



وزارة البحث العلمي والتعليم العالي  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
جامعة عبد الحميد بن باديس مستغانم  
Université Abdelhamid Ibn Badis Mostaganem  
كلية العلوم والتكنولوجيا  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE



N° d'ordre : M...../GE/2021

## MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de

### MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

**Filière :** Télécommunications

**Spécialité :** Systèmes des télécommunications

Par

**BERRAHO Mohamed**

**Détection des anomalies dans un processus aléatoire par une méthode hybride IBIP-CWT**

Soutenu le 08 /07 / 2021 devant le jury composé de :

Président :	Mr SOLTANE Benallou AEK	MAA	Université de Mostaganem
Examineur :	Mme BENDANI Djazia	MAA	Université de Mostaganem
Encadreur :	Mr YAGOUBI Benabdellah	PROF	Université de Mostaganem

Année Universitaire 2020/2021

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## Remerciement

---

Remerciement :

Elhamdulillah de m'avoir accordé la volonté et le courage pour réaliser ce mémoire.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon encadreur, monsieur YAGOUBI. Et qui était l'élément essentiel de la réalisation de ce travail. Je le remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

Je remercie les membres du jury, chacun par son nom, qui m'a fait l'honneur d'accepter d'examiner ce travail.

Je remercie également toute l'équipe pédagogique du département de génie électronique de l'université Abdelhamid Ibn Badis à Mostaganem.

Je tiens à remercier tous qui m'ont aidé de loin ou de près dans la réalisation de ce travail

## Dédicace

---

Dédicace :

Je dédie ce travail... À toute ma famille et spécialement à mes parents.

À tous mes amis. À toute la promotion GE 2020/2021 et à tous ceux qui  
ont contribué de près ou de loin pour que ce projet soit possible, je

vous dis

Merci

# Sommaire

---

## Sommaire :

Remerciement : .....	i
Dédicace .....	ii
Sommaire .....	iii
Liste de figure .....	vi
Liste des abréviations .....	viii
Résumé .....	ix
Introduction générale .....	1
<b>Chapitre I : Détection des anomalies</b>	
I.1 Introduction .....	3
I.2 Définition .....	3
I.3 Techniques de détection .....	4
I.4 Application de la détection des anomalies .....	4
I.4.1 La détection des anomalies dans le domaine médical .....	5
I.4.2 La détection des anomalies dans le domaine industriel .....	5
I.4.2.1 Techniques d'analyse .....	6
I.5 Approche de détection proposé .....	8
I.5.1 Approche de détection des valeurs aberrantes basée sur les ondelettes .....	8
I.5.2 Détection des valeurs aberrantes à l'aide de techniques d'intelligence artificielle .....	8
I.6 Conclusion .....	8
<b>Chapitre II : La transformée en ondelette</b>	
II.1 Introduction .....	9
II.2 L'intérêt d'un transforme .....	9

## Sommaire

---

<b>II.3 Evolution de la transformée en ondelette.....</b>	<b>9</b>
<b>II.3.1 Transformée de Fourier .....</b>	<b>9</b>
<b>II.3.1.1 Limitations de la Transformée de Fourier .....</b>	<b>11</b>
<b>II.3.2 STFT .....</b>	<b>11</b>
<b>II.3.3 L'ondelettes.....</b>	<b>13</b>
<b>II.3.3.1 Historique.....</b>	<b>13</b>
<b>II.4 Transformée en ondelettes .....</b>	<b>17</b>
<b>II.4.1 Définition.....</b>	<b>17</b>
<b>II.4.2 Propriétés de la transformée en ondelettes .....</b>	<b>17</b>
<b>II.5 Transformée en ondelettes continue CWT .....</b>	<b>18</b>
<b>II.5.1 Définition.....</b>	<b>18</b>
<b>II.5.1.1 Exemple d'ondelette .....</b>	<b>21</b>
<b>II.5.2 Exemple de la transformée en ondelette.....</b>	<b>23</b>
<b>II.5.3 La transformée en ondelette inverse.....</b>	<b>25</b>
<b>II.6 La transformée en ondelettes discret TOD .....</b>	<b>25</b>
<b>II.6.1 Définition.....</b>	<b>25</b>
<b>II.7 Comparative Visualisation.....</b>	<b>26</b>
<b>II.8 Les avantages de la transformée en ondelettes .....</b>	<b>29</b>
<b>II.10 Conclusion .....</b>	<b>29</b>
<b>Chapitre III : Résultats et discussion</b>	
<b>III.1 Introduction .....</b>	<b>30</b>
<b>III.2 Technique (IBIP) de détection des défauts .....</b>	<b>30</b>
<b>III.3 Modélisation d'un processus aléatoire avec un Bruit Blanc Gaussien (BBG) .....</b>	<b>31</b>
<b>II.4 Organigramme de IBIP .....</b>	<b>33</b>

## Sommaire

---

<b>III.5 applications de la technique hybride CWT et IBIP .....</b>	<b>35</b>
<b>III.5 .1 Objectif .....</b>	<b>35</b>
<b>Conclusion Générale .....</b>	<b>41</b>
<b>Bibliographies.....</b>	<b>42</b>

## Liste des figures

---

### Liste des figures :

<b>Figure I. 1 :</b> La mesure de vibrations.....	6
<b>Figure I. 2 :</b> La thermographie infrarouge. ....	7
<b>Figure I. 3 :</b> Analyse de la signature du courant. ....	7
<b>Figure II. 1 :</b> Transformée de Fourier d'un signal sinusoïdale stationnaire, (a) pour une seule fréquence, (b) pour plusieurs fréquences.....	10
<b>Figure II. 2 :</b> Deux signaux déferents non stationnaires ont la même transforme de Fourier.....	10
<b>Figure II. 3 :</b> Exemple Ondelette.....	19
<b>Figure II. 4 :</b> Gauche : exemple d'ondelette avec échelle réduite. À droite : exemple d'ondelette avec échelle augmentée.....	19
<b>Figure II. 5 :</b> Gauche : Exemple d'ondelette avec emplacement diminué. A droite : Exemple d'ondelette avec une localisation augmentée et une échelle diminuée. ....	20
<b>Figure II. 6 :</b> Ondelette chapeau Mexicain. ....	21
<b>Figure II. 7 :</b> Ondelette de Morlet. ....	21
<b>Figure II. 8 :</b> La figure donne la trace de $-\psi$ et de sa transformée de Fourier par $\sigma=1$ .....	23
<b>Figure II. 9 :</b> La figure montre le signal à analyser $f(t)$ , qui est régulier par morceaux à gauche, et presque partout singulier à droite.....	24
<b>Figure II. 10 :</b> la transformée en ondelettes calculée avec une ondelette à chapeau mexicain.....	24
<b>Figure II. 11 :</b> La Représentation temps-fréquence de la transformée de Fourier. ....	26
<b>Figure II. 12 :</b> La Représentation temps-fréquence de la transformée de Fourier à court terme. ....	27



## Liste des figures

---

<b>Figure II. 13 :</b> La Représentation temps-fréquence de la transformée en ondelettes. ....	28
<b>Figure III. 1:</b> La probabilité gaussienne. ....	31
<b>Figure III. 2:</b> L'inverse de probabilité correspondante. ....	31
<b>Figure III. 3:</b> L'organigramme de IBIP partie 1. ....	33
<b>Figure III. 4:</b> L'organigramme de IBIP partie 2. ....	34
<b>Figure III. 5:</b> les graphes (a) et (b) représentent respectivement le processus sain et celui avec anomalie. ....	36
<b>Figure III.6:</b> les graphes (a) et (b) représentent respectivement la dsp du processus sain et celle du processus avec anomalie. ....	37
<b>Figure III. 7:</b> Coefficients de l'ondelette (Sym4) appliquée à la dsp du processus sain à gauche, et à celle du processus avec anomalie à droite. ..	38
<b>Figure III. 8:</b> Les courbes (a, b, c, d) représentent respectivement, la DSP, la IBIP de la dsp du processus sain, la DSP et la IBIP de la dsp du processus avec anomalie. ....	39
<b>Figure III. 9:</b> L'IBIP de la dsp du processus sain courbe en noire, et l'IBIP de la dsp du processus avec anomalie en rouge. L'anomalie indiquée par le pic IBIP en rouge est très visible. ....	40

## Liste des abréviations

---

### Liste des abréviations :

**BBG** : Bruit Blanc Gaussien.

**STFT**: Short Time Fourier Transform

**WT** : Wavelet transform

**IBIP** : Inverse of the belonging individual probability

**TO** : la transformée en ondelettes

**CWT** : Continuous wavelet transform

**TF** : transformé de fourier

**WT** : wavelet transform

**DSP** : la densité spectrale

## Résumé

---

### Résumé :

Français :

La détection des anomalies est un processus d'une grande importance, et ce domaine nécessite un développement continu afin d'être d'une grande efficacité. Pour cette raison, dans ce travail, nous avons proposé cette méthode consistant à combiner deux techniques pour une détection plus précise. Cette méthode proposée est une combinaison de CWT et d'une technique basée sur L'inverse de la probabilité d'appartenance individuelle (IBIP). Ce dernier est capable de révéler de petits détails qui ne sont pas bien claire avec CWT.

English:

The detection of anomalies is a process of great importance, and this area requires continuous development in order to be highly effective. For this reason, in this work, we have proposed this method consisting in combining two techniques for a more precise detection. This proposed method is a combination of CWT and a technique based on the inverse of the probability of individual belonging (IBIP). The latter is able to reveal small details that are not quite clear with CWT

العربية :

يعتبر الكشف عن الحالات الشاذة عملية ذات أهمية كبيرة ، ويتطلب هذا المجال تطويرًا مستمرًا حتى يكون فعالًا للغاية. في هذا العمل ، اقترحنا هذه الطريقة التي تعتمد على الجمع بين تقنيتين من أجل اكتشاف للحالات الشاذة أكثر دقة. هذه الطريقة المقترحة تعتمد على الجمع بين CWT وتقنية تعتمد على عكس احتمال الانتماء الفردي (IBIP). هذه الأخيرة قادرة على الكشف عن التفاصيل الصغيرة التي ليست واضحة مع CWT.

# Introduction générale

---

## Introduction générale :

L'apparition des anomalies dans un processus, il a des lectures différentes, et toutes conduisent au fait qu'il y a quelque chose d'inhabituel dans ce processus, et dans divers domaines, cette anomalie peut être un dysfonctionnement dans le travail d'un moteur dans une complexe industriel, un dysfonctionnement dans un avion, une tumeur maligne dans le corps humain, ...etc.

Cette anomalie peut avoir des effets désastreux dans divers domaines comme nous l'avons mentionné précédemment, en particulier les domaines sensibles tels que la santé, les transports et l'industrie, ces domaines nécessitent une détection rapide de cette anomalie afin d'éviter les catastrophes.

Au fil du temps, ce domaine a connu de nombreux travaux afin de le développer, et de trouver des techniques plus précises dans la détection des anomalies, au point d'atteindre des stades avancés dans divers domaines, il est désormais possible de détecter des tumeurs au moyen de d'IRM, diagnostiquer les défauts de la voiture par scanner...etc.

Mais même avec ce développement, il est parfois difficile de détecter des anomalies ou les résultats sont imprécis, il y a donc toujours un besoin de développer ce domaine, afin de trouver des techniques plus efficaces et précises

Pour mener à bien notre travail, nous l'avons organisé en trois chapitres selon le plan méthodologique suivant :

**Chapitre 1 :** Ce chapitre est premièrement consacré à la définition des anomalies en général, ainsi qu'aux méthodes de détection et à leurs applications. Puis il a introduit quelques méthodes de détection telles que la détection par les ondelettes et la détection à l'aide de techniques d'intelligence artificielle .

**Chapitre 2 :** Ce chapitre est consacré à la transformée en ondelettes, dans un premier temps il est consacré à son évolution à travers la transformée de Fourier et la STFT, puis la transforme en ondelettes continue et discrète, et enfin leur avantage.

## Introduction générale

---

**Chapitre 3 :** Ce chapitre est dédié à l'application de la méthode hybride CWT-IBIP sur un signal aléatoire, pour voir leur efficacité dans la détection d'anomalies dans un processus aléatoire.

# **Chapitre I :**

## **Détection des anomalies**

# Chapitre 1 : détection des anomalies

---

## I.1 Introduction :

La détection d'anomalies (en anglais, anomalous detection ou outlier detection) est une opération d'identification d'éléments, d'événements ou d'observations rares qui éveillent des soupçons en différant significativement de la majorité des autres données [1].

La Présence des anomalies sont des signes qu'il y a quelque chose d'anormal tel qu'un problème médical, un défaut structurel, un défaut dans un moteur...etc. Les anomalies sont également appelées valeurs aberrantes, bruits, écarts ou exceptions [2].

## I.2 Définition :

Une anomalie est une observation (ou une mesure) différente des autres valeurs contenues dans un ensemble de données donné ou dans une signale ... etc. Une anomalie peut être due à plusieurs causes, La mesure peut être mal observée ou enregistrée au cours du processus, un défaut au niveau la machine ...etc.

Plusieurs définitions de l'anomalie peuvent être trouvées dans la littérature déférente comme suite [3] :

- Hawkins (1980) définit une anomalie comme une observation qui s'écarte significativement des autres observations comme si elle était le résultat d'une anomalie de processus différente.
- Bamet & Lewis (1994) Une anomalie est une observation (ou un sous-ensemble d'observations) qui semble être incompatible avec le reste de l'ensemble de données.
- Moore et McCabe (1999). Une anomalie est une observation qui se situe en dehors du modèle général de la distribution.
- Aggarwal (2017) a fait la distinction entre une valeur aberrante et une anomalie, il a défini une valeur aberrante comme un bruit et une anomalie ensemble, et Degré d'aberrance aide à différencier les bruits des anomalies.

Un objet dans un ensemble de données est généralement appelé une valeur aberrante si [4] :

## Chapitre 1 : détection des anomalies

---

- Il s'écarte du comportement normal/connu des données.
- Il suppose des valeurs très éloignées des valeurs attendues/moyennes.
- Il n'est connecté/similaire à aucun autre objet en termes de caractéristiques.

### I.3 Techniques de détection :

Il existe trois grandes catégories de techniques de détection d'anomalies [5] :

- Techniques de détection d'anomalies supervisées, cette technique consiste à classer les données par deux ensembles, un ensemble de données normales et anormales, et implique l'apprentissage d'un classificateur.
- Techniques de détection d'anomalies non supervisées, cette technique consiste à supposer que la majorité des instances de l'ensemble de données sont normales, et à rechercher des instances qui ne correspondent à aucune de ses données.
- Techniques de détection d'anomalies semi-supervisées, cette technique consiste à voir le comportement normal d'un ensemble de données normales, puis à tester la probabilité qu'une instance de test soit compatible avec le modèle.

### I.4 Application de la détection des anomalies :

Les techniques de détection des valeurs aberrantes trouvent des applications dans les domaines déferents, tels que [3] :

- Diagnostic des défauts : surveillance des processus pour détecter les défauts, par exemple dans les moteurs, les générateurs.
- Détection de défauts structurels, comme la surveillance des lignes de production pour détecter les séries de production défectueuses.
- Analyse d'images satellites : identification de nouveaux éléments ou d'éléments mal classés.
- Détection de nouveautés en images (systèmes de surveillance).



## Chapitre 1 : détection des anomalies

---

- Protégez les foreuses des incendies.

### **I.4.1 La détection des anomalies dans le domaine médical :**

La détection d'anomalies est une tâche plus importante dans l'analyse des signaux médicaux, il est nécessaire de rechercher la présence d'anomalies internes, et de caractériser les anomalies détectées.

L'accès à ces anomalies se fait avec des signaux biomédicaux, ces signaux peuvent être classés [6] :

#### **a) En images biomédicales**

- Radiographie aux rayons X
- Scanner ou tomodensitométrie
- Imagerie par résonance magnétique IRM

#### **b) Signaux biomédicaux électriques**

- Électrocardiogramme (ECG)
- Électroencéphalogramme (EEG)
- Magnétoencéphalographie (MEG)

### **I.4.2 La détection des anomalies dans le domaine industriel :**

La détection d'anomalies devient de plus en plus importante dans le monde industriel, pour la sécurité de fonctionnement de tous les équipements et machines de production, ces détections permettent de contrôler instantanément l'état des équipements en fonctionnement et de détecter les pannes, pour garantir la qualité de production, et assurer de bonnes performances.

## Chapitre 1 : détection des anomalies

---

### I.4.2.1 Techniques d'analyse :

#### a) La mesure de vibrations :

C'est l'une des méthodes les plus utilisées, car la vibration est directement liée à tout ce qui est mécanique, et cette analyse permet de détecter des anomalies de fonctionnement.



Figure I. 1 : La mesure de vibrations.

#### b) La thermographie infrarouge. :

La thermographie est un outil puissant pour surveiller les équipements industriels, et beaucoup plus pour équipements rotatifs. Une caméra thermique mesure le flux de rayonnement. Après avoir réglé certains paramètres par l'opérateur de thermographie, la caméra calcule les températures cibles. Il fournit ensuite à l'utilisateur une cartographie (carte de température), appelée thermogramme

## Chapitre 1 : détection des anomalies

---



Figure I. 2 : La thermographie infrarouge.

### c) Analyse de la signature du courant (MCSA) :

C'est l'une des méthodes les plus simples et les plus efficaces, et cette méthode dépend de la connaissance du comportement du système sain, puis elle est comparée aux signaux qui sont mesurés pendant le fonctionnement du système.

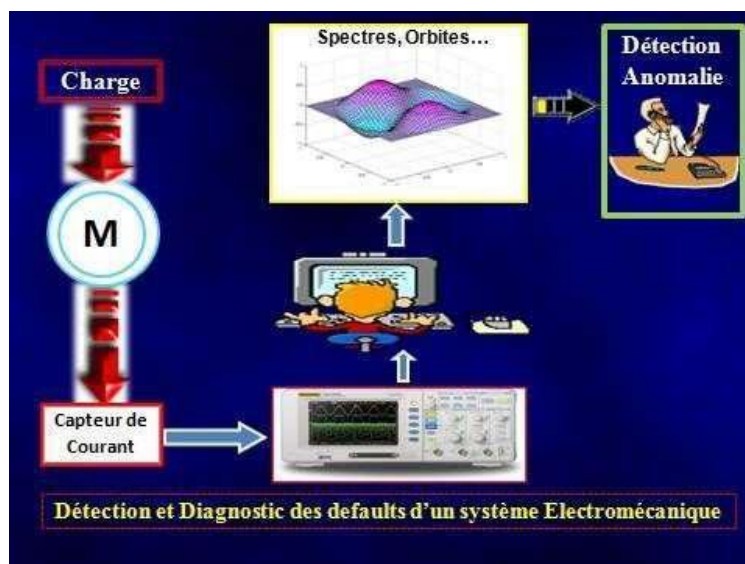


Figure I. 3 : Analyse de la signature du courant.

## Chapitre 1 : détection des anomalies

---

### I.5 Approche de détection proposé :

#### I.5.1 Approche de détection des valeurs aberrantes basée sur les ondelettes :

La détection des valeurs aberrantes à l'aide de la transformée en ondelettes est un domaine d'étude récent. (Bruce et al., 1994) (Wang, 1995) (Dorst, 1999), et il remplace probablement de nombreuses méthodes de détection, car les données n'ont pas besoin d'appartenir à une distribution connue et des discontinuités peuvent être facilement détectées dans les données traitées.

(Yu et al., 2002) ont introduit une nouvelle approche de détection d'anomalies basée sur la transformation en ondelettes appelée FindOut (qui signifie Find Outliers).

FindOut identifie les valeurs aberrantes en supprimant les clusters des données d'origine. L'idée principale est d'appliquer des techniques de traitement du signal pour transformer l'espace et trouver les régions denses dans l'espace transformé. Tous les objets restants dans les régions non denses sont classés comme valeurs aberrantes [3].

#### I.5.2 Détection des valeurs aberrantes à l'aide de techniques d'intelligence artificielle :

Les méthodes standard de détection des valeurs aberrantes ne parviennent pas à détecter les valeurs aberrantes dans les données industrielles en raison de la grande dimensionnalité des données. Dans ces cas, les techniques d'intelligence artificielle sont une excellente solution. Car l'application de ces techniques montre l'avantage de nécessiter une hypothèse théorique a priori faible ou nulle sur les données considérées. De plus, leur mise en œuvre est relativement simple et sans limitation apparente sur la dimensionnalité des données [3].

### I.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons vu que la détection d'anomalies est un processus largement utilisé en raison de son importance et de ses avantages dans divers domaines tels que la santé et l'industrie, grâce à diverses techniques appliquées.

Cependant, il est toujours nécessaire de développer de nouvelles techniques plus efficaces et plus précises afin de détecter les anomalies. Dans le prochain chapitre nous verrons la

## Chapitre 1 : détection des anomalies

---

transformée en ondelettes, cette transformée qui peut être utilisée comme outil de détection d'anomalies.

# **Chapitre II :**

## **La transformée en ondelette**

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

### II.1 Introduction :

La transformée en ondelette est un outil efficace, utilisé dans le traitement du signal et de l'image, Il décompose les données en termes d'échelle et de temps, par fonction d'ondelette de base appelée ondelette mère, Ainsi, différents types d'ondelettes qui sont appelées ondelettes filles. La transformée en ondelette présente plusieurs avantages par rapport à la transformée de Fourier traditionnelle.

Les ondelettes ont été développées indépendamment dans les domaines des mathématiques, de la physique quantique, du génie électrique et de la géologie. La transformation en ondelette Peut être utilisé dans plusieurs domaines tels que le traitement d'images, le radar, la dominance biomédicale

### II.2 L'intérêt d'un transforme :

L'application de transformations mathématiques sur des signaux bruts c'est pour avoir plus d'informations sur ces signaux. Dans le traitement du signal la plupart des signaux sont dans le domaine temporel, et la représentation des signaux sur ce domaine n'est pas toujours la meilleure, c'est pour cette raison, il est toujours nécessaire de trouver une transformation mathématique qui donne la possibilité de transformer le signal brut dans les domaines déférent (domaine fréquentiel, domaine temps-fréquence) pour avoir plus d'informations et une meilleure analyse du signal.

### II.3 Evolution de la transformée en ondelette :

#### II.3.1 Transformée de Fourier :

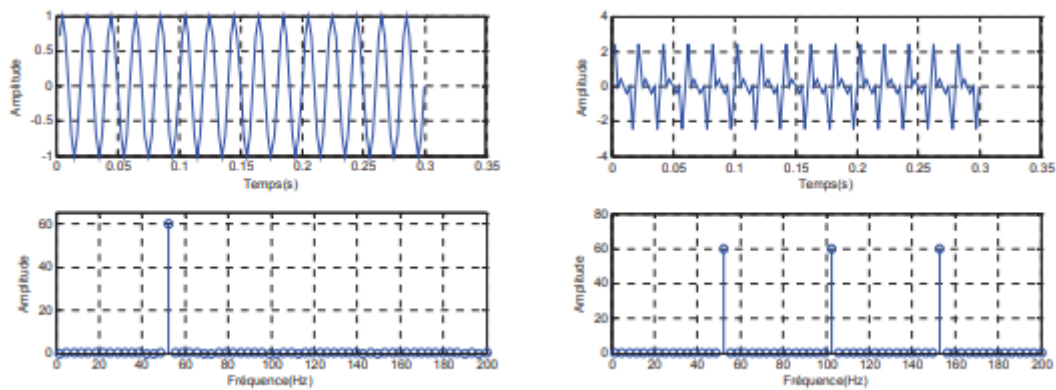
En 1807, le mathématicien français J. Fourier, a prouvé que toute fonction périodique peut être exprimée comme une somme infinie de fonctions exponentielles complexes et périodiques, des années plus tard, ses idées ont été généralisées aux fonctions continues non périodiques, puis aux fonctions discrètes qui sont périodiques ou non périodique dans le temps. La transformée de Fourier décompose un signal en fonctions de base trigonométriques orthogonales.

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

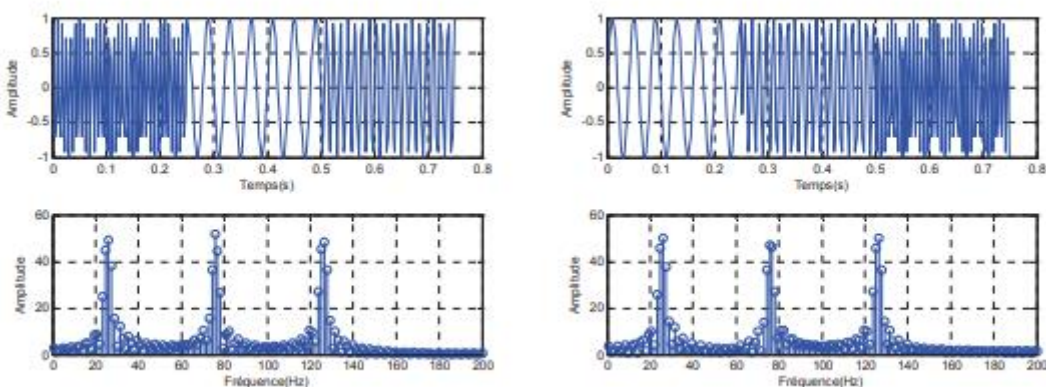
La TF est donnée par la formule (II.1), le signal transformé par cette transformation donne la distribution de fréquence globale du signal temporel [7]. La transformée de Fourier nous donne la possibilité de reconstruire le signal original (la transformée de Fourier inverse) par la formule (II.2) :

$$X_{FT}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (\text{II. 1})$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X_{FT}(f) e^{j2\pi ft} df \quad (\text{II. 2})$$



**Figure II. 1 :** Transformée de Fourier d'un signal sinusoïdale stationnaire, (a) pour une seule fréquence, (b) pour plusieurs fréquences [24].



**Figure II. 2 :** Deux signaux déferents non stationnaires ont la même transforme de Fourier [24].



## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

### II.3.1.1 Limitations de la Transformée de Fourier :

La transformée de Fourier a quelques limitations telles que [8] :

- La transformée de Fourier est une excellente méthode pour les signaux linéaires et stationnaires, mais cette technique présente plusieurs limites en pratique, notamment son manque évident de localisation temporelle.
- TF est une transformation réversible entre le signal d'origine et sa transformée, dans laquelle avec TF un seul des deux est disponible à un instant donné.
- TF ne donne aucune information de fréquence dans le domaine temporel, et aucune information de temps dans le domaine fréquentiel.
- La transformée de Fourier donne la possibilité de connaître les différentes fréquences existant dans un signal, c'est-à-dire son spectre, mais ne donne pas la possibilité de savoir à quels instants ces fréquences ont été émises. Cette analyse donne donc des informations globales et non locales. Cette perte de localité n'est pas un inconvénient pour l'analyse de signaux stationnaires. Mais pour les signaux non stationnaires, cela devient un problème.

Par la suite, de nombreux chercheurs ont travaillé à développer une solution pour couvrir les limitations de la transformée de Fourier. C'est-à-dire pour représenter le signal dans le plan temps-fréquence.

La solution la plus proche pour avoir une représentation du signal dans le plan temps-fréquence, c'est la transformée de Fourier à court terme.

### II.3.2 STFT :

La transformée de Fourier à fenêtre glissante Elle est connue en anglais sous le nom de STFT (Short Time Fourier Transform) a été introduite en 1946 par Gabor [9] ensuite en 1977 par JB Allen [10], comme une solution pour l'analyse dans le domaine temps-fréquentiel. L'analyse temps-fréquence est basée sur une idée très simple, consiste à multiplier le signal à analyser par la fonction fenêtre, généralement une fenêtre de HANN ou une gaussienne

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

centrée autour de zéro (centrée à  $t = 0$ ), cette fonction a une valeur pour un intervalle court, et est nulle ailleurs de cet intervalle, Après on calcule la transformée de Fourier du signal obtenu.

Le résultat est une représentation bidimensionnelle du signal qui peut être mathématiquement écrite comme :

$$STFT_x(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g^*(t - \tau)e^{-j2\pi ft} dt \quad (\text{II. 3})$$

Où  $g(t)$  est la fonction fenêtre, et  $x(t)$  est le signal à analyser.

Les paramètres de la TF donnent une indication du contenu fréquentiel du signal  $f(t)$  au voisinage de  $t = 0$ , Cette procédure est ensuite répétée sur chaque bloc de manière de translater de la fonction fenêtre, on remplace  $g(t)$  par  $g(t - b)$  où  $b$  est le paramètre de translation temporelle, Cette procédure peut être interprétée comme une analyse du signal par une fenêtre glissante dans le temps ou par un filtre passe-bande glissant en fréquence.

Une particularité de cette transformation est que la fonction de fenêtre  $h(t)$  a longueur constante tout au long du processus d'analyse, ce qui signifie que STFT a une résolution fixe en temps et en fréquence [11].

La STFT décompose le signal dans le domaine temporel en deux dimensions temps et fréquence  $(\tau, f)$ . Le module de ce plan qui est le carré de l'amplitude de la STFT, est appelé le spectrogramme, La résolution en temps et en fréquence du spectrogramme est limitée par le principe d'incertitude de Heisenberg-Gabor, qui stipule que l'on ne peut pas être infiniment précis en temps et en fréquence [12], la formulation mathématique du principe d'incertitude de Heisenberg-Gabor est donnée par l'inégalité :

$$\Delta f \cdot \Delta t \geq \frac{1}{4\pi} \quad (\text{II. 4})$$

Où  $\Delta f$  et  $\Delta t$  sont respectivement la résolution temporelle et la résolution fréquentielle et sont définis par :

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

$$\Delta f = \sqrt{\frac{1}{E} \int (f - \langle f \rangle)^2 |X(f)|^2 df} \quad (\text{II. 5})$$

Et

$$\Delta t = \sqrt{\frac{1}{E} \int (t - \langle t \rangle)^2 |x(t)|^2 dt} \quad (\text{II. 6})$$

E étant l'énergie du signal et  $\langle f \rangle$ ,  $\langle t \rangle$  correspondent respectivement au centre fréquentiel et temporel de l'Energie. Ces quantités sont définies par l'équation :

$$\langle f \rangle = \frac{1}{E} \int |X(f)|^2 df \quad (\text{II. 7})$$

Et

$$\langle t \rangle = \frac{1}{E} \int |xt|^2 dt \quad (\text{II. 8})$$

Le spectrogramme est une analyse mono-résolution, on ne pas être à la fois « précis » en temps et en fréquence.

Cependant, pour une large classe de signaux réels, les zones d'énergie sont non-stationnaires sur des périodes courtes à haute fréquence d'où l'intérêt d'une analyse multi-résolution.

### II.3.3 L'ondelettes :

#### II.3.3.1 Historique :

##### a) 1909 :

La première apparition du terme "ondelette" est en 1909, par le mathématicien hongrois Alfréd Haar. L'ondelette HAAR est la plus simple, elle a un support compact, elle disparaît donc en dehors d'un intervalle fini. Mais les ondelettes HAAR limitent sa réinitialisation car elles ne sont pas continuellement différentiables [13].

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

### b) 1930 :

Plusieurs recherches ont commencé dans les années 1930, autour de la représentation des fonctions à l'aide de fonctions de base à échelle variable [14], pour comprendre les ondelettes, un physicien appelé Paul Levy, à utiliser une fonction de base à échelle variable appelée fonction de base de HAAR, pour étudier le mouvement brownien, un type de signal aléatoire. Il a trouvé la fonction de base de HAAR s'est avérée supérieure aux fonctions de base de Fourier pour l'étude du mouvement brownien [15].

Littlewood, Paley et Stein après de nombreuses recherches Ils ont calculé l'énergie d'une fonction  $f(x)$  :

$$\text{energy} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx \quad (\text{II. 9})$$

Mais. Ce résultat a perturbé les scientifiques car il produit des résultats différents si l'énergie était concentrée autour de quelques points ou répartie sur un intervalle plus large.

Donc il a indiqué un problème c'est que l'énergie pourrait ne pas être conservée.

Ensuite, les chercheurs sont arrivés à une fonction dont l'échelle peut varier et qui permet d'économiser de l'énergie, lors du calcul de l'énergie fonctionnelle. Ces travaux ont fourni à David Marr au début des années 1980, qui a fourni un algorithme efficace pour le traitement numérique des images à l'aide d'ondelettes [16].

### c) 1981 :

En 1981, l'ingénieur pétrolier Jean Morlet d'Elf-Aquitaine et le physicien quantique Alex Grossmann Ils ont réussi à trouver une solution pour décomposer les signaux sismiques Ils ont réussi à calculer, Ils ont été nommés "ondelettes de forme constante"[17].

### d) 1984 :

Un article commun de Morlet et Grossmann introduit pour la première fois le mot «ondelette» dans le lexique mathématique [17].

### e) 1986-1987 :

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

En 1986, Stéphane Mallat, Meyer qui travaillait sur une recherche doctorale en vision par ordinateur, il a lié la théorie des ondelettes sur le codage en sous-bandes et les filtres miroirs en quadrature, L'idée est d'examiner les signaux à différentes échelles de résolution, cette méthode était déjà connue en traitement d'images, c'est l'analyse multirésolution. Mallat, en collaboration avec Meyer, a montré que les ondelettes sont implicites dans le processus d'analyse multirésolution [17].

Après les efforts de mallat, les ondelettes sont devenues plus faciles, maintenant nous pouvons faire une analyse sans connaître la formule de l'ondelette mère.

Le langage des ondelettes est devenu encore plus simple et confortable pour les ingénieurs, qui ont utilisé des termes familiers tels que "filtres", "hautes fréquences" et "basses fréquences".

Une grande révolution a été déclenchée en 1987, lorsqu'Ingrid Daubechies, alors qu'elle visitait le Courant Institute de l'Université de New York et plus tard lors de sa nomination aux laboratoires AT&T Bel.

Ingrid Daubechies a découvert une toute nouvelle classe d'ondelettes, qui n'étaient pas seulement orthogonales (comme Meyer) qui pouvaient être implémentées en utilisant de simples idées de filtrage numérique. En fait, en utilisant des filtres numériques courts. Les nouvelles ondelettes étaient presque aussi faciles à programmer et à utiliser que les ondelettes de HAAR.

Les processeurs de signaux disposaient d'un bon outil pour décomposer les données numériques en contributions à différentes échelles. Cet outil a été développé sur la base des idées de Daubechies et Mallat, consiste en une simple transformation orthogonale, Peut être calculé rapidement sur ordinateur [13].

Les ondelettes de Daubechies ont des caractéristiques particulières. Parce que ce sont des ondulations irrégulières, Cette complexité exquise des détails signifie qu'il n'y a pas de formule simple pour ces ondelettes, Mais même avec ces caractéristiques, elles sont belles pour le Ford Model-T, car elles fonctionnent. Les ondelettes de Daubechies transforment la

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

théorie en un outil pratique facile à programmer et à utiliser par tout scientifique ayant une formation mathématique minimale [17].

### f) 1993 :

En 1993, l'Institut national des normes et de la technologie a élaboré des normes pour la numérisation et la compression des empreintes digitales, en coopération avec la Division des services d'information sur la justice pénale du FBI, le Laboratoire national de Los Alamos, les fournisseurs commerciaux et les communautés de justice pénale [13].

### g) 1995 :

En 1998, les surfaces de subdivision ont fait leurs débuts dans le monde du cinéma et des films, elles ont remplacé la méthode appelée NURB (pour non-uniform rational B splines) qui avait été utilisée dans le premier film `` Toy Story " en 1995. Les NURB et les méthodes de subdivision coexistaient dans le film de 1999 "Toy Story 2", où les personnages apparus dans le premier Toy Story restaient des NURB, mais les nouveaux personnages étaient basés sur la subdivision [17].

Pendant ce temps, les chercheurs recherchent toujours de meilleurs types d'ondelettes pour les images bidimensionnelles et tridimensionnelles. Les ondelettes sont un bon outil pour capturer les contours, elles le font un pixel à la fois, une manière inefficace de représenter quelque chose qui peut être une ligne très simple.

‘David Donoho’ et ‘Emmanuel Candès’, ont proposé une nouvelle classe d'ondelettes appelées ‘ridgelets’, sont développés pour détecter des discontinuités le long d'une ligne. D'autres recherches ont porté sur les "multi-ondelettes", qui sont conçues pour coder plusieurs signaux traversant la même ligne [17].

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

### II.4 Transformée en ondelettes :

#### II.4.1 Définition :

En 1981 J. Morlet a proposé pour l'étude des signaux sismiques une transformée où la taille de la fenêtre est variable [18], elle se fait grâce au paramètre d'échelle, La transformée en ondelettes est similaire à la transformée de Fourier, avec une fonction de mérite complètement différente, la transformer en ondelettes permet une analyse temps-fréquence ou échelle de temps.

#### II.4.2 Propriétés de la transformée en ondelettes

##### a) Conservation de l'énergie

La transformée en ondelettes garantit la propriété de conservation de l'énergie, c'est-à-dire qu'avec la transformée en ondelettes il n'y a pas de perte d'information entre la fonction et sa transformée.

##### b) Inversion

Le transformée en ondelette a également une transformation inverse, comme ce fut le cas pour le TF et le STFT

##### c) Linéarité :

La transformée en ondelettes garantie la propriété linéarité, c'est-à-dire

$$\omega(\alpha f_1 + \beta f_2) = \alpha \omega f_1 + \beta \omega f_2, \quad (\alpha, \beta) \in \mathbb{C}^2, (f_1, f_2) \in (L^2(\mathbb{R}))^2 \quad (\text{II. 11})$$

##### d) Translation

Une propriété importante de la transformée en ondelettes est l'invariance de translation. En effet :

$$w(f_b)(a, b) = wf(a, b - b) \quad (\text{II. 12})$$

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

$f_{\mathbf{b}}$  Désigne la translation de  $f$  par la valeur  $\mathbf{b}$ , c'est à dire  $(f_{\mathbf{b}})(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x} - \mathbf{b})$  (II. 13)

### e) Dilatation

Le développement est une propriété de la transformée en ondelette, si la famille d'ondelettes est déterminée par l'équation, on a la relation :

$$w(\delta_k f)(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = k^{-\frac{1}{2}} w f(\mathbf{ka}, \mathbf{kb}) \quad (\text{II. 14})$$

Avec

$$\delta_k f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{kx}) \quad (\text{II. 15})$$

## II.5 Transformée en ondelettes continue CWT :

### II.5.1 Définition :

Une ondelette est une oscillation en forme d'onde qui se dilatent et se contractent, l'ondelette est bien localisée dans les domaines temporel et fréquentiel (**Figure II. 3**). A partir d'une telle fonction  $\psi(x)$  que l'on appelle ondelette « mère », qui a une certaine largeur de fenêtre. On lui associe la famille d'ondelettes « filles »  $\psi_{a,b}(x)$  par des translations et des changements d'échelle, cette famille d'ondelettes est donnée par la formule suivante :

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (\text{II. 16})$$



## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

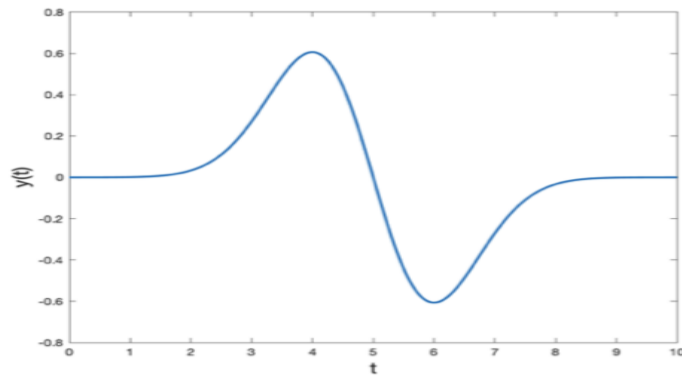


Figure II. 3 : Exemple d'ondelette.

Dans l'ondelette, nous parlons de deux propriétés importantes : l'échelle (a) et l'emplacement (b).

Le paramètre (a) définit l'état de l'ondelette s'il est écrasé ou étiré. Il est directement lié à la fréquence, dont si  $|a| \ll 1$ , on aura l'ondelette  $\psi_{a,b}(t)$  devenue très concentrée de l'ondelette mère  $\psi(t)$  [19]. Son ondelette utilise pour capturer des informations dans les hautes fréquences.

Si  $|a| \gg 1$ , l'ondelette  $\psi_{a,b}(t)$  est très grande (ondelette plus calibrée) [19]. Ceci est destiné à être utilisé pour capturer des informations dans des bases de fréquences.

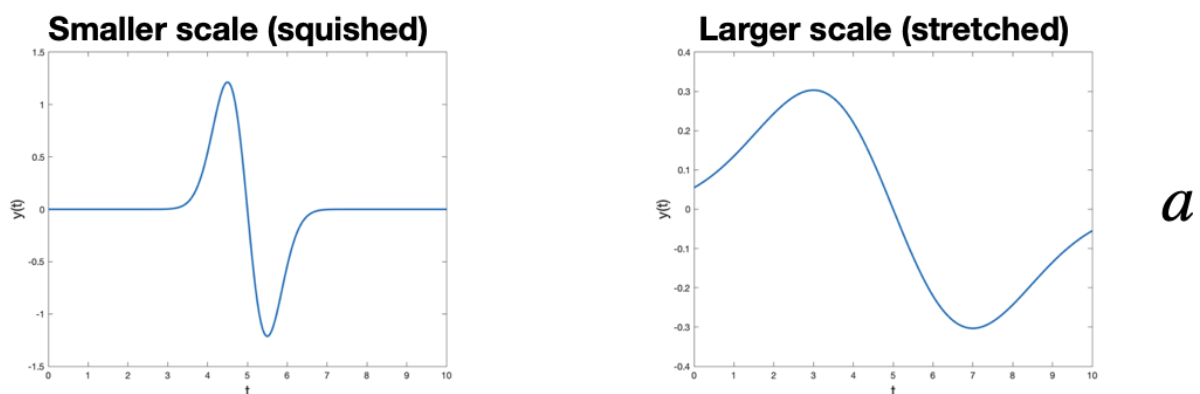
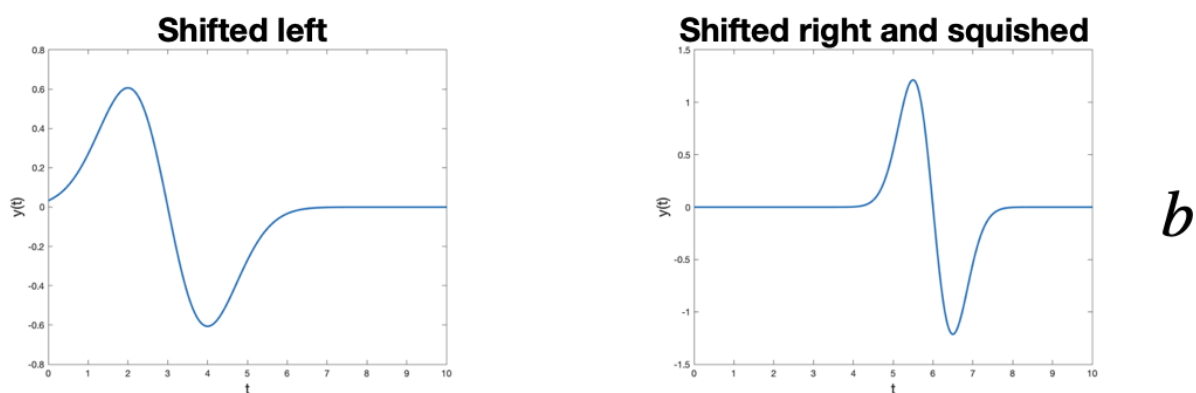


Figure II. 4 : Gauche : exemple d'ondelette avec échelle réduite. À droite : exemple d'ondelette avec échelle augmentée [26].

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

Le paramètre "b" définit la position de l'ondelette par rapport au temps. On peut contrôler la position de l'ondelette en changeant la valeur de b. La suppression de b déplacera l'ondelette vers la gauche, l'augmentation de b déplacera l'ondelette vers la droite, la localisation joue un rôle très important, car l'ondelette a une valeur dans un intervalle et n'est nulle part ailleurs dans cet intervalle. Et dans l'analyse des signaux on s'intéresse à la localisation de ces oscillations.



**Figure II. 5 :** Gauche : Exemple d'ondelette avec emplacement diminué. A droite : Exemple d'ondelette avec une localisation augmentée et une échelle diminuée [26].

### II.5.1.1 Exemple d'ondelette :

L'ondelette chapeau Mexicain :  $\psi(t) = \text{coscos}(5t)\exp\left(\frac{-t^2}{2}\right)$  (II. 17)

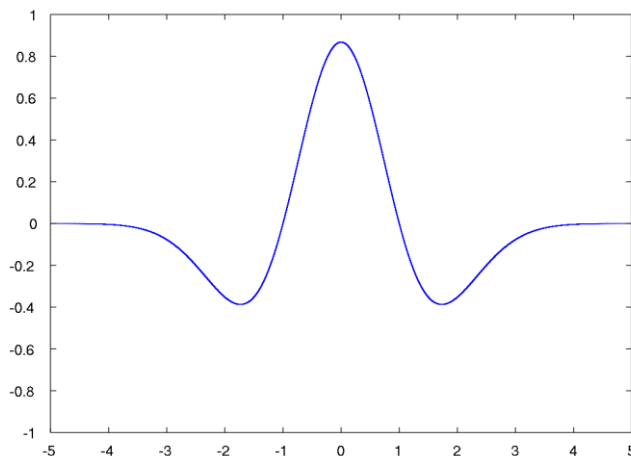


Figure II. 6 : Ondelette chapeau Mexicain.

L'ondelette de Morlet :  $\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}}\pi^{-\frac{1}{4}}(1 - t^2)\exp\left(\frac{-t^2}{2}\right)$  (II. 18)

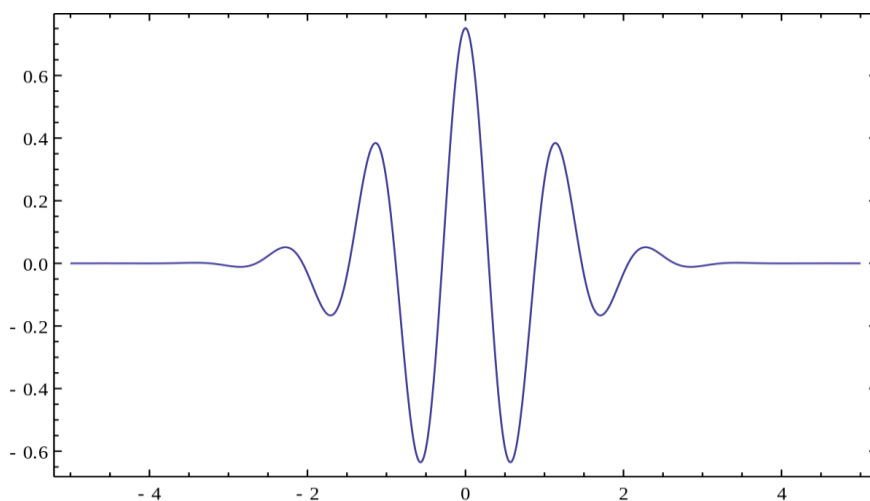


Figure II. 7 : Ondelette de Morlet.

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

Une fonction  $\psi(t)$  est classée comme une ondelette si les critères mathématiques suivants sont satisfait [20] :

1. Une ondelette doit avoir une énergie finie

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty \quad (\text{II. 19})$$

2. Si  $\Psi(f)$  est la transformée de Fourier de l'ondelette (t),

$$\Psi(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{II. 20})$$

La condition suivante doit être vérifiée :

$$C_g = \int_0^{\infty} \frac{|\Psi(f)|^2}{f} df < \infty \quad (\text{II. 21})$$

Cette condition implique que l'ondelette n'a pas de composante de fréquence nulle, donc la moyenne de l'ondelette doit être égale à zéro. Cette condition est connue sous le nom de recevabilité, et  $C_g$  est appelée constante d'admissibilité

3. Un critère important doit être vérifié pour les ondelettes complexes est que, la transformée de Fourier doit être à la fois réelle et nulle pour les fréquences négatives.

La transformée d'ondelette continue est définie par :

$$X_{wt}(\mathbf{b}, \mathbf{a}) = \frac{1}{\sqrt{|\mathbf{a}|}} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{x}(t) \psi^* \left( \frac{t - \mathbf{b}}{\mathbf{a}} \right) dt \quad (\text{II. 22})$$

Ou 'a' est le paramètre d'échelle qui joue le rôle de l'inverse de la fréquence, et 'b' le paramètre de translation.

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

$\frac{1}{\sqrt{|a|}}$  Est Le facteur de normalisation. Cette division garantit que les ondelettes ont la même énergie à toutes les échelles [20].

Grossman et Morlet Ils sont arrivés à si  $\psi(x)$  est à valeur réelle, nous pouvons l'utiliser comme s'il s'agissait d'une base orthonormée. Cela signifie que tout signal d'énergie finie peut être écrit comme une combinaison linéaire d'ondelettes (a, b) et que les coefficients de cette combinaison sont, à un facteur de normalisation près, les produits scalaires :

$$C(a,b) = \langle f(t), \psi_{a,b}(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (\text{II. 23})$$

C (a, b) Mesurer les fluctuations du signal f (t) autour du point b sur l'échelle fournie par a.

### II.5.2 Exemple de la transformée en ondelette :

Dans cet exemple [21] nous utiliserons une ondelette "chapeau mexicain" dont sa forme normalisée est donnée par :

$$\psi(t) = \frac{2}{\pi^{\frac{1}{4}} \sqrt{3}\sigma} \left( \frac{t^2}{\sigma^2} - 1 \right) \exp\left( \frac{-t^2}{2\sigma^2} \right) \quad (\text{II. 24})$$

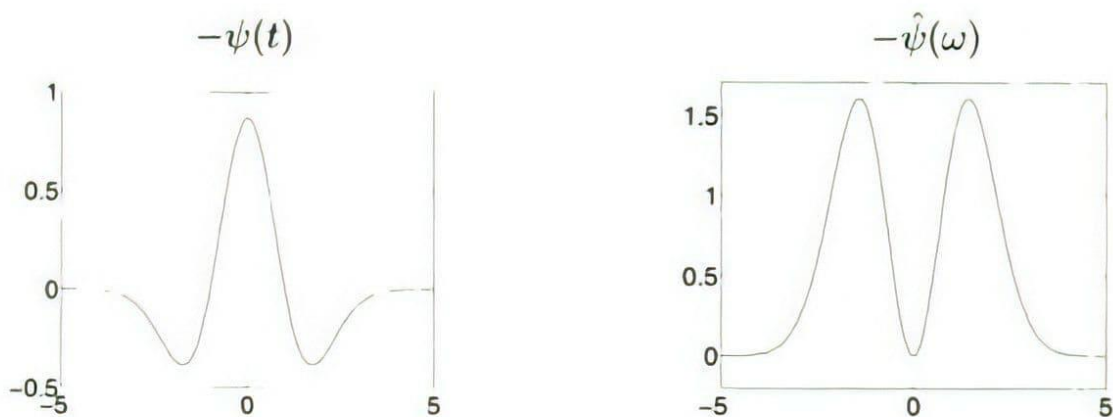
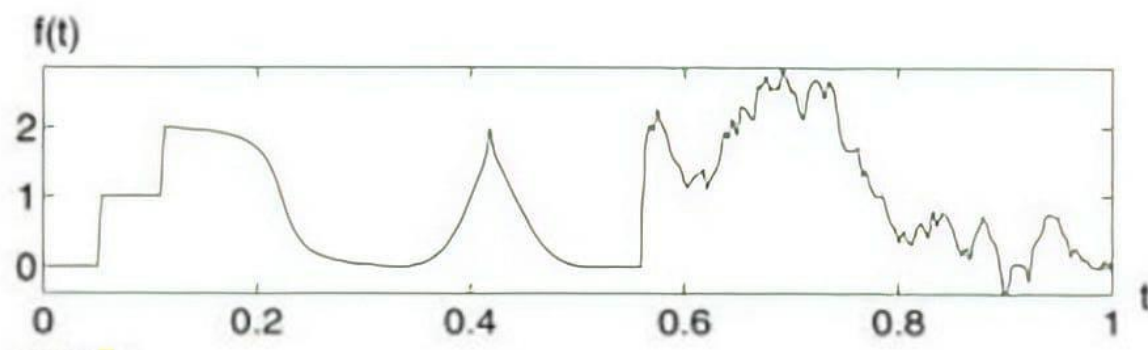


Figure II. 8 : La figure donne la trace de  $-\psi$  et de sa transformée de Fourier par  $\sigma=1$ .

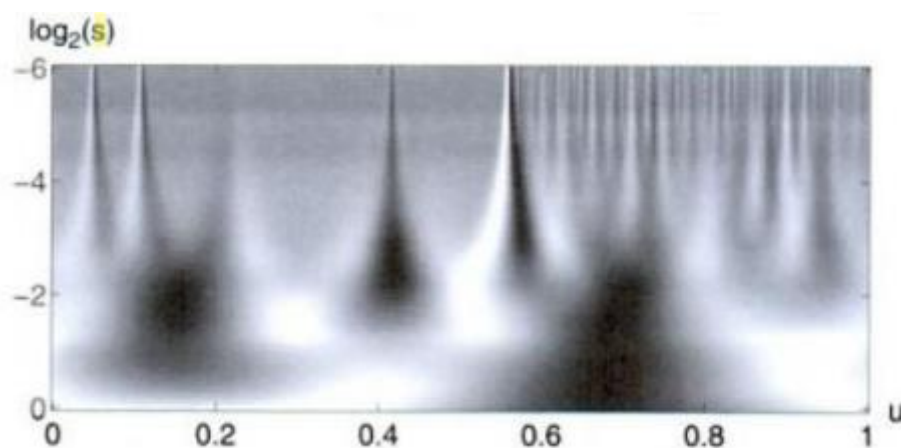
## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---



**Figure II. 9 :** La figure montre le signal à analyser  $f(t)$ , qui est régulier par morceaux à gauche, et presque partout singulier à droite.

La figure suivante montre la transformée en ondelettes calculée avec une ondelette à chapeau mexicain. Les axes vertical et horizontal représentent respectivement  $\log_2 s$  et  $u$ . Les points blancs, gris et noirs correspondent respectivement à des coefficients d'ondelettes qui sont positifs, nuls et négatifs.



**Figure II. 10 :** la transformée en ondelettes calculée avec une ondelette à chapeau mexicain.

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

### II.5.3 La transformée en ondelette inverse :

Cette transformation permet de récupérer le signal original à partir de sa transformée en ondelettes, en l'intégrant à toutes les échelles (a) et à tous les emplacements (b), Notez que pour la transformée inverse, la fonction ondelette originale est utilisée, pour la transformée inverse l'ondelette originale fonction est utilisée, plutôt que son conjugué qui est utilisé dans la transformation directe. Pour limiter l'intégration sur une gamme d'échelles au lieu de toutes les échelles, nous pouvons effectuer un filtrage de base du signal d'origine [20].

La transformée en ondelettes inverse est définie par :

$$x(t) = \frac{1}{c_g} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} T(a,b) \psi_{a,b}(t) \frac{dadb}{a^2} \quad (\text{II. 25})$$

### II.6 La transformée en ondelettes discret TOD :

#### II.6.1 Définition :

La transformée en ondelettes discret est une représentation non redondante du signal dans le plan temps-échelle [22], La transformée en ondelettes discrète (TOD) est issue de La transformée en ondelettes continue, avec TOD le facteur d'échelle et de translation sont discrets. Et en vue de la discrétisation, on prend les valeurs positives du coefficient (a) [23].

Pour avoir les coefficients (a) e (b) a des valeurs discrètes, nous choisissons un pas de dilatation ( $a_0 > 1$ ) et un pas de translation ( $b_0 > 0$ ), avec :

$$a = a_0^m$$

$$b = nb_0 a_0^m \quad m, n \in \mathbb{Z}$$

Le paramètre de translation dépend du taux de dilatation. A partir de l'ondelette admissible :

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-\frac{1}{2}} \psi(a^{-1}t - a^{-1}b) \quad (\text{II. 26})$$

On obtient la famille d'ondelettes translatées et dilatées discrètes suivante :

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

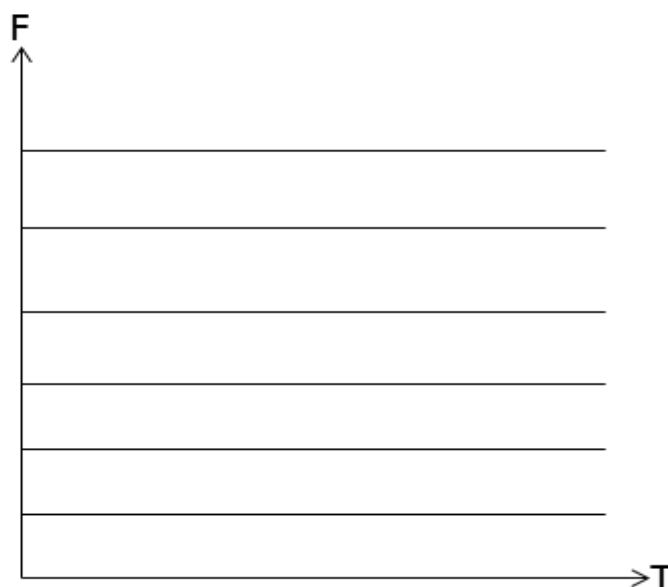
$$\psi_{m,n}(t) = a_0^{-\frac{m}{2}} \psi(a_0^{-m}t - nb_0) \quad (\text{II. 27})$$

La transformée en ondelettes discrète est donnée par :

$$TOD(m,n) = a_0^{-\frac{m}{2}} \psi(a_0^{-m}k - nb_0) \quad (\text{II. 28})$$

### II.7 Comparative Visualisation :

a) La TF :



**Figure II. 11** : La Représentation temps-fréquence de la transformée de Fourier.

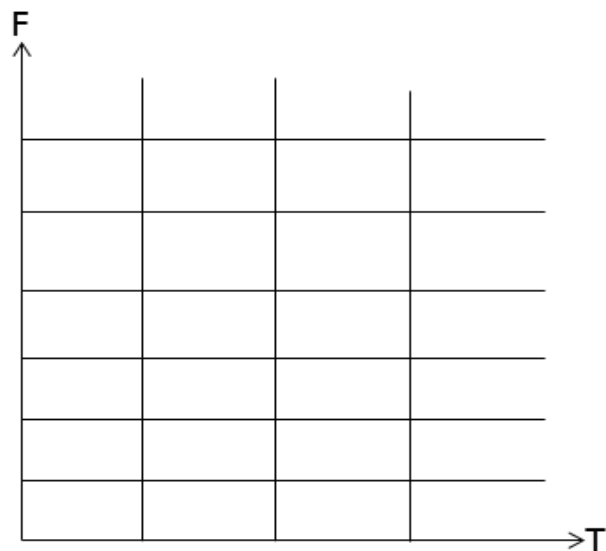
C'est une représentation en domaine fréquentielle seulement, on peut observer qu'avec la transformée de Fourier on a une haute résolution fréquentielle (la localisation fréquentielle), avec aucune information temporelle.



## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

### b) STFT



**Figure II. 12 :** La Représentation temps-fréquence de la transformée de Fourier à court terme.

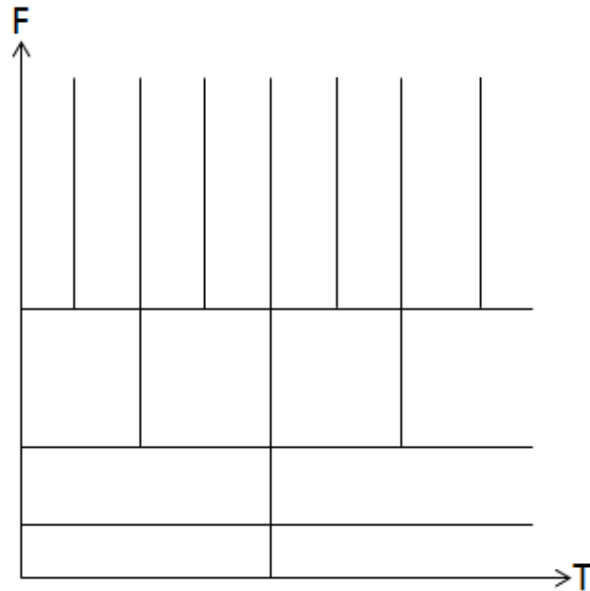
Cette figure représente le domaine de représentation de la STFT (transforme de fourrier a courte terme), on peut observer que la localisation temporelles et fréquentielles, mais il est un peu limité, ça c'est que le principe de Heisenberg a été énoncé.

Donc avec la STFT nous avons moins de résolution fréquentielle que notre la transforme de Fourier, mais nous savons à quel moment les fréquences individuelles s'allument et s'éteignent à temps

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

c) WT :



**Figure II. 13 :** La Représentation temps-fréquence de la transformée en ondelettes.

La différence entre STFT et la transformée en ondelettes est que dans la transformée en ondelettes, la largeur de la fenêtre est variable en fonction de la fréquence de l'analyse.

Avec la transformée en ondelettes, nous avons ce genre d'ordre hiérarchique des informations temporelles et des informations de fréquence, au niveau bas sont les basses fréquences ne changent pas rapidement avec le temps, nous supposons qu'ils sont allumés tout le temps. Le niveau suivant, il est dévissé moitié, nous allons obtenir un peu moins de résolution de fréquence, mais nous allons avoir des informations fréquentielles sur le premier intervalle de temps et le deuxième intervalle de temps, le niveau suivant est divisé en plus de résolution de fréquence plus élevée, car à des fréquences plus élevées, ils changent plus rapidement au fil du temps, mais j'aurai moins de résolution sur laquelle de ces hautes fréquences s'allume.

L'idée avec la transformation en ondelettes est que les fréquences plus basses changent plus lentement au fil du temps, il n'y a donc pas besoin de précision temporelle, et pour des

## Chapitre 2 : La transformée en ondelette

---

fréquences de plus en plus hautes, il y a donc le besoin de plus en plus de précision temporelle.

### II.8 Les avantages de la transformée en ondelettes :

- La transformée utilise des fonctions bien localisées dans le plan temps-fréquence
- La résolution en fréquence de la transformée dépend du facteur de dilatation par le principe de Heisenberg, qui permet donc de choisir arbitrairement celle-ci suivant ce que l'on désire analyser.
- La transformée en ondelette avec moins de coefficients peut représenter efficacement un signal quelconque, ce qui est la grande réussite par rapport à la transformée de Fourier.
- Les ondelettes ont le grand avantage de pouvoir séparer les détails fins d'un signal. De très petites ondelettes peuvent être utilisées pour isoler des détails très fins dans un signal, tandis que de très grandes ondelettes peuvent identifier des détails grossiers.

### II.10 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons vu l'évolution d'une importante transformée dans le domaine du traitement de signal c'est la transformée en ondelette, cette transformée qui a couvert la limitation de plusieurs transformées.

# **Chapitre III :**

## **Résultats et discussion**

## Chapitre 3 : Résultats et discussion

---

### III.1 Introduction :

L'existence d'anomalie dans un processus aléatoire peut poser plusieurs problèmes, et peut conduire à des catastrophes, et donc la nécessité de détecter ces anomalies est plus importante, et ce domaine de détection nécessite toujours de chercher à développer des outils efficaces pour une meilleure détection. Dans ce chapitre on va voir l'application de notre méthode hybride IBIP-CWT sur un processus aléatoire, dans le but de détecter des anomalies dans ce processus.

### III.2 Technique (IBIP) de détection des défauts :

L'inverse de la probabilité d'appartenance individuelle (IBIP) est un algorithme basé sur la probabilité inverse gaussienne IBP, l'idée de base de cet algorithme est de modéliser le processus aléatoire avec un bruit blanc gaussien (BBG), voyant donc l'obtention de l'inverse Probabilité gaussienne d'appartenance [25].

La loi de probabilité gaussienne est donnée par la formule suivante :

$$P = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(x - m)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (\text{III. 1})$$

L'inverse de probabilité est donné par la formule suivante :

$$\frac{1}{P} = \sigma\sqrt{2\pi} \exp \left[ \frac{(x - m)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (\text{III. 2})$$

Où  $\sigma^2$  est la variance et  $m$  est la moyenne.

L'algorithme de l'inverse de la probabilité d'appartenance (IBIP) considère toute anomalie (un défaut), comme un événement rare dans le processus, leur probabilité d'appartenir aux cas de fonctionnement normal est très faible (presque zéro), et par conséquent l'inverse de la probabilité qui correspond à l'anomalie doit donc être représentée par le pic le plus élevé.

Ces deux équations (III.1), (III.2) sont représentées respectivement sur les figures (1a) et (1b), les événements rares qui ont le moins de probabilité se situent autour de la valeur 0 comme il

## Chapitre 3 : Résultats et discussion

---

est indiqué sur la figure 1, sur la figure 1b leurs valeurs inverses correspondantes sont supérieures à 250.

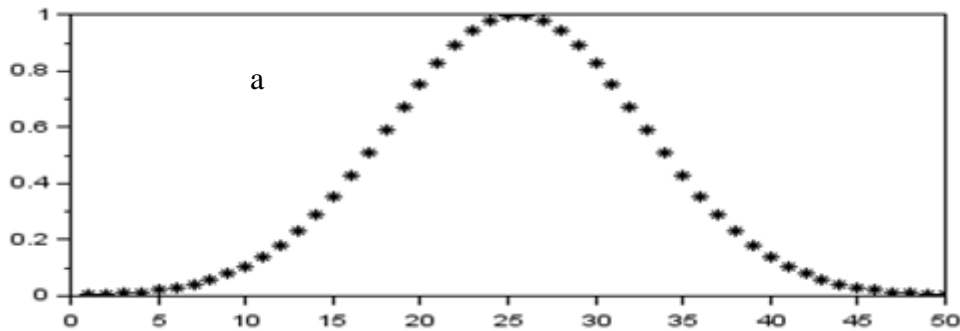


Figure III.1: La probabilité gaussienne.

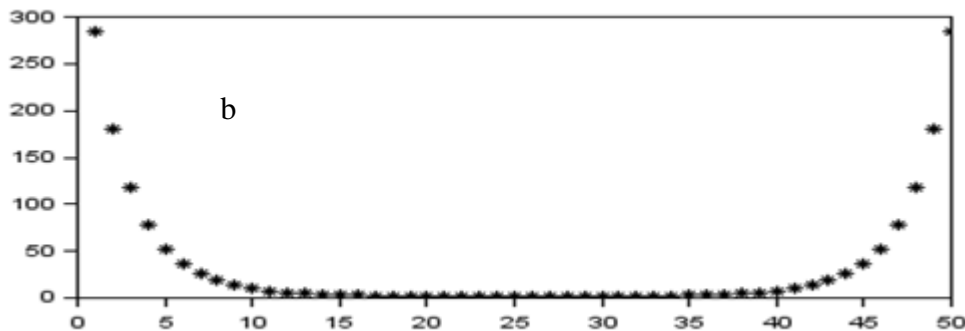


Figure III. 2 : L'inverse de probabilité correspondante.

### III.3 Modélisation d'un processus aléatoire avec un Bruit Blanc Gaussien (BBG) :

On doit d'abord chercher à représenter la densité spectrale de puissance (dsp) du processus réel par un modèle mathématique probabiliste tel qu'un Bruit Blanc Gaussien (BBG) [25]. Cette étape est cruciale car elle permet en termes de probabilité de considérer une anomalie comme un évènement rare dans un processus avec défaut. C'est sur cette hypothèse que

## Chapitre 3 : Résultats et discussion

---

repose l'idée originale de notre technique en l'occurrence ; l'inverse de la probabilité individuelle d'appartenance (IBIP). L'algorithme de cette modélisation est décrit par les étapes suivantes ;

### Première étape :

On découpe la densité spectrale de puissance en intervalles de longueur N chaque un et calculer la moyenne et la variance de chaque intervalle i à l'aide des équations suivantes :

$$\hat{m}_i = \frac{1}{N} \sum_{n=r-N}^{r-1} w_i(n) \quad (\text{III.3})$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=r-N}^{r-1} (w_i(n) - \hat{m}_i)^2 \quad (\text{III.4})$$

Ou  $m_i$  et  $\sigma_i^2$  sont respectivement la moyenne et la variance estimées de chaque intervalle i. Avec N : c'est la longueur d'intervalle et  $r=i*N$ .

**Deuxième étape :** générer un BBG à partir de ces paramètres (la moyenne et la variance), avec l'instruction de Scilab :

$$\hat{A}_i = \hat{\sigma}_i^2 \times \text{rand}(1, N, n) + \hat{m}_i \quad (\text{III.5})$$

### Troisième étape :

Dans cette partie nous comparerons le modèle avec la dsp réel. Si le modèle reconstruit est approximativement identique à la dsp réelle, nous sauvegardons les paramètres de notre modèle BBG.

Si le modèle reconstruit n'est pas identique à la dsp réelle, on réduit graduellement la longueur de N de chaque intervalle, et on recalculera les paramètres du modèle à chaque fois.

### II.4 Organigramme de IBIP :

#### Première partie :

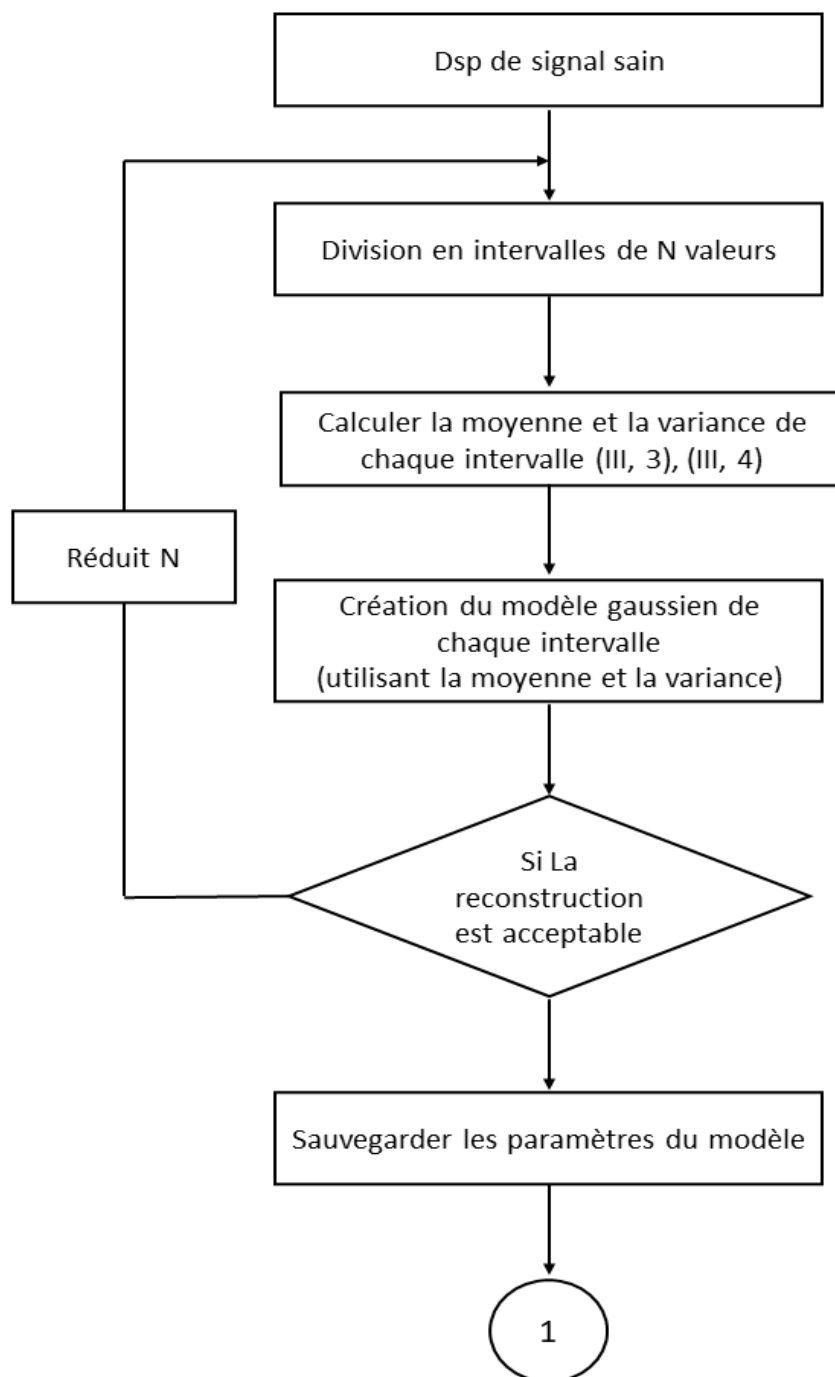
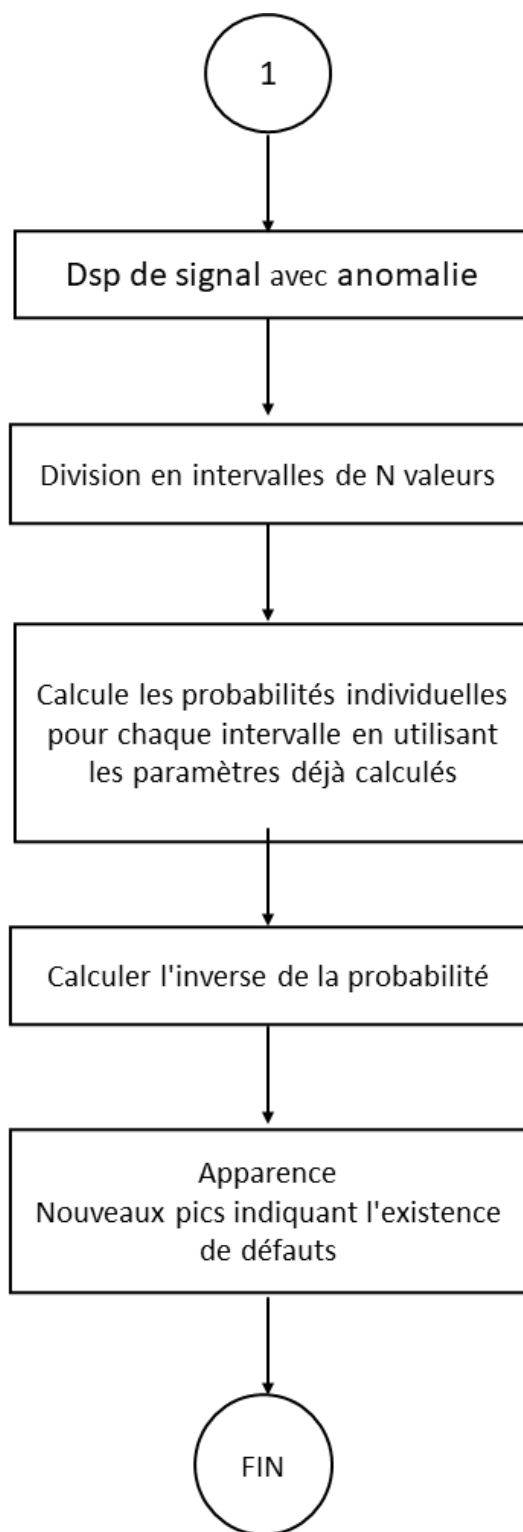


Figure III.3: L'organigramme de IBIP partie 1.



### Deuxième partie :



**Figure III.4:** L'organigramme de IBIP partie 2.

$$P_i(n) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(p_i(n) - \hat{m}_i)^2}{2\sigma_i^2}\right] \quad (\text{III.6})$$

$$\frac{1}{P} = \left[ \frac{1}{p_1(1)} \quad \frac{1}{p_2(2)} \quad \dots \quad \frac{1}{p_I(N)} \right] \quad (\text{III.7})$$

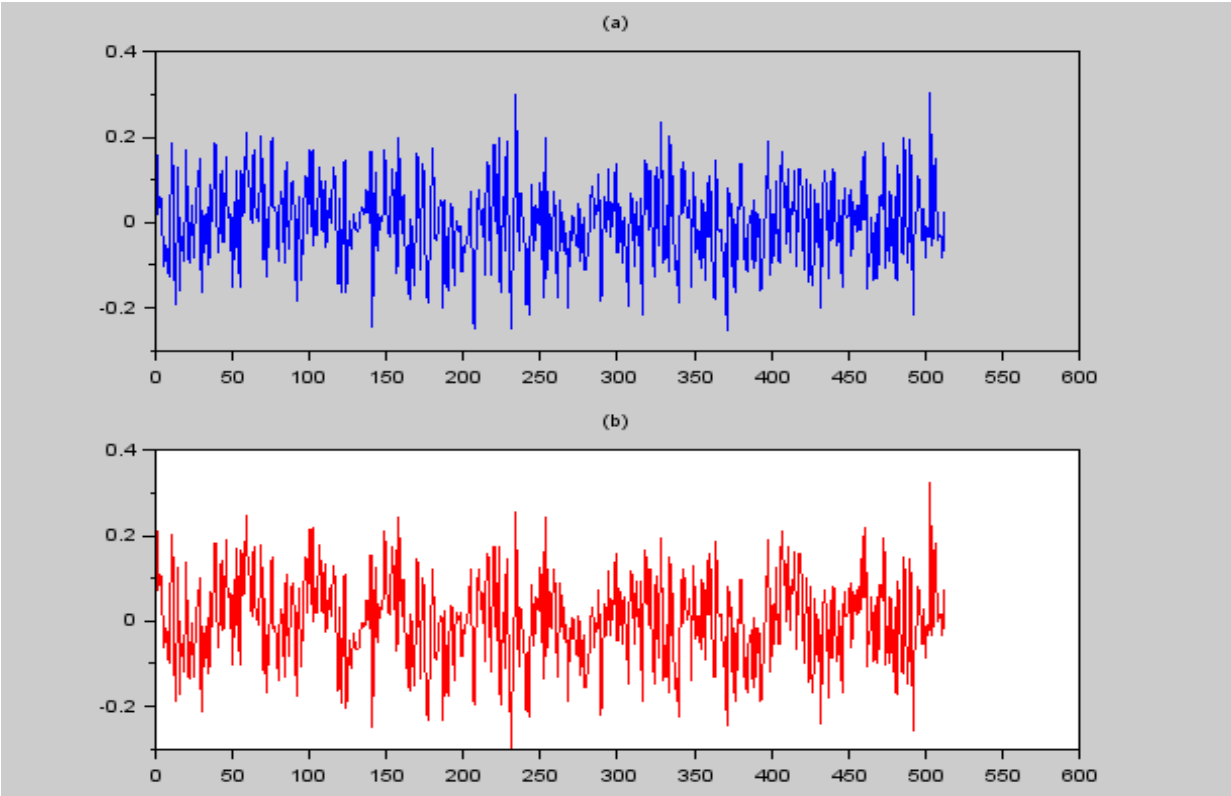
### III.5 applications de la technique hybride CWT et IBIP :

#### III.5 .1 Objectif :

L'objectif de cette partie est de montrer l'efficacité de la technique de l'inverse de la probabilité individuelle d'appartenance (IBIP) dans la détection des anomalies qui sont difficiles à détecter ou bien qui sont males observées avec la transformée en ondelettes. Cette simulation se fera avec le logiciel de simulation Scilab (version 5.2.2). Les figures (a) et (b) représentent respectivement un processus aléatoire sain et le même processus mais avec une anomalie. Cette dernière qui est une vibration de forme cosinus, a été ajoutée au processus sain pour simuler une anomalie. Il est clair qu'il est difficile de détecter cette anomalie dans le domaine temporel. Les plus part des anomalies sont souvent des vibrations sous forme de cosinus, ce qui facilite leurs détections dans le spectre du processus avec anomalies. Ceci est illustré dans la figure (III.6).

### Chapitre 3 : Résultats et discussion

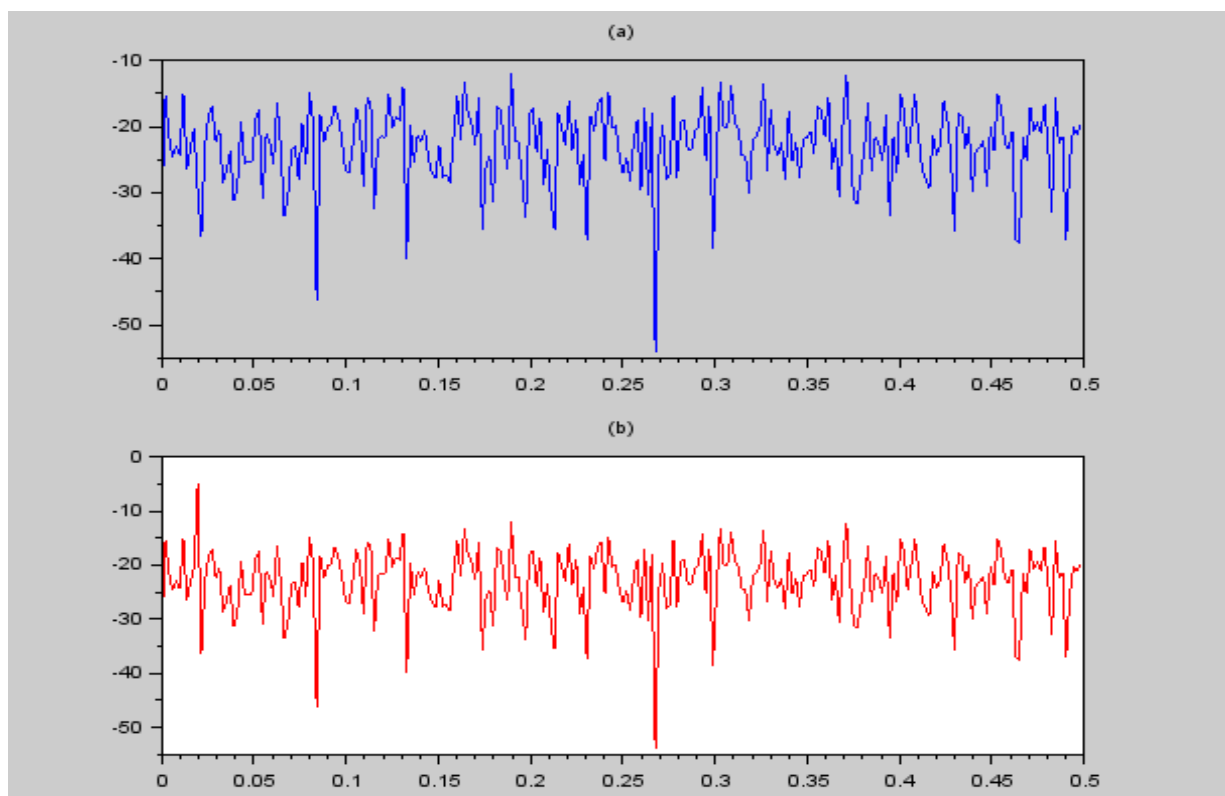
---



**Figure III. 5:** les graphes (a) et (b) représentent respectivement le processus sain et celui avec anomalie.

## Chapitre 3 : Résultats et discussion

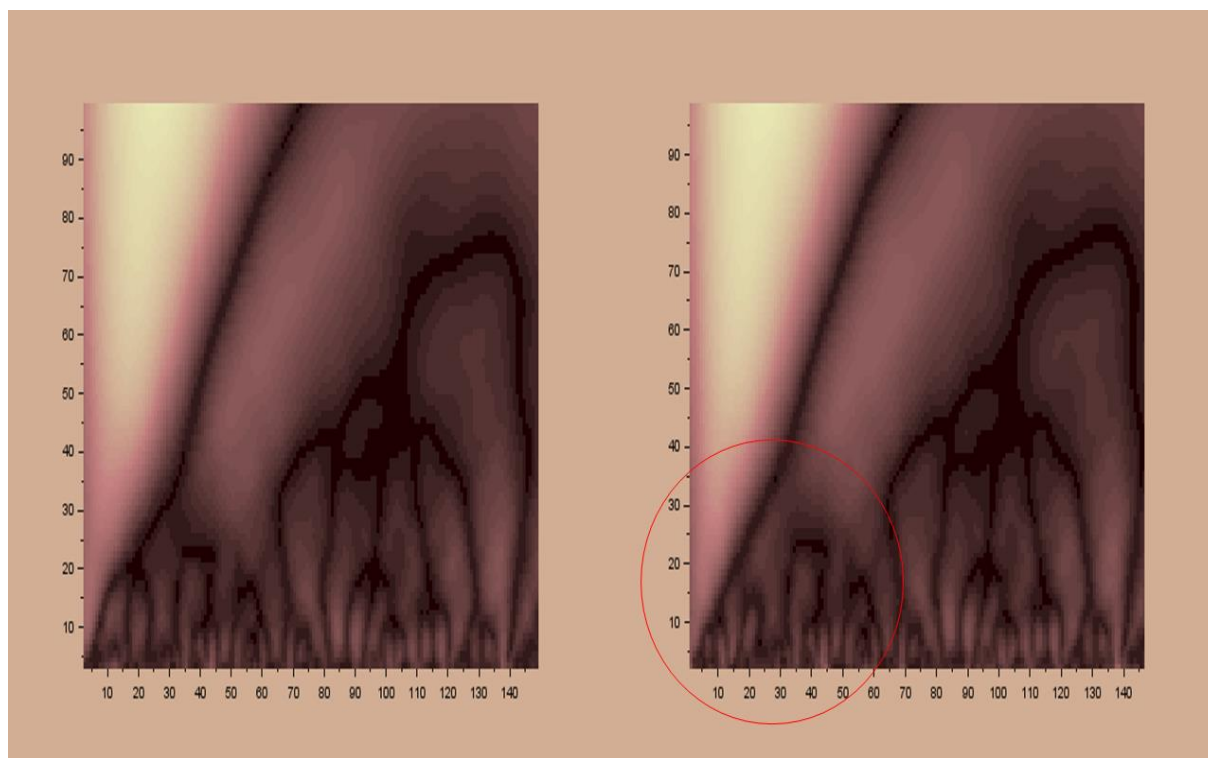
---



**Figure III. 6:** les graphes (a) et (b) représentent respectivement la dsp du processus sain et celle du processus avec anomalie.

La figure (III.6) ci-dessus, représente (a) la dsp du processus sain et (b) celle du processus avec anomalie. On peut constater l'apparition à la fréquence 0,02Hz d'un pic associé à cette anomalie. Cependant, sa détection est une tâche très difficile à cause du comportement aléatoire de la dsp. Il est, donc, nécessaire de chercher un algorithme robuste afin d'améliorer la détection de ce pic qui représente cette anomalie. Pour cela une première tentative était d'appliquer une ondelette à la dsp du processus sain et aussi celle du processus avec anomalie pour une éventuelle comparaison. L'ondelette Symlets 4 (sym4) a été choisie après une recherche sur les ondelettes pour effectuer une bonne détection des anomalies.

La figure (III.7) ci-dessous, représente les résultats de l'application de l'ondelette (Sym4) à la dsp du processus sain à gauche, et à celle du processus avec anomalie à droite. On constate toujours la même difficulté de pouvoir détecter l'anomalie bien qu'une légère différence (encerclée par un cercle rouge) entre les deux images peut être décelée mais pas vraiment très visible.

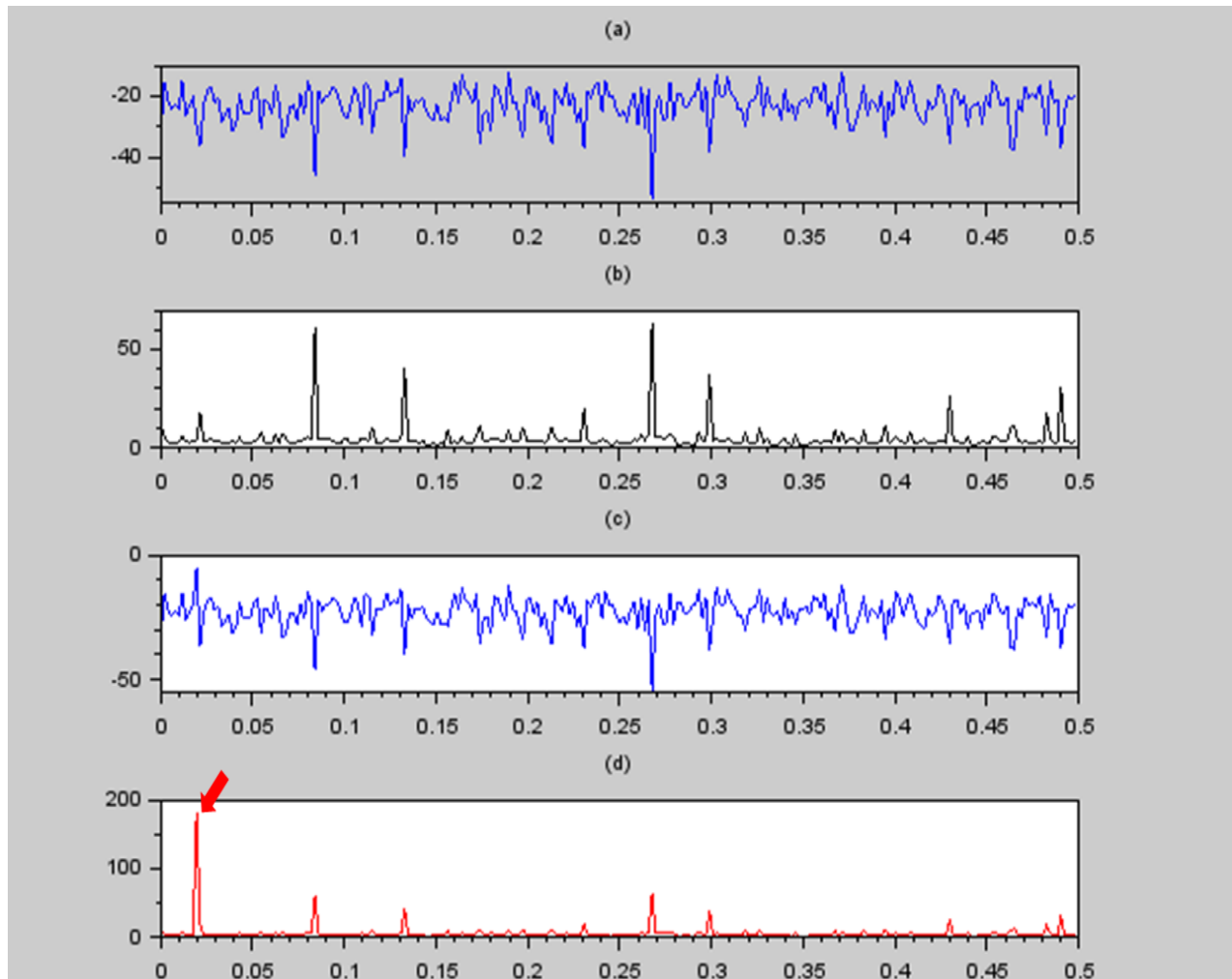


**Figure III. 7:** Coefficients de l'ondelette (Sym4) appliquée à la dsp du processus sain à gauche, et à celle du processus avec anomalie à droite.

Pour mieux confirmer l'existence de cette anomalie, nous avons proposé la technique IBIP déjà entamée plus haut en détail. Cette technique repose sur l'hypothèse suivante ; une anomalie peut être considérée comme étant un événement rare dans le processus représentant l'état normal. Pour cela, sa probabilité d'appartenir au processus normal est très faible et par conséquent son inverse tend vers l'infini. On prévoit l'anomalie représentée par un pic infini, et donc très visible à un observateur. Les graphes (III.8a), (III.8b), (III.8c) et (III.8d) représentent la dsp du processus sain, son IBIP, dsp du processus avec anomalie et son IBIP respectivement. Dans ce dernier graphe correspondant à l'IBIP de la dsp du processus avec anomalie, on peut très facilement détecter et sans ambiguïté le pic qui représente l'anomalie.

## Chapitre 3 : Résultats et discussion

---



**Figure III. 8:** Les courbes (a, b, c, d) représentent respectivement, la DSP, la IBIP de la dsp du processus sain, la DSP et la IBIP de la dsp du processus avec anomalie.

La figure (III.9) suivante est une réplique du graphe (III.8b) et (III.8d) de l'IBIP de la dsp du processus sain et celle du processus avec anomalie pour plus de clarté. Il est clair que le pic (indiqué par la flèche rouge) IBIP représentant l'anomalie est très visible et par conséquent très facile à détecter. En comparant la détection par ondelette à celle obtenue par l'IBIP, on peut dire que cette dernière est nettement supérieure à l'ondelette dans la détection des anomalies dans un processus aléatoire.

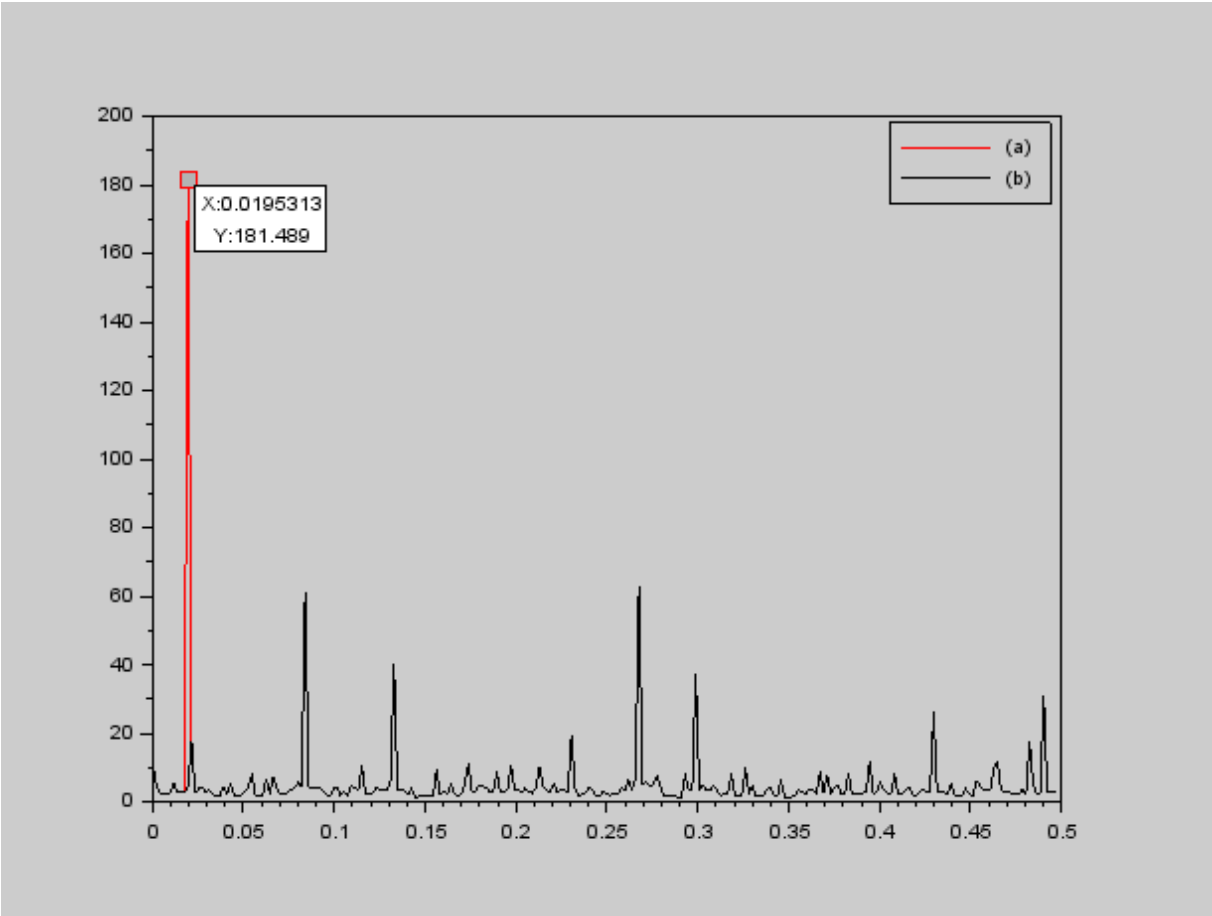


Figure III. 9: L'IBIP de la dsp du processus sain courbe en noire, et l'IBIP de la dsp du processus avec anomalie en rouge. L'anomalie indiquée par le pic IBIP en rouge est très visible.

## Conclusion générale

---

### Conclusion Générale :

Dans ce travail nous avons étudié la détection d'une anomalie dans un processus aléatoire. Le processus sain a été simulé par un bruit blanc Gaussien, et auquel nous avons ajouté une vibration de forme cosinus pour simuler l'anomalie. Pour détecter cette dernière, on recourt souvent à calculer la densité spectrale de puissance (PSD) du processus sain et aussi celle du processus avec anomalie pour une étude comparative. Nous avons appliqué une ondelette continue (sym4) à la PSD du processus sans et avec anomalie, en conséquence nous avons constaté une légère différence entre les deux PSD's indiquant la présence d'une anomalie dans le processus. Cependant, cette anomalie n'est pas très visible pour la détection. Pour surmonter ce problème, nous avons appliqué notre technique proposée dans ce projet; en l'occurrence l'IBIP, aux deux PSD's du processus. Nous avons constaté que cette dernière technique a pu rendre l'anomalie encore plus visible ce qui a facilité sa détection.

La technique IBIP s'avère donc une technique très efficace et pourrait ainsi être utilisée en perspective comme un outil robuste et prometteur pour la détection des anomalies dans un processus aléatoire.



## Bibliographie

---

### Bibliographies :

- [1] Arthur Zimek et Erich Schubert, Encyclopedia of Database Systems, Springer New York, 2017, 1–5 p. (ISBN 978-1-4899-7993-3, DOI 10.1007/978-1-4899-7993-3\_80719-1), « Outlier Detection »
- [2] V. J. Hodge et J. Austin, « A Survey of Outlier Detection Methodologies », Artificial Intelligence Review, vol. 22, no 2, 2004, p. 85–126
- [3] Cateni, Sivia & Colla, Valentina & Vannucci, Marco. (2008). Outlier Detection Methods for Industrial Applications. 10.5772/5526.
- [4] N.N.R.Ranga Suri, Narasimha Murty M, G. Athithan.(2019). Outlier Detection Techniques and Applications
- [5] V. Chandola, A. Banerjee et V. Kumar, « Anomaly detection: A survey », ACM Computing Surveys, vol. 41, no 3, 2009, p. 1–58 (DOI 10.1145/1541880.1541882)
- [6] H. G. S. D. S. S. a. C. F. Tharindu Fernando, "Deep Learning for Medical Anomaly Detection - A Survey," 2021. [Online]. Available: <https://arxiv.org/pdf/2012.02364.pdf>.
- [7] J.J. Kok and M.J.G. van de Molengraft. «*Signal analysis*». Technical report, Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering, 2002.
- [8] Tarik, AL Ani. Introduction aux ondelettes (wavelets). Paris : Département Informatique et Télécommunication (IT) ESIEE-Paris, 2013. Disponible sur : < <https://www.electronique-mixte.fr/wp-content/uploads/2018/09/Ondelettes-et-traitement-du-signal-et-d%E2%80%99image-29.pdf>>
- [9] D. Gabor. «Theory of communication». Journal of the IEE, 93:429–457, 1946.

## Bibliographie

---

- [10] J. B. Allen. «*Short term spectral analysis, synthesis, and modification by discrete Fourier transform*». IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing, ASSP-25: 235–238, 1977
- [11] I. Firoiu. «*Complex Wavelet Transform. Application to Denoising*». PhD thesis, Universitatea Politehnica, Timisoara. 2010.
- [12] P. Flandrin, Time Frequency/Time-Scale Analysis. San Diego, CA: Academic, 1999
- [13] G. Amara. «An Introduction to Wavelets». Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. Personal use of this material is permitted 1995.
- [14] R.J.E. Merry. «Wavelet Theory and Applications » Eindhoven University of Technology Department of Mechanical Engineering Control Systems Technology Group 2005.
- [15] O. Rioul and M. Vetterli. «Wavelets and signal processing». IEEE SP Magazine, pages 14–38, October 1991.
- [16] W. Sweldens. «Construction and Applications of Wavelets in Numerical Analysis». Phd thesis, Department of Computer Science, Catholic University of Leuven, Belgium, May 1995.
- [17] NAIMI HILAL. Wavelets Transform in the Medical Signal Processing . Djelfa: UNIVERSITY OF ZIANE ACHOUR DJELFA. P83
- [18] J. Morlet « Sampling theory and wave propagation ». In 12th International Conference on Pattern Recognition, October 1994.
- [19] AYAD Mouloud, «CHIKOUCHE Djamel. Application de la transformée en ondelette à l'analyse des signaux vibratoires d'un système d'engrenage en vue d'un diagnostic précoce». 4th International Conference on Computer Integrated Manufacturing CIP'2007
- [20] P.S. Addison. «The Illustrated Wavelet Transform Handbook». IOP Publishing Ltd, ISBN 0-7503-0692-0. 2002.
- [21] Mallat, Stéphane. (2000). Une Exploration des Signaux en Ondelettes.

## Bibliographie

---

[22] Hitti E. et Lucas M.-F. « Détection de rupture dans des signaux harmoniques à partir de la transformée en ondelettes discrète». Institut de Recherche en Cybernétique de Nantes (ex LAN).1997

[23] AYAD Mouloud, «CHIKOUCHE Djamel. Application de la transformée en ondelette à l'analyse des signaux vibratoires d'un système d'engrenage en vue d'un diagnostic précoce». 4th International Conference on Computer Integrated Manufacturing CIP'2007

[24] BENYAHIA Ahmed. «Application des ondelettes à la détermination de l'espacement moyen entre diffuseurs». Oran : UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ORAN MOHAMED BOUDIAF, Faculté de Génie Electrique. 2014

[25] B. Yagoubi. MULTI-FAULTS DETECTION IN RANDOM PROCESSES USING THE PSD AND THE IBIP HYBRID TECHNIQUE. Mechatronic Systems and Control.2018

[26] S. Talebi, "the wavelet transform," 21.12/2020. [Online]. Available: <https://towardsdatascience.com/the-wavelet-transform-e9cfa85d7b34>