

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ ABDELHAMID BEN BADIS DE MOSTAGANEM  
FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET DE L'INFORMATIQUE  
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE  
FILÈRE : MATHÉMATIQUES



UNIVERSITE  
Abdelhamid Ibn Badis  
MOSTAGANEM

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Pour l'Obtention du Diplôme de Master en Mathématiques délivré par

Université de Mostaganem

Spécialité "Modélisation, Contrôle et Optimisation"

*présenté par :*

**Soumia AHMED KHODJA**

**L'impact du port du masque sur l'évolution de l'épidémie du Covid-19  
en Algérie.**

*soutenu le 09 Juillet 2021 devant le jury composé de :*

<b>Président :</b>	Omar BELHAMITI	Professeur	UMAB
<b>Examineur :</b>	Naima LAHMAR-ABLAOUI	MCB	UMAB
<b>Encadreur :</b>	Leila BOUZID	MCB	UMAB

Année Universitaire : 2020 / 2021

M  
A  
S  
T  
E  
R

# Dédicaces

Je dédie ce memoire :

À Mes parents,

qui m'ont encouragé à aller de l'avant et qui m'ont donné tout leur amour pour suivre mes études. A eux je dois ce que je suis. Que Dieu les protège.

À Mon Mari,

Vous avez toujours été mon école de patience, de confiance et surtout d'espoir et d'amour. Vous êtes et vous resterez pour moi ma référence, la lumière qui illumine mon chemin.

À Mes Frères : Yacine et Ahmed, mes sœurs : Marwa et Thanaa, et mes deux famille "AHMED KHODJA" et "BENHAMAMOUCHE".

À Mon grand père et ma grand mère, Qui m'a accompagné par ses prières, sa douceur. Puisse Dieu leur prêter longue vie et beaucoup de santé et de bonheur dans les deux vies.

À Mes amies de toujours, en souvenir de notre sincère et profonde amitié et des moments agréables que nous avons passés ensemble. Veuillez trouver dans ce travail l'expression de mon respect le plus profond et mon affection la plus sincère

# Remerciements

Avant tout, je remercie infiniment Dieu, le miséricordieux qui m'a donné la force, le courage et la réussite et qui a mis à ma disposition des gens merveilleux qui m'ont supporté et soutenu.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à ma directrice de mémoire, Mlle **BOUZID LEILA**. Je la remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

Je voudrais donner mes plus sincères remerciements à : **Belhamiti Omar** d'avoir accepté de présider mon jury de mémoire. **Mm Ablaoui-Lahmar Naima**, pour avoir accepté d'être examinatrice de mon mémoire.

Je remercie mes très chers parents, mon mari et ma famille qui ont toujours été là pour moi. Je remercie mes sœurs, et mes frères, pour leurs encouragements.

Mes remerciements vont aussi à tous mes professeurs, enseignants et toutes les personnes qui m'ont soutenus jusqu'au bout, et qui n'ont pas cessé de me donner des conseils importants en signe de reconnaissance.

Je remercie infiniment tous les étudiants de ma promotion et en particulier de ma spécialité Modélisation Contrôle et Optimisation.

Enfin, je remercie mes amis **Amira, meriem Mansouria, maroua Amel, Nadjate et Souad** qui ont toujours été là pour moi. Leur soutien inconditionnel et leurs encouragements ont été d'une grande aide.

Merci à tous...

# Table des matières

<b>Liste des tableaux</b>	<b>iv</b>
<b>Table des figures</b>	<b>1</b>
<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>1 Généralités sur la coronavirus</b>	<b>6</b>
1 L'évolution du covid-19 . . . . .	6
2 Epidémiologie de la maladie . . . . .	9
3 Le dépistage . . . . .	10
4 Chaîne de transmission . . . . .	12
5 Les complications de la maladie . . . . .	12
6 Les mesures adoptées par le gouvernement algérien . . . . .	13
7 Comment prévenir de la maladie à coronavirus? . . . . .	13
8 La vaccination . . . . .	14
9 Gardez votre masque . . . . .	14
<b>2 Modélisation mathématique du coronavirus</b>	<b>16</b>
1 État de l'art sur les modèles du coronavirus . . . . .	16
2 Modèle adapté au cas d'Algérie . . . . .	23
3 L'existence et l'unicité du modèle . . . . .	25
<b>3 Résultats Numérique</b>	<b>32</b>
1 Le taux de reproduction de base $R_0$ et quelques conséquences . . . . .	32
2 L'effet du port du masque facial sur la propagation du Covid-19 . . . . .	36
<b>Conclusion</b>	<b>40</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>41</b>

# Liste des tableaux

2.1 Possibilités de la transmission. . . . .	24
3.1 Description des paramètres et des variables du modèle [30]. . . . .	35

# Table des figures

1.1	Évolution de la pandémie en Algérie (source : <a href="http://www.tsa-algerie.com">www.tsa-algerie.com</a> ) . . . . .	7
1.2	Répartition des cas confirmés de covid-19 par âge . . . . .	7
1.3	Prévalence des cas confirmés par sexe(source : Ministry of Health) . . . . .	8
1.4	Nombre de cas confirmés par covid-19 dans le monde (source : Johns Hopkins University CSSE COVID 19 Data) . . . . .	9
1.5	Coronavirus (COVID-19) source : <a href="http://safpt-fecamp.fr">safpt-fecamp.fr</a> . . . . .	10
1.6	Schéma résumant le dépistage du covid-19. . . . .	11
1.7	L'efficacité de masque médicale. Source : (GRAPHIC : V.ALTOUNIAN/SCIENCE). . . . .	15
2.1	Diagramme de SIRV de A. Scherer. . . . .	17
2.2	Diagramme de SEISaQRD de P. Riyapan. . . . .	18
2.3	Diagramme SIwICHR de A. Kouidere. . . . .	19
2.4	Diagramme de SEIPaHRD de F. Ndaïrou. . . . .	20
2.5	Diagramme de SEIR de S. Annas. . . . .	21
2.6	Diagramme de SEISaHQR de A. K. Srivastav. . . . .	22
2.7	Diagramme de transmission de la covid-19. . . . .	25
3.1	Le trace de $R_0$ en fonction de $p$ . . . . .	35
3.2	Graphique de $\gamma_p^{R_0}$ en fonction de $p$ . . . . .	38
3.3	Tracés des courbes des infectées pour différentes valeurs de $p$ . . . . .	39

## Résumé

La COVID-19 est une maladie virale causée par le virus (SRAS-CoV-2) (syndrome respiratoire aigu sévère), elle est devenu un problème majeur de santé publique mondial, l'Algérie est l'un des pays qui fait face à cette pandémie. Les mesures de contrôle disponibles sont : le port de masque, la distanciation sociale, le confinement et la vaccination.

L'objectif de ce travail est d'envisager l'utilisation généralisée des masques faciaux comme stratégie de contrôle non pharmaceutique de la pandémie de Covid-19 en Algérie. Un modèle SEIR qui divise la population en individus qui portent des masques et ceux qui n'en portent pas est pris en compte.

Après avoir calculé le taux de reproduction de base  $R_0$  par une approche de nouvelle génération, un critère pour déterminer quand une épidémie peut être évitée par l'utilisation de masques uniquement et le pourcentage critique d'utilisateurs de masques pour la prévention des maladies dans la population sont dérivés.

**Mots-Clés.** Epidémie, covid-19, masques faciaux, stratégies de contrôle non pharmaceutique, modèle SEIR, Algérie

## **Abstract**

COVID-19 is a viral illness caused by the virus (SARS-CoV-2) (severe acute respiratory syndrome), it has become a major global public health problem, Algeria is one of the countries facing this pandemic. The available control measures are : wearing a mask, social distancing, confinement and vaccination.

The objective of this work is to consider the widespread use of face masks as a non-pharmaceutical control strategy for the Covid-19 pandemic in Algeria. A SEIR model which divides the population into individuals who wear masks and those who do not is taken into account.

After calculating the basic reproduction rate  $R_0$  by a new generation approach, a criterion for determining when an epidemic can be avoided by the use of masks only and the critical percentage of users of masks for disease prevention in the population are derived.

**Key words.** Epidemics, covid-19, face masks, non-pharmaceutical control strategies, SEIR model, Algeria.



# Introduction générale

L'épidémiologie est une spécialité en médecine car elle utilise des concepts mathématiques, comme les statistiques, pour étudier des phénomènes biologiques, notamment les épidémies. C'est une science ancienne, qui s'est singulièrement développée avec les grandes épidémies telles que la grippe espagnole, puis, avec les possibilités de simulation numérique offertes par les progrès informatiques [31]. L'épidémiologie c'est l'étude des relations entre des maladies ou tout autre phénomène biologique et divers facteurs (mode de vie, environnement ambiant ou caractéristiques sociales individuelles) susceptibles d'exercer une influence sur leur fréquence, leur répartition, leur évolution. En d'autres termes, l'épidémiologie est une spécialité qui traite des facteurs qui affectent la santé de la population et cherche à trouver des moyens d'atténuer leur impact lorsqu'il est considéré comme négatif [1].

La modélisation mathématique en épidémiologie a été abordée pour la première fois par le mathématicien Daniel Bernoulli en 1760 [2]. Il s'agit en fait du premier modèle mathématique inspiré d'une problématique épidémiologique. La modélisation mathématique est devenue un outil incontournable et interdisciplinaire dans de nombreux domaines, notamment en physique, en chimie, en médecine, en biologie. L'intérêt de la modélisation consiste à faire des anticipations fiables et représentatives des phénomènes traités. L'avènement d'ordinateurs de plus en plus puissants a ouvert la voie à l'émergence de problèmes plus complexes. Ceux-ci peuvent être modélisés et simulés, avec un coût raisonnable en temps et avec une haute précision.

Les modèles compartimentaux sont des modèles déterministes où la population est subdivisée en un nombre de catégories selon différentes caractéristiques (âge, sexe, caractère génétique particulier) et selon l'état par rapport à la maladie (susceptible à se faire infecter, infecté non-contagieux, infecté contagieux, immunisé, décédé, etc). Le changement d'état des individus, c'est à dire le changement du nombre d'individus dans chacune de ces boîtes, est gouverné par un ensemble d'équations différentielles [1].

Le virus identifié en janvier 2020 en Chine est un nouveau coronavirus, nommé SARS-CoV-2. La maladie provoquée par ce coronavirus a été nommée Covid-19 par l'Organisation mondiale de la Santé - OMS. Depuis le 11 mars 2020, l'OMS qualifie la situation mondiale du Covid-19 de pandémie ; c'est-à-dire que l'épidémie est désormais mondiale.

Les coronavirus sont une famille de virus qui provoquent des maladies allant d'un simple rhume (certains virus saisonniers sont des coronavirus) à des pathologies plus sévères (comme les détresses respiratoires dues au MERS-CoV, du SRAS-CoV ou de la Covid-19).

Le SARS-CoV-2 est un virus dangereux parce que :

- il est très contagieux : chaque personne infectée va contaminer en moyenne 3 personnes en l'absence de mesures de protection ;
- une personne contaminée mais qui ne ressent pas de symptômes peut contaminer d'autres personnes [41].

Le 26 février, un premier cas de Covid-19 était identifié à Alger. Il s'agissait d'un ressortissant italien originaire de Lombardie, l'une des zones les plus touchées en Italie qui est arrivé à Alger le 17 février. Ce premier cas a ensuite été placé en isolement [32].

Aujourd'hui le pays compte 37619 cas malades, 94571 cas guéris, 3631 décès et 2,5 millions cas vaccinés [28].

Des tentatives pour minimiser les dommages de la pandémie ont ensuite été mises en œuvre, telles que l'utilisation obligatoire de masques [24, 10, 11, 12], la distanciation sociale et les quarantaines [28, 22] qui ont amélioré le scénario global. Les mesures pharmaceutiques telles que les vaccins et les médicaments sont plus laborieuses et prennent beaucoup de temps à être développées alors que les maladies se propagent. Maintenir les quarantaines pendant des périodes plus longues n'est pas une option viable dans certaines collectivités. Par conséquent, la recherche de stratégies de contrôle non pharmaceutiques est essentielle pour faire face à cette épidémie et à d'autres à l'avenir.

L'objectif général de ce travail est d'étudier l'effet du port du masque sur l'évolution de la transmission du covid-19 en Algérie.

Le contenu de ce mémoire est organisé comme suit :

Chapitre 1 : présentera l'évolution de la maladie, sa transmission, son évolution et comment l'éradiquer.

Chapitre 2 présentera les différents modèles mathématiques existants dans la littérature, la présentation du modèle proposé par Joao A. M. Gondim [23], c'est un modèle de type SEIR avec des individus divisés en ceux qui portent des masques et ceux qui n'en portent pas, ainsi que l'étude de l'existence et l'unicité de ce dernier.

Chapitre 3 présentera le calcul du taux de reproduction de base  $R_0$  et quelques résultats numériques du modèle adapté au cas d'Algérie.

# Chapitre 1

## Généralités sur la coronavirus

Dans ce chapitre, on va présenter l'évolution du coronavirus (covid-19) en Algérie et dans le monde, les modes de transmission, les complications, les symptômes, le dépistage et quelques stratégies pour la contrôler.

### 1 L'évolution du covid-19

#### 1.1 En Algérie

La nouvelle maladie de coronavirus (COVID-19), détectée pour la première fois à Wuhan (Chine) en décembre 2019 s'est propagé rapidement dans le monde [3]. L'Algérie est le quatrième pays le plus touché en Afrique, lorsqu'un étranger italien a obtenu un résultat positif dans la région d'Ouargla, dans le sud du pays. Le 1 mars 2020, deux cas ont été signalés dans la région de Blida, suite à leurs contacts avec deux émigrés algériens venus de France pour des vacances, ils ont été détectés positifs après leur retour en France. Depuis lors, une épidémie de COVID-19 a commencé dans cette région (Blida) qui forment un groupe de plus de 5,4 millions d'habitants avec les villes environnantes (Alger, Boumerdes, Tipaza) [5]. Depuis, l'épidémie s'est étendue à d'autres parties du pays, jusqu'au 22 mars 2020, les autorités algériennes ont déclaré 200 cas confirmés avec un taux de mortalité de 8,5% (17 décès) [5]. Ainsi, le 24 juin 2020, on compte 12076 cas confirmés, soit 156 cas supplémentaires par rapport au 23 juin 2020. Pour 100000 habitants, cela représente 35,33 cas en Algérie [29].

Le graphe (1.1) présente le nombre de cas de contaminations, de décès et de guérison au COVID-19 en Algérie en 2020. Nous observons dans un mois une augmentation importante du nombre de contaminés (140 cas), une augmentation légère pour les guéris et un pic pour les décès (19 cas).

Les catégories les plus touchées par la COVID-19 sont les personnes âgées de 25 à 49 ans (42,1%) et les personnes âgées de plus de 60 ans (34,3%). Les patients de moins de 25 ans représentent 5,3% et ceux de 50 à 59 ans 18,3% (voir figure (1.2)).

La figure (1.3) montre que les hommes (55,76%) semblent plus touchés que les femmes (44,24%).

#### 1.2 Dans le monde

En décembre 2019, les premiers cas de COVID-19 ont émergé dans la région de Wuhan, en Chine, où des personnes ont manifesté des symptômes de pneumonie sévère.

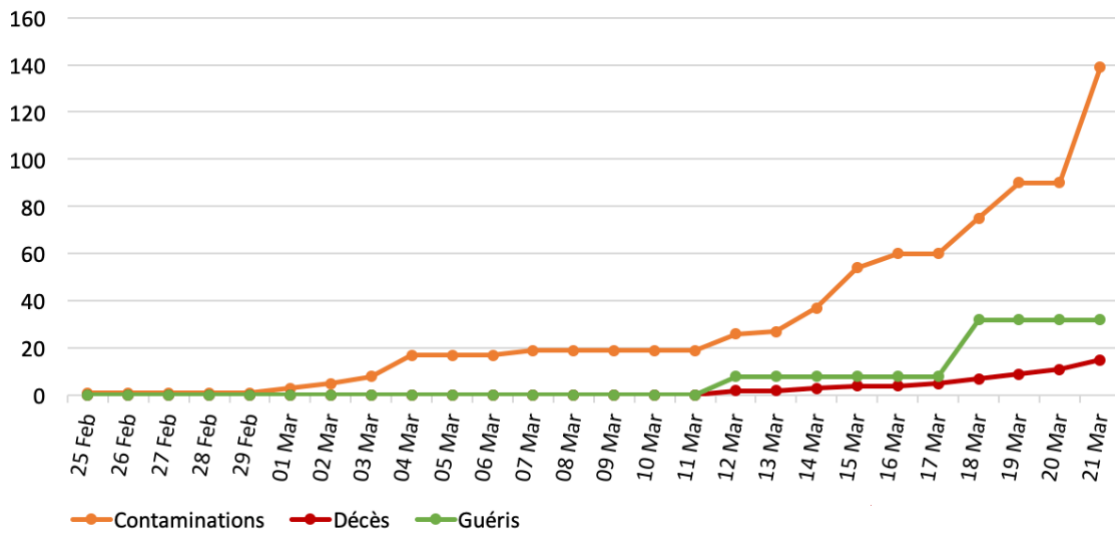


FIGURE 1.1 – Évolution de la pandémie en Algérie (source : [www.tsa-algerie.com](http://www.tsa-algerie.com))

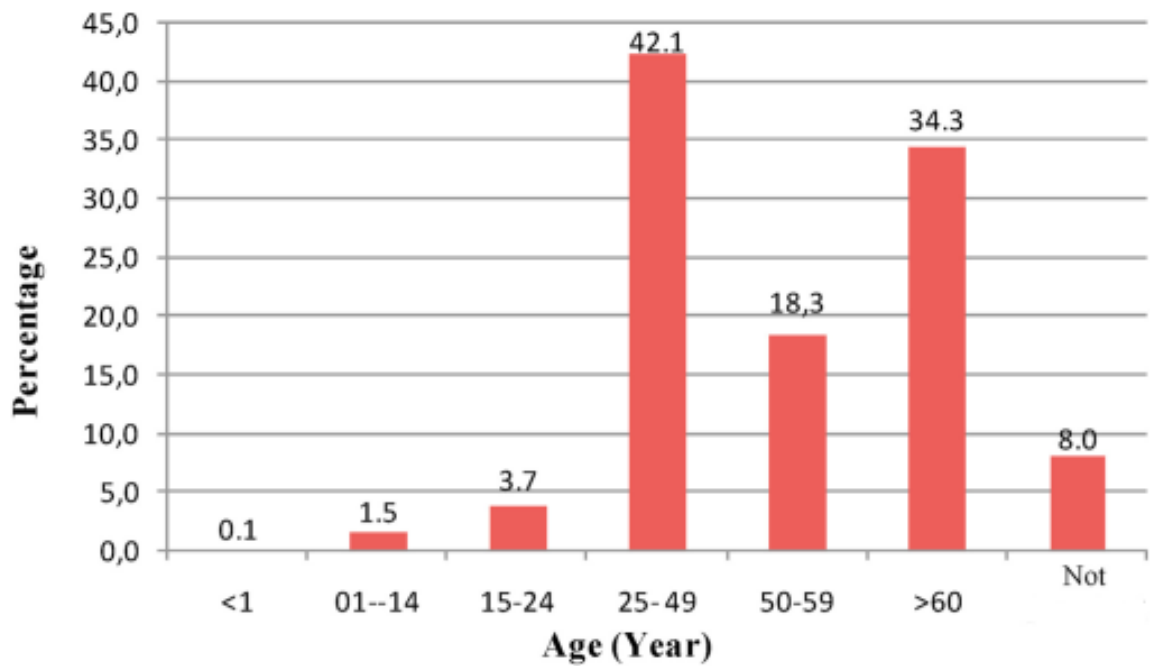


FIGURE 1.2 – Répartition des cas confirmés de covid-19 par âge

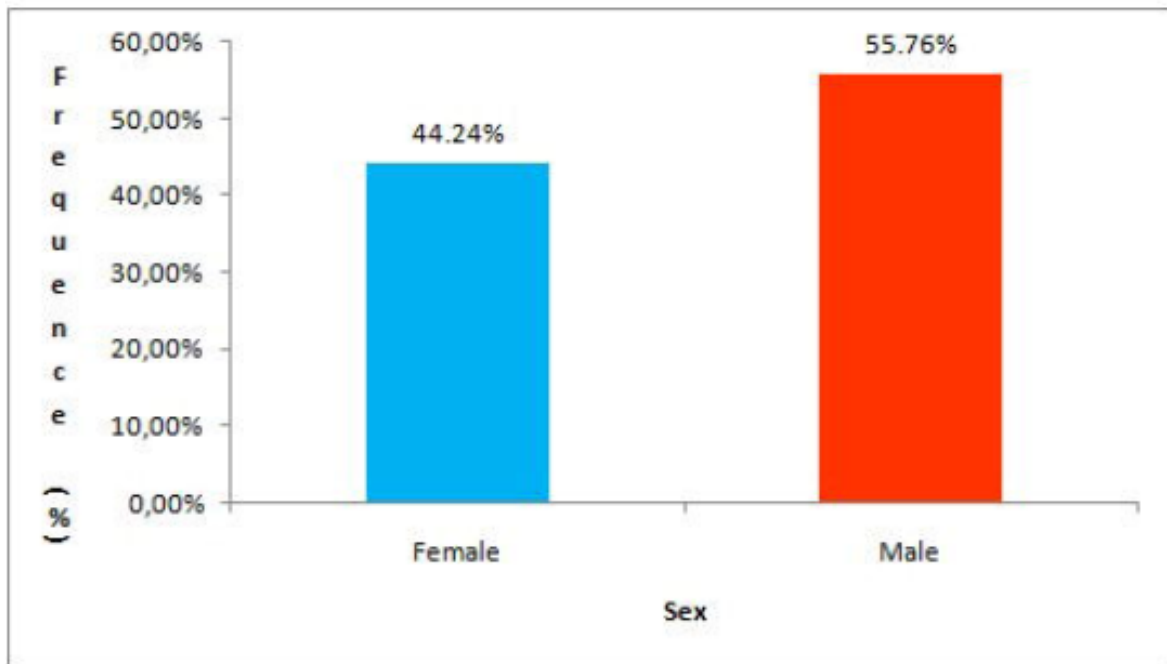


FIGURE 1.3 – Prévalence des cas confirmés par sexe (source : Ministry of Health)

En janvier 2020, le virus s'est répandu à travers le monde entier. Le 11 mars 2020, l'Organisation mondiale de la Santé (OMS) a déclaré l'état de pandémie alors que 114 pays dénombraient des cas de la maladie.

La pandémie de Covid-19 a fait près de 2,40 millions de morts dans le monde depuis fin décembre 2019 et a contaminé 109,190 millions de personnes sur la planète jusqu'au 15 février 2021 [6]. L'augmentation rapide du nombre de cas en dehors de la Chine a conduit la flambée pouvait être qualifiée de pandémie. À la mi-mars 2020, la région européenne était devenue l'épicentre de l'épidémie, notifiant plus de 40% des cas confirmés dans le monde. Au 28 avril 2020, la région concourait à 63% de la mortalité mondiale due au virus. Le premier cas de COVID-19 en Afrique est apparu en février 2020 en Egypte, 53 pays africains sur 54 sont désormais touchés par la coronavirus. Depuis, plusieurs études ont exploré la piste d'une "catastrophe africaine", qui près trois mois après le début de la crise, n'a pas eu lieu. Alors que l'Europe et les Etats-Unis ont dépassé le million de cas, le nombre officiel de contaminations en Afrique s'élève, en date du 11 mai 2020, on comptait officiellement 4132365 cas et 283387 décès à travers le monde [7]. Le nombre d'infections augmente rapidement dans chaque pays. Le premier cas confirmé de COVID-19 aux USA est annoncé en janvier 2020. Les États-Unis et le Brésil sont les pays où la pandémie de COVID-19 progresse le plus rapidement.

Cette figure (1.4) présente le nombre de cas confirmés par la covid-19 dans le monde, notez que quand la tonalité de couleur est élevée, le nombre de cas est élevé progressivement de 0 (aucun cas) à plus de 80000 individus.

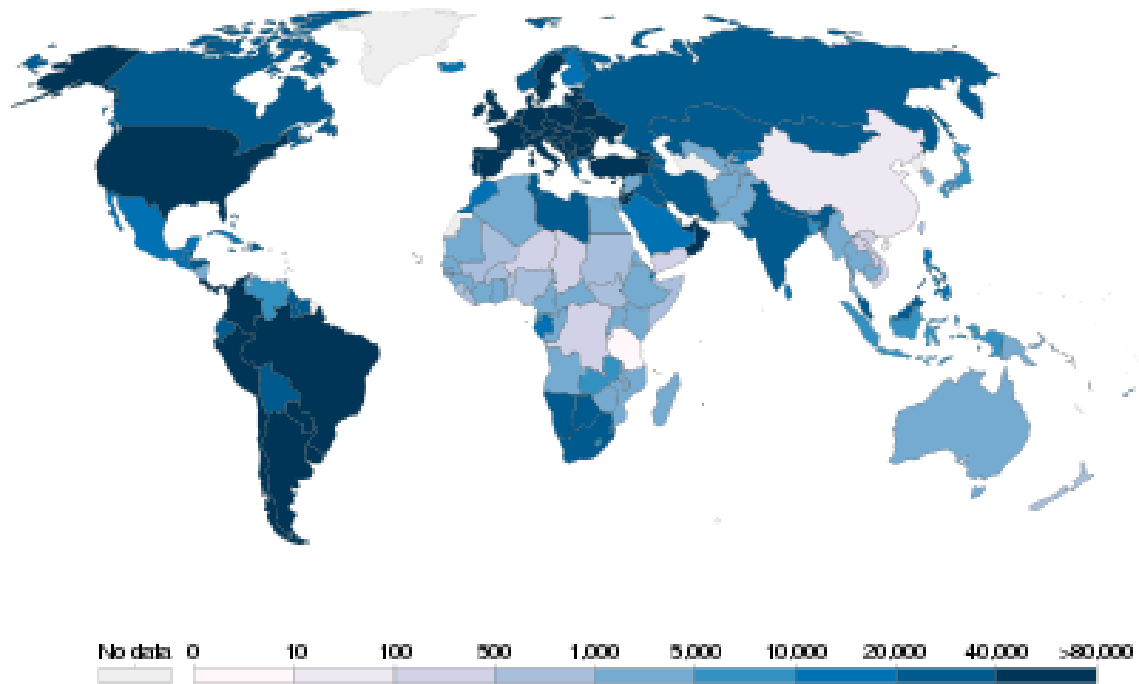


FIGURE 1.4 – Nombre de cas confirmés par covid-19 dans le monde (source : Johns Hopkins University CSSE COVID 19 Data)

## 2 Epidémiologie de la maladie

Il s'agit d'une pandémie de coronavirus : c'est une maladie causée par le virus du syndrome respiratoire aigu sévère 2 (SRAS-CoV-2). Les personnes considérées les plus à risque sont les adultes présentant des maladies chroniques, comme l'hypertension, le diabète, les maladies cardiovasculaires, les maladies respiratoires chroniques et le cancer. L'atteinte des enfants est moins fréquente et moins grave, néanmoins des auteurs ont décrit l'atteinte des nourrissons moins d'un mois [8].

### 2.1 La période d'incubation

C'est l'intervalle entre la date d'un premier contact potentiel avec un patient suspect ou confirmé de Covid-19 et la date d'apparition des signes cliniques, elle est importante pour déterminer la durée de l'isolement afin de contrôler la propagation de l'infection. La période d'incubation varie de 2 à 14 jours (médiane cinq jours). Or, l'étude de Guan et al. réalisée sur un large échantillon, a suggéré une moyenne de trois jours, avec une extrême arrivant à 24 jours [9].

### 2.2 Les symptômes

La Covid-19 peut se manifester par :

- La fièvre ou la sensation de fièvre (frissons, chaud-froid).
- La toux.
- Des maux de tête, courbatures, une fatigue inhabituelle.
- Une perte brutale de l'odorat (sans obstruction nasale), une disparition totale du goût, ou une diarrhée.



FIGURE 1.5 – Coronavirus (COVID-19) source : safpt-fecamp.fr

- Dans les formes plus graves : difficultés respiratoires pouvant mener jusqu'à une hospitalisation en réanimation voire au décès [41].

### 3 Le dépistage

La figure (1.6) représente comment la maladie se développe tel que dans une population on a des cas qui sont détectés par un soignant, on trouve un patient exclu et un patient suspect, ce dernier est surveillé et réévalué pour la classification après s'être rendu chez l'infectiologue, quand il devient un cas possible il va faire un diagnostic biologique du covid 19, si le résultat est négatif le cas est exclu, à l'inverse une hospitalisation dans une unité adapté est nécessaire.

Dr Gérard Kierzek dit que, "la guérison survient au bout d'une quinzaine de jours quand on a des symptômes bénins. Elle est spontanée sauf quand il y a une forme grave et qu'on se retrouve en réanimation où on a besoin d'oxygène, où on a une pneumonie et là on a besoin d'avoir des médicaments" [25].

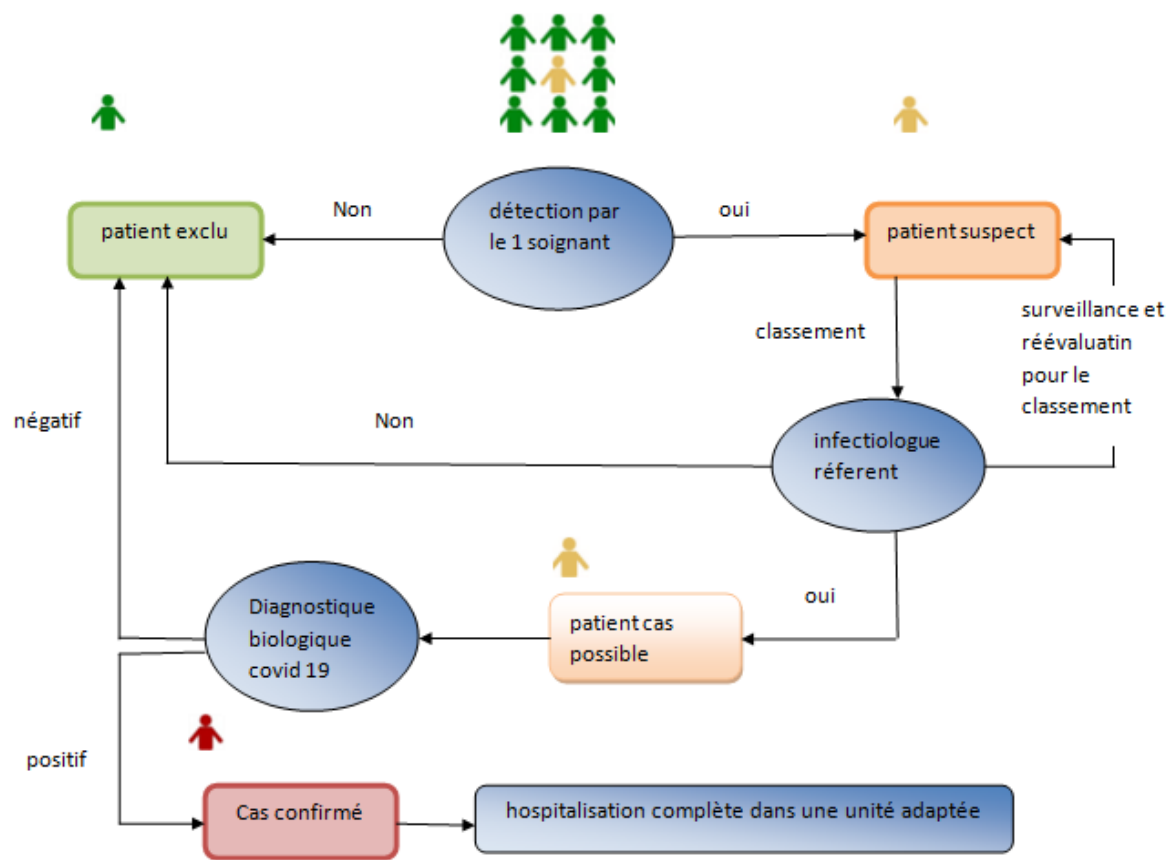


FIGURE 1.6 – Schéma résumant le dépistage du covid-19.



## 4 Chaîne de transmission

Parmi les modes de transmission du covid-19 on cite :

### 4.1 Transmission horizontale

Le virus (SRAS-CoV-2) se transmet d'homme à homme par la projection de gouttelettes contaminées (salive, sécrétions nasales) quand la personne tousse ou éternue. Une situation plus probable lorsque les personnes sont en contact direct ou étroit (moins d'un mètre de distance) avec une personne infectée. L'institut Pasteur rappelle qu'en "**l'absence de mesures de contrôle et de prévention, chaque patient infecte entre 2 et 3 personnes**" [26].

### 4.2 Transmission verticale

Plusieurs études soulèvent la possibilité d'une transmission verticale du (SRAS-CoV-2), en effet, l'ARN viral a été détecté dans des prélèvements nasopharyngés chez 7% de nouveau-nés dont la mère était positive au (SRAS-CoV-2) [27].

À ce jour, il n'y a pas de preuve que le virus peut se transmettre de la mère au bébé durant la grossesse [13]. Le virus ne traverse pas la barrière placentaire et ne circule pas dans le lait maternel. De plus, aucun cas de malformation congénitale causée par le virus n'a été observé [27].

### 4.3 La transmission zoonotique

Le réservoir principal de ce virus semble être la chauve-souris fer à cheval, mais plusieurs questions se posent toujours sur la façon dont il a pu être transmis à l'humain [14].

La transmission vison-humain a été confirmée dans le contexte des fermes d'élevage de visons infectés par un variant spécifique. Les implications des changements identifiés dans ce variant ne sont pas encore bien comprises .

Des cas de transmission de l'humain à l'animal ont été rapportés pour différentes espèces incluant le chat, le chien, le furet, le vison, le hamster et le singe [27].

## 5 Les complications de la maladie

L'infection au (SRAS-CoV-2) peut causer diverses complications graves [27].

### 5.1 Complications cardiovasculaires

- Insuffisance cardiaque.
- Évènements thrombotiques.
- Syndrome inflammatoire multisystémique de l'enfant (MIS-C).
- L'hypotension [36].

### 5.2 Complications pulmonaires

- Syndrome respiratoire aigu sévère.
- Syndrome restrictif résiduel.

- Fibrose pulmonaire interstitielle.
- Persistance de la difficulté respiratoire due à des dommages alvéolaires.

### 5.3 Complications neurologiques

- Atteinte cognitive due à une hypercytokinémie.
- Accident vasculaire cérébral (AVC).
- Dysfonctionnement olfactif (anosmie) et gustatif (agueusie ou dysgueusie).

### 5.4 Autres complications possibles

- Septicémie avec ou choc septique.
- Défaillance multisystémique.
- Atteintes rénales (ex. : insuffisance rénale aiguë).
- Atteintes hépatiques.
- Diminution de la concentration et de la mobilité des spermatozoïdes.
- Autres séquelles en lien avec les soins intensifs administrés.

## 6 Les mesures adoptées par le gouvernement algérien

Depuis le 17 mars 2020, le Premier ministre algérien, Abdelaziz Djerad a ordonné

- La fermeture de la frontière terrestre avec tous les pays voisins.
- La suspension immédiate de toutes les liaisons aériennes et maritimes, sauf pour le transport de marchandises de et vers l'Algérie.
- Les mosquées ont été fermées et les prières du vendredi suspendues [32].
- Le couvre feu.
- Le 23 mai 2020, le gouvernement a rendu obligatoire le port du masque pour toutes les personnes et en toutes circonstances dans les lieux publics et de travail et dans tous les lieux publics fermés et ouverts, y compris les établissements publics et les administrations depuis le 3 août.

## 7 Comment prévenir de la maladie à coronavirus ?

- **Respect d'une distance obligatoire d'au moins un mètre entre vous et les autres :** pour réduire le risque d'infection lorsque vous toussiez, éternuez ou parlez, gardez une distance encore plus grande entre vous et les autres lorsque vous êtes à l'intérieur.
- **Considérez le port du masque comme normal lorsque vous êtes avec d'autres personnes :** Il y a des personnes infectées à la COVID-19 qui n'ont pas de symptômes. Certaines personnes peuvent être infectées sans le savoir. Le port du couvre-visage, aussi appelé masque artisanal, pourrait permettre de diminuer le risque qu'une personne infectée transmette la COVID-19 à d'autres. Pour que les masques soient aussi efficaces que possible, il est essentiel de les porter, de les ranger et de les laver ou de les jeter correctement.

- Lavez-vous les mains avant de mettre votre masque, ainsi qu'avant de l'enlever et après l'avoir fait.
- Assurez-vous qu'il couvre à la fois votre nez, votre bouche et votre menton.
- Éviter de vous toucher les yeux, le nez et la bouche
- Lorsque vous enlevez votre masque, placez-le dans un sac en plastique propre et lavez-le, chaque jour, s'il s'agit d'un masque en tissu ou jetez-le dans un poubelle si c'est un masque médical.
- N'utilisez pas de masques avec des valves d'expiration [37].
- Si vous ne vous sentez pas bien, restez chez vous. En cas de fièvre, consultez un professionnel de la santé [39].

## 8 La vaccination

La vaccination contre la COVID-19 représente une opportunité majeure pour réduire les risques de formes graves de la maladie. Les scientifiques du monde entier mettent tous leurs efforts pour fournir des tests de dépistage, des traitements et des vaccins pour sauver des vies et éradiquer l'épidémie [34]. La stratégie vaccinale contre la Covid-19 vise à vacciner les personnes les plus fragiles et les plus à risques et à protéger les soignants et le système de soin. Pour ce faire, le Gouvernement a priorisé les publics éligibles à la vaccination, sachant que l'âge est le facteur de risque le plus important.

Les vaccins les plus recommandés sont :

### 8.1 AstraZeneca et Janssen reposent sur un vecteur viral non répliatif :

Un virus inoffensif qui ne peut se reproduire dans les cellules est utilisé pour transporter le matériel génétique du coronavirus, fabriquant la protéine qui enclenchera une réponse immunitaire [35], leur efficacité est de 60% – 70%, 67%, respectivement. Ces vaccins sont destinés aux individus de plus de 55 ans [40].

### 8.2 Pfizer/BioNTech et Moderna reposent sur l'ARN messenger :

Un virus inactivé, une partie du virus ou même un ARN messenger est introduit dans notre corps. Notre système immunitaire produit des anticorps en réaction à cette injection. Ainsi, le vaccin permet que notre système immunitaire reconnaisse spécifiquement l'agent infectieux s'il s'introduit dans notre organisme. Il sera alors détecté, neutralisé et éliminé avant qu'il ne puisse nous rendre malade [35], leur efficacité est de 95%, 90%, respectivement. Ces vaccins sont destinés aux gens de 16 – 17 ans avec maladies graves, plus de 18 ans sans conditions pour BioNTech et à partir de 18 ans sans conditions pour Moderna [40].

Les vaccins autorisés en Algérie sont Sputnik V, Sinopharm et AstraZeneca [33].

## 9 Gardez votre masque

Bien que le vaccin actuel a été publié, les mesures de protection de la santé restent essentielles même si les vaccins contre la COVID-19 disponibles sont très efficaces. La gravité de l'épidémie (dans différents pays) prend des mois avant que tous les effets de la vaccination ne se fassent sentir [15]. Donc gardez votre masque, pratiquez les gestes

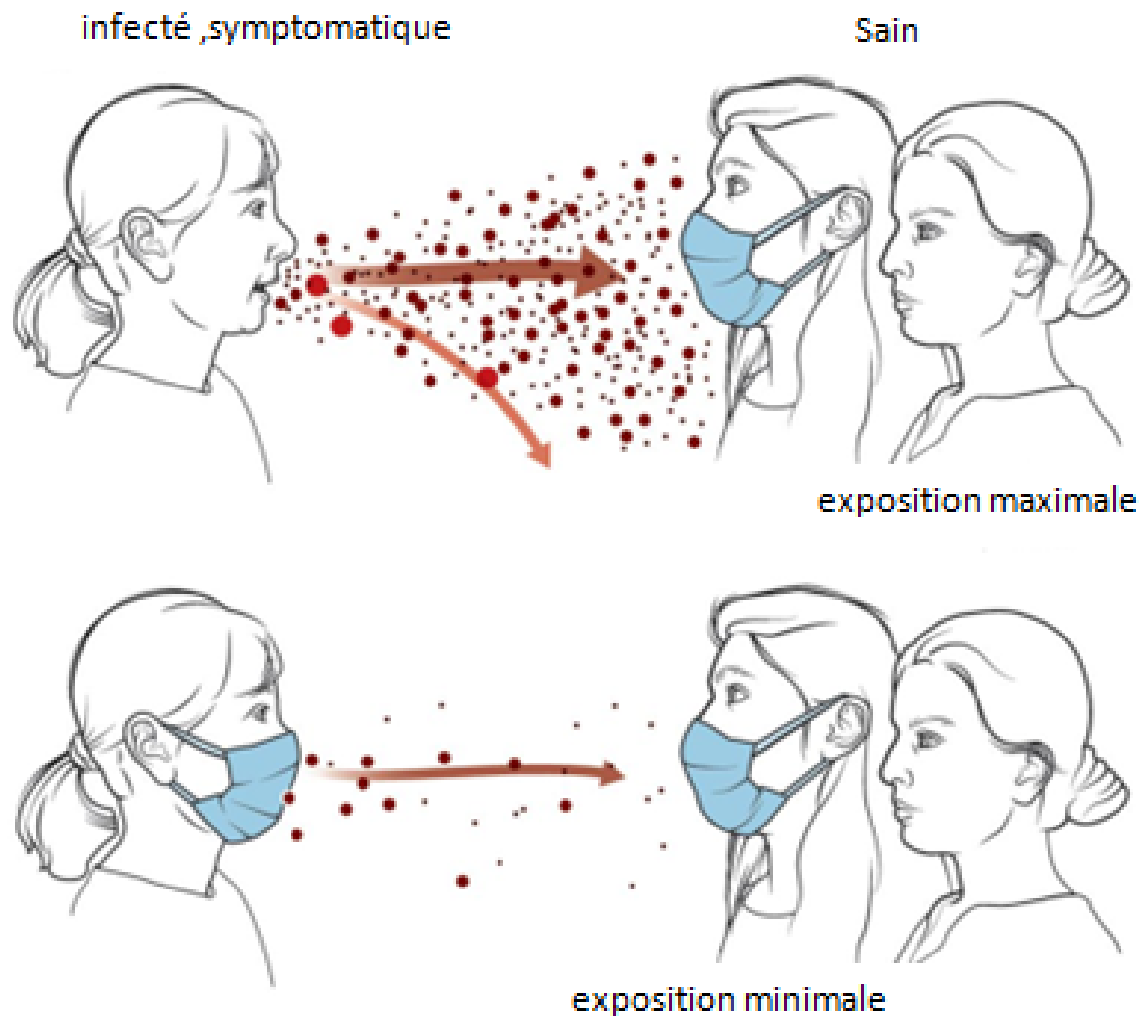


FIGURE 1.7 – L'efficacité de masque médicale.  
Source : (GRAPHIC : V. ALTOUNIAN/SCIENCE).

barrières, lavage de mains, mesures de distanciation sociale et si possible, restez chez vous pour rester en sécurité.

Cette figure illustre l'efficacité du port du masque pour réduire la transmission aérienne des particules d'aérosol infectieuses qui peuvent être libérées pendant la respiration des personnes infectées. Aucun masquage ne maximise l'exposition, alors que le masquage universel entraîne le moins d'exposition [16].

# Chapitre 2

## Modélisation mathématique du coronavirus

Dans ce chapitre, on présente l'état de l'art des différents modèles mathématiques développés au cours de l'année (2020–2021) pour l'étude du coronavirus et d'autres part, on modélise l'impact du port du masque sur l'évolution de l'épidémie du Covid-19 en Algérie.

### 1 État de l'art sur les modèles du coronavirus

Afin de faciliter la lecture des modèles, des données clés communes seront définies comme suit :

$N(t)$  : La population totale au temps  $t$ .

$S(t)$  : Le nombre des individus susceptibles au temps  $t$ .

$E(t)$  : Le nombre des individus exposés au temps  $t$ .

$I(t)$  : Le nombre des individus Infectés au temps  $t$ .

$I_s(t)$  : Le nombre des individus Infectés symptomatiques au temps  $t$ .

$I_a(t)$  : Le nombre des individus Infectés asymptomatiques au temps  $t$ .

$R(t)$  : Le nombre des individus récupérés au temps  $t$ .

$H(t)$  : Le nombre des individus hospitalisés au temps  $t$ .

$D(t)$  : Le nombre des individus décédés au temps  $t$ .

$\beta$  : Taux d'infection.

$\mu$  : Taux de mortalité naturelle.

$\gamma$  : Taux de rétablissement.

$\delta$  : Taux de mortalité due à la maladie.

Parmi les modèles existants, on cite :

#### 1.1 Modèle SIRV de A. Scherer et A. Mclean

A. Scherer et A. Mclean ont fait un modèle pour étudier l'impact de la vaccination, dans le but de l'élimination de l'infection, l'exploration des effets immunitaires induits par le vaccin qui diminuent au fil du temps et l'étude des interactions concurrentielles entre les souches d'agents infectieux prédisposés et résistants au vaccin. Ils ont conclu qu'il existe des souches résistantes au vaccin mais ce n'est pas un résultat inévitable de la vaccination [17]. Le schéma (2.1) montre le diagramme représentatif du modèle

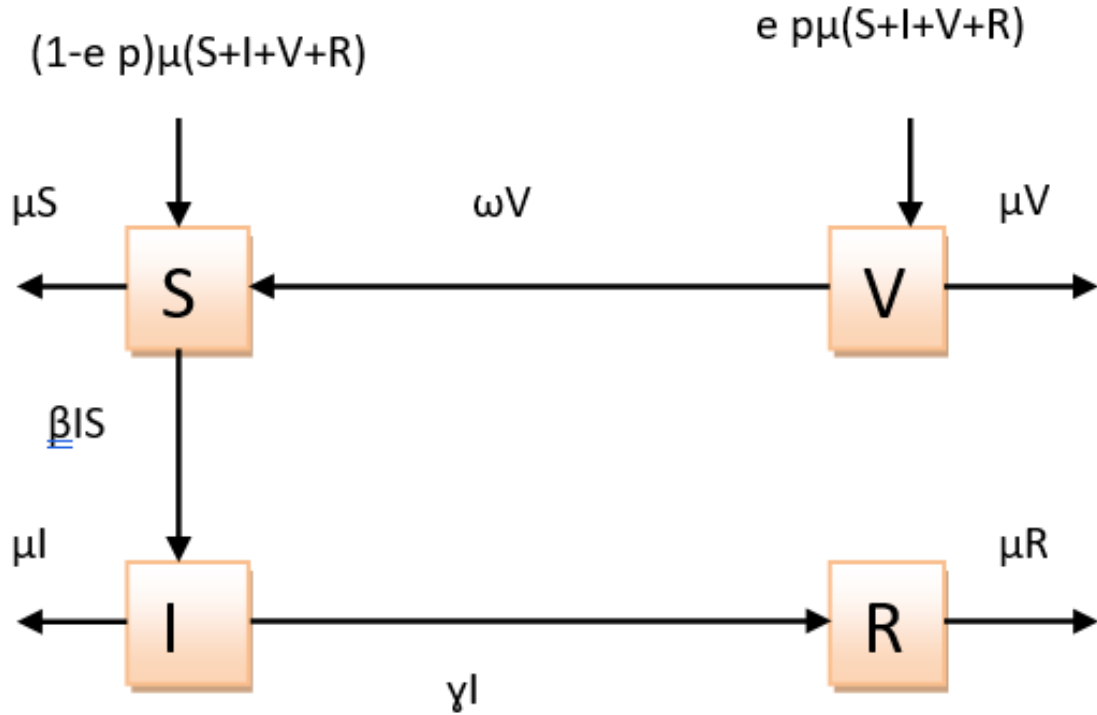


FIGURE 2.1 – Diagramme de SIRV de A. Scherer.

Le système mathématique associé

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = (1 - ep)\mu N(t) - \beta I(t)S(t) + \omega V(t) - \mu S(t) \\ \frac{dV(t)}{dt} = ep\mu N(t) - \omega V(t) - \mu V(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \beta I(t)S(t) - \gamma I(t) - \mu I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) - \mu R(t), \end{cases}$$

tel que

$p$  : Les nouveaux-nés vaccinés à la naissance.

$e$  : Fraction des individus vaccinés et protégés pendant une période moyenne de  $\frac{1}{\omega}$  an.

## 1.2 Modèle $SEI_s I_a QRD$ de P. Riyapan et al.

Dans le but d'étudier l'impact de l'utilisation du masque médicale sur l'évolution du COVID-19 en Thaïlande, P. Riyapan et al. [18] ont proposé le diagramme suivant où le modèle mathématique est donné par

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \rho - \beta_s(1 - \Psi\xi)SI_s - \beta_a(1 - \Psi\xi)SI_a - \mu S \\ \frac{dE}{dt} = \beta_s(1 - \Psi\xi)SI_s + \beta_a(1 - \Psi\xi)SI_a - (\varphi + \mu)E \\ \frac{dI_s}{dt} = (1 - \theta)\varphi E - (\alpha_s + \delta_s + \lambda_s + \mu)I_s \\ \frac{dI_a}{dt} = \theta\varphi E - (\alpha_a + \lambda_a + \mu)I_a \\ \frac{dQ}{dt} = \alpha_s I_s + \alpha_a I_a - (\lambda_q + \delta_q + \mu)Q \\ \frac{dR}{dt} = \lambda_s I_s + \lambda_a I_a + \lambda_q Q - \mu R \\ \frac{dB}{dt} = \delta_s I_s + \delta_q Q, \end{cases}$$

où

$\rho$  : Le taux de recrutement.

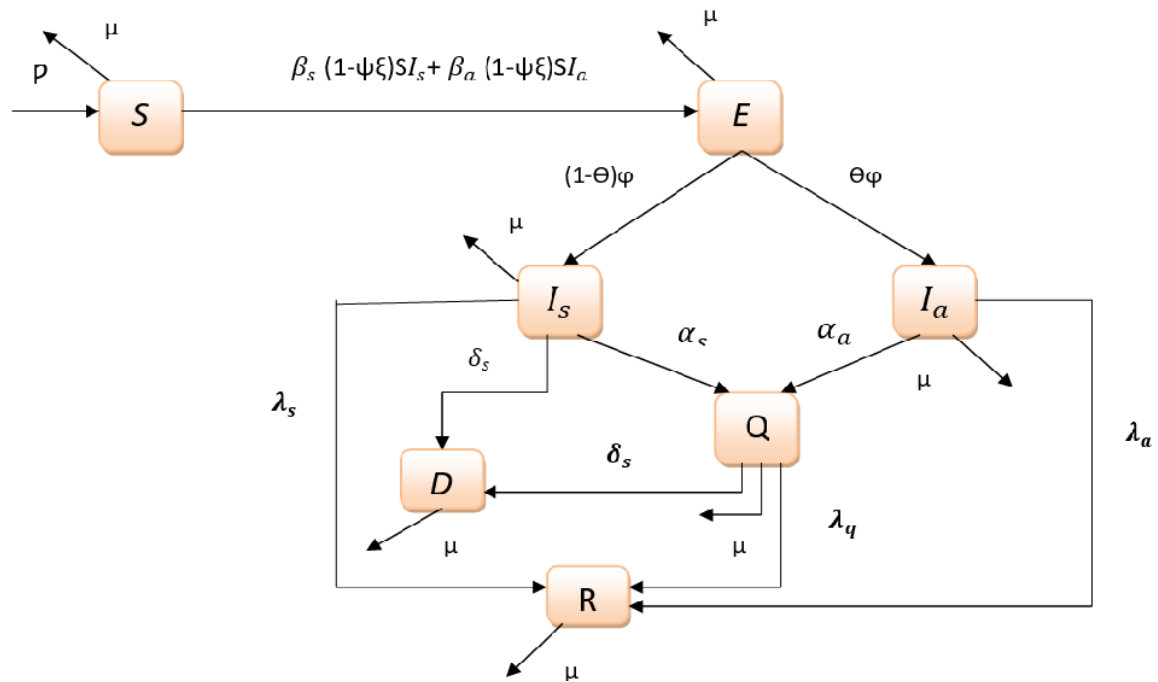


FIGURE 2.2 – Diagramme de SEISaQRD de P. Riyapan.

$\beta_s$  : Le taux de contact effectif.

$\beta_a$  : L'efficacité de la distanciation sociale.

$\psi$  : La proportion d'individus qui utilisent un masque facial.

$\xi$  : L'efficacité des masques faciaux.

$1 - \theta$  : La fraction d'individus exposés qui présentent des symptômes cliniques après la période d'incubation.

$\phi$  : Le taux de progression du compartiment exposé au compartiment infectieux.

$\alpha_s$  : Le taux d'isolement des individus symptomatiquement infectieux.

$\lambda_s$  : Le taux de récupération des individus symptomatiquement infectieux.

$\delta_s$  : Le taux de mortalité due à la maladie chez les individus infectieux.

$\alpha_a$  : Le taux d'isolement des individus asymptomatiquement infectieux.

$\lambda_a$  : Le taux de récupération des individus asymptomatiquement infectieux.

$\lambda_q$  : Le taux de récupération des individus mis en quarantaine.

$\delta_q$  : Le taux de mortalité induite par la maladie pour les individus mis en quarantaine.

### 1.3 Modèle $SI_w$ ICHR de A. Kouidere et al.

A. Kouidere et ses auteurs ont présenté un modèle mathématique [19] pour la corona virus. Ils ont fourni des stratégies de contrôles : sensibilisation, prévention, quarantaine, diagnostic et surveillance pour réduire le nombre de personnes infectées et celles qui en ont beaucoup de complications. Le modèle est schématisé dans la figure (2.3).

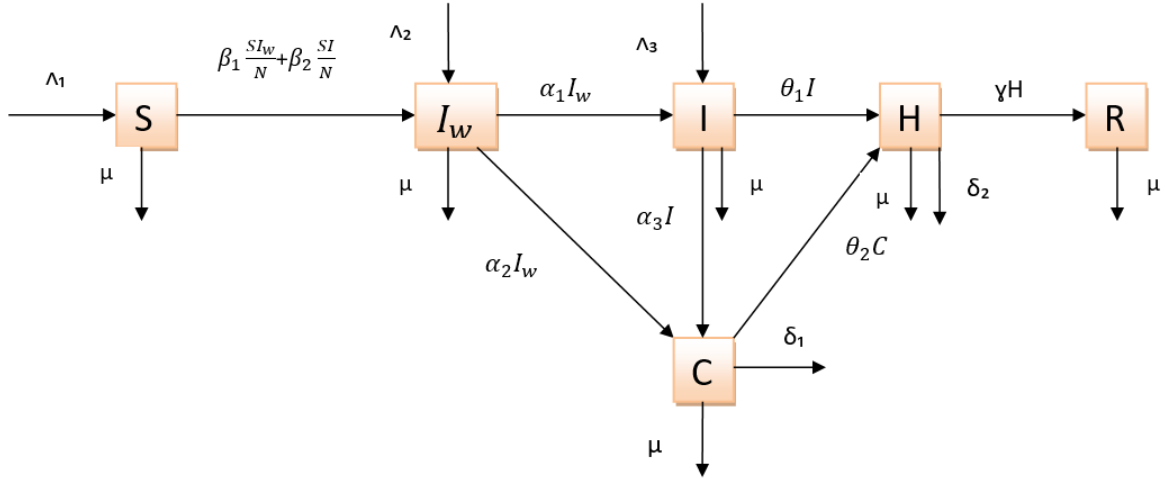


FIGURE 2.3 – Diagramme SIfwICHR de A. Kouidere.

Le modèle associé est représenté mathématiquement par le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Lambda_1 - \mu S - \beta_1 \frac{SI_w}{N} - \beta_2 \frac{SI}{N} \\ \frac{dI_w}{dt} = \Lambda_2 + \beta_1 \frac{SI_w}{N} + \beta_2 \frac{SI}{N} - (\mu + \alpha_1 + \alpha_2)I_w \\ \frac{dI}{dt} = \Lambda_3 + \alpha_1 I_w - (\alpha_3 + \theta_1 + \mu)I \\ \frac{dC}{dt} = \alpha_2 I_w + \alpha_3 I - (\theta_2 + \mu + \delta_1)C \\ \frac{dH}{dt} = \theta_1 I + \theta_2 C - (\mu + \gamma + \delta_2)H \\ \frac{dR}{dt} = \gamma H - \mu R. \end{cases}$$

avec

C : Les personnes infectées avec complications.

$\beta_1 \frac{SI_w}{N}$  : Nombre des personnes infectées par contact avec les patients infectés sans symptômes.

$\beta_2 \frac{SI}{N}$  : Nombre des personnes infectées par contact avec les patients infectés avec symptômes.

$\alpha_1 I_w$  : Le nombre de personnes infectées par symptômes.

$\alpha_2 I_w$  : Le nombre de personnes qui ont développé un développement rapide et dangereux du virus en raison d'une immunodéficience, de la vieillesse ou des enfants.

$\alpha_3 I$  : Le nombre des gens qui ont des complications graves telles que l'insuffisance pulmonaire.

$\Lambda_1$  : L'incidence des susceptibles.

$\Lambda_2$  : L'incidence des immigrants et porteurs du virus sans symptômes.

$\Lambda_3$  : L'incidence des immigrants et porteurs du virus avec des symptômes.

$\theta_1$  : Le taux des personnes présentant des symptômes du virus mises en quarantaine.

$\theta_2$  : Taux des personnes ayant des complications graves mises en quarantaine.

$\delta_1$  : Taux de mortalité dû aux complications.

$\delta_2$  : Taux de mortalité des personnes hospitalisées.

#### 1.4 Modèle SEIPI<sub>a</sub>HRD de F. Ndairou et al.

En 2020 F. Ndairou et al. [20] ont présenté un modèle mathématique pour la propagation de coronavirus en Chine basé sur la transmissibilité des individus super propageurs (il désigne une personne qui infecte un nombre disproportionné de gens lorsqu'on



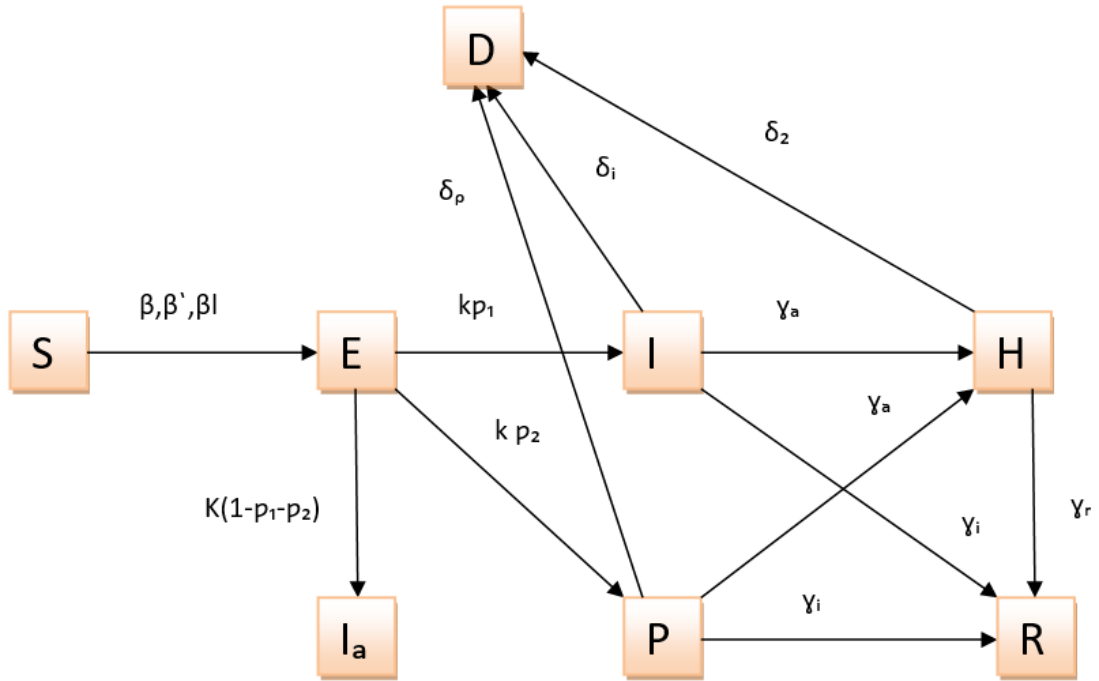


FIGURE 2.4 – Diagramme de SEIPaHRD de F. Ndaïrou.

la compare à la moyenne des autres malades. Ainsi, les super-propagateurs peuvent parfois venir amplifier une épidémie). Le diagramme représentatif est donné par :

Le modèle mathématique associé est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS(t)}{dt} = -\beta \frac{I(t)}{N} S(t) - l\beta \frac{H(t)}{N} S(t) - \beta' \frac{P(t)}{N} S(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} = \beta \frac{I(t)}{N} S(t) + l\beta \frac{H(t)}{N} S(t) + \beta' \frac{P(t)}{N} S(t) - kE(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = k\rho_1 E(t) - (\gamma_a + \gamma_i) I(t) - \delta_i I(t) \\ \frac{dP(t)}{dt} = k\rho_2 E(t) - (\gamma_a + \gamma_i) P(t) - \delta_p P(t) \\ \frac{dI_a(t)}{dt} = k(1 - \rho_1 - \rho_2) E(t) \\ \frac{dH(t)}{dt} = \gamma_a (I(t) + P(t)) - \gamma_r H(t) - \delta_2 H(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma_i (I(t) + P(t)) + \gamma_r H(t) \\ \frac{dD(t)}{dt} = \delta_i I(t) + \delta_p P(t) + \delta_2 H(t) \end{array} \right.$$

avec

P : Classe des super-propagateurs au temps  $t$ .

$I_a$  : Classe des personnes infectées asymptomatiques.

$\beta'$  : Taux de la transmission élevé dû aux super-propagateurs.

$\gamma_i$  : Taux de récupération sans être hospitalisé.

$\gamma_r$  : Taux de récupération des patients hospitalisés.

$\gamma_a$  : Taux d'hospitalisation.

$\delta_i$  : Taux de mortalité des infectés.

$\delta_p$  : Taux de mortalité des super-propagateurs.

$\delta_2$  : Taux de mortalité des hospitalisées.

$l$  : Transmissibilité relative des patients hospitalisés.

$k$  : Taux auquel les personnes exposées deviennent infectieuses.

$\rho_1$  : Taux auquel les personnes exposées sont infectées.

$\rho_2$  : Taux auquel les personnes exposées deviennent des super-propagateurs.

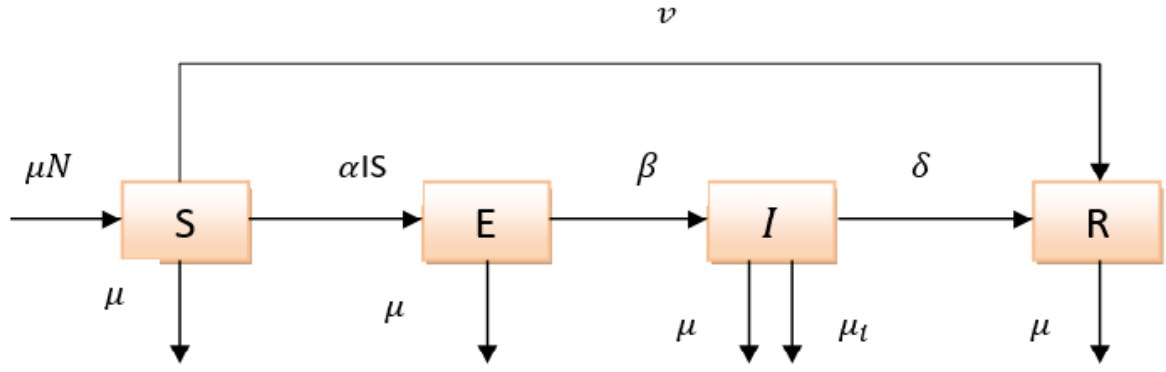


FIGURE 2.5 – Diagramme de SEIR de S. Annas.

### 1.5 Modèle SEIR de S. Annas et al.

Ces auteurs [21] ont construit un modèle de type SEIR (2.5) pour la propagation du COVID-19, dans l'objectif d'étudier l'effet de la vaccination et d'isolement. Les résultats obtenus montrent également que le vaccin peut accélérer la guérison du COVID-19 et un isolement maximal peut ralentir la propagation du COVID-19.

Le modèle associé est donné par

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \mu N - (\alpha I + \mu + \nu)S \\ \frac{dE}{dt} = \alpha IS - (\beta + \mu)E \\ \frac{dI}{dt} = \beta E - (\delta + \mu_i + \mu)I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I + \nu S - \mu R, \end{cases}$$

avec

$\mu$  : Taux de natalité/mortalité.

$\alpha$  : Taux d'infection.

$\nu$  : Taux de vaccination.

### 1.6 Modèle de A. K. Srivastav et al.

Pour réduire la charge de morbidité en Inde, A. K. Srivastav et al.[22] ont proposé un modèle mathématique pour évaluer l'impact de l'utilisation des masques faciaux, de l'hospitalisation des individus symptomatiques et de la mise en quarantaine des individus asymptomatiques dans la lutte contre la pandémie de COVID-19.

Le diagramme correspondant est donné par,

Le système est donné par :

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Lambda - \beta_1(1 - \epsilon_m c_m)SI_s - \mu S \\ \frac{dE}{dt} = \beta_1(1 - \epsilon_m c_m)SI_s + \beta_2(1 - \epsilon_m c_m)SI_a - \sigma E - \mu E \\ \frac{dI_s}{dt} = (1 - a)\sigma E + \alpha_a I_a - (\mu_s + \mu)I_s - \phi_s I_s \\ \frac{dI_a}{dt} = a\sigma E - \gamma_a I_a - \alpha_a I_a - \mu I_a \\ \frac{dH}{dt} = \phi_s I_s - (\gamma_h + \mu_h + \mu)H \\ \frac{dQ}{dt} = \gamma_a I_a - \alpha_h Q - \mu Q \\ \frac{dR}{dt} = \alpha_h Q + \gamma_h H - \mu R, \end{cases}$$

où

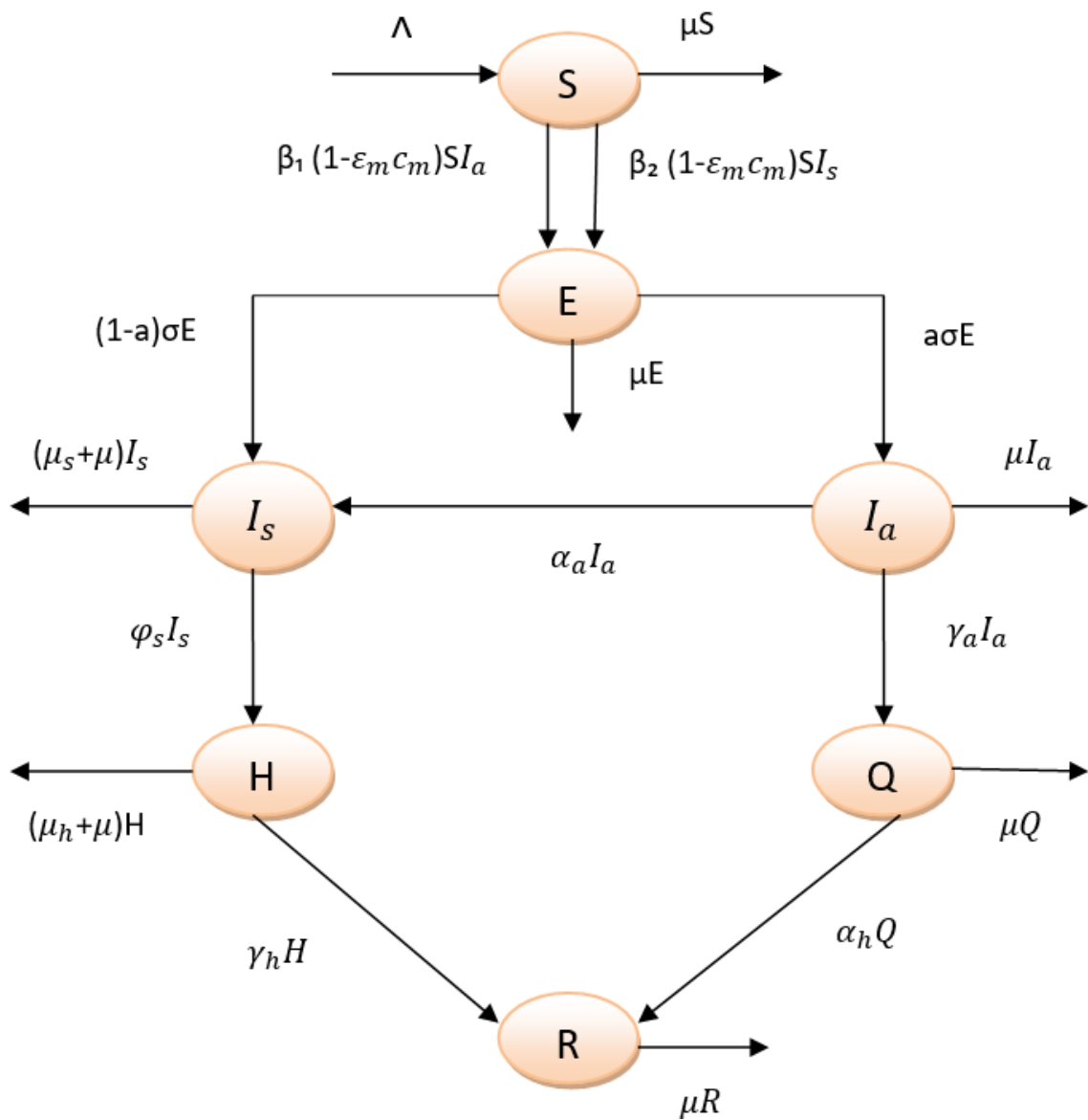


FIGURE 2.6 – Diagramme de SEI<sub>s</sub>I<sub>a</sub>HQR de A. K. Srivastav.

$\Lambda$  : Taux de recrutement.  
 $\beta_1$  : Taux d'infection des sujets susceptibles par une personne symptomatique.  
 $\beta_2$  : Taux d'infection des sujets susceptibles avec une personne asymptomatique.  
 $\epsilon_m$  : Le taux d'efficacité des masques faciaux.  
 $c_m$  : Le taux de conformité des masques.  
 $\sigma$  : Taux d'incubation.  
 $\alpha$  : Fraction des individus exposés ne présentant pas de symptômes cliniques.  
 $\alpha_a$  : Taux de progression de la classe asymptomatique à la classe symptomatique.  
 $\phi_s$  : Taux d'hospitalisation des individus symptomatiques.  
 $\gamma_a$  : Taux de quarantaine des individus asymptomatiques.  
 $\gamma_h$  : Taux de récupération des personnes hospitalisées.  
 $\alpha_h$  : Taux de récupération des individus mis en quarantaine.  
 $\mu_s$  : Taux de mortalité induite par la maladie chez les individus symptomatiques.  
 $\mu_h$  : Taux de mortalité induite par la maladie chez les personnes hospitalisées.

## 2 Modèle adapté au cas d'Algérie

Dans cette partie, on va présenter un modèle à temps continu pour décrire la dynamique de transmission du covid 19 en Algérie. Ce modèle est basé sur le travail de Joao A. M. Gondim [23].

L'objectif de ce travail est de considérer l'utilisation généralisée des masques faciaux comme une stratégie de contrôle non pharmaceutique de la pandémie de Covid-19.

Le modèle est construit à partir des hypothèses suivantes :

1. La population totale  $N$  est subdivisée en deux sous populations  $N_1$  et  $N_2$ , tel que :

$$N(t) = N_1(t) + N_2(t)$$

où

- $N_1$  : représente la population des individus qui portent le masque, elle est subdivisée en quatre sous-populations :
  - les individus susceptibles protégés qui vont devenir infectés au temps  $t$ , notés  $S_1(t)$ .
  - Les individus protégés et exposés au virus du covid-19 au temps  $t$ , notés  $E_1(t)$ .
  - Les individus protégés et infectés par le virus du covid-19 au temps  $t$ , notés  $I_1(t)$ .
  - Les individus immunisés avec protection au temps  $t$ , notés  $R_1(t)$ .
- $N_2$  : représente la population des individus qui ne portent pas le masque, elle est décomposée en quatre sous-populations :
  - Les individus susceptibles non protégés qui vont devenir infectés au temps  $t$ , notés  $S_2(t)$ .
  - Les individus non protégés et exposés au virus du covid-19 au temps  $t$ , notées  $E_2(t)$ .
  - Les individus non protégés et infectés par le virus du covid-19 au temps  $t$ , notées  $I_2(t)$ .

Susceptible	Infecté	Terme de transmission
S <sub>1</sub>	I <sub>1</sub>	$r^2\beta \frac{S_1 I_1}{N}$
S <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	$r\beta \frac{S_1 I_2}{N}$
S <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>	$r\beta \frac{S_2 I_1}{N}$
S <sub>2</sub>	I <sub>2</sub>	$\beta \frac{S_2 I_2}{N}$

TABLEAU 2.1 – Possibilités de la transmission.

- Les individus immunisés sans protection au temps  $t$ , notées  $R_2(t)$ .
- On considère que la période d'étude est courte par rapport à la période démographique, les paramètres vitaux sont négligés, par conséquent, la population totale est supposée constante, c'est à dire

$$N(t) = N.$$

- Soit  $p(t)$  le pourcentage des personnes portant un masque dans la population au temps  $t$ , alors :

$$N_1(t) = p(t)N(t) \text{ et } N_2(t) = (1 - p(t))N(t).$$

- $\beta$  : Le taux de transmission de la maladie.
- $r$  : facteur multiplicatif du taux de transmission  $\beta$  qui tiendra compte de la réduction de la probabilité de contagion d'une personne portant un masque chez un contact susceptible d'être infecté.

Les contagions peuvent se produire de quatre manières, et elles sont décrites dans le tableau (2.1) tel que :

- $r\beta$  : Le taux de transmission d'individus lorsqu'une personne porte un masque.
- $r^2\beta$  : Le taux de transmission lorsque deux individus portant le masque.

La figure (2.7) schématise le diagramme associé.

On suppose que la proportion  $p(t)$  est constante c'est à dire  $p(t) = p$ , alors  $N_1(t)$  et  $N_2(t)$  sont également constante par conséquent, le modèle mathématique peut s'écrire comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_1}{dt} = -\frac{r\beta S_1}{N} (rI_1 + I_2) \\ \frac{dS_2}{dt} = -\frac{\beta S_2}{N} (rI_1 + I_2) \\ \frac{dE_1}{dt} = \frac{r\beta S_1}{N} (rI_1 + I_2) - \sigma E_1 \\ \frac{dE_2}{dt} = \frac{\beta S_2}{N} (rI_1 + I_2) - \sigma E_2 \\ \frac{dI_1}{dt} = \sigma E_1 - \gamma I_1 \\ \frac{dI_2}{dt} = \sigma E_2 - \gamma I_2 \\ \frac{dR_1}{dt} = \gamma I_1 \\ \frac{dR_2}{dt} = \gamma I_2. \end{array} \right. \quad (2.1)$$

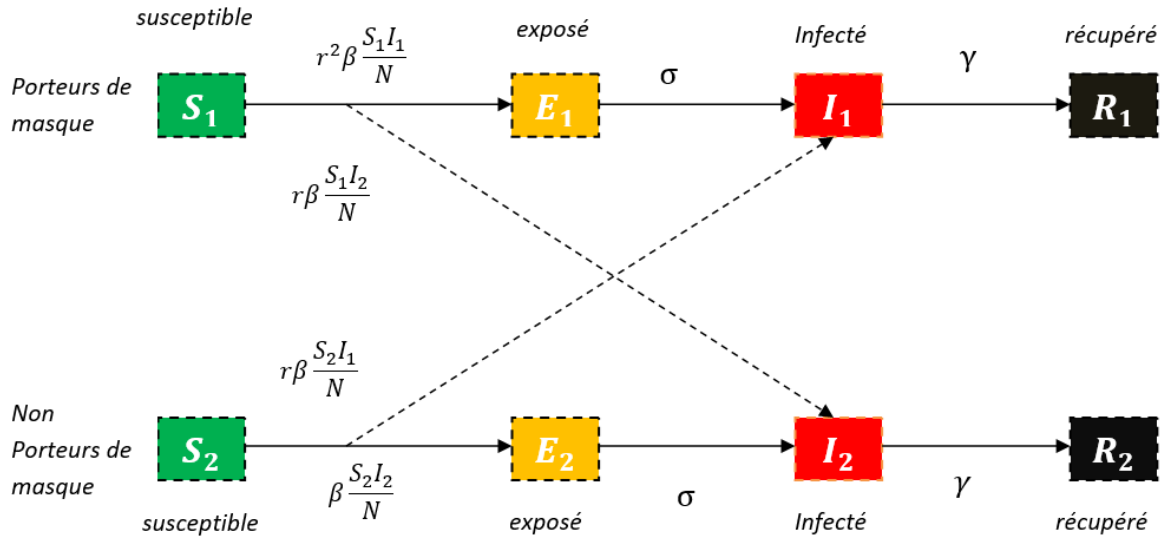


FIGURE 2.7 – Diagramme de transmission de la covid-19.

Avec

- $\sigma$  : Taux d'infection.
- $\gamma$  : Taux de rétablissement.

### 3 L'existence et l'unicité du modèle

Notre but ici est de montrer l'existence et l'unicité de la solution du problème (2.1), à l'aide du théorème de Cauchy-Lipschitz.

Le modèle (2.1) est un système d'équations différentielles non linéaire, autonome du premier ordre. On peut l'écrire sous la forme du problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} X'(t) = F(X(t)), t \in [0, T] \\ X(0) = X_0 \end{cases} \quad (2.2)$$

avec

$$X(t) = \begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ E_1(t) \\ E_2(t) \\ I_1(t) \\ I_2(t) \\ R_1(t) \\ R_2(t) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad F(X(t)) = \begin{pmatrix} f_1(X(t)) \\ f_2(X(t)) \\ f_3(X(t)) \\ f_4(X(t)) \\ f_5(X(t)) \\ f_6(X(t)) \\ f_7(X(t)) \\ f_8(X(t)) \end{pmatrix}$$

tel que F est une fonction de classe  $C^1$  définie sur  $\mathbb{R}^8$  à valeur dans  $\mathbb{R}^8$ .

où

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(X(t)) = -\frac{r\beta S_1}{N}(rI_1 + I_2) \\ f_2(X(t)) = -\frac{\beta S_2}{N}(rI_1 + I_2) \\ f_3(X(t)) = \frac{r^2\beta S_1}{N}I_1 + \frac{r\beta S_1}{N}I_2 - \sigma E_1 \\ f_4(X(t)) = \frac{\beta S_2}{N}I_2 + \frac{\beta r S_2}{N}I_1 - \sigma E_2 \\ f_5(X(t)) = \sigma E_1 - \gamma I_1 \\ f_6(X(t)) = \sigma E_2 - \gamma I_2 \\ f_7(X(t)) = \gamma I_1 \\ f_8(X(t)) = \gamma I_2. \end{array} \right.$$

On rappelle que la norme de l'espace de fonctions continues définie de  $I = [0, T]$  dans  $\mathbb{R}^8$  (et notée par  $C(I, \mathbb{R}^8)$ ) elle est définie par

$$N(X) = \max_{t \in I} \|X(t)\|$$

avec  $\|\cdot\|$  est la norme de  $\mathbb{R}^8$ .

L'objectif de cette partie est de démontrer le théorème suivant :

**Théorème 2.1 (t1)** (Théorème de Cauchy-Lipschitz) Soient  $I$  un intervalle de  $\mathbb{R}_+$  et  $F : I * \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  une application continue et globalement lipschitzienne au sens suivant : pour tout intervalle compact  $K \subset I$ ,  $\exists k > 0$  tel que pour tout  $t \in K$  et pour tout  $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^d$

$$\|F(X_1) - F(X_2)\| \leq k \|X_1 - X_2\|.$$

Alors  $\forall t_0 \in K$  et  $\forall X_0 \in \mathbb{R}^d$ , alors le problème (2.2) admet une unique solution  $X$  définie sur  $I$  tout entier.

Maintenant on va démontrer le théorème suivant :

**Théorème 2.2** Le problème différentiel (2.1) admet une unique solution  $(S_1(t), S_2(t), E_1(t), E_2(t), I_1(t), I_2(t), R_1(t), R_2(t))^T \in \mathbb{R}^8$  pour tout  $t \in [0, T]$

**Preuve. 1.** Pour montrer que le problème de Cauchy (2.1) admet une unique solution, il suffit de montrer que  $F$  est lipschitzienne. Soient  $K$  un compact de  $I$ ,  $t \in K$ ,  $X_1(t), X_2(t) \in \mathbb{R}^8$ , En effet :

$$\|F(X_1) - F(X_2)\| = \max \left\{ \begin{array}{l} \left| -\frac{r\beta S_1^{(1)}}{N}(rI_1^{(1)} + I_2^{(1)}) + \frac{r\beta S_1^{(2)}}{N}(rI_1^{(2)} + I_2^{(2)}) \right| \\ \left| -\frac{\beta S_2^{(1)}}{N}(rI_1^{(1)} + I_2^{(1)}) + \frac{\beta S_2^{(2)}}{N}(rI_1^{(2)} + I_2^{(2)}) \right| \\ \left| \frac{r^2\beta S_1^{(1)}}{N}I_1^{(1)} + \frac{r\beta S_1^{(1)}}{N}I_2^{(1)} - \sigma E_1^{(1)} - \left( \frac{r^2\beta S_1^{(2)}}{N}I_1^{(2)} + \frac{r\beta S_1^{(2)}}{N}I_2^{(2)} - \sigma E_1^{(2)} \right) \right| \\ \left| \frac{\beta S_2^{(1)}}{N}I_2^{(1)} + \frac{\beta r S_2^{(1)}}{N}I_1^{(1)} - \sigma E_2^{(1)} - \left( \frac{\beta S_2^{(2)}}{N}I_2^{(2)} + \frac{\beta r S_2^{(2)}}{N}I_1^{(2)} - \sigma E_2^{(2)} \right) \right| \\ \left| \sigma E_1^{(1)} - \gamma I_1^{(1)} - \left( \sigma E_1^{(2)} - \gamma I_1^{(2)} \right) \right| \\ \left| \sigma E_2^{(1)} - \gamma I_2^{(1)} - \left( \sigma E_2^{(2)} - \gamma I_2^{(2)} \right) \right| \\ \left| \gamma I_1^{(1)} - \gamma I_1^{(2)} \right| \\ \left| \gamma I_2^{(1)} - \gamma I_2^{(2)} \right| \end{array} \right.$$

$$\leq \max \left\{ \begin{array}{l} \left| -\frac{r\beta S_1^{(1)}}{N} (rI_1^{(1)} + I_2^{(1)}) \right| + \left| \frac{r\beta S_1^{(2)}}{N} (rI_1^{(2)} + I_2^{(2)}) \right| \\ \left| -\frac{\beta S_2^{(1)}}{N} (rI_1^{(1)} + I_2^{(1)}) \right| + \left| \frac{\beta S_2^{(2)}}{N} (rI_1^{(2)} + I_2^{(2)}) \right| \\ \left| \frac{r^2\beta S_1^{(1)}}{N} I_1^{(1)} - \frac{r^2\beta S_1^{(2)}}{N} I_1^{(2)} \right| + \left| \frac{r\beta S_1^{(1)}}{N} I_2^{(1)} - \frac{r\beta S_1^{(2)}}{N} I_2^{(2)} \right| + \left| \sigma E_1^{(2)} - \sigma E_1^{(1)} \right| \\ \left| \frac{\beta S_2^{(1)}}{N} I_2^{(1)} - \frac{\beta S_2^{(2)}}{N} I_2^{(2)} \right| + \left| \frac{\beta r S_2^{(1)}}{N} I_1^{(1)} - \frac{\beta r S_2^{(2)}}{N} I_1^{(2)} \right| + \left| \sigma E_2^{(2)} - \sigma E_2^{(1)} \right| \\ \left| \sigma E_1^{(1)} - \sigma E_1^{(2)} \right| + \left| \gamma I_1^{(2)} - \gamma I_1^{(1)} \right| \\ \left| \sigma E_2^{(1)} - \sigma E_2^{(2)} \right| + \left| \gamma I_2^{(2)} - \gamma I_2^{(1)} \right| \\ \left| \gamma I_1^{(1)} - \gamma I_1^{(2)} \right| \\ \left| \gamma I_2^{(1)} - \gamma I_2^{(2)} \right| \end{array} \right.$$

Montrons que  $f_1$  est globalement lipshitzienne :

Soient  $K$  un compact de  $I$ ,  $t \in K$ ,  $X_1(t), X_2(t) \in \mathbb{R}^8$ , on a

$$\begin{aligned} |f_1(X_1(t)) - f_1(X_2(t))| &= \left| -\frac{r\beta}{N} [S_1^{(1)} (rI_1^{(1)} + I_2^{(1)})] + \frac{r\beta}{N} [S_1^{(2)} (rI_1^{(2)} + I_2^{(2)})] \right| \\ &= \left| \frac{r\beta}{N} [-rS_1^{(1)}I_1^{(1)} - S_1^{(1)}I_2^{(1)} + rS_1^{(2)}I_1^{(2)} + S_1^{(2)}I_2^{(2)}] \right| \\ &\leq \frac{r\beta}{N} \left[ |r(S_1^{(2)}I_1^{(2)} - S_1^{(1)}I_1^{(1)})| + |S_1^{(2)}I_2^{(2)} - S_1^{(1)}I_2^{(1)}| \right] \end{aligned}$$

En rajoutant et retranchant les termes  $S_1^{(1)}I_1^{(2)}$  et  $S_1^{(2)}I_2^{(1)}$ , on trouve

$$\begin{aligned} &|f_1(X_1(t)) - f_1(X_2(t))| \\ &\leq \frac{r\beta}{N} \left[ |r(S_1^{(2)}I_1^{(2)} - S_1^{(1)}I_1^{(2)} + S_1^{(1)}I_1^{(2)} - S_1^{(1)}I_1^{(1)})| + |S_1^{(2)}I_2^{(2)} - S_1^{(1)}I_2^{(1)} + S_1^{(2)}I_2^{(1)} - S_1^{(2)}I_2^{(1)}| \right] \\ &\leq \frac{r\beta}{N} \left[ |r((S_1^{(2)} - S_1^{(1)})I_1^{(2)} + (I_1^{(2)} - I_1^{(1)})S_1^{(1)})| + |(S_1^{(2)} - S_1^{(1)})I_2^{(1)} + S_1^{(2)}(I_2^{(2)} - I_2^{(1)})| \right] \\ &\leq \frac{r^2\beta}{N} |(S_1^{(2)} - S_1^{(1)})I_1^{(2)}| + \frac{r^2\beta}{N} |(I_1^{(2)} - I_1^{(1)})S_1^{(1)}| + \frac{r\beta}{N} |(S_1^{(2)} - S_1^{(1)})I_2^{(1)}| + \frac{r\beta}{N} |S_1^{(2)}(I_2^{(2)} - I_2^{(1)})| \end{aligned}$$

comme  $\frac{S_1^{(2)}}{N}, \frac{S_1^{(1)}}{N}, \frac{I_2^{(1)}}{N}, \frac{I_1^{(2)}}{N} \leq 1$ , alors :

$$|f_1(X_1(t)) - f_1(X_2(t))| \leq r^2\beta |S_1^{(2)} - S_1^{(1)}| + r^2\beta |I_1^{(2)} - I_1^{(1)}| + r\beta |S_1^{(2)} - S_1^{(1)}| + r\beta |I_2^{(2)} - I_2^{(1)}|$$

En utilisant le fait que

$$|X_1^{(i)}(t) - X_2^{(i)}(t)| \leq \|X_1(t) - X_2(t)\| \text{ pour } i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \text{ et } 8$$

on obtient :

$$|f_1(X_1(t)) - f_1(X_2(t))| \leq k_1 \|X_1(t) - X_2(t)\|$$

avec

$$k_1 = 2r\beta(r+1) > 0.$$

Alors  $f_1$  est globalement lipshitzienne.

Montrons que  $f_2$  est globalement lipshitzienne :



On a

$$\begin{aligned}
|f_2(X_1(t)) - f_2(X_2(t))| &= \left| -\frac{\beta S_2^{(1)}}{N} (rI_1^{(1)} + I_2^{(1)}) + \frac{\beta S_2^{(2)}}{N} (rI_1^{(2)} + I_2^{(2)}) \right| \\
&= \left| \frac{r\beta}{N} S_2^{(2)} I_1^{(2)} - \frac{r\beta}{N} S_2^{(1)} I_1^{(1)} + \frac{\beta}{N} S_2^{(2)} I_2^{(2)} - \frac{\beta}{N} S_2^{(1)} I_2^{(1)} \right| \\
&\leq \frac{\beta}{N} \left[ \left| r \left( S_2^{(2)} I_1^{(2)} - S_2^{(1)} I_1^{(1)} \right) \right| + \left| S_2^{(2)} I_2^{(2)} - S_2^{(1)} I_2^{(1)} \right| \right]
\end{aligned}$$

En rajoutant et retranchant les termes  $S_2^{(2)} I_1^{(1)}$  et  $S_2^{(2)} I_2^{(1)}$ , on a

$$\begin{aligned}
&|f_2(X_1(t)) - f_2(X_2(t))| \\
&\leq \frac{\beta}{N} \left[ \left| r \left( S_2^{(2)} I_1^{(2)} - S_2^{(1)} I_1^{(1)} + S_2^{(2)} I_1^{(1)} - S_2^{(2)} I_1^{(1)} \right) \right| + \left| S_2^{(2)} I_2^{(2)} - S_2^{(1)} I_2^{(1)} + S_2^{(2)} I_2^{(1)} - S_2^{(2)} I_2^{(1)} \right| \right] \\
&\leq \frac{\beta}{N} \left[ \left| r \left( S_2^{(2)} - S_2^{(1)} \right) I_1^{(1)} + r \left( I_1^{(2)} - I_1^{(1)} \right) S_2^{(2)} \right| + \left| S_2^{(2)} \left( I_1^{(2)} - I_1^{(1)} \right) + I_2^{(1)} \left( S_2^{(2)} - S_2^{(1)} \right) \right| \right] \\
&\leq \frac{r\beta}{N} \left| \left( S_2^{(2)} - S_2^{(1)} \right) I_1^{(1)} \right| + \frac{r\beta}{N} \left| \left( I_1^{(2)} - I_1^{(1)} \right) S_2^{(2)} \right| + \frac{\beta}{N} \left| S_2^{(2)} \left( I_1^{(2)} - I_1^{(1)} \right) \right| + \frac{\beta}{N} \left| I_2^{(1)} \left( S_2^{(2)} - S_2^{(1)} \right) \right|
\end{aligned}$$

comme  $\frac{S_2^{(2)}}{N}, \frac{I_1^{(1)}}{N}, \frac{I_1^{(1)}}{N} \leq 1$ .

Alors :

$$|f_2(X_1(t)) - f_2(X_2(t))| \leq r\beta \left| S_2^{(2)} - S_2^{(1)} \right| + r\beta \left| I_1^{(2)} - I_1^{(1)} \right| + \beta \left| I_1^{(2)} - I_1^{(1)} \right| + \beta \left| S_2^{(2)} - S_2^{(1)} \right|$$

En utilisant le fait que

$$\left| X_1^{(i)}(t) - X_2^{(i)}(t) \right| \leq \| X_1(t) - X_2(t) \| \text{ pour } i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \text{ et } 8$$

on obtient :

$$|f_2(X_1(t)) - f_2(X_2(t))| \leq k_2 \| X_1(t) - X_2(t) \parallel$$

avec

$$k_2 = 2\beta(r + 1) > 0$$

Alors  $f_2$  est globalement lipshitzienne.

Montrons que  $f_3$  est globalement lipshitzienne :

On a

$$\begin{aligned}
|f_3(X_1(t)) - f_3(X_2(t))| &= \left| \frac{r^2\beta S_1^{(1)}}{N} I_1^{(1)} + \frac{r\beta S_1^{(1)}}{N} I_2^{(1)} - \sigma E_1^{(1)} - \left( \frac{r^2\beta S_1^{(2)}}{N} I_1^{(2)} + \frac{r\beta S_1^{(2)}}{N} I_2^{(2)} - \sigma E_1^{(2)} \right) \right| \\
&= \left| \frac{r^2\beta}{N} \left( S_1^{(1)} I_1^{(1)} - S_1^{(2)} I_1^{(2)} \right) + \frac{r\beta}{N} \left( S_1^{(1)} I_2^{(1)} - S_1^{(2)} I_2^{(2)} \right) + \sigma \left( E_1^{(2)} - E_1^{(1)} \right) \right|
\end{aligned}$$

En rajoutant et retranchant les termes  $S_1^{(1)} I_1^{(2)}$  et  $S_1^{(2)} I_2^{(1)}$ , on obtient

$$\begin{aligned}
&|f_3(X_1(t)) - f_3(X_2(t))| \\
&\leq \frac{r^2\beta}{N} \left| S_1^{(1)} I_1^{(1)} - S_1^{(1)} I_1^{(2)} + S_1^{(1)} I_1^{(2)} - S_1^{(2)} I_1^{(2)} \right| + \frac{r\beta}{N} \left| S_1^{(1)} I_2^{(1)} - S_1^{(2)} I_2^{(1)} + S_1^{(2)} I_2^{(1)} - S_1^{(2)} I_2^{(2)} \right| \\
&\quad + \sigma \left| E_1^{(2)} - E_1^{(1)} \right| \\
&\leq \frac{r^2\beta}{N} \left| S_1^{(1)} \left( I_1^{(1)} - I_1^{(2)} \right) \right| + \frac{r^2\beta}{N} \left| I_1^{(2)} \left( S_1^{(1)} - S_1^{(2)} \right) \right| + \frac{r\beta}{N} \left| I_2^{(1)} \left( S_1^{(1)} - S_1^{(2)} \right) \right| \\
&\quad + \frac{r\beta}{N} \left| S_1^{(2)} \left( I_2^{(2)} - I_2^{(1)} \right) \right| + \sigma \left| E_1^{(2)} - E_1^{(1)} \right|
\end{aligned}$$

comme  $\frac{S_1^{(2)}}{N}, \frac{I_2^{(1)}}{N}, \frac{I_1^{(2)}}{N}, \frac{S_1^{(1)}}{N} \leq 1$ .

Alors :

$$|f_3(X_1(t)) - f_3(X_2(t))| \leq r^2\beta \left| I_1^{(1)} - I_1^{(2)} \right| + r^2\beta \left| S_1^{(1)} - S_1^{(2)} \right| + r\beta \left| S_1^{(1)} - S_1^{(2)} \right| + r\beta \left| I_2^{(2)} - I_2^{(1)} \right| + \sigma \left| E_1^{(2)} - E_1^{(1)} \right|$$

En utilisant le fait que

$$\left| X_1^{(i)}(t) - X_2^{(i)}(t) \right| \leq \|X_1(t) - X_2(t)\| \text{ pour } i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \text{ et } 8$$

on obtient :

$$|f_3(X_1(t)) - f_3(X_2(t))| \leq k_3 \|X_1(t) - X_2(t)\|$$

avec

$$k_3 = 2r\beta(r+1) + \sigma > 0$$

Alors  $f_3$  est globalement lipshitzienne.

Montrons que  $f_4$  est globalement lipshitzienne :

$$\begin{aligned} |f_4(X_1(t)) - f_4(X_2(t))| &= \left| \frac{\beta S_2^{(1)}}{N} I_2^{(1)} + \frac{\beta r S_2^{(1)}}{N} I_1^{(1)} - \sigma E_2^{(1)} - \left( \frac{\beta S_2^{(2)}}{N} I_2^{(2)} + \frac{\beta r S_2^{(2)}}{N} I_1^{(2)} - \sigma E_2^{(2)} \right) \right| \\ &= \left| \frac{\beta}{N} \left( S_2^{(1)} I_2^{(1)} - S_2^{(2)} I_2^{(2)} \right) + \frac{r\beta}{N} \left( S_2^{(1)} I_1^{(1)} - S_2^{(2)} I_1^{(2)} \right) + \sigma \left( E_2^{(2)} - E_2^{(1)} \right) \right| \end{aligned}$$

En rajoutant et retranchant les termes  $S_2^{(1)} I_2^{(2)}$  et  $S_2^{(1)} I_1^{(2)}$ , on a

$$\begin{aligned} &|f_4(X_1(t)) - f_4(X_2(t))| \\ &\leq \frac{\beta}{N} \left| S_2^{(1)} I_2^{(1)} - S_2^{(2)} I_2^{(2)} + S_2^{(1)} I_2^{(2)} - S_2^{(1)} I_2^{(2)} \right| + \frac{r\beta}{N} \left| S_2^{(1)} I_1^{(1)} - S_2^{(2)} I_1^{(2)} + S_2^{(1)} I_1^{(2)} - S_2^{(1)} I_1^{(2)} \right| \\ &\quad + \sigma \left| E_2^{(2)} - E_2^{(1)} \right| \\ &\leq \frac{\beta}{N} \left| S_2^{(1)} \left( I_2^{(1)} - I_2^{(2)} \right) + I_2^{(2)} \left( S_2^{(1)} - S_2^{(2)} \right) \right| + \frac{r\beta}{N} \left| I_1^{(2)} \left( S_2^{(1)} - S_2^{(2)} \right) + S_2^{(1)} \left( I_1^{(1)} - I_1^{(2)} \right) \right| \\ &\quad + \sigma \left| E_2^{(2)} - E_2^{(1)} \right| \\ &\leq \frac{\beta}{N} \left| S_2^{(1)} \left( I_2^{(1)} - I_2^{(2)} \right) \right| + \frac{\beta}{N} \left| I_2^{(2)} \left( S_2^{(1)} - S_2^{(2)} \right) \right| + \frac{r\beta}{N} \left| I_1^{(2)} \left( S_2^{(1)} - S_2^{(2)} \right) \right| \\ &\quad + \frac{r\beta}{N} \left| S_2^{(1)} \left( I_1^{(1)} - I_1^{(2)} \right) \right| + \sigma \left| E_2^{(2)} - E_2^{(1)} \right| \end{aligned}$$

comme  $\frac{I_1^{(2)}}{N}, \frac{I_2^{(2)}}{N}, \frac{S_2^{(1)}}{N} \leq 1$ , alors :

$$|f_4(X_1(t)) - f_4(X_2(t))| \leq \beta \left| I_2^{(1)} - I_2^{(2)} \right| + \beta \left| S_2^{(1)} - S_2^{(2)} \right| + r\beta \left| S_2^{(1)} - S_2^{(2)} \right| + r\beta \left| I_1^{(1)} - I_1^{(2)} \right| + \sigma \left| E_2^{(2)} - E_2^{(1)} \right|$$

En utilisant le fait que

$$\left| X_1^{(i)}(t) - X_2^{(i)}(t) \right| \leq \|X_1(t) - X_2(t)\| \text{ pour } i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \text{ et } 8$$

on obtient :

$$|f_4(X_1(t)) - f_4(X_2(t))| \leq k_4 \|X_1(t) - X_2(t)\|$$

avec

$$k_4 = 2\beta(1+r) + \sigma > 0.$$

Alors  $f_4$  est globalement lipshitzienne.

Montrons que  $f_5$  est globalement lipshitzienne :

$$\begin{aligned} |f_5(X_1(t)) - f_5(X_2(t))| &= \left| \sigma E_1^{(1)} - \gamma I_1^{(1)} - \left( \sigma E_1^{(2)} - \gamma I_1^{(2)} \right) \right| \\ &\leq \sigma \left| E_1^{(1)} - E_1^{(2)} \right| + \gamma \left| I_1^{(2)} - I_1^{(1)} \right| \\ &\leq k_5 \|X_1(t) - X_2(t)\| \end{aligned}$$

avec

$$k_5 = \sigma + \gamma > 0$$

Alors  $f_5$  est globalement lipshitzienne.

Montrons que  $f_6$  est globalement lipshitzienne :

$$\begin{aligned} |f_6(X_1(t)) - f_6(X_2(t))| &= \left| \sigma E_2^{(1)} - \gamma I_2^{(1)} - \left( \sigma E_2^{(2)} - \gamma I_2^{(2)} \right) \right| \\ &\leq \sigma \left| E_2^{(1)} - E_2^{(2)} \right| + \gamma \left| I_2^{(2)} - I_2^{(1)} \right| \\ &\leq k_6 \|X_1(t) - X_2(t)\| \end{aligned}$$

avec

$$k_6 = \sigma + \gamma > 0.$$

Alors  $f_6$  est globalement lipshitzienne.

Montrons que  $f_7$  est globalement lipshitzienne :

$$\begin{aligned} |f_7(X_1(t)) - f_7(X_2(t))| &= \left| \gamma I_1^{(1)} - \gamma I_1^{(2)} \right| \\ &\leq \gamma \left| I_1^{(1)} - I_1^{(2)} \right| \\ &\leq k_7 \|X_1(t) - X_2(t)\| \end{aligned}$$

avec

$$k_7 = \gamma > 0.$$

Alors  $f_7$  est globalement lipshitzienne.

Montrons que  $f_8$  est globalement lipshitzienne :

$$\begin{aligned} |f_8(X_1(t)) - f_8(X_2(t))| &= \left| \gamma I_2^{(1)} - \gamma I_2^{(2)} \right| \\ &\leq \gamma \left| I_2^{(1)} - I_2^{(2)} \right| \\ &\leq k_8 \|X_1(t) - X_2(t)\| \end{aligned}$$

avec

$$k_8 = \gamma > 0.$$

Alors  $f_8$  est globalement lipshitzienne.

Comme les  $f_i$   $i = 1 : 8$  sont globalement lipshitziennes, alors

$$\begin{aligned} \|F(X_1) - F(X_2)\| &= \|F(S_1^{(1)}(t), S_2^{(1)}(t), E_1^{(1)}(t), E_2^{(1)}(t), I_1^{(1)}(t), I_2^{(1)}(t), R_1^{(1)}(t), R_2^{(1)}(t)) \\ &\quad - F(S_1^{(2)}(t), S_2^{(2)}(t), E_1^{(2)}(t), E_2^{(2)}(t), I_1^{(2)}(t), I_2^{(2)}(t), R_1^{(2)}(t), R_2^{(2)}(t))\| \\ &\leq k \|X_1 - X_2\| \end{aligned}$$

où

$$k = \max(2r\beta(r+1), 2\beta(r+1), 2r\beta(r+1) + \sigma, 2\beta(1+r) + \sigma, \sigma + \gamma, \sigma + \gamma, \gamma, \gamma)$$

d'où,  $F$  est globalement lipshitzienne.

**2. Montrons que  $F$  est continue : ■**

**Théorème 2.3** (*Application lipschitzienne*) Soit  $F$  est une fonction lipschitzienne sur  $\Omega$ , alors  $F$  est uniformément continue sur  $\Omega$ .

Comme  $F$  est globalement lipschitzienne et d'après le théorème (2.3),  $F$  est continue. Donc, d'après le théorème de Cauchy-Lipschitz le problème (3.1) admet une unique solution  $X(t)$  continue sur  $I$ .

**Remarque 2.1** *On peut pas calculer les points d'équilibre car on a travailler dans une collection limitée c'est à dire dans une courte période.*

# Chapitre 3

## Résultats Numérique

Dans ce chapitre, on présente quelques résultats numériques du modèle en utilisant le logiciel matlab, en calculant le taux de reproduction de base  $R_0$  et l'indice de sensibilité dans le but de trouver le pourcentage critique de la population qui devrait porter des masques faciaux afin d'éviter l'apparition du covid-19 en Algérie.

### 1 Le taux de reproduction de base $R_0$ et quelques conséquences

Le nombre de reproduction de base  $R_0$  est un concept clé en épidémiologie et sans conteste une des idées importantes que les mathématiques ont apporté à la théorie des épidémies. Ce concept est utilisé en écologie, démographie et en épidémiologie.

**Définition 3.1** *"nombre moyen attendu de nouveaux cas d'infection, engendrés par un individu infectieux moyen dans une population entièrement constituée des susceptibles".*

1. Si  $R_0 < 1$ , alors un individu infecté produit, en moyenne, moins d'une nouvelle infection au cours de sa période d'infectiosité, et l'infection peut s'éteindre (elle ne peut pas se développer).
2. Par contre, si  $R_0 > 1$ , chaque individu infecté produit, en moyenne, plus d'une nouvelle infection, et la maladie peut envahir la population.

Dans le cas d'un seul compartiment infecté,  $R_0$  est simplement le rapport du taux d'infection et de la durée moyenne de l'infection.

Pour pouvoir calculer le  $R_0$  du modèle étudié, on a recours à deux matrices  $F$ ,  $V$ , où la matrice  $F$  représente l'apparition des nouveaux infectés c'est à dire ce qui provient des autres compartiments et qui entre dans le compartiment des infectés suite à une infection.

Tout d'abord, rappelons le modèle que l'on souhaite simuler

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_1}{dt}(t) = -\frac{r\beta S_1(t)}{N}(rI_1 + I_2)(t) \\ \frac{dS_2}{dt}(t) = -\frac{\beta S_2(t)}{N}(rI_1 + I_2)(t) \\ \frac{dE_1}{dt}(t) = \frac{r\beta S_1(t)}{N}(rI_1 + I_2)(t) - \sigma E_1(t) \\ \frac{dE_2}{dt}(t) = \frac{\beta S_2(t)}{N}(rI_1 + I_2)(t) - \sigma E_2(t) \\ \frac{dI_1}{dt}(t) = \sigma E_1(t) - \gamma I_1(t) \\ \frac{dI_2}{dt}(t) = \sigma E_2(t) - \gamma I_2(t) \\ \frac{dR_1}{dt}(t) = \gamma I_1(t) \\ \frac{dR_2}{dt}(t) = \gamma I_2(t). \end{array} \right. \quad (3.1)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{r^2\beta S_1}{N} & \frac{r\beta S_1}{N} \\ 0 & 0 & \frac{r\beta S_2}{N} & \frac{\beta S_2}{N} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Puisque

$$S_1 = pN \text{ et } S_2 = (1-p)N,$$

on trouve

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r^2\beta p & r\beta p \\ 0 & 0 & r\beta(1-p) & \beta(1-p) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

La matrice V représente tous ceux qui quittent les compartiments des infectés et ceux qui y viennent pour toute autre cause.

$$V = - \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 & 0 \\ -\sigma & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & -\sigma & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

son inverse est donné par

$$V^{-1} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\gamma} & 0 & \frac{1}{\gamma} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma} & 0 & \frac{1}{\gamma} \end{bmatrix}.$$

La matrice de la next génération ( $-FV^{-1}$ ) est donné par

$$-FV^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r^2\beta p & r\beta p \\ 0 & 0 & r\beta(1-p) & \beta(1-p) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\gamma} & 0 & \frac{1}{\sigma} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma} & 0 & \frac{1}{\gamma} \end{bmatrix},$$

donc

$$-FV^{-1} = \begin{bmatrix} pr^2\frac{\beta}{\gamma} & pr\frac{\beta}{\gamma} & pr^2\frac{\beta}{\gamma} & pr\frac{\beta}{\gamma} \\ r\frac{\beta}{\gamma}(1-p) & \frac{\beta}{\gamma}(1-p) & r\frac{\beta}{\gamma}(1-p) & \frac{\beta}{\gamma}(1-p) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Les valeurs propres de cette matrice sont

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = \frac{\beta}{\gamma}(1 + p(r^2 - 1)). \end{cases}$$

Alors

$$R_0 = \rho(-FV^{-1}) = \frac{\beta}{\gamma}(1 + p(r^2 - 1))$$

$$R_0 = R_0(1 + p(r^2 - 1)), \quad (3.2)$$

où

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma}, \quad (3.3)$$

est le taux de reproduction de base du modèle standard SEIR

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N} \\ \frac{dE}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \sigma E \\ \frac{dI}{dt} = \sigma E - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I. \end{cases} \quad (3.4)$$

Notez que (3.1) se réduit à (3.4) si l'une des deux conditions suivantes est vérifiée

$$\begin{cases} p = 0 \text{ c'est à dire que personne ne porte le masque} \\ r = 1 \text{ c'est à dire que les masques n'offrent aucune protection contre la Covid-19.} \end{cases}$$

On cherche maintenant des conditions sur  $(r, p)$  qui doivent être satisfaites pour que ce point se situe dans la région de  $R_0 < 1$  en utilisant les valeurs numériques du tableau (3.1).

La figure (3.1) montre que pour  $r \in [0, 1]$ ,  $R_0$  est une fonction décroissante de  $p$ .

Paramètres	valeurs	signification biologique	Références
$\beta$	0.89	Le taux de transmission de la maladie.	[30]
$\sigma$	0.2	Le taux d'infection.	Estimé
$\gamma$	0.1	Le taux de guérison.	[30]
$r$	0.2	Le terme multiplicatif	[30]
N	43851044	La population algérienne totale	

TABLEAU 3.1 – Description des paramètres et des variables du modèle [30].

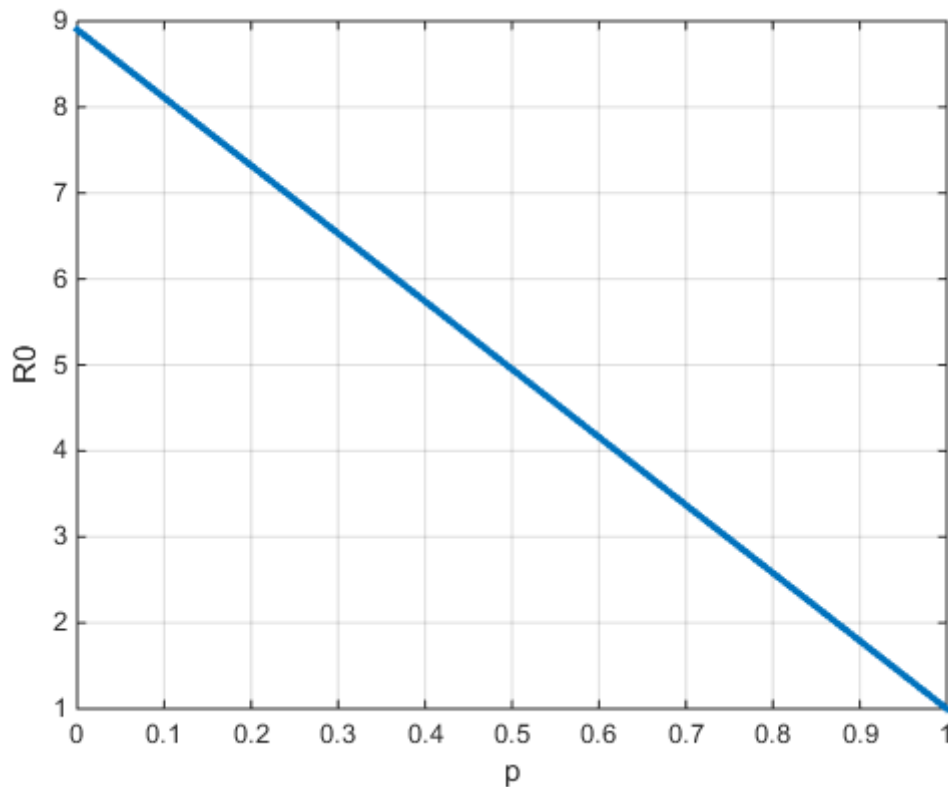


FIGURE 3.1 – Le trace de  $R_0$  en fonction de  $p$ .

D'après (3.2), pour  $p = 0$ , on a

$$R_0 = R_0,$$

et pour  $p = 1$ , on trouve

$$R_0 = R_1,$$

où

$$R_1 = R_0 \cdot r^2.$$

On suppose que  $R_0 > 1$ . Ensuite, il ressort clairement de la figure (3.1) que l'on peut trouver des valeurs de  $p$  telles que  $R_0 < 1$  si et seulement si  $R_1 < 1$ , c'est-à-dire si et seulement si

$$r < \frac{1}{\sqrt{R_0}}. \quad (3.5)$$

De plus, il existe une valeur critique  $p^*$  telle que

$$R_0(p^*) = 1,$$



donc

$$R_0(p) < 1,$$

si et seulement si

$$p > p^*.$$

En résolvant  $R_0 = 1$  dans (3.2), on trouve

$$R_0(p^*) = R_0(1 + p^*(r^2 - 1)) = 1,$$

d'où

$$p^* = \frac{1}{(r^2 - 1)} \left( \frac{1}{R_0} - 1 \right), \quad (3.6)$$

$p^*$  : est la valeur qui correspond au pourcentage critique de la population qui devrait porter des masques afin d'éviter le démarrage du Covid-19.

Dans le cas extrême de  $r = 0$  c'est à dire que les masques sont idéaux et évitent la contamination pour les utilisateurs, ce qui revient à immuniser la population. Donc l'équation (3.6) devient

$$p^* = 1 - \frac{1}{R_0}, \quad (3.7)$$

qui se coïncide avec le seuil habituel de l'immunité collective.

## 2 L'effet du port du masque facial sur la propagation du Covid-19

Dans cette partie, on simule numériquement le modèle mathématique adapté au cas d'Algérie afin de mieux comprendre le rôle du port d'un masque facial dans toute la communauté pour le contrôle de la maladie à coronavirus 2019 (Covid-19) due au SRAS-CoV-2.

On calcul  $p^*$  et  $r$ , qui représentent respectivement le pourcentage critique de la population algérienne qui devrait porter des masques afin d'éviter l'apparition de l'épidémie et la réduction du taux de transmission due au port d'un masque chez un contact susceptible-infecté.

Selon les paramètres mentionnés dans le tableau (3.1) et d'après la formule (3.2), le taux de reproduction de base est donné par,

Pays	$R_0$
Algérie	8.9

 (3.8)

Lorsque les deux individus portent des masques lors d'un contact susceptible-infecté et à partir de (3.7), il y aura une réduction moyenne de 88.76% de la transmission, car

$$p^* = 1 - \frac{1}{8.9} = 0.8876,$$

et

$$r^2 = 1 - 0.8876 = 0.1124,$$

alors

$$r = 0.3352.$$

Ensuite, le résultat d'une personne portant un masque lorsque deux individus se rencontrent est une diminution d'environ 66.48% du coefficient de transmission, car

$$p^* = 1 - 0.3352 = 0.6648.$$

Réécrivant (3.5), on voyons que l'épidémie peut être évitée par une utilisation généralisée des masques est

$$R_0 < \frac{1}{r^2} \approx 8.8968.$$

D'autre part, le tableau (3.8) indique que la Covid-19 n'aurait pas pu être évitée en Algérie par l'utilisation généralisée du masque uniquement, mais le nombre de reproduction de base pourrait être abaissé de  $R_0 = 8.8968$  à  $R_1 = 1.00000032$ , donc une autre combinaison avec des mesures de contrôle telles que la distanciation sociale, les quarantaines et le suivi des infectés pourrait être en mesure de prévenir l'épidémie. Cela pourrait également être fait en améliorant la protection moyenne du masque.

## 2.1 L'indice de sensibilité

L'indice de sensibilité à terme normalisé de  $R_0$  par rapport à  $p$  est donnée par

$$\gamma_p^{R_0} = \frac{\partial R_0}{\partial p} \frac{p}{R_0}. \quad (3.9)$$

Ce nombre indique la variation en pourcentage de  $R_0$  pour une variation en pourcentage donnée de  $p$ . A partir de (3.2-3.9), on a

$$\gamma_p^{R_0} = -\frac{p(1-r^2)}{1-p(1-r^2)}.$$

La figure (3.2) schématise l'indice  $\gamma_p^{R_0}$  en fonction de  $p$ . Elle montre que  $R_0$  devient très sensible à  $p$  pour des valeurs plus élevées de ce paramètre, donc même si la plupart d'une communauté est déjà devenue adepte du port de masques, de petites augmentations dans  $p$  pourrait encore contribuer grandement à la lutte contre l'épidémie.

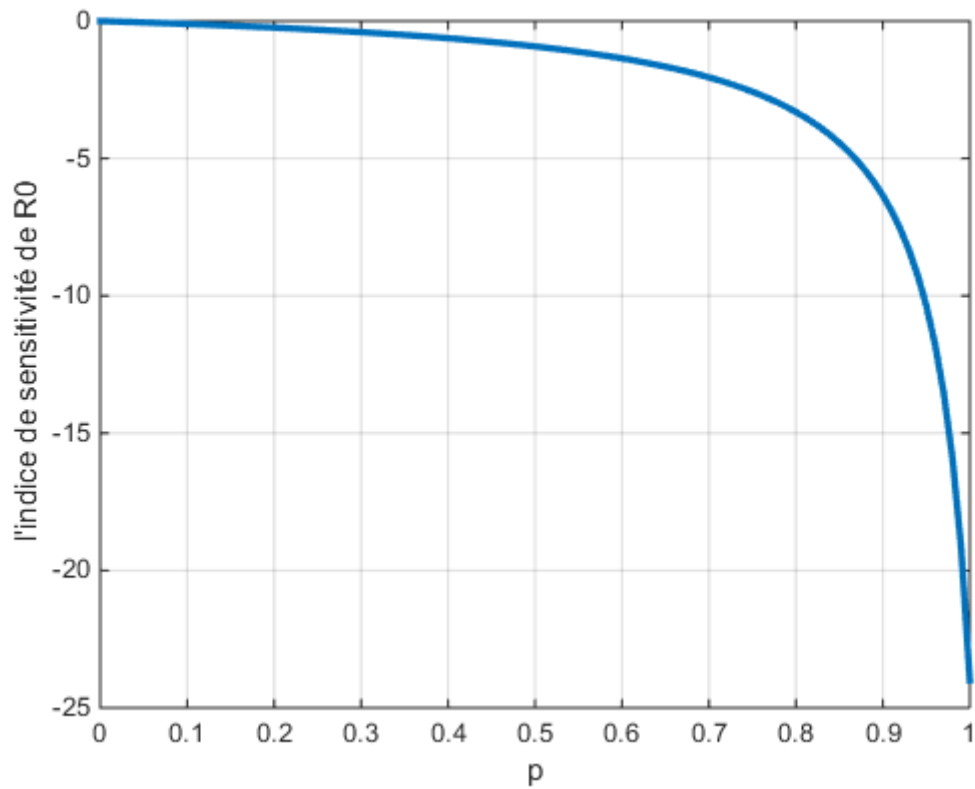


FIGURE 3.2 – Graphique de  $\mathcal{I}_p^{R_0}$  en fonction de  $p$ .

Maintenant, on va faire une comparaison des nombres des personnes infectées causés par la Covid-19,

$$I_1(t) + I_2(t),$$

en utilisant les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} S_1(0) = pN, S_2(0) = (1 - p)N, \\ E_1(0) = 10, E_2 = 0 \\ I_1 = 10, I_2 = 0 \\ R_1 = 0, R_2 = 0 \\ N = 43851044. \end{cases}$$

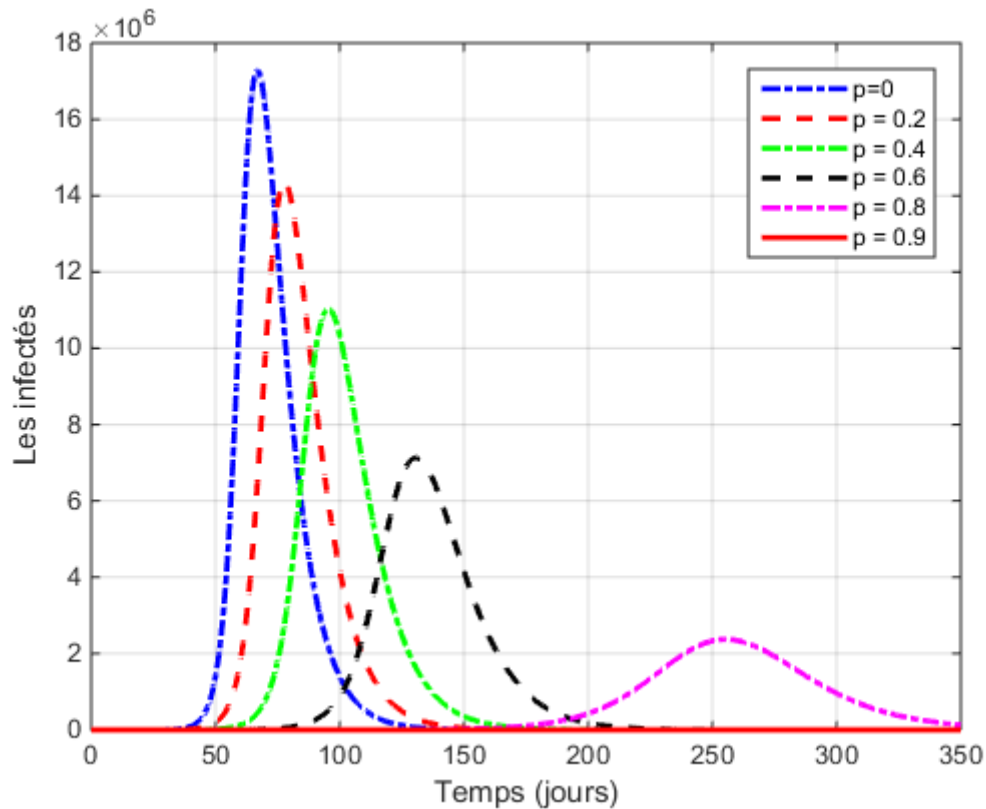


FIGURE 3.3 – Tracés des courbes des infectées pour différentes valeurs de  $p$ .

La figure (3.3) illustre que sur une période d'un an, l'effet de variations de  $p$  sur l'évolution des infectés, tel que pour  $p = 0$  (aucun individu port le masque), on remarque une augmentation des infectés causés par la Covid-19, cela indique la propagation rapide du virus, par contre quand  $p$  se rapproche de 1 le nombre des infectés diminue jusqu'à ce qu'il n'y ait pas, c'est-à-dire que la maladie est essentiellement contrôlée.

Les mesures simples comme le port de masques peuvent s'avérer très efficaces pour contrôler, voire prévenir, de futures épidémies.

# Conclusion

La pandémie de la maladie à coronavirus 2019 (COVID-19) a créé une crise mondiale. Des stratégies efficaces pour contenir cette pandémie sont obligatoires pour soulager la santé publique et l'économie mondiale affectées négativement, avec toute la portée encore à révéler. En l'absence de médicaments hautement efficaces, de vaccins et de ressources médicales abondantes, de nombreuses mesures sont utilisées pour gérer le taux d'infection et éviter de diminuer les ressources hospitalières limitées. Le port de masques fait partie des mesures d'intervention non pharmaceutique qui pourraient être mises en œuvre efficacement à un coût minimal et sans perturber considérablement les pratiques sociales. Les directives sur le port de masque varient considérablement d'un pays à l'autre.

L'objectif principal de ce travail est d'envisager l'utilisation généralisée des masques faciaux comme stratégie de contrôle non pharmaceutique de la pandémie de Covid-19 en Algérie.

Les résultats impliquent que l'épidémie du Covid-19 n'aurait pas pu être évitée en Algérie par l'utilisation des masques faciaux uniquement, nous avons noté que le nombre de reproduction de base aurait pu être réduit de 8.89 à 1,00036, donc d'autres mesures de contrôle telles que la distanciation sociale, les quarantaines ou même l'amélioration de la qualité moyenne du masque pourraient aider pousser ce nombre en dessous de 1. De plus, des simulations numériques ont montré que la diminution de la courbe des infections est obtenu lorsque  $p$  se rapproche de 1. Ainsi, des mesures simples comme le port de masques peuvent s'avérer très efficaces pour contrôler, voire prévenir, de futures épidémies.

Et comme principales perspectives de recherche :

- On souhaite valider le modèle étudié.
- On pense à faire une étude sur l'impact du traitements médicaux, l'isolement, ou même l'amélioration de la qualité du masque pourraient aider à éliminer l'épidémie

# Bibliographie

- [1] Allard, Antoine. "Modélisation mathématique en épidémiologie par réseaux de contacts." Introduction de l'hétérogénéité dans la transmissibilité, Mémoire de Maîtrise en Physique, Faculté des sciences et de Génie université 4
- [2] Valleron, Alain-Jacques. "Les rôles de la modélisation en épidémiologie." Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series III-Sciences de la Vie 323.5 (2000) : 429-433. 4
- [3] Kaci, Said. "L'effet de la pandémie de covid-19 sur l'activité économique en Algérie." les cahiers du cread 36.3 (2020) : 107-130. 6
- [4] Lounis, M. "Epidemiology of coronavirus disease 2020 (COVID-19) in Algeria." New Microbes and New Infections 39 (2021) : 100822.
- [5] Hamidouche, Mohamed. "COVID-19 outbreak in Algeria : A mathematical model to predict the incidence." medRxiv (2020). 6
- [6] Sodqi, Mustapha. "Vaccination contre la COVID-19 : un énorme défi." Revue Marocaine de Santé Publique 8.12 (2021). 8
- [7] Lapierre, Alexandra, et al. "La maladie à coronavirus (COVID-19) : portrait des connaissances actuelles." Soins d'Urgence 1.1 (2020) : 13-8. 8
- [8] Amir, Imane Jamai, and Zina Lebar. "Covid-19 : virologie, épidémiologie et diagnostic biologique." Option/Bio 31.619 (2020) : 15. 9
- [9] Backer, Jantien A., Don Klinkenberg, and Jacco Wallinga. "Incubation period of 2019 novel coronavirus (2019-nCoV) infections among travellers from Wuhan, China, 20–28 January 2020." Eurosurveillance 25.5 (2020) : 2000062. 9
- [10] C. N. Ngonghala, E. Iboi, S. Eikenberry, M. Scotch, C. R. MacIntyre, M. H. Bonds, A. B. Gumel, Mathematical assessment of the impact of non-pharmaceutical interventions on curtailing the 2019 novel coronavirus, Mathematical Biosciences (2020) 108364.5
- [11] S. E. Eikenberry, M. Mancuso, E. Iboi, T. Phan, K. Eikenberry, Y. Kuang, E. Kostelich, A. B. Gumel, To mask or not to mask : Modeling the potential for face mask use by the general public to curtail the covid-19 pandemic, Infectious Disease Modelling (2020).5
- [12] K. H. Chan, K.-Y. Yuen, Covid-19 epidemic : disentangling the re-emerging controversy about medical facemasks from an epidemiological perspective, International Journal of Epidemiology (2020).5
- [13] SEBHI, F., et al. "COVID-19 et grossesse." (2020). 12
- [14] Sallard, Erwan, et al. "Retrouver les origines du SARS-CoV-2 dans les phylogénies de coronavirus." médecine/sciences 36.8-9 (2020) : 783-796. 12

- [15] SE, M., and NA TIO. "vaccins contre la COVID 19." 14
- [16] Bachar, Mostafa, Mohamed A. Khamsi, and Messaoud Bounkhel. "A mathematical model for the spread of COVID-19 and control mechanisms in Saudi Arabia." *Advances in Difference Equations* 2021.1 (2021) : 1-18. 15
- [17] Scherer, Almut, and Angela McLean. "Mathematical models of vaccination." *British Medical Bulletin* 62.1 (2002) : 187-199. 16
- [18] Riyapan, Pakwan, Sherif Eneye Shuaib, and Arthit Intarasit. "A Mathematical Model of COVID-19 Pandemic : A Case Study of Bangkok, Thailand." *Computational and Mathematical Methods in Medicine* 2021 (2021). 17
- [19] Kouidere, Abdelfatah, et al. "A mathematical modeling with optimal control strategy of transmission of COVID-19 pandemic virus." *Commun. Math. Biol. Neurosci.* 2020 (2020) : Article-ID. 18
- [20] Ndaïrou, Faiçal, et al. "Mathematical modeling of COVID-19 transmission dynamics with a case study of Wuhan." *Chaos, Solitons and Fractals* 135 (2020) : 109846. 19
- [21] Suwardi Annas , Muh. Isbar Pratama , Muh. Rifandi , Wahidah Sanusi , Syafruddin Side , Stability Analysis and Numerical Simulation of SEIR Model for pandemic COVID-19 spread in Indonesia, *Chaos, Solitons and Fractals* (2020), doi : <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110072> 21
- [22] Srivastav, Akhil Kumar, et al. "A mathematical model for the impacts of face mask, hospitalization and quarantine on the dynamics of COVID-19 in India : deterministic vs. stochastic [J]." *Mathematical Biosciences and Engineering* 18.1 (2021) : 182-213. 5, 21
- [23] Joao A. M. Gondim, Preventing epidemics by wearing masks : An application to COVID-19, September 2020. 5, 23
- [24] Moussaoui, Ali, and Pierre Auger. "Prediction of confinement effects on the number of COVID-19 outbreak in Algeria." *Mathematical Modelling of Natural Phenomena* 15 (2020) : 37. 5
- [25] Guérison, gravité, mutation du coronavirus : les réponses du Dr Kierzek.<https://sante.journaldesfemmes.fr>. 10
- [26] Coronavirus : tout ce que l'on sait sur la dispersion des gouttelettes.<https://www.futura-sciences.com>. 12
- [27] <https://www.inspq.qc.ca/publications/2901-caracteristiques-epidemiologiques-cliniques-covid19>. 12
- [28] <https://partir.ouest-france.fr/algerie/covid-19>. 5
- [29] <https://www.leparisien.fr/international/coronavirus-suivez-levolution-de-lepidemie-en-algerie-27-03-2020-ZBHLQB3YQNC73B6KLCYFL7JCGI.php>. 6
- [30] <https://doi.org/10.1101/2020.04.25.20079467>. iv, 35
- [31] [https://www.senat.fr/fileadmin/Fichiers/Images/opepst/quatre\\_pages/OPECST\\_modelisation\\_covid\\_19.pdf](https://www.senat.fr/fileadmin/Fichiers/Images/opepst/quatre_pages/OPECST_modelisation_covid_19.pdf). 4
- [32] <https://lepetitjournal.com/alger/covid-19-quelle-est-la-situation-en-algerie-276332>. 5, 13
- [33] <https://www.algerie-focus.com/vaccins-anti-covid-lalgerie-attend-de-receptionner-30-millions-de-doses>. 14

- [34] Vaccins contre la COVID-19. [14](#)
- [35] <https://www.gouvernement.fr/info-coronavirus/vaccins>. [14](#)
- [36] COVID-19 : Un point sur les symptômes et les complications cardiaques. [.https://www.santelog.com](https://www.santelog.com). [12](#)
- [37] <https://www.who.int/diseases/advice-for-public> [14](#)
- [38] COVID-19 Overview, <https://www.coronatracker.com/analytics/>. 2020a
- [39] Mayo Clinic. « Coronavirus disease : What is it and how can I protect myself? », 2020. En ligne : <https://www.mayoclinic.org/diseases-conditions/coronavirus/expert-answers/novel-coronavirus/faq-20478727>. [14](#)
- [40] Pfizer lié à des cas de myocardites <https://sante.journaldesfemmes.fr> [14](#)
- [41] <https://www.gouvernement.fr/info-coronavirus/comprendre-la-covid-19>. [4](#), [10](#)



