



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
People's Democratic republic of Algeria  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministry of Higher Education and Scientific Research  
جامعة عبد الحميد بن باديس - مستغانم  
Abdel Hamid Ibn Badis University - Mostaganem  
كلية العلوم والتكنولوجيا  
Faculty of Sciences and Technology  
قسم هندسة الطرائق  
Department of Process Engineering



N° d'ordre : M2 /GC/2021

## MEMOIRE DE FIN D'ETUDES DE MASTER ACADEMIQUE

**Filière : Génie des procédés**

**Option: Génie Chimique**

### Thème

**Modélisation et optimisation de la réaction de synthèse d'un produit cosmétique**

Présenté par

1- Oumelkheir BENKADDOUR

2- Lina CHALABI

Soutenu le 27 / 06 / 2021 devant le jury composé de :

Président :	A. DJELLOUL	Professeur	Université de Mostaganem
Examineur :	B. ABSAR	MCA	Université de Mostaganem
Examineur :	F. BENMEKKI	MAA	Université de Mostaganem
Examineur :	K. BENDAHEMA	MCA	Université de Mostaganem
Encadrant :	M. R. GHEZZAR	Professeur	Université de Mostaganem

Année universitaire 2020 – 2021



## Table des matières

Remerciements .....	4
Introduction .....	5
Partie I. Partie théorique .....	7
ChapitreI. Familiarisation avec MATLAB .....	8
I .1. Définition .....	9
I .2. La méthode d'Euler .....	11
I .3. La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4) .....	12
I .4. La méthode de EDO045.....	14
ChapitreII. Généralités sur la cosmétologie .....	16
II.1. Introduction .....	17
II.2. Le rouge à lèvres.....	19
II.3. L'industrie cosmétologique et les pigments .....	21
II.4. Le procédé de fabrication du rouge à lèvres .....	24
ChapitreIII. La cuve de fabrication d'un Rouge à lèvres .....	26
III.1. Introduction.....	27
III.2. Les opérations de mélange dans le réacteur.....	28
III.2.1 L'opération de mélange.....	28
III.2.2 La cristallisation .....	28
Partie II. Partie calcul.....	30
ChapitreIV. Modélisation - Simulation pour l'optimisation de la cuve agitée : hydrodynamique et génie de la réaction .....	31
IV.1. Modélisation d'un réacteur agité continu fermé .....	32
IV.2. Modélisation - Simulation pour l'optimisation de la cuve agitée .....	33
IV.2.1 Bilan de matière.....	33
IV.2.2 Modèle hydrodynamique .....	34
IV.2.3 Taux de conversion.....	39
IV.3. Calcul de la défaillance .....	44
Conclusion générale .....	48
Bibliographie.....	50
Résumé.....	52
Abstract .....	52
ملخص.....	53

## Liste des figures

<b>Figure 1.</b> Environnement du MATLAB .....	10
<b>Figure 2.</b> L'icône SIMULINK sur MATLAB.....	10
<b>Figure 3.</b> Les divers produits cosmétiques .....	17
<b>Figure 4.</b> Les compositions d'un produit cosmétique .....	17
<b>Figure 5.</b> L'industrie cosmétique du L'Oréal.....	18
<b>Figure 6.</b> L'industrie cosmétique de Guerlain.....	19
<b>Figure 7.</b> Le développement du rouge à lèvres Guerlain .....	19
<b>Figure 8.</b> Les principaux composants du rouge à lèvres .....	20
<b>Figure 9.</b> L'usine de fabrication des cosmétiques de l'Oréal à Compiègne.....	21
<b>Figure 10.</b> Le pigment du rouge à lèvres.....	21
<b>Figure 11.</b> La cuve de fabrication.....	22
<b>Figure 12.</b> Le contrôle de la teinte du rouge à lèvres .....	22
<b>Figure 13.</b> Les Bacs du rouge à lèvres.....	23
<b>Figure 14.</b> Les mécanismes du rouge à lèvres.....	23
<b>Figure 15.</b> Le chauffage de l'huile dans la cuve de fabrication.....	24
<b>Figure 16.</b> Le mélange cire et l'huile .....	24
<b>Figure 17.</b> L'ajout du pigment dans le mélange.....	25
<b>Figure 18.</b> Le moulage et le refroidissement des bâtons de rouge à lèvres.....	25
<b>Figure 19.</b> Procédé de fabrication classique d'un rouge à lèvres .....	25
<b>Figure 20.</b> Le réacteur fermé de la fabrication du rouge à lèvres.....	27
<b>Figure 21.</b> Diagramme Concentration-Température .....	29
<b>Figure 22.</b> L'agitation de fluide miscible dans le réacteur .....	32
<b>Figure 23.</b> La suspension de pigment dans la matière grasse.....	32
<b>Figure 24.</b> Schéma de la cuve de fabrication.....	33
<b>Figure 25.</b> Le premier modèle hydrodynamique .....	34
<b>Figure 26.</b> Le deuxième modèle hydrodynamique .....	36
<b>Figure 27.</b> Le programme MATLAB de taux de conversion de cas 1 .....	40
<b>Figure 28.</b> Le programme Simulink de taux de conversion de cas 1 .....	41
<b>Figure 29.</b> Le programme MATLAB de taux de conversion de cas 2 .....	42
<b>Figure 30.</b> Le programme Simulink de taux de conversion de cas 2 .....	43
<b>Figure 31.</b> Le programme Simulink de la défaillance de cas 1 .....	46

<b>Figure 32.</b> Le programme Simulink de la défaillance de cas 2 .....	47
--	----

### **Listes des tableaux**

Tableau 1 : récapitulatif des deux cas de l'hydrodynamique de la cuve agitée .....	38
Tableau 2 : Résultats des simulations : correspondance des deux modèles avec l'aspect expérimental .....	44

## **Remerciements**

Avant tout, nous remercions Dieu tout puissant de nous avoir donné le courage, la force et la patience d'achever ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer tous nos reconnaissances à notre directeur de mémoire monsieur M.R Ghezzar, professeur à l'Université de Mostaganem qui a accepté de superviser ce travail. Merci pour votre patience, votre disponibilité et surtout vos conseils judicieux, qui ont contribué à alimenter notre réflexion.

Un grand merci également à B. Belmekki pour avoir eu la patience de répondre à nos innombrables questions, votre disponibilité et votre aide. Nous serons toujours reconnaissantes à ce que vous avez fait pour nous.

Nous tenons aussi à remercier les membres de jury pour leur disponibilité et pour le temps qu'ils ont consacré pour la lecture et l'expertise de notre document.

Nous remercions Dr B. Benkaddour pour ses conseils de rédaction, ses remarques constructives et ses encouragements.

Nous voudrions exprimer nos reconnaissances envers les parents, pour leurs encouragements. Nos sœurs, frères et amis qui nous ont apporté leur soutien moral et intellectuel tout au long de notre démarche.

On remercie tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à l'accomplissement de ce travail.

À tous ces intervenants, nous présenterons nos remerciements, nos respects et nos gratitude

## Introduction

Pendant longtemps, les produits cosmétiques ont été mal vus dans l'histoire de l'Occident, et même activement interdits d'utilisation par de nombreuses organisations. Cette période "sombre" de l'usage cosmétique s'est finalement achevée à la fin du XIXe et au début du XXe siècle, lorsque de grands progrès dans la fabrication, de nouvelles industries du divertissement et des changements plus rapides ont permis l'essor de grandes marques cosmétiques et leur utilisation généralisée, les produits cosmétiques font aujourd'hui partie de notre culture et de notre monde moderne [1].

Parmi les produits cosmétiques les plus vendus au monde, on trouve le fameux produit cosmétique qui permet de souligner les lèvres en les colorant « le Rouge à lèvres ». Il en existe beaucoup de variantes, quant à la tenue, la couleur, la texture et le fini [2].

La production de ce produit nécessite une installation de toute une unité de production son cœur est la cuve de fabrication, pour étudier la performance de ce réacteur on a utilisé le logiciel MATLAB car il est le plus accessible et le plus productif conçu pour les ingénieurs et les scientifiques. Pour vos tâches d'analyse de données, de développement d'algorithmes et de création de modèles, MATLAB fournit un environnement qui encourage l'exploration et la découverte [3].

Pour mener à bien ce travail de projet de fin d'études, nous l'avons divisé en deux parties distinctes mais complémentaires. Il s'agit entre autres de :

- La partie I qui est la partie théorique. Elle comprend trois chapitres, à savoir :

Un premier chapitre qui est une introduction sur le programme MATLAB et ses différentes méthodes de résolution des équations différentielles ordinaires par les méthodes d'Euler, Runge-Kutta d'ordre 4 et EDO45 et aussi une initiation sur Simulink. Ce dernier a été utilisé pour résoudre un problème d'optimisation et de défaillance du réacteur objet de notre étude.

Le deuxième chapitre est consacré à la définition de la cosmétologie appartenant à la famille des industries chimiques fine. Le procédé de fabrication des Rouges à lèvres a été largement abordé dans ce chapitre.

Le dernier chapitre de cette partie qui constitue le cœur de ce travail décrit la cuve de fabrication d'un produit cosmétique, en l'occurrence, le Rouge à lèvres.

- La deuxième partie de ce manuscrit relate d'une manière succincte la modélisation et l'optimisation de la cuve agitée qui sert de réacteur pour la fabrication d'un Rouge à lèvres. Dans ce contexte, nous avons modélisé le réacteur avec différentes défaillances hydrodynamiques, ceci dans un premier temps. Une optimisation numérique sous Simulink a été réalisée afin de déterminer les paramètres optimaux du système étudié une fois le modèle général obtenu, nous avons tenté de calculer le temps de conversion réel de la réaction en tenant compte des paramètres hydrodynamiques optimisés.

# **Partie I. Partie théorique**

# **Chapitre I. Familiarisation avec MATLAB**

### I.1. Définition

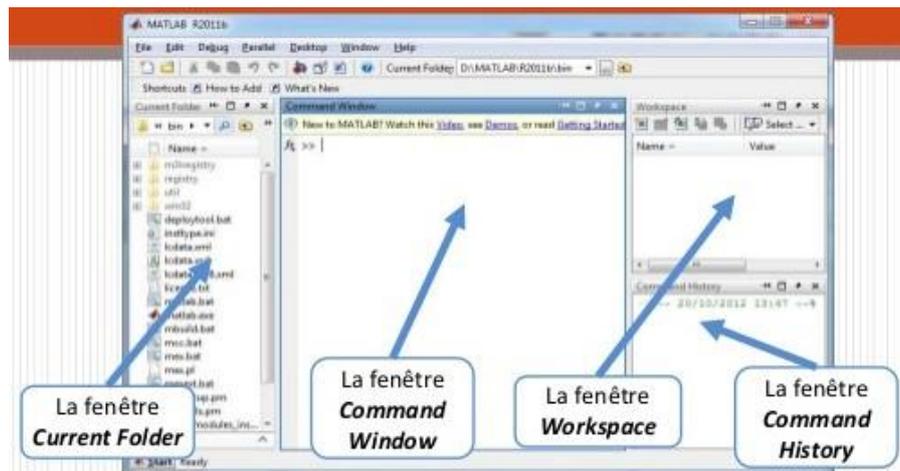
En ingénierie, la simulation est un moyen efficace et économique, couramment utilisé pour faire des études préliminaires et/ou comparatives, tant au stade du développement (conception), qu'au cours du fonctionnement normal des systèmes [4].

Actuellement, plusieurs outils de simulation, parmi lesquels MATLAB/SIMULINK, sont utilisés dans l'industrie et dans les milieux universitaires [4].

D'abord, Matlab est un logiciel de calcul numérique développé et commercialisé par la société américaine The MathWorks. Ses différentes fonctions peuvent être utilisées par l'intermédiaire d'une ligne de commande ou à travers un script écrit dans un langage propre à Matlab, il peut être utilisé pour la résolution approchée d'équations différentielles, d'équations aux dérivées partielles ou de systèmes linéaires, etc [5].

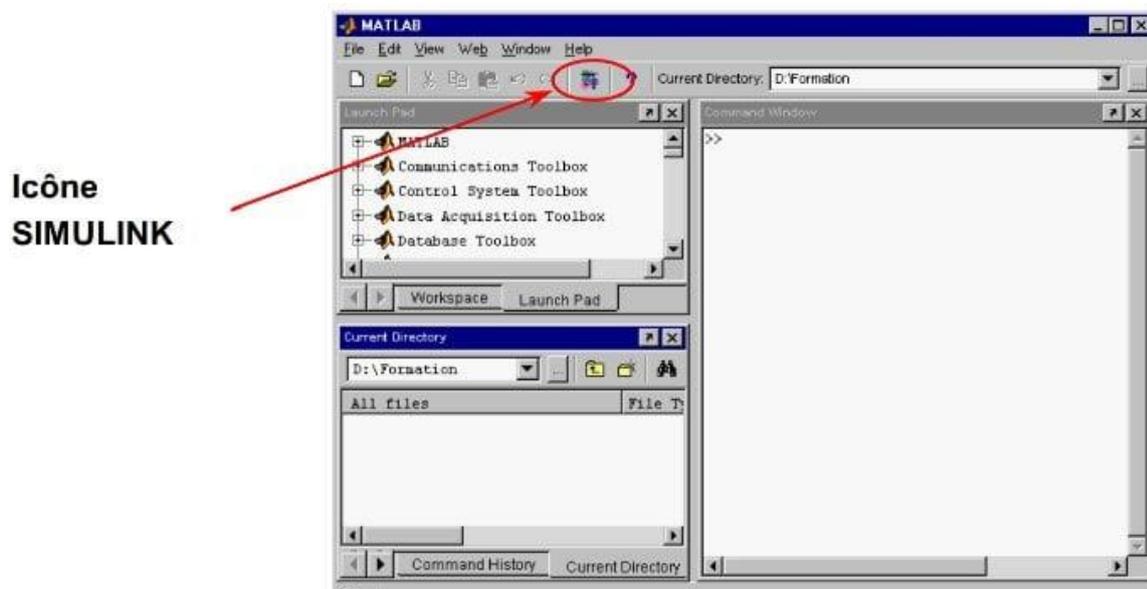
De plus, le Matlab manipule les données principalement sous la forme de vecteurs et de matrices, mais aussi sous des formes plus structurées (enregistrements). Les variables sont stockées dans des espaces mémoires internes dont le principal est le workspace pour les variables globales. Il est complété par de nombreuses boîtes à outils (toolbox) spécialisées dans des domaines très divers. Plusieurs de ces boîtes à outils se rapportent à l'automatique ; on peut notamment citer :

- La boîte à outils Control System pour la simulation, l'analyse et la commande des systèmes linéaires.
- La boîte à outils System Identification pour la détermination de modèles mathématiques de systèmes dynamiques à partir de données d'entrée/sortie mesurées.
- La boîte à outils Robust Control pour la commande robuste.
- La boîte à outils Model Predictive Control pour la commande prédictive [5].



**Figure 1.** Environnement du MATALAB

Ensuite, le SUMILINK est un outil de Simulation intégré à l'environnement de programmation scientifique MATALAB [6].



**Figure 2.** L'icône SIMULINK sur MATALAB

Dans notre travail on va aborder cette ébauche pour résoudre l'équation différentielle ordinaire.

### I .2. La méthode d'Euler

C'est une procédure numérique qui permet de résoudre de façon approximative des équations différentielles ordinaires du premier ordre avec condition initiale. Elle a le mérite d'être simple à comprendre et à programmer. On cherche donc une solution approchée d'une équation ordinaire se mettant sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{y} = f(t, y(t)), & 0 \leq t \leq T \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

Où  $y(t)$  est un scalaire ou un vecteur et  $f(t, y(t))$  une fonction suffisamment régulière pour que l'existence et l'unicité de la solution ne pose pas de problème [7].

Le programme de la méthode d'Euler :

```
% Euler's Method

% Initial conditions and setup

h = input('enter the step size h: '); % step size

x = input('enter the starting value xi: '); h = input('enter the ending value xf: '); % the
range of x

y = zeros(size(x)); % allocate the result y

y(1) = ('enter the starting value y: '); % the initial y value

n = numel(y); % the number of y values

% The loop to solve the DE

for i=1:n-1

f = the expression for y' in DE

y(i+1) = y(i) + h * f;

end
```

### I.3. La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4)

Cette méthode est plus complexe car elle fait intervenir quatre fois plus de calculs que la méthode d'Euler (pour une équation différentielle du premier ordre), mais est beaucoup plus fiable [8].

Elle permet de résoudre les équations différentielles de la forme :

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

La solution de cette équation est de la forme :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Avec  $k_1 = hf(x_n, y_n)$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3)$$

En approximant une fonction par la méthode de Runge Kutta d'ordre 4, on peut voir l'erreur de l'ordre  $h^4$  [9].

Le programme de la méthode de RK4 :

```
function RK4(f,a,x0,y0,h)

% Runge Kutta Method 4th Order

% function @(x,y) e.g. f=@(x,y)(x+y);

% a = the point up to which you obtain the results

% x0 = initial condition of x

% y0 = initial condition of y

% step size

x0 = input (' x0: ');

h = input ('h: ');

a = input ('a: ');

x = x0:h:a;

y(1) = y0;

for i=1:(length(x)-1)

k1 = f(x(i),y(i));

k2 = f(x(i)+0.5*h,y(i)+0.5*h*k1);

k3 = f((x(i)+0.5*h),(y(i)+0.5*h*k2));

k4 = f((x(i)+h),(y(i)+k3*h));

y(i+1) = y(i) + (1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4)*h;

end
```

### I.4. La méthode de EDO045

Tout système ou équation différentielle d'ordre supérieur peut se ramener simplement à la forme canonique, utilisée dans tous les solveurs d'EDO. Donc, la définition d'un tel système repose sur la définition de  $n$  fonctions de  $n+1$  variables. Ces fonctions devront être programmées dans une fonction MATLAB sous la forme canonique suivante :

```
function ypoint = f (t, y)

    ypoint(1) = une expression de y (1) , y(2) ... y(n) et t

    ...

    ypoint(n) = une expression de y(1) , y(2) ... y(n) et t

    ypoint = ypoint( : ) ;

end
```

Tant que les  $y_i$  et les  $y'_i$  sont regroupés dans des vecteurs, ce qui fait que la forme de cette fonction est exploitable quel que soit le nombre d'équations du système différentiel [10].

Ensuite, pour résoudre cette équation différentielle, il faut appeler un solveur et lui transmettre au minimum :

- Le nom de la fonction.
- Les bornes d'intégration ( $t_{\min}$  et  $t_{\max}$ ).
- Les conditions initiales.

Le solveur fournit en sortie un vecteur colonne représentant les instants d'intégration  $t$ , et une matrice dont la première colonne représente les  $y_1$  calculés à ces instants, la deuxième les  $y_2$ , et la  $n^{\text{ie}}\text{me}$  les  $y_n$  [10].

## Chapitre I. Familiarisation avec MATLAB

---

L'appel du solveur prend donc en général la forme suivante :

```
[t, y] = ode45 (@f, [tmin tmax], [y10 ; y20 ; ... ; yn0] );  
  
y1 = y( : , 1 ) ;  
  
y2 = y( : , 2 ) ;  
  
...  
  
yn = y( : , n ) ;  
  
plot (t, y1, t, y2)  
  
plot (y1, y2)
```

Les lignes  $y1 = \dots$  servent à extraire les différentes fonctions  $y_i$  dans des colonnes simples.

Nous avons utilisé ici `ode45` qui est un Runge-Kutta-Merson imbriqué d'ordre 4 et 5. C'est le plus courant et celui par lequel il faut commencer [10]

## **ChapitreII. Généralités sur la cosmétologie**

### II.1. Introduction

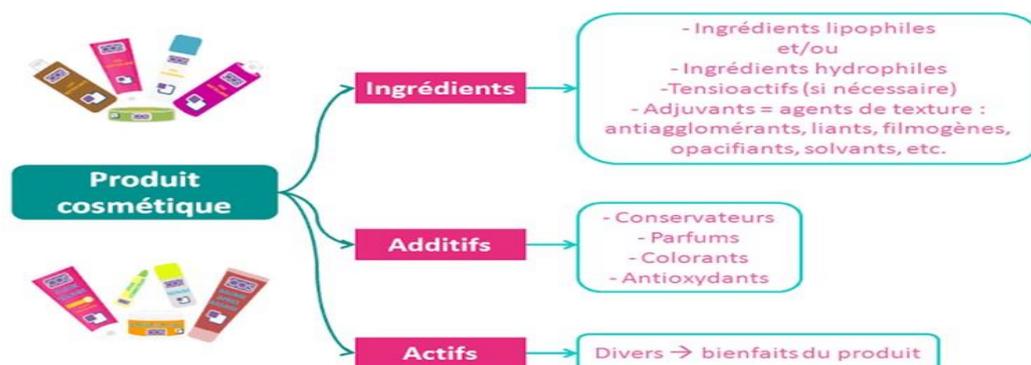
Selon la Directive européenne est retranscrite en droit français dans le chapitre VIII du titre III du livre V du code de la santé publique :

« On entend par produit cosmétique toute substance ou préparation destinée à être mise en contact avec les diverses parties superficielles du corps humain ou avec les dents et les muqueuses buccales, en vue exclusivement ou principalement de les nettoyer, de les parfumer, d'en modifier l'aspect et/ou de corriger les odeurs corporelles et/ou de les protéger ou de les maintenir en bon état » [11].



**Figure 3.** Les divers produits cosmétiques

Le cosmétique était présent dans les anciennes civilisations. Pendant des millénaires l'homme a utilisé des produits cosmétiques afin de nettoyer, protéger sa peau, modifier son aspect ou corriger son odeur. Il est encore de nos jours un facteur de bien-être et de santé incontournable. Pour cela, l'industrie cosmétique évolue sans cesse et multiplie la synthèse d'actifs avec l'élaboration de techniques permettant la fabrication de produits de soin de plus en plus élaborés et complexes (liposomes...) [12].



**Figure 4.** Les compositions d'un produit cosmétique

## Chapitre II. Généralités sur la cosmétologie

---

L'industrie cosmétique décrit l'industrie qui fabrique et distribue des cosmétiques. Ceux-ci comprennent les cosmétiques de couleur (comme le fond de teint et le mascara), les soins de la peau (comme les hydratants et les nettoyants), les soins capillaires (comme le shampooing, le revitalisant et la teinture pour les cheveux) et les produits de beauté. Articles de toilette, tels que bain moussant et savon. L'industrie manufacturière est dominée par un petit nombre d'entreprises multinationales qui ont vu le jour au début du XXe siècle, mais la distribution et la vente de produits cosmétiques sont distribuées dans une variété d'entreprises différentes. Les plus grandes entreprises de cosmétiques sont Johnson & Johnson, L'Oréal Paris, Gillette, Neutrogena, Nivea et Chanel. Selon une publication de 2005, la taille du marché de l'industrie cosmétique en Europe et aux États-Unis est d'environ 70 milliards d'euros par an [13].



**Figure 5.** L'industrie cosmétique du L'Oréal

Actuellement, le chiffre d'affaires annuel de l'industrie mondiale des cosmétiques et des parfums est estimé à 170 milliards de dollars américains (selon Eurostat-mai 2007). L'Europe est le plus grand marché, représentant environ 63 milliards d'euros [13].

Dans notre projet on a choisi de travailler sur le produit le plus vendue et le plus ancien 'le rouge à lèvres'.

### II.2. Le rouge à lèvres

Ce n'est pas d'hier que l'être humain se farde les lèvres à l'aide d'un produit coloré, cela remonte à la civilisation mésopotamienne, environ 3 000 ans avant J.-C. Cette crème était réalisée à partir de pierres fines et de cire d'abeille. En Grèce antique, les femmes utilisaient de la mûre écrasée. Il paraît que Cléopâtre faisait son rouge à lèvres avec des œufs de fourmis et de la cochenille broyée. À l'époque romaine, ce sont les empereurs qui rehaussaient leurs bouches d'une pointe de rouge. Au XVI<sup>ème</sup> siècle, les femmes rougissaient leurs lèvres avec un mélange à base de poudre d'insectes [14].

Pierre-François Guerlain révolutionna les habitudes de ces dames en inventant un fard à lèvres à base de tanin de vin de Bordeaux. En 1870, la maison qu'il avait fondée commercialisa « Ne m'oubliez pas », premier tube de rouge à lèvres de l'histoire du maquillage moderne, le système étant dénommé « rouge à lèvres automatique ». Les formules vont continuer à se raffiner et 1928 marqua la naissance en France du premier rouge à lèvres longue tenue : « Rouge baiser », élaboré par le chimiste Paul Baudecroux. Le tube de rouge à lèvres, tel que nous le connaissons aujourd'hui, fut ensuite vite démocratisé par des marques comme Estée Lauder et Elizabeth Arden. Dans les années 1930, Elizabeth Arden est la première à proposer des rouges de différentes couleurs [14].

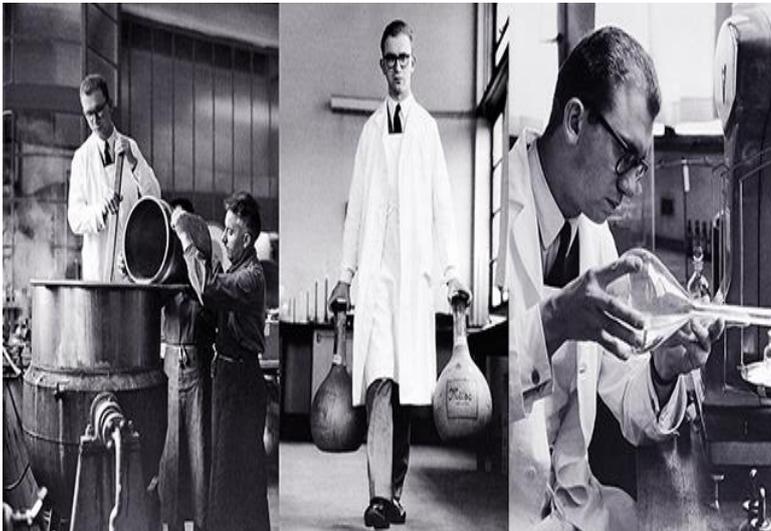
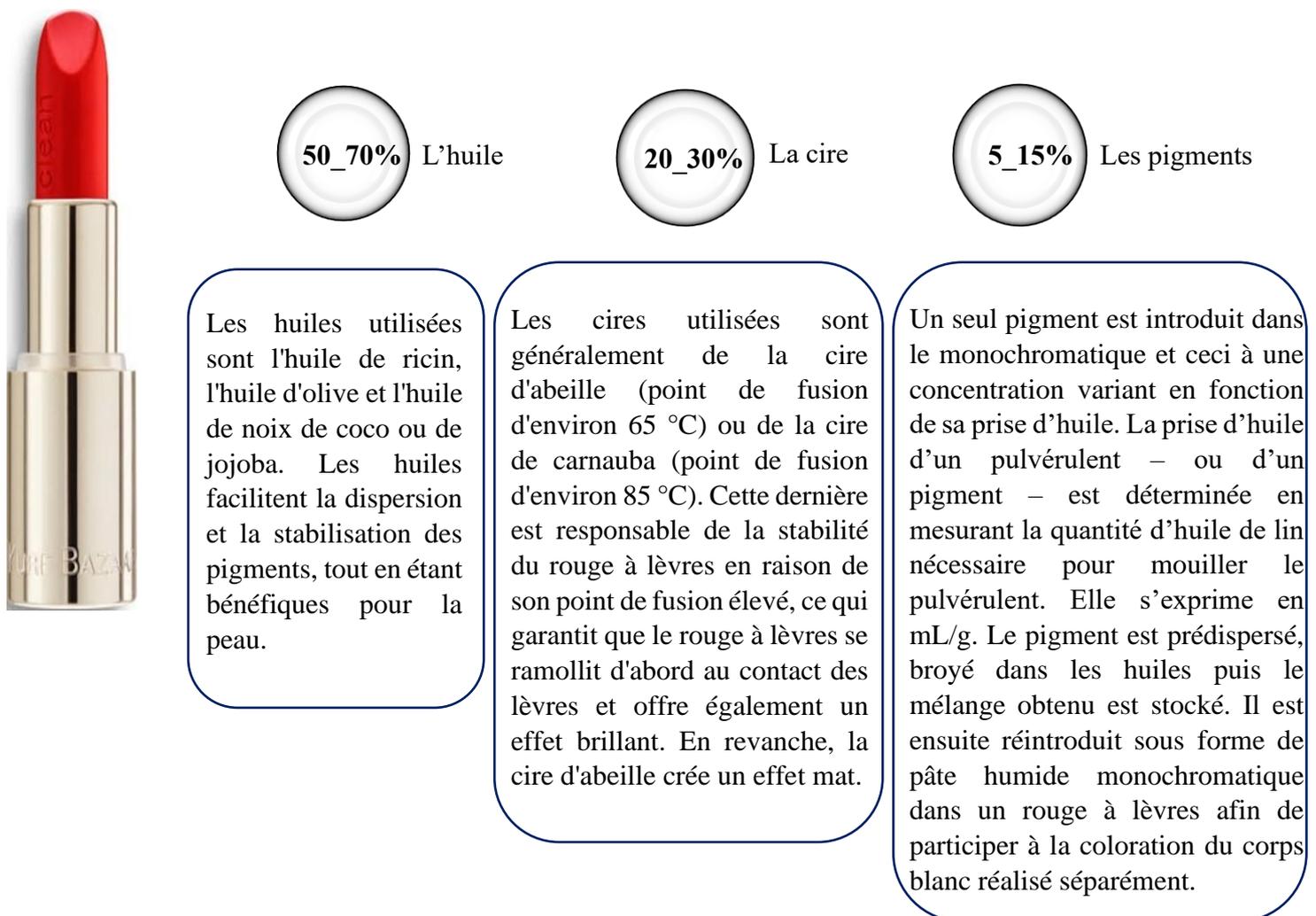


Figure 6. L'industrie cosmétique de Guerlain



Figure 7. Le développement du rouge à lèvres Guerlain

Le rouge à lèvres est un produit incontournable du marché des cosmétiques. C'est un produit de formulation complexe et aux fonctionnalités multiples, parmi lesquelles la sensorialité est centrale et dépend principalement des corps gras mis en œuvre. Face à la multiplicité des ingrédients disponibles et aux pratiques de formulation s'appuyant largement sur l'expertise empirique des formulateurs. Ce produit est pour but de protéger les lèvres et d'assurer une couverture durable, tout en restant faciles à appliquer et à enlever [15].



**Figure 8.** Les principaux composants du rouge à lèvres

### II.3. L'industrie cosmétologique et les pigments

L'industrie cosmétique est une industrie chimique qui comprend la transformation de matières premières organiques et inorganiques par un procédé chimique en produits pour obtenir à la fin un produit cosmétique tel que le rouge à lèvres.

Parmi ces industries, il y a l'industrie de l'Oréal qui est devenue aujourd'hui un groupe international et numéro un mondialement [16].



**Figure 9.** L'usine de fabrication des cosmétiques de l'Oréal à Compiègne

Parmi ces produits cosmétique elle s'intéresse à la fabrication du rouge à lèvres. D'après Mme Vidonne qui est en charge du marketing dans l'entreprise de l'Oréal, les différents processus de la fabrication des rouges à lèvres depuis l'arrivée des matières premières jusqu'à leurs mises sur le marché sont :

1. Tout d'abord les matières premières arrivent par paquet selon le contenu du rouge à lèvres désiré [16].



**Figure 10.** Le pigment du rouge à lèvres

2. Ensuite les pigments naturels sont broyés dans des grandes cuves. Puis la cire d'abeille sous forme de copeaux, l'huile, les nacres pour un effet pailleté, les actifs (vitamines), les différents gels et différents parfums sont ajoutés, mélangés et fondus dans cette même cuve de 1,5 kg [16].



**Figure 11.** La cuve de fabrication

3. Après refroidissement, le mélange est contrôlé. Les contrôleurs s'assurent que la teinte du rouge à lèvres correspond à la teinte standard du rouge à lèvres de base grâce à l'œil humain. Si elle ne correspond pas les contrôleurs demanderont de rajouter des pigments bleus ou jaunes [16].



**Figure 12.** Le contrôle de la teinte du rouge à lèvres

4. Une fois, le mélange réalisé, il est stocké dans de petits bacs. Ceux-ci seront réchauffés. Le contenu, fondu, pourra ainsi être versé dans de petits mécanismes à rouges à lèvres [16].



**Figure 13.** Les Bacs du rouge à lèvres

5. Il faut compter entre 6 à 7 heures pour effectuer le mélange des matières premières d'un seul bac. Suite à cela, le rouge à lèvres est contrôlé une centaine de fois puis placé dans les mécanismes à rouge à lèvres [16].



**Figure 14.** Les mécanismes du rouge à lèvres

### II.4. Le procédé de fabrication du rouge à lèvres

Les rouges à lèvres sont généralement fabriqués en petites quantités. Le processus de fabrication type est le suivant :

- L'huile est chauffée dans la cuve de traitement entre 80 - 85°C (175 - 185°F). Les cires sont fondues séparément dans un récipient à double enveloppe, généralement équipé d'un agitateur/racleur à ancre. Une partie de l'huile peut être ajoutée pour faciliter le processus [17].



**Figure 15.** Le chauffage de l'huile dans la cuve de fabrication

- La phase de cire est ajoutée à la phase huileuse. Différents types de mélangeurs/disperseurs sont utilisés pour combiner les deux phases [17].



**Figure 16.** Le mélange cire et l'huile

- Un seul pigment est introduit dans le monochromatique et ceci à une concentration variant en fonction de sa prise d'huile. La prise d'huile d'un pulvérulent – ou d'un pigment – est déterminée en mesurant la quantité d'huile de lin nécessaire pour mouiller le pulvérulent. Elle s'exprime en mL/g. Le pigment est prédispersé, broyé dans les huiles

puis le mélange obtenu est stocké. Il est ensuite réintroduit sous forme de pâte humide monochromatique dans un rouge à lèvres afin de participer à la coloration du corps blanc réalisé séparément [18].

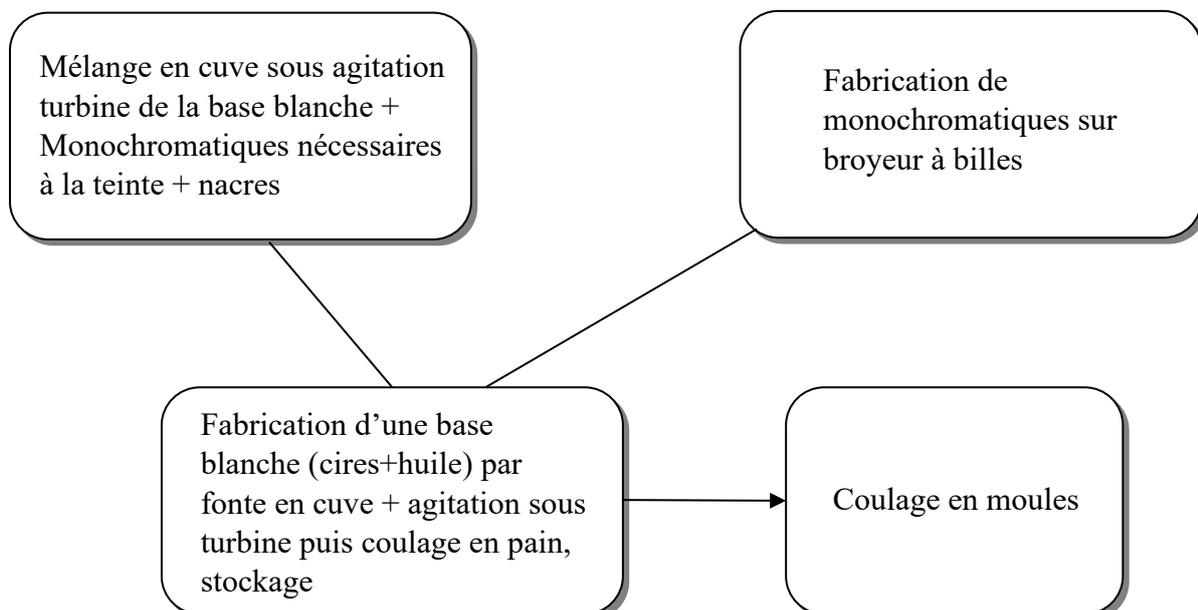


**Figure 17.** L'ajout du pigment dans le mélange

- Le mélange est légèrement refroidi avant l'ajout de parfums, conservateurs et autres ingrédients. Le produit fini est maintenu à une température plus basse avant d'être versé dans des moules et refroidi pour solidification [17].
- Les bâtons peuvent être « flammés » pour donner un fini brillant en surface [17].



**Figure 18.** Le moulage et le refroidissement des bâtons de rouge à lèvres



**Figure 19.** Procédé de fabrication classique d'un rouge à lèvres

## **Chapitre III. La cuve de fabrication d'un Rouge à lèvres**

La partie essentielle dans ce procédé est les opérations dans la cuve (réacteur).

### III.1. Introduction

La cuve de fabrication est le cœur de la production du rouge à lèvres, c'est un procédé destiné à la fabrication et au stockage de produit liquides. Elle comporte des ouvertures destinées au remplissage, à la vidange, au nettoyage et à la mise en place d'opérations de fabrication [21].

Le réacteur utilisé pour la fabrication du rouge à lèvres est le réacteur agité continu fermé.



**Figure 20.** Le réacteur fermé de la fabrication du rouge à lèvres

Notre objectif de travail est d'améliorer la qualité du produit, cela est applicable quand on assure une bonne opération du mélange dans le réacteur (cuve de fabrication).

### III.2. Les opérations de mélange dans le réacteur

#### III.2.1 L'opération de mélange

C'est une étape décisive dans de nombreux procédés industriels. Et la production de matériaux avancés se heurte souvent à la difficulté de disperser efficacement les différents constituants d'un mélange. Dans un procédé de mélange, il est essentiel de contrôler les temps de séjour et les distributions de déformation au cours des différentes étapes du procédé [19].

L'homogénéisation des dispersions doit permettre de conférer au produit fini la granulométrie et la stabilité requises.

#### III.2.2 La cristallisation

Par définition, est un changement d'état qui conduit, à partir d'une phase gazeuse ou liquide (solution ou bain fondu), à un solide appelé cristal, de structure régulière et organisée [20].

Ces mécanismes sont régis par deux paramètres de base : la concentration et la sursaturation. Un cristal naît puis grandit. Il y a donc au moins deux étapes dans la cristallisation : la nucléation et la croissance [20].

**La concentration** définit la quantité d'un soluté présente dans une quantité donnée de solution ou de solvant [20].

**La sursaturation** la solubilité est une concentration maximale obtenue par dissolution, mais ne représente pas pour autant une limite physique. Il est en effet possible d'obtenir une concentration plus élevée. La différence entre cette concentration et la solubilité est appelée sursaturation. La sursaturation peut être définie mathématiquement de plusieurs façons. Elle est la force motrice de la cristallisation et par conséquent se traduit par une différence de potentiel chimique :  $\Delta\mu = \mu - \mu^*$

Avec  $\Delta\mu$  différence de potentiel chimique ( $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

$\mu$  Potentiel chimique du soluté dans la solution sursaturée ( $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

$\mu^*$  Potentiel chimique du soluté à l'équilibre thermodynamique ( $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

Le potentiel chimique d'un soluté est lié à son activité par la loi :

$$\mu = \mu^\circ + RT \ln(a)$$

Avec  $\mu^\circ$  potentiel chimique du soluté dans l'état de référence ( $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

### Chapitre III. La cuve de fabrication d'un Rouge à lèvres

R constante des gaz parfaits ( $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )

T température de travail (K)

a activité du soluté

Dans ce procédé la sursaturation est obtenue par le refroidissement d'une solution concentrée.

En terme de cristallisation, le domaine sursaturé représente la zone de température et de concentration où un cristal placé dans une telle solution croît jusqu'au retour de la concentration à sa solubilité. Trois zones peuvent être décrites :

- 1- La zone stable ou sous-saturée : elle se situe sous la courbe de solubilité, un cristal introduit dans une telle solution se dissoudra.
- 2- La zone métastable : elle est comprise entre la courbe de solubilité et une courbe dite de limite de zone métastable (LZM). Aucune apparition significative de germes cristallins à partir d'une solution claire (ne contenant aucun cristal) n'est possible ; par contre des cristaux introduits peuvent grossir.
- 3- La zone labile : située au-delà de la limite de zone métastable, c'est un domaine où la nucléation primaire a lieu de façon spontanée et intense [20].

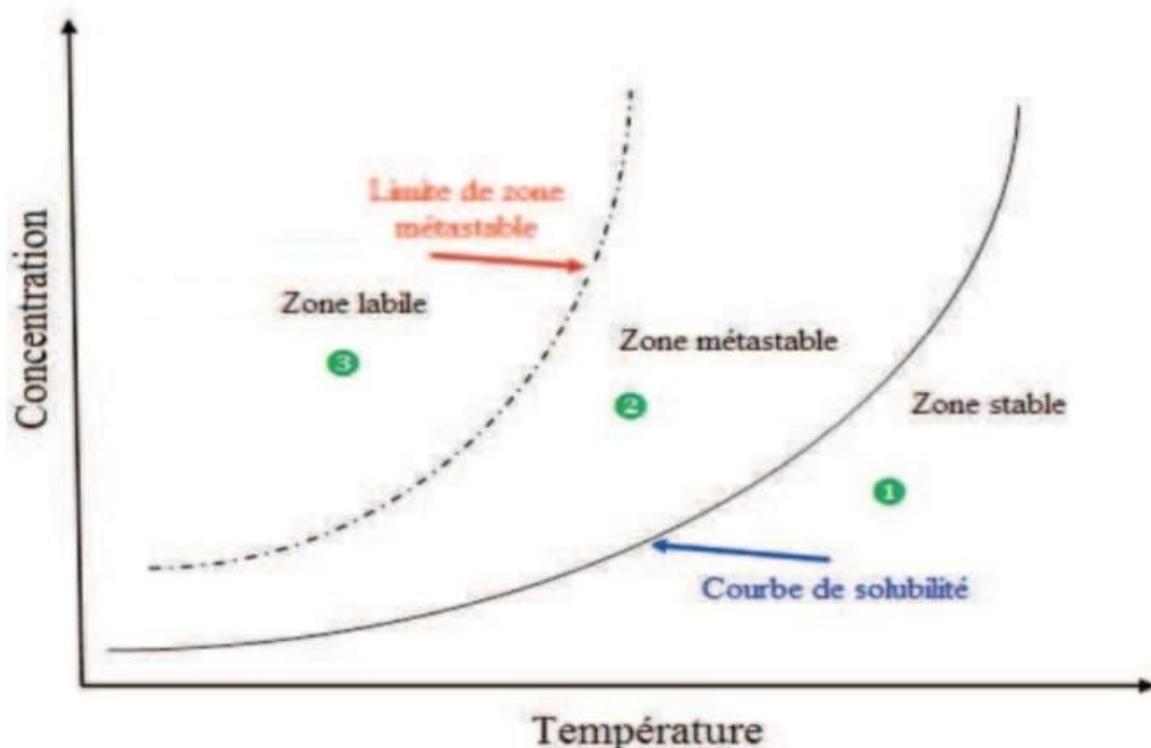


Figure 21. Diagramme Concentration-Température

# **Partie II. Partie calcul**

**ChapitreIV. Modélisation - Simulation pour  
l'optimisation de la cuve agitée :  
hydrodynamique et génie de la réaction**

### IV.1. Modélisation d'un réacteur agité continu fermé

L'agitation est une opération très ancienne, qui est progressivement passée de l'état d'art à l'état de science, grâce aux nombreuses études expérimentales en entreprises et au développement des outils de mécanique des fluides numériques.

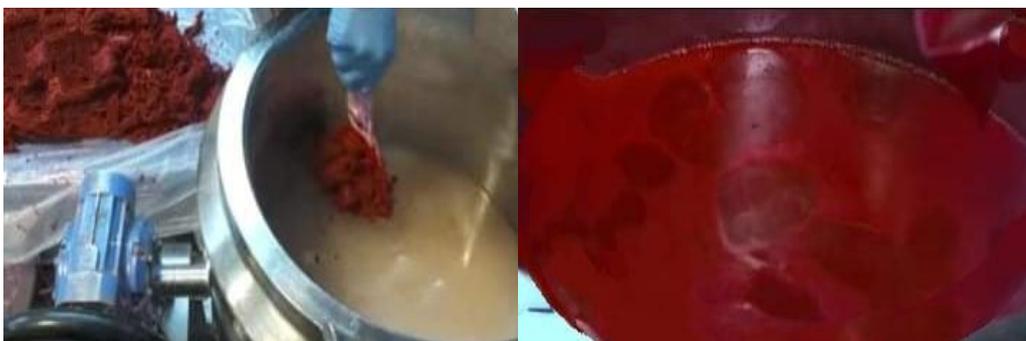
L'opération de mélange en général et d'agitation en particulier est très répandue en génie des procédés comme dans notre cas de fabrication du rouge à lèvres. Dans cette opération on a deux applications :

- Mélange de fluides miscibles (ou encore homogénéisation) : La qualité du mélange (huile et cire) pourra être exprimée en terme d'échelle de micro-mélange. Une contrainte de temps de mélange peut également apparaître (polymérisation).



**Figure 22.** L'agitation de fluide miscible dans le réacteur

- Suspension de solides pulvérulents : Il s'agit ici de maintenir en suspension des particules de pigment, la suspension pouvant être partielle ou totale. Il faudra veiller à la contrainte de cisaillement, afin d'éviter de détériorer les particules (cristallisation).



**Figure 23.** La suspension de pigment dans la matière grasse

### IV.2. Modélisation - Simulation pour l'optimisation de la cuve agitée

#### IV.2.1 Bilan de matière

Le schéma de la figure 24 présente un réacteur parfaitement agité fermé où se déroule la réaction de synthèse d'un Rouge à lèvres. Il est bon de rappeler que ce genre de cuves de mélange sont les seules à être utilisées dans l'industrie chimique fine à l'instar de la cosmétique dédié aux opérations préconisées.

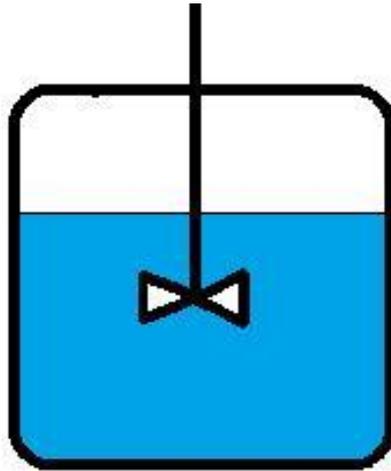


Figure 24. Schéma de la cuve de fabrication

Dans ce qui suit, nous allons modéliser la concentration de notre produit dans cette cuve fermée comme si elle été ouverte. Des travaux scientifiques similaires, suggèrent la possibilité de considérer ce genre d'écoulement suite à des observations réelles afin de calculer la DTS (temps de séjour moyen).

En générale, le bilan isotherme de matière s'écrit de la manière suivante :

$$\text{Débit d'entrée} + \text{Production} = \text{Débit de sortie} + \text{Accumulation} \dots \text{(II.1)}$$

$$Q_0 C_{c0} - KC_{cs}(t) = Q_0 C_{cs}(t) + \frac{dC_{cs}(t)}{dt} \dots \text{(II.2)}$$

Avec,

$Q_0$  : débit de pigment ( $\text{m}^3/\text{h}$ )

$C_{c0}$  : concentration de pigment à l'entrée ( $\text{mol/L}$ )

$C_{cs}$  : concentration de pigment à la sortie ( $\text{mol/L}$ )

$r$  : la réaction en phase liquide

$K_{app}$  : la constante apparente

$V_R$  : volume de réacteur

$V_a$  : volume de la zone active

⇒ Production = Débit de sortie + L'accumulation – Débit d'entrée

$$\Rightarrow -K C_{cs}(t) = Q_0 C_{c0} + \frac{dC_{cs}(t)}{dt} - Q_0 C_{cs}(t) \Rightarrow \boxed{r = -\frac{dC_{cs}(t)}{dt} = K_{app} C_{cs}(t)} \dots (II.3)$$

Avec,  $k_{app} = k C_a$

Cette équation permet de calculer la concentration du pigment dans le cas idéal. Cependant, la réalité prend en considération l'hydrodynamique du système étudié.

#### IV.2.2 Modèle hydrodynamique

Dans cette partie une quantité de traceur de concentration C est injecté dans le réacteur pour estimer les défaillances liées à l'écoulement dans notre système. Dans ce qui suit, deux cas majeurs se présentent :

- **Cas 1** : modèle à 1 paramètre ( $\alpha$ )

La figure 25 présente une zone parfaitement agitée (Z.P.A) avec court-circuit (C.C) qui rend compte de ce dernier mais ignore le fluide stagnant. La figure ci-après schématise le phénomène décrit tout en notant  $\alpha$  : fraction de débit actif.

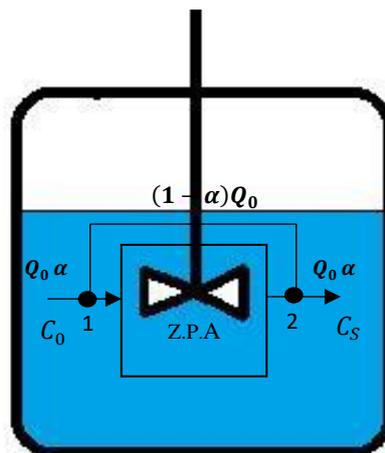


Figure 25. Le premier modèle hydrodynamique

Écrivons le bilan de matière isotherme dans :

- Nœud 1

$$Q_0 C_S = \alpha Q_0 C_1 + (1 - \alpha) Q_0 C_0 \dots (II.6)$$

$$C_S = \alpha C_1 + (1 - \alpha) C_0 \dots (II.7)$$

- Nœud 2

$$\alpha Q_0 C_0 = V_R \frac{dC_1}{dt} + \alpha Q_0 C_1 \dots (II.8) \Rightarrow \alpha C_0 = \frac{V_R}{Q_0} \frac{dC_1}{dt} + \alpha C_1 \quad \text{Avec } \frac{V_R}{Q_0} = \tau$$

$$\Rightarrow \alpha C_0 = \tau \frac{dC_1}{dt} + \alpha C_1 \dots (II.9)$$

Les équations (II.7) et (II.9) peuvent avoir une solution analytique par la transformée de Lapalce comme suit :

$$(II.7) \rightarrow \bar{C}_S = \alpha \bar{C}_1 + (1 - \alpha) \bar{C}_0 \dots (II.10)$$

$$(II.9) \rightarrow \alpha \bar{C}_0(s) = \tau \bar{C}_1 s + \alpha \bar{C}_1 \dots (II.11)$$

$$\text{De (II.11) on a : } \bar{C}_1 = \frac{\alpha \bar{C}_0(s)}{\tau s + \alpha} \dots (II.12)$$

On remplace (II.12) dans (II.10)

$$\bar{C}_S = \frac{\alpha^2 \bar{C}_0(s)}{\tau s + \alpha} + (1 - \alpha) \bar{C}_0 \Rightarrow \bar{C}_S = \bar{C}_0 \left[ \frac{\alpha^2}{\tau s + \alpha} + (1 - \alpha) \right] \Rightarrow \frac{\bar{C}_S}{\bar{C}_0} = \frac{\alpha^2}{\tau s + \alpha} + (1 - \alpha)$$

$$\Rightarrow \boxed{G(s) = \frac{\alpha^2}{\tau s + \alpha} + (1 - \alpha)} \dots (II.13)$$

Sachant que  $G(s)$  est la fonction de transfert du système étudié, avec  $E(s) = L^{-1}[G(s)]$  qui n'est autre que la fonction de distribution de temps de séjour dans le réacteur étudié.

- Détermination de  $E(t_s)$

La déconvolution de notre système se fait comme suit :

$$\frac{1}{1 + \tau s} \xleftarrow{L^{-1}} \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha + \tau s} \xleftarrow{L^{-1}} \frac{\alpha}{\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\tau}} \Rightarrow \alpha \left( \frac{\alpha}{\alpha + \tau s} \right) = \frac{\alpha^2}{\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\tau}}$$

$$\boxed{E(t_s) = \frac{\alpha^2}{\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\tau}} + (1 - \alpha) \delta(t)} \dots (II.14) \text{ qui la fonction de distribution du temps de}$$

séjour, avec,  $\delta(t)$  est la fonction de Dirac.

- Détermination de  $C_S$  calculée

Le calcul de la concentration dans le réacteur réel est assuré par la relation suivante :

$$C_S = C_0 \int e^{-kt_s} E(t_s) dt_s \dots (II.15)$$

$$\int e^{-kt} E(t_s) dt_s = \int e^{-kt} \left[ \frac{\alpha^2}{\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\tau}} + (1 - \alpha) \delta(t) \right] dt \dots (II.16)$$

Avec :  $\int \delta(t) = 1$

$$\Rightarrow \int e^{-kt} E(t_s) dt_s = \int \left( \frac{\alpha^2}{\tau} e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau} + k\right)t} + e^{-kt} - \alpha e^{-kt} \right) dt$$

$$\Rightarrow \int e^{-kt} E(t_s) dt_s = \left[ \frac{\alpha^2}{\tau} \left( \frac{-\tau}{\alpha + k\tau} \right) e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau} + k\right)t} - \frac{1}{k} e^{-kt} + \frac{\alpha}{k} e^{-kt} \right] + Cst$$

$$\Rightarrow \int e^{-kt} E(t_s) dt_s = -\frac{\alpha^2}{\alpha + k\tau} e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau} + k\right)t} + \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} + Cst$$

$$\Rightarrow \boxed{C_S \text{ calculée} = C_0 \left( -\frac{\alpha^2}{\alpha + k\tau} e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau} + k\right)t} + \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} + Cst \right)} \dots (II.17)$$

Avec,  $Cst$  : constante d'intégration

**Cas 2 :** modèle à 2 paramètres ( $\alpha$  et  $\beta$ )

La figure 26 montre la Z.P.A avec un C.C et une zone morte (Z.M) qui rend compte du C.C et d'une zone de fluide inaccessible.

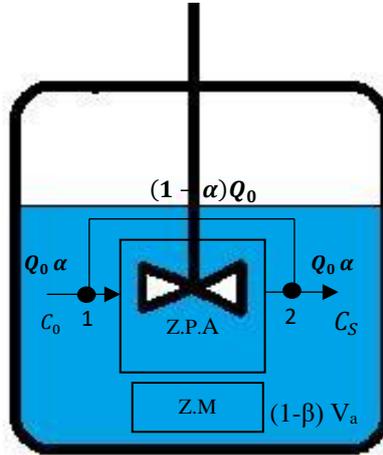


Figure 26. Deuxième modèle hydrodynamique

Appliquons encore une fois le bilan de matière dans :

- Nœud 1

$$Q_0 C_S = \alpha Q_0 C_1 + (1 - \alpha) Q_0 C_0 \dots \text{(II.18)}$$

$$C_S = \alpha C_1 + (1 - \alpha) C_0 \dots \text{(II.19)}$$

- Nœud 2

$$\alpha Q_0 C_0 = \alpha Q_0 C_1 + V_a \frac{dC_1}{dt} \dots \text{(II.20)} \Rightarrow \alpha C_0 = \alpha C_1 + \frac{V_a}{Q_0} \frac{dC_1}{dt} \quad \text{Avec } V_a = \beta V_R$$

$$\Rightarrow \alpha C_0 = \frac{\beta V_R}{Q_0} \frac{dC_1}{dt} + \alpha C_1 \Rightarrow \alpha C_0 = \beta \tau \frac{dC_1}{dt} + \alpha C_1 \dots \text{(II.21)}$$

Les équations (II.19) et (II.21) peuvent avoir une solution analytique par la transformée de Laplace comme suit :

$$\text{(II.19)} \xrightarrow{L} \overline{C}_S = \alpha \overline{C}_1 + (1 - \alpha) \overline{C}_0 \dots \text{(II.22)}$$

$$\text{(II.21)} \xrightarrow{L} \alpha \overline{C}_0(s) = \beta \tau \overline{C}_1 s + \alpha \overline{C}_1 \dots \text{(II.23)}$$

$$\text{De (II.23) on a : } \overline{C}_1 = \frac{\alpha \overline{C}_0(s)}{\beta \tau s + \alpha} \dots \text{(II.24)}$$

On remplace (II.24) dans (II.22)

$$\overline{C}_S = \frac{\alpha^2 \overline{C}_0(s)}{\beta \tau s + \alpha} + (1 - \alpha) \overline{C}_0 \Rightarrow \overline{C}_S = \overline{C}_0 \left[ \frac{\alpha^2}{\beta \tau s + \alpha} + (1 - \alpha) \right] \Rightarrow \frac{\overline{C}_S}{\overline{C}_0} = \frac{\alpha^2}{\beta \tau s + \alpha} + (1 - \alpha)$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{\alpha^2}{\beta \tau s + \alpha} + (1 - \alpha) \dots \text{(II.25) qui est la fonction de transfert de ce système dans}$$

le cas énoncé.

- Détermination de  $E(t_s)$

$$\frac{1}{1+\beta\tau s} \stackrel{L^{-1}}{\leftarrow} \frac{1}{\beta\tau} e^{-\frac{t}{\beta\tau}} \quad \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha+\beta\tau s} \stackrel{L^{-1}}{\leftarrow} \frac{\alpha}{\beta\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\beta\tau}} \quad \Rightarrow \alpha\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta\tau s}\right) = \frac{\alpha^2}{\beta\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\beta\tau}}$$

$$\Rightarrow E(t_s) = \frac{\alpha^2}{\beta\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\beta\tau}} + (1-\alpha)\delta(t) \quad \dots \text{(II.26) qui la fonction de distribution du temps de séjour,}$$

avec,  $\delta(t)$  est la fonction de Dirac.

- Détermination de  $C_s$  calculé

Le calcul de la concentration dans le réacteur réel est assuré par la relation suivante :

$$C_s = C_0 \int e^{-kt_s} E(t_s) dt_s \quad \dots \text{(II.15)}$$

$$\Rightarrow \int e^{-kt} E(t_s) dt_s = \int e^{-kt} \left[ \frac{\alpha^2}{\beta\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\beta\tau}} + (1-\alpha)\delta(t) \right] dt \quad \text{Avec : } \int \delta(t) = 1$$

$$\Rightarrow \int e^{-kt} E(t_s) dt_s = \int \left( \frac{\alpha^2}{\beta\tau} e^{-\left(\frac{\alpha+k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} + e^{-kt} - \alpha e^{-kt} \right) dt$$

$$\Rightarrow \int e^{-kt} E(t_s) dt_s = \left[ \frac{\alpha^2}{\beta\tau} \left( \frac{-\beta\tau}{\alpha+k\beta\tau} \right) e^{-\left(\frac{\alpha+k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} - \frac{1}{k} e^{-kt} + \frac{\alpha}{k} e^{-kt} \right] + Cst$$

$$\Rightarrow \int e^{-kt} E(t_s) dt_s = -\frac{\alpha^2}{\alpha+k\beta\tau} e^{-\left(\frac{\alpha+k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} + \frac{\alpha-1}{k} e^{-kt} + Cst$$

$$\Rightarrow C_s \text{ calculée} = C_0 \left( -\frac{\alpha^2}{\alpha+k\beta\tau} e^{-\left(\frac{\alpha+k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} + \frac{\alpha-1}{k} e^{-kt} + Cst \right) \dots \text{(II.27)}$$

Le tableau suivant récapitule les résultats de calcul des deux cas précédents :

Tableau 1 : récapitulatif des deux cas de l'hydrodynamique de la cuve agitée

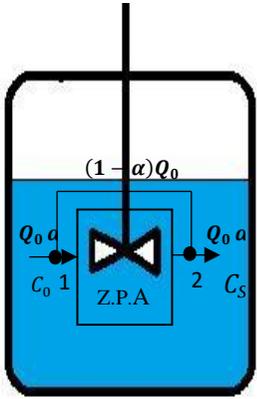
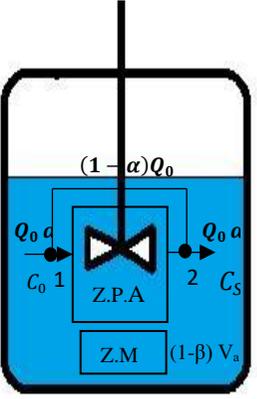
	Le modèle hydrodynamique	G(s)	E(t)	C <sub>S</sub> calculé
Cas 1 : Modèle à 1 paramètre		$\frac{\alpha^2}{\tau s + \alpha} + (1 - \alpha)$	$\frac{\alpha^2}{\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\tau}} + (1 - \alpha)\delta(t)$	$C_{S \text{ calculée}} = C_0 \left( -\frac{\alpha^2}{\alpha + k\tau} e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau} + k\right)t} + \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} + Cst \right)$
Cas 2 : Modèle à deux paramètres		$\frac{\alpha^2}{\beta\tau s + \alpha} + (1 - \alpha)$	$\frac{\alpha^2}{\beta\tau} e^{-\frac{\alpha t}{\beta\tau}} + (1 - \alpha)\delta(t)$	$C_{S \text{ calculée}} = C_0 \left( -\frac{\alpha^2}{\alpha + k\beta\tau} e^{-\left(\frac{\alpha + k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} + \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} + Cst \right)$

Tableau 1 : récapitulatif des deux cas de l'hydrodynamique de la cuve agitée

**IV.2.3 Taux de conversion**

Le taux de conversion représente la fraction d'un réactif qui réagit lors d'une réaction chimique [23]. Il s'exprime selon la formule suivante :

$$X_S = \frac{C_0 - C_S}{C_0} \quad \dots \text{(II.31)}$$

Le passage de la concentration du traceur à la concentration du réactif se fait selon la relation suivante :

$$C_S = C_0 \int e^{-kt_s} E(t_s) dt_s \quad \dots \text{(II.15)}$$

On remplace (II.15) dans (II.31)

$$X_S = \frac{C_0 - C_0 \int e^{-kt_s} E(t_s) dt_s}{C_0} \quad \Rightarrow X_S = 1 - \int e^{-kt_s} E(t_s) dt_s \quad \dots \text{(II.32)}$$

L'application de l'équation II.32 pour les deux cas donne les équations II.33 et II.34 :

**Cas 1 :**

On remplace (II.17) dans (II.32)

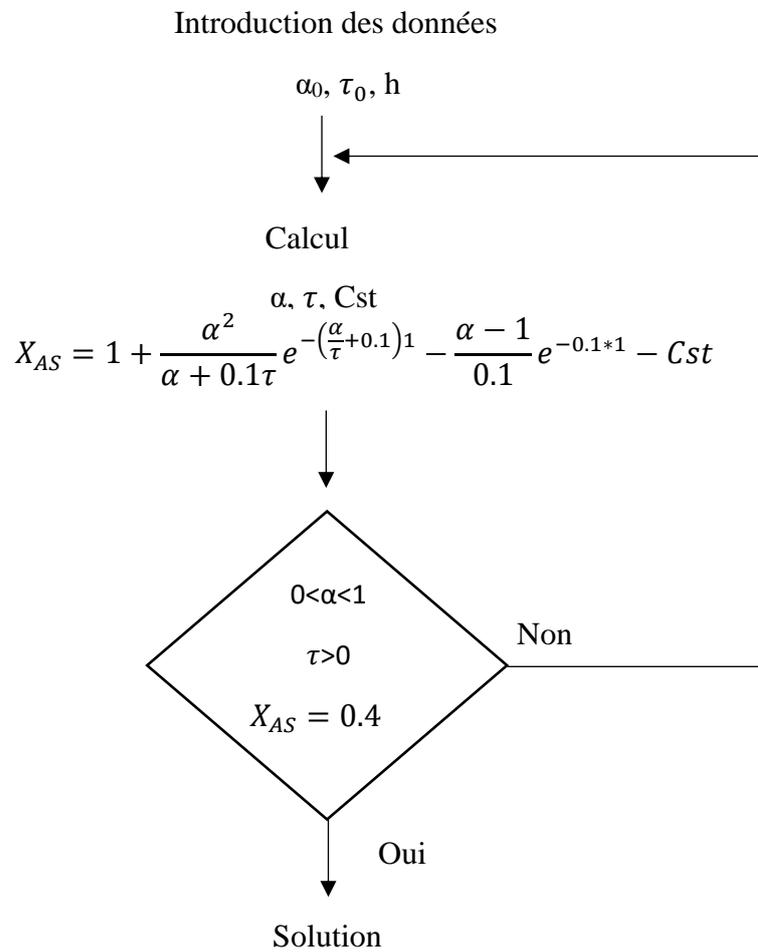
$$X_{AS} = 1 + \frac{\alpha^2}{\alpha+k\tau} e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau}+k\right)t} - \frac{\alpha-1}{k} e^{-kt} - Cst \quad \dots \text{(II.33)}$$

**Cas 2 :**

On remplace (II.27) dans (II.32)

$$X_{AS} = 1 + \frac{\alpha^2}{\alpha+k\beta\tau} e^{-\left(\frac{\alpha+k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} - \frac{\alpha-1}{k} e^{-kt} - Cst \quad \dots \text{(II.34)}$$

Pour calculer les taux de conversion dans chaque cas, une optimisation des paramètres hydrodynamiques s'impose. Pour cela, nous avons traité le problème en appliquant l'algorithme suivant :



**Figure 27.** Algorithme de calcul du taux de conversion du cas 1

La figure 28 montre le programme Simulink qui calcul le taux de conversion du premier cas.

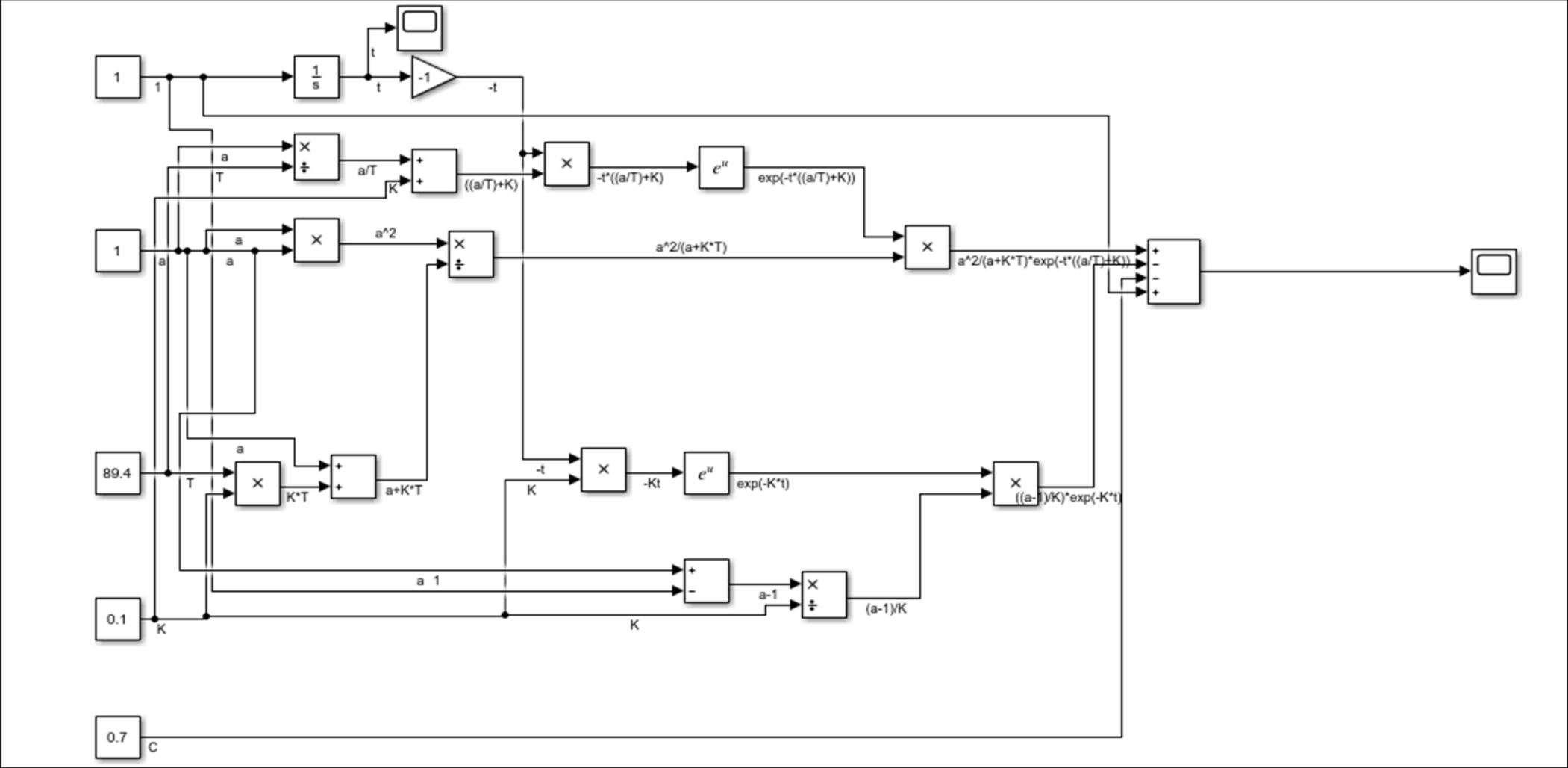
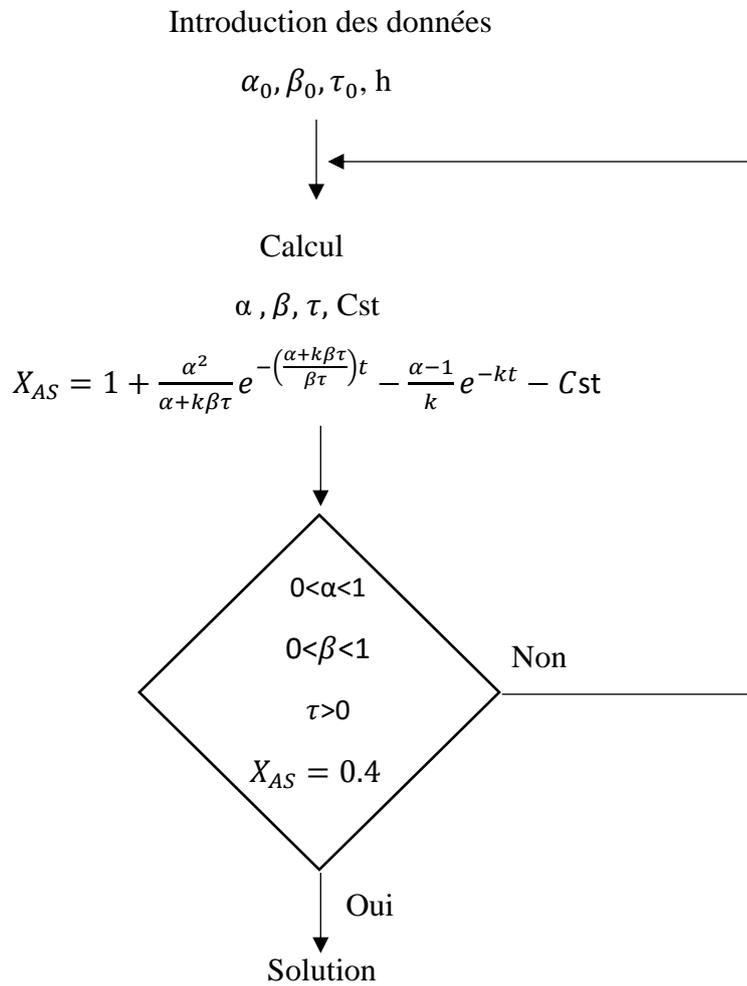


Figure 28. Le programme Simulink de taux de conversion de cas 1

La figure 29 indique l'algorithme de calcul du taux de conversion du deuxième cas :



**Figure 29.** Algorithme de calcul du taux de conversion du deuxième cas

La figure 30 montre le programme Simulink qui calcul le taux de conversion du deuxième cas.

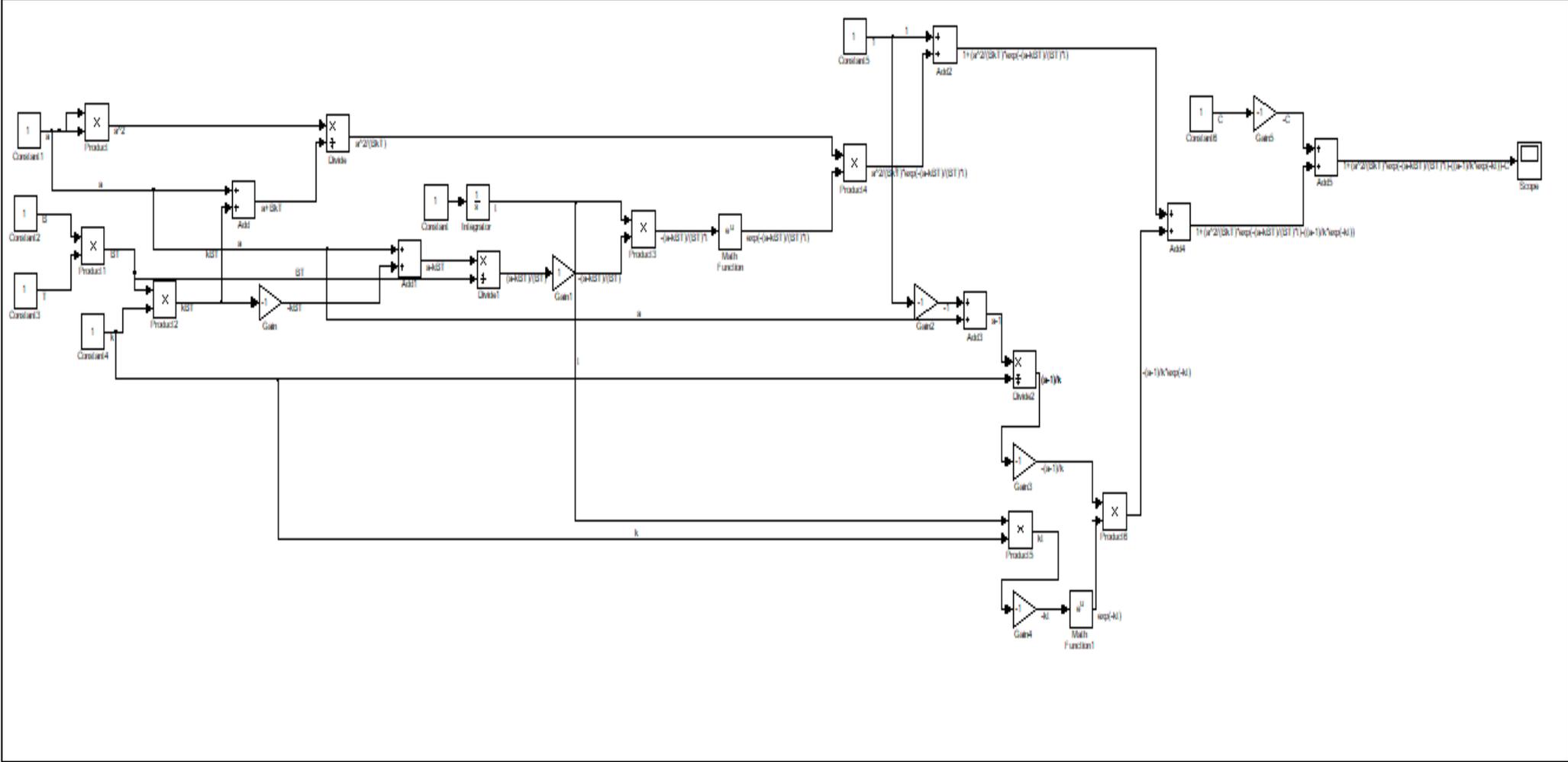


Figure 30. Le programme Simulink de taux de conversion de cas 2

D'une manière générale, la constante cinétique de la fabrication des rouges à lèvres est de l'ordre de  $0,1 \text{ h}^{-1}$  et le temps de contact entre les différents réactifs est de 30 min. Après calcul on obtient les résultats de la défaillance hydrodynamique du système étudié. Les résultats y sont rassemblés dans le tableau ci-après :

**Tableau 2 : Résultats des simulations : correspondance des deux modèles avec l'aspect expérimental**

Cas 1	$\tau = 0.45 \text{ h}^{-1}$	$\alpha = 100\%$	$\beta = 79\%$	$\varphi = 20\%$
Cas 2	$\tau = 0.45 \text{ h}^{-1}$	$\alpha = 100\%$	$\beta = 40\%$	$\varphi = 40\%$

Ces résultats montrent que le premier cas c'est-à-dire le modèle à un paramètre décrit le mieux notre système. Il est possible maintenant que la zone réactive est de seulement 30% du volume du réacteur et qu'il n'existe pas de court-circuit vue la nature pâteuse du produit, en l'occurrence, le rouge à lèvres.

### IV.3. Calcul de la défaillance

D'une manière générale, la défaillance est l'altération ou la cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise. Après défaillance d'une entité, celle-ci est en état de panne [22]. La défaillance est un passage d'une entité d'un état de fonctionnement normal à un état de fonctionnement anormal ou de panne [22], de cela on doit étudier la défaillance dans notre cuve de fabrication à l'aide de Simulink.

La cinétique expérimentale est décrite comme suit :

$$C_{exp} = C_0 e^{-kt} \dots \text{(II.28)}$$

**Cas 1 :**

$$\varphi = 1 - \frac{C_{exp}}{C_{S \text{ calculée}}} = 1 - \frac{C_0 e^{-kt}}{C_0 \left( \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} - \frac{\alpha^2}{\alpha + k\tau} e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau} + k\right)t} + C_{st} \right)}$$

$$\varphi = 1 - \frac{C_{exp}}{C_{S \text{ calculée}}} = 1 - \frac{e^{-kt}}{\frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} - \frac{\alpha^2}{\alpha + k\tau} e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau} + k\right)t} + C_{st}} \dots \text{(II.29)}$$

### Cas 2 :

$$\varphi = 1 - \frac{C_{exp}}{C_S \text{ calculée}} = 1 - \frac{C_0 e^{-kt}}{C_0 \left( \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} - \frac{\alpha^2}{\alpha + k\beta\tau} e^{-\left(\frac{\alpha + k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} + Cst \right)}$$
$$\varphi = 1 - \frac{C_{exp}}{C_S \text{ calculée}} = 1 - \frac{e^{-kt}}{\frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} - \frac{\alpha^2}{\alpha + k\beta\tau} e^{-\left(\frac{\alpha + k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} + Cst} \dots \text{(II. 30)}$$

Le calcul des défaillances se fait selon les programmes SIMULINK ci-après :

On montre dans la figure 31 le programme Simulink de la défaillance du premier cas

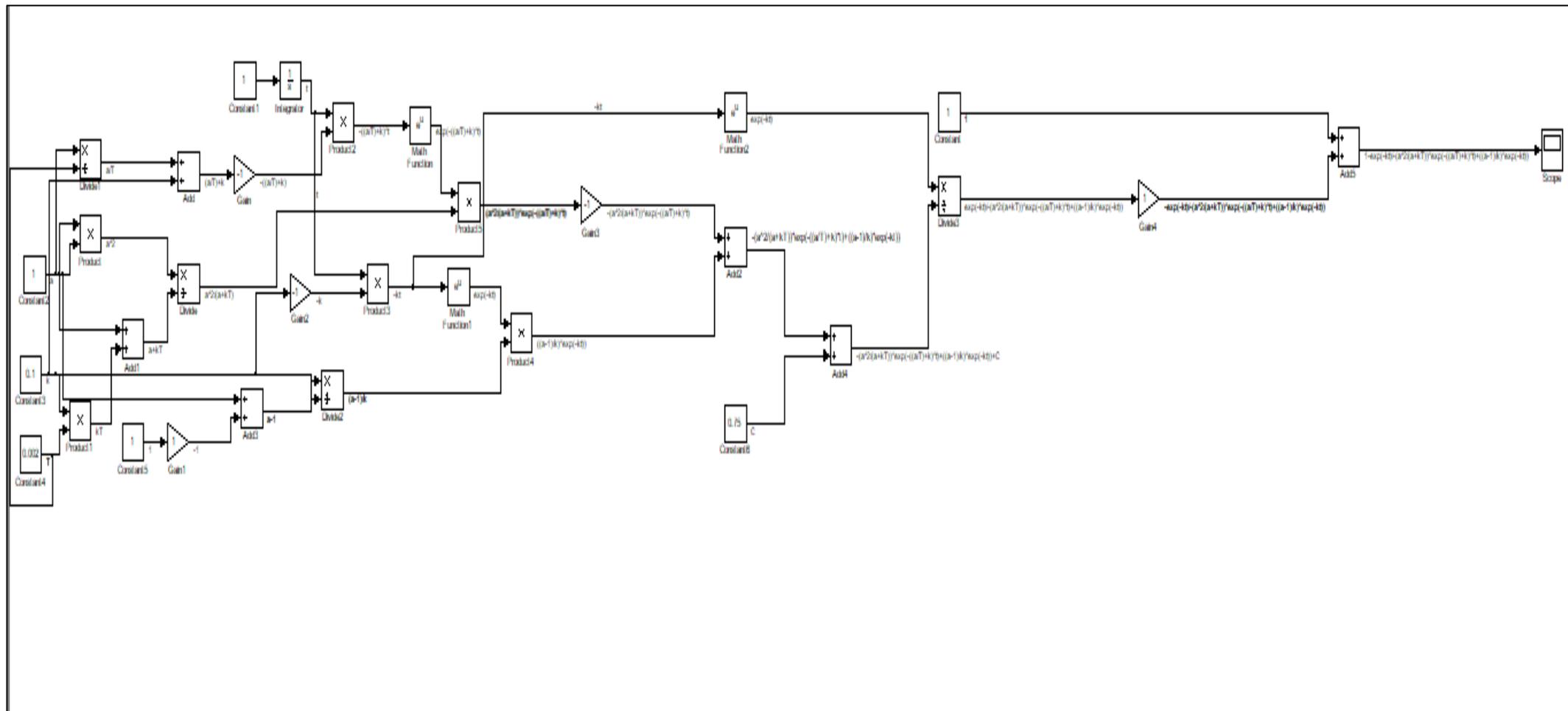


Figure 31. Le programme Simulink de la défaillance de cas 1

Le programme Simulink de la défaillance du deuxième cas est indiqué dans la figure 32.

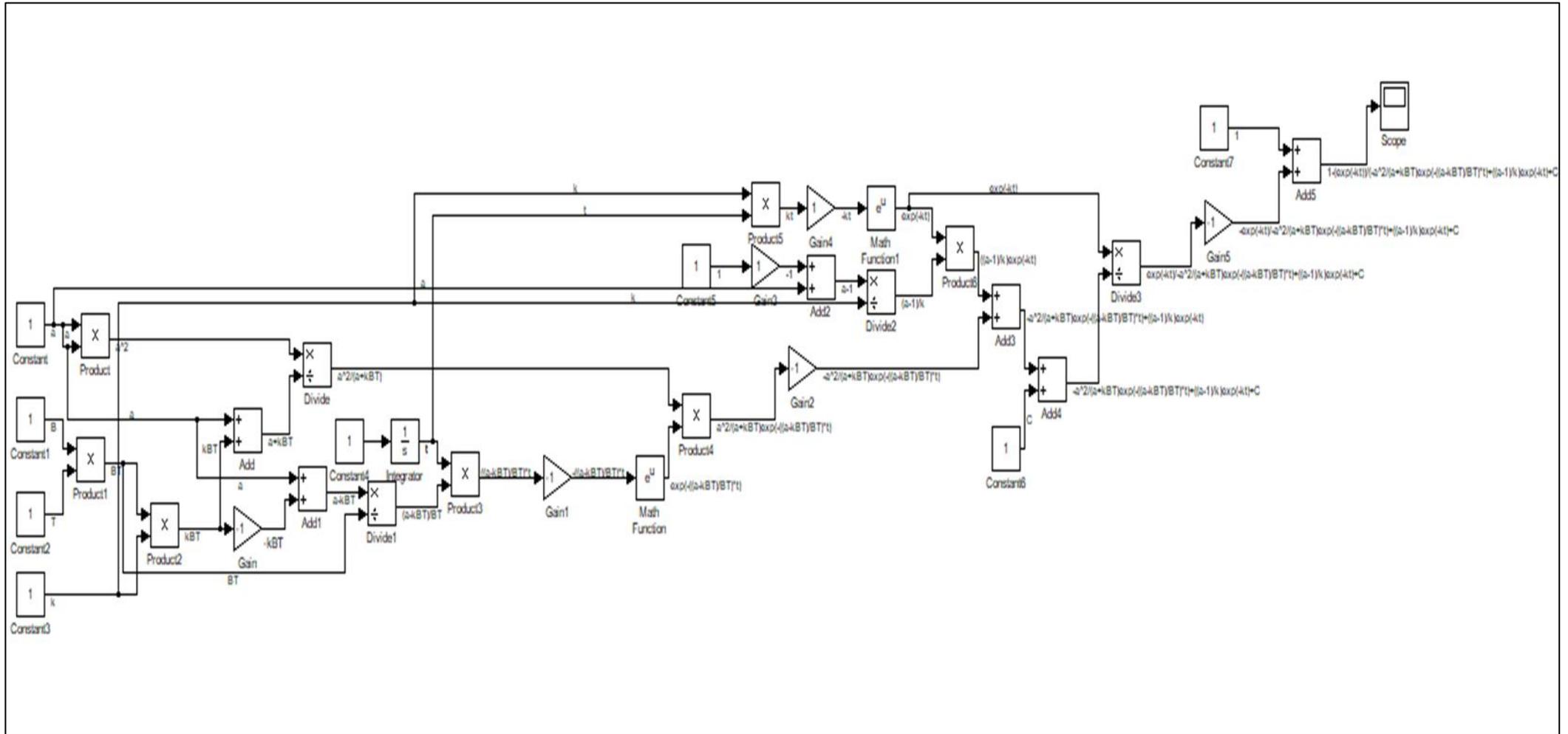


Figure 32. Le programme Simulink de la défaillance de cas 2

## Conclusion générale

Aujourd'hui, les cosmétiques sont toujours un facteur important de bien-être et de santé. Pour cela, l'industrie cosmétique évolue sans cesse et multiplie les synthèses avec le développement de la technologie qui permet de fabriquer des produits de plus en plus élaborés.

Depuis plusieurs années de nombreux chercheurs réalisent des travaux sur la modification chimique de la structure de pigment du Rouge à lèvres pour l'amélioration de la qualité du produit mais personne n'a pas eu l'idée de modéliser la cuve de fabrication, de cela on a abordé cette ébauche dans notre projet de fin d'étude pour analyser la performance de la cuve.

Cette analyse a exigé la modélisation du réacteur agité pour prendre en compte les caractéristiques de l'écoulement, de telle manière que nous savons pertinemment le rôle de ce dernier sur la réaction. C'est justement ce que nous avons essayé. L'idée est de suggérer deux modèles hydrodynamiques distincts dont le calcul de la concentration réelle du Rouge à lèvres à donner deux équations à savoir :

Cas 1 :

$$C_S \text{ calculée} = C_0 \left( -\frac{\alpha^2}{\alpha + k\tau} e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau} + k\right)t} + \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} + Cst \right)$$

• Cas 2 :

$$C_S \text{ calculée} = C_0 \left( -\frac{\alpha^2}{\alpha + k\beta\tau} e^{-\left(\frac{\alpha + k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} + \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} + Cst \right)$$

Les deux valeurs calculées en fonction des paramètres hydrodynamiques, nous avons recherché les taux de conversion réels selon les deux modèles proposés :

• Cas 1 :

$$X_{AS} = 1 + \frac{\alpha^2}{\alpha + k\tau} e^{-\left(\frac{\alpha}{\tau} + k\right)t} - \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} - Cst$$

• Cas 2 :

$$X_{AS} = 1 + \frac{\alpha^2}{\alpha + k\beta\tau} e^{-\left(\frac{\alpha + k\beta\tau}{\beta\tau}\right)t} - \frac{\alpha - 1}{k} e^{-kt} - Cst$$

Pour déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  optimaux nous avons conçu un programme sous MATLAB :

$t = 0.5$  h et  $k = 0.1$  h<sup>-1</sup> nous obtenons :

- Cas 1 :  $\tau = 0.45$  h<sup>-1</sup>,  $\alpha = 1$ ,  $C_{st} = 0.79$
- Cas 2 :  $\tau = 0.45$  h<sup>-1</sup>,  $\alpha = 1$  et  $\beta = 0.4$

Ces valeurs ont donné une idée claire sur la défaillance sur la cuve agitée qui varie entre 20 et 40%.

Notre travail peut être améliorée si des données issues de l'expérience sont utilisées.

Des validations de ce genre pourront optimiser les performances du réacteur.

## Bibliographie

- [1] Origine et histoire des cosmétiques. L'histoire du maquillage.
- [2] Wikipédia. Rouge à lèvres.
- [3] Matlab pour tous. Présentation de Matlab (2020).
- [4] DOUMBIA, Mamadou L., TRAORE, Abdoulaye (2002). Modélisation et simulation d'une machine asynchrone à cage à l'aide du logiciel Matlab/Simulink.
- [5] HADDAB, Yassine., LANG, Bernard., LAURENT, Guillaume (2010). Brève introduction à Matlab et Simulink. Matlab/Simulink pour l'analyse et la commande de systèmes.
- [6] BENJELLOUN, Khalid (2007). Formation Simulink.
- [7] La physique enseignée, Euler.
- [8] Ecole supérieur de chimie de Rennes. Cour de Physique-Chimie. Méthodes numériques pour la physique. Méthode d'Euler et de Runge-Kutta d'ordre 4 pour des équations du premier et deuxième ordre.
- [9] Trésor, KANIYKI, Apport de la Méthode de Runge Kutta d'ordre 4 dans la Dynamique de Système Mécanique, *Contribution of the Runge kutta ordre 4 method in the dynamic of Mechanical System.*
- [10] BAILLON, Fabien. Equations différentielles. Matlab EDO45.
- [11] MARTINI, Marie C. Introduction à la dermopharmacie et à la cosmétologie : définition du produit cosmétique et du produit hygiène, 3eme édition, Cachan, p477,2011.
- [12] Samira, HALIMI., Nacéra, CHAFFAI, Introduction à la cosmétologie, thèse de doctorat, Laboratoire de pharmacie Galénique, Université Badji Mokhtar, Annaba, Algérie, 2020.
- [13] Wikipédia, Cosmetic industry.
- [14] Attitude-Luxe. Le Rouge à lèvres, une histoire de créateur (2015)
- [15] Sarah, ABIDH, Méthodologie d'ingénierie sensorielle pour la formulation de produits cosmétiques, application au rouge à lèvres, thèse de doctorat, Université Paris-Saclay (ComUE), Paris, France (2017).

- [16] Clara, Sahra, Wilhem, Cassandre. TPE pigments et cosmétique. L'industrie cosmétologique et les pigments.
- [17] Silverson. Fabrication de rouge à lèvres (2021).
- [18] Hélène. CLERMONT-GALLERANDE, Évolution des corps gras utilisés dans la formulation des rouges à lèvres au cours des quinze dernières années, *COSMÉTIQUE – CORPS GRAS*, Vol. 13 (N°5), pp. 322-325. 2006.
- [19] Taylor GI (1934) The Formation of Emulsions in Definable Fields of Flow. Proc. R. Soc. A146 : 501-523.
- [20] Abir, KHALIL, Etude expérimentale d'un procédé de cristallisation en émulsion huile dans eau : application au distéarate d'éthylène glycol, thèse de doctorat, Ecole Doctorale de Chimie de Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon, France, 2011
- [21] Wikipédia, Cuve grand récipient.
- [22] LY, Fatima., SIMEU-ABAZI, Zineb., LEGER, Jean-Baptiste. Terminologie Maintenance. Bilan. Vol. 24, N°2, p. 01-24.
- [23] Wikipédia, Taux de conversion.

## Résumé

Notre projet de fin d'étude est pour but de modéliser et optimiser une réaction de synthèse d'un produit cosmétique.

Cette étude a été abordée par deux modèles hydrodynamiques, le premier rend compte un court-circuit qui comporte un seul paramètre inconnu  $\alpha$  et le deuxième présent un court-circuit et une zone morte avec deux paramètre inconnu  $\alpha$  et  $\beta$ .

Une optimisation numérique sous Simulink a été réalisée afin de déterminer les paramètres optimaux  $\alpha$  et  $\beta$  avec un programme MATLAB qu'on a conçu.

Les valeurs obtenues montrent la cuve de fabrication a une médiocre performance à cause d'existence des zones mortes au fond du réacteur.

Cette étude nous a donné une idée claire sur la défaillance de la cuve agitée et nous a permis d'analyser la qualité de cette cuve.

**Mots clés :** produit cosmétique, modèle hydrodynamique, court-circuit, zone morte, Simulink, MATLAB, cuve de fabrication, réacteur.

## Abstract

Our end of studies project aims to modelized and optimize a synthesis reaction of a cosmetic product. This study was approached by two hydrodynamics models, the first one reports a short circuit with a single unknown parameter  $\alpha$  and the second one presents a short circuit and dead zone with two unknown parameters  $\alpha$  and  $\beta$ .

A digital optimization under Simulink was carried out to determine the optimal parameters  $\alpha$  and  $\beta$  with a MATLAB program that was designed.

The values obtained show that the production tank has mediocre performance due to the existence of dead zones at the reactor bottom.

This study gave us a clear idea of the failure of the agitated tank and allowed us analyze the quality of this tank.

**Keywords:** cosmetic product, hydrodynamics model, short circuit, dead zone, Simulink, MATLAB, reactor, production tank.

## ملخص

مشروعنا لنهائية الدراسة يهدف لنمذجة وتحسين تفاعل موجز لأحد منتجات مستحضرات التجميل.

هذه الدراسة تمت باستعمال نموذجين هيدروديناميين، الأول يظهر تيار قصير ذو عامل واحد مجهول  $\alpha$  والثاني يحتوي على تيار قصير ومساحة عدم التفاعل ذو عاملين مجهولين  $\alpha$  و  $\beta$

تمت النمذجة الرقمية باستعمال السيميلنك وفق برنامج مصمم على ماتلاب بهدف تحديد العوامل المثلى ل  $\alpha$  و  $\beta$  .

النتائج المتحصل عليها تظهر أن سبب توسط الأداء لآلة التصنيع هو وجود مساحة لا يحدث فيها تفاعل بداخله. هذه الدراسة أوضحت لنا ضعف في آلة التصنيع ومكنتنا من تحليل جودة هذه الآلة.

**الكلمات المفتاحية:** مستحضرات التجميل، نموذج هيدروديناميكي، تيار قصير، مساحة عدم التفاعل، سيميلنك، ماتلاب، آلة التصنيع.