



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
La République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de L'Enseignement Supérieur & la Recherche Scientifique
جامعة محمد الحميد بن باديس - مستغانم
Université Abdel Hamid Ben Badis – Mostaganem
كلية العلوم والتكنولوجيا
Faculté des Sciences et de la Technologie
قسم الهندسة الميكانيكية
Département Génie Mécanique



N° d'ordre : M...../GM/2021

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

Analyse de l'écoulement dans une cavité triplement entraînée

Présenté par :

- ❖ FELLOUH Nourelhouda
- ❖ CHAOUI Fouzia

Soutenu le 13/07/2021 devant le jury composé de :

Président	Pr. RETIEL Nouredine	Université de Mostaganem UMAB
Encadreur	Pr. HOUAT Samir	Université de Mostaganem UMAB
Examineur	Dr. FLITTI Abdelmadjid.	Université de Mostaganem UMAB

Année Universitaire : 2020 / 2021

Remerciement

En premier lieu, nous remercions Dieu, notre créateur, qui nous a donné la force et la persévérance pour réaliser ce travail.

*Nous tenons à remercier notre encadreur le professeur **HOUAT Samir** pour le soutien et pour tout le bagage scientifique qu'il nous a transmis durant ce projet.*

*Nous tenons aussi à remercier les membres de jury **Pr. RETIEL Noureddine, Dr. FLITTI Abdelmadjid** d'avoir accepté de nous faire l'honneur de juger ce travail et de participer au jury de ce mémoire.*

Enfin, nous adressons nos vives reconnaissances à toutes les personnes qui ont contribué de prêt ou de loin pour la réalisation de ce mémoire.

Dédicace

Tout d'abord je remercie infiniment le bon dieu puissant de la bonne santé, la volonté et la patience qu'il m'a données tout le long de mes études.

Je ne me remercierai jamais assez ma mère et mon père pour tous les sacrifices qu'ils ont faits pour moi, pour l'amour qu'ils m'ont donné. C'est ainsi grâce à eux j'ai pu atteindre mon but. J'espère pouvoir le leur rendre un jour. Je destine mes dédicaces aussi à mes sœurs. Je destine mes dédicaces aussi à mes sœurs et mon frère.

Je remercie du fond du cœur ceux qui me soutiennent et qui sont toujours là pour me remonter le moral et me pousser à aller de l'avant à mes meilleurs Sellam Redhwan, Mehidi Siham, Chouarfia Amel, medjahri mensouria.

Mercie enfin à tous ceux ; famille ; amis et collègues qui sont m'honorés de leur présence lors de la soutenance.

Chaoui fouzia

Dédicace

Je dédie ce modeste travail aux deux êtres qui me sont très chers dans cette vie, à savoir mon père et ma mère. Je te dis merci et mille fois merci **maman** pour ton éducation la patience, ton courage et ton sacrifice pour moi.

Je te dis merci **papa** du fond de mon cœur pour ton éducation, ton sacrifice, ton assistance et pour ce tu m'as fait et qui m'a permis d'avoir cette réussite et ce bonheur.

Avec toute ma fidélité et tout mon amour pour vous, mes parents, je ne pourrai jamais égaler votre mérite.

A mes chers frères.

A ma chère sœur **Kafida** et son mari **Shelem Allah**.

A toute ma famille.

A tous mes amis (es).

Nourelhouda FELLOUK.

Résumé :

Le travail exposé dans ce mémoire, porte sur l'étude numérique des caractéristiques dynamiques d'un écoulement laminaire à travers une cavité carrée triplement entraînée en deux dimensions. L'analyse des structures de l'écoulement est effectuée en fonction du nombre de Reynolds et pour une configuration parallèle de sens de vitesse sur les parois latérales ou antiparallèles.

La simulation est effectuée avec le code de calcul Fluent. Ce dernier permet de résoudre l'équation de continuité et quantité de mouvement dans le cas étudié en régime laminaire. Les résultats de l'analyse CFD pour les configurations géométriques étudiées sont présentés sous forme des lignes de courant, des trajectoires par grandeur du tourbillon, de champ de vitesses et des profils de vitesse au milieu de la cavité. Les résultats montrent que la structure de l'écoulement entre les deux configurations de la cavité notamment, parallèle et antiparallèle est différente et évoluent en fonction du nombre du Reynolds.

Mots-clés : cavité carrée, cavité entraînée par couvercle, cavité triplement entraînée

Abstract:

The work presented in this thesis concerns the numerical study of the dynamic characteristics of a laminar flow through a square cavity triply driven in two dimensions. The analysis of flow structures is performed as a function of Reynolds number and for two configurations: parallel or antiparallel sidewall velocity direction.

The simulation is carried out with the Fluent calculation code. The latter makes it possible to solve the equation of continuity and momentum in the case studied in laminar regime. The results of the CFD analysis for the geometric configurations studied are presented as streamlines, trajectories by vortex size, velocity fields and velocity profiles in the middle of the cavity. The results show that the structure of the flow between the two cavity configurations in particular, parallel and antiparallel, is different and evolves according to the Reynolds number.

Keywords: square cavity, lid driven cavity, triple driven cavity

: ملخص

يتعلق العمل المقدم في هذه الأطروحة بالدراسة العددية للخصائص الديناميكية للتدفق الصفحي عبر تجويف مربع مدفوع بثلاث بعدين. يتم إجراء تحليل هياكل التدفق كدالة لرقم رينولدز ولتكوين اتجاه يتم إجراء المحاكاة باستخدام كود الحساب بطلاقة. هذا الأخير يجعل سرعة الجدار الموازي أو الموازي من الممكن حل معادلة الاستمرارية والزخم في الحالة المدروسة في النظام الرقائقي. يتم عرض نتائج للتكوينات الهندسية المدروسة في شكل خطوط انسيابية ومسارات حسب حجم الدوامة CFD تحليل وحقول السرعة وملامح السرعة في منتصف التجويف. أظهرت النتائج أن بنية التدفق بين تكويبي التجويف على وجه الخصوص، المتوازية والمضادة للتوازي، مختلفة وتتطور وفقاً لرقم رينولدز

الكلمات الرئيسية: تجويف مربع، تجويف مدفوع بغطاء، تجويف ثلاثي الدفع

Sommaire

Sommaire	1
Nomenclature	3
Liste des figures	4
Liste des tableaux	5
Introduction générale	7

Chapitre I : Etat d'art et modélisation mathématique

I .1. Introduction	10
I.2.Définition de problème de la cavité simple	10
I.3.Revue bibliographie	11
I.4.Equation en générale	12
I.4.1. Equation de continuité	12
I.4.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement	12
I.5.Les hypothèses simplificatrice	12
I.6.configuration 2D	13
I.6.1. La géométrie étudiée	13
I.6.2. Formulation du modèle mathématique	13
I.6.3. Equation gouvernant adimensionnelles	14
I.7.les condition aux limites	14
I.8.Formulation de la fonction de courant	15
I.9.Le nombre de Reynolds	15
I.10.configuration géométrique considéré dans cette étude	16
I.10.1. Les conditions aux limites de premier cas	16
I.10.2. Les conditions aux limites de deuxième cas	17
I.11.conclusion	17

Chapitre II : Outils de simulation

II.1. Introduction	19
II.2. Méthode de volumes finis	19
II.3. Description du logiciel Gambit	20
II.3.1. Définition de Gambit	20
II.3.2. Maillage sous Gambit	20
II.3.2.1. Démarrage de logiciel	20
II.3.2.2. Construction de la géométrie	21
II.3.2.3. Génération de maillage	21
II.3.2.4. Les conditions aux limites	21
II.3.2.5. Exportations de maillage	22
II.4. Description de solveur Fluent	23
II.4.1. Les étapes de simulation sous Fluent	23
II.4.1.1. Lancer Fluent	23
II.4.1.2. Importation de la géométrie (*.msh)	23
II.4.1.3. Vérification de maillage importé	23
II.4.1.4. Vérification de l'échelle	24
II.4.1.5. Choix de solveur	24
II.4.1.6. Choix de régime d'écoulement	24
II.4.1.7. Définition des caractéristiques de fluide	25
II.4.1.8. Les condition opératoires	25

II.4.1.9. Condition aux limites	25
II.4.1.10. Contrôle de la solution	26
II.4.1.11. Initialisation	26
II.4.1.12. Choix de critère de convergence	27
II.4.1.13. Lancement d calcul	27
II.4.1.14. Allure de l'évolution des résidus de calcul	28
II.5. Conclusion	28

Chapitre III Résultats et discussion

III.1. Introduction	30
III.2. Validation numérique avec une cavité simplement entraîné	30
III.2.1. Validation de maillage	30
III.2.2. Discussions sur les résultats	32
III.3. Résultats et discussion pour la cavité triplement entraîné	32
III.3.1. Les données physique et géométrique	33
III.3.2. Résultats pour la cavité à entraînement antiparallèle	33
III.3.3. Discussion sur les résultats pour la cavité à entraînement antiparallèle	37
III.3.4. Résultats pour la cavité à entraînement parallèle	38
III.3.5. Discussion sur les résultats pour la cavité à entraînement parallèle	42
Conclusion générale	44
Référence Bibliographique	46

NOMENCLATURE

Lettre latine

Symbole	Désignation	Unité
g	Accélération de la pesanteur	[m/s ²]
L	Longueur de la cavité	[m]
u, v	Composantes de vecteur vitesse	[m/s]
U, V	Composantes adimensionnelles de vecteur	
t	vitesse	[s]
x, y	Temps	[m]
X, Y	Coordonnées cartésiennes	
	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles	

Lettres grecques

Symbole	Désignation	Unité
ρ	Masse volumique	[kg /m ³]
ϑ	Viscosité cinématique	[m ² /s]
μ	Viscosité dynamique	[kg/m .s]

Nombre son dimension

Re	Nombre de Reynolds
-----------	--------------------

Indices

2D	Configuration bidimensionnelle
3D	Configuration tridimensionnelle
CFD	Computational Fluid Dynamics
MVF	Méthode de volume finis

Opérateurs

∇	Opérateur gradient
----------------------------	--------------------

Liste des figures

CHAPITRE I

Figure. I.1. configuration physique en 2D	10
Figure.I.2. Schéma de problème	13
Figure.I.3. Mouvement antiparallèle (cas 1)	16
Figure.I.4. Mouvement parallèle (cas2)	17

CHAPITRE II

Figure II.1 Maillage volume finis structuré	19
Figure II.2. Interface de Gambit	20
Figure. II.3. Construction de la géométrie	21
Figure. II.4. Génération de maillage	21
Figure. II.5. Incorporation des conditions aux limites	22
Figure. II.6. Exportation de maillage	22
Figure. II.7. Enregistrement de fichier	22
Figure. II.8. Lancement de logiciel Fluent	23
Figure. II.9. Importation de la géométrie	23
Figure. II.10. Vérification de maillage	24
Figure. II.11. Choix de solveur	24
Figure. II.12. Choix de motif laminaire	25
Figure. II.13. Les caractéristiques du matériau	25
Figure. II.14. Choix des conditions opératoires	25
Figure. II.15. Condition aux limites	26
Figure. II.16. Choix d'ordre d'équation	26
Figure. II.17. Initialisation de calcul	26
Figure. II.18. Choix de critère de convergence	27
Figure. II.19. Choix de nombre des itérations	27
Figure. II.20. Allure de l'évolution des résidus de calcul de maillage	28

CHAPITRE III

Figure. III.1. Profils des vitesses pour différents maillages pour $Re = 400$	30
Figure. III.2. Les ligne de courant pour un maillage (101*101) et $Re = 400$	31
Figure. III.3. Champs de vitesse pour un maillage (101*101) et $Re = 400$	31
Figure. III.4. Trajectoire par magnitude du tourbillon pour un maillage (101*101) et $Re = 400$	31
Figure.III.5. Les ligne de courant pour différents nombres de Reynolds en mouvement antiparallèle	33
Figure. III.6. Les champs des vecteurs pour différents nombres de Reynolds en mouvement antiparallèle	34
Figure. III.7. Trajectoire par magnitude du tourbillon pour différents nombres de Reynolds en mouvement antiparallèle	35
Figure. III.8. Les vitesse U_x sur l'axe verticale pour des différents nombres de Reynolds (cas antiparallèle)	36
Figure.III.9. Les vitesses V_y sur l'axe horizontal pour des différents nombres de Reynolds (cas antiparallèle)	36

Figure.III.10. les lignes de courant pour différents nombres de Reynolds en mouvement Parallèle	38
Figure.III.11. les champs de vecteur pour différents nombres de Reynolds en mouvement parallèle	39
Figure.III.12. Trajectoire par magnitude du tourbillon pour différents nombres de Reynolds (cas parallèle)	40
Figure.III.13. les vitesses U_x l'axe vertical pour différents nombres de Reynolds (cas parallèle)	41
Figure.III.14. les vitesses V_y sur l'axe horizontal pour différents nombres de Reynolds	41

LISTE DES TABLEAUX

Tableau. I.1. Les condition aux limites cavité carré (2 D)	14
Tableau. I.2. Les condition aux limites de premier cas	16
Tableau. I.3. les condition aux limites de deuxième cas	17
Tableau.III.1. Valeurs des vitesses (U_{max} et U_{min}) à $X=0.5$ V_{max} et V_{min}) à $Y= 0.5$ pour différents maillage	32

Introduction générale

Introduction générale :

L'écoulement dans une enceinte entraînée par des frontières mouvantes est un problème fondamental dans la mécanique des fluides. Il s'agit d'un espace creux, naturel ou artificiel plus ou moins large et plus ou moins profond, fermé ou non.

Ce type de configuration peut être trouvé dans certaines applications d'ingénierie notamment, dans les technologies de revêtement et de séchage, ou dans le domaine de recherche académique, afin d'explorer les phénomènes physiques qui se produisent tels que la dynamique du vortex, la stabilité hydrodynamique et la bifurcation de l'écoulement [1-9].

Cette configuration est utilisée aussi comme un problème de référence afin de tester l'efficacité de diverses méthodes numériques ainsi que pour des procédures de validation numérique.

De nombreux travaux ont été rapportés dans la littérature qui peuvent être divisés en deux sections : les travaux numériques et expérimentaux. Et ce pour diverses valeurs du nombre de Reynolds, allant de faibles nombres à des nombres de Reynolds très élevés.

Pour le cas de l'écoulement induit par le mouvement tangentiel du couvercle supérieur de la cavité, a été d'abord initié numériquement et analytiquement par Burggraf [2] pour une cavité avec un rapport d'aspect unitaire, suivis par les travaux d'Erturk [5] qui discutent fondamentalement en détail l'écoulement dans la cavité entraînée physiquement mathématiquement et numériquement. On cite aussi dans ce domaine, le célèbre travail numérique de Ghia et al. [6] qui reste aussi un travail de référence pour de nombreux études. En outre, un ensemble d'expériences ont été menées par Koseff et Street [7, 8], Prasad et Koseff [9] pour des cavités avec différents rapports d'aspect géométrique.

D'autres travaux numériques ont été aussi réalisés pour des cavités doublement entraînées notamment celles de Kuhlmann et al [10,11] et Azzouz et Houat [12,13] qui ont étudié numériquement les structures d'écoulement pour des entraînements parallèle et antiparallèle de la cavité.

La simulation numérique en mécanique des fluides (CFD) (Computational Fluid Dynamic) est reconnue aujourd'hui comme l'un des outils incontournables de conception et est largement utilisée dans l'industrie. Le choix de l'utilisation de telle méthode numérique va dépendre essentiellement du type de la complexité du problème à résoudre, la nature de fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et de problème stationnaire ou in stationnaire.

Les codes de simulation numérique des écoulements ou codes CFD résolvant les équations régissant les mouvements d'un fluide ces équations traduisent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement (équations de Navier-stokes).

Dans la présente étude, on s'intéresse à une cavité carrée triplement entraînée. L'étude sera effectuée en deux dimensions. Les résultats obtenus sont présentés sous forme de ligne de courant, de champs de vecteur vitesse et des profils de vitesse sur les lignes médianes de la cavité, et ce pour le nombre de Reynolds qui varie entre 100 et 1000.

Pour faciliter la lecture de ce mémoire nous avons effectué ce travail dans trois chapitres.

Dans le premier on présente une recherche bibliographique sur quelques travaux menés sur le phénomène de la cavité entraînée, sur leur application et la modélisation mathématique du phénomène.

Le deuxième chapitre est porté sur la présentation de la méthode de résolution numérique notamment la méthode des volumes finis et le code de calcul Fluent.

Enfin le dernier est consacré à la présentation des résultats obtenus ainsi que leur interprétation, incluant aussi l'étude de la validation numérique. Nous terminerons notre mémoire par une conclusion générale exposant les objectifs atteints.

Chapitre I

Etat de l'art et modélisation mathématique

I.1 Introduction :

Afin de situer ce travail, une étude bibliographique est présentée dans le premier chapitre, sur le problème de la cavité entraînée avec configuration géométrique (2D).

Ce dernier est consacré aussi à la formulation mathématique dans un référentiel cartésien. Les différentes équations de conservation qui régissent l'écoulement ainsi que les hypothèses simplificatrices sont exposées ainsi que les conditions aux limites qui leur sont associées.

I.2. Définition de problème de la cavité simple :

Il s'agit d'une cavité carrée entraînée par le haut avec une vitesse $U = U_0$ et $V = 0$. La cavité est remplie par un fluide newtonien et incompressible. On suppose que l'écoulement est isotherme permanent et en deux dimensions et on néglige la force de pesanteur. Dans cette configuration physique, un tourbillon central prend naissance puis se stabilise (Figure I.1). Deux autres tourbillons secondaires apparaissent sur les deux coins bas de la cavité. Les dimensions et les positions de ces tourbillons varient en fonction du nombre de Reynolds. De ce fait, le problème dépend du rapport géométrique de la cavité et de la variation de nombre de Reynolds

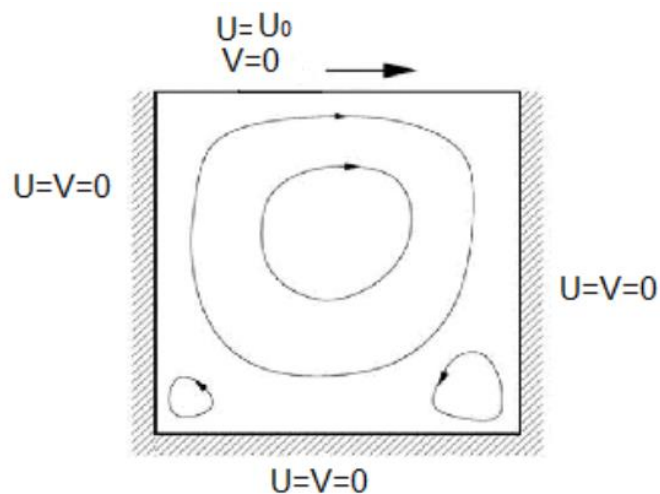


Figure. I.1. configuration physique en 2 D

1.3. Revue bibliographie

Depuis le milieu du siècle dernier l'écoulement à l'intérieur d'une cavité carrée bidimensionnelle 2 D était un intéressant domaine de recherche pour plusieurs chercheurs en dynamique des fluides.

L'étude de la cavité carrée entraînée par un côté est depuis longtemps un exemple de référence idéal pour tester diverses méthodes numériques en géométrie 2 D et même en 3D Pour les écoulements visqueux et Incompressibles. Ce problème a été énormément étudié et effectué pour nombreux auteurs pour différents nombres de Reynolds. En commençant d'abord avec les travaux numériques et analytiques de Burggraf [2] pour une cavité avec un rapport d'aspect unitaire. Gupta et kalita [3] ont utilisé une formulation vitesse fonction de flux pour obtenir une solution précise de second ordre pour leur calcul en utilisant une grille uniforme 161×161 . Tandis que Erturk et al [10] ont donné des exemples de solutions stables pour $Re \leq 21000$ en utilisant une différence finie très efficace et un maillage très fin. Ils ont déclaré qu'un maillage est nécessaire afin d'obtenir une solution stable permise de résoudre les tourbillons apparaissent dans les coins suivis par les travaux d'Erturk [10] qui discutent fondamentalement en détail l'écoulement dans la cavité entraînée physiquement mathématiquement un maillage très fin ont été utilisés afin d'obtenir des résultats de solution stables pour ≤ 20000 .

Azzouz et Houat [14] ont été étudiés numériquement l'écoulement dans une cavité carrée en 2D pour un Reynolds varie de $100 \leq Re \leq 50000$ en utilisant la méthode des volumes finis (FVM) et l'algorithme Coupled pour traiter le couplage pression- vitesse avec un maillage de grille très fin utilise ce qui a montré une grande efficacité en terme stabilité pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds. Une fine comparaison des résultats obtenus pour $Re \leq 35000$ a été bien présentée et discuté.

D'autres travaux numériques ont été aussi réalisés pour des cavités doublement entraînées notamment celles de Kuhlmann et al [10,11] ont étudié l'écoulement bidimensionnel et tridimensionnel, le processus d'instabilité et les des multiciplité des solutions. Azzouz et Houat [12,13] ont étudié numériquement les structures d'écoulement pour des entrainements parallèle et antiparallèle de la cavité, le processus d'instabilité ainsi la que la méthode de la résolution du problème de l'apparition de la turbulence. Bendriss et Benaied [4] ont étudié numériquement les caractéristiques dynamiques d'un écoulement laminaire à travers deux configurations : une cavité carrée entraînée en 2D et une cavité cubique entraînée en 3D. L'analyse de l'écoulement est effectuée en fonction du nombre de Reynold.

I.4. Equation en général :

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide et son mouvement et les causes qui le produisent.

Donc on peut indiquer que le taux de variation de la quantité de mouvement contenu dans le volume de contrôle est égal à la somme de toutes les forces extérieures, qui lui sont appliquées. Les équations sont l'expression des conservations de masse (continuités) et de quantité de mouvement. Elles se présentent sous la forme comme suit :

I.4.1. L'équation de continuité :

L'équation de continuité est simplement une expression mathématique du principe de conservation de la masse. Elle générale peut également être écrite sous une forme différentielle :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (\text{I.1})$$

I.4.2. L'équation de conservation de la quantité de mouvement :

L'équation de conservation de quantité de mouvement pour un fluide newtonien se déduit de la relation fondamentale de la dynamique (aussi appelée seconde loi de Newton), en l'appliquant dans le contexte des milieux continus.

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \mu \nabla^2 \vec{v} \quad (\text{I.2})$$

I.5. Les hypothèses simplificatrices :

Pour simplifier la résolution du problème physique, des hypothèses simplificatrices sont introduites au niveau de la modélisation.

- ✚ Le fluide est incompressible $\rho = \text{cste}$.
- ✚ Le fluide est considéré newtonien, la viscosité est constante $\nu = \text{cste}$.
- ✚ L'écoulement du fluide est considéré laminaire (pour la valeur du nombre de Reynolds utilisées).
- ✚ Ecoulement isotherme $T = \text{cste}$.
- ✚ Ecoulement de régime permanent $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
- ✚ Ecoulement bidimensionnel (suivant les variables d'Euler u et v).
- ✚ La force de pesanteur négligeable.

I.6. Configuration 2D :

I.6.1. La géométrie étudiée :

Le model physique considéré et schématisés sur la figure (I.1.), il s'agit d'une cavité carrée bidimensionnelle de longueur $L=1m$, rempli d'air. La paroi supérieure se déplace à une vitesse dans la direction x tandis que les parois inférieures et latérales son fixe.

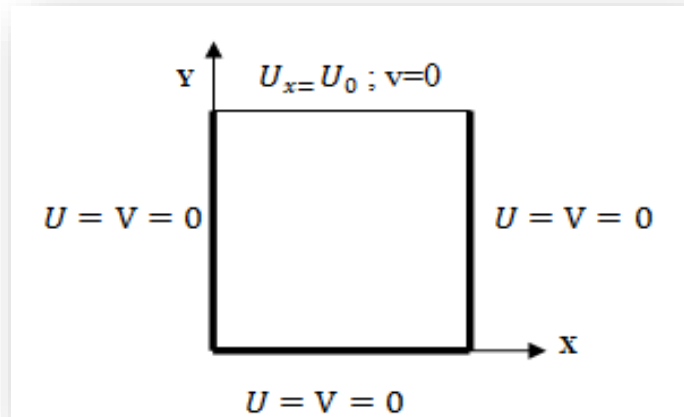


Figure. I.2. Schéma du problème

I.6.2. Formulation du modèle mathématique :

Le modèle mathématique du problème est simulé en résolvant les équations différentielles de la continuité, de la quantité de mouvement, en prenant en considération les hypothèses. Ces équations seront résumées sous la forme comme suit :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (I.3)$$

Equation de quantité de mouvement :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \vartheta \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (I.4)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \vartheta \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (I.5)$$

I.6.3. Equation gouvernant adimensionnelles :

L'adimensionnalisation ou la normalisation consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en variable sans dimension. C'est-à-dire qu'elles seront normalisées par rapport à certaines dimensions caractéristiques. Cela permet de spécifier les conditions d'écoulement avec un nombre restreint de paramètre pour rendre la solution plus générale.

$$U = \frac{u}{u_0}; V = \frac{v}{u_0}; P = \frac{p}{\rho u_0^2}; X = \frac{x}{L}; Y = \frac{y}{L} \quad (I.6)$$

Forme adimensionnelle de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (I.7)$$

Forme adimensionnelle de l'équation de quantité de mouvement :

✚ Equation de quantité de mouvement suivant « oX » :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial p}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (I.8)$$

✚ Equation de quantité de mouvement suivant « oY » :

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial p}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] \quad (I.9)$$

I.7. Les conditions aux limites :

Les conditions aux limites relatives à ce problème sous forme adimensionnelles pouvant être résumées sur le tableau suivant :

Tableau. I.1. les conditions aux limites cavité carré (2D)

Limites géométrique		Conditions
Paroi supérieure : Y=1,	0 < X < 1	U=1, V=0
Paroi inférieure : Y=0,	0 ≤ X ≤ 1	U=0, V=0
Paroi droite : X= 1,	0 ≤ Y ≤ 1	U=0, V=0
Paroi gauche : X=0,	0 ≤ Y ≤ 1	U=0, V=0

I.8. Formulation de la fonction de courant :

Fonction de courant Ψ : est indiquée en générale en deux dimensions par :

$$d\Psi = udy - vdx, \quad d\Psi = 0.$$

Les vitesses de l'écoulement sont en fonction de Ψ défini par :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{Et} \quad v = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{I.10})$$

La vorticité en deux dimensions est défini par :

$$\nabla^2 \Psi = -\omega \quad , \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega. \quad (\text{I.11})$$

I.9. Le nombre de Reynolds :

Nombre de Reynolds est un nombre sans dimension exprimant le rapport de forces d'inertie aux forces de viscosité utilise dans la mécanique de fluides. Apparaissant lorsque l'on écrit les équations de Navier Stokes sous forme adimensionnelles. sa valeur indique si l'écoulement suit un motif laminaire ou turbulent. On le définit de la manière suivante :

$$Re = \frac{vL}{\vartheta} = \frac{\rho vL}{\mu} \quad \text{Avec} \quad \vartheta = \frac{\mu}{\rho}$$

Re : nombre de Reynolds.

V : vitesse caractéristique du fluide (m/s).

L : est une dimension linéaire caractéristique longueur parcourue du fluide (m).

ϑ : viscosité cinématique (m^2/s).

μ : viscosité dynamique ($kg/m.s$).

ρ : La masse volumique (m^3/kg).

I.10. Configuration géométrique considéré dans cette étude :

La géométrie du problème considéré dans cette étude est illustrée dans les figures I.2 et I.3. Il s'agit d'une cavité carrée remplie d'un fluide incompressible, dont les parois latérales sont maintenues à une vitesse uniforme et qui se déplace vers le haut dans le sens opposé (mouvement antiparallèle) (1^{ère} cas) ou même sens (mouvement parallèle) (2^{ème} cas), ainsi que la paroi supérieure se déplace avec une vitesse constante vers la droite et la paroi inférieure est supposée rigide (condition de non glissement).

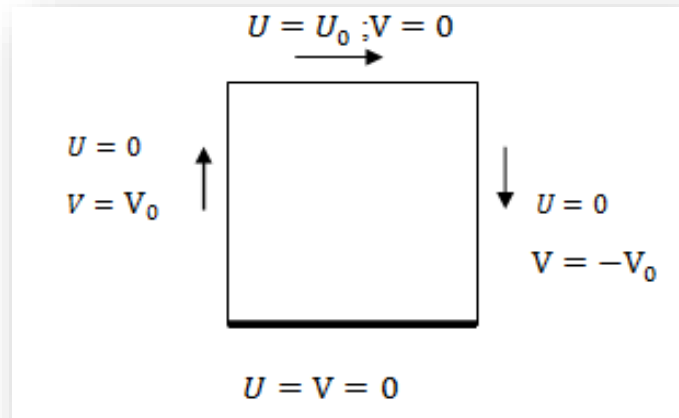


Figure.I.3. Mouvement antiparallèle (cas1)

I.10.1. Les conditions aux limites de premier cas :

Tableau I.2.les conditions aux limites de premier cas

Limites géométrique	Conditions
Paroi supérieure : $Y=1, \quad 0 < X < 1$	$U=1, V=0$
Paroi inférieure : $Y=0, \quad 0 \leq X \leq 1$	$U=0, V=0$
Paroi droite : $X=1, \quad 0 < Y < 1$	$U=0, V= -1$
Paroi gauche : $X=0, \quad 0 < Y < 1$	$U=0, V=1$

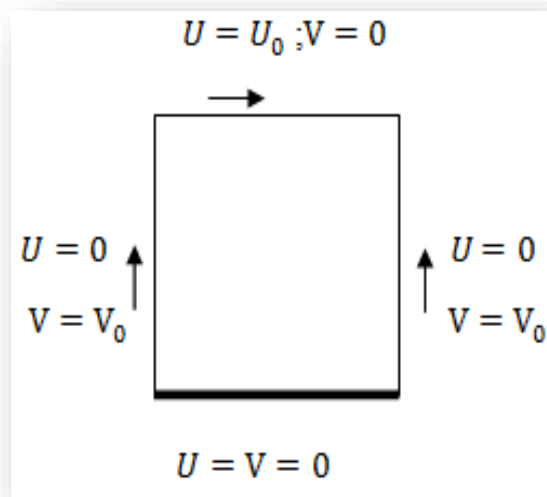


Figure I.4. mouvement parallèle (cas 2).

I .10.2. Les conditions aux limites de deuxième cas :

Tableau I.3. Les conditions aux limites de deuxième cas

Limites géométrique	Conditions
Paroi supérieure : $Y=1, \quad 0 < X < 1$	$U=1, V=0$
Paroi inférieure : $Y=0, \quad 0 \leq X \leq 1$	$U=0, V=0$
Paroi droite : $X=1, \quad 0 < Y < 1$	$U=0, V=1$
Paroi gauche : $X=0, \quad 0 < Y < 1$	$U=0, V=1$

I .11. Conclusion :

Dans ce chapitre, une étude bibliographique sur le problème de la cavité entraînée a été exposée. La formulation mathématique du modèle physique ainsi que les conditions aux limites correspondantes aux cas étudiés dans ce travail sont présentés. Il s'agit d'un système complexe formé par des équations différentielles exprimant la conservation des quantités de masse et de mouvement.

Dans le prochain chapitre, La méthode des volumes finis ainsi que l'outil de simulation Fluent qui aident à résoudre ce problème seront exposés.

Chapitre II

Outils de simulation

Elle se distingue par sa fiabilité aux résultats, son adaptation au problème sa possibilité de traiter des géométries complexes, sa garantie pour la conservation de masse et de quantité de mouvement et de tout scalaire transportable sur chaque volume de contrôle dans tout domaine de calcul. Ceci n'est pas le cas pour les 'autres méthodes numériques.

Chaque mode de résolutions d'un problème continu comporte une phase de maillage et une phase de discrétisation.

Le maillage : Il consiste à diviser le domaine en plusieurs intervalles réguliers appelés volumes de contrôle. [15,17]

La discrétisation : lors de cette étape les équations sont intégrés dans le volume de contrôle. [15,-]

II .3. Description du logiciel Gambit :

II .3.1 Définition de Gambit :

Gambit est un logiciel qui permet de créer des maillages pouvant être utilisés en particulier sous Fluent. Gambit est un préprocesseur qui permet à l'utilisateur de construire la géométrie du domaine de calcul et de subdiviser ce dernier en petits volumes de contrôle ou cellules de calcul. L'ensemble de ces volumes élémentaires constitue le maillage. La définition des conditions aux limites appropriées, au niveau des cellules qui coïncident ou touchent la frontière du domaine de calcul, se fait également à ce niveau. Il permet de créer plusieurs types de maillage suivant la géométrie et de spécifier le type de matériau fluide ou solide [18].

II.3.2 Maillage sous Gambit :

II.3.2.1 Démarrage de logiciel :

L'interface d'utilisation est présentée à la figure 2

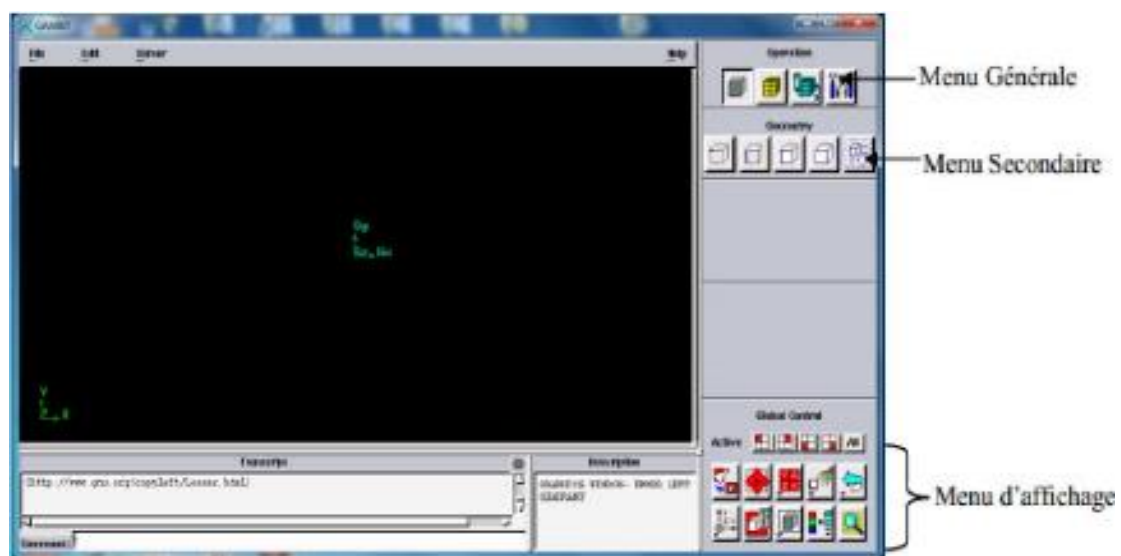


Figure II.2: Interface de Gambit

II.3.2.2. Construction de la géométrie :

La finalité de la construction de la géométrie a défini les domaines de calcul qui seront des faces dans un problème 2D et des volumes dans un problème 3D.

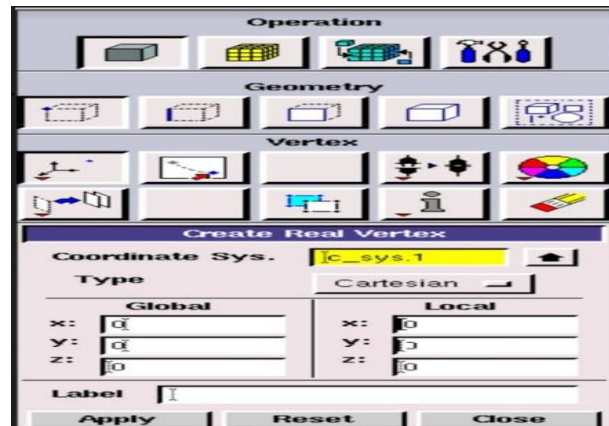


Figure. II.3. Construction de la géométrie

II.3.2.3. Génération de maillage :

Un maillage structuré de type *bi-exponent* avec un choix de ratio avec des mailles de taille intervalle différent pour la précision d'écoulement au niveau de la couche limite.

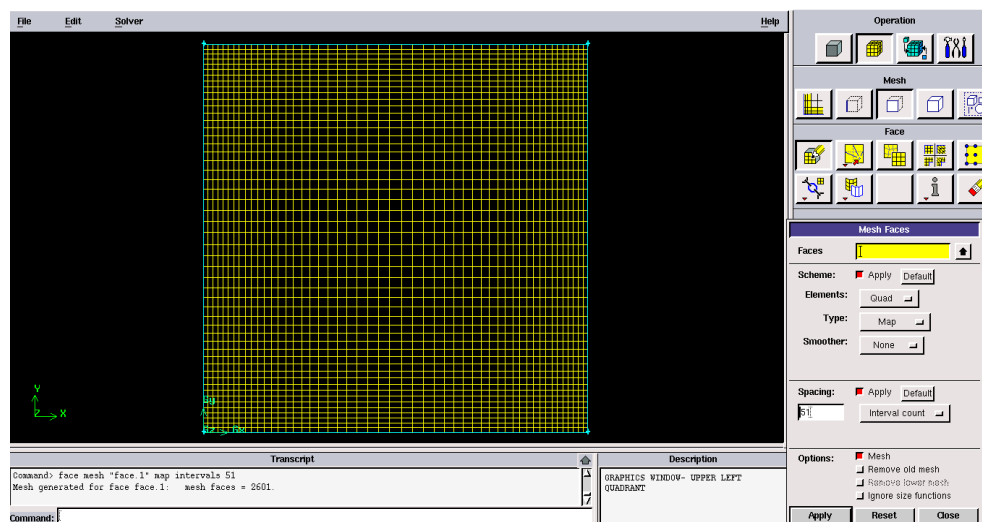


Figure II.4. Génération de maillage

II.3.2.4. Les conditions aux limites :

Les conditions aux limites sont effectuées selon le problème traité.

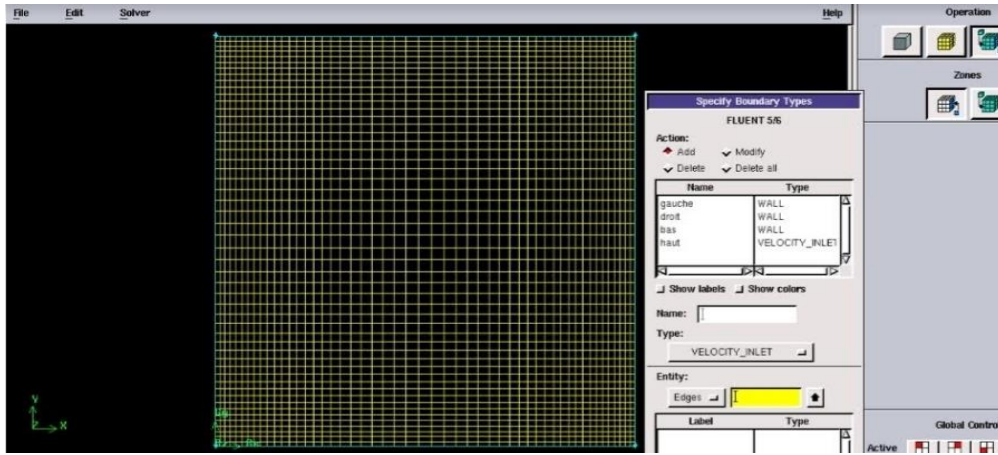
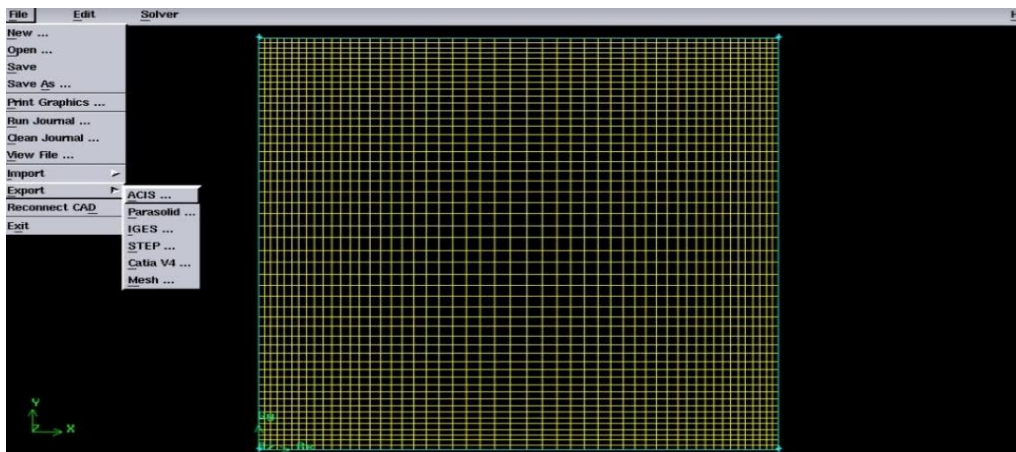


Figure II.5. Incorporation des conditions aux limites.

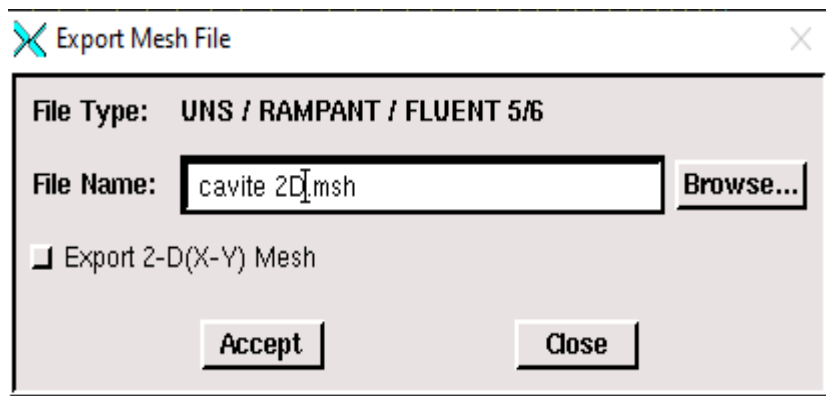
II.3.2.5. Exportation de maillage :

Tout d'abord, nous créons la géométrie avec les conditions aux limites ensuite en exporte le maillage au solveur fluent suivant l'étape : **File-export –mesh**



II.6. Exportation de maillage

Il faut exporter le maillage de Format «.msh »pour que fluent soit capable de lire et de l'utiliser.



II.7. Enregistrement de fichier

II.4. Description de solveur fluent :

Fluent est un logiciel de modélisation et simulation en mécanique des fluides. Ce logiciel est un solveur il ne comporte pas de mailleur (le maillage doit être réalisé avec un logiciel de maillage, Gambit par exemple, qui est réaliser par le même éditeur). Le paramétrage du modèle se fait par une interface graphique. Il dispose d'une interface de script pour automatiser les processus de calcul. Fluente est intégré dans la suite de simulation ANSYS [19].

II.4.1. Les étapes de simulation sou fluent :

II .4.1.1. Lancer fluent : l'option (2ddp) est nécessaire pour obtenir des résultats plus précis.

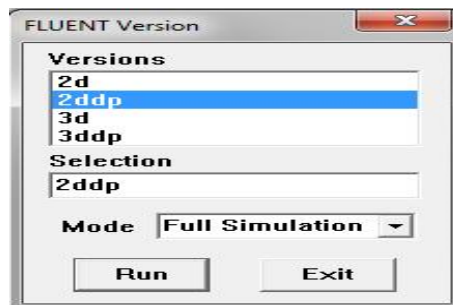


Figure. II.8. Lancement du logiciel Fluent.

II.4.1.2. Importation de la géométrie (*.msh) :

Pour commencer la simulation il faut importer le fichier de données générées sous Gambit.

File - Read-case

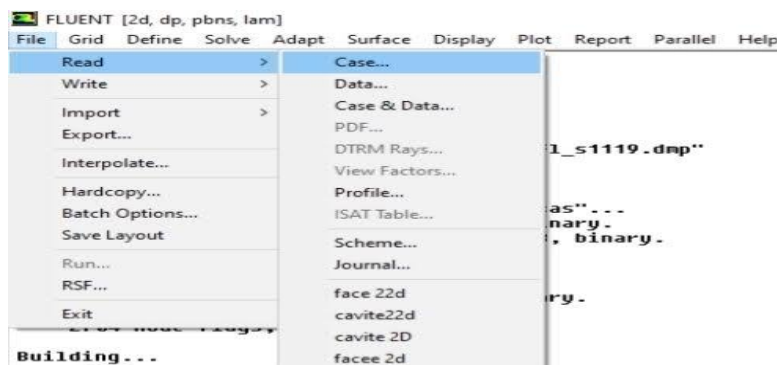


Figure II.9. : Importation de la géométrie.

II.4.1.3. Vérification de maillage importe : Grid chek

Ceci permet de vérifier si le maillage importe ne contient pas d'erreur ou des déformations.

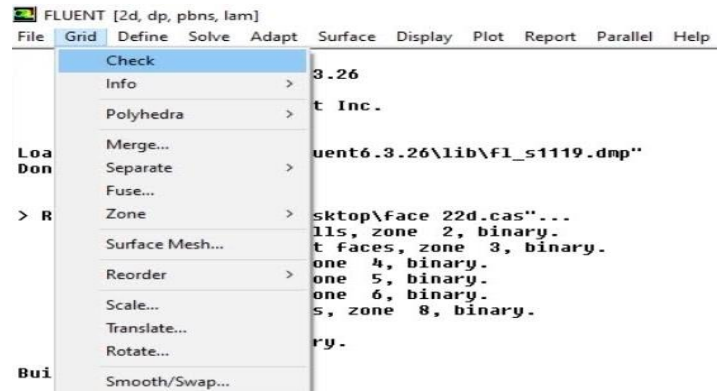


Figure II.10 : Vérification de maillage

II.4.1.4. Vérification de l'échelle :

Il faut toujours vérifier que ces dimensions affichées correspondent aux dimensions physiques du problème. **Grid- scale**

Pour l'affichage de la grille, il est très judicieux de vérifier les conditions aux limites définies au préalable dans Gambit. **Display - Grid**

Après la vérification de l'échelle, on définit les éléments de calcul. **Define**

II.4.1.5. Choix de solveur :

Ceci permet de choisir le type de solveur que nous allons utiliser « configuration 2d ».

Define- models -solver

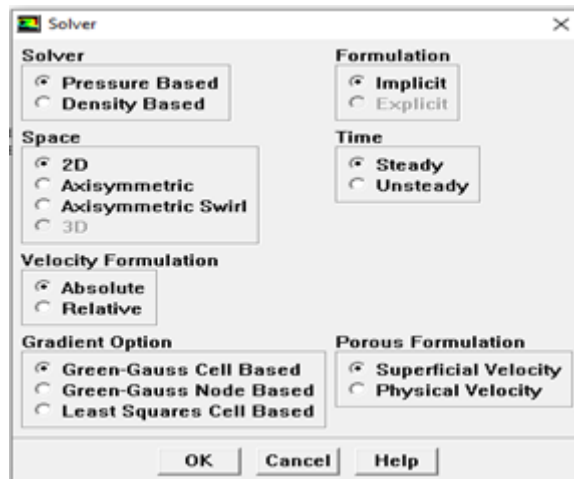


Figure II.11 : Choix de solveur

II.4.1.6. Choix de régime d'écoulement : il s'agit d'un écoulement laminaire.

Define-models -viscous

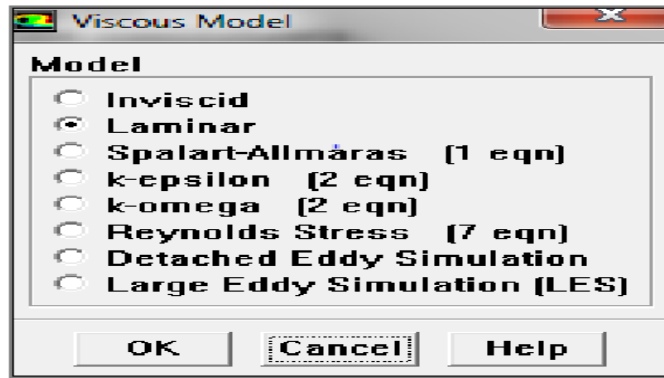


Figure II.12 : Choix de motif laminaire

II.4.1.7. Définition des caractéristiques de fluide :

Définir le choix de fluide. Define- materials

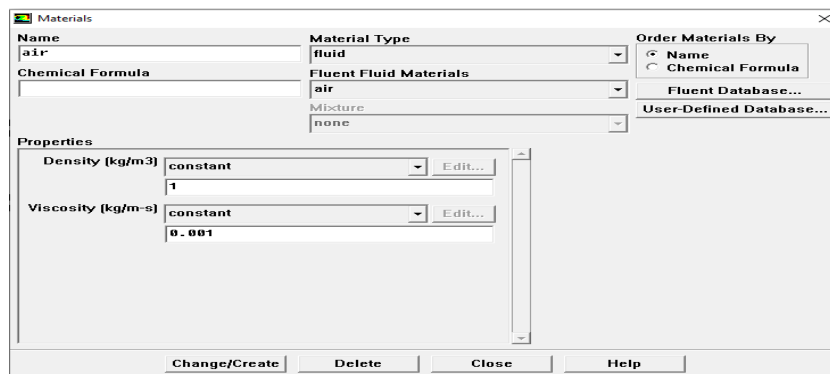


Figure II.13 : les caractéristiques du matériau

II.4.1.8. Les conditions opératoires :

Avant de choisir les conditions aux limites, il faut choisir d'abord la valeur de la pression de référence.

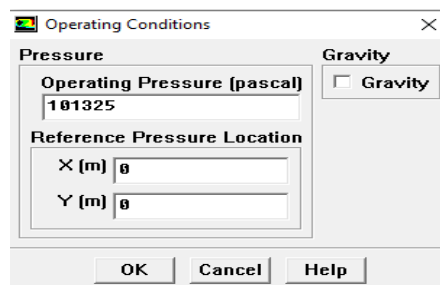


Figure II.14. Choix des conditions opératoires

II.4.1.9. Conditions aux limites :

Il faut fixer les valeurs des conditions aux limites. Define- boundary conditions

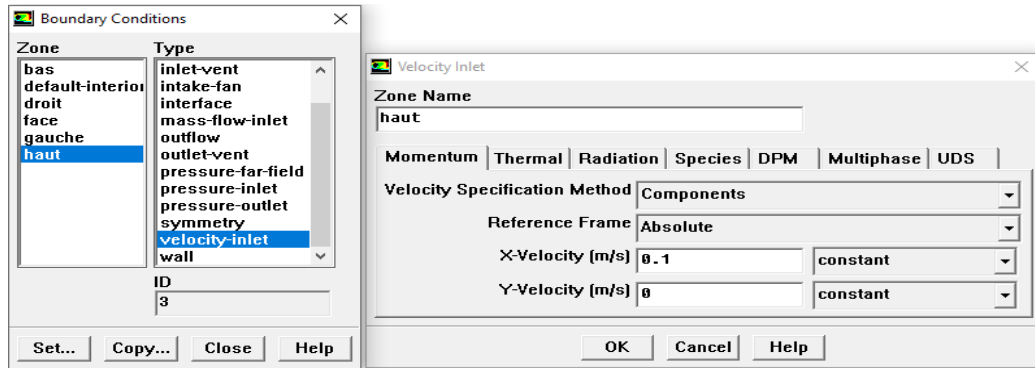


Figure II.15 : condition aux limites

II.4.1.10. **Contrôle de la solution** : Ceci permet de spécifier le degré des équations à résoudre.

Solve-control-solution

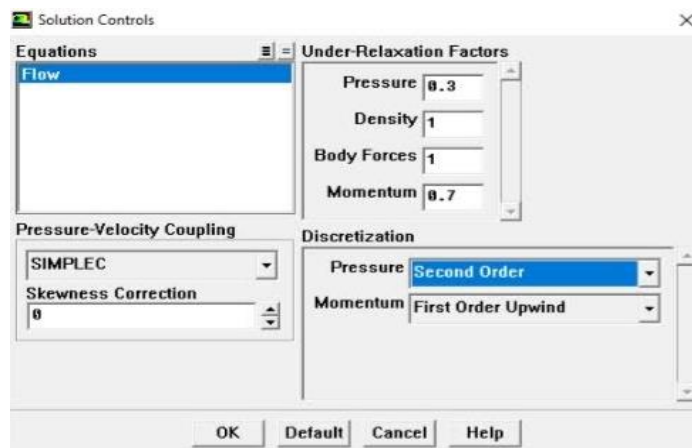


Figure II.16 : Choix d'ordre d'équation

II.4.1.11. **Initialisation** : Cette fonction permet d'initialiser le calcul.

Solve- initialise-initialise

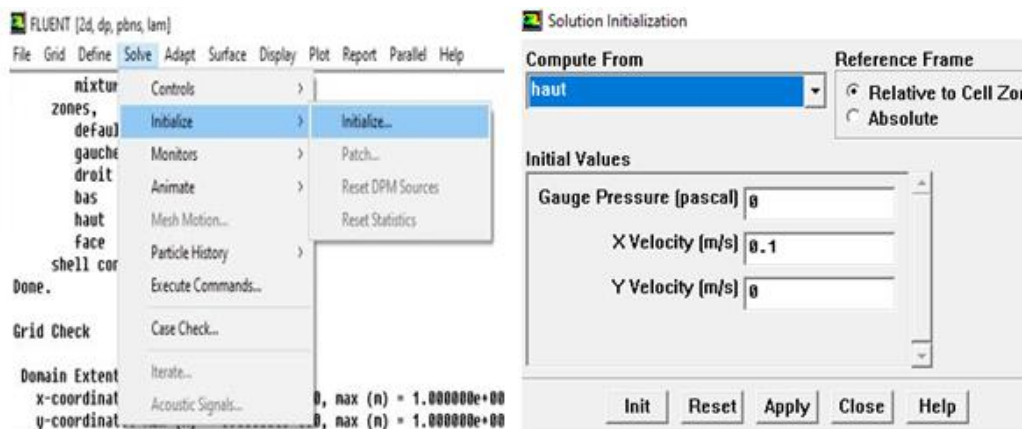
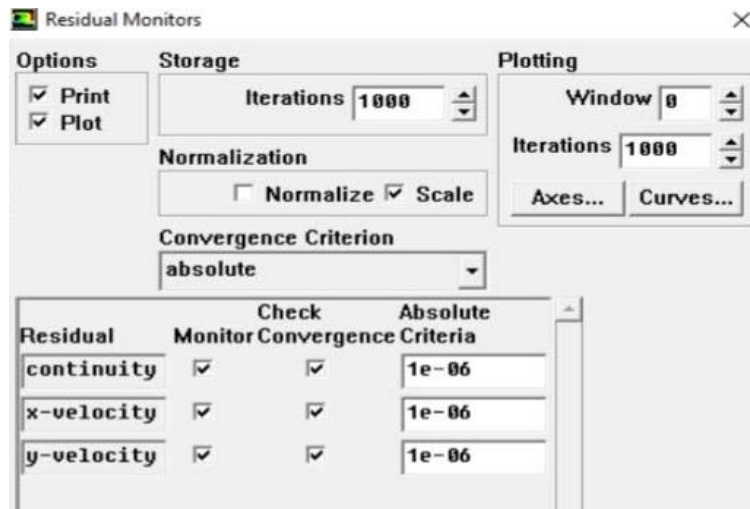


Figure II.17 : Initialisation de calcul

II.4.1.12. Choix de critère de convergence :

Il s'agit ici de choisir les critères qui doivent être vérifiés pour que les calculs de la simulation s'arrêtent. **Solve-monitors-Residual**



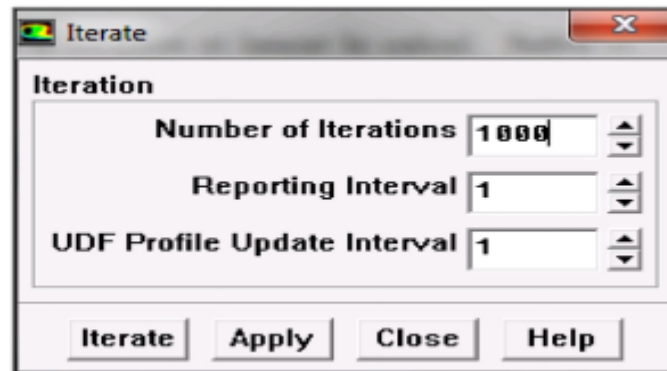
II.18 : Choix de critère de convergence

L'option plot permet d'afficher la convergence sous forme d'un graphe.

II.4.1.13. Lancement du calcul :

Pour commencer les calculs il faut d'abord choisir le nombre des itérations

Solve- iterate



II.19 : Choix de nombre des itérations

II.4.1.14. Allures de l'évolution des résidus de calcul :

Allure de l'évolution des résidus de calcul pour maillage 51*51.

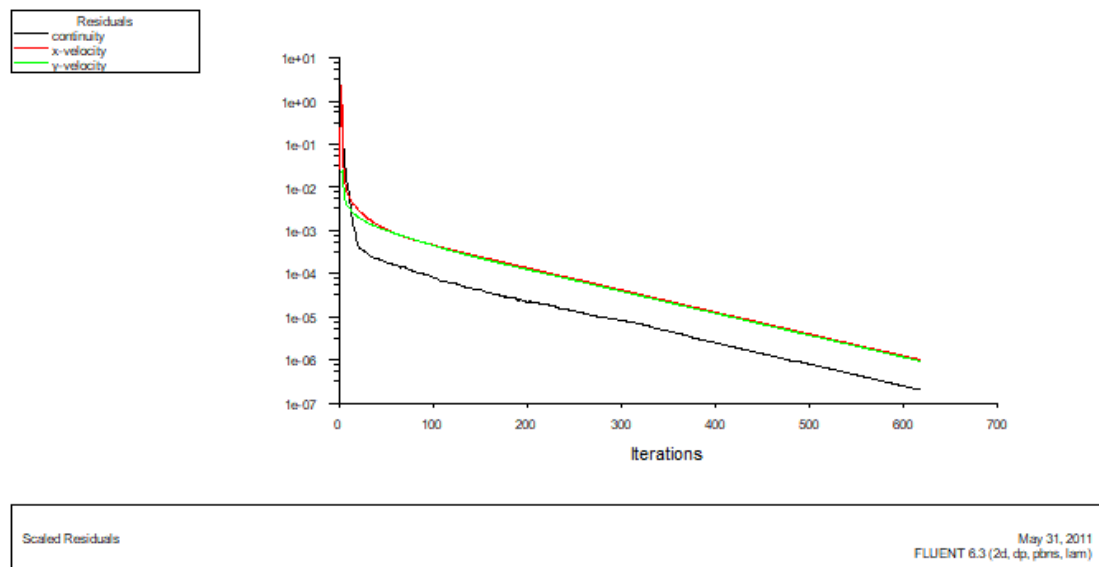


Figure II.20 : Allure de l'évolution des résidus de calcul pour maillage 51*51

Une fois que l'on estime que la convergence est atteinte, on visualise les résultats grâce au post-traitement de Fluent. Principalement, on utilise le menu **Display** et les sous-menus **Contour** et **Velocity-vecteur**. Dans le premier on observe la variation des variables (vitesse, température.....) avec les iso-surfaces. Dans le second, les valeurs sont traduites des vecteurs des vitesses. Il est également possible dans ces d'observer les résultats sur les faces de la géométrie et pour les vecteurs de faire des projections. Pour visualiser des zones précises du maillage (ligne, plans...), le menu **surface** permet de créer des lignes ou des plans dans la géométrie à partir des pointes. et le menu **plot** offre la possibilité de faire des graphes en 2D de tous variables sur les lignes créées par l'utilisateur.

II.5. Conclusion :

A travers ce chapitre, la méthode de résolution du problème par la méthode de volume fini est discutée. La procédure d'utilisation du logiciel Fluent et Gambit est bien exposée.

Les résultats de simulation des cas considérés dans cette étude sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre III

Résultats et discussion

III.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous exposons les résultats de simulation obtenus à l'aide du code CFD « FLUENT », en adoptant les mêmes conditions citées ci-dessus.

En premier lieu, nous présentons les résultats de l'optimisation du maillage pour le cas d'une cavité carrée entraînée par un seul côté. Les résultats ont été aussi validés et testés avec succès par rapport à ceux obtenus par d'autres auteurs.

Dans le second lieu, est de faire une étude et analyse de la cavité carrée en deux dimensions, triplement entraînée pour un nombre de Reynolds variant entre 100 et 1000. Deux cas de configuration sont considérés.

III.2. Validation numérique avec cavité simplement entraînée :

La géométrie de la cavité entraînée elle est en format carré en **2D** avec un rapport géométrique égal à l'unité et avec une vitesse d'entraînement sur la paroi supérieure, en régime stationnaire.

III.2.1. Validation de maillage :

Après avoir examiné l'influence du maillage sur la solution numérique ; quatre maillages uniformes ont été utilisés : 51*51 ; 81*81 ; 101*101 et 151*151. Une analyse des profils des vitesses aux plans médians de la cavité est effectuée pour l'ensemble des tailles des maillages utilisés.

D'après les résultats de comparaison des profils des vitesses U et V (figure III.1), ainsi que la comparaison des valeurs maximales et minimales de ces vitesses pour le nombre de Reynolds 400 avec les travaux de Ghia et al [6]. Le maillage (101*101) est choisi et validé. En conséquent ce maillage sera adopté pour le reste du travail.

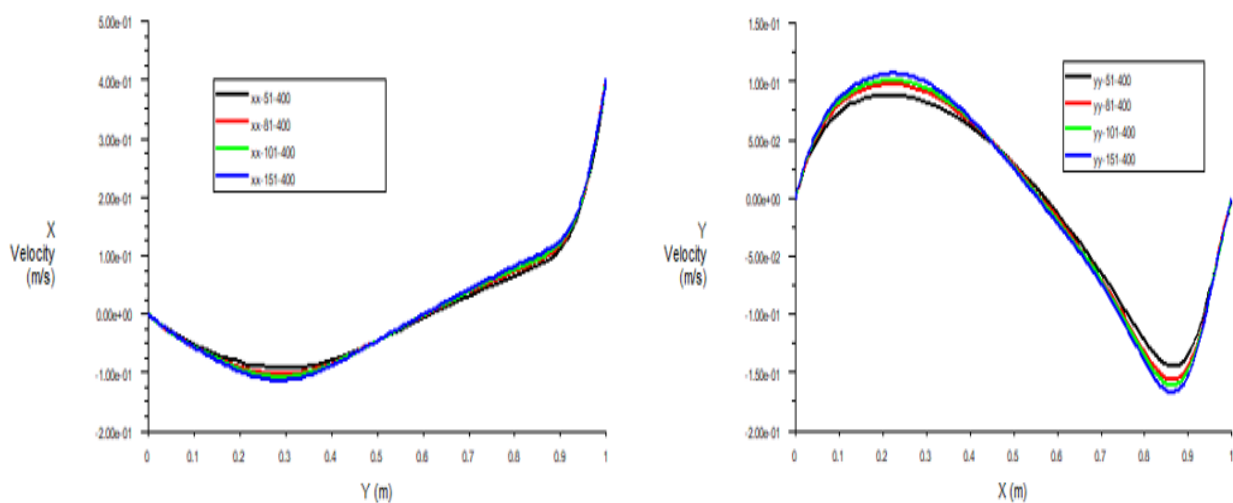


Figure III.1 : Profils des vitesses pour différents maillages pour $Re = 400$.

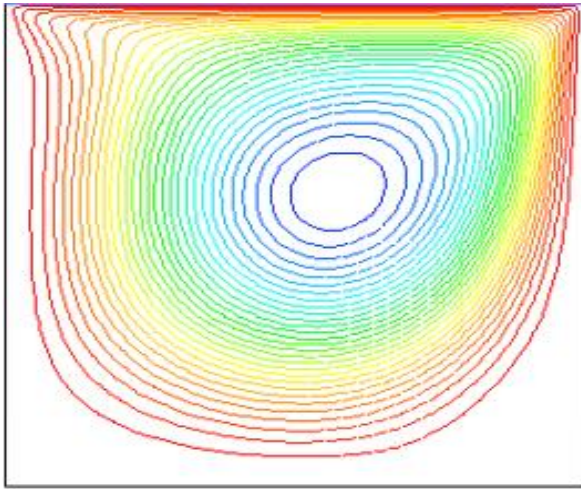


Figure III.2 : Ligne de courant pour un Maillage (101*101) et $Re = 400$.

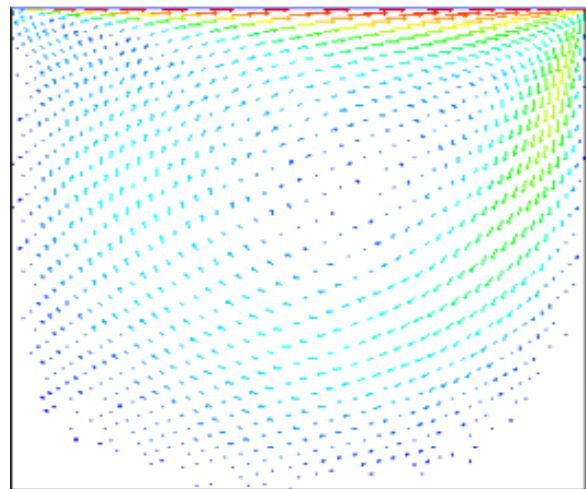


Figure III.3: Champ de vitesse pour un Maillage (101*101) et $Re = 400$.

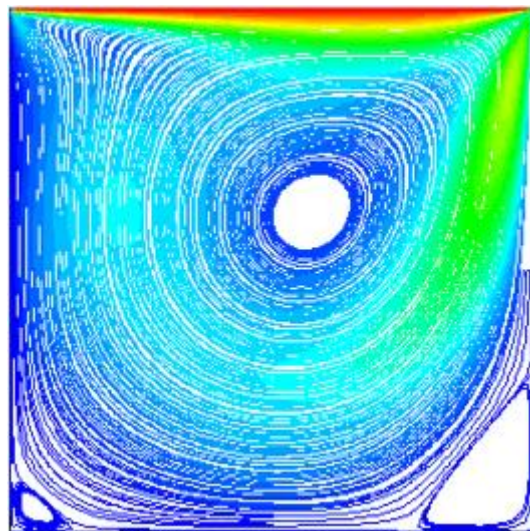


Figure III.4: Trajectoire par magnitude du tourbillon pour un maillage (101*101) et $Re = 400$.

Tableau III.1 : valeurs des vitesses(U_{max} et U_{min}) à $X=0.5$ et (V_{max} et V_{min}) à $Y=0.5$

Pour différents maillages :

Re = 400	51*51	81*81	101*101	151*151
U_{max} (Y = 0.5)	0.861570	0.916998	0.934785	0.957735
Y_{max}	0.988239	0.992676	0.994148	0.996106
U_{min} (Y = 0.5)	-0.229999	-0.257708	-0.268645	-0.285073
Y_{min}	0.011760	0.007324	0.005851	0.003894
V_{max} (X = 0.5)	0.220298	0.243451	0.252605	0.266335
X_{max}	0.988239	0.992676	0.994148	0.996106
V_{min} (X = 0.5)	-0.362330	-0.391375	-0.402280	-0.417485
X_{min}	0.011761	0.007324	0.005852	0.003894

III.2.2. Discussion sur les résultats :

La géométrie étudiée dans le cas présent est celle d'une cavité carrée simplement entraînée. La simulation est effectuée pour un nombre de Reynolds égal à 400 avec une grille, (101*101). Les figures III.2, III.3 et III.4 représentent respectivement les lignes de courant, le champ de vecteur vitesse et les lignes trajectoires des particules fluides. Nous remarquons que le fluide se déplace sur la surface supérieure vers la droite en régime stationnaire et que le mouvement d'entraînement sur la surface supérieure provoque des vortex qui se développent à l'intérieur de la cavité dans le centre.

III.3. Résultats et discussions pour la cavité triplement entraînée :

La géométrie de la cavité entraînée est en format carré en **2D** avec un rapport géométrique égal à l'unité. Les parois latérales sont entraînées et se déplacent dans le même sens (mouvement parallèle) ou opposées (mouvement antiparallèle), ainsi que la paroi supérieure se déplace avec une vitesse constante vers la droite, et la paroi inférieure est supposée rigide (condition de non glissement).

III.3.1. Les données physiques et géométriques :

Reynolds : $100 \leq Re \leq 1000$.

Rapport géométrique égale à 1

III.3.2. Résultats pour la cavité à entrainement antiparallèle :

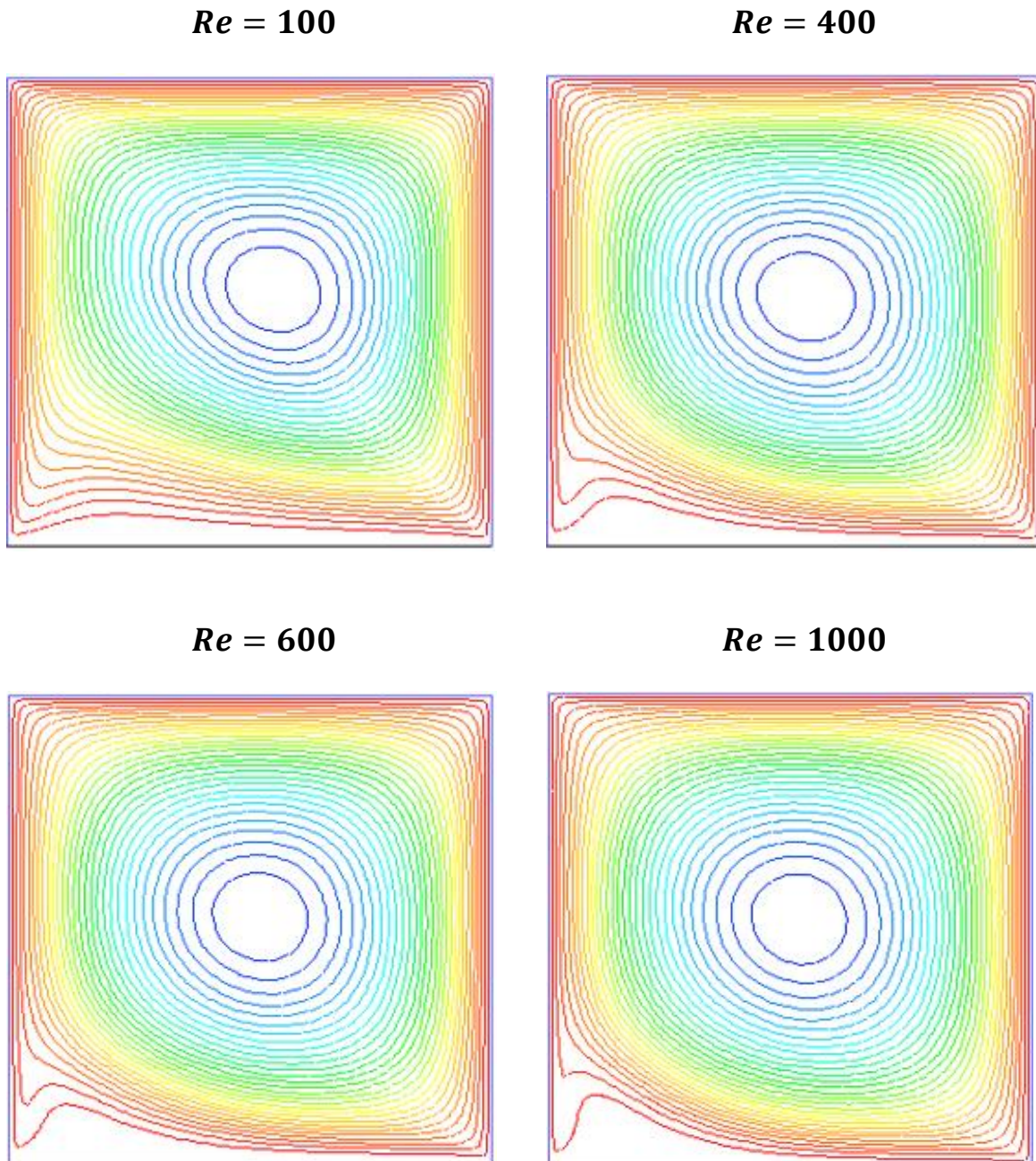
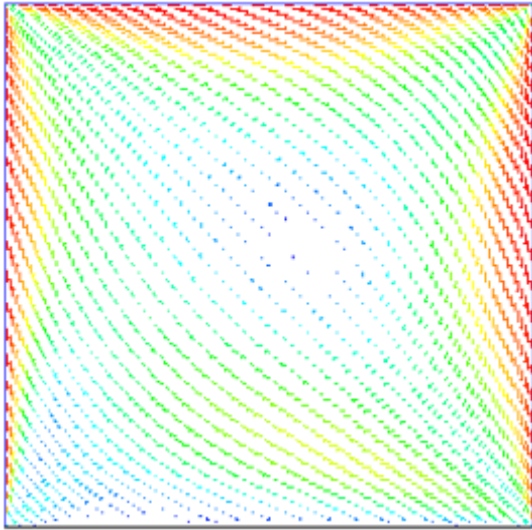
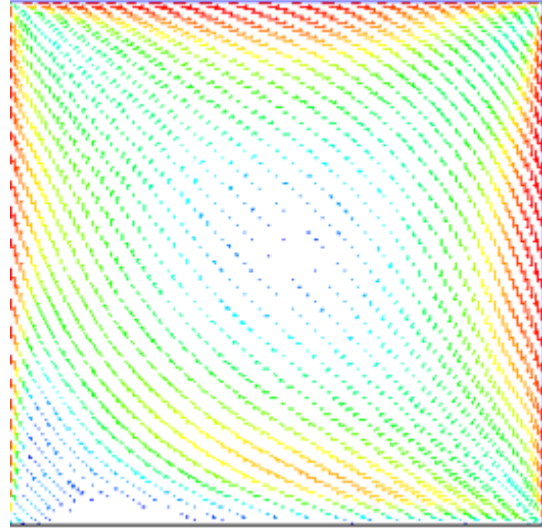


Figure III.5 : Les lignes de courant pour différent nombres de Reynolds en mouvement antiparallèle.

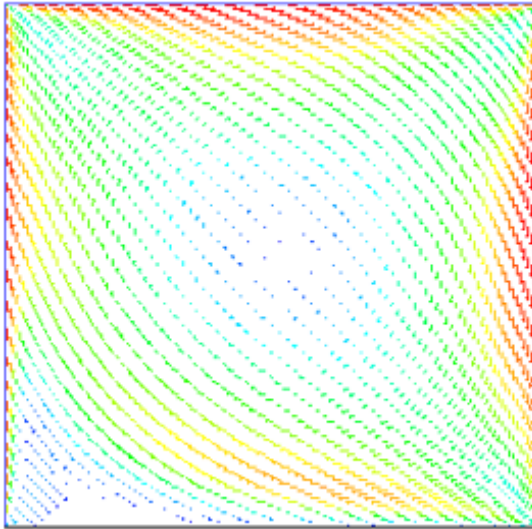
Re = 100



Re = 400



Re = 600



Re = 1000

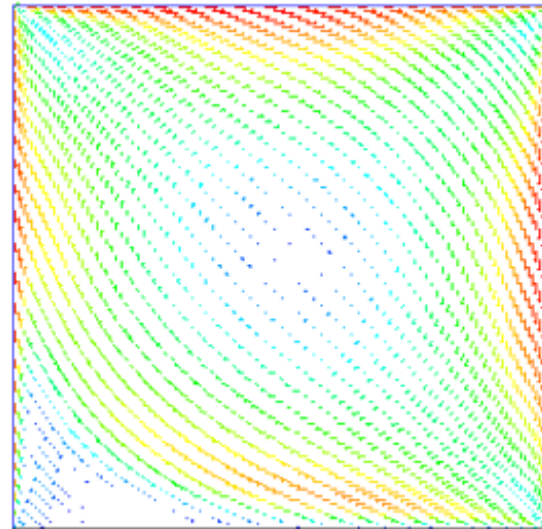
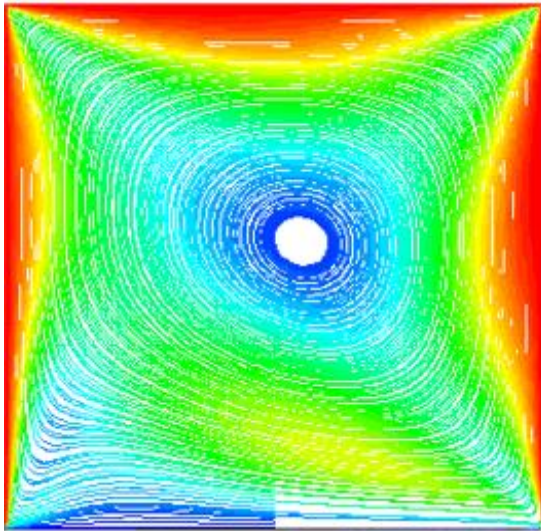
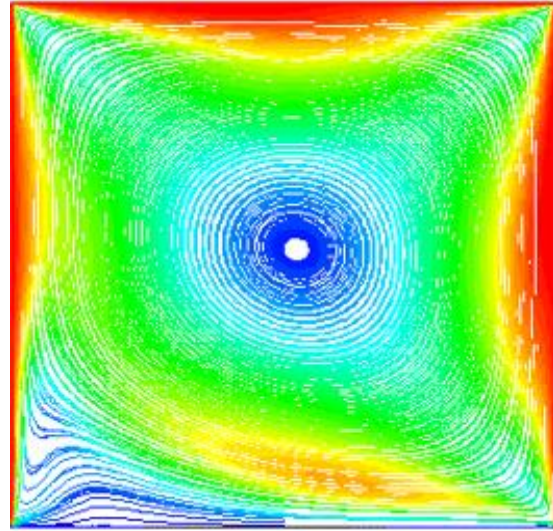


Figure III.6 : Les champs des vecteurs pour différent nombres de Reynolds en mouvement antiparallèle.

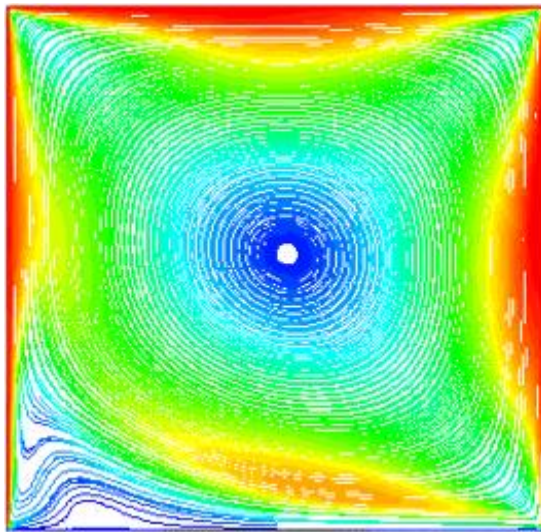
$Re = 100$



$Re = 400$



$Re = 600$



$Re = 1000$

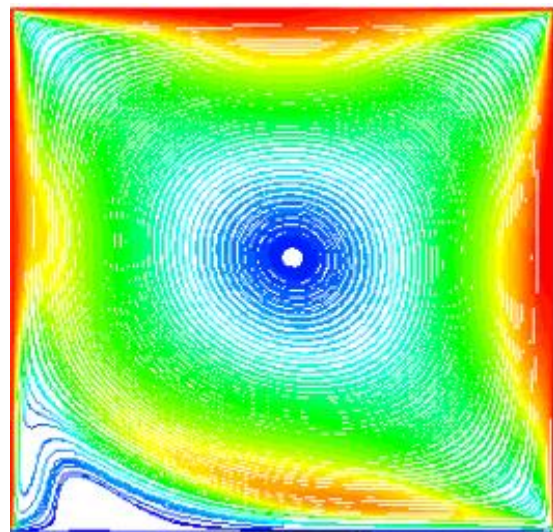


Figure III.7 : Trajectoire par magnitude du tourbillon pour différents nombres de Reynolds en mouvement antiparallèle.

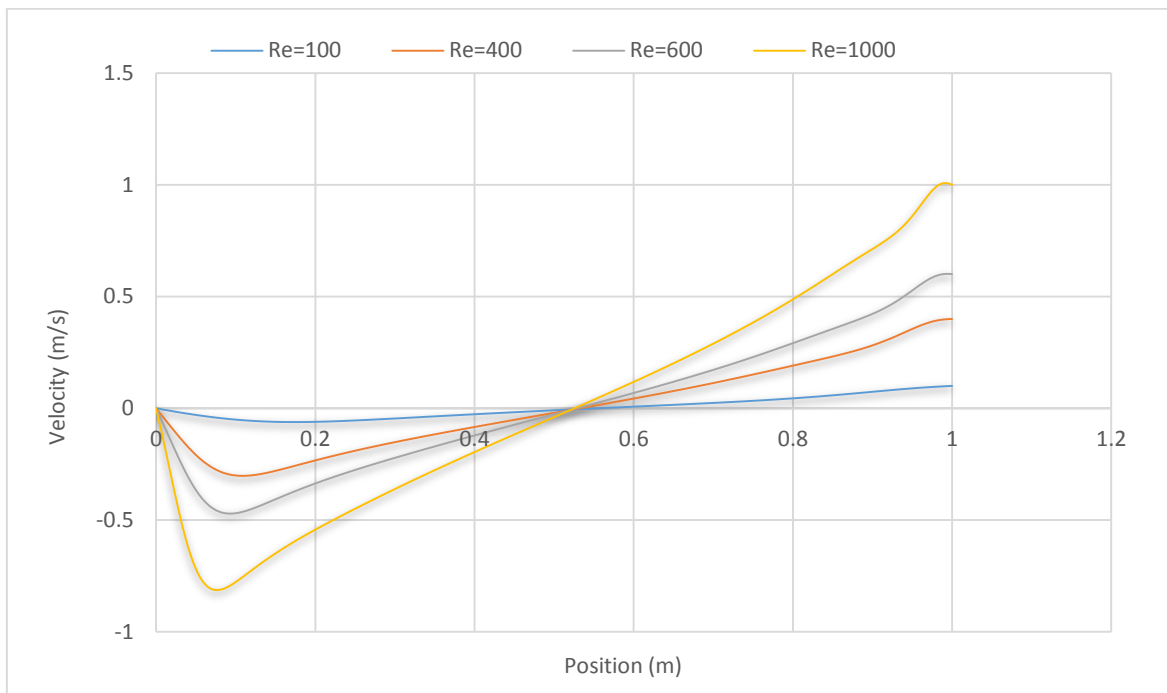


Figure III.8 : Les vitesses U_x sur l'axe vertical pour des différents nombres des Reynolds (Cas antiparallèle).

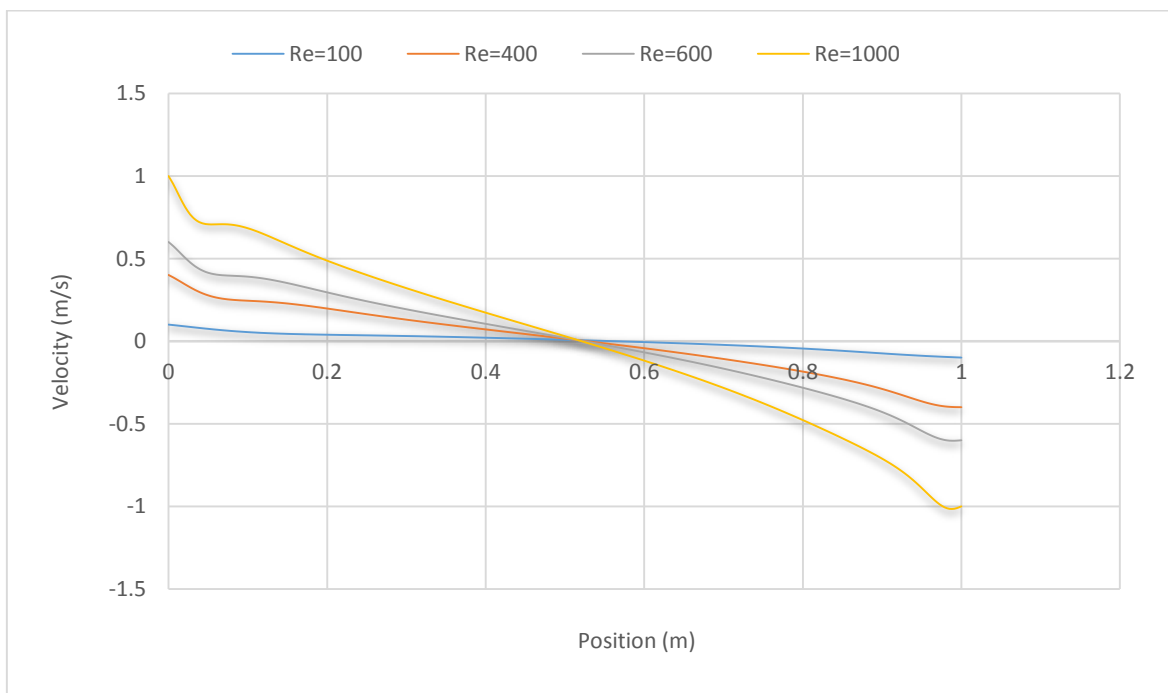


Figure III.9 : Les vitesses V_y sur l'axe horizontal pour des différents nombres des Reynolds (Cas antiparallèle).

III.3.3. Discussion sur les résultats pour la cavité à entrainement antiparallèle :

La géométrie étudiée dans le premier cas est celle d'une cavité carrée triplement entraînée avec un mouvement antiparallèle avec une grille de 101×101 . Les surfaces latérales se déplacent dans des directions opposées et la surface supérieure se déplace vers la droite, le tout avec une même vitesse. La simulation est effectuée pour des nombres de Reynolds qui varient entre $Re=100$ et $Re=1000$.

Les figures III.5, III.6, III.7 représentent respectivement les lignes de courant, le champ de vecteur vitesse et les lignes trajectoires des particules fluides. Nous remarquons que le fluide se déplace sur les surfaces entraînées créant ainsi un mouvement du fluide dans le sens des aiguilles d'une montre. Ce mouvement provoque un vortex central qui se développe à l'intérieur de la cavité dans le centre et qui évolue en fonction du nombre de Reynolds. L'apparition de vortex secondaire est bien évidente près de la paroi inférieure.

On observe que : à fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente le profil de vitesse médiane (U_y) (Figure III.8) et la vitesse médiane (V_x) (Figure III.9) évoluent en ascendance. Ceci explique l'intensité de l'écoulement à l'intérieur de la cavité en fonction du Nombre de Reynolds.

III.3.4. Résultats pour la cavité à entrainement parallèle :

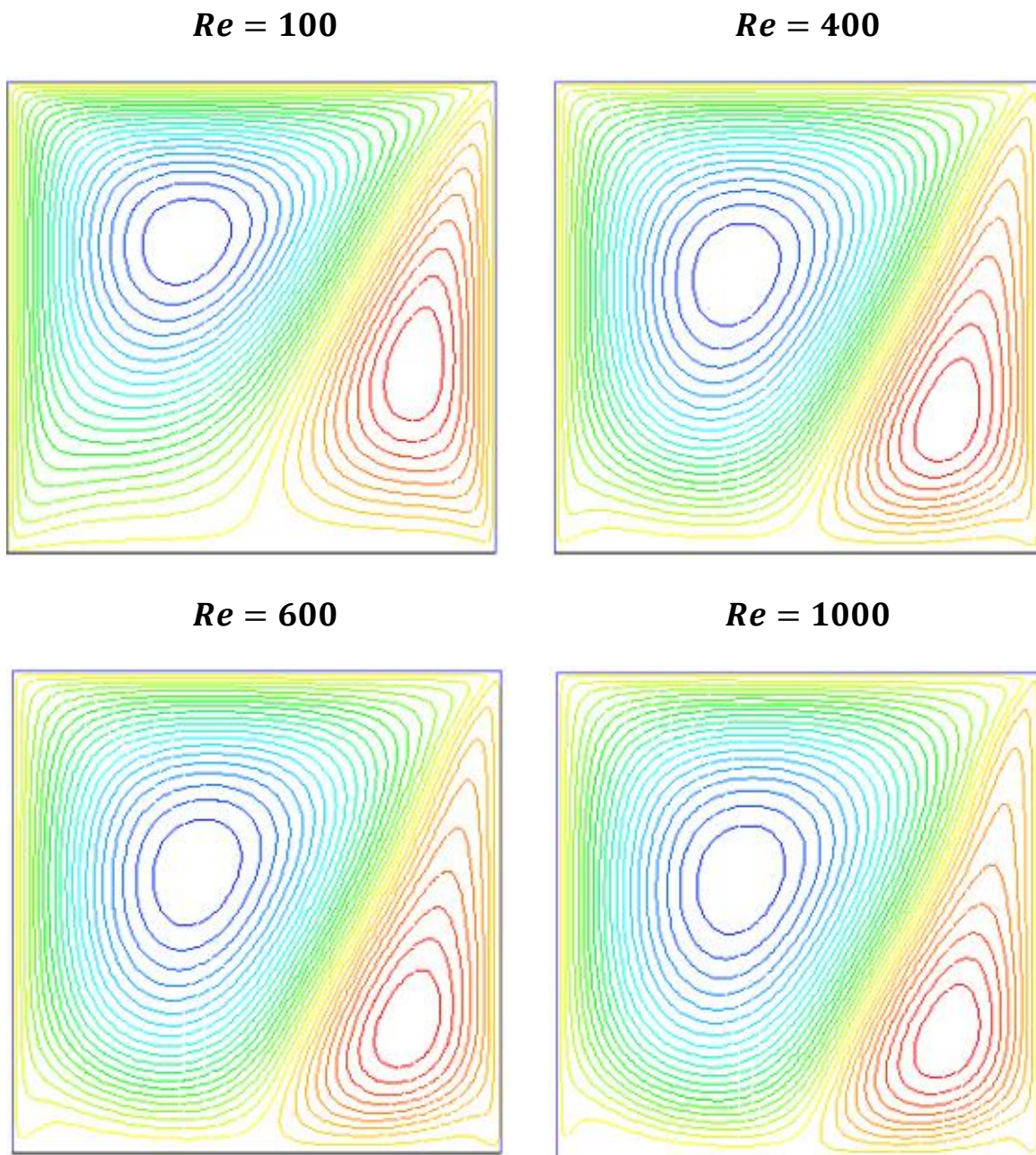
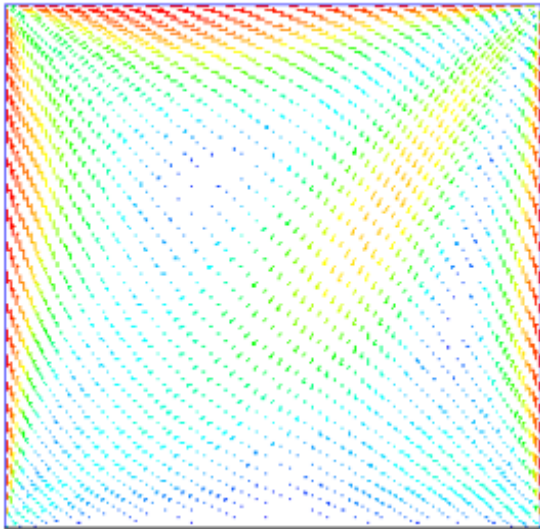
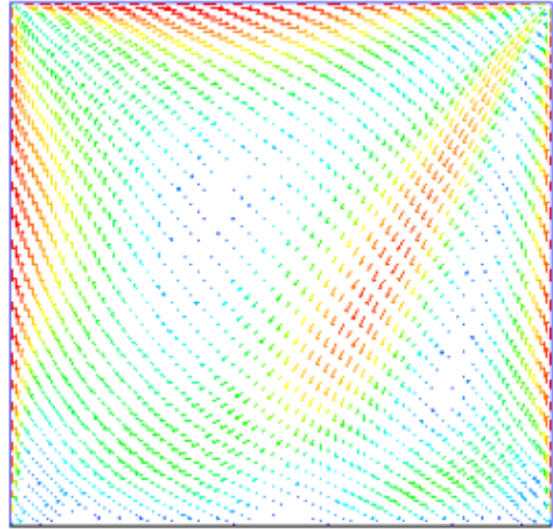


Figure III.10 : Les lignes de courant pour différent nombres de Reynolds en mouvement parallèle.

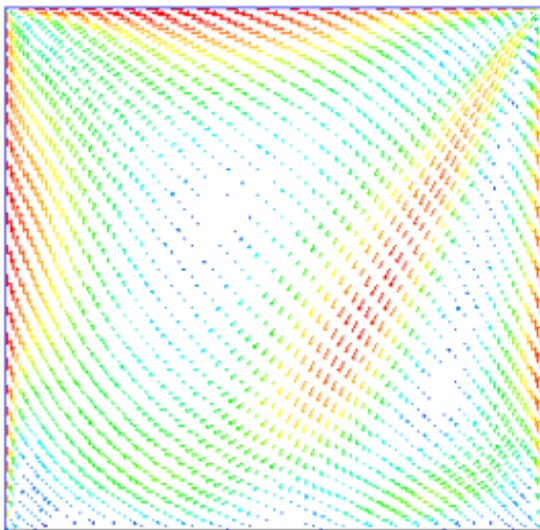
$Re = 100$



$Re = 400$



$Re = 600$



$Re = 1000$

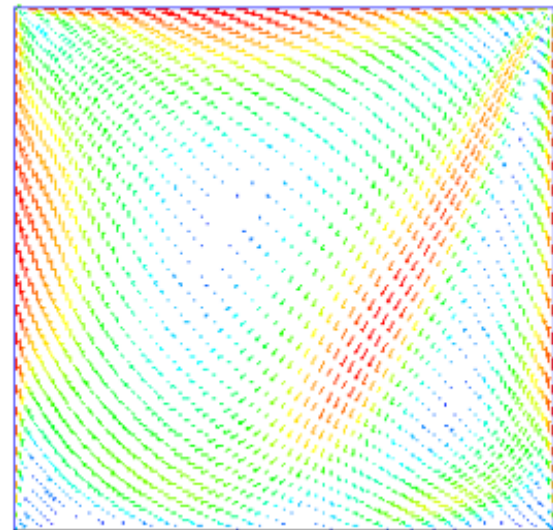
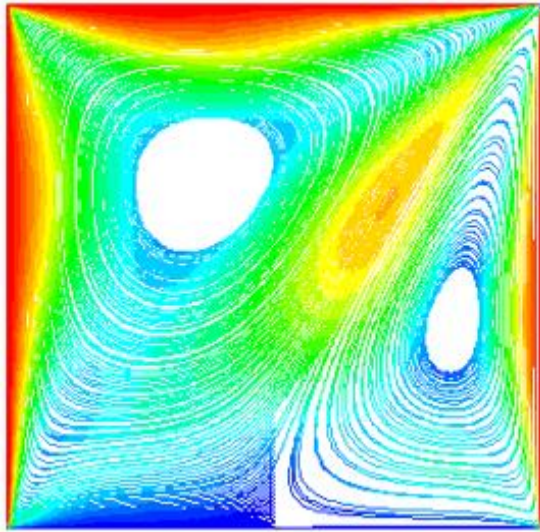
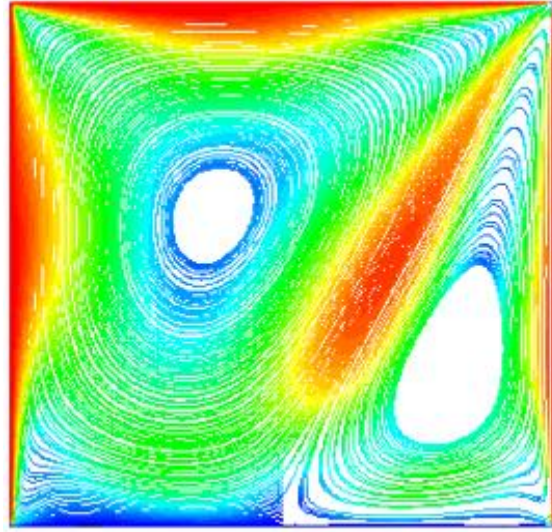


Figure III.11 : Les champs des vecteurs pour différent nombres de Reynolds en mouvement parallèle.

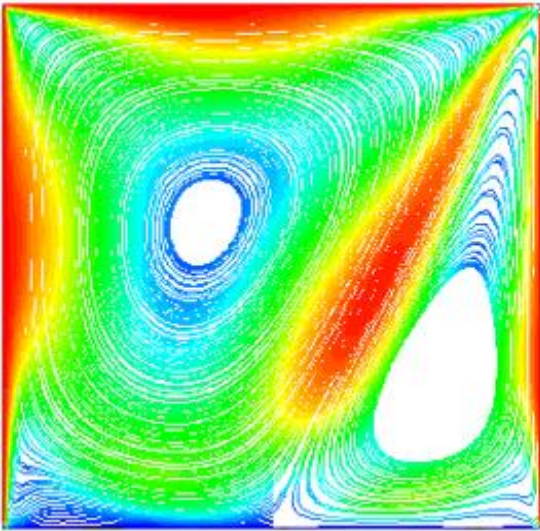
$Re = 100$



$Re = 400$



$Re = 600$



$Re = 1000$

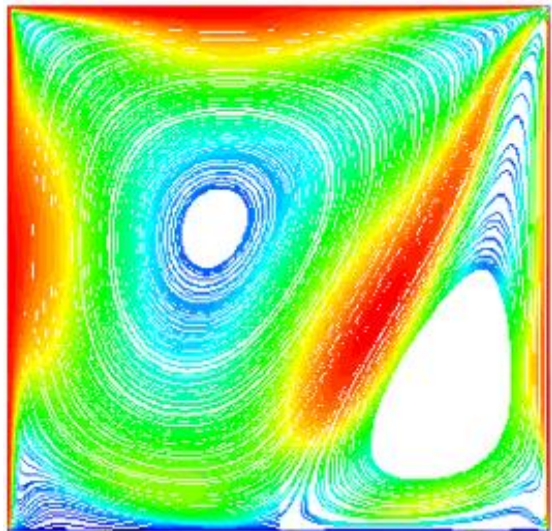


Figure III.12 :Trajectoire par magnitude du tourbillon pour différents nombres de Reynolds en mouvement parallèle.

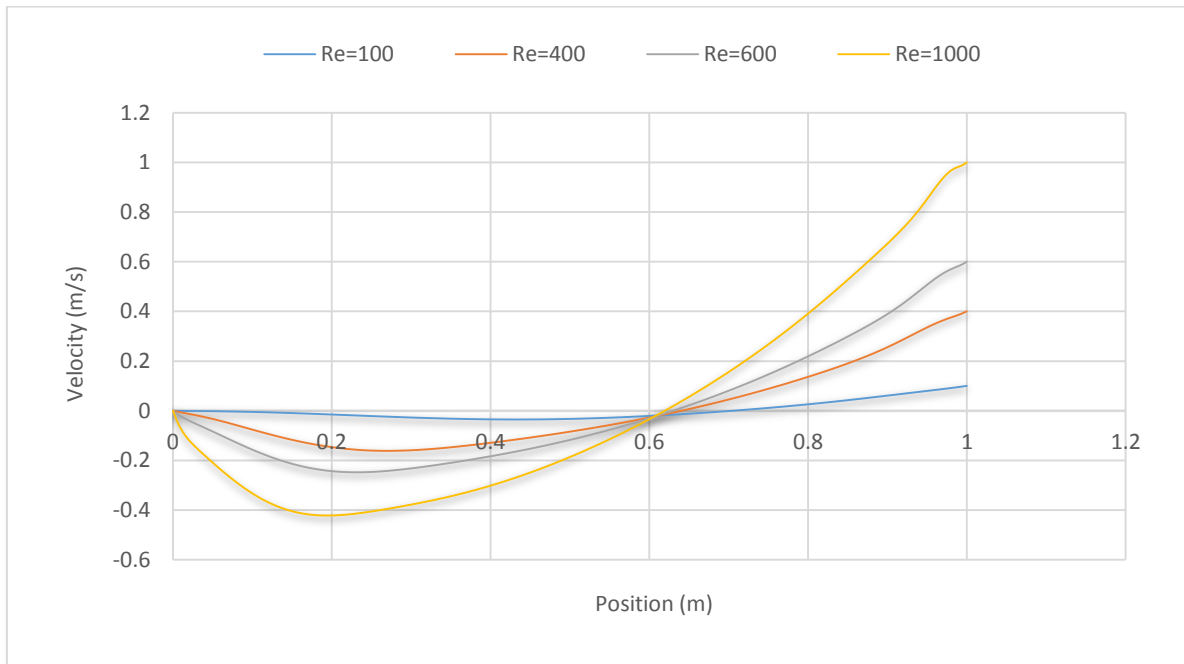


Figure III.13 : Les vitesses U_x sur l'axe vertical pour des différents nombres des Reynolds (Cas parallèle).

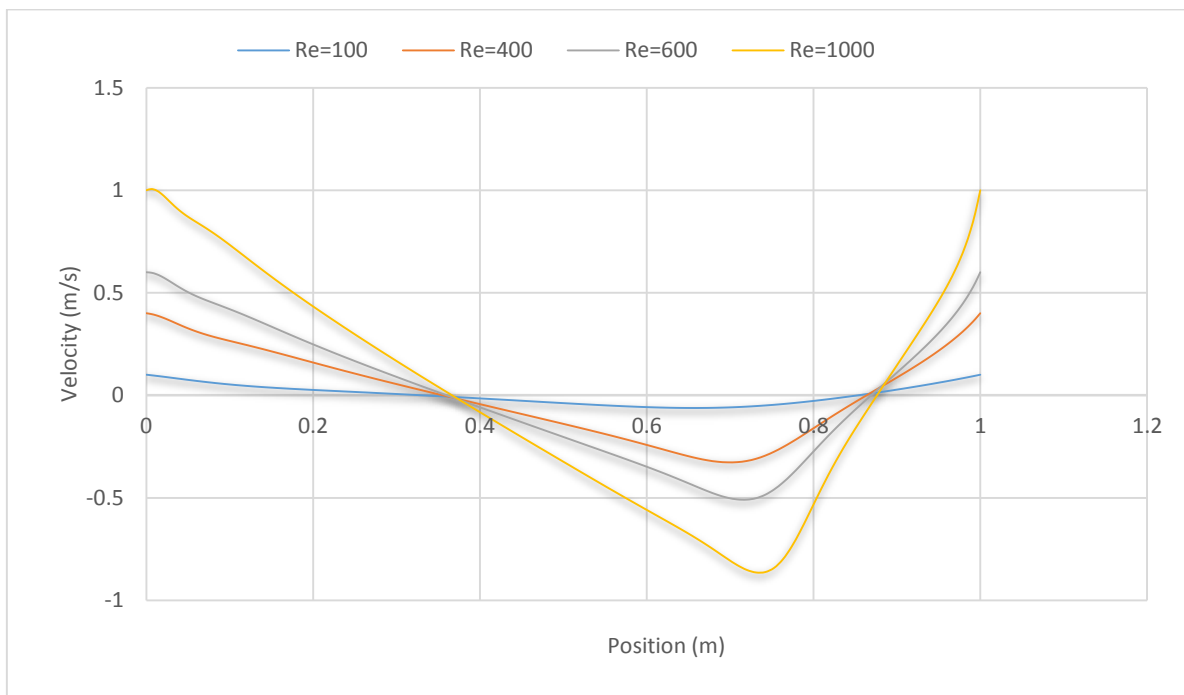


Figure III.14 : Les vitesses V_y sur l'axe horizontal pour des différents nombres des Reynolds (Cas parallèle).

III.4.2. Discussion sur les résultats pour la cavité à entrainement parallèle :

La géométrie étudiée dans le deuxième cas, est celle d'une cavité carrée triplement entraîne avec un mouvement parallèle avec une grille de 101*101. Les surfaces latérales se déplacent dans la même direction, le tout avec une même vitesse. La simulation est effectuée pour des nombres de Reynolds qui varient entre $Re=100$ et $Re=1000$.

Les figures III.10, III.11, III.12 représentent respectivement les lignes de courant, le champ de vecteur vitesse et les lignes trajectoires des particules fluides. Nous remarquons que le fluide se déplace sur les surfaces entraînées entraîne une formation de deux carottes des vortex primaires asymétriques et excentriques dans la cavité ; une plus au moins grande se forme sur le côté supérieur et gauche de la cavité l'autre moins grande sur le côté latéral droit et inférieure de la cavité. Les deux en contre rotation séparées par des couches distinctes. Au fur et à mesure de l'augmentation du Reynolds les deux carottes se déplacent légèrement dans la cavité respectivement : la plus grande vers le centre et la petite vers la partie inférieure de la cavité.

On observe aussi que à fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente le profil de vitesse médiane (U_y) (**Figure III.13**) et la vitesse médiane (V_x) **Figure III.14** évoluent en ascendance. Ceci explique l'intensité de l'écoulement à l'intérieure de la cavité en fonction du Nombre de Reynolds.

Conclusion

Générale

Conclusion générale :

Dans le cadre de notre travail nous avons réalisé une simulation numérique bidimensionnelle de l'écoulement incompressible dans une cavité triplement entraînée. Deux cas ont été abordés entraînement de la cavité : une configuration parallèle de sens de vitesse sur les parois latérales et une configuration antiparallèles.

La résolution du modèle mathématique décrivant le présent problème notamment l'équation de continuité et l'équation de Navier-stokes était effectuée par le code Fluent. Ce dernier est basé sur la résolution par la méthode des volumes finis. Le modèle élaboré permettait de déterminer les champs dynamiques, les champs des vecteurs de vitesse, les lignes de trajectoire et aussi, les profils des vitesses aux positions médianes de la cavité.

L'étude de validation est réalisée avec une cavité simplement entraînée. Les résultats ont été pris pour un meilleur maillage de (101*101).

Les résultats montrent que la structure de l'écoulement entre les deux configurations de la cavité notamment, parallèle et antiparallèle est différente et évoluent en fonction du nombre du Reynolds. La forte influence du nombre de Reynolds sur le champ dynamique résultant pour les gammes de Reynolds élevé.

Ce modeste travail nous a permis d'approfondir nos connaissances dans le domaine de la modélisation et de la simulation en mécanique des fluides. Un domaine fortement intéressant et important vu les différentes applications dans le domaine de recherche et de l'industrie.

Références

Bibliographique

Référence bibliographiques

- [1].D.Cornu, L.Keirsbulck, C.Chovet, M.Lippert, F.Kerherve, F, Alou, Caractérisation des écoulements de cavité asymétrique, 23^{ème} congrès français de mécanique .AFM, Association Française de mécanique, Lille 28 au 1 sept (2017).
- [2] O.R.Burggraf, Analytical and Numerical studies of the structure of steady separated Flows, J.Fluid Mechi.24 (1966) 113-151
- [3] M.M. Gupta, J.C.Kalita, A new paradigm for solving Navier -Stokes équations: Stream fonction Velocity formulation, J.Compt.Phys.207 (2005) 52-68.
- [4] S. Bendriss S., M. Benaied , Etude de l'écoulement dans une cavité cubique entraînée. Master2, génie mécanique énergétique, université de Mostaganem, Soutenu le 25/ 06 / 2020.
- [5] T.C Erturk, Corke, c.Go, ‘‘Kc, o’’I.Nemerial solution of 2-D steady incompressible driven cavity flow at high Reynolds numbers, Int, J.Meth.Fluids 48 (2005) 747-774
- [6] U. Ghia, K.N. Ghia, C. Shin, High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, J. Comput. Phys. 48 (1982) 387–411.
- [7] J.R Koseff., R.L Street, the lid-driven cavity flow: a synthesis of qualitative and quantitative observations J. Fluids Eng., 106 (1984) 390-398
- [8] J.R Koseff., R.L Street, on end wall effects in a lid-driven cavity flow, J. Fluids Eng., 106 (1984) 385-389.
- [9] Prasad et J.R Koseff Reynolds number and end-wall effects on a lid-driven cavity flow Phys. Fluids A, 1989–1993 (1) (1989) 208-218
- [10] H.C. Kuhlmann, M. Wanschura, and H.J. Rath, Flow in two-sided lid-driven cavities: non-uniqueness, instabilities, and cellular structures, J Fluid Mech 336 (1997) 267–299.
- [11] H.C. Kuhlmann, M. Wanschura, and H.J. Rath, Elliptic instability in two-sided lid-driven cavity flow, Eur J Mech. B/Fluids 17 (1998) 561–569.
- [12] EA Azzouz, S. Houat and A.Z Dellil., Numerical Assessment of Turbulent Flow Driving in a Two-Sided Lid-Driven Cavity with Antiparallel Wall Motion, Defect and Diffusion Forum, Vol. 406 (2021) 133-148.
- [13] EA Azzouz, S. Houat, Asymmetrical Flow Driving in Two-Sided Lid-Driven Square Cavity with Antiparallel Wall Motion, MATEC Web of Conferences 330 (2020) 01009.
- [14] EA. Azzouz, S. Houat, D Benhizia, Numerical study of flow Inside a lid- driven Square cavity for number up to 50000. 23^{ème} congrès français de mécanique .AFM, Association Française de mécanique, Lille 28 au 1 sept (2017).
- [15] S.V. Patankar. ‘‘Numerical heat transfer and fluid flow’’.Hemispher-hill Washington dc.(1980).
- [16] P.Galon, ‘Méthode des volumes finis’, pour les écoulements incompressible, (1994) pp89-93.
- [17] K. Gueraoui, Analyse numérique : Méthode des volumes finis’, Polycopie de cours pour Master, université Mohammed, Rabat, (2010) 42p,
- [18]<https://www.slideshare.net/elhacenematene//dmarche-gnrle-pour-lutilisation-de-gambit> consulté le 22/05/2021.
- [19] <https://www.techno-science.net/glossaire-definition/Fluent.html> consulté le 19/05/2021.