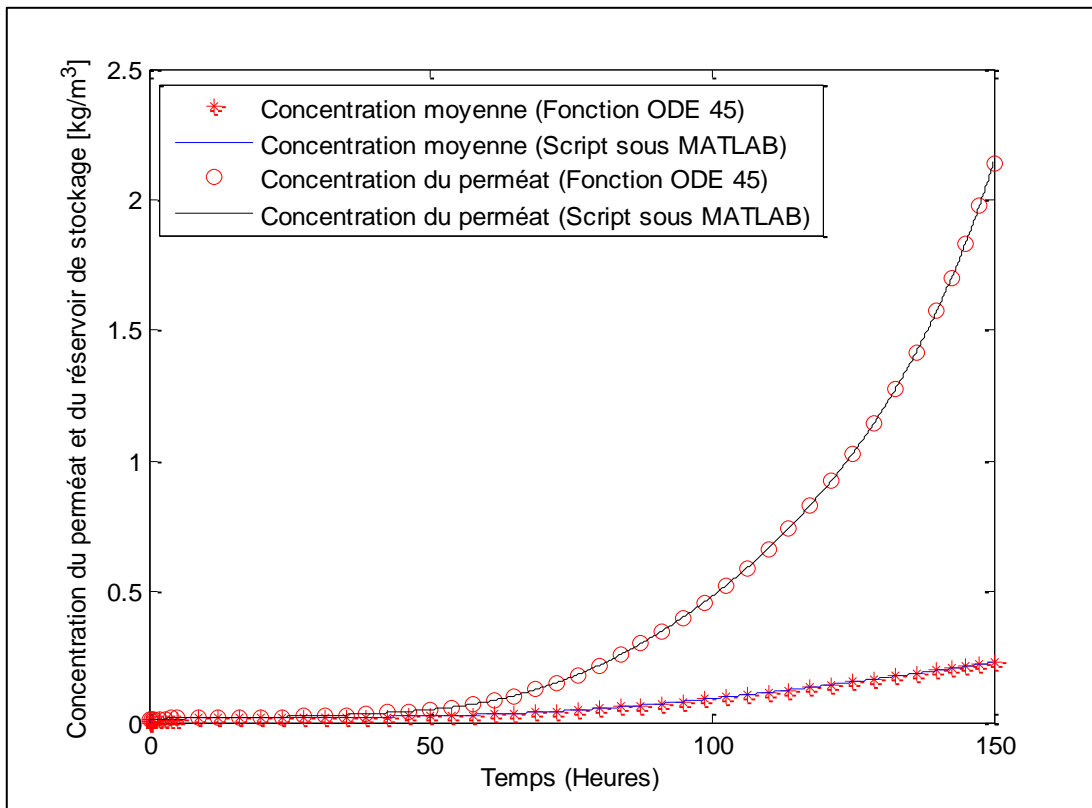


Figure 4.2 : Évolution de la concentration du perméat et de la concentration moyenne du réservoir de stockage en fonction du temps.

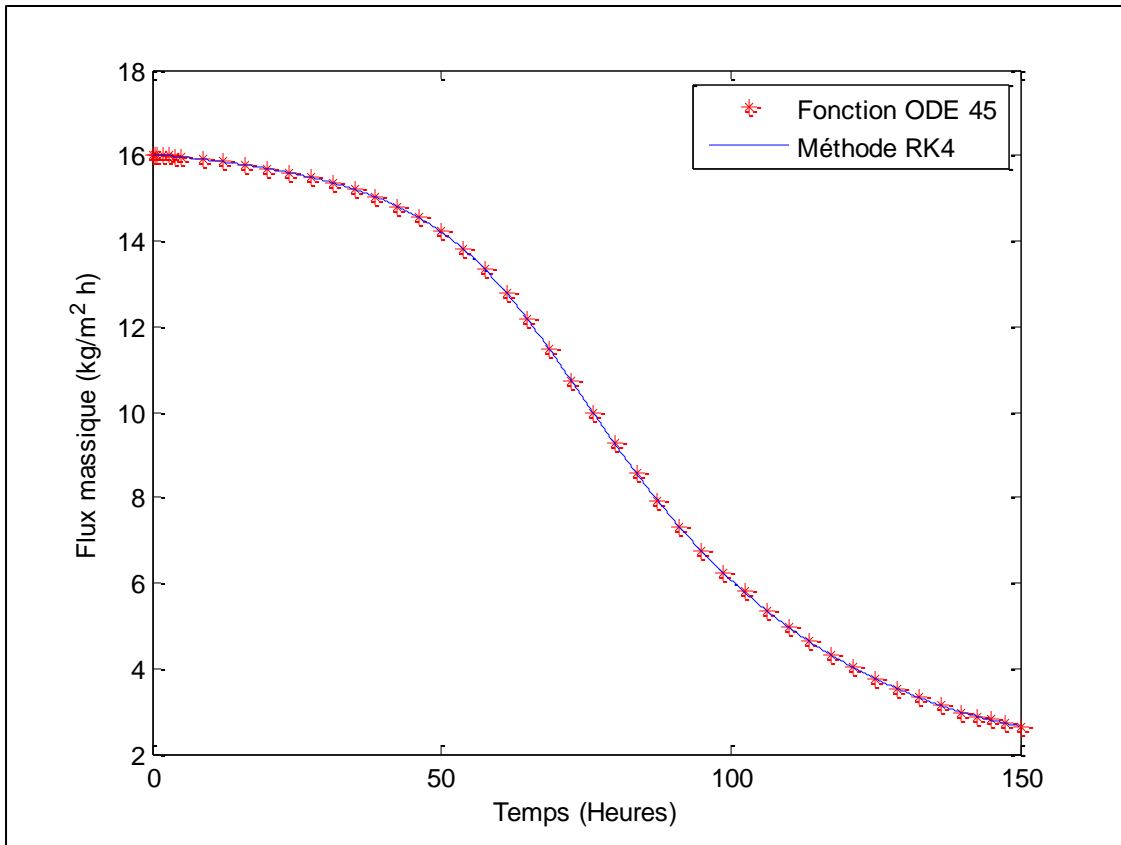


Figure 4.3 : Évolution du flux massique en fonction du temps.

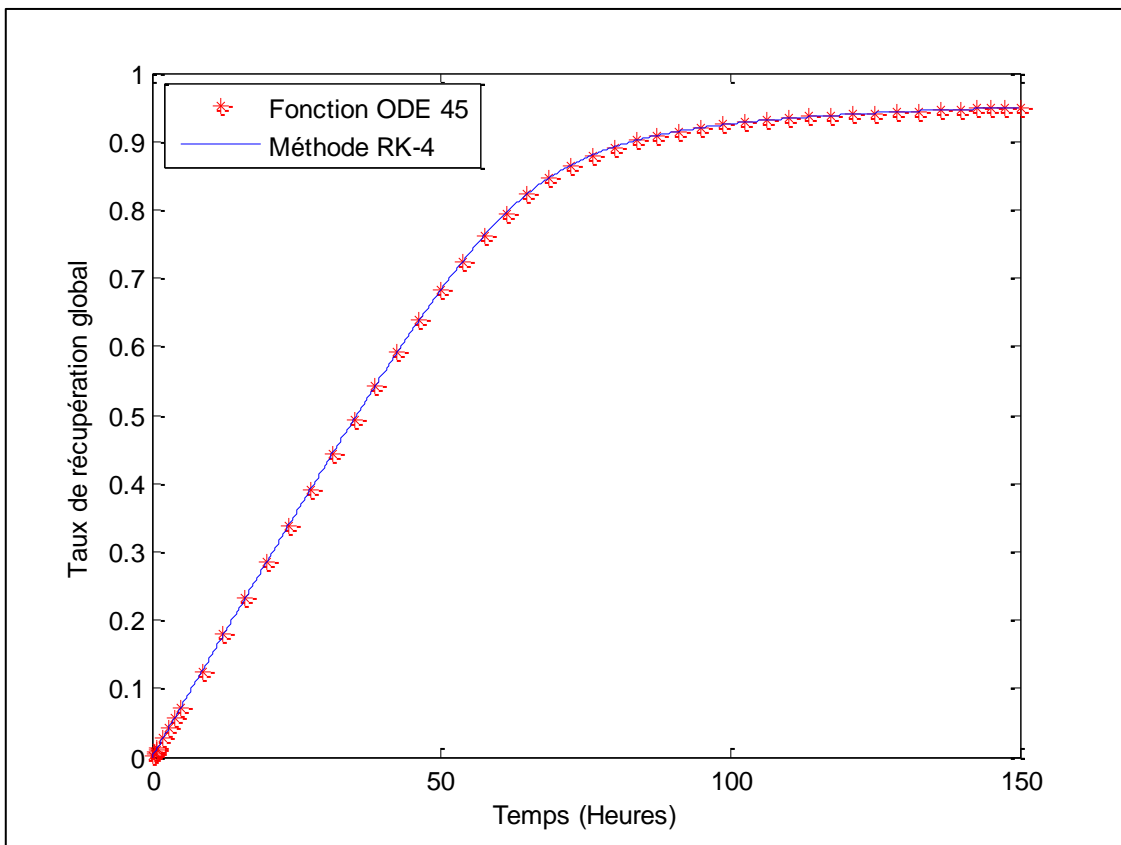


Figure 4.4: Évolution du taux de récupération global en fonction du temps.

La figure 4.2 décrit l'évolution de la concentration du perméat et de la concentration moyenne du réservoir de stockage en fonction du temps. Les résultats obtenus avec les deux méthodes s'accordent parfaitement.

L'évolution de la concentration du perméat passe mêmes phases que celles de la concentration d'alimentation. Il est constaté une légère augmentation jusqu'à $t=50$ heures. Au-delà de ce temps, l'augmentation devient de plus en plus importante.

La concentration moyenne est faible par rapport à la concentration du perméat.

La figure 4.3 donne l'évolution du flux massique en fonction du temps. Ce paramètre passe aussi par trois phases. La diminution du flux en fonction du temps est expliquée par la diminution de la force motrice suite à la saturation progressive de la membrane.

La dernière figure donne l'évolution du taux de récupération global de l'eau (solvant) en fonction du temps. Elle résume parfaitement le fonctionnement de cette unité d'osmose inverse. On constate que 70% de l'eau qui se trouve dans le réservoir de stockage a été récupérée pendant les 50 premières heures. Cela est dû principalement à la saturation qui ralentit la séparation (diminution de la force motrice).

IV.2.1.2 Simulation avec Simulink

Le schéma de simulation avec Simulink est décrit dans la figure 4.5 (a et b).

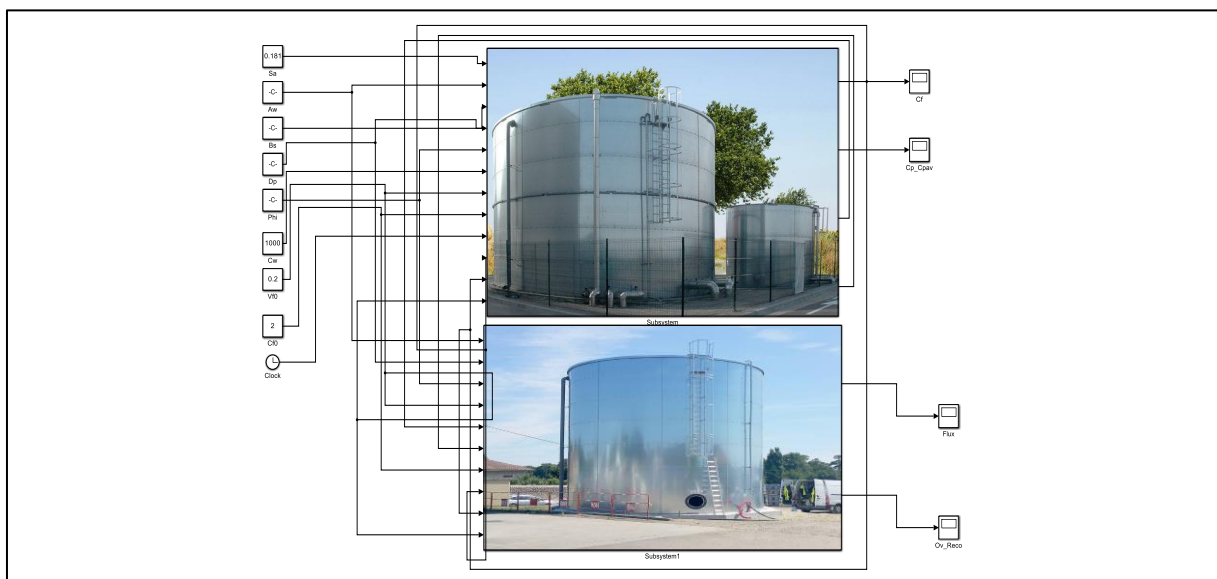


Figure 4.5 (a) : Schéma de simulation avec Simulink (schéma réduit).

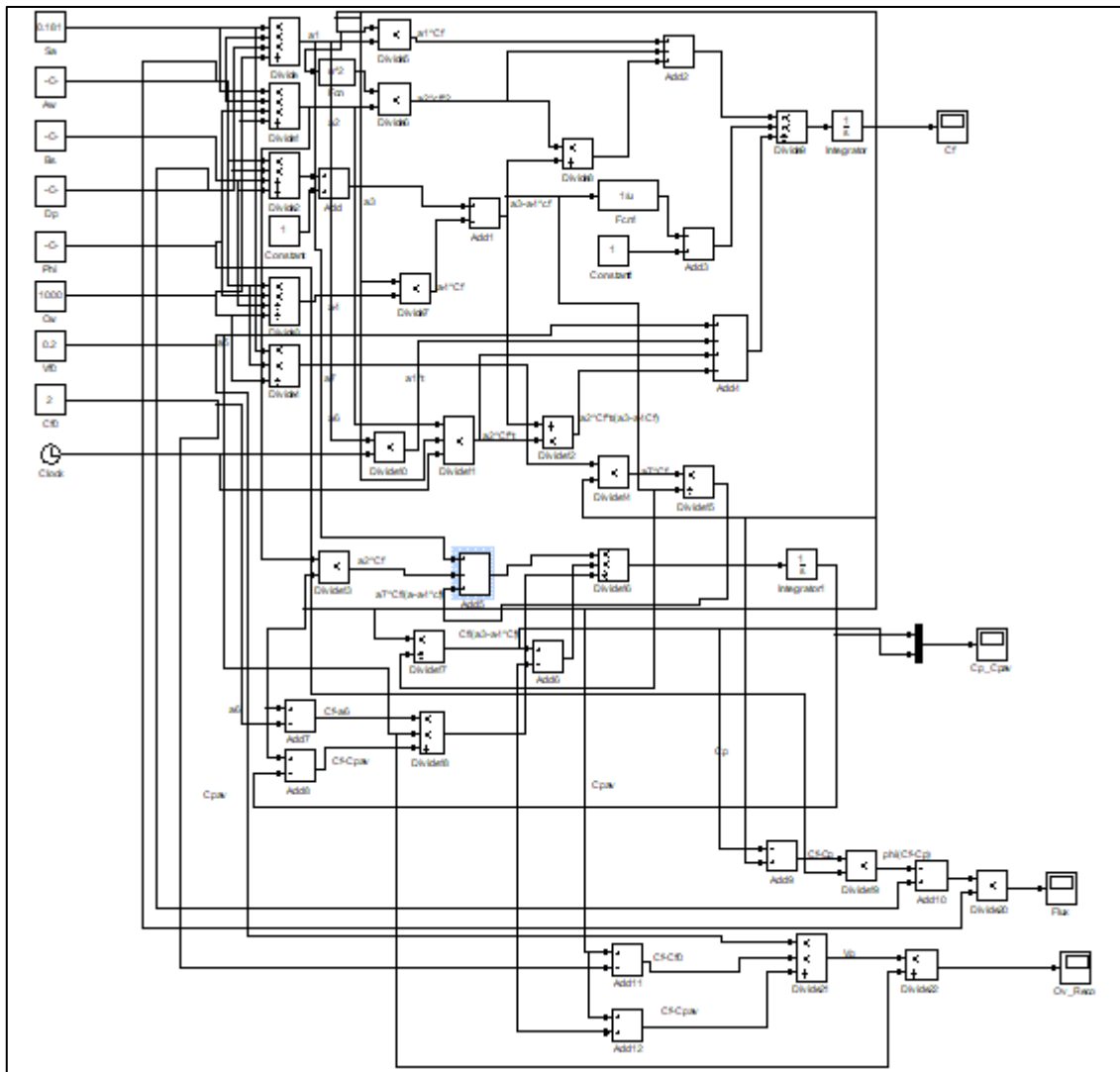


Figure 4.5 (b) : Schéma de simulation avec Simulink (schéma éclaté).

Les résultats de simulation après un temps $t = 150$ heures sont représentés dans les figures suivantes :

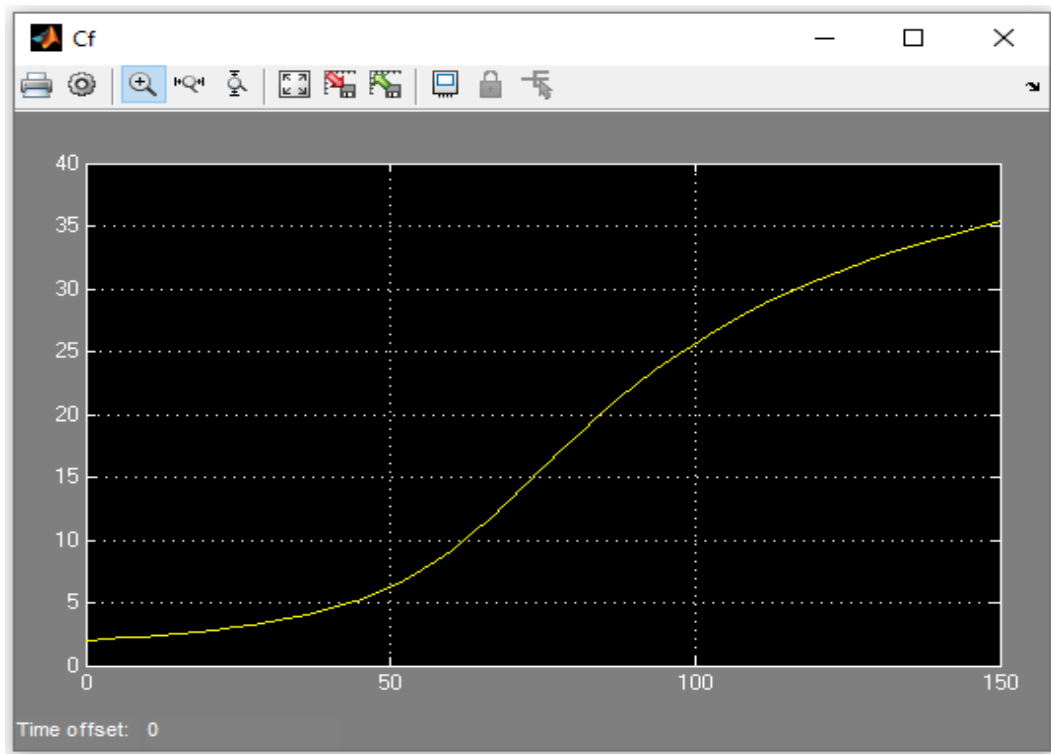


Figure 4.6 : Évolution de la concentration d'alimentation (avec Simulink).

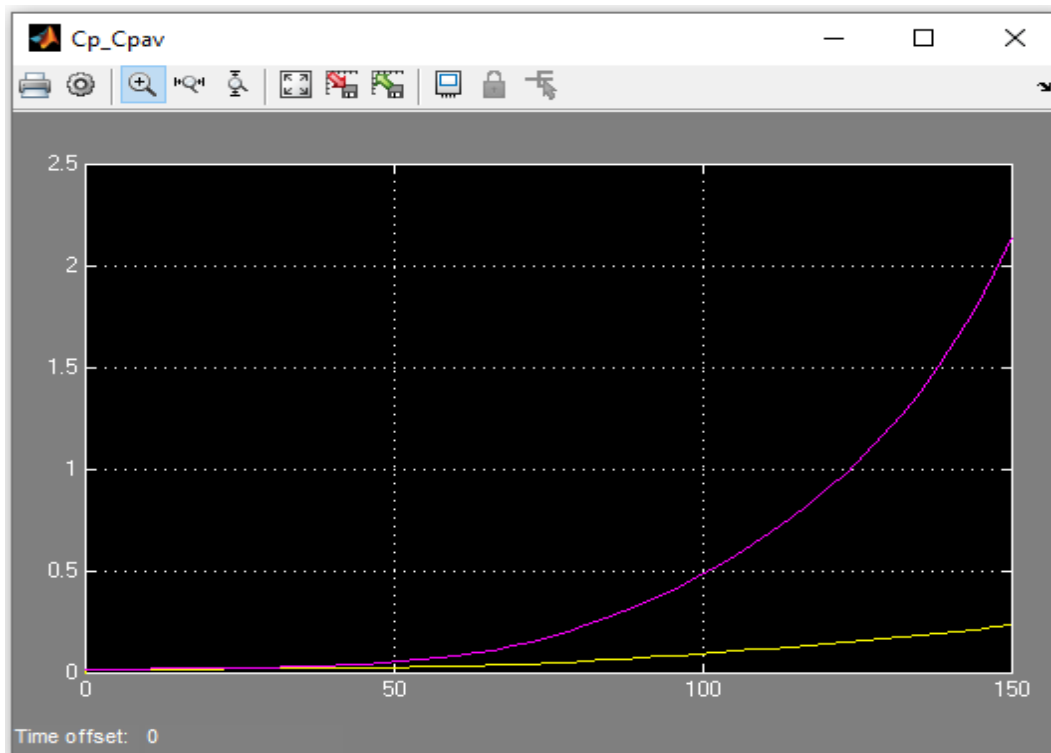


Figure 4.7 : Évolution de la concentration du perméat et de la concentration moyenne du réservoir de stockage (avec Simulink).

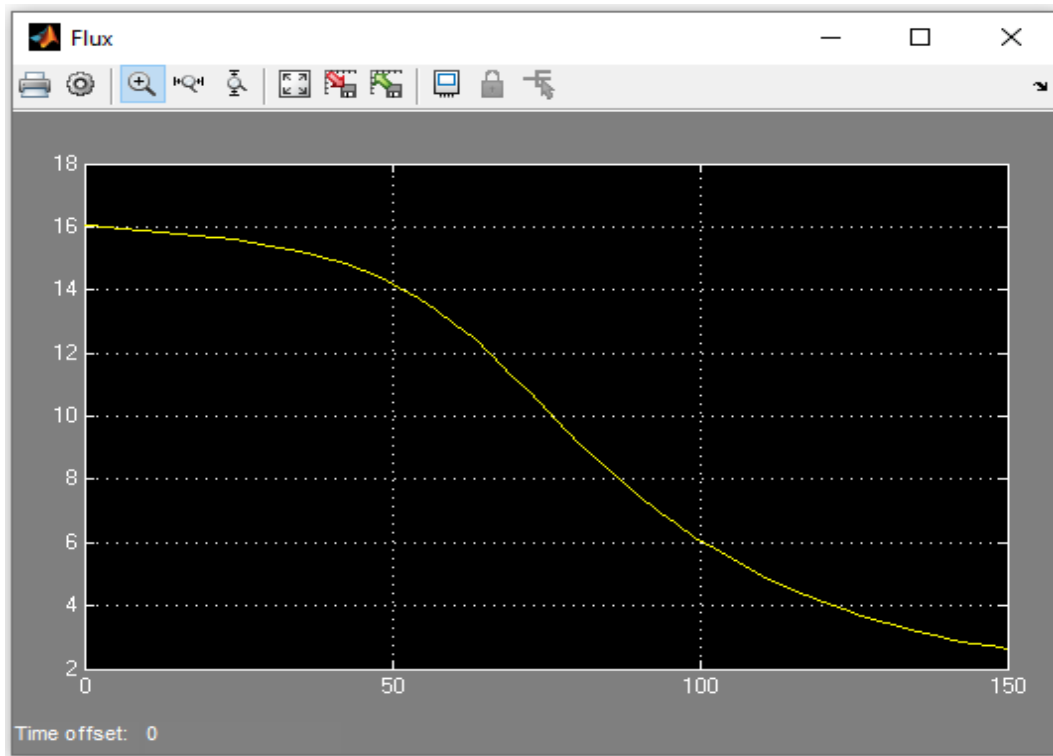


Figure 4.8 : Évolution du flux massique (avec Simulink).

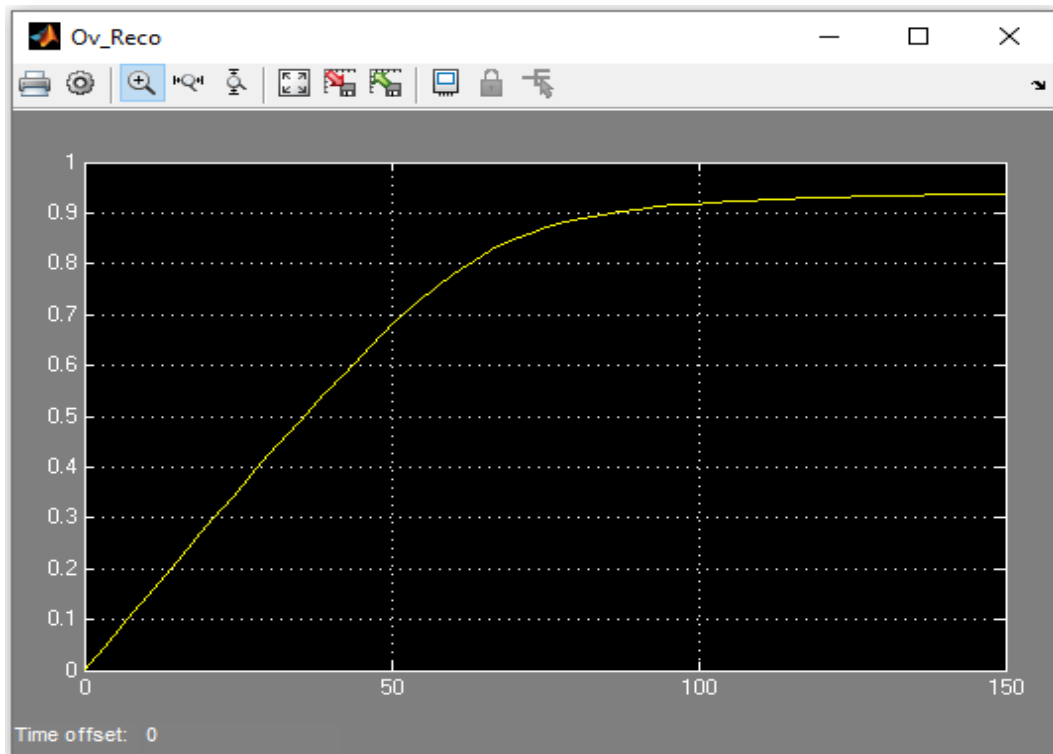


Figure 4.9 : Évolution du taux de récupération (avec Simulink).

Les résultats obtenus avec Simulink montrent une concordance avec ceux obtenus avec la méthode de Rung-Kutta d'ordre 4 et la fonction prédéfinie ODE45. Par conséquent, dans la suite de ce travail nous allons nous contenter d'une seule méthode de résolution. Ainsi pour la suite, nous allons présenter seulement les résultats obtenus avec la méthode de RK-4.

IV.2.2 Deuxième cas d'études:

Le modèle mathématique développé précédemment a également été vérifié avec un système plus complexe : une eau usée industrielle. Il s'agit d'un effluent provenant d'une industrie chimique qui a subi auparavant un prétraitement important.

Les constantes et les conditions initiales de la simulation sont indiquées dans le tableau ci-dessous.

$C_{f_0} = 3.47 \text{ kg/m}^3$	$\Delta P = 4.02 \times 10^{13} \text{ kg/m h}^2$
$V_{f_0} = 0.15 \text{ m}^3$	$A_w = 4.20 \times 10^{-13} \text{ h/m}$
$C_w = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	$B_s = 2.57 \times 10^{-4} \text{ m/h}$
$S_a = 0.181 \text{ m}^2$	$\varphi = 5.63 \times 10^{11} \text{ m}^2/\text{h}^2$

Tableau 4.2 : les constantes et les conditions initiales de la simulation de 2^{ème} cas.

L'expérience menée par [11] a duré 40 heures, tandis que la simulation a été faite sur une période de $t = 100$ heures.

Les résultats de la simulation sont présentés dans les figures suivantes (seulement les résultats obtenus avec RK-4).

Les résultats obtenus montrent un comportement similaire à celui du premier cas d'études, et ce, pour tous les paramètres étudiés :

- La concentration instantanée du débit d'alimentation.
- Le flux massique instantané.
- La concentration instantanée du perméat.
- La concentration moyenne du réservoir de stockage.
- Le taux de récupération global.

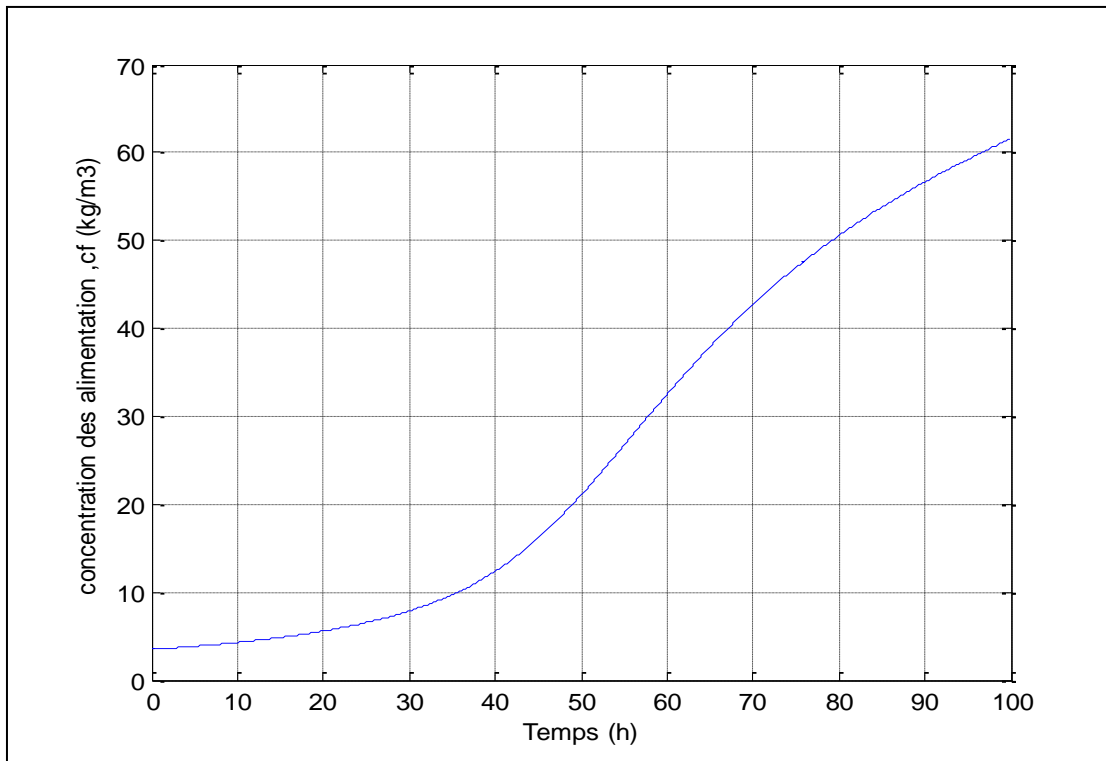


Figure 4.10 :Évolution de la concentration d'alimentation en fonction du temps (Cas N°2).

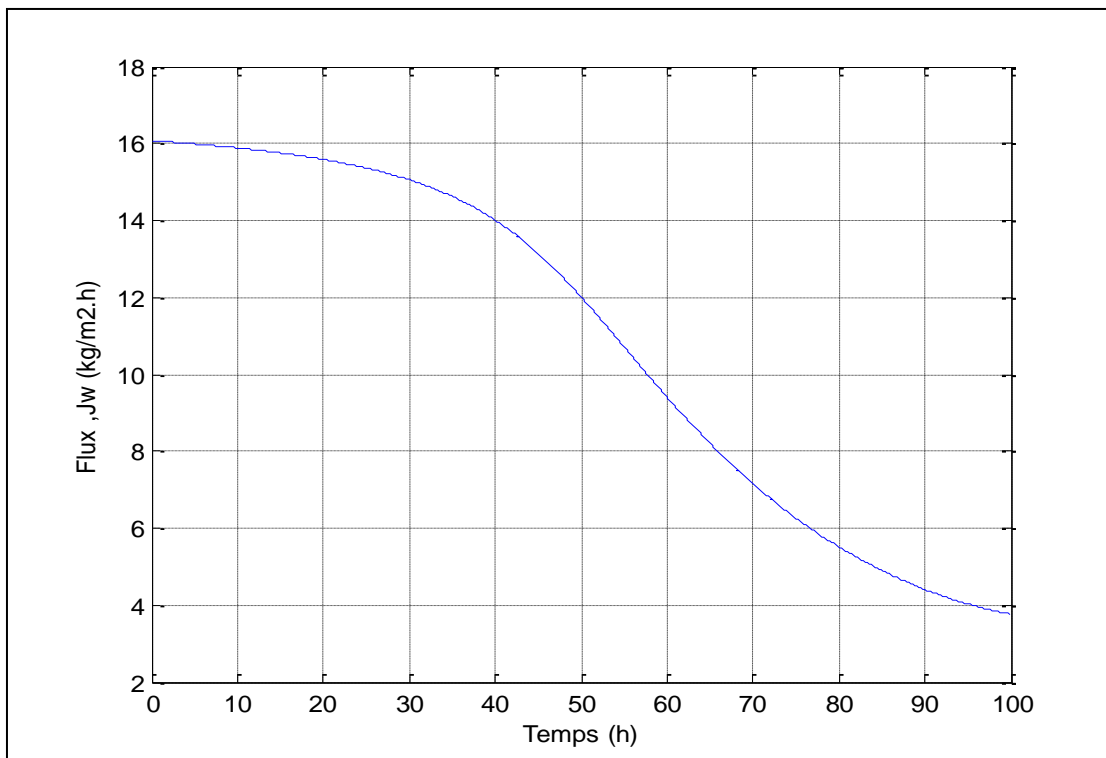


Figure 4.11:Évolution du flux massique en fonction du temps (cas N°2).

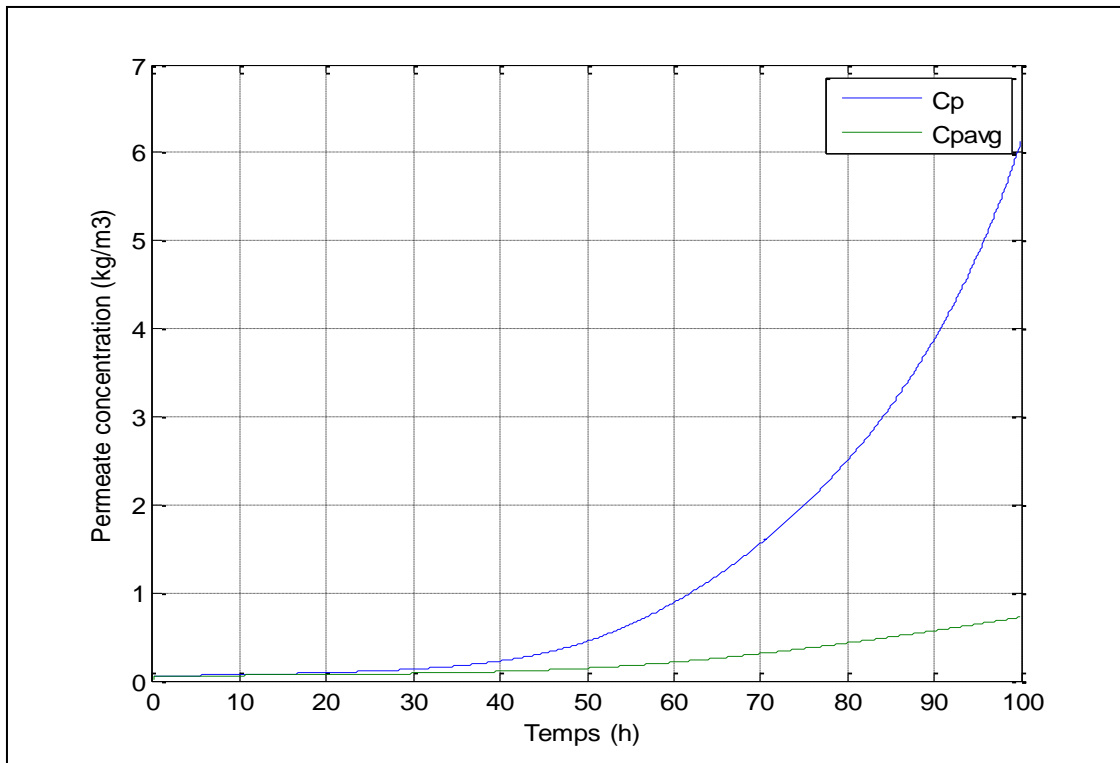


Figure 4.12: Évolution de la concentration du perméat et de la concentration moyenne du réservoir de stockage en fonction du temps (Cas N°2).

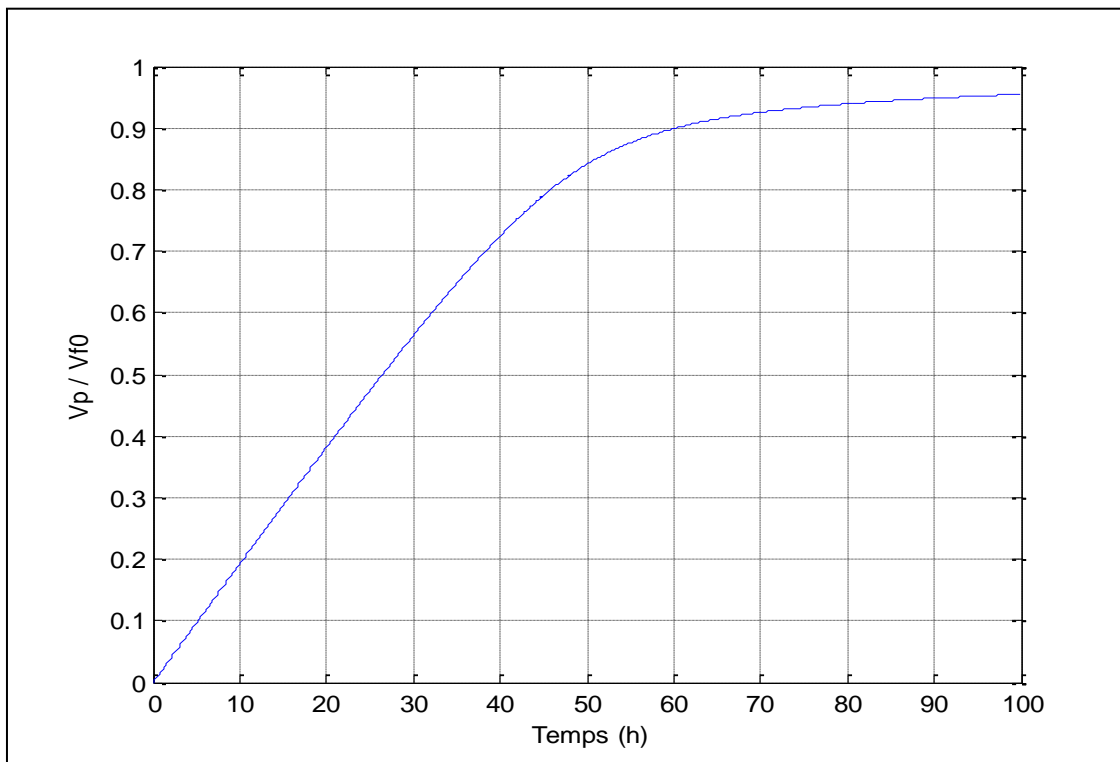


Figure 4.13 : Évolution du taux de récupération global en fonction du temps (Cas N°2).

La concentration du débit d'alimentation passe par trois phases. Durant la première phase ($t = 40$ heures), la concentration augmente d'une manière linéaire. Ensuite, cette augmentation devient de plus en plus importante et se caractérise par une augmentation de la pente. La troisième phase indique une zone de saturation.

Le comportement de la concentration du débit d'alimentation explique bien le comportement du flux massique à travers la membrane. Ceci est dû au fait que le flux massique est directement lié à la force motrice qui est inversement liée à la concentration du débit d'alimentation.

La concentration du perméat augmente légèrement avec le temps jusqu'à $t=40$ heures. Au-delà de ce temps, l'augmentation devient très importante à cause de l'augmentation continue de la concentration dans le réservoir d'alimentation.

La concentration moyenne dans le réservoir de stockage ne change pas d'une manière considérable. En effet, au début de l'opération de grandes quantités d'eau avec de faibles concentrations sont produites. L'augmentation de la concentration du perméat n'influe pas considérablement sur la concentration du produit car les quantités à forte concentration sont très faibles. Ceci est confirmé par la courbe du taux de récupération global qui indique que pratiquement plus de 80% de l'eau qui se trouve dans le réservoir de stockage a été produite durant les 50 premières heures.

Conclusion

Le travail présenté dans ce mémoire traite de la modélisation et de la simulation du procédé d'une unité d'osmose inverse fonctionnant en boucle fermée. La première partie de ce travail vise à développer un modèle mathématique pouvant décrire avec une grande précision le fonctionnement de ce modèle, qui est basé sur un ensemble d'équations différentielles non-linéaires.

Dans le but de résoudre des équations différentielles, on a utilisé trois méthodes numériques sont:

- L'écriture d'un programme Matlab en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.
- Utiliser la fonction prédéfinie de Matlab c'est ode45.
- Utiliser Simulink qui est un environnement de diagramme fonctionnel destiné à la simulation multi domaine des systèmes dynamiques.

La vérification des résultats obtenus à partir de premier cas, on a remarqué que la fonction prédéfinie ode45 à donner des résultats plus proches au celle donnée par le programme Matlab donc ont conclu qu'ode45 a été précis dans ce cas.

Les résultats obtenus par la deuxième méthode (Simulink) donne une concordance avec ceux obtenus avec la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 et la fonction prédéfinie ODE45.

Dans le deuxième cas (des eau usée) on a résolu seulement avec la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, les résultats obtenue est similaire par rapport aux résultats de premier cas (du sel) qui a été donné par la même méthode (RK4).

Bibliographie

[1] Projet d'évolution de la station de dessalement d'eau de mer par osmose inverse de l'île de sein, société Lorientaise de construction électromécanique, 2006.

[2] A. MAUREL, Dessalement de l'eau de mer et des eaux saumâtres, 2ème éditions, Septembre 2006.

[3] J. P.BRUN, Procédés de séparations par membrane : transport, techniques membranaires, application, édition Masson, 1988.

[4] A.BENAIRIA, N.ELKHARMECHEN, Impact de la turbidité de l'eau de mer sur la station de dessalement de Mainis à Ténès (W.Chlef), mémoire de Master en Génies chimique, Université de Bejaia.

- [5] N. NOUREDDINE, Etude d'impact des rejets des eaux de la station de déminéralisation de Brédéah sur l'environnement, Mémoire de Magister en Sciences et Techniques, Université d'Oran (2008).
- [6] Blanpain-Avet P., Rabiller-Baudry M., Chaufer B., Bénézech T., Faille C., anré T., Jégou A., Le Maux M., Méthodes et caractérisation microbiologique et physico-chimique des membranes. Application au nettoyage des membranes, Actes dans 6ème Colloque Prosetia, (Versaille, 19-21 Mars 2001) 6 pages.
- [7] S. Sourirajan, Reverse Osmosis, Academic Press, New York, N. Y., 1970.
- [8] G.Jonsson, Desalination, 35 (1980) 21.
- [9] Weber, Jr., Physicochemical Processes for Water Quality Control, Wiley.
- [10] C.S. Slater, Process Feasibility, Operational Parameters and Modeling of Reverse Osmosis Membrane Systems for Reverse Osmosis Membrane Systems for the Separation and Concentration of Hazardous, Complex Industrial Wastes, Ph.D. Dissertation, Rutgers University, New Brunswick, N.J., 1983.
- [11] Chemica Engineering Department, Manhattan Collee, Riverdale NY 10471 (U.S.A).

ANNEXE

Programme MATLAB – cas d'études N°1

```
clear all
clear all
global a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7

%PARAMETRES DE FONCTIONNEMENT
cf0=2.00;           %kg/m^3
vf0=0.20;          %m^3
Cw=1.0e3;          %kg/m^3
Sa=0.181;          %m^2
deltaP=4.02e+13;   %kg/m*h^2
Aw=4.20e-13;       %h/m
Bs=1.12e-4;        %m/h
v=1.02e+12;        %m^2/h^2
```

```

a1=Sa*Aw*deltaP/Cw;
a2=Sa*Aw*v/Cw;
a3=1+(Aw*deltaP/(Bs*Cw));
a4=Aw*v/(Bs*Cw);
a5=vf0;
a6=cf0;
a7 = Sa*Aw/Cw;

%parametre
h=0.1;
tfinal=150.00;
%condition initial
t0 = 0.0;
y1 = cf0;
y2 = 0.0;

%Initialisation Vecteur
Tmps(1) = t0;
Y1vect(1) = y1;
Y2vect(1) = y2;
n= (tfinal-t0)/h;

cf_vect(1)=cf0;
cp_vect(1)=cf_vect(1)/(a3-a4*cf_vect(1));
flux(1)=Aw*(deltaP-v*(cf_vect(1)-cp_vect(1)));
cpavg(1) = y2;
ov_rec(1)= 0.0 ;

fori=1:n

k1y1 = h*f3(t0,y1,y2);
if(i==1)
k1y2 = 0;
else
k1y2 = h*f4(t0,y1,y2);
end

k2y1 = h*f3(t0+h/2.0 , y1 + k1y1/2, y2 + k1y2/2);
k2y2 = h*f4(t0+h/2.0 , y1 + k1y1/2, y2 + k1y2/2);

k3y1 = h*f3(t0+h/2.0 , y1 + k2y1/2, y2 + k2y2/2);
k3y2 = h*f4(t0+h/2.0 , y1 + k2y1/2, y2 + k2y2/2);

k4y1 = h*f3(t0+h , y1 + k3y1, y2 + k3y2);
k4y2 = h*f4(t0+h , y1 + k3y1, y2 + k3y2);

y1 = y1 + (k1y1+2*k2y1+2*k3y1+k4y1)/6;
y2 = y2 + (k1y2+2*k2y2+2*k3y2+k4y2)/6;
t0 = t0 + h;

Tmps(i+1) = t0;
cf_vect(i+1)=y1;
cp_vect(i+1)=cf_vect(i+1)/(a3-a4*cf_vect(i+1));
flux(i+1)=Aw*(deltaP-v*(cf_vect(i+1)-cp_vect(i+1)));
cpavg(i+1) = y2;
vp=vf0*(y1-cf0)/(y1-y2);
ov_rec(i+1)=vp/vf0;

```

```
end
```

```
figure;plot(Tmps,cf_vect)
xlabel('Temps (h)');
ylabel('Feed concentration ,cf (kg/m3)');
grid on
figure;plot(Tmps,cp_vect,Tmps,cpavg)
xlabel('Temps (h) ');
ylabel('Permeate concentration (kg/m3)');
legend('Cp','Cpavg');
grid on
figure;plot(Tmps,ov_rec)
xlabel(' Temps (h)');
ylabel('Vp / Vf0');
gridon
figure;plot(Tmps,flux)
xlabel('Temps (h)');
ylabel('Flux ,Jw (kg/m2.h)');
gridon
```

```
function yf3 = f3(t,y1,y2)
global a1 a2 a3 a4 a5
yf3= ((a1*y1-a2*y1^2)+(a2*y1^2)/(a3-a4*y1))*(1-(1/(a3-a4*y1)))/(a5-
a1*t+a2*y1*t-(a2*y1*t/(a3-a4*y1)));
```

```
end
```

```
function yf4 = f4(t,y1,y2)
global a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7
```

```
yf4 = ((a1-a2*y1+(a7*y1/(a3-a4*y1)))*((y1/(a3-a4*y1))-y2))/(a5*(y1-a6)/(y1-
y2));
```

```
end
```


Programme MATLAB – cas d'études N°2

```
clearall
%fonction
%dcf/dt = (a1*y1-a2*y1^2+(a2*y1^2/a3-a4*y1))*(1-(1/a3-a4*y1)) / (a5-
a1*t+a2*y1*t-(a2*y1*t/a3-a4*y1))
%dcpav/dt = ((a1-a2*y1)+(a2*y1/a3-a4*y1))*((1/a3-a4*y1)*(y1-y2)^2) /
(a5*y1-a5*a6)
clear all
global a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7
%les valeurs des constants
%PARAMETRES DE FONCTIONNEMENT (1)
cf0=3.47; %kg/m^3
vf0=0.15; %m^3
Cw=1.0e+3; %kg/m^3
Sa=0.181; %m^2
deltaP=4.02e+13;%kg/m*h^2
Aw=4.20e-13; %h/m
Bs=2.57e-4; %m/h
v=5.63e+11; %m^2/h^2

a1=Sa*Aw*deltaP/Cw;
a2=Sa*Aw*v/Cw;
a3=1+(Aw*deltaP/(Bs*Cw));
a4=Aw*v/(Bs*Cw);
a5=vf0;
a6=cf0;
a7 = Sa*Aw/Cw;

%parametre
h=0.1;
tfinal=100.00;
%condition initial
t0 = 0.0;
y1 = cf0;
y2 = 0.0;

%Initialisation Vecteur
Tmps(1) = t0;
% Y1vect(1) = y1;
% Y2vect(1) = y2;
n= (tfinal-t0)/h;

cf_vect(1)=cf0;
cp_vect(1)=cf_vect(1)/(a3-a4*cf_vect(1));
flux(1)=Aw*(deltaP-v*(cf_vect(1)-cp_vect(1)));
cpavg(1) = y2;
ov_rec(1)= 0.0 ;

%t(0)=0;
%y1(0)=1;
%y2(0)=0;

for i=1:n

kly1 = h*f3(t0,y1,y2);
if(i==1)
    kly2 = 0;
```

```

else
    k1y2 = h*f4(t0,y1,y2);
end

k2y1 = h*f3(t0+h/2.0 , y1 + k1y1/2, y2 + k1y2/2);
k2y2 = h*f4(t0+h/2.0 , y1 + k1y1/2, y2 + k1y2/2);

k3y1 = h*f3(t0+h/2.0 , y1 + k2y1/2, y2 + k2y2/2);
k3y2 = h*f4(t0+h/2.0 , y1 + k2y1/2, y2 + k2y2/2);

k4y1 = h*f3(t0+h , y1 + k3y1, y2 + k3y2);
k4y2 = h*f4(t0+h , y1 + k3y1, y2 + k3y2);

y1 = y1 + (k1y1+2*k2y1+2*k3y1+k4y1)/6;
y2 = y2 + (k1y2+2*k2y2+2*k3y2+k4y2)/6;
t0 = t0 + h;

Tmps(i+1) = t0;
%     Y1vect(i+1) = y1;
%     Y2vect(i+1) = y2;
cf_vect(i+1)=y1;
cp_vect(i+1)=cf_vect(i+1)/(a3-a4*cf_vect(i+1));
    flux(i+1)=Aw*(deltaP-v*(cf_vect(i+1)-cp_vect(i+1)));
cpavg(i+1) = y2;
vp=vf0*(y1-cf0)/(y1-y2);
ov_rec(i+1)=vp/vf0;

end

figure;plot(Tmps,cf_vect)
xlabel('Temps (h)');
ylabel('Feed concentration ,cf (kg/m3)');
grid on
figure;plot(Tmps,cp_vect,Tmps,cpavg)
xlabel('Temps (h) ');
ylabel('Permeate concentration (kg/m3)');
legend('Cp','Cpavg');
grid on
figure;plot(Tmps,ov_rec)
xlabel(' Temps (h)');
ylabel('Vp / Vf0');
gridon
figure;plot(Tmps,flux)
xlabel('Temps (h)');
ylabel('Flux ,Jw (kg/m2.h)');
grid on

```