



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research

جامعة محمد العيد المصباحي باديس - مستغانم
Abdelhamid Ibn Badis University of Mostaganem

كلية العلوم والتكنولوجيا
Faculty of Sciences and Technology

قسم الهندسة الميكانيكية
Department of Mechanical Engineering



N° d'ordre : M...../GM/2021

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE MASTERACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Thème

**ANALYSE DES CONTRAINTES SUR LES ENGRENAGES
CYLINDRIQUES**

Présenté par :

- ❖ KHOUSSA HADJA
- ❖ SEDDAOUI NESSERINE

Soutenu le 07/07/2021 devant le jury composé de :

| | | |
|-----------|---------------------|-------------------------------|
| Président | Pr : H.GUECHICHI | Université de Mostaganem UMAB |
| Examineur | Dr : M. BENDOUKHA | Université de Mostaganem UMAB |
| Examineur | Dr. | Université de Mostaganem UMAB |
| Encadreur | Dr : S. BENKABOUCHE | Université de Mostaganem UMAB |

Année Universitaire : 2020 / 2021

Remerciement :

Je remercie Dieu avant tout,
puis ma famille et surtout mes parents.

Comme je tiens à remercier très chaleureusement mon encadreur : Dr : S.
BENKABOUCHE pour son aide et ses conseils tout au long de ce travail ainsi que les
membres de jury d'avoir évalué ce travail.

Nos remerciements s'adressent également à tout nos professeurs pour leurs
générosités et la grande patience dont ils ont su faire preuve malgré leurs charges
académiques et professionnelles.

Enfin, je remercie mes amies Rania, Chahira, Samiha, Aicha, Daoyia, Amina
qui ont participé avec nous de près ou de loin pour la concrétisation de ce mémoire.

Dédicace :

Je dédie ce modeste travail A mes chers parents pour le soutien,
Leur patience, leur encouragement durant mon parcours jusqu'à ma réussite.
Ainsi qu'à mes sœurs et mes frères et spécialement mon frère aîné Boukhoussa
A tous mes amis, et à l'ensemble des étudiants de la promotion Master LMD/CM de
l'année 2020/2021

NOMENCLATURE

M : module

Z : nombre de dent

p : pas

H : hauteur de la dent

h_a : saillie de la dent

h_r : creux de la dent

b : largeur de denture

d_p : diamètre primitif

d_s : diamètre de tête

d_f : diamètre de pied

a : entraxe

α : angle de pression

η_p : vitesse de rotation de pignon

η_r : vitesse de rotation de roue

m_n : module réel

β : angle d'hélice

m_t : module apparent

p_t : pas apparent

p_n : pas réel

ω : vitesse angulaire

n : nombre de Toure

δ : angle primitif

δ_a : angle de tête

δ_f : angle de pied

θ_a : angle saillie

θ_f : angle de creux

θ : angle de hauteur

Z_v : nombre de filets

β_v : angle d'hélice

m_z : module axial

l : longueur du linge de contact entre les cylindres.

B : largeur de contact.

F : force appliquée.

σ_c : la contrainte de contact

F_n : la force normale.

F_t : la force tangentielle

E_i : le module d'élasticité des matériaux des dents.

ν_i : coefficients de poisson.

ρ_i : Les rayons de courbure des deux surfaces des dents en contact

k_s : facteur de forme

k_m : facteur de distribution de charge

k_v : facteur dynamique.

σ_f : contrainte de flexion.

Y : facteur de forme de Lewis

k_a : facteur de surcharge.

Liste des tableaux :

| | |
|--|----|
| Tableau (I.1) : Caractéristiques des engrenages à denture droite..... | 6 |
| Tableau (I.2) : Modules normalises..... | 7 |
| Tableau (I.3) : Les caractéristiques des engrenages cylindriques à denture hélicoïdales | 13 |
| Tableau (I.4) : les paramètres géométriques des engrenages coniques..... | 15 |
| Tableau (I.5): Les caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin..... | 17 |
| Tableau (II.1) : Valeurs du facteur de forme de Lewis Y du nombre de dent..... | 22 |
| Tableau (II.2) : Valeurs Recommandées pour K_a | 23 |
| Tableau (II.3) : Facteur de distribution de charge, K_m | 23 |
| Tableau (II-4) : numéro de la qualité AGMA recommandée..... | 24 |
| Tableau (II-5) : Paramètres de calcul..... | 25 |
| Tableau (III-6) : les caractéristiques du matériau..... | 26 |
| Tableau (III-7) : les valeurs de contrainte de contact hertz et AGMA..... | 28 |
| Tableau (II-8) : les valeurs de contrainte de flexion (analytique et AGMA) | 29 |
| Tableau (III-1) : les coordonnées du nœud critique..... | 33 |
| Tableau (III-2) : les résultat de contrainte de flexion | 34 |
| Tableau (III-3) : les valeurs de contraintes de V .M et de contraintes de contact (hertz).... | 38 |

Liste des figures

| | |
|---|----|
| Figure (I.1) : la roue à aube | 03 |
| Figure (I.2) : Schéma d'engrenage (roue et pignon) | 03 |
| Figure (I.3): Déférente type d'engrenages..... | 04 |
| Figure (I.4) : les engrenages cylindriques à denture droite..... | 05 |
| Figure (I.5) : Caractéristiques d'une denture | 05 |
| Figure (I.6): expression de l'entraxe | 06 |
| Figure (I.7) : Exemple de différents modules | 07 |
| Figure (I.8) :Angle de pression α | 07 |
| Figure (I.9) :Profil d'une dent en comparaison avec une droite et un arc de cercle..... | 08 |
| Figure (I.10) :la développante de cercle..... | 08 |
| Figure (I.11) :profil en développante de cercle..... | 09 |
| Figure (I.12) :Propriétés de la développante de cercle | 10 |
| Figure (I.13) :Cercles de base et cercles primitifs | 10 |
| Figure (I.14) : Ligne d'engrènement ou ligne de pression T1T2..... | 11 |
| Figure (I.15): Différents types d'engrenages hélicoïdaux | 12 |
| Figure (I.16) : Caractéristiques des engrenages à denture hélicoïdale | 12 |
| Figure (I.18) : Principaux types des engrenages coniques à dentures droite | 14 |
| Figure (I.19) : Caractéristiques des engrenages coniques à denture droite | 14 |
| Figure (I.20) : l'engrenage roue et vis | 15 |
| Figure (I.21) : Principaux engrenages roue et vis | 16 |
| Figure (I.22) : Principaux paramètres du système roue et vis..... | 16 |
| Figure (I.23) : Caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin | 16 |
| Figure (II.1) : Modèle de Hertz pour deux cylindres parallèles en contact | 18 |
| Figure (II.2) : Notation pour la contrainte de contact entre deux engrenages | 20 |

| | |
|--|----|
| Figure(II.3) : Forces sur les dents de l'engrenage : (force tangentielle), (force radiale,);(Force normale, F_n) | 21 |
| Figure(II.4) : Facteur dynamique, K_v (Adapté de la norme AGMA 2001, Facteurs d'évaluation fondamentaux et méthodes de calcul pour engrenage droit° | 24 |
| Figure(II-5): Forces sur les dents de l'engrenage : (force tangentielle), (force radiale)l ; (Force normale, F_n) | 26 |
| Figure (II-6) : L'évolution de la courbe des contraintes de contact et AGMA en fonction de couple | 28 |
| Figure (II-7) : L'évolution de la courbe des contraintes de flexion et AGMA en fonction de couple | 30 |
| Figure (III-1) : Géométrie et Maillage d'une dent d'engrenage | 31 |
| Figure (III-2) : Différentes contraintes de VM | 32 |
| Figure (III-3): Position du point critique | 33 |
| Figure (III-4): coordonnées du nœud critique | 33 |
| Figure (III-5): Variation des contrainte de Von-Misès et contrainte de flexion analytique en fonction du couples | 34 |
| Figure (III-6): Géométrie de deux dents (SolidWorks) | 35 |
| Figure(III-7) : maillage des deux engrenages | 35 |
| Figure (III-9): les conditions aux limites de deux engrenages en 3D | 36 |
| Figure (III-8) :Contrainte équivalent V. mises (c=300) | 36 |
| Figure (III-8) :Contrainte équivalent V. mises (c=350) | 37 |
| Figure (III-9) :Contrainte équivalent V. mises (c=400) | 37 |
| Figure (III-10) :Contrainte équivalent V. mises (c=450) | 38 |

Sommaire

| | |
|---|----|
| Introduction générale..... | 1 |
| Chapitre I : Généralité sur les engrenages | |
| • 1.1. Introduction | 2 |
| • 1.2. L’histoire des engrenage..... | 2 |
| • 1.3. Définition..... | 3 |
| • 1.4. Fonction globale..... | 4 |
| • 1.5. Avantages et inconvénients des engrenages | 4 |
| • 1.6. Les types d’engrenages | 4 |
| ➤ 1.6.1 Engrenages cylindriques à denture droite | 5 |
| • I.6.1.1.Caractéristiques des dentures..... | 5 |
| • I.6.1.2.Caractéristiques et formule des engrenages cylindriques à denture droite..... | 6 |
| • I.6.1.3 le diamètre primitif | 6 |
| • I.6.1.4 Expression de l’entraxe | 6 |
| • I.4.1.5 Dimensions normalisées..... | 7 |
| - 1-6-1-5-1-le module (m) | 7 |
| - 1-6-1-5-2-Angle de pression α | 7 |
| • I.6.1.6. Profil des dents | 8 |
| • I.6.1.7. Profil en développement de cercle | 8 |
| - 1-6-1-7-1-Propriétés de la développante de cercle | 9 |
| • I.6.1.8. Cercles de base et cercles primitifs | 10 |
| • I.6.1.9. Ligne d’engrènement ou ligne de pression T1T2..... | 11 |
| • 1-6-1-10. Le rapport de réduction..... | 11 |
| • 1-6-1-11. Matériaux utilisés..... | 11 |
| ➤ 1.6.2 Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale..... | 12 |
| - I.6.2.1 Caractéristiques des engrenages à denture hélicoïdale..... | 12 |
| ➤ 1.6.3 Engrenage conique ou à axes concourants..... | 13 |
| - 1-6-3-1-Principaux types des engrenages conique..... | 13 |
| • 1-6-3-1-1-Engrenages coniques à denture droite..... | 13 |
| • 1-6-3-1-2-ngrenages coniques à denture hélicoïdale ou spirale | 13 |
| • 1-6-3-1-3-Engrenages hypoïdes..... | 14 |
| - 1-6-3-2-Caractéristiques des engrenages coniques à denture droite | 14 |
| ➤ 1.6.4 Engrenages à roue et vis sans fin..... | 15 |
| • 1-6-4-1-Caractéristiques cinématiques et géométriques | 16 |
| • 1-6-4-2-Principales caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin | 16 |

Chapitre II : analyse et calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

| | |
|--|----|
| • II.1 Introduction | 18 |
| • II.2 Pression de contact entre deux cylindres pas la théorie de hertz..... | 18 |
| ➤ II.2.1 Contact de pression des engrenages à denture droite..... | 19 |
| • II-3-Définition de AGMA | 20 |
| • II.4- Contrainte de flexion..... | 21 |
| • II-5-Facteur de surcharge K_a | 23 |
| • II-6-Facteur de distribution de charge, K_m | 23 |
| • II-7-Facteur de forme K_s | 23 |
| • II-8-Facteur dynamique K_v | 24 |
| • II-9- Analyse des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite..... | 25 |
| ➤ II -9-1- Calcul analytique des contraintes..... | 25 |
| - II -9-1-1- Calcul des paramètres des contraintes..... | 25 |
| - II -9-1-2- Caractéristiques du matériau | 26 |
| - II-9-1-3- Paramètres de calcul | 26 |
| ➤ II-9-2- Calcule de la contrainte de contact AGMA | 27 |
| ➤ II-9-3- Calcul de la contrainte de flexion | 29 |
| ➤ II-9-4- La contrainte de flexion AGMA..... | 29 |

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

| | |
|---|----|
| • III-1-Introduction | 31 |
| • III-2-1-La contrainte de flexion | 31 |
| ➤ III-2-1-1-Maillage | 31 |
| ➤ III-2-1-2-Condition aux limites | 31 |
| ➤ III -2-1-3-Les résultats d'Ansys APDL de la contrainte de flexion..... | 32 |
| ➤ III -2-1-4- Zone critique due à la contrainte de flexion | 33 |
| • III-3- La contrainte de contact | 35 |
| ➤ III-3-1-Maillage | 35 |
| ➤ III-3-2-Condition aux limites | 36 |
| ➤ III -3-3-Les résultats d'Ansys (workbench) de la contrainte de contact | 36 |
| Conclusion | 39 |

Introduction Générale

Les engrenages jouent un rôle très important dans la transmission de mouvement, allant de petit mécanisme d'une montre traditionnelle à aiguilles, jusqu'aux grands réducteurs industriels. Leurs fonctionnements dépendent essentiellement de leurs études et réalisations.

Malgré l'importance de ce système d'engrènement, les roues dentées présentent quelques anomalies au niveau des surfaces et racines des dents ; tel que le matage des flans, fissures, et la rupture par endommagement des dents, cela est causé par plusieurs paramètres, tel que : la mauvaise prise des conditions de service, études insuffisantes, manque de lubrification ...etc.

Actuellement l'outil informatique a minimisé considérablement le temps de l'étude, par le développement des logiciels de simulation par éléments finis, dont le but est de mieux analyser le système d'engrènement en détectant par exemple les zones de forte concentration de contraintes, exploitant les différents matériaux, déterminant les conditions de chargements, ...etc

Dans cette étude nous étudions les engrenages cylindriques à denture droite, un exemple de pignon et roue avec les conditions de marche, est pris comme modèle de calcul et analyse des contraintes de flexion et les pressions de contact. Deux procédures ont été utilisées dans ce travail : le calcul analytique avec la norme AGMA, et l'autre, modélisation par élément finis via le code Ansys,

Le premier chapitre est consacré aux différentes définitions sur les engrenages, commençant par un bref historique sur les mécanismes d'engrènement existants, suivi par leurs types, et caractéristiques géométriques, en présentant les avantages et les inconvénients de ces genres d'éléments de machine.

Le deuxième chapitre est réservé aux calculs analytiques selon la norme AGMA des contraintes de flexion et les pressions de contact, d'un système pignon-roue avec un matériau de type AISI 4140, et une puissance et vitesse de rotation comme conditions de service.

Le dernier chapitre est destiné à la simulation des roues dentées. La contrainte de flexion est modélisée via le code Ansys (2D), sous forme d'une seule dent encastrée, avec l'application des intensités variables du couple d'entrée. La pression de contact est simulée par le code Ansys Workbench (3D), sous mêmes conditions de chargement.

Le travail est finalisé par une conclusion et quelques perspectives

Chapitre I

Généralités sur les engrenages

I-1-Introduction :

Aujourd'hui les engrenages occupent une place spéciale dans les systèmes mécaniques. C'est la façon la plus économique pour transmettre de la puissance et un mouvement de rotation dans des conditions uniformes. Comme les exigences sont vastes et avec des difficultés variées, les engrenages sont très complexes et d'une grande diversité.

L'importance de l'engrenage, comme élément mécanique nécessaire et idéal, est démontrée par la vaste gamme qu'on trouve dans toutes les industries. Le développement des nouvelles technologies, comme l'électronique, a remplacé quelques applications de l'engrenage, mais il reste toujours un élément mécanique dont l'utilisation croît continuellement.

I-2-L'histoire des engrenages :

On trouve, chez les grecs, une mention de roues dentées dès le 4ème siècle avant Jésus Christ. C'est souvent l'entraînement hydraulique de machines rudimentaires qui a conduit à l'utilisation de secteurs dentés.

La technologie des engrenages a peu évolué pendant de longs siècles et, dans les dessins de l'ingénieur italien Agostino RAMELLI (1531-1590)[1], on trouve un croquis de pompe à eau avec un engrènement à doigts.

C'est cette solution que l'on trouve également dans les moulins dont l'eau des rivières actionnait la roue à aubes (voir illustration). Le pignon était dans ces systèmes appelé "lanterne" du fait de sa forme en cage d'écureuil.

Un peu plus tard, la pendule de GALILEE

(1564-1642) montre une évolution vers des roues à dentures plus proches de celles que nous connaissons aujourd'hui [1]

Il faudra attendre le 19ème siècle et la maîtrise du taillage des dentures sur machines-outils pour que se développe la technologie des engrenages, qui est aujourd'hui totalement maîtrisée même pour des solutions de formes très complexes.



Figure (I.1) : la roue à aube.

I-3-Définition :

Un engrenage est un mécanisme composé de deux roues dentées mobiles autour d'axes de position fixe et dont l'une entraîne l'autre par l'action de dents successivement en contact et on dit que les deux roues sont conjuguées. La petite roue se nomme le pignon, la grande roue extérieure s'appelle la roue, la grande roue intérieure s'appelle la couronne. L'une des roues peut avoir un rayon infini, elle s'appelle alors une crémaillère, voir la figure :

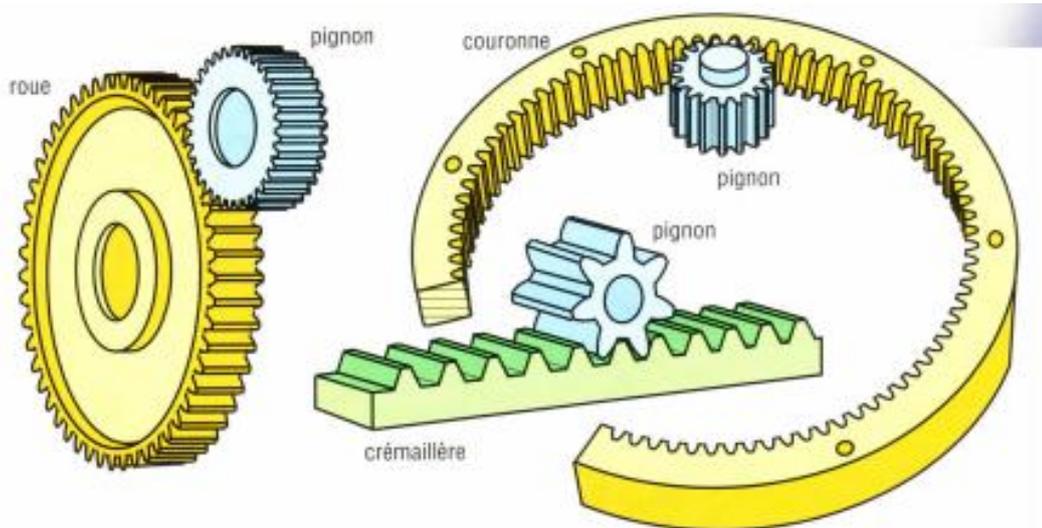


Figure (I.2) : Schéma d'engrenage (roue et pignon) [2]

Remarque : une roue à rayon infini est une crémaillère.

I-4-Fonction globale :

La fonction globale d'un engrenage est de transmettre un mouvement de rotation par obstacles en changeant ses caractéristiques.



Figure (I.3): Différents types d'engrenages

1-5-Avantages et inconvénients des engrenages :

➤ *Les Avantages*

- Transmission de puissances élevées sous fréquences de rotation élevées.
- Transmission à rapport rigoureusement constante (transmission synchrone).
- Transmission parfaitement homocinétique.
- Possibilités de transmissions entre plusieurs arbres.
- Rendement élevé.
- Durée de vie importante et Bonne fiabilité.

➤ *Les inconvénients :*

- Nécessité d'un entraxe précis et constant.
- Niveau sonore variable suivant le type d'engrenage.
- Transmission des à-coups et vibrations.
- Nécessité d'une lubrification, souvent par fluide.
- Réversibilité possible suivant type d'engrenage.
- Coût très variable suivant type d'engrenage et classe de qualité

I-6-Les types d'engrenages :

Suivant la fonction qu'ils ont à réaliser, les engrenages peuvent avoir différentes formes et différentes caractéristiques de denture.

I-6-1-les engrenages cylindriques droits à denture droite :

De tous les engrenages, ceux sont les plus simples et les plus économiques. Ils permettent une transmission de mouvement entre deux arbres parallèles. Les dents des engrenages sont parallèles à l'axe de rotation des arbres.



Figure (I.4) : les engrenages cylindrique à denture.

I-6-1-1-Caractéristiques des dentures :

Les plus simples et les plus économiques, ils sont utilisés pour transmettre la puissance et le mouvement entre 2 arbres parallèles. Les dents des roues de l'engrenage sont parallèles à l'axe de rotation des arbres. il y a engrènement ((couple de dents)) par ((couple de dents)) ce qui entraîne des chocs d'engrènement.

Leur utilisation est généralement bruyante et génère des vibrations.

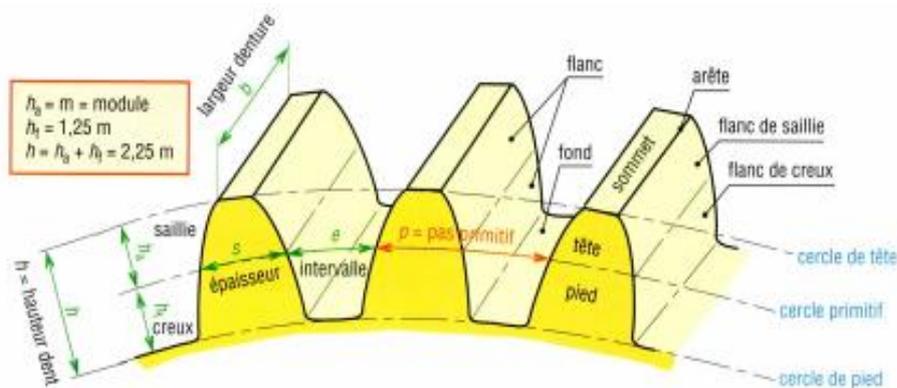


Figure (I.5) : Caractéristiques d'une denture [2]

1-6-1-2-Caractéristiques et formule des engrenages cylindriques à denture droite :

| Désignation | symbole | Valeur |
|--------------------|----------|---|
| Module | M | la valeur permettant de définir les caractéristiques dimensionnelles de la roue dentée. |
| Nombre de dents | Z | Nombre entier positif lie aux conditions de fonctionnement et de fabrication. |
| Pas | P | $p = \pi.m$ |
| Saillie de la dent | h_a | $h_a = m$ |
| Creux de la dent | h_r | $h_r = 1.25m$ |
| Hauteur de la dent | H | $h = 2.25m$ |
| Largeur de denture | B | $b = k m$ (k compris entre 8 et 10, souvent 10) |
| Diamètre primitif | d_p | $d_p = m.Z$ |
| Diamètre de tête | d_s | $d_s = d + 2 h_a = m (Z + 2)$ |
| Diamètre de pied | d_f | $d_f = d - 2h_f = m (Z - 2.5)$ |

Tableau (I.1) : Caractéristiques des engrenages à denture droite.

I-6-1-3-le diamètre primitif (d_p) :

Les diamètres primitifs de deux roues dentées formant un engrenage sont des cercles fictifs tangents. $d_p = m.z$ (pour le pignon)

I-6-1-4-Expression de l'entraxe (a):

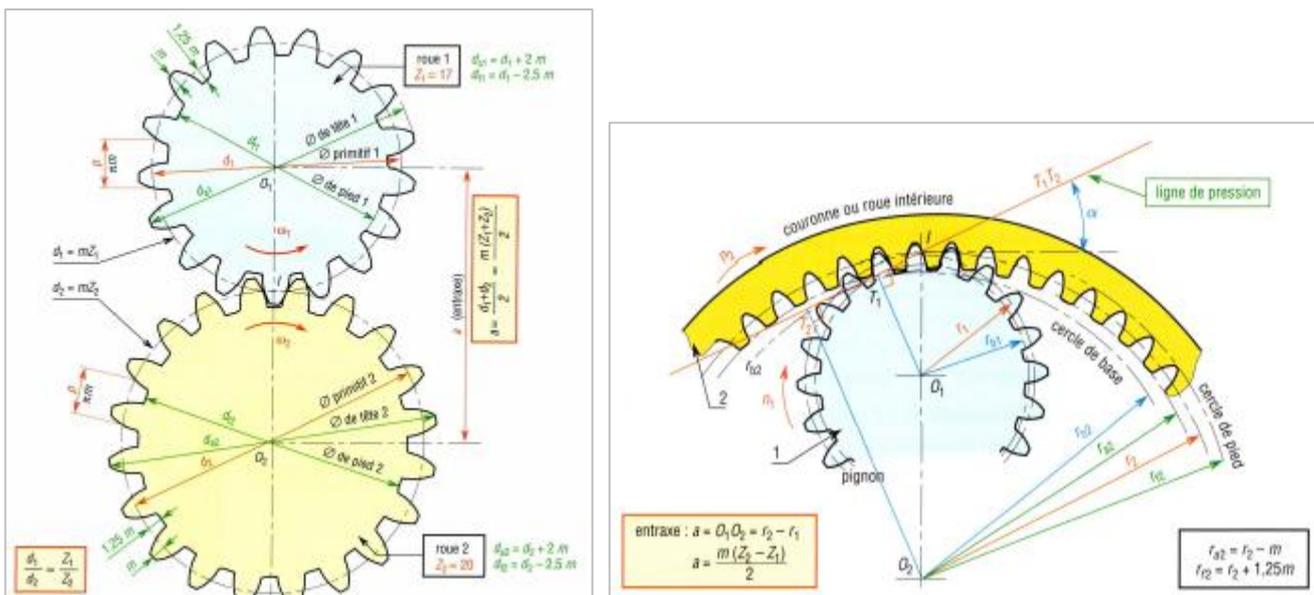


Figure I.6: expression de l'entraxe [2]

I-6-1-5-Dimensions normalisées : Deux valeurs permettent de définir les roues dentées, le module et l'angle de pression :

I-6-1-5-1-le module (m) : [2]

Le module d'une denture est la valeur qui permet de définir les caractéristiques d'une roue dentée. C'est le rapport entre le diamètre primitif de la roue et le nombre de ses dents. Le module est une grandeur normalisée.

Remarque : l'épaisseur de la dent et sa résistance dépendent du choix du module. Ce choix ne doit pas être improvisé mais doit se faire après un calcul de RDM.

| Modules normalisés (mm) : | | |
|---------------------------|------|---|
| Série principale | | |
| 0.5 | 1.25 | 3 |
| 0.6 | 1.5 | 4 |
| 0.8 | 2 | 5 |
| 1 | 2.5 | 6 |

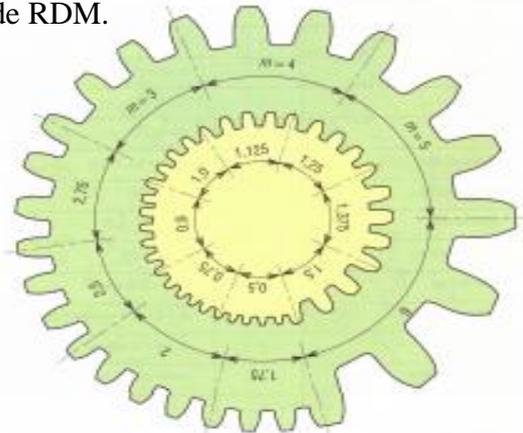


Tableau (I.2) : Modules normalises.

Figure1.7 : Exemple de différents modules.

I-6-1-5-2-Angle de pression α : autre caractéristique importante, il définit l'inclinaison de la droite de pression T_1T_2 de la forme de la dent. $\alpha = 20^\circ$ est la valeur la plus utilisée, $\alpha = 14^\circ30'$ est utilisé en remplacement d'engrenages anciens, $\alpha = 25^\circ$ est un standard aux USA.

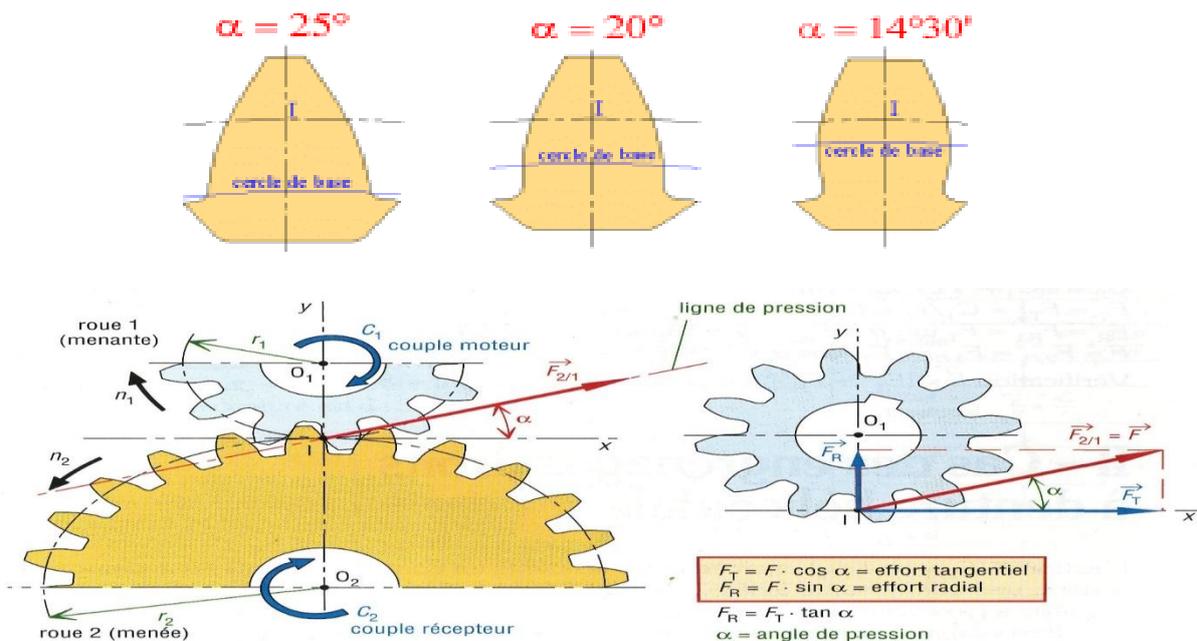


Figure (I.8) : Angle de pression α .

I-6-1-6- Profil des dents :

Les dents doivent permettre de maintenir toujours les deux roues en contact, d'assurer une rotation continue d'une roue par rapport à l'autre et de ne pas bloquer le fonctionnement de l'engrenage. Le profil d'une dent de roue dentée n'est ni une droite ni un arc de cercle (figure 1.9)

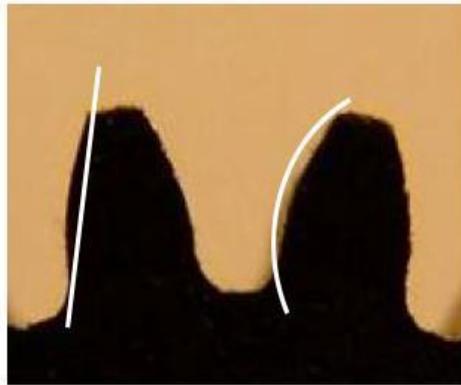


Figure (I.9) : Profil d'une dent en comparaison avec une droite et un arc de cercle [2]

I-6-1-7-Profil en développement de cercle :

La développante de cercle est donc la courbe dont les normales restent tangentes à un cercle fixe. Plus concrètement, c'est la courbe que trace une main déroulant une bobine de fil tenue dans l'autre main.

Si on considère deux cercles de base associés à deux roues d'un même engrenage, il est possible de faire rouler sans glisser une droite simultanément sur les deux cercles. De ce fait la vitesse circonférentielle des points des cercles est la même que ceux de la droite. Un point de la droite (point d'engrènement) va générer, sur les deux pignons, le flanc de dent ; la figure (1.10) représente la développante de cercle.

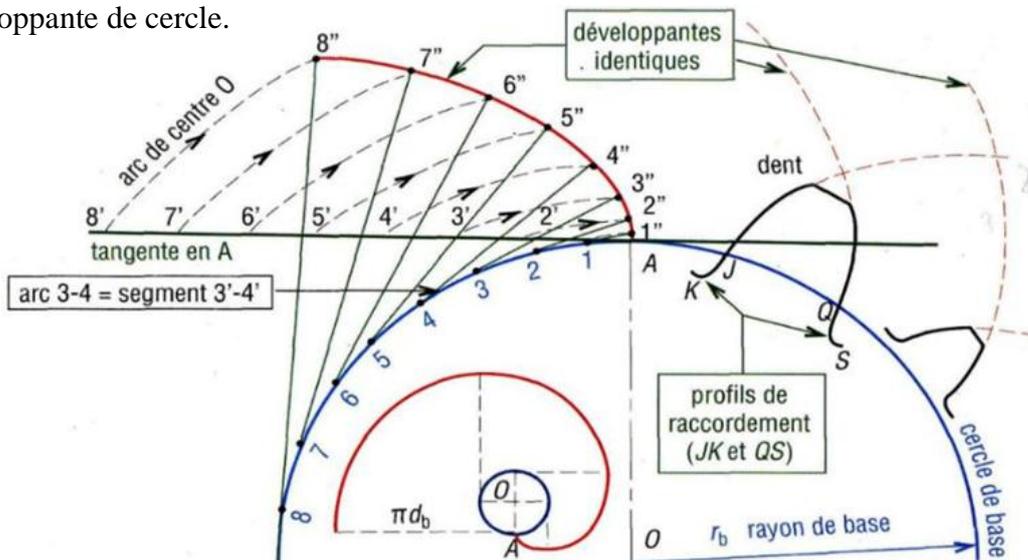


Figure (I.10) : la développante de cercle [2]

Le profil idéal défini par les mathématiciens est appelé profil en développante de cercle. Ce profil est obtenu en traçant la trajectoire d'un point « A » appartenant à une droite que l'on fait rouler sans glisser sur un cercle de diamètre db, appelé diamètre de base de la roue.

La développante est la courbe engendrée par un point M d'une droite TM qui roule sans glisser sur le cercle (O, R). Le profil des flancs et faces des dents suivent rigoureusement la géométrie de la développante.

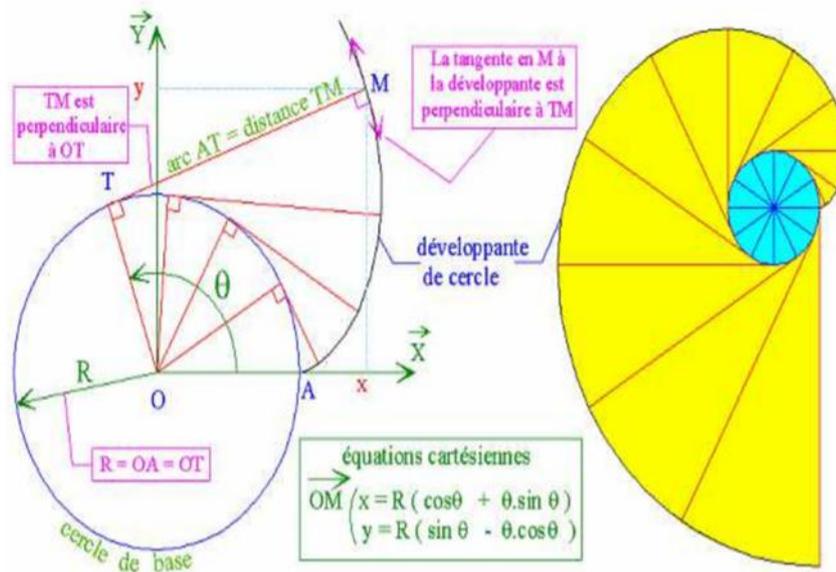


Figure (I.11) : profil en développante de cercle [2]

I-6-1-7-1-Propriétés de la développante de cercle :

Quand on met deux surfaces en contact, il y a toujours une normale et une tangente communes au point de contact. Quand il s'agit de profils en développante de cercle, la normale et la tangente sont communes aux profils à tous les points de contact. Pour les profils en développante, la normale commune aux profils passe toujours par le point primitif. Par définition, la corde du profil 1 est normale à la tangente commune au point de contact de même que la corde du profil 2. Donc, les deux cordes sont continuées et forment la ligne AB que l'on appelle la ligne d'action ou ligne de contact. Cette ligne est tangente aux deux cylindres de base et coupe donc toujours la ligne qui joint les centres au même point P permettant ainsi de transmettre un mouvement uniforme. Le profil en développante remplit donc les exigences du théorème des rapports de vitesse constant

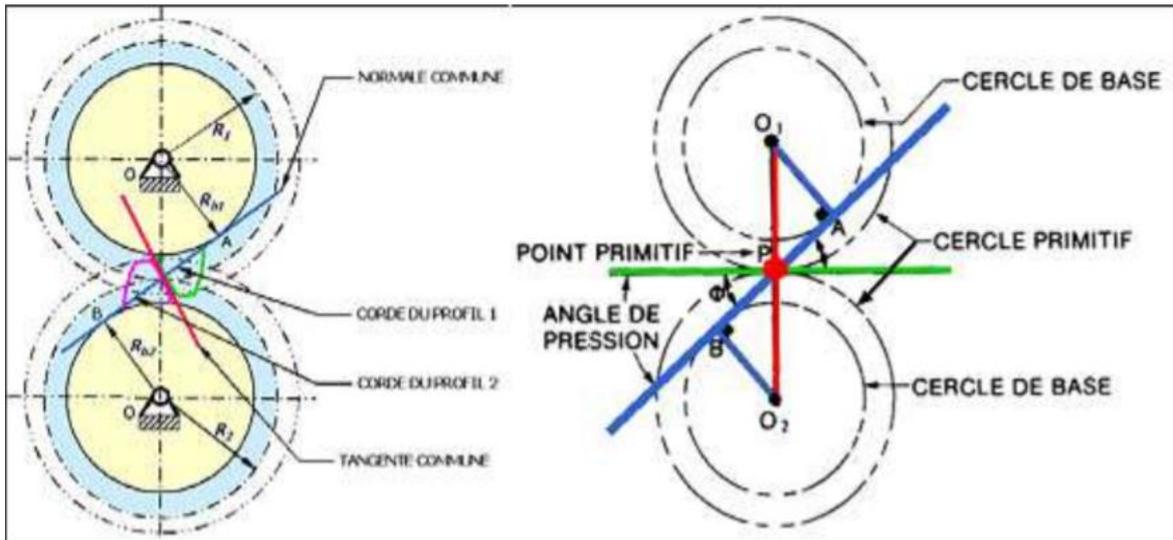


Figure (I.12) : Propriétés de la développante de cercle.

I-6-1-8-Cercles de base et cercles primitifs :

Pour un engrenage les cercles primitifs sont uniques. Ils définissent le rapport de la transmission. Les cercles de base définissent le profil de la denture, autrement dit la développante. À deux cercles primitifs peut correspondre, en théorie, une infinité de cercles de base et d'angles de pression possibles, seule condition : $r_2/r_1 = r_{b2}/r_{b1}$.

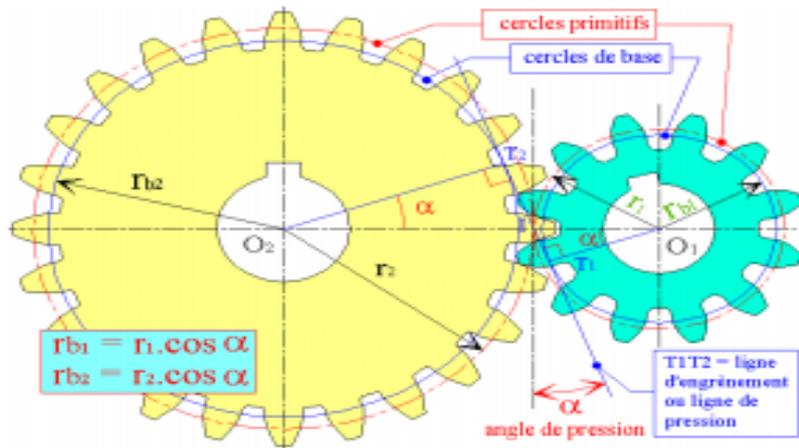


Figure (I.13) : Cercles de base et cercles primitifs.

I-6-1-9-Ligne d'engrènement ou ligne de pression T1T2:

Tangente aux deux cercles de base, c'est la ligne qui porte (en permanence) l'effort de contact s'exerçant entre les deux roues. Le point de contact (M) entre les dents est toujours situé sur cette ligne. La tangente en M aux deux profils en contact est toujours perpendiculaire à T1T2. Le contact en M entre les deux dents se fait à la fois avec du roulement et du glissement

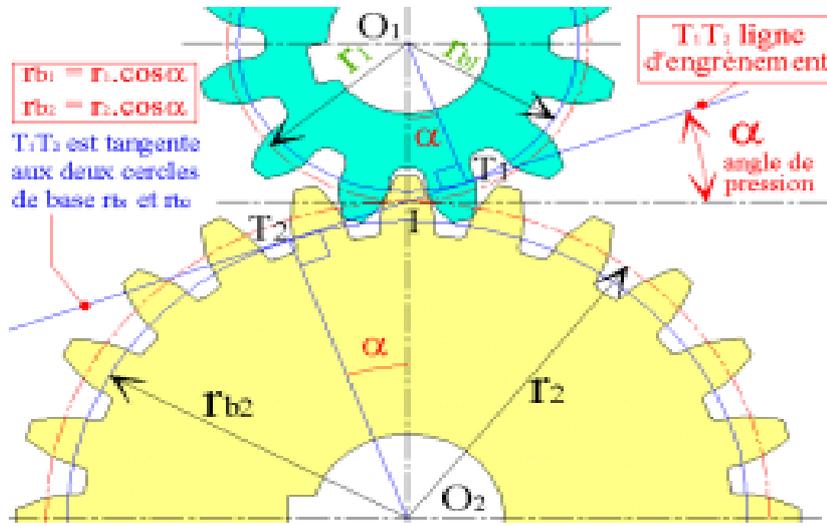


Figure (I.14) : Ligne d'engrènement ou ligne de pression T1T2

I-6-1-10-Le rapport de réduction :

On peut assimiler l'engrènement d'un pignon et d'une roue au roulement sans glissement de deux cercles primitifs l'un sur l'autre.

Le rapport de transmission de l'engrènement est alors :

Le rapport de transmission de l'engrènement est alors :
$$i = \frac{\eta_p}{\eta_r} = \frac{Z_r}{Z_p} = \frac{D}{d}$$

η_p : Vitesse de rotation du pignon

η_r : Vitesse de rotation de la roue

Z_r : nombre de dents de la roue

Z_p : nombre de dents du pignon

D : diamètre de la roue

d : diamètre du pignon

1-6-1-11-Matériaux utilisés : [2]

- Fonte à graphite sphéroïdal EN-GJS (ex « FGS ») : Roues des grandes dimensions.
- Aciers ordinaires type C : Engrenages peu chargés.
- Matières plastiques : Nylon, Téflon.

I-6-2-Les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale :

Les engrenages hélicoïdaux sont des types d'engrenages cylindriques avec une trace de dent inclinée. Par rapport aux engrenages droits, ils ont un rapport de contact plus important et excellent dans le silence et la réduction des vibrations et sont capables de transmettre une grande force. Une paire d'engrenages hélicoïdaux a le même angle d'hélice mais la main d'hélice est opposée. Lorsque la section de référence de l'engrenage est dans le plan normal, en inclinant l'outil de taillage, la machine à tailler les engrenages droits et l'outil de taillage peuvent être utilisés pour produire des engrenages hélicoïdaux. En raison de la torsion des dents, leur fabrication présente l'inconvénient d'une production plus difficile.

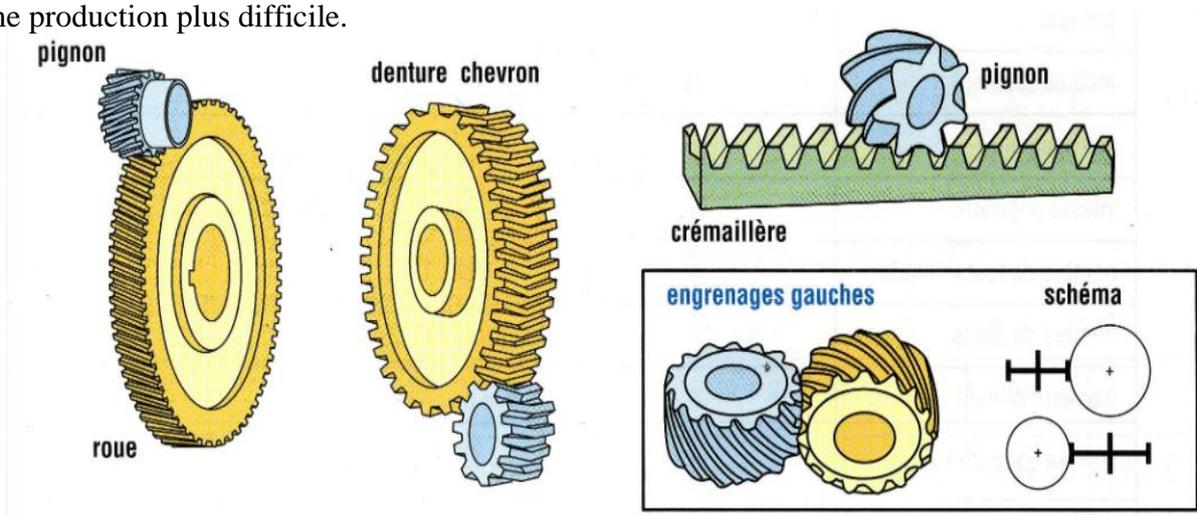


Figure 1.15 : Différents types d'engrenages hélicoïdaux

I-6-2-1-Caractéristiques des engrenages à denture hélicoïdale :

Toutes les roues à denture hélicoïdale de même module et de même angle d'hélice engrenant entre elles (quels que soient leurs diamètres ou leurs nombres de dents). Seules les hélices doivent être de sens contraire sur les roues.

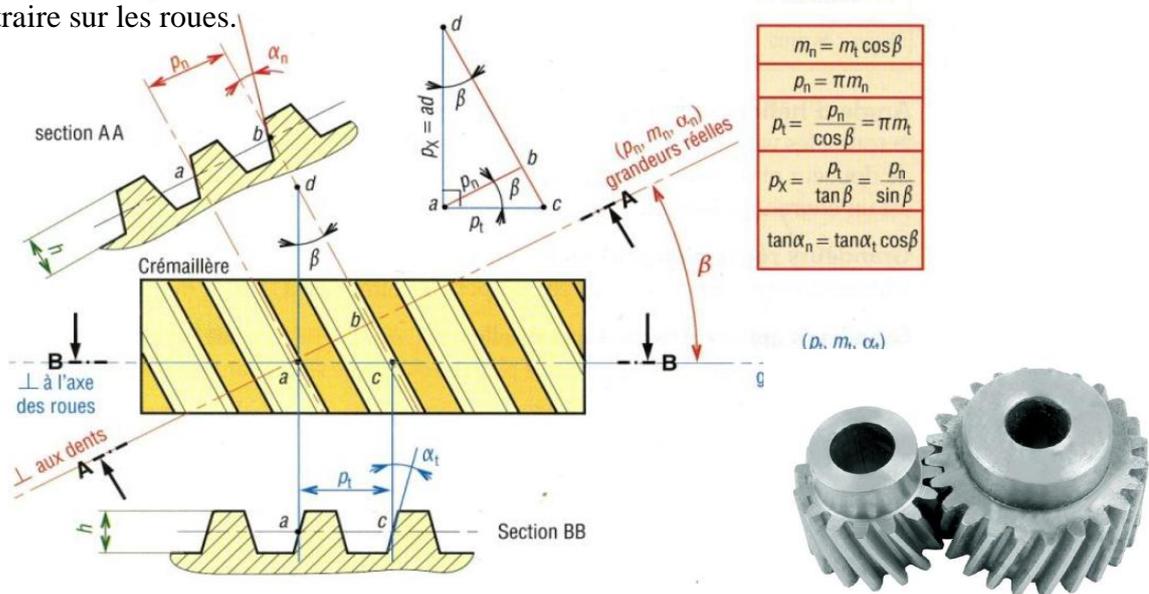


Figure 1.16 : Caractéristiques des engrenages à denture hélicoïdale.

Le tableau (1-4) : représente les caractéristiques et formule des engrenages droits à denture hélicoïdale

| Désignation | Symbole | Formule |
|--------------------|---------|--------------------------------|
| Module réel | m_n | Par un calcul de RDM |
| Nombre de dents | Z | Par un rapport de vitesse |
| Angle d'hélice | β | Entre 20° et 30° |
| Module apparent | m_t | $m_t = m_n / \cos \beta$ |
| Pas apparent | p_t | $p_t = p_n / \cos \beta$ |
| Pas réel | p_n | $p_n = \pi m_n$ |
| Diamètre primitif | d | $d = m_t Z$ |
| Diamètre de tête | d_a | $d_a = d + 2m_n$ |
| Diamètre de pied | d_f | $d_f = d - 2.5m_n$ |
| Saillie | h_a | $h_a = m_n$ |
| Creux | h_f | $h_f = 1.25m_n$ |
| Hauteur de dent | h | $h = 2.25m_n$ |
| Largeur de denture | b | $b \geq \pi m_n / \sin \beta$ |
| Entraxe | a | $a = (d_1 + d_2) / 2$ |

Tableau (I.3) : Les caractéristiques des engrenages cylindriques à denture hélicoïdales [9]

I-6-3-Engrenage conique ou à axes concourants :

C'est un groupe important utilisé pour transmettre le mouvement entre deux arbres non parallèles dont les axes sont concourants, les axes à 90° sont les plus courants. Les surfaces primitives ne sont plus des cylindres mais des cônes (cônes primitifs). Les cônes sont tangents sur une ligne de contact MM' et leur sommet commun est le point S, c'est aussi le point d'intersection des axes de rotation des deux roues.

I-6-3-1-Principaux types des engrenages coniques :

I-6-3-1-1-Engrenages coniques à denture droite :

Ce sont les plus simples, la direction des génératrices du profil de la denture passe par le sommet S. Aux vitesses élevées on retrouve les mêmes inconvénients que les engrenages droits à denture droite (bruits de fonctionnement, fortes pressions sur les dents...).

I-6-3-1-2-Engrenages coniques à denture hélicoïdale ou spirale : même démarche que pour les engrenages droits, pour diminuer les bruits aux grandes vitesses, assurer une plus grande progressivité et continuité de la transmission, la denture droite est remplacée par une denture spirale ou hélicoïdale (angle de pression usuel $\alpha_n = 20^\circ$ ou $14^\circ 30'$, angle de spirale $\beta = 35^\circ$).

I-6-2-1-3-Engrenages hypoides : on peut les considérer comme une variante complexe des précédents avec les mêmes qualités générales. Ils sont à mi-chemin entre les engrenages coniques et les engrenages à roue et vis sans fin. Les axes des roues sont orthogonaux mais non concourants. Les surfaces primitives ne sont plus des cônes mais des hyperboloïdes (en forme d'hyperbole). Le glissement (ou frottement) entre les dents est élevé.

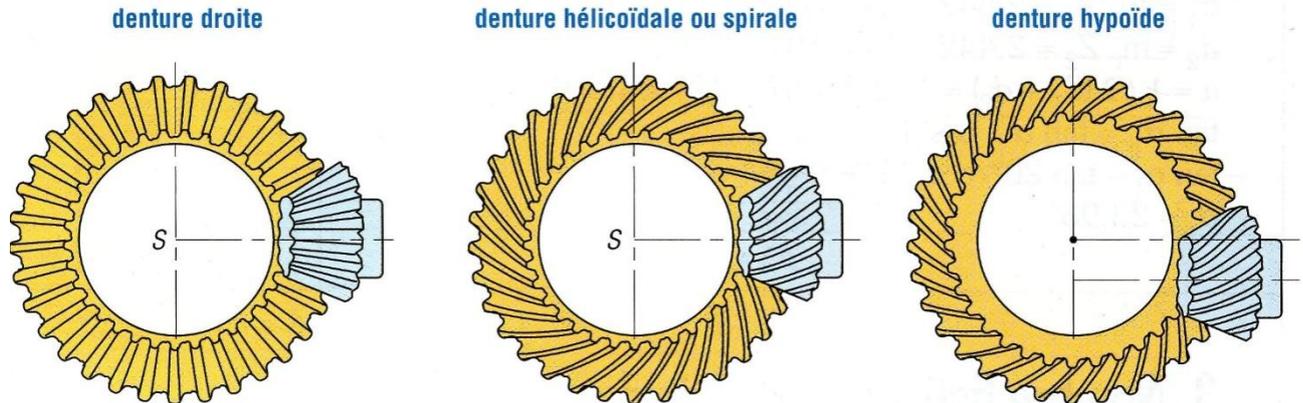


Figure (I.17) : Principaux types des engrenages coniques à dentures droite.

I-6-3-2-Caractéristiques des engrenages coniques à denture droite :

La taille et la forme de la dent (module m , pas p , d , d_a , d_f , h , h_a , h_f) sont définies à partir du plus grand cercle ou sur l'extrémité la plus large de la denture.

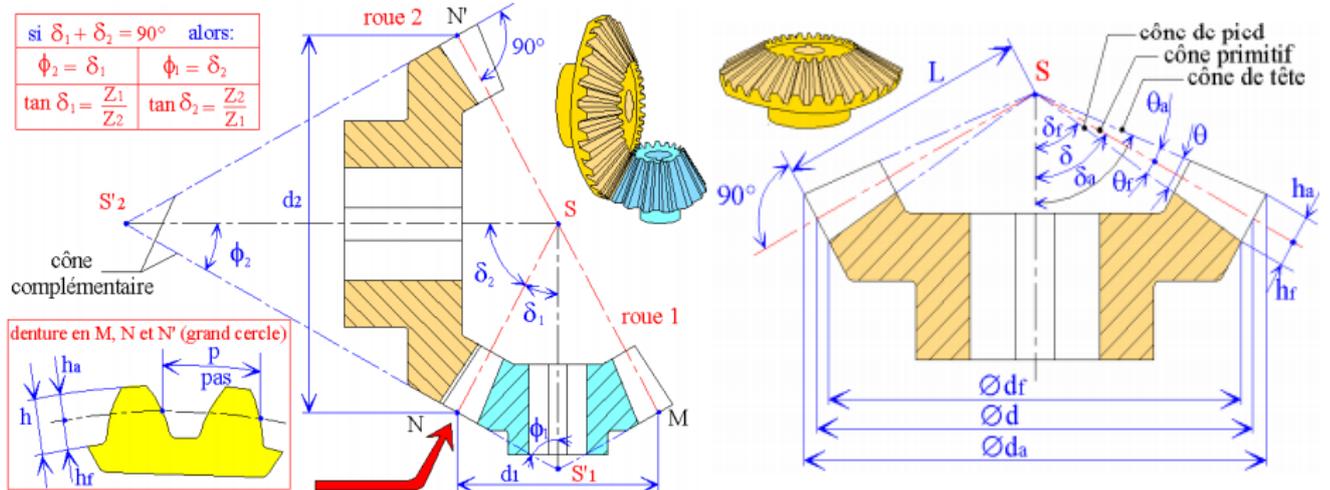


Figure (I.18) : Caractéristiques des engrenages coniques à denture droite [10]

Le tableau (I.5) : les paramètres géométriques des engrenages coniques.

| Principales caractéristiques des engrenages coniques à denture droite Tableau 7 | | |
|---|--|--|
| Caractéristique | Symbole ISO | Observations, définitions formules |
| vitesse angulaire | ω | en rad.s^{-1} ; $\omega = \pi N/30$ |
| nombre de tours | n | n en tours par minute ou tr.min^{-1} |
| nombre de dents | Z | Z_1 (roue1) et Z_2 (roue 2) |
| module | m | nombre normalisés : voir tableaux des valeurs des engrenages droits à dentures droites |
| pas (pas primitif) | p | $p = \pi m$ (remarque $p_1 = p_2 = p$) |
| angle primitif | δ | δ_1 (roue1) , δ_2 (roue 2) |
| rayon primitif | r | $r_1 = \frac{1}{2}mZ_1 = \frac{1}{2}d_1$; $r_2 = \frac{1}{2}mZ_2 = \frac{1}{2}d_2$ |
| diamètre primitif | d | $d_1 = mZ_1$; $d_2 = mZ_2$ |
| angle de pression | α | valeur usuelle: $\alpha = 20^\circ$ |
| angle de tête | δ_a | $\delta_a = \delta + \theta_a$ |
| angle de pied | δ_f | $\delta_f = \delta - \theta_f$ |
| angle saillie | θ_a | $\tan\theta_a = 2m.\sin\delta/d$ |
| angle de creux | θ_f | $\tan\theta_f = 2.5m.\sin\delta/d$ |
| angle de hauteur | θ | $\theta = \theta_a + \theta_f$ |
| diamètre de tête | d_a | $d_a = d + 2m.\cos\delta$ |
| diamètre de pied | d_f | $d_f = d - 2,5m.\cos\delta$ |
| saillie | h_a | $h_a = m$ |
| creux | h_f | $h_f = 1,25m$ |
| hauteur de dent | h | $h = 2,25m = h_a + h_f$ |
| Longueur génératrice primitive | | $L = d_1/2\sin\delta_1 = d_2/2\sin\delta_2$ |
| largeur de dent | b | $L/4 \leq b \leq L/3$ (raisons de taillage) |
| δ_1 Erreur ! Signet non défini. + $\delta_2 = 90^\circ$ | $\delta_1 + \delta_2 < 90$ | $\delta_1 + \delta_2 > 90$ |
| $\phi_1 = \delta_2$ $\phi_2 = \delta_1$ | $\phi_1 = 90 - \delta_1$ $\phi_2 = 90 - \delta_2$ | $\phi_1 = 90 - \delta_1$ $\phi_2 = 90 - \delta_2$ |

Tableau (I.4) : les paramètres géométriques des engrenages coniques

I-6-4-Engrenages à roue et vis sans fin :

Pour ces engrenages, la vis ressemble à une vis d'un système vis-écrou et la roue à une roue droite à denture hélicoïdale. La transmission de mouvement est effectuée entre deux arbres orthogonaux (axes non courants à 90°). Ces engrenages permettent de grands rapports de réduction (jusqu'à 1/200) et offrent des possibilités d'irréversibilité. Ils donnent l'engrènement le plus doux de tous les engrenages, silencieux et sans chocs. Contrepartie : un glissement et un frottement important provoquent un rendement médiocre. De ce fait, une bonne lubrification est indispensable ainsi que des couples de matériaux à faible frottement (exemple : vis acier avec roue en bronze...).



Figure (I.19) : l'engrenage roue et vis.

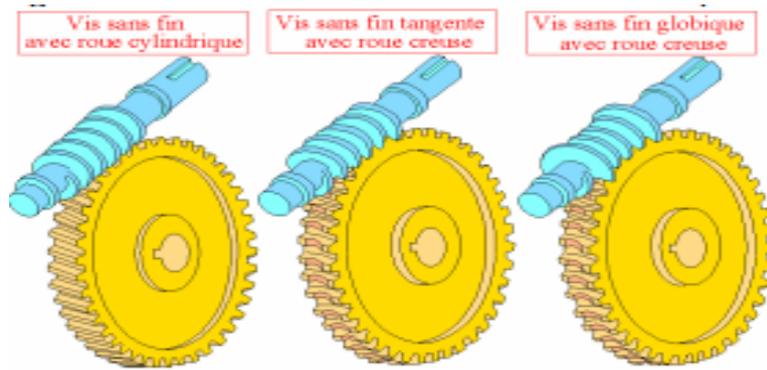


Figure (I.20) : Principaux engrenages roue et vis.

I-6-4-1-Caractéristiques cinématiques et géométriques : Contrairement aux autres engrenages, le rapport des nombres de dents est différent du rapport des diamètres primitifs, même remarque pour les engrenages hypoïdes. Les caractéristiques de la roue sont celles d'une roue droite à denture hélicoïdale. Z_v représente le nombre de filets de la vis ($Z_v = 1, 2$ ou 4 mais aussi $3, 5, 6, 8$ filets et parfois plus). Le pas axial p_x , mesure la distance, suivant l'axe, entre deux filets consécutifs de la vis. Le pas de l'hélice p_z représente le pas du filet (ou d'un des filets) de la vis : $p_z = Z_v \cdot p_x$ et $\tan \beta_R = p_z / \pi d_v$, avec $\beta_R = 90^\circ - \beta_v$. La vis et la roue ont le même pas normal p_n . De plus le pas axial de la vis est égal au pas apparent de la roue ($p_x = p_tR$).

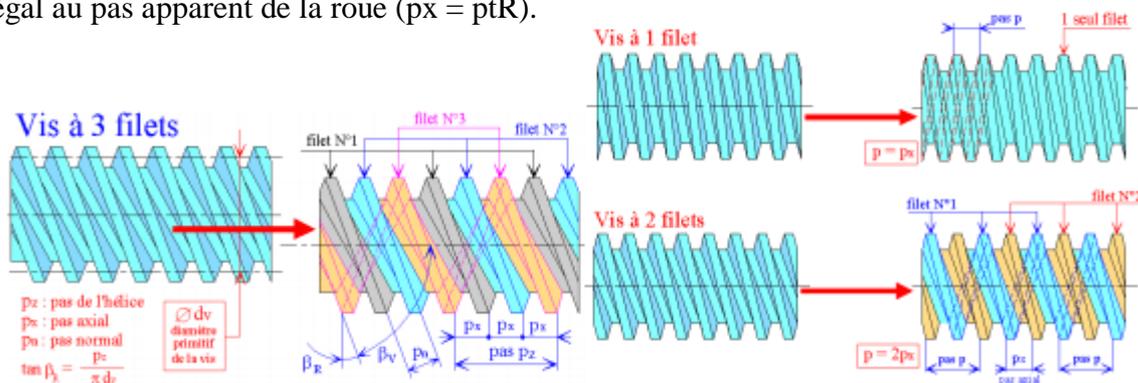


Figure (I.21) : Principaux paramètres du système roue et vis.

I-6-4-2-Principales caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin :

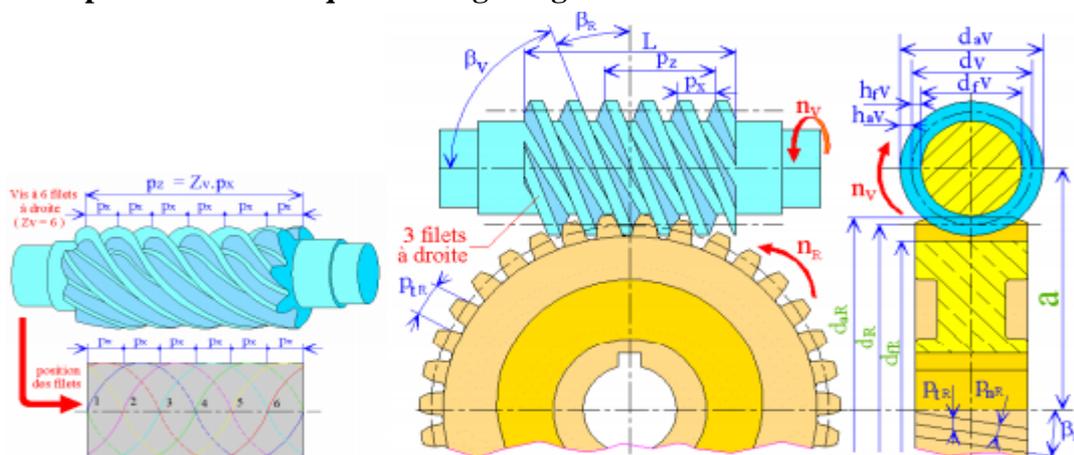


Figure (I.22) : Caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin.

Le tableau (I.6) : les calculs concernant des engrenages roues et vis sans fin.

| Désignation | Symbole | Valeur |
|--------------------|-----------|---|
| Angle d'hélice | β_v | Fonction de la réversibilité de la transmission |
| Module réel | m_n | Déterminé par un calcul de résistance des matériaux . |
| Module axial | m_z | $m_z = m_n / \cos \gamma_{vis}$ |
| Pas réel | p_n | $p_n = \pi \cdot m_n$ |
| pas axial | p_x | $p_x = p_n / \cos \gamma_{vis}$ |
| Pas de l'hélice | p_z | $p_z = p_x \cdot Z_{vis}$ |
| Diamètre primitif | d | $d = p_z / \pi \cdot \tan \gamma_{vis}$ |
| Diamètre extérieur | d_a | $d_a = d + 2 m_n$ |
| Diamètre intérieur | d_f | $d_f = d - 2,5 m_n$ |
| Longueur de la vis | L | $L = 5 p_x$ environ |

Tableau (I.5): Les caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin

Chapitre II

Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

II-1-Introduction

De nombreux contacts intervenant dans les ensembles mécaniques correspondent à un contact, suivant un point ou une ligne, si l'on idéalise les pièces en présence des supposant rigides ; ce type de contact constitue la famille des contacts hertziens pour lesquels les premiers éléments de solution ont été proposés par Heinrich Hertz entre 1881 et 1895 [3]. En pratique, sous l'effet d'une force normale au plan tangent commun entre deux pièces, une surface de contact se crée à travers laquelle les efforts sont transmis d'une pièce à l'autre. Ces efforts surfaciques génèrent une répartition spécifique de contraintes (efforts de cohésion) dans la région du contact qui peut entraîner des déformations permanentes ou des endommagements ; il est important de pouvoir les prévoir.

II-2-Pression de contact entre deux cylindres par la théorie de hertz :[4]

L'application de la théorie de Hertz à ce contact permet de prévoir la forme et les dimensions de la surface de contact (dans nos cas est un contact linéique entre deux cylindre). La surface formée par le contact de deux cylindres est une surface rectangulaire (fig II.1)

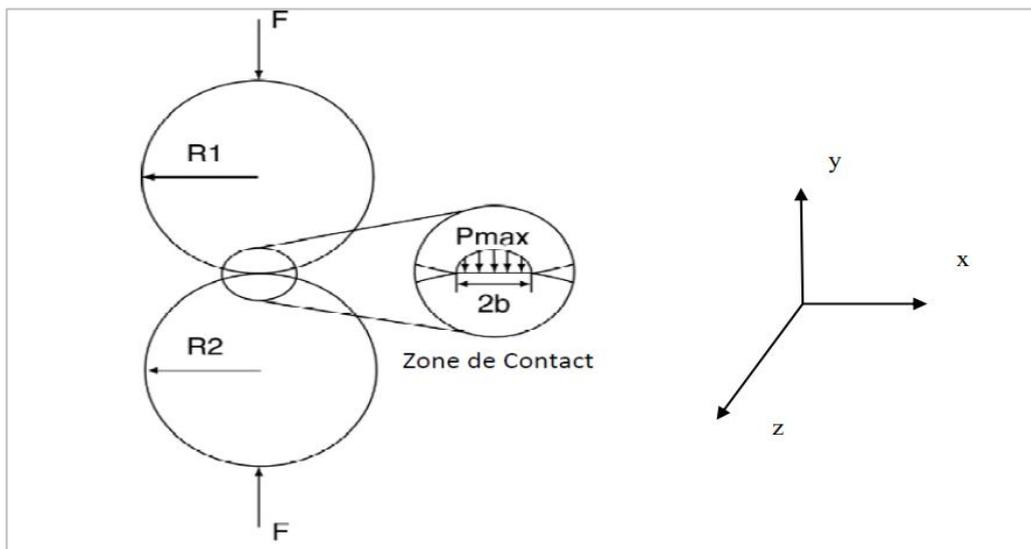


Figure II.1 : Modèle de Hertz pour deux cylindres parallèles en contact

La largeur de contact est donnée par la formule suivante :

$$b = 2 \sqrt{\frac{F(k_1+k_2)}{l(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})}} \tag{II-1}$$

Avec : $k_i = \frac{(1-\nu_i^2)}{\pi E_i}$ (II-2)

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

ν_i, E_i : Coefficients de poisson et modules d'Young des matériaux des cylindres.

l : Longueur de la ligne de contact entre les cylindres.

b : largeur de contact.

F : force appliquée.

La répartition des contraintes suivant les directions x, y et z sont données par les formules suivantes :

$$\text{Pour } x=0 \quad \text{on a : } P_{max} = \frac{2F}{\pi bl} \quad (\text{II-3})$$

$$\sigma_x = -P_{max} \left\{ \left[2 - \frac{1}{1 + \frac{y^2}{b^2}} \right] \sqrt{1 + \frac{y^2}{b^2}} - 2 \frac{y}{b} \right\} \quad (\text{II-4})$$

$$\sigma_y = \frac{-P_{max}}{\sqrt{1 + \frac{y^2}{b^2}}} \quad (\text{II-5})$$

$$\sigma_z = -2\nu P_{max} \left(\sqrt{1 + \frac{y^2}{b^2}} - \frac{y}{b} \right) \quad (\text{II-6})$$

II-2-1-Contrainte de contact entre les engrenages à denture droite :

Les dents d'engrenage doivent également pouvoir fonctionner pendant la durée de vie requise, sans trop piquer la forme des dents. La piqûre est un phénomène dans lequel de petites particules sont retirées de la surface des faces des dents en raison d'une pression de contact élevée, ce qui provoque la fatigue. La figure II.2 montre une pression de communication locale élevée. Un processus prolongé après le début du forage provoque une rugosité des dents et, éventuellement, la forme se détériore. Une défaillance rapide suit. A noter que les dents d'entraînement et les dents entraînées sont soumises à ces pressions de haute intensité de manière uniforme. La référence [5] fournit un traitement complet contre l'usure des engrenages. Travailler au point de contact sur les dents de l'engrenage consiste à réaliser deux surfaces des courbes à l'extérieur. Si le matériau de l'engrenage est infiniment rigide, la connexion est une simple ligne. En effet, du fait de l'élasticité du matériau, la forme de la dent change légèrement, ce qui conduit la force transmise à agir sur une petite zone rectangulaire.

La contrainte résultante est appelée contrainte tangentielle ou hertz. La référence [6] donne la formule de contrainte de contact d'Hertz :

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{F_n}{B} \frac{1}{\pi \left\{ \left[\frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} \right] + \left[\frac{(1-\nu_2^2)}{E_2} \right] \right\} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)}} \quad (\text{II-7})$$

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

Où les indices 1 et 2 renvoient aux matériaux des deux corps en contact.

F_n : la force normale fournie par la dent d'entraînement sur la dent entraînée.

B : la largeur de face des dents d'engrenage.

E_i : Le module d'élasticité des matériaux des dents.

ν_i : Les coefficients de Poisson.

ρ_i : Les rayons de courbure des deux surfaces des dents en contact.

$$\rho_i = D_{pi} \sin(\alpha)$$

Avec : $F_n = F_t \cos(\alpha)$

F_t : la force tangentielle α : angle de pression

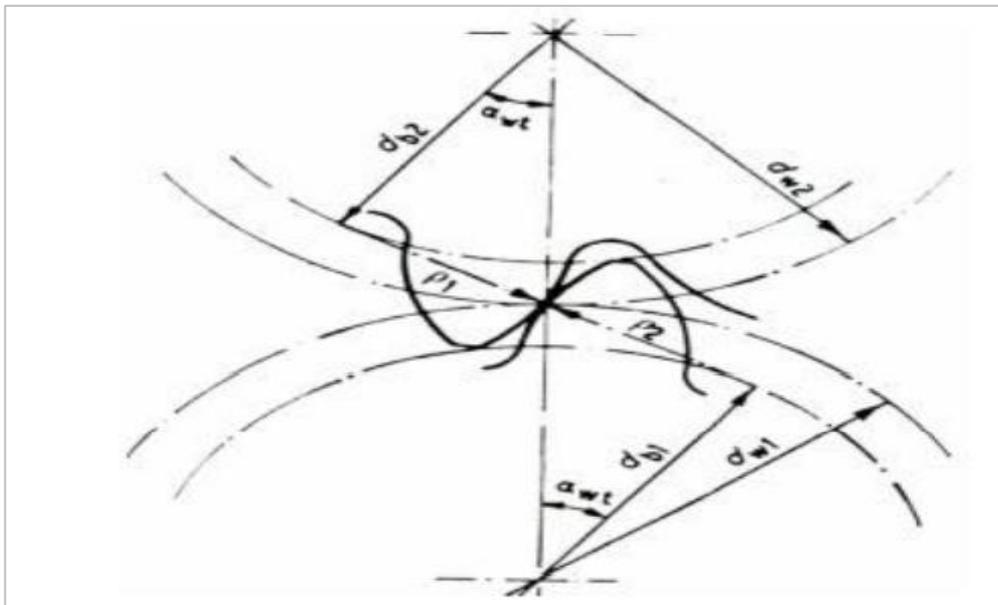


Figure (II.2): Notation de la contrainte de contact entre deux dents.

II-3-Définition de AGMA :

L'approche AGMA (American Gear Manufacturers Association) pour concevoir des dents d'engrenage pour résister à la rupture par fatigue de flexion, tout en étant basée sur l'équation de Lewis idéalisée, implique une longue liste de facteurs d'ajustement empiriques (parfois appelés facteurs de déclassement) pour tenir compte de l'influence de diverses fabrications, variabilités d'assemblage, géométriques, de chargement et de matériaux.

De nombreux graphes et expressions de données sont publiés par l'AGMA. La présentation dans ce texte ne représente qu'un synopsis de la procédure AGMA, avec une sélection abrégée de données

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

Justificatives pour démontrer l'approche de base ; tout concepteur responsable de la conception ou du développement des engrenages est bien avisé de consulter les normes AGMA les plus récentes.

La formule (II.8) est une formule statique, en pratique elle sera multipliée par des autres facteurs, dépendant des conditions de service. La pression de contact réelle est donnée par la formule suivante :

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{F_n}{B} \frac{1}{\pi \left\{ \left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1} \right] + \left[\frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right] \right\} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)} \times K_v \times K_m \times K_s \times K_a} \quad (\text{II-8})$$

Avec :

K_a : Facteur de surcharge

K_s : facteur de forme

K_m : facteur de distribution de charge

K_v : facteur dynamique.

II-4-Contrainte de flexion : L'analyse des contraintes des dents d'engrenage est facilitée par la prise en compte des composantes de force orthogonale, F_t , comme le montre la figure (II.3)

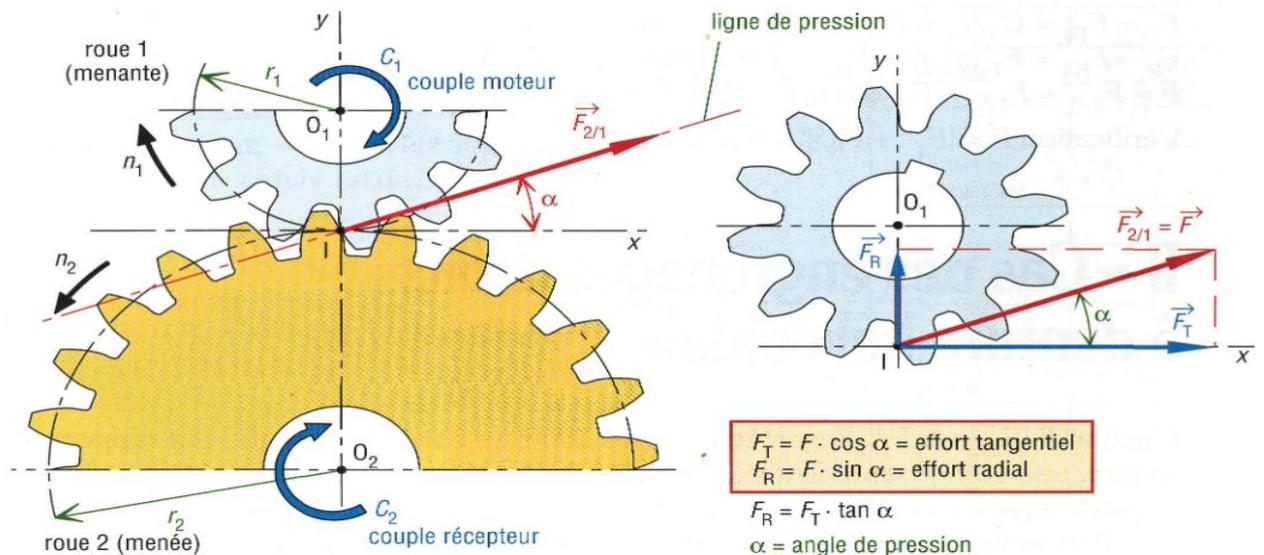


Figure II.3 : Forces sur les dents de l'engrenage : (force tangentielle), (force radiale,);(Force normale, F_n)

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

La force tangentielle, produit un moment de flexion sur la dent d'engrenage similaire à celui sur une poutre en porte-à-faux.

La contrainte de flexion qui en résulte est maximale à la base de la dent dans le congé, qui relie le profil de la développante au bas de l'espace dentaire. En tenant compte de la géométrie détaillée de la dent, Wilfred Lewis a développé l'équation de la contrainte à la base du profil de développante, qui est maintenant appelée l'équation de Lewis

Équation de Lewis pour la contrainte de flexion dans les dents d'engrenage :

$$\sigma_f = \frac{F_t}{m.B.Y} \quad \text{(II-9)}$$

F_t : force tangentielle.

B : largeur du visage de la dent.

Y : Facteur de forme de Lewis, qui dépend du nombre de dents dans l'engrenage .

Le tableau II.1 représente des valeurs du facteur de Lewis en fonction du nombre de dents

| Nombre de dents | Y | Nombre de dents | Y |
|-----------------|-------|-----------------|-------|
| 12 | 0.245 | 28 | 0.353 |
| 13 | 0.261 | 30 | 0.359 |
| 14 | 0.277 | 34 | 0.371 |
| 15 | 0.290 | 38 | 0.384 |
| 16 | 0.296 | 43 | 0.397 |
| 17 | 0.303 | 50 | 0.409 |
| 18 | 0.309 | 60 | 0.422 |
| 19 | 0.314 | 75 | 0.435 |
| 20 | 0.322 | 100 | 0.447 |
| 21 | 0.328 | 150 | 0.460 |
| 22 | 0.331 | 300 | 0.472 |
| 24 | 0.337 | 400 | 0.480 |
| 26 | 0.346 | | |

Tableau II.1 : Valeurs du facteur de forme de Lewis Y du nombre de dent.

L'équation de base de la contrainte de flexion AGMA peut s'écrire :

$$\sigma_f = \frac{F_t}{mBY} \times K_v \times K_m \times K_s \times K_a \quad \text{(II-10)}$$

F_t : La force tangentielle

K_a : Facteur de surcharge.

K_m : Facteur de distribution de charge.

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

K_v : Facteur dynamique.

II-5-Facteur de surcharge K_a :

| caractéristiques de la machine menante | Valeurs du coefficient d'application | | |
|---|--------------------------------------|------------------|---------------------|
| | Uniforme | Chocs modérés | Chocs importants |
| Uniforme | 1,00 | 1,25 | 1,75 |
| Chocs légers | 1,25 | 1,50 | 2 ou plus |
| Chocs moyens | 1,50 | 1,75 | 2,25 ou plus |

Tableau II.2 : Valeurs Recommandées pour K_a

II-6-Facteur de distribution de charge , K_m :

| Condition de support | Largeur de la face, <i>mm</i> | | | |
|--|-------------------------------|-----|-----|-------|
| | ≤ 50 | 150 | 225 | ≥ 400 |
| Précis, rigide, peu de jeux dans les paliers | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,8 |
| Précision et rigidité moins bonne, contact probable sur toute la largeur de la face | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 2,0 |
| Précision et rigidité telles que le contact ne se fait pas sur toute la largeur de la face | ≥ 2,0 | | | |

Tableau II.3 : Facteur de distribution de charge K_m

II-7-Facteur de forme K_s : AGMA indique que le facteur de forme peut être considéré comme étant de 1,00 pour la plupart des engrenages

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

II-8-Facteur dynamique K_v : Le facteur dynamique tient compte du fait que la charge est assumée par une dent avec un certain degré d'impact et que la charge réelle soumise à la dent est plus élevée que la charge transmise seule. La valeur de K_v dépend de la précision du profil dentaire, des propriétés élastiques de la dent et de la vitesse à laquelle les dents entrent en contact. Le graphe de la figure II.4 présente la variation du coefficient d'application en fonction de la vitesse de la ligne circonférentielle, ou les courbes A_i représentent les facteurs de qualité, qui sont montrés dans le tableau (II-4)

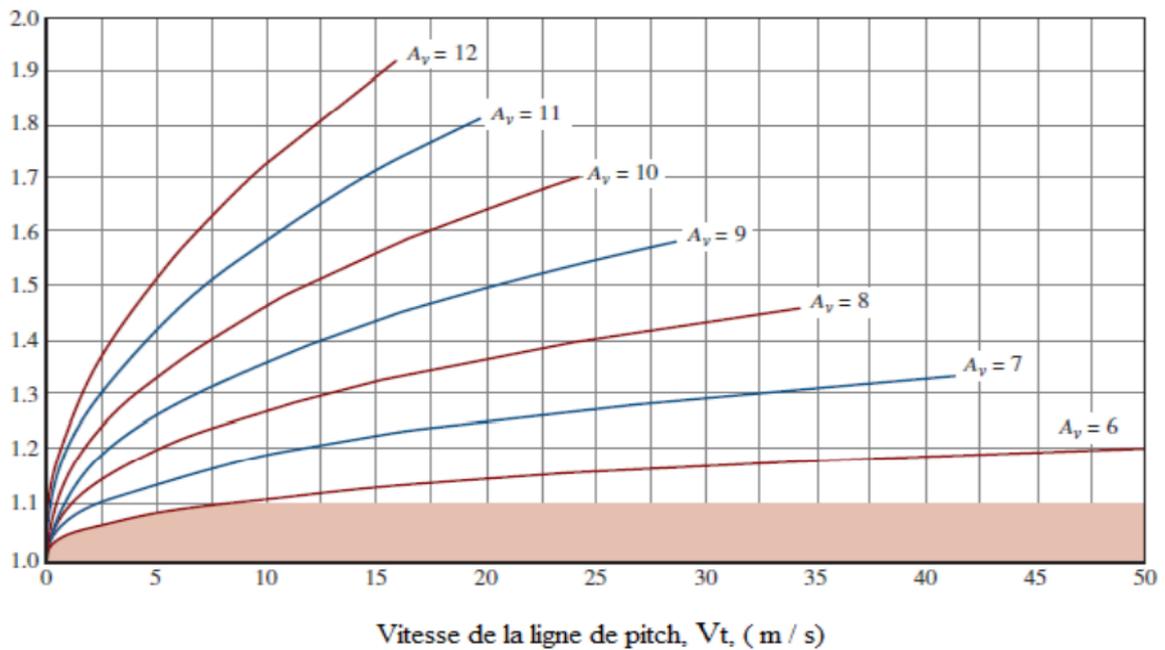


Figure II.4 : Facteur dynamique, K_v (Adapté de la norme AGMA 2001, Facteurs d'évaluation fondamentaux et méthodes de calcul pour engrenage droite [7])

| Application | Quality number | Application | Quality number |
|--------------------------|----------------|-------------------------|----------------|
| Cement mixer drum drive | A11 | Small power drill | A9 |
| Cement kiln | A11 | Clothes washing machine | A8 |
| Steel mill drives | A11 | Printing press | A7 |
| Grain harvester | A10 | Computing mechanism | A6 |
| Cranes | A10 | Automotive transmission | A6 |
| Punch press | A10 | Radar antenna drive | A5 |
| Mining conveyor | A10 | Marine propulsion drive | A5 |
| Paper-box-making machine | A9 | Aircraft engine drive | A4 |
| Gas meter mechanism | A9 | Gyroscope | A2 |

Tableau II -4 : numéro de la qualité AGMA recommandée[7]

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

II-9- Analyse des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

L'analyse des contraintes dans les engrenages a un rôle important dans l'étude et la conception de tous les types d'engrenage. Les contraintes des pressions de contact entre les roues dentées, ainsi que les contraintes de flexion au fond de pied de la dent, sont déterminées par des méthodes analytiques, en se basant sur la théorie de Hertz, et sur les études de grandes sociétés d'engineering telles que : AGMA et ANSI. Afin de réaliser ce travail, nous prenons un système d'engrenage composé d'un pignon et roue dentée, entraîné par un moteur dont les paramètres de fonctionnement sont connus.

II-9-1-Calcul analytique des contraintes :

En se basant sur les données suivantes :

Un engrenage cylindrique à denture droite, transmis une puissance de 75KW à 1500tr/min, d'un pignon A ($Z_1 = 20$ dents) à une à roue dentée B ($Z_2 = 40$ dents), avec un module de $m = 8$ mm et angle de pression de 20° . Les roues dentées ont la nuance d'acier 40Cr4, avec un module d'élasticité $E = 200$ GPa, et coefficient de poisson $\nu = 0.3$.

II-9-1-1 Calcul des paramètres des contraintes :

L'ensemble des paramètres calculés sont récapitulés dans le tableau (II.5)

| Désignation | Symbole | Formule de calcul | Valeurs |
|-----------------------|--|--|-------------|
| Couple de torsion | C (N.m) | $C = \frac{P}{\omega}$ | 400 |
| Diamètre primitif | DP_A (mm) | $DP_A = m \cdot Z_A$ | 160 |
| Diamètre primitif | DP_B (mm) | $DP_B = m \cdot Z_B$ | 320 |
| Le Pas | P (mm) | $P = m \cdot \pi$ | 25.12 |
| La force tangentielle | F_t (N) | $F_t = \frac{2C}{DP_A}$ | 5000 |
| La force normale | F_n (N) | $F_n = \frac{F_t}{\cos(\alpha)}$ | 5320 |
| Le rayon de courbure | $\rho_{1,2}$ (mm) | $\rho_{1,2} = \frac{DP_{A,B}}{2} \sin(\alpha)$ | 27,36 54,72 |
| La largeur de dent | B (mm) | $b = (6 \text{ à } 10)m$ | 30 |
| Le pas diamétral | P_d (mm) | $P_d = \frac{Z_A}{D_{pA}}$ | 0.125 |
| Matériau utilisé | AISI 4140 (matériau pour pignon et roue) | | |

Tableau II-5: Paramètres de calcul.

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

II-9-1-2-Caractéristiques du matériau [8].

| | |
|------------------------|---------------------|
| Limite d'élasticité | 655 MPa |
| Module de Young | 2×10^5 MPa |
| Coefficient de Poisson | 0.3 |

Tableau II-6 : les caractéristiques du matériau

II-9-1-3-Paramètres de calcul :

-Couple de service :

Le couple est déterminé par la relation suivante

$$P = C \cdot w \quad (\text{II-1})$$

Donc :

$$C = P/w \quad (\text{II-2})$$

Le couple varie de 300(N .m) à 450(N.m)

-Les forces exercées sur la dent :

$$F_t = \frac{C}{r_p} = \frac{400}{0.08} = 5000N \quad (\text{II-3})$$

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha} = \frac{5000}{\cos 20} = 5320.88N \quad (\text{II-4})$$

$$v_1 = v_2 \quad \text{et} \quad E_1 = E_2 \quad (\text{II-5})$$

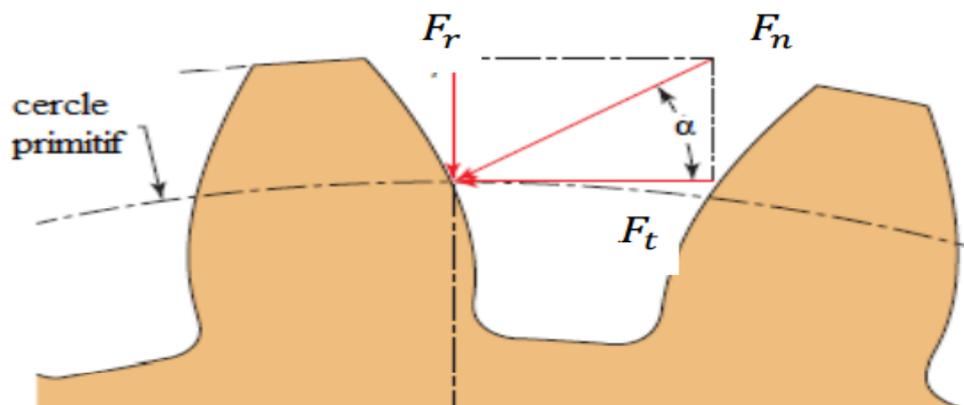


Figure II-5: Forces sur les dents de l'engrenage : (force tangentielle), (force radiale,); (Force normale, F_n)

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

La contrainte de contact est calculée selon la théorie d'hertz permettant la détermination des pressions de contact entre deux corps solide.

Le contact entre les dents d'engrenage cylindrique est considéré comme un contact entre deux cylindres, ou la pression de contact est donnée par la formule (III-6) suivante :

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{F_n}{B} \frac{1}{\pi \left\{ \left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1} \right] + \left[\frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right] \right\}} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)} \quad (\text{II-6})$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{5320.88}{30} \frac{1}{2\pi \left[\frac{1-0.3^2}{200000} \right]} \left(\frac{1}{27.36} + \frac{1}{54.72} \right)} = 583.207 \text{MPa}$$

II-9-2-Calcul de la contrainte de contact AGMA :

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{F_n}{B} \frac{1}{\pi \left\{ \left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1} \right] + \left[\frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right] \right\}} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)} \times K_v \times K_m \times K_s \times K_a \quad (\text{II-7})$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{5320.88}{30} \frac{1}{2\pi \left[\frac{1-0.3^2}{200000} \right]} \left(\frac{1}{27.36} + \frac{1}{54.72} \right)} \times 1.12 \times 1.6 \times 1 \times 1.5$$

$$\sigma_c = 956.1483 \text{MPa}$$

K_v : 1.12 (figure II-4... A_6 transmission automobile $v = \pi(2 \times 0.08 \times \pi \times 1500) / 60 = 12.57 \text{m/s}$)

K_m : 1.6 (tableaux II-3... $b < 50$ et contact probable sur toute la largeur de la face) .

K_s : 1.00 pour la plupart des engrenages.

K_a : 1.5 (tableaux II-2... chocs légers)

Chapitre II : Analyse et Calcul des contraintes dans les engrenages cylindriques à denture droite

Le tableau (II-7) récapitule la variation des valeurs des contraintes de contact (hertz et AGMA)

| Couple(N.m) | Contrainte de contact AGMA (MPa) | Contrainte de contact(MPa) |
|-------------|------------------------------------|------------------------------|
| 450 | 1014 | 618.5672 |
| 400 | 956.4752 | 583.1908 |
| 350 | 894.3948 | 545.5250 |
| 300 | 828.0487 | 505.0580 |

Tableau II-7 : les valeurs de contrainte de contact hertz et AGMA

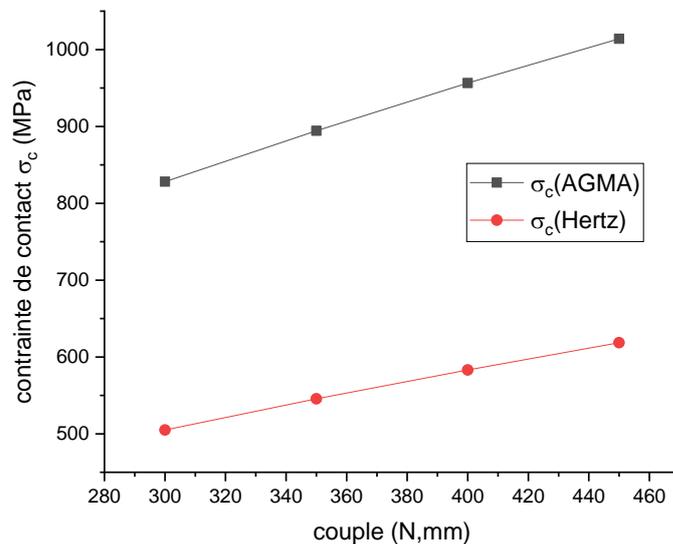


Figure (II-6) : L'évolution de la courbe des contraintes de contact et AGMA en fonction de couple.

La variation des valeurs de contraintes de contact (hertz et AGMA), en fonction du couple appliqué est représenté sur la figure (III-6). La figure montre que l'allure des contraintes AGMA est une allure linéaire, elle superpose l'allure de la contrainte analytique. Cette différence est due aux nombres de facteurs introduits dans la formule de la contrainte de contact analytique

II-9-3-Calcul de la contrainte de flexion :

La contrainte de flexion est donnée par l'équation(III-8)

$$\sigma_f = \frac{F_t}{m \times B \times y} \tag{II-8}$$

$$\sigma_f = \frac{F_t}{m \times B \times y} = \frac{5000}{8 \times 30 \times 0.322} = 64.69 \text{ MPa}$$

Et Y=0.322 (tableau II-1)

II-9-4-La contrainte de flexion AGMA :

$$\sigma_f = \frac{5000}{8 \times 30 \times 0.322} \times 1.6 \times 1 \times 1.5 \times 1.12 = 173.91 \text{ MPa}$$

Le tableau(II-8) récapitule la variation des valeurs des contraintes de flexion (analytique et AGMA)

| Couple(N.m) | Contrainte de flexion AGMA(MPa) | Contrainte de flexion Lewis (MPa) |
|-------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 450 | 195.65 | 72.7873 |
| 400 | 173.9130 | 64.6998 |
| 350 | 152.1739 | 56.6123 |
| 300 | 130.4348 | 48.5248 |

Tableau (II-8) : les valeurs de contrainte de flexion (analytique et AGMA)

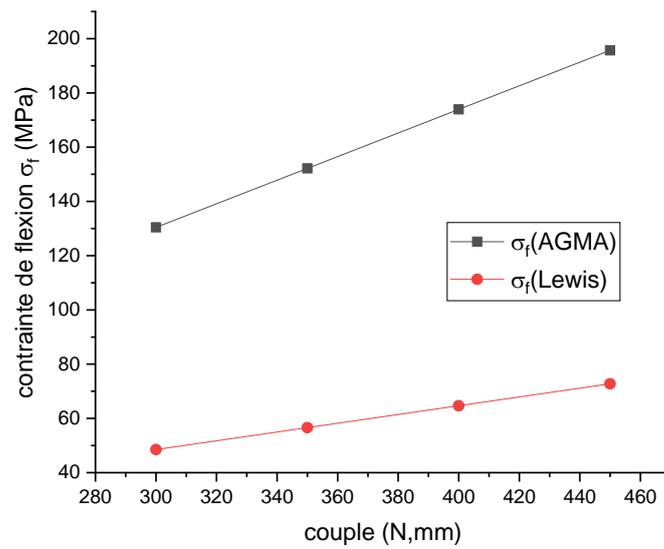


Figure (II-7) : L'évolution de la courbe des contraintes de flexion (Lewis et AGMA) en fonction de couple

La variation des valeurs de contraintes de flexion (analytique et AGMA), en fonction du couple appliqué est représenté sur la figure (II-7). La figure montre que l'allure des contraintes AGMA est une allure linéaire, elle superpose l'allure de la contrainte analytique. Cette différence est due aux nombres de facteurs introduits dans la formule de la contrainte de contact analytique.

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

Chapitre III

Modélisation des contraintes dans les engrenages

III-1-Introduction :

Le développement de l'outil informatique à favoriser les recherches dans différents domaines. Les modélisations par éléments finis des structures soumises à des chargements, ont permis de localiser les zones de fortes concentrations de contraintes, de déterminer les intensités des contraintes appliquées, et bonne étude en terme de tenue en fatigue.

La simulation consacrée dans ce chapitre est basée sur le code Ansys : 2D et 3D, en premier lieu le logiciel est exploité en 2D pour modéliser une dent d'un système d'engrenement, en se basant sur la modélisation structurale, pour déterminer les contraintes dues à l'application de l'effort tangentiel. En deuxième lieu nous avons utilisé Ansys Workbench pour la modélisation des pressions de contact.

III-2-1-La contrainte de flexion :

III-2-1-1-Maillage :

Nous avons pris une seule dent dont sa géométrie est obtenue selon les caractéristiques de l'engrenage cylindrique. Le maillage est la division de l'ensemble du modèle en petites cellules. Le choix de l'élément type de maillage est indispensable pour avoir de bons résultats, l'élément type 183 est un élément quadratique à 8 nœuds est opté pour cette simulation. La figure III-1 représente la géométrie et le maillage de la dent.

III-2-1-2-Condition aux limites :

Basé sur les hypothèses de l'équation de Lewis, les conditions limites sont définies dans ANSYS APDL (2D). La dent est supposée comme poutre encastree à son extrémité, la charge appliquée est l'effort tangentiel (flèche en rouge) par unité de surface, voir figure III-1

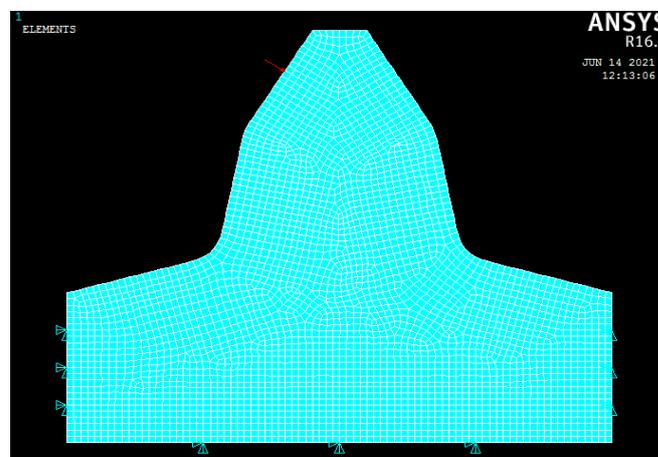
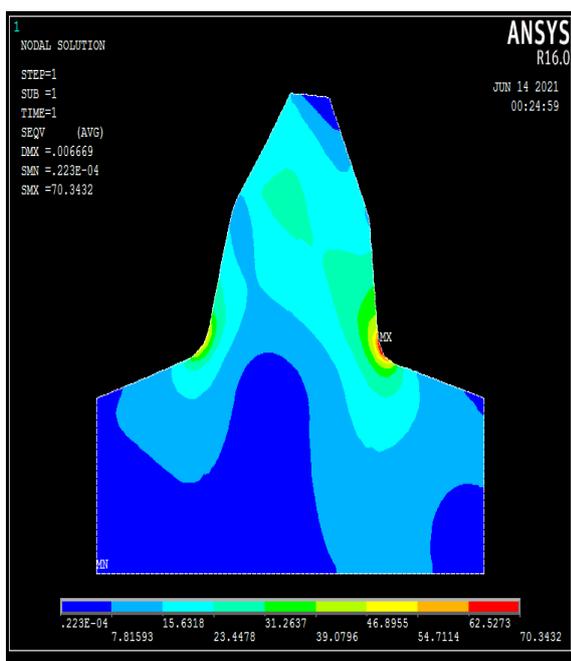


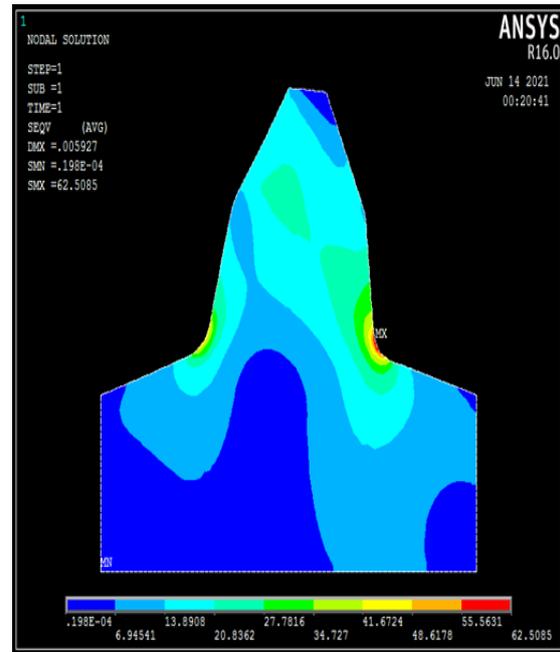
Figure III-1 : Géométrie et Maillage d'une dent d'engrenage

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

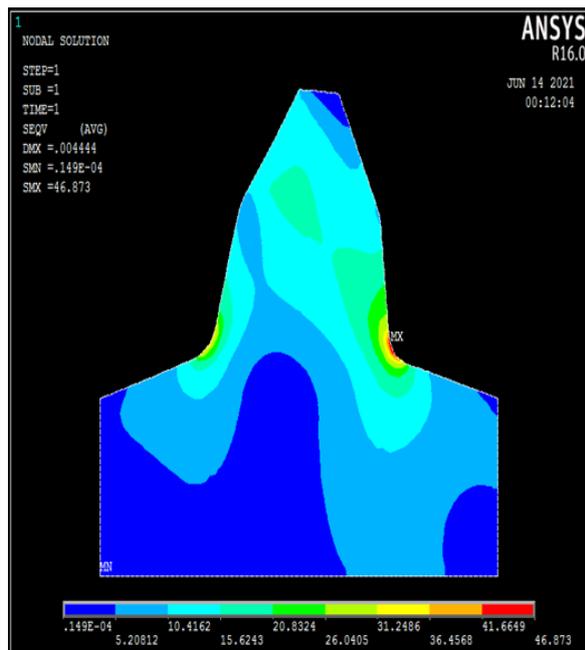
III-2-1-3-Les résultats d'Ansys APDL de la contrainte de flexion :



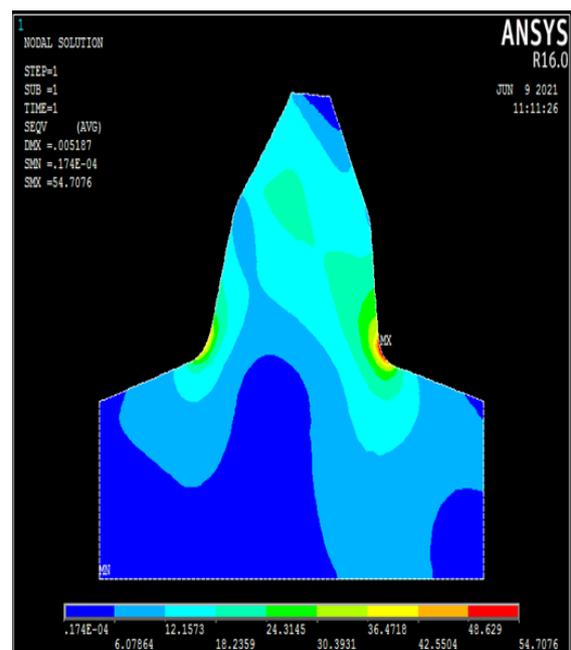
a)



b)



c)



d)

Figure (III-2) : Différentes contraintes de Vom.misés

Nous avons appliqué différentes valeurs de couples, pour le calcul analytique et l'autre de la simulation, le tableau III-1 récapitule les résultats obtenus

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

III -2-1-4-Zone critique due à la contrainte de flexion :

L'endommagement par flexion est simulé dans cette partie par la détermination de la zone de forte concentration de contrainte, en indiquant sa position (nœud 152) avec ces coordonnées (tableau III-1), et la valeur de contrainte équivalente de Von-Misés (figure III-2(a,b,c,d)) selon le couple appliqué et par conséquent la force tangentielle

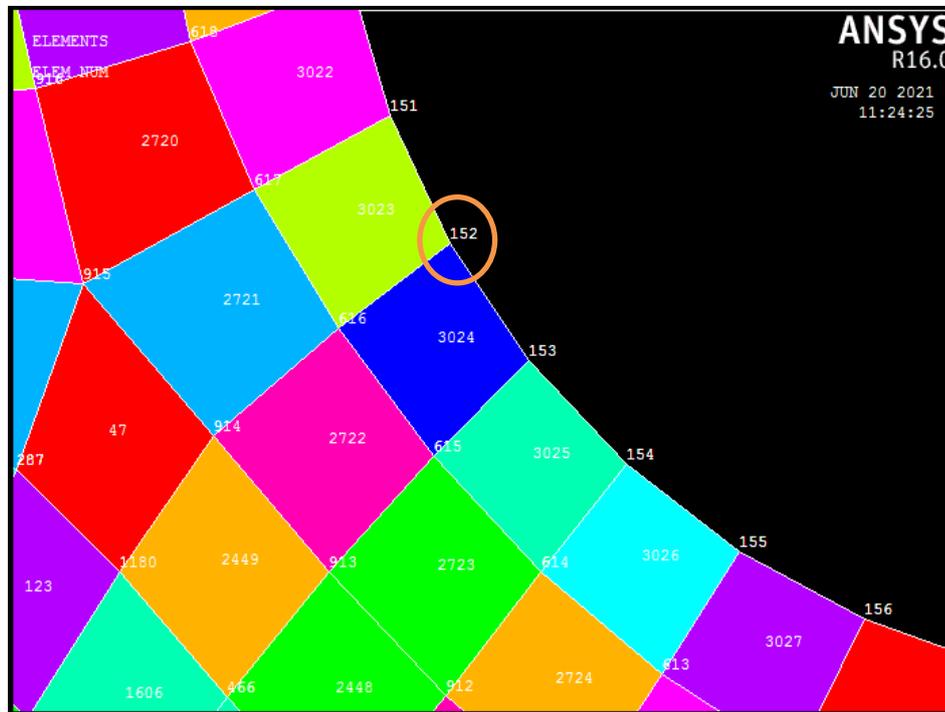


Figure (III-3) : position du nœud critique

```
PRNSOL Command
NLIST Command
File
```

| | | | |
|-----|---------------|---------------|--------------|
| 150 | 8.63638068823 | 71.8180965589 | 0.0000000000 |
| 151 | 8.76576728913 | 71.3620997355 | 0.0000000000 |
| 152 | 8.96536090450 | 70.9321737138 | 0.0000000000 |
| 153 | 9.23017892378 | 70.5390510712 | 0.0000000000 |
| 154 | 9.55361048891 | 70.1925456339 | 0.0000000000 |
| 155 | 9.92758152634 | 69.9013074863 | 0.0000000000 |
| 156 | 10.3427563064 | 69.6726070328 | 0.0000000000 |
| 157 | 7.17904560319 | 79.1047719841 | 0.0000000000 |

Tableau (III-4) : coordonnées du nœud critique

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

Tableau III-2 : représenter la comparaison entre les résultats de contrainte de flexion analytique et ansys :

| Couple (N.m) | Contraint de (vm) Ansys (MPa) | Contraint de flexion Lewis (MPa) | Pourcentage |
|--------------|-------------------------------|----------------------------------|-------------|
| 450 | 70.34 | 72.7873 | 3.35 |
| 400 | 62.5 | 64.6998 | 3.38 |
| 350 | 54.7 | 56.6123 | 3.37 |
| 300 | 46.87 | 48.5248 | 3.40 |

Suivant l'ordre d'application du couple, nous avons représenté la variation des contraintes (analytique et simulation) en fonction du couple. Nous constatons que la variation des deux contraintes présente des droites ou celle de la contrainte de VM se positionne au-dessus de la droite des contraintes analytiques. La figure III-5 montre cette variation.

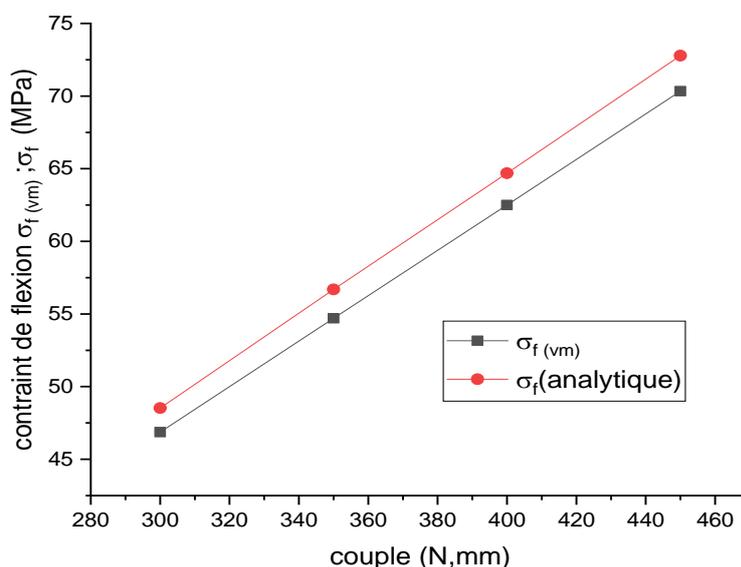


Figure (III-5): Variation de la contrainte de Von-Mises et contrainte de flexion analytique en fonction des couples.

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

III-3-La contrainte de contact :

Afin de modéliser la pression de contact, nous avons utilisé le code Ansys Workbench (3D). pour ce faire nous avons suivre les démarches suivantes :

Modélisation de la geometries de deux d'engrenage en exploitante le logiciel Soliworks, ou tous les paramètres sont pris suivant les caractéristiques de l'engrenage cylindriques à dentures droites. La figure III-6- montre la géométrie.

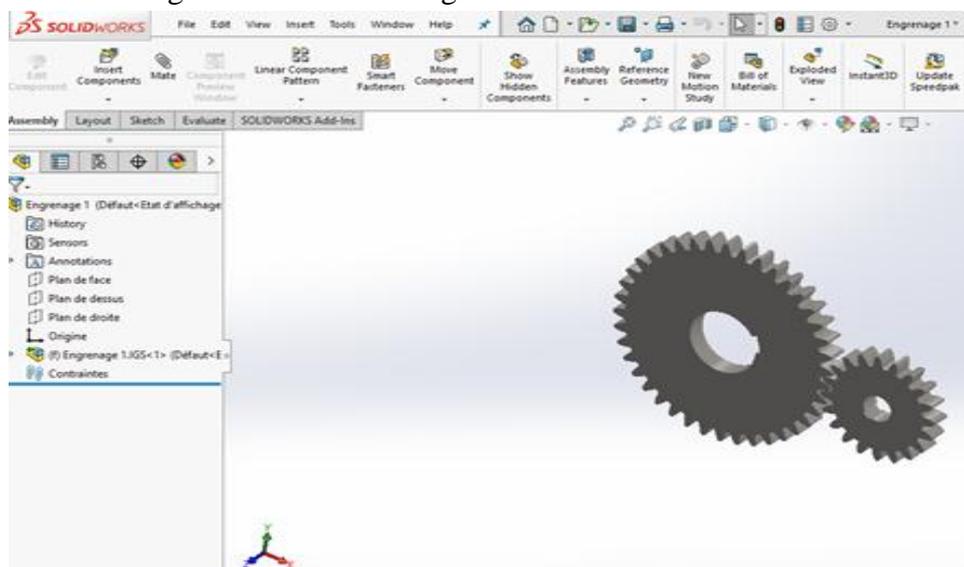


Figure (III-6)- Géométrie de deux dents (Solidworks)

III-3-1-Maillage :

Transmettre la géométrie au code Ansys W et application d'un maillage des deux engrenages, la figure suivante montre le maillage

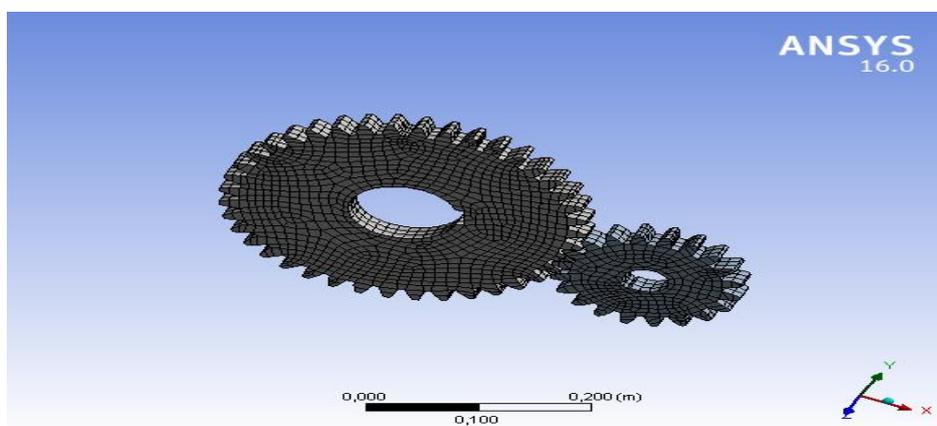


Figure (III-7) : maillage des deux engrenages

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

III-3-2-Condition aux limites:

- Introduction des conditions aux limites (voir figure III-8) :
- Fixation de l'alésage de la roue et du pignon
- Application du couple au niveau de l'alésage du pignon

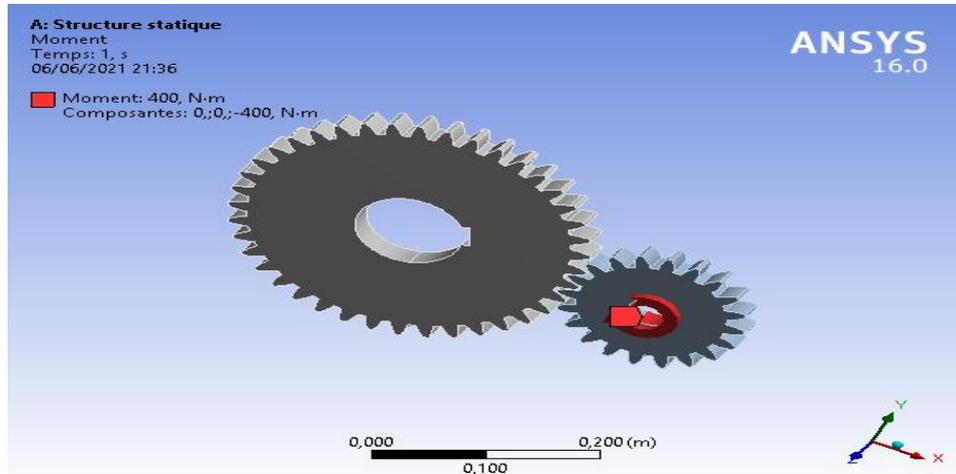


Figure (III-8) :les conditions aux limites de deux engrenages en 3D

III-3-3-Les résultats d'Ansys (workbench) de la contrainte de contact :

Les contraintes de VM sont représentées sur les figures III-8 au III-11, pour différentes valeurs de couples.

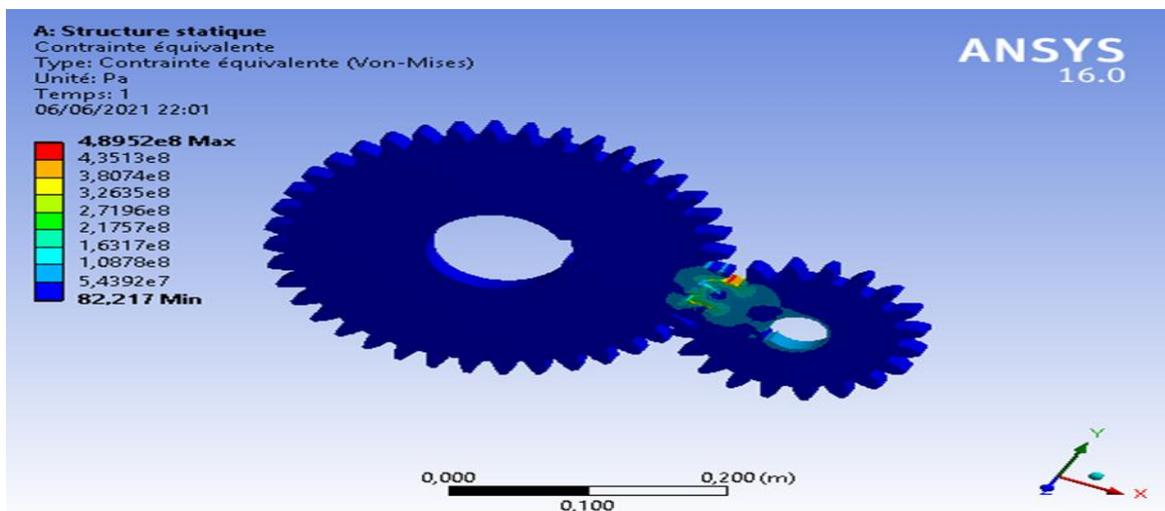


Figure III-8-Contrainte équivalent Von.Mises pour un couple de (300N.m)

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

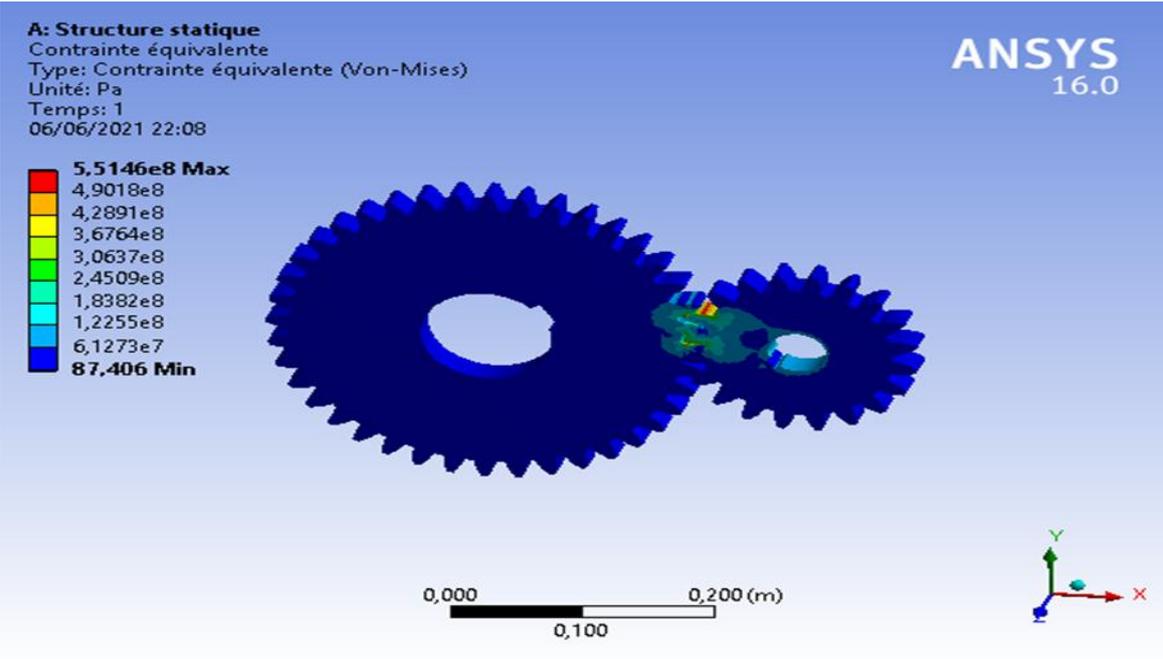


Figure III-9- Contrainte équivalent Von. Mises pour un couple de (350N.m)

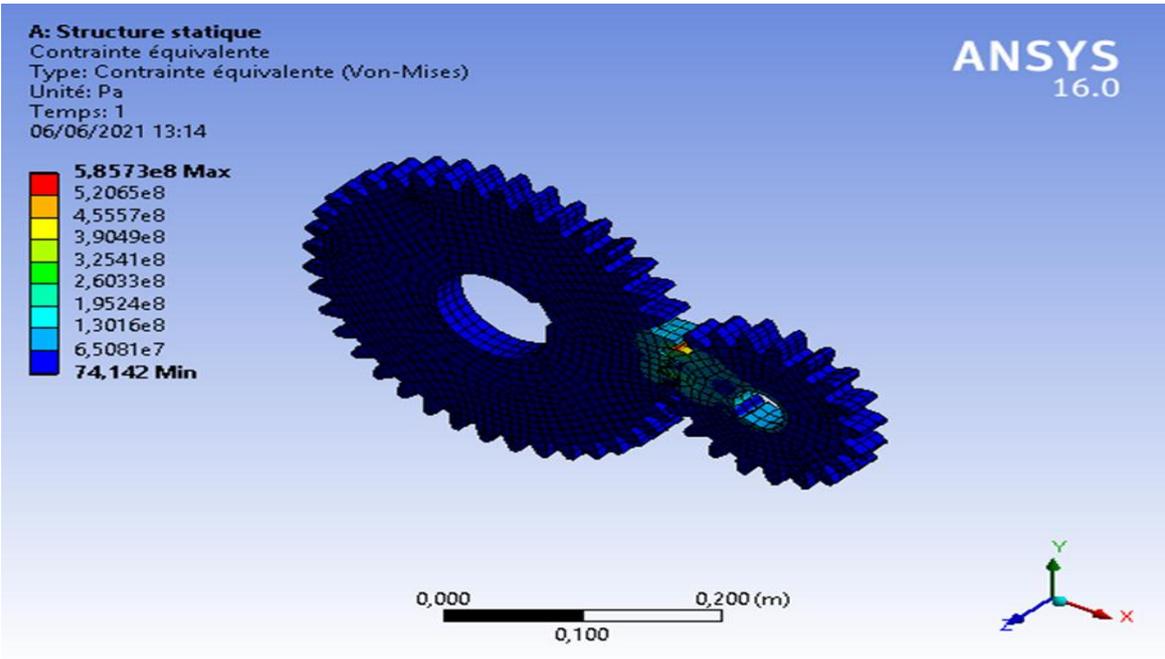


Figure III-10- Contrainte équivalent Von.Mises pour un couple de (400N.m)

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

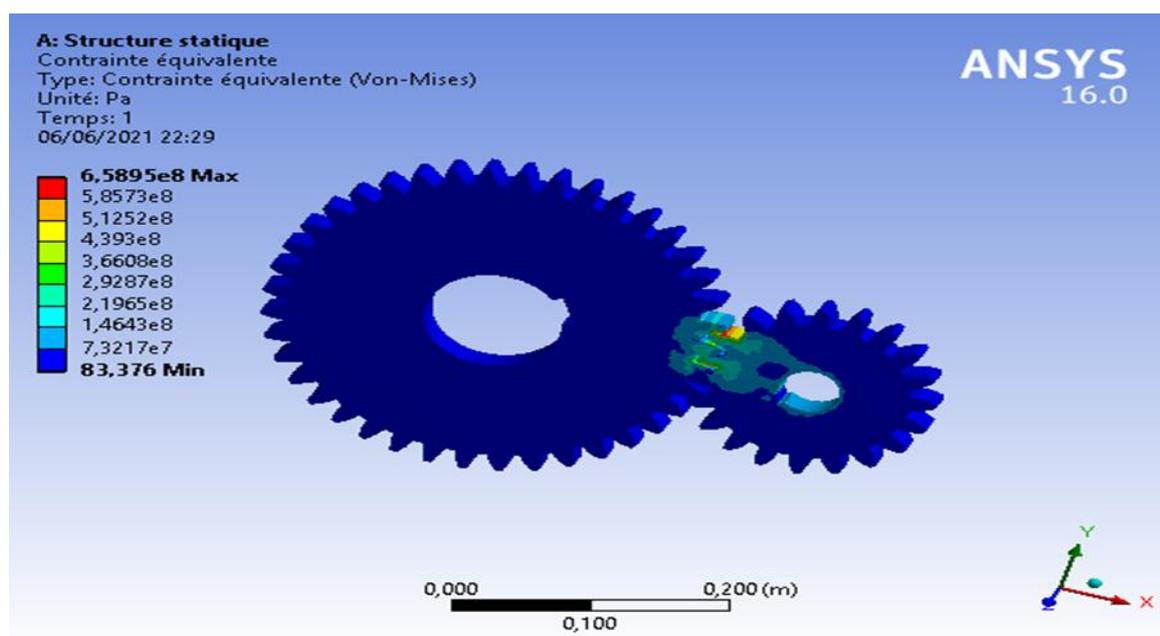


Figure III-11- Contrainte équivalent Von.Mises pour un couple de (450N.m)

Tableaux (III-3) : les valeurs de contrainte équivalente de VM et contrainte de contact hertz

Après résolution du problème par le logiciel, et suivant l'application des différentes valeurs de couples, nous avons déterminés les contraintes de VM pour. Le tableau III-3 montre les résultats obtenus par la simulation en comparaison avec ceux obtenus par les calculs analytiques.

| Le couple (N .m) | Contrainte équivalent VM (MPa) | Contrainte contact hertz (MPa) | Pourcentage d'erreur % |
|------------------|--------------------------------|--------------------------------|------------------------|
| 300 | 489.5 | 505.5 | 3.16 |
| 350 | 551.46 | 545.8 | 1.04 |
| 400 | 585.73 | 583.5 | 0.3 |
| 450 | 658.9 | 618.9 | 6.46 |

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

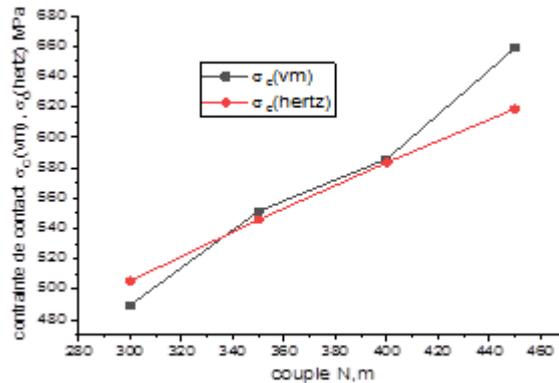


Figure III-12 :Variation de la contrainte de Von-Misés et contrainte de contact (analytique) en fonction des couples.

Dans le présent chapitre, nous avons présenté une étude par éléments finis s'appuyant sur Ansys pour estimer les contraintes de contact et les contraintes de contact sur les dents d'engrenages droits en utilisant un modèle 3D. Nous avons aussi procédé à une comparaison pour un couple variable avec les résultats obtenus par des formules de Hertz équation et la marge de différence a montré que la précision de la méthode était assez bonne.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons entamé la modélisation des engrenages cylindrique, par éléments finis via le code Ansys. Les roues dentées ont un matériau de nuance AISI 4140, acier utilisé dans la conception de ce type d'organes de machines.

En premier lieu nous avons modélisé la contrainte de flexion en appliquant des charges sur une seule dent sous le code Ansys 2D. les résultats obtenus sont comparés avec ceux déterminés par les calculs analytiques. Une légère différence est remarquée sur les deux types de résultats, cela est dû à la forme des dents, le raffinement du maillage.

En deuxième lieu nous avons vérifié les résultats de calculs analytiques des pressions de contact, par ceux réalisés par le code Ansys Workbench (3D) selon la contrainte équivalente

Chapitre III : Modélisation des contraintes dans les engrenages

de Von-Misès. Une comparaison est établie pour vérifier l'analyse des contraintes entre les deux démarches

Conclusion générale

Le but de ce travail est d'établir une analyse sur les contraintes de flexion et les pressions de contact, d'un système d'engrenage cylindrique, à denture droite, composé d'un pignon et une roue, de nuance AISI 4140, engendrées par, les charges causées par les conditions de service, comme puissance et vitesse de rotation.

En premier lieu, nous avons déterminé les contraintes citées si dessus, par les méthodes analytiques. Les contraintes de flexion sont calculées sur la base de l'équation de Lewis, et les pressions de contact sont déterminées par la théorie de Hertz, par la suite, nous avons introduit un ensemble de facteurs correcteurs préconisés par AGMA, dans chaque type de contrainte (flexion, pression de contact).

En deuxième lieu, nous avons, modélisé ces contraintes par la méthode des éléments finis, via le code Ansys. Dans le cas de la contrainte de flexion, nous avons considéré une dent comme une poutre encastree, sollicitée par une succession de charges (différentes valeurs de couples) sous forme de pressions exercé sur la dent, la simulation par le code en 2D, nous a permet de localiser les zones de forte concentration de contraintes, ainsi que les valeurs de la contrainte équivalente de Von-Misès. Les pressions de contact sont modélisées par Ansys Workbench (3D), afin de mieux visualiser l'impact de ce genre de contraintes sur les dents de l'engrenage, sous les mêmes charges que précédents.

Une comparaison entre les résultats de calculs AGMA et ceux obtenus par le code Ansys, est réalisée, la différence entre les valeurs des deux contraintes semble acceptable, et peuvent être exploitées dans des traitement thermiques ou de surfaces.

En perspectives, il sera intéressant de poursuivre cette étude, en traitant les points suivants :

- Application d'un traitement thermique ou de surface dont le but d'améliorer la résistance des dents à la fatigue.
- Recherches des essais expérimentaux et les confrontés avec nos résultats.
- Elargir cette étude sur autre types d'engrenages.

Résumé

Le but de ce travail est le calcul des contraintes au niveau des dents d'un engrenage cylindrique à denture droite. Les pressions de contact réelles ont des valeurs importantes contrairement aux valeurs des contraintes statiques. Dans les deux cas nous avons appliqué la théorie de Hertz qui détermine les pressions de contact entre deux solides. Les facteurs de correction ont une influence remarquable sur ces types de contraintes, puisque les résultats sont proches de la réalité. Les contraintes de flexion sont calculées suivant la formule de Lewis, nous avons obtenu des contraintes statiques et des contraintes réelles aussi en introduisant les facteurs de correction

Les zones de contacts entre les dents, sont généralement les zones les plus chargées, cela est montré par les valeurs importantes des pressions de contact au niveau de ces zones. Un traitement de surface approprié est recommandé en vue d'améliorer la teneur en fatigue des engrenages.

Mots clés : engrenage, pressions, contact, Hertz, contraintes.

Abstract

The purpose of this work is to calculate the stresses at the teeth of a cylindrical gear with a straight toothing. The actual contact pressures have significant values unlike the static stress values. In both cases we applied the Hertz theory determining the contact pressures between two solids. Correction factors have an influence on these types of constraints, since they have results close to reality. The bending stresses are calculated according to the Lewis formula, we obtained static stresses and real stresses also by introducing the correction factors

The zones of contact between the teeth, are generally the most charged zones, this is shown by the important values of the contact pressures at the level of these zones. An appropriate surface treatment is recommended to improve the fatigue content of the gears.

Keywords: gearing, pressures, contact, Hertz, constraints

ملخص

الغرض من هذا العمل هو حساب الضغوط على أسنان الترس الأسطواناني مع شيء مستقيم. قيم ضغوط الاتصال الفعلية لها قيمة كبيرة بخلاف قيم الضغط الثابت. في كلتا الحالتين طبقنا نظرية هيرتزر لتحديد ضغوط الاتصال بين مجسمين. وتؤثر عوامل التصحيح على هذه الأنواع من القيود، حيث أن لها نتائج قريبة من الواقع. يتم حساب ضغوط الانحناء وفقاً لصيغة لويس (Lewis)، وقد حصلنا على ضغوط ثابتة وإجهادات حقيقية أيضاً من خلال تقديم عوامل التصحيح

المناطق الملامسة بين الأسنان هي عادة أكثر المناطق شحنة، وهذا يظهر من خلال القيم المهمة لضغوط الملامسة على مستوى هذه المناطق. يوصى باستخدام علاج مناسب للسطح لتحسين محتوى كلال التروس.

المفاتيح الرئيسية : التروس، الضغوط، الاتصال، هرتز، القيود.

Bibliographie :

- [1] *colbertserv.lyceecolbert-tg.org:3007*.(s.d.).Récupéré sur http://colbertserv.lyceecolbert-tg.org:3007/cours_transformateurs_et_transmetteurs/viewer/visu.php?ficheeduscol.education.fr. (s.d.)
- [2] MELIH Miloud, OUNADJELA Bachir, « Automatisation du calcul des dimensions géométriques d'un engrenage », faculté de Technologie, Université Aboubekr BELKAID Tlemcen, MEMOIRE En vue de l'obtention du diplôme de MASTER, 2017-2018.
- [3] Techniques De L'Ingénieur, extrait gratuits, « Frottement, usure et lubrification ; SURFACES », 4^{ème} édition, p55-57.
- [4]DERGAL Moundhir Abdou Essamed.Modélisation du Contact dans un Engrenage à Denture Droite. 2011- 2012.
- [5] American Gear Manufacturers Association. Standard 908-B89 (R2015). *Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical, and Herringbone Gear Teeth*. Alexandria, VA.: American Gear Manufacturers Association, 2015.
- [6] American Gear Manufacturers Association. Standards2001-D04 (R2016) (based on P_d) and 2101-D04 (R2016) (based on Metric Module, m). *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*. American Gear Manufacturers Association Alexandria, VA: American Gear ManufacturersAssociation,2016.
- [7]MACHINE ELEMENTS IN MECHANICAL DESIGN. [auteur du livre] Robert L. Mott. 2004.
- [8] *an analytical method for calculating the tooth surface contact stress of spur gears with tip relief*. **zhai, Xiaochen**. 2018