

N° d'ordre : M...../GM/2022

Faculty of Sciences and Technology  
Department of Mechanical Engineering

كلية العلوم والتكنولوجيا  
قسم المهندسة الميكانيكية

# MEMOIRE DE FIN D'ETUDES MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Énergétique

## *Thème*

**Étude numérique de la convection mixte dans une  
cavité en présence d'une paroi mobile**

Présenté par :

- ❖ BOUCHELIL Sayed Ali
- ❖ BAGHDOUD Ikram

*Soutenu le 13/ 07 / 2022 devant le jury composé de :*

Président	Pr. RETIEL Nouredine	Université de Mostaganem UMAB
Examineur	Dr. OULD SAID Belkacem	Université de Mostaganem UMAB
Encadreur	Dr. SAHRAOUI Nassim Mahfoud	Université de Mostaganem UMAB

**Année Universitaire : 2021 / 2022**

# *Remerciement*

*Nous remercions le bon dieu pour le courage qu'il nous a donné pour surmonter toutes les difficultés durant nos années d'études. Nous tenons à remercier notre encadreur le Dr. sahraoui Nassim pour ces conseils et son suivi continu durant toute la période de la réalisation de ce travail. Nous adressons nos remerciements à Monsieur le Président de jury et le membre de jury d'avoir accepté de nous faire l'honneur de juger ce travail et de participer au jury de ce mémoire. Enfin, nous adressons nos vives reconnaissances à toutes les personnes qui ont contribué de prêt ou de loin pour la réalisation de ce mémoire.*

# *Dédicace*

Je dédie ce travail

A ma très chère mère qui m'a soutenu durant toute ma vie.

A mon père qui m'a bien construit.

A mes frères

A toute ma famille.

A tous mes amis sans exception.

A Mon encadreur le Dr. sahraoui Nassim

A tous les enseignants et toutes les enseignantes de génie

Mécanique.

Bouchelil Sayed Ali

Je dédie ce travail :

À Mes chers parents, pour leurs patiences,

Leur soutien et leurs encouragements ;

Mes frères qui sont toujours avec moi

Mes cousines Imane et Kawter

A Mon encadreur « Dr. sahraoui Nassim »

Merci infiniment.

Baghdoud Ikram

## Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire est une étude numérique de la convection mixte dans une cavité en présence d'une paroi mobile, par la méthode des volumes finis en utilisant le code de calcul Fluent.

La configuration choisie consiste en une cavité carrée entraînée avec une température chaude au niveau de la paroi supérieure, la paroi inférieure est maintenue à température froide, tandis que les parois latérales sont considérées comme étant adiabatique

Une étude bibliographique du phénomène de convection mixte, suivie d'une description du phénomène physique, la formulation mathématique, des conditions aux limites ainsi que les nombres adimensionnels caractérisant l'écoulement est présenté

Le travail commencera par une validation physique des problèmes de convections naturelle et mixte. La dépendance du maillage est effectuée pour les deux phénomènes : en premier lieu, une configuration d'une cavité carrée fermée et différentiellement chauffée avec un nombre de Prandtl égale 0.71, et nombre de Rayleigh variant de  $10^4$  à  $10^5$ , et une autre pour une cavité carrée entraînée pour un nombre de Grashof de  $10^4$  et des nombres de Reynolds de 400 et 1000. Les études ont révélé que, pour le maillage choisis qui est de  $90 \times 90$ , nos résultats sont en bon accord avec ceux trouvés dans la littérature.

L'étude de la configuration physique proposée dans ce travail sera faite pour des nombre de Prandtl de (0.1, 0.667, 0.71 et 6.4) et des nombres de Richardson de (0.1, 1 et 5) et cela pour un nombre de Reynolds fixe qui est égal à 100.

Les résultats de l'analyse pour la configuration géométrique étudiée sont présentés sous forme de lignes de courant, d'isothermes, de profils de vitesse et de température et du nombre de Nusselt.

Les résultats ont révélé que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Prandtl et diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson.

**Mots clés :** Convection mixte, cavité carrée entraînée, Fluent, méthode des volumes finis, effet du nombre de Prandtl

## **Abstract:**

In this work we present a numerical study of the mixed convection in a heated lid-driven cavity from above, with the finite volume method using Fluent software.

The chosen geometrical configuration in this study, consists of a square cavity driven by a horizontal velocity and an imposed hot temperature on top, the bottom wall is maintained at a cold temperature while the side walls are considered as adiabatic.

A bibliographical review on the mixed convection phenomena is presented, followed by a physical phenomenon description, mathematical formulation and boundary conditions and dimensionless numbers.

The work is started by a physical validation of our results with the natural and mixed convection phenomena. The grid dependence is carried out for both phenomena: in the natural convection case, a square cavity heated and cooled on both sides is considered, for a Prandtl number  $Pr = 0.71$ , and Rayleigh numbers  $Ra = 10^4$  and  $Ra = 10^5$ . On the other hand, the mixed convection case consists of a heated lid-driven square cavity where the Grashof number was taken as  $Gr = 10^4$  and Reynolds number were varied from 400 to 1000.

The study revealed that, for our chosen mesh, which is  $90 \times 90$ , our results are in good terms with those found on the literature.

The study of the physical configuration proposed in this work, will be carried out for Prandtl numbers ranging from (0.1 to 6.4), Richardson numbers ranging from (0.1 to 5) and a fixed Reynolds number of 100.

The results of the chosen physical configuration studied will be presented in terms of streamlines, isotherms, velocity profiles, temperature profiles and Nusselt number.

The results showed that the heat transfer increased with the increase of the Prandtl number and decreased with the increase of the Richardson number.

**Keywords:** mixed convection, heated lid-driven cavity, Fluent, finite volume method, Prandtl number effect

## المخلص

العمل المقدم في هذه الأطروحة عبارة عن دراسة عددية للحمل الحراري المختلط في تجويف مدفوع بملف درجة حرارة ساخنة مفروضة على مستوى الجدار العلوي، بطريقة الحجم المحدود باستخدام كود الحساب FLUENT. يتكون التكوين المختار من تجويف مربع مدفوع بدرجة حرارة ساخنة عند الجدار العلوي، ويتم الاحتفاظ بالجدار السفلي عند درجة حرارة باردة، بينما تعتبر الجدران الجانبية ثابتة الحرارة. يتم تقديم دراسة ببليوغرافية لظاهرة الحمل الحراري المختلط، متبوعة بوصف للظاهرة الفيزيائية، والصياغة الرياضية، والشروط الحدية وكذلك الأرقام التي لا أبعاد لها والتي تميز التدفق. سيبدأ العمل بالتحقق المادي من مشاكل الحمل الحراري الطبيعي والمختلط. يتم تنفيذ الاعتماد على الشبكة للظاهرتين: أولاً، تكوين تجويف مربع مغلق ومسخن تفاضلياً مع رقم Prandtl يساوي 0.71، ورقم Rayleigh متفاوتاً من 104 إلى 105، وآخر لمربع تدريب تجويف لـ Grashof عدد 104 و Reynolds 400 و 1000. كشفت الدراسات أنه بالنسبة للشبكة المختارة التي تبلغ  $90 * 90$  فإن نتائجنا تتفق جيداً مع تلك الموجودة في الأدبيات. سيتم إجراء دراسة التكوين المادي المقترح في هذا العمل لأرقام Prandtl (0.1، 0.667، 0.71 و 6.4) وأرقام Richardson (0.1، 5، 7) وهذا لرقم Reynolds ثابت يساوي 100. يتم عرض نتائج تحليل التكوين الهندسي المدروس في شكل خطوط انسيابية ومتساوية الحرارة والسرعة ودرجة الحرارة وعدد Nusselt. أظهرت النتائج أن انتقال الحرارة يزداد مع زيادة عدد Prandtl ويقبل مع زيادة عدد Richardson.

# Sommaire

## **Chapitre 1 : Etude bibliographique et modélisation mathématique**

<b>I.1</b>	Introduction .....	<b>18</b>
<b>I.2</b>	Étude bibliographique .....	<b>18</b>
<b>I.3</b>	Description du problème et hypothèses .....	<b>19</b>
<b>I.3</b>	Géométrie du problème.....	<b>19</b>
<b>I.4</b>	Hypothèses simplificatrices.....	<b>20</b>
<b>I.5</b>	Formulation mathématique du problème.....	<b>21</b>
<b>I.6</b>	Formulation adimensionnelle .....	<b>21</b>
<b>I.7</b>	Conditions aux limites .....	<b>22</b>
<b>I.8</b>	Formulation de la fonction de courant (Stream fonction) .....	<b>23</b>
<b>1.9</b>	Approximation de Boussinesq et les nombres sans dimensions .....	<b>23</b>
	Conclusion .....	<b>25</b>

## **Chapitre 2 : Description de la Méthode de résolution des équations de conservation et les Logiciels utilisés**

<b>II.1</b>	Introduction .....	<b>27</b>
<b>II.2</b>	Méthodes des volumes finis (MDF) .....	<b>27</b>
<b>II.3</b>	Description du logiciel Gambit .....	<b>27</b>
<b>II.3.1</b>	Définition de Gambit .....	<b>27</b>
<b>II.3.2</b>	Interface et étapes de Gambit .....	<b>28</b>
<b>II.3.2.1</b>	Lancer Gambit .....	<b>28</b>
<b>II.3.2.2</b>	Construction de la géométrie .....	<b>29</b>
<b>II.3.2.3</b>	Génération de maillage .....	<b>29</b>
<b>II.3.2.4</b>	Les conditions aux limites.....	<b>30</b>
<b>II.3.2.5</b>	Exportation du maillage de Gambit .....	<b>30</b>

<b>II.4</b>	<b>Le solveur fluent</b>	<b>31</b>
<b>II.4.1</b>	<b>Les étapes de solveur fluent</b>	<b>31</b>
<b>II.4.1.1</b>	<b>Lancer Fluent</b>	<b>31</b>
<b>II.4.1.2</b>	<b>Importation de la géométrie</b>	<b>32</b>
<b>II.4.1.3</b>	<b>Vérification du maillage</b>	<b>33</b>
<b>II.4.1.4</b>	<b>Vérification des unités et des dimensions</b>	<b>33</b>
<b>II.4.2.1</b>	<b>Choix du solveur</b>	<b>35</b>
<b>II.4.2.2</b>	<b>Choix du régime d'écoulement</b>	<b>35</b>
<b>II.4.3.1</b>	<b>Les caractéristiques du matériau</b>	<b>36</b>
<b>II.4.3.2</b>	<b>Les conditions opératoires</b>	<b>37</b>
<b>II.4.3.3</b>	<b>Les conditions aux limites</b>	<b>37</b>
<b>II.4.4.1</b>	<b>Contrôle de la solution</b>	<b>38</b>
<b>II.4.4.2</b>	<b>Initialisation</b>	<b>39</b>
<b>II.4.4.3</b>	<b>Choix des critères de convergence</b>	<b>39</b>
<b>II.4.4.4</b>	<b>Lancement du calcul de convergence</b>	<b>40</b>
<b>II.4.4.5</b>	<b>Allures de l'évolution des résidus de calcul</b>	<b>40</b>
	<b>Conclusion</b>	<b>41</b>

## **Chapitre 3 : Résultats et discussions**

<b>III.1</b>	Introduction .....	<b>43</b>
<b>III.2</b>	Validation du Calcul .....	<b>43</b>
<b>III.2.1</b>	études du maillage (convection naturelle) .....	<b>43</b>
<b>III.2.2</b>	Etude du maillage (convection mixte) .....	<b>45</b>
<b>III.2.3</b>	Validation physique .....	<b>46</b>
<b>III.3</b>	Résultats et discussions .....	<b>48</b>
<b>III.3.1</b>	Etude de l'influence du nombre de Prandtl .....	<b>48</b>
<b>III.3.1.1</b>	Commentaires .....	<b>48</b>
<b>III.3.2</b>	Étude de l'influence du nombre de Richardson .....	<b>54</b>
<b>III.3.2.1</b>	Commentaires .....	<b>54</b>
<b>III.4</b>	Conclusion .....	<b>60</b>

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure I.1</b> : Schéma de la cavité carré du problème étudié .....	<b>20</b>
<b>Figure II.1</b> : Interface de GAMBIT .....	<b>28</b>
<b>Figure II.2</b> : Construction de la géométrie.....	<b>29</b>
<b>Figure II.3</b> : Génération de maillage .....	<b>29</b>
<b>Figure II.4</b> : Incorporation des conditions aux limites .....	<b>30</b>
<b>Figure II.5</b> : Exportation du maillage. ....	<b>30</b>
<b>Figure II.6</b> : enregistrement le maillage .....	<b>31</b>
<b>Figure II.7</b> : distingué le domaine de calcule 2ddp .....	<b>32</b>
<b>Figure II.8</b> : Importation de la géométrie. ....	<b>32</b>
<b>Figure II.9</b> : Vérification du maillage.....	<b>33</b>
<b>Figure II.10</b> : Vérification les dimensions et les unités .....	<b>33</b>
<b>Figure II.11</b> : Vérification la forme de la grille en cliquant.....	<b>34</b>
<b>Figure II.12</b> : Choix du solveur .....	<b>35</b>
<b>Figure II.13</b> : Choix de modèle laminaire.....	<b>35</b>
<b>Figure II.14</b> : Les caractéristiques du matériau.....	<b>36</b>
<b>Figure II.15</b> : choix des conditions opératoires .....	<b>37</b>
<b>Figure II.16</b> : la vitesse d'entrée (conditions aux limites) .....	<b>37</b>
<b>Figure II.17</b> : Choix d'ordre d'équation.....	<b>38</b>
<b>Figure II.18</b> : initialisation de calcul .....	<b>39</b>
<b>Figure II.19</b> : Choix des critères de convergence .....	<b>39</b>
<b>Figure II.20</b> : Choix du nombre des itérations .....	<b>40</b>
<b>Figure II.21</b> : Allures de l'évolution des résidus de calcul pour maillage 90x90.....	<b>40</b>
<b>Figure III.1</b> : configuration physique (cas de convection naturelle) .....	<b>44</b>
<b>Figure III.2</b> : Forme des maillages utilisés .....	<b>44</b>
<b>Figure III.3</b> : Etude du maillage pour le cas de la convection naturelle ( $Ra = 10^4$ et $10^5$ ) .....	<b>45</b>
<b>Figure III.4</b> : Configuration physique (cas de la convection mixte) .....	<b>45</b>
<b>Figure III.5</b> : Etude du maillage pour le cas de la convection mixte ( $Re = 400$ et $1000$ pour un $Gr = 10^4$ ) .....	<b>46</b>
<b>Figure III.6</b> : Configure physique du phénomène étudié .....	<b>48</b>
<b>Figure III.7</b> : Contours de température pour a) $Pr = 0.1$ , b) $Pr = 0.667$ , c) $Pr = 0.71$ , d) $Pr = 6.4$ , pour $Ri = 0.1$ et $Re = 100$ .....	<b>49</b>

<b>Figure III.8</b> Contours de température pour a) $Pr = 0.1$ , b) $Pr = 0.667$ , c) $Pr = 0.71$ , d) $Pr = 6.4$ , pour $Ri = 5$ et $Re = 100$ .....	<b>50</b>
<b>Figure III.9</b> Lignes de courant pour a) $Pr = 0.1$ , b) $Pr = 0.667$ , c) $Pr = 0.71$ , d) $Pr = 6.4$ , pour $Ri = 0.1$ et $Re = 100$ .....	<b>50</b>
<b>Figure III.10</b> Lignes de courant pour a) $Pr = 0.1$ , b) $Pr = 0.667$ , c) $Pr = 0.71$ , d) $Pr = 6.4$ , pour $Ri = 5$ et $Re = 100$ .....	<b>51</b>
<b>Figure III.11</b> Profil de température à $Y = 0.5$ pour $Pr = (0.1, 0.667, 0.71, 6.4)$ et $Ri = 0.1$ ....	<b>51</b>
<b>Figure III.12</b> Profil de température à $Y = 0.5$ pour $Pr = (0.1, 0.667, 0.71, 6.4)$ et $Ri = 5$ .....	<b>52</b>
<b>Figure III.13</b> Profil de vitesse verticale ( $U_y$ ) à $Y = 0.5$ pour $Pr = (0.1, 0.667, 0.71, 6.4)$ et $Ri = 0.1$ .....	<b>52</b>
<b>Figure III.14</b> Profil de vitesse verticale ( $U_y$ ) à $Y = 0.5$ pour $Pr = (0.1, 0.667, 0.71, 6.4)$ et $Ri = 5$ .....	<b>53</b>
<b>Figure III.15</b> Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Prandtl pour $Ri = (0.1, 1$ et $5)$ .....	<b>54</b>
<b>Figure III.16</b> Contours de température pour a) $Ri = 0.1$ , b) $Ri = 1$ et c) $Ri = 5$ , pour $Pr = 0.1$ et $Re = 100$ .....	<b>55</b>
<b>Figure III.17</b> Lignes de courant pour a) $Ri = 0.1$ , b) $Ri = 1$ et c) $Ri = 5$ , pour $Pr = 0.1$ et $Re = 100$ .....	<b>55</b>
<b>Figure III.18</b> Contours de température pour a) $Ri = 0.1$ , b) $Ri = 1$ et c) $Ri = 5$ , pour $Pr = 6.4$ et $Re = 100$ .....	<b>56</b>
<b>Figure III.19</b> Lignes de courant pour a) $Ri = 0.1$ , b) $Ri = 1$ et c) $Ri = 5$ , pour $Pr = 6.4$ et $Re = 100$ .....	<b>56</b>
<b>Figure III.20</b> profils de température pour $Ri = (0.1, 1$ et $5)$ pour $Re = 100$ et $Pr = 0.1$ .....	<b>57</b>
<b>Figure III.21</b> profils de vitesse verticale pour $Ri = (0.1, 1$ et $5)$ pour $Re = 100$ et $Pr = 0.1$ ....	<b>57</b>
<b>Figure III.22</b> profils de vitesse verticale pour $Ri = (0.1, 1$ et $5)$ pour $Re = 100$ et $Pr = 6.4$ ....	<b>58</b>
<b>Figure III.23</b> profils de température pour $Ri = (0.1, 1$ et $5)$ pour $Re = 100$ et $Pr = 6.4$ .....	<b>58</b>
<b>Figure III.24</b> Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson pour ( $Pr = 0.1, 0.667, 0.71$ et $6.4$ ) .....	<b>59</b>

## LISTE DES TABLEAUX

<b>Tableau I.1</b> : Les conditions aux limites cavité carrée (2D) .....	<b>22</b>
<b>Tableau III.1</b> Validation des résultats avec la littérature pour le cas de la convection naturelle (Ra =10 <sup>4</sup> et 10 <sup>5</sup> ) et Pr = 0.71 .....	<b>46</b>
<b>Tableau III.2</b> Validation des résultats avec la littérature pour le cas de la convection mixte (Re = 400 et 1000 pour un Gr = 10 <sup>4</sup> ) et Pr = 0.71 .....	<b>47</b>

## Nomenclatures

Symbole	Définition	Unité
$C_p$	la chaleur spécifique à pression constante	[J/kg.K]
$g$	l'accélération de pesanteur	[m/s <sup>2</sup> ]
$L$	Hauteur de la cavité carrée	[m]
$\phi$	Source de chaleur	[W]
$p$	la pression	[Pa]
$T_f$	Température de froide	[K]
$T_c$	Température chaude	[K]
$x,y$	coordonnées d'espace dimensionnelles	[m]
$X,Y$	coordonnées d'espace adimensionnelles	[ ]
$U$	composante adimensionnelle de vitesse suivant X	[ ]
$V$	composante adimensionnelle de vitesse suivant Y	[ ]
$U_0$	la vitesse d'entrée de l'air	[m.s <sup>-1</sup> ]
$u$	vitesse suivant x	[m/s]
$v$	vitesse suivant y	[m/s]
$\rho$	Masse volumique	[kg/m <sup>3</sup> ]
$v$	Volume	[m <sup>3</sup> ]
$\mu$	Viscosité dynamique	[Kg/m.s]
$\nu$	Viscosité cinématique	[m <sup>2</sup> /s]
$\Delta T$	La différence de température	[K]
$\lambda$	Conductivité thermique	[W/m.K]
$hc$	coefficient d'échange convectif local	[W/m <sup>2</sup> .K]
$\alpha$	la diffusivité thermique	[m <sup>2</sup> /s]
$\beta$	coefficient de dilatation thermique volumétrique	[K <sup>-1</sup> ]

## Nombres adimensionnels

- Gr nombre de Grashof
- Nu nombre de Nusselt
- Pr nombre de Prandtl
- Re nombre de Reynolds
- Ra nombre de Rayleigh

# Introduction générale

Au cours des dernières années, la convection mixte dans des cavités carrées a été étudiée par de nombreux chercheurs. Cette tentative est dû au fait que le transfert de chaleur dans une cavité peut être trouvé dans de nombreuses applications industrielles et d'ingénierie telles que le refroidissement des composants électroniques, processus de séchage des aliments, les réacteurs nucléaires etc ... Le flux entraîné par les conditions aux limites thermiques et cinématiques à travers la cavité provoque une poussée de la flottabilité et la création d'une convection mixte conditions lors de l'augmentation des nombres de Grashof et Reynolds. Par conséquent, les modèles complexes de transfert de chaleur se produisent à l'intérieur de la cavité pour différentes valeurs de Richardson.

De nombreuses études ont été menées sur le transfert de chaleur par convection mixte dans une enceinte carrée sous diverses conditions thermiques [1-3]. Cette modification introduit de nombreuses autres complexités qui modifient la nature du champ d'écoulement et le transfert de chaleur, conséquence des forces de flottabilité entraînées par des gradients de température, qui tendent à augmenter le transfert de chaleur.

L'objectif de notre travail est l'étude numérique de la convection mixte dans une cavité avec une paroi supérieure mobile. La cavité est carrée à deux dimensions avec une paroi supérieure mobile entraînant différents fluides à l'intérieur de la cavité.

Le Logiciel Fluent utilisée est conçu par un code qui est basé sur la résolution numérique par les volumes finis des équations de Navier et Stokes. Nous utiliserons le logiciel gambit pour la construction de la géométrie avec génération de maillage et incorporation des conditions aux limites. Le présent travail sera consacré principalement à la détermination des contours de température, contours de lignes de courant des températures et vitesses à l'intérieur de la cavité et enfin à l'influence du nombre de Prandtl sur le transfert de chaleur ainsi que les différentes structures de l'écoulement.

Le travail est présenté en trois chapitres :

Dans le premier chapitre, une étude bibliographique sur le mode de convection mixte est présentée. La description physique géométrique et mathématiques avec les hypothèses correspondantes et les conditions aux limites est aussi présentée.

Dans le deuxième chapitre, la méthode de résolution numérique notamment la méthode des volumes finis est présentée ainsi que les deux logiciels utilisés GAMBIT et FLUENT.

Les principaux résultats de l'étude sont présentés dans le troisième chapitre. L'effet des nombres de Prandtl et de Richardson sur les différentes structures de l'écoulement, les profils de vitesses et de température à l'intérieur de la cavité et sur le transfert de chaleur est discutée.

# **Chapitre 1**

## **Etude bibliographique et modélisation mathématique**

# Chapitre I

## I.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter une revue bibliographique de quelques études précédentes sur des problèmes de convection mixte dans des cavités. Une présentation du problème physique étudié et de la configuration géométrique considérée dans ce mémoire sera effectuée.

Une description de l'ensemble des hypothèses simplificatrices qui vont nous permettre de réduire les équations générales de conservation décrivant l'écoulement seront citées notamment, l'équation de continuité, de quantité de mouvement et l'équation de l'énergie accompagnées par les conditions aux limites prises en considération pour la configuration géométrique étudiée.

## I.2 Étude bibliographique :

Dans cette partie, une étude bibliographique concernant la convection naturelle et mixte dans des cavités entraînées est présentée. L'étude de ce problème a été effectué par de nombreux auteurs, parmi ces travaux nous citons :

Prasad et Koseff [1] a étudié la convection mixte dans une cavité entraînée. Ils ont trouvé que le transfert thermique dans la cavité est indépendant des nombres de Richardson, qui ont été pris de 0.1 à 1000.

Khanafer et al [2] ont effectué une simulation numérique de la convection mixte dans une cavité avec paroi mobile. Ils ont constaté que les nombres de Reynolds et les nombres de Grashof, soit améliorent soit dégradent le processus de transport d'énergie et la force de traînée en fonction de la variation du cycle de vitesse.

Une étude numérique bidimensionnelle pour la convection mixte dans une cavité rectangulaire dont la paroi supérieure est constamment entraînée a été effectué par Waheed [3]. Ils ont trouvé

que l'écoulement hydrodynamique et la distribution de la température au sein de la cavité sont améliorés par l'augmentation du nombre de Richardson.

Sivakumar et al [4] ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité entraînée avec différentes longueurs et emplacement de la source de chaleur. Ils ont conclu que le transfert de chaleur est amélioré lorsque la source de chaleur est placée au milieu ou en haut de la paroi gauche de la cavité.

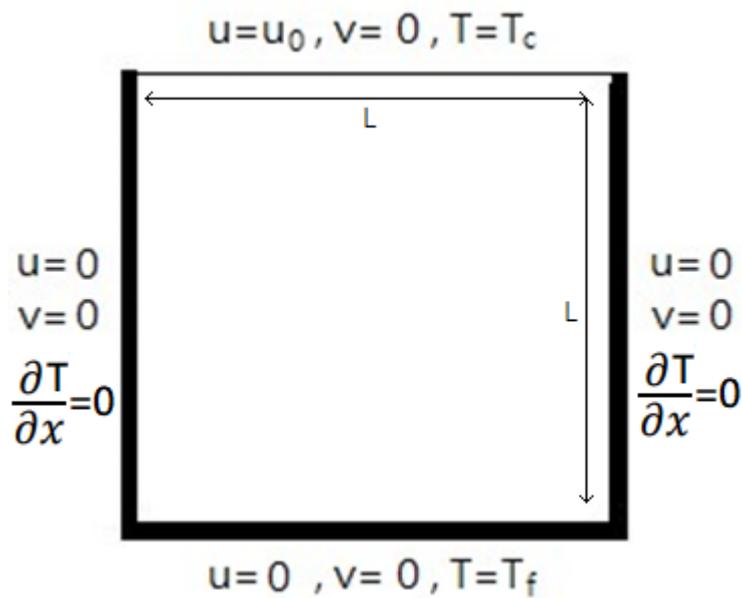
Sivasankaran et al [5] ont effectué une simulation numérique de la convection mixte dans une cavité entraînée avec un chauffage non-uniforme sur deux des parois de la cavité. Ils ont découvert que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du rapport de chauffage.

Une étude numérique bidimensionnelle de la convection mixte dans une cavité entraînée inclinée avec un chauffage non-uniforme au niveau des deux parois de la cavité, a été effectuée par Sivasankaran et al [6]. Ils ont conclu que le nombre de Nusselt augmente considérablement en augmentant l'angle d'inclinaison.

Moallemi et Jang [7] ont effectué une simulation de la convection mixte dans une cavité entraînée chauffée par le bas. Les auteurs ont étudié l'effet du nombre de Prandtl sur l'écoulement et le transfert thermique, et ont trouvé que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Prandtl.

### **I.3 Géométrie du problème :**

Le problème physique considéré est schématisé sur la figure (I.1), il s'agit d'une cavité carrée bidimensionnelle de longueur  $L$  avec  $L=1m$ . La cavité est constituée d'une paroi supérieure se déplaçant à une vitesse  $U_0$ , les autres parois sont fixes. Un fluide entre dans la cavité avec une température chaude  $T_c$ , la paroi du bas est maintenue à une température froide  $T_f$ , et les autres parois sont considérés comme étant adiabatiques.



**Figure I.1 :** Schéma de la cavité carré du problème étudié

#### I.4 Hypothèses simplificatrices :

Les hypothèses simplificatrices seront utiles dans la modélisation mathématique de notre problème :

- Le fluide est considéré newtonien
- L'écoulement est incompressible  $\text{div}\mathbf{V}=\mathbf{0}$  et la masse volumique  $\rho = \text{cst}$
- L'écoulement du fluide au sein de la cavité est laminaire.
- Écoulement est permanent  $\frac{\partial}{\partial t} = \mathbf{0}$
- Les propriétés physiques de l'écoulement sont constantes.
- Écoulement bidimensionnel (suivant les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$ ) pour le cas (2-D) cavité carrée
- L'approximation de Boussinesq est valide, elle consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables au niveau de tous les termes des équations de quantité de mouvement (sauf au niveau du terme de gravité).

## I. Formulation mathématique du problème :

Le modèle mathématique du problème est étudié en résolvant les équations différentielles de la continuité (conservation de masse), de la quantité de mouvement en prenant en considération les hypothèses :

- **Équation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- **Équation de quantité de mouvement :**

Suivant l'axe des x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right]$$

Suivant l'axe des y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + g\beta(T - T_0)$$

- **Equation Energie :**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

### I.6 Formulation adimensionnelle

Pour rendre adimensionnelles les équations précédentes dans ce cas, on basera sur les grandeurs caractéristiques du problème, qui sont les suivantes :

$$U = \frac{u}{u_0} ; V = \frac{v}{u_0} ; P = \frac{p - P_0}{\rho u_0^2} ; X = \frac{x}{l} ; Y = \frac{y}{l} ; \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$$

En introduisant ces variables dans les équations (1.3 à 1.5), on obtient :

- **Forme adimensionnelle de l'équation de continuité**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

- **Forme adimensionnelle des Équation de quantité de mouvement :**

- Équation de quantité de mouvement suivant l'axe des x :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right]$$

- Équation de quantité de mouvement suivant l'axe des y :

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \theta$$

- **Forme adimensionnelle des équation Energie :**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{Re Pr} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right]$$

## I.7 Conditions aux limites :

Les conditions aux limites relatives à ce problème sous forme adimensionnelle prouvent être résumées sur le tableau :

Limite géométrique	Conditions dynamiques
Paroi supérieure : Y=1, $0 \leq X \leq 1$	$U=U_0, V=0 \quad T=T_c$
Paroi inférieure : Y=0, $0 \leq X \leq 1$	$U=0, V=0 \quad T=T_f$
Paroi droite : X=1, $0 \leq Y \leq 1$	$U=0, V=0 \quad Q = 0$ (adiabatique)
Paroi gauche : X=0. $0 \leq Y \leq 1$	$U=0, V=0 \quad Q = 0$ (adiabatique)

**Tableau I.1 :** Les conditions aux limites cavité carrée (2D)

## 1.8 Formulation de la fonction de courant (stream function) :

Est définie en générale en deux dimensions par :

$$d\psi = u \cdot dy - v \cdot dx ; d\psi = 0$$

$$u = d \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ et } v = d \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

## 1.9 Approximation de Boussinesq et les nombres sans dimensions :

### Approximation de Boussinesq :

Pour représenter la convection thermique, les équations de base ont été simplifiées en introduisant quelques approximations, attribuées à Boussinesq (1903): - La variation de densité, menant le mouvement du fluide, résulte principalement des effets thermiques. - Dans les équations de quantité de mouvement et de masse, les variations de densité peuvent être négligées, sauf dans la force de flottabilité, lorsqu'elles sont couplées à l'accélération gravitationnelle. Mathématiquement, l'approximation de Boussinesq s'exprime :  $\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)]$

Où :  $\rho_0$  : la masse volumique du fluide à la température de référence  $T_0$

$\beta$  : le coefficient de dilatation à pression constante

### Le nombre de Reynolds :

C'est un nombre **Re** qui est utilisé dans les calculs d'écoulements. L'écoulement peut être laminaire ou turbulent, Ce nombre en fonction, de la viscosité cinématique  $\nu$ , de sa vitesse moyenne, et de dimension caractéristique. Il s'exprime par la relation suivante :

### Formule :

Les principales formules utilisées dans le calcul sont données ci-dessous

$$\mathbf{Re} = \frac{v \cdot L}{\nu} = \frac{\rho \cdot L \cdot v}{\mu}$$

### Nombre de Grashof :

Le nombre Grashof est un nombre sans dimension. Il est défini comme le rapport entre la force flottante et la force visqueuse agissant sur un fluide dans la \*couche limite de vitesse. Son rôle dans la convection naturelle est sensiblement le même que celui du nombre de Reynolds dans la convection forcée.

$$G_R = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3}{\nu^2}$$

#### **Nombre de Rayleigh :**

Le nombre de Rayleigh est un nombre sans dimension, nommé d'après Lord Rayleigh. Le nombre de Rayleigh est étroitement lié au nombre de Grashof et les deux nombres sont utilisés pour décrire la convection naturelle (Gr) et le transfert de chaleur par convection naturelle (Ra). Le nombre de Rayleigh est simplement défini comme le produit du nombre de Grashof, qui décrit la relation entre la flottabilité et la viscosité dans un fluide, et le nombre de Prandtl, qui décrit la relation entre la diffusivité momentanée et la diffusivité thermique.

$$R_a = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3}{\alpha \cdot \nu} = G_R \cdot P_r$$

#### **Nombre de Prandtl :**

Le nombre Prandtl est un nombre sans dimension. Il est défini comme le rapport de la diffusivité de la quantité de mouvement, autrement dit, c'est le rapport de la viscosité cinématique à la diffusivité thermique.

$$P_r = \frac{\rho \cdot \nu \cdot C_p}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

#### **Le nombre de Richardson :**

Le nombre de Richardson (Ri) est un nombre sans dimension utilisé surtout en thermodynamique. Ce nombre est en fait le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle d'une parcelle du fluide et son énergie cinétique

$$R_i = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L_c}{\nu^2} = \frac{G_r}{R_e^2}$$

#### **Le nombre de Nusselt :**

Le nombre de Nusselt est un nombre adimensionnel très utilisé dans les applications de transfert de chaleur il caractérise le transfert de chaleur entre la plaque et le fluide environnant. Il représente le rapport entre le flux transmis réellement de la plaque vers le fluide et le flux qui serait transmis en régime de conduction pure.

$$\Phi_{convectif} = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial X} \right| = h_c (T_p - T_0) ; \Phi_{conductif} = \frac{\lambda (T_p - T_0)}{\lambda \cdot L}$$

$$Nu = \frac{\Phi_{convectif}}{\Phi_{conductif}} = \frac{-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial X} \right|}{\frac{\lambda (T_p - T_0)}{\lambda \cdot L}} = \frac{h_c \cdot L}{\lambda}$$

## Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude bibliographique sur le problème physique de la convection mixte dans une cavité avec une paroi supérieure mobile. Nous avons présenté la configuration physique à étudier dans ce travail, ainsi que les hypothèses et les équations correspondantes.

Dans le prochain chapitre nous présenterons la méthode de résolution ainsi que les outils informatiques utilisés dans cette étude.

# **Chapitre II**

## **Formulation mathématique et outil numérique**

# Chapitre II

## II.1. Introduction

La simulation se définit comme l'utilisation ou la résolution de modèles correspondant à un système donné pour étudier son comportement dans un contexte précis.

Elle est la suite logique de la modélisation qui est la première approche d'une simulation qui se présente sous forme d'un programme ou d'outils informatique utilisant une méthode numérique de discrétisation des équations gouvernantes. Cet ensemble est appelé un environnement de simulation

Le principe de ces méthodes est de transformer les équations différentielles en un système d'équation algébriques.

Dans ce chapitre, en se basant sur la méthode du volume finis (MVF). Cette dernière sera appliquée à la résolution de notre problème dynamique par le code commercial Fluent.

## II.2. Méthodes des volumes finis (MDF)

La méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de point appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par une surface élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles.

## II.3. Description du logiciel Gambit

### II.3.1 Définition de Gambit :

GAMBIT est un préprocesseur qui permet à l'utilisateur de construire la géométrie du domaine de calcul et de subdiviser ce dernier en petits volumes de contrôle ou cellules de calcul. L'ensemble de ces volumes élémentaires constitue le maillage. La définition des conditions aux limites appropriées, au niveau des cellules qui coïncident ou touchent la frontière du domaine de calcul, se fait également à ce niveau. Il permet de créer plusieurs types de maillage suivant la géométrie et de spécifier le type de matériau (fluide ou solide).

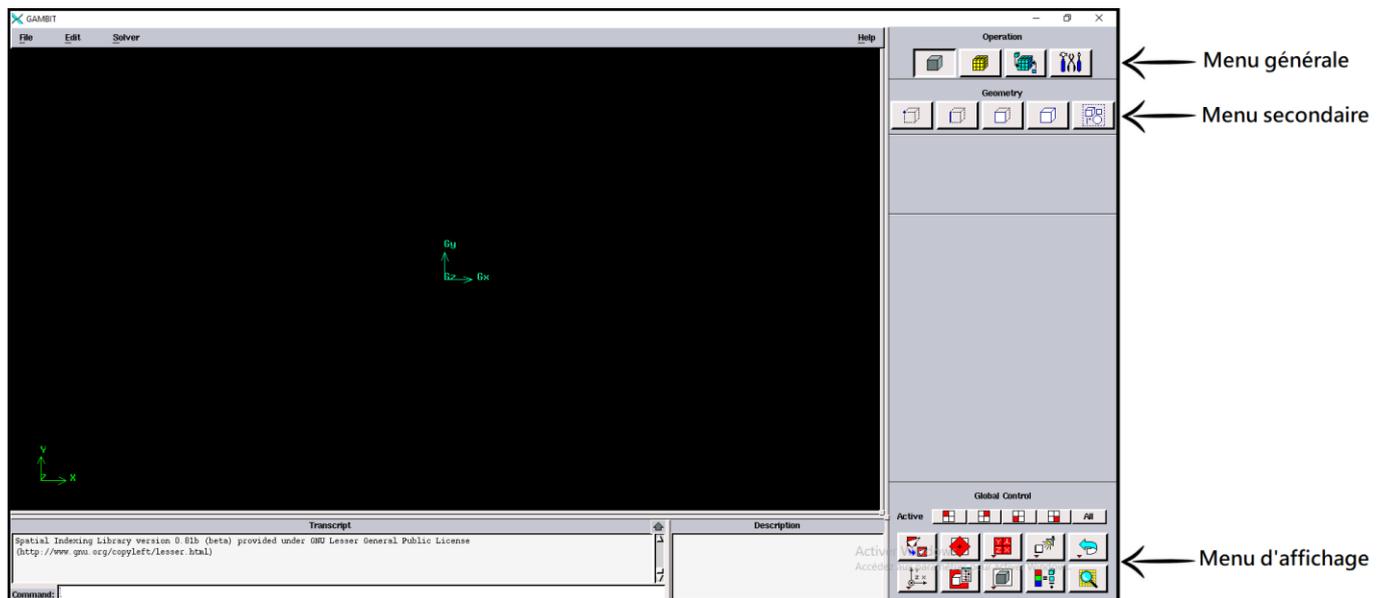
Le Gambit regroupe trois fonctions essentielles :

- Définition de la géométrie du problème.
- Le maillage et sa vérification.
- La définition des frontières (des conditions aux limites) et définitions des domaines de calculs

## II.3.2. Interface et étapes de Gambit

### II.3.2.1. Lancer Gambit

Après lancement du le logiciel, l'interface d'utilisation :



**Figure II.1 : Interface de GAMBIT**

### II.3.2.2. Construction de la géométrie

Pour la création de notre géométrie sur gambit 2D on a choisi de procéder à partir dimensions superficie

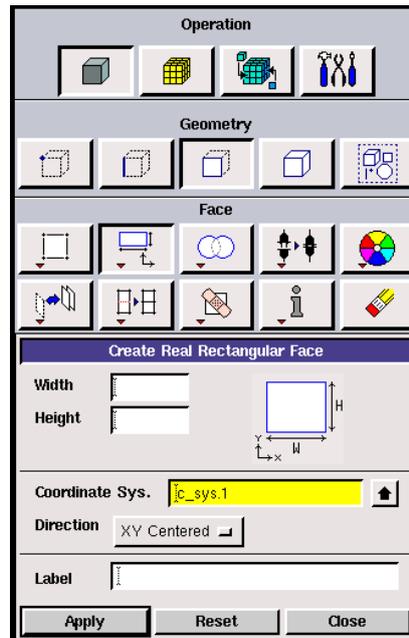


Figure (II.2) Construction de la géométrie

### II.3.2.3. Génération de maillage

Dans notre cas en tient un maillage structuré de 0.9 Ratio avec des mailles de taille d'intervalle défrent pour bien préciser les écoulements sur la couche aux limites.

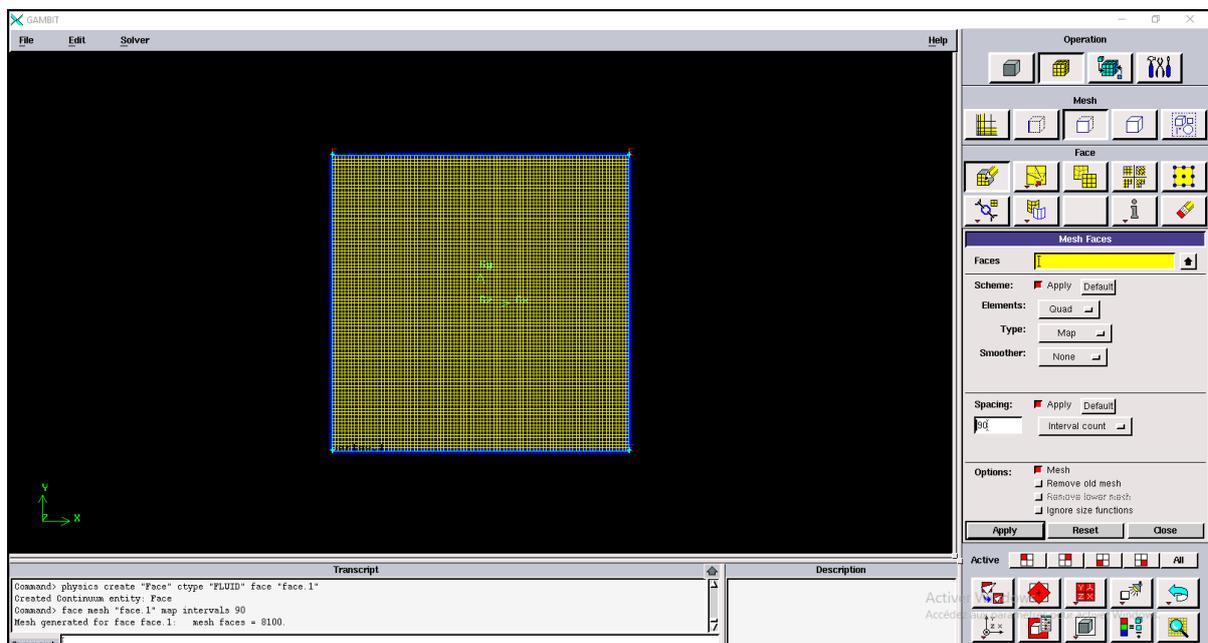


Figure (II.3) Génération de maillage

### II.3.2.4. Les conditions aux limites

La figure suivante résume les différentes conditions qu'on peut imposer pour un écoulement d'air dans une cavité carrée entraînée.

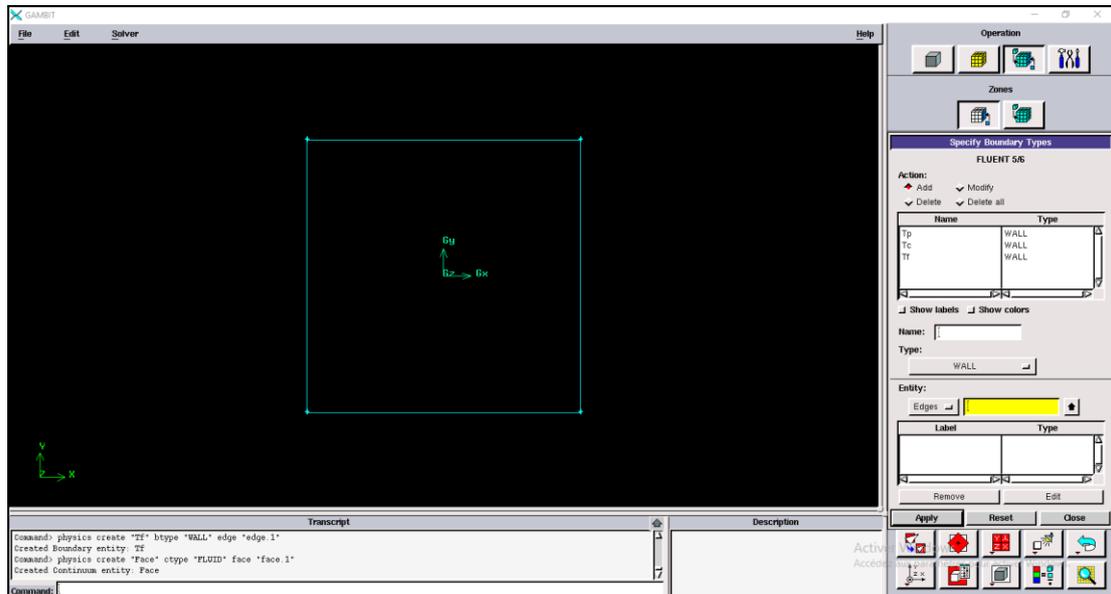


Figure II.4 : Incorporation des conditions aux limites

### II.3.2.5. Exportation du maillage de Gambit :

Après la création de la géométrie et les conditions aux limites, on exporte le maillage au Soveur Fluent suivant l'étape : **File** → **export** → **mesh**

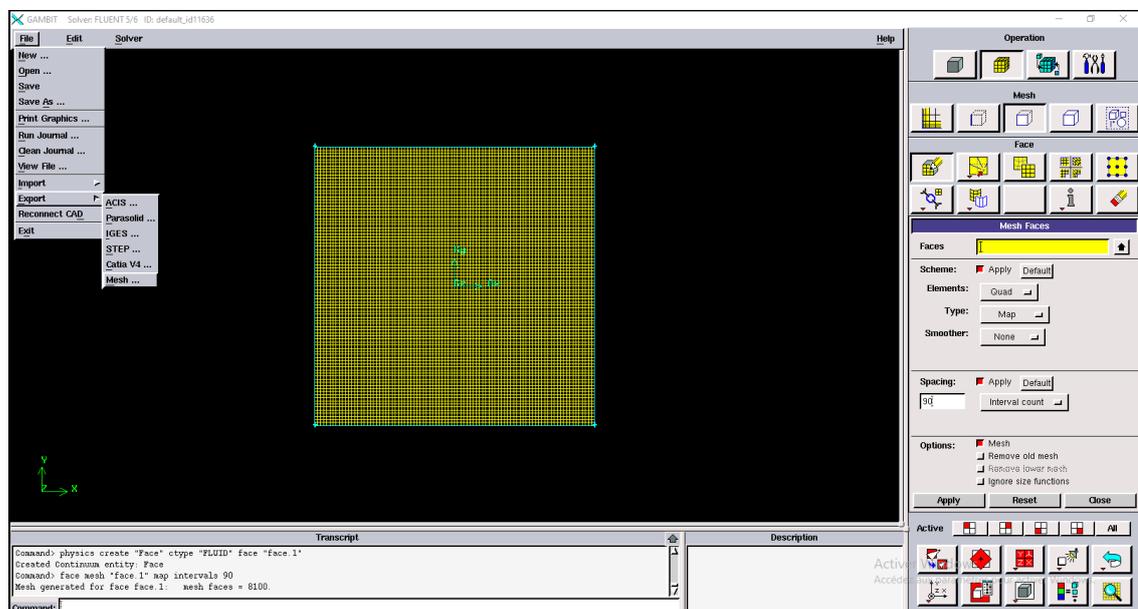


Figure II.5 : Exportation du maillage.

Il nécessite d'exporter le maillage, en format «. Msh » pour que fluent soit valable pour le lire et de l'utiliser après enregistrement, comme suit :

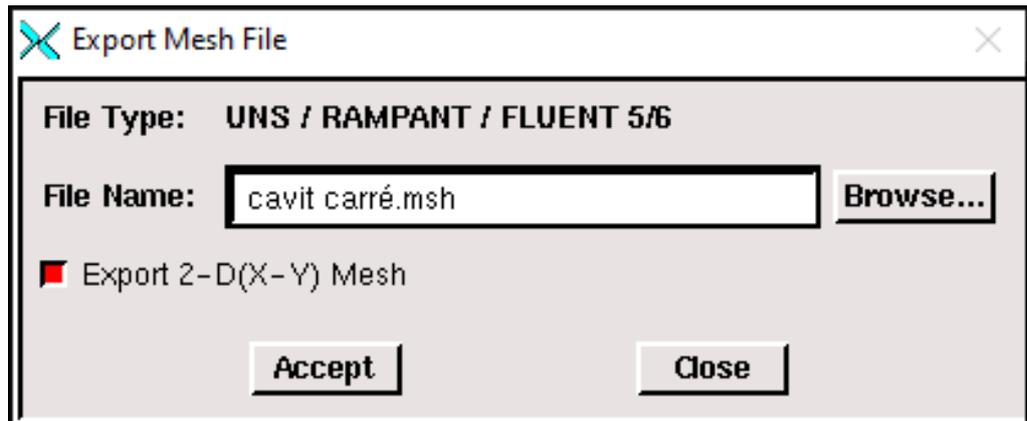


Figure II.6 : enregistrement le maillage

## II.4. Le solveur fluent :

Fluent est un logiciel qui permet de résoudre et simuler des problèmes de mécanique des fluides et de transferts thermiques par la méthode des volumes finis.

### II.4.1. Les étapes de solveur fluent :

#### II.4.1.1. Lancer Fluent :

Puisque notre géométrie est en 2D, pour le domaine de calcul le choix de 2D double précision (2ddp) est prise pour notre étude. Il est donc distingué comme suit :

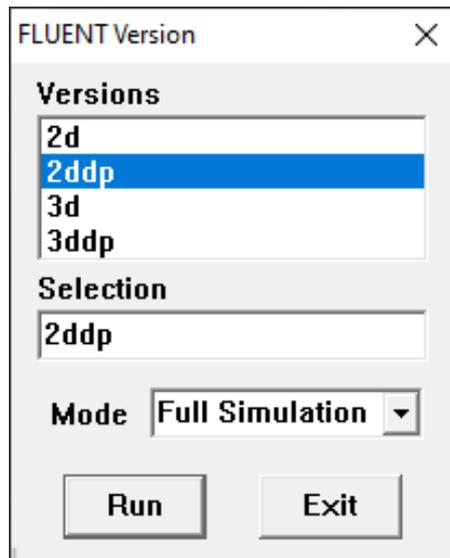


Figure II.7 : distingué le domaine de calcule 2ddp

#### II.4.1.2. Importation de la géométrie :

Pour commencer l'étude il faut importer le fichier (\*.msh) généré sous Gambit par l'étape suivante :

**File → Read → Case**

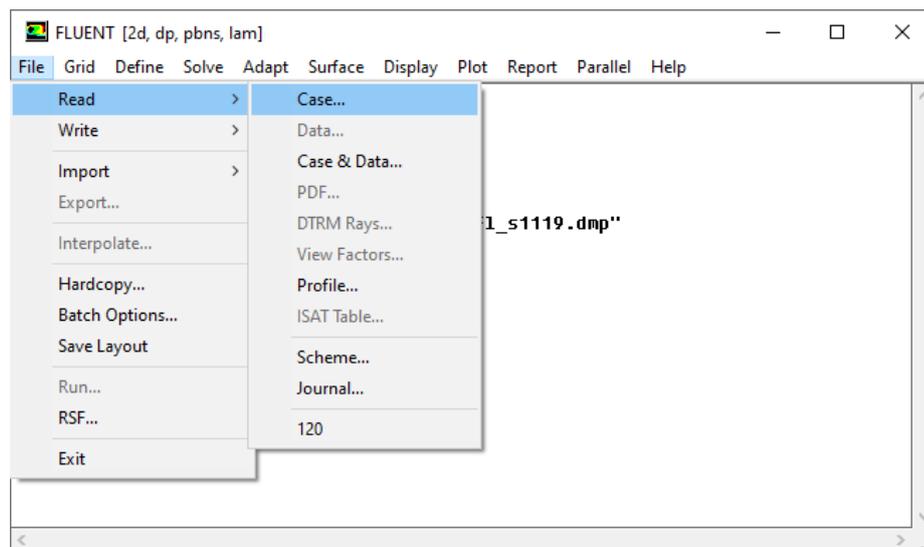


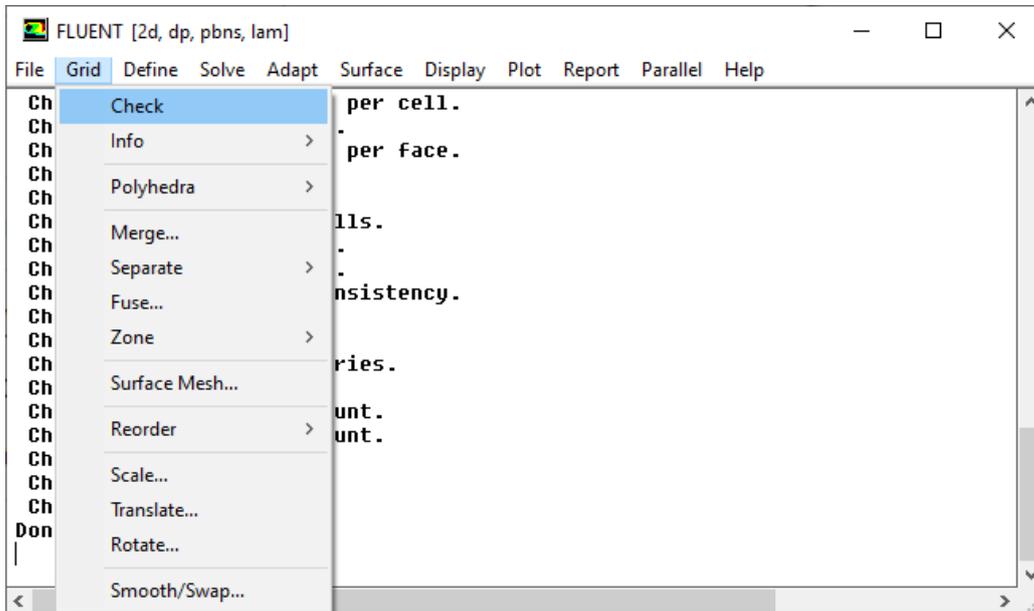
Figure II.8 : Importation de la géométrie.

Le principal menu que nous allons utiliser est le menu **Grid**.

### II.4.1.3. Vérification du maillage :

Permet de vérifier si le maillage importé ne comporte pas des déformations :

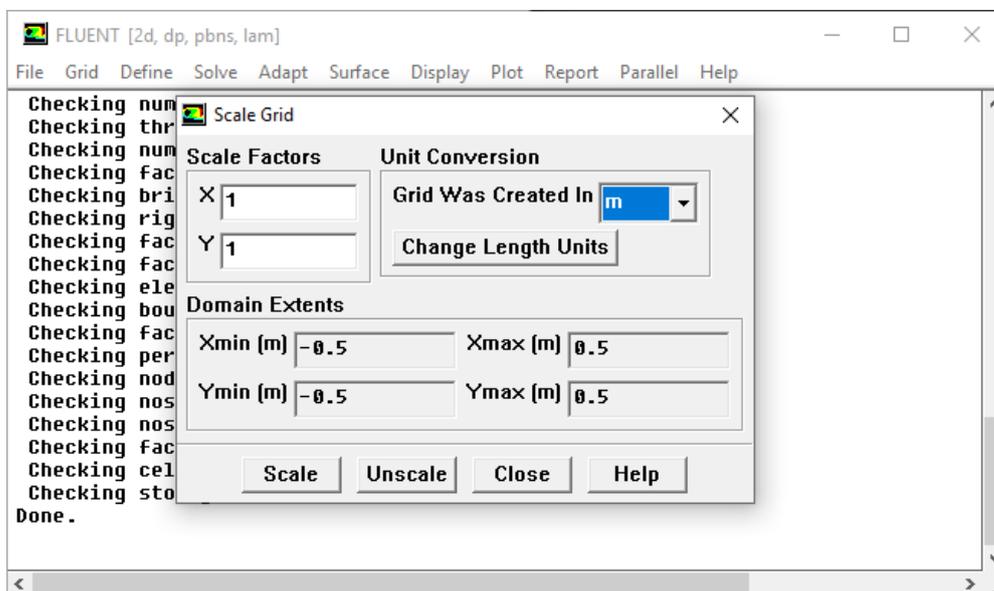
**Grid → Chk**



**Figure II.9 :** Vérification du maillage

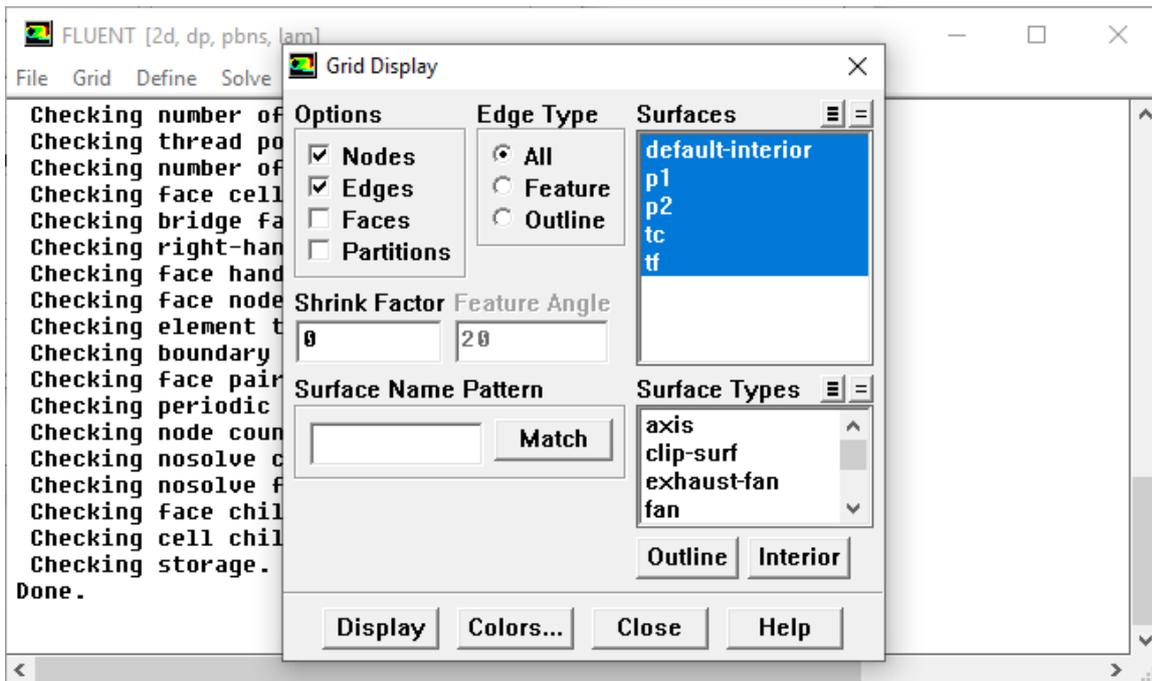
### II.4.1.4. Vérification des unités et des dimensions :

Il faut vérifier que les dimensions et les unités affichées satisfassent aux dimensions du modèle physique de notre cas : **Grid → Scale**



**Figure II.10** Vérification les dimensions et les unités

**Remarque** : pour vérifier que la géométrie ressemble parfaitement à ce que l'on veut, il est possible de vérifier la forme de la grille en cliquant : **display** → **grid**



**Figure II.11** Vérification la forme de la grille en cliquant

C'est le maillage vérifié avec l'échelle adaptée, on déterminera les paramètres de calcul qui se trouve dans le second menu **Define**.

### II.4.2.1. Choix du solveur :

Ce menu permet de choisir le type de *solver* que l'on souhaite utiliser (schéma implicite, régime stationnaire, configuration 2D...) définit comme suit :

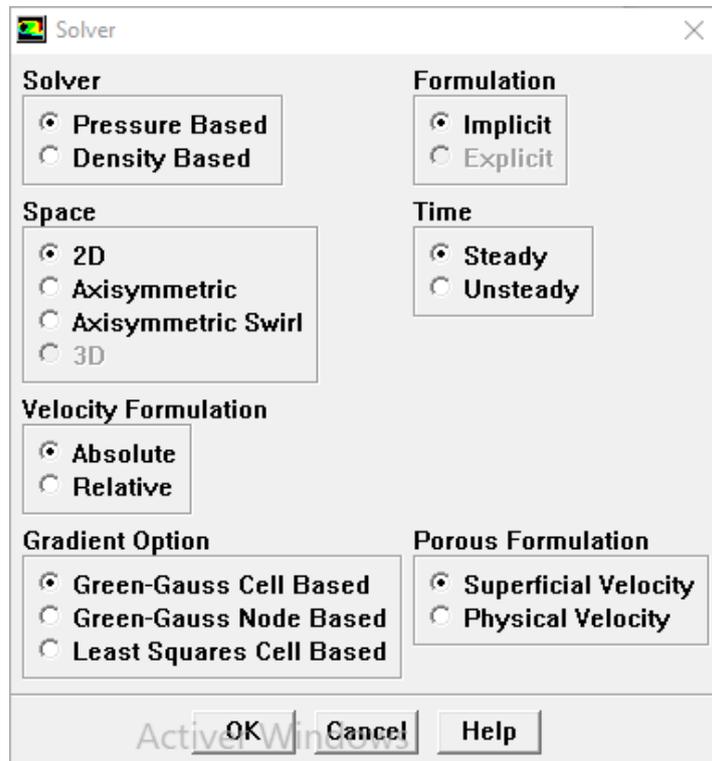


Figure II.12 : Choix du solveur

### II.4.2.2. Choix du régime d'écoulement :

Il existe différentes modélisations de l'écoulement. Parmi lesquelles les écoulements non visqueux, laminaire et turbulents.

Define → Models → Viscous

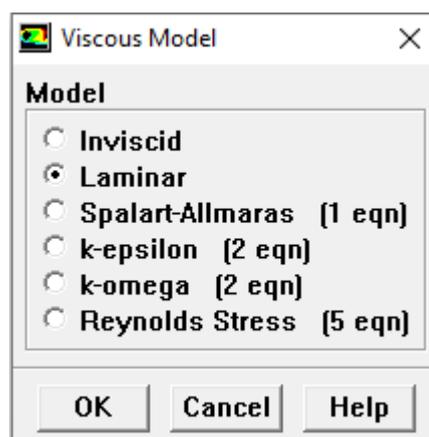


Figure II.13 : Choix de modèle laminaire

Dans le menu **Models** qui est à utiliser en fonction de l'énoncé du problème.

### II.4.3.1. Les caractéristiques du matériau :

On définit le choix de fluide comme suit : **Define -- Materials**

The screenshot shows the 'Materials' dialog box with the following configuration:

Field	Value
Name	air
Material Type	fluid
Chemical Formula	
Fluent Fluid Materials	air
Mixture	none
Density (kg/m <sup>3</sup> )	boussinesq 1.225
Cp (j/kg-k)	constant 1006.43
Thermal Conductivity (w/m-k)	constant 0.0242
Viscosity (kg/m-s)	constant 1.7894e-05

Buttons at the bottom: Change/Create, Delete, Close, Help.

**Figure II.14** : Les caractéristiques du matériau

### II.4.3.2. Les conditions opératoires :

Cette activité permet de placer les conditions de fonctionnement :

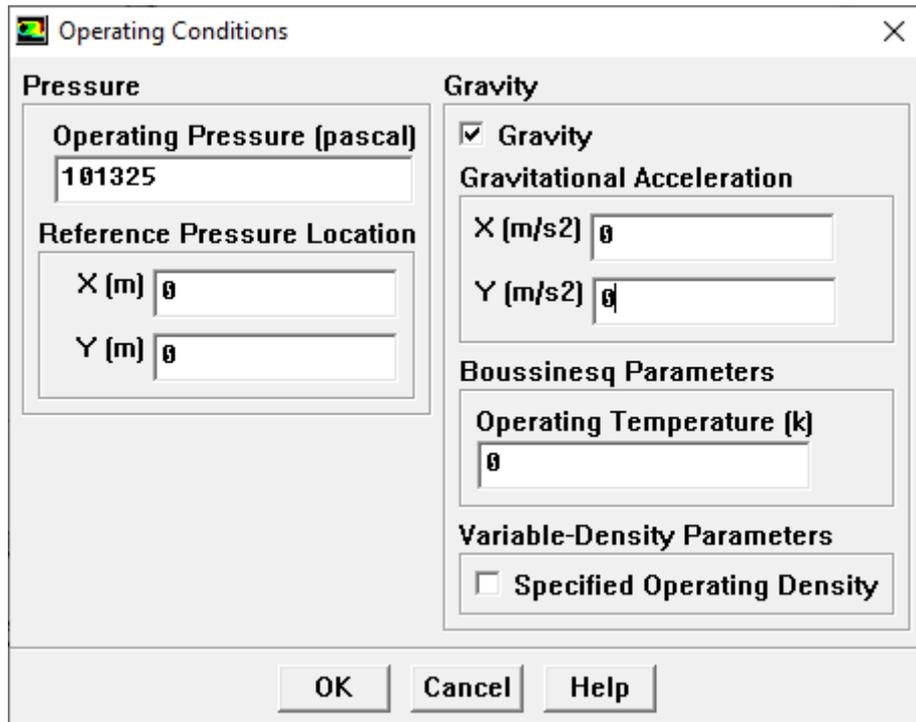


Figure II.15 : choix des conditions opératoires

### II.4.3.3. Les conditions aux limites :

Il est nécessaire de fixer les valeurs des conditions aux limites du problème à traiter :

Define → Boundary conditions

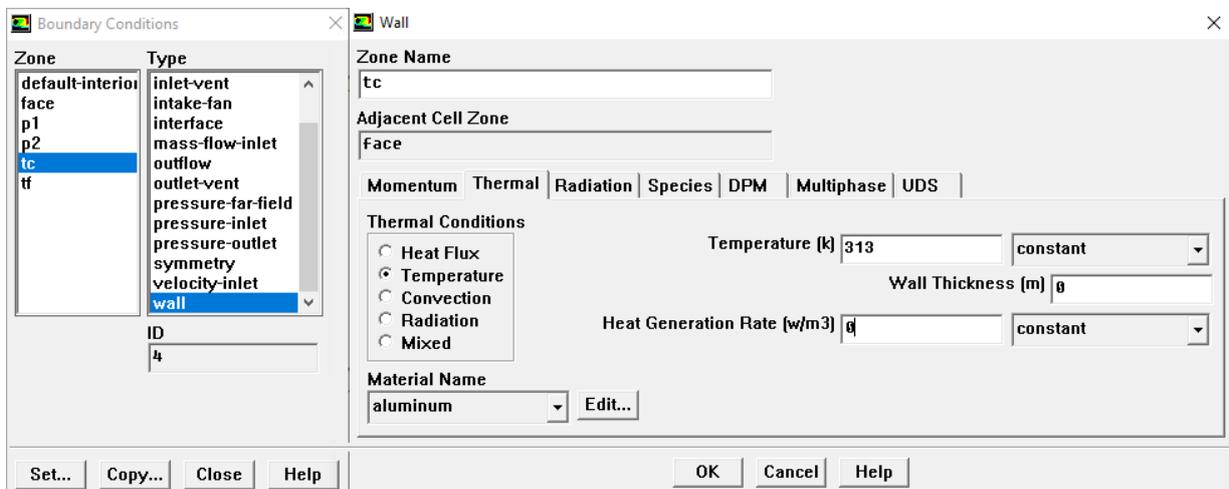


Figure II.16 : la vitesse d'entrée (conditions aux limites)

Le menu *Solve* permet de déterminer les différents éléments pour initialiser le Solveur de Fluent.

#### III.4.4.1. Contrôle de la solution :

Cette étape nous permis d'estimer les schémas de discrétisations, ainsi que le choix d'ordre des équations et l'algorithme (ou choix de solution). *Solve – Control – Solution*

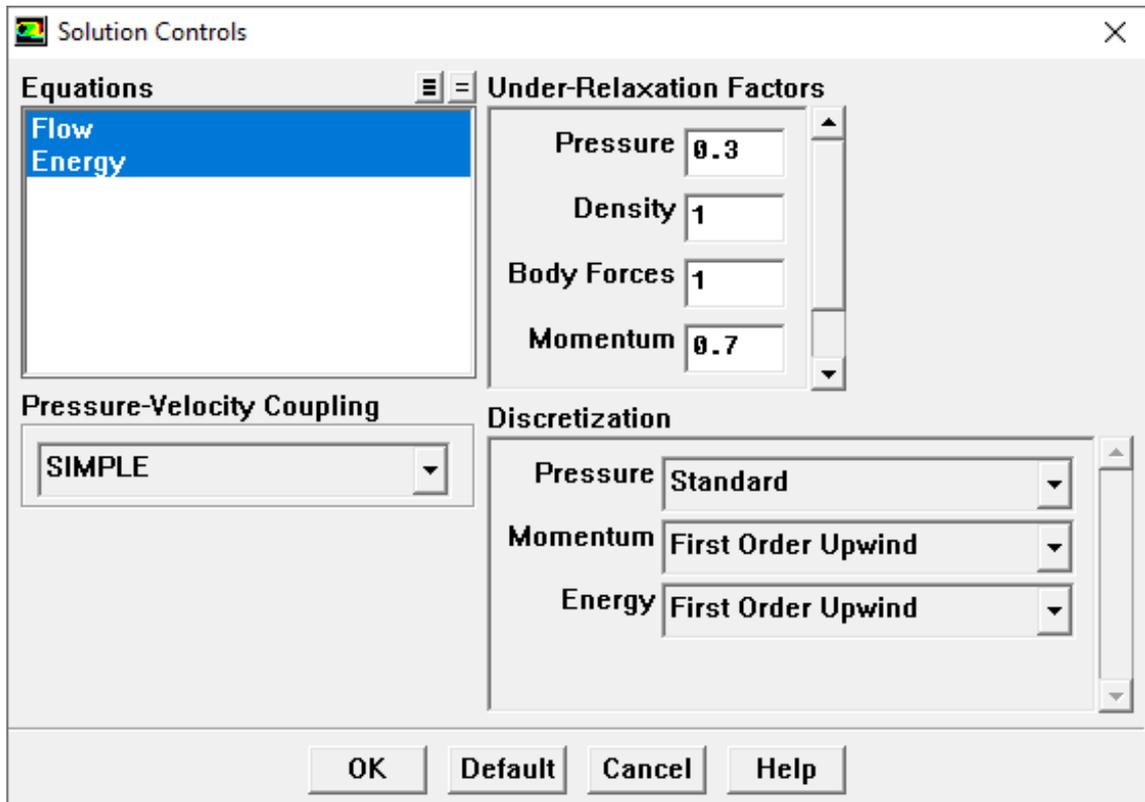


Figure II.17 : Choix d'ordre d'équation

#### II.4.4.2. Initialisation :

Cette option permet d'initialiser le calcul : *Solve* → *Initialize* → *Initialize*

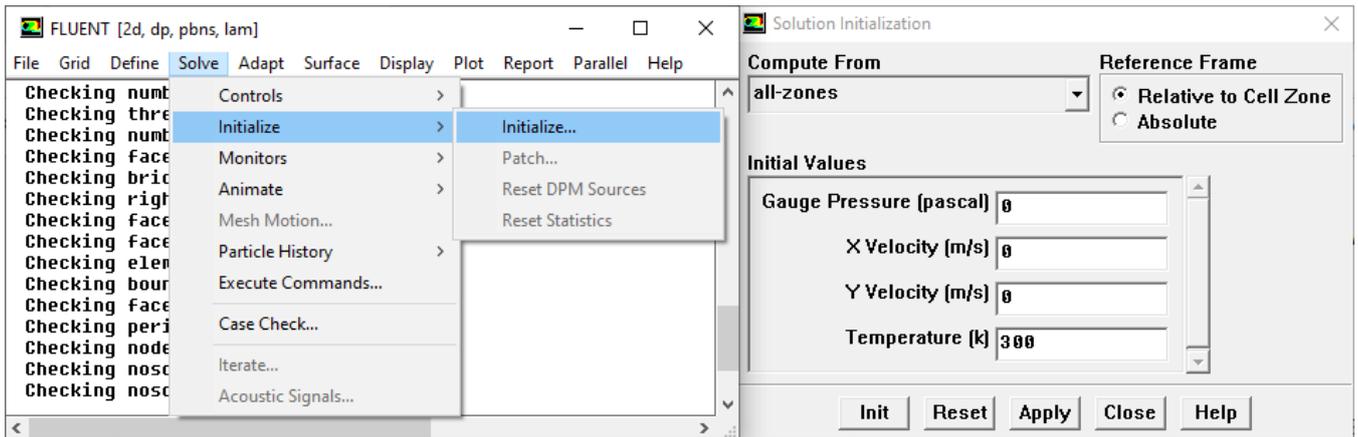


Figure II.18: initialisation de calcul

#### II.4.4.3. Choix des critères de convergence :

Il se fait de favoriser les critères de convergence qui doivent être considérés pour que

Les calculs soient arrêtés : *Solve* → *Monitors* → *Résidual*

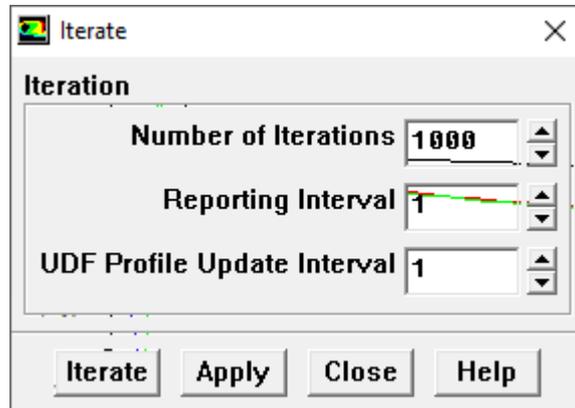


Figure II.19 : Choix des critères de convergence

**Remarque :** Pour afficher la convergence à l'écran pendant les calculs sous forme d'un graphe, il faut activer l'option Plot

#### II.4.4.4. Lancement du calcul de convergence :

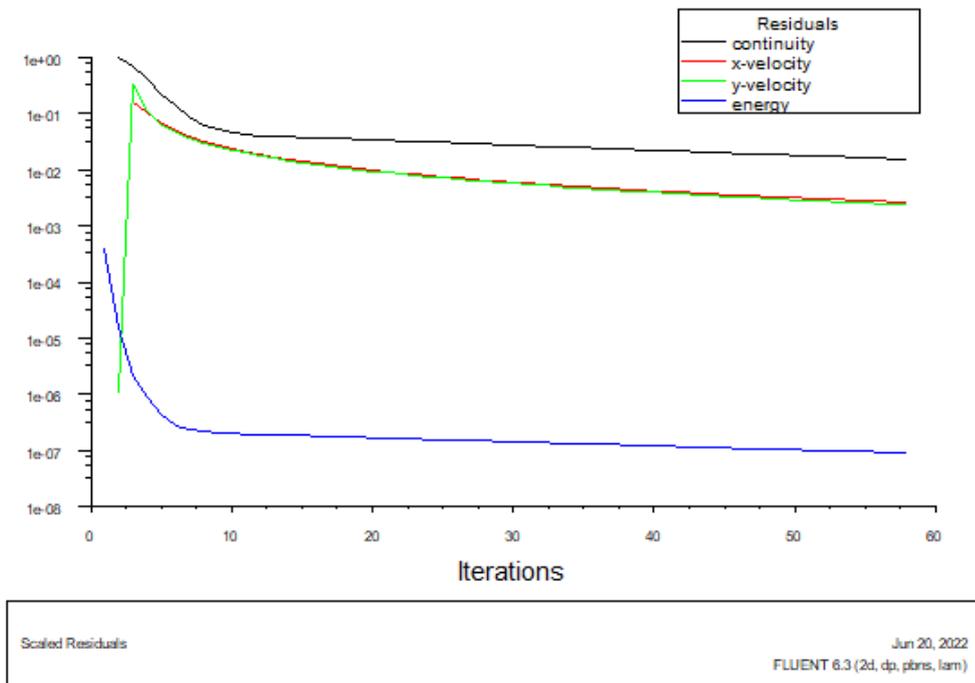
Avant commencer les calculs il faut d'abord choisir le nombre des itérations : *solve*  
→ *iterate*



**Figure II.20 :** Choix du nombre des itérations

#### II.4.4.5. Allures de l'évolution des résidus de calcul :

Le calcul convergé quand le résidu est stable,



**Figure II.21 :** Allures de l'évolution des résidus de calcul pour maillage 90x90

On peut visualiser et analyser les résultats à l'aide post-traitement que propose Fluent.

Ces fonctionnalités sont principalement :

#### ❖ **Display**

1. Le premier menu *Contours* qui accède d'étudie les variations des variables sous forme de ligne de courant, profile de vitesse : *Display → Contours...*
2. Le second menu *vectors*, les valeurs sont expliquées par des vecteurs pour la visualisation les vecteurs des vitesses : *Display → Vectors*

#### ❖ **Surface**

Surface : visualisation des zones expriment du maillage (ligne, plans...), cette option Surface permet de créer les lignes ou les plans dans la géométrie à partir des points.

#### ❖ **Plot**

Plot offre la potentialité de faire des graphes en 2D pour toutes les variables sur les lignes ou plan créées.

### **Remarque :**

Pour réaliser une cavité (3D) et étudie sa complexité, les étapes de la simulation sont les mêmes sauf que dans premier module (géométrie) on changer le type d'analyser de (2D) a (3D) et en démarre le module du logiciel fluent pour 3D.

### **Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons formulé la procédure de la résolution d'un problème physique sur le logiciel Gambit/Fluent, correspondant de la création de la géométrie, la génération de maillage, l'exportation du fichier sur Gambit jusqu'à la définition des conditions de résolution et la visualisation et analyse des résultats sous Fluent.

Dans chapitre suivant, nous présenterons les résultats de validation de code et celle d'étude numérique d'un écoulement dans une cavité cubique entraînée.

# **Chapitre III**

## **Résultats et discussions**

# Chapitre III

## III.1. Introduction :

Dans ce chapitre nous allons présenter la résolution numérique du problème de convection mixte dans une cavité carrée avec une paroi supérieure mobile.

En premier lieu, nous allons présenter les résultats d'une étude du maillage qui a été faite pour le cas de la convection naturelle dans une cavité fermée avec des parois latérales différentiellement chauffé et des parois adiabatiques. Les résultats seront validés et comparé avec ceux trouvés dans la littérature.

En second lieu, une étude de maillage sera aussi présentée pour le cas d'une convection mixte dans une cavité carrée entraînée, dont les parois supérieures et inférieures sont maintenues à des températures chaudes et froides, respectivement. Une validation des résultats sera faite en comparaison avec des références pour le maillage choisis.

Enfin, l'influence des nombres de Prandtl et de Richardson sur les différentes structures de l'écoulement, en termes de lignes de courant, d'isothermes, de profils de vitesse, de profils de température et du nombre de Nusselt sera présenté et discutée.

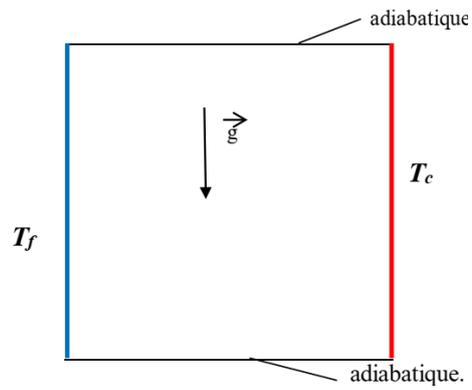
L'étude sera faite pour des nombre de Prandtl de (0.1, 0.667, 0.71 et 6.4) et des nombres de Richardson de (0.1 1 et 5) et cela pour un nombre de Reynolds fixe qui est égal à 100.

## III.2 Validation du Calcul

### III.2.1 études du maillage (convection naturelle) :

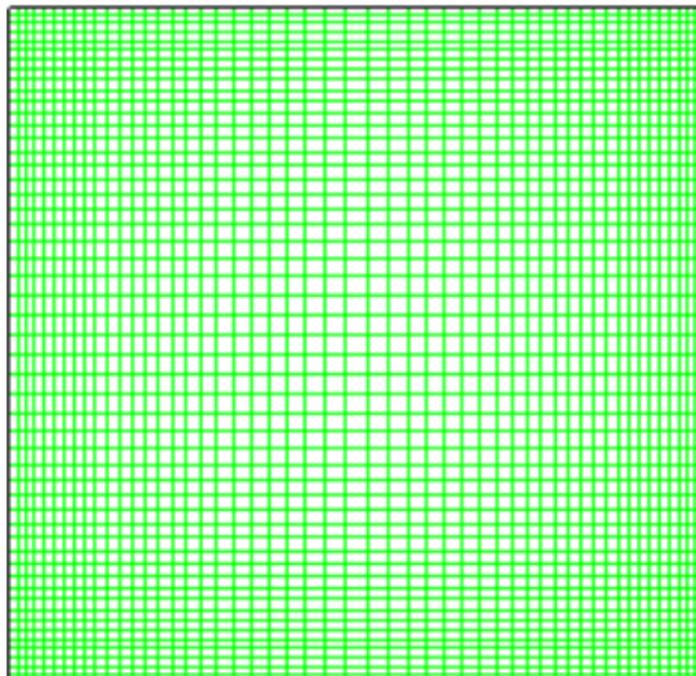
La validation est effectuée avec la cavité simple classique fermée, toutes les parois sont immobiles, la paroi droite chaude, la paroi gauche froide et les deux parois haut et bas sont supposées adiabatique (voir figure III.1).

On considère que  $Pr=0,71$  et le nombre de Rayleigh varie comme suit :  $10^4$  et  $10^5$

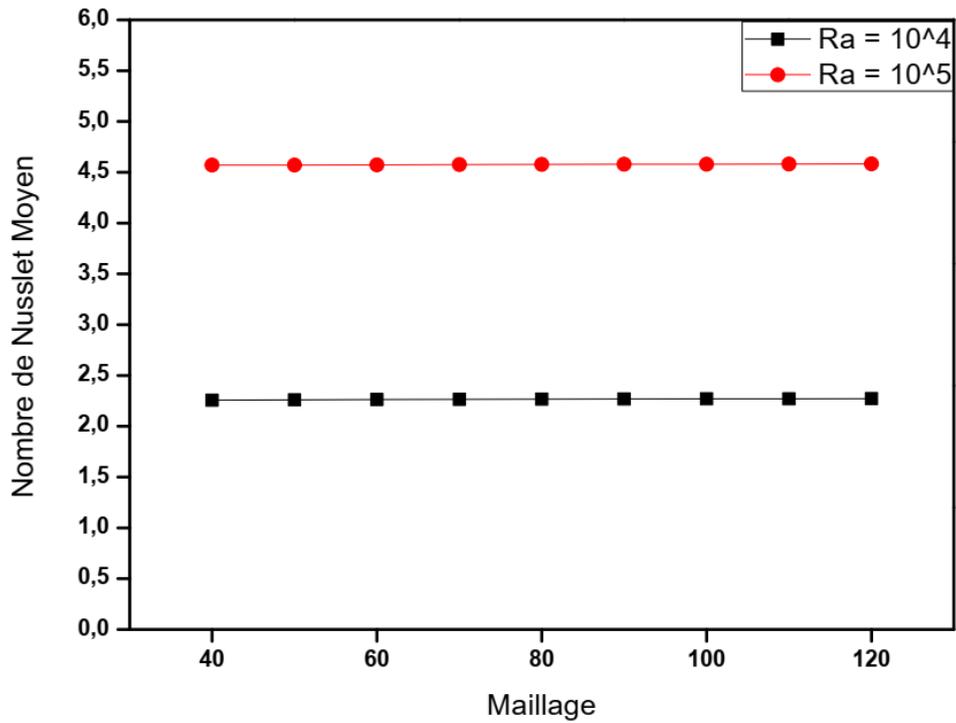


**Figure III.1** configuration physique (cas de convection naturelle)

Pour examiner l'influence des maillages sur la solution numérique nous avons choisi des maillages uniformes est serré sur les parois (40\*40 à 120\*120) voir figure III.2. La validation du maillage est effectuée à l'aide de calcul de la variation du nombre de Nusselt sur la paroi chaude, en fonction du nombre de Rayleigh (Figure 3.3)



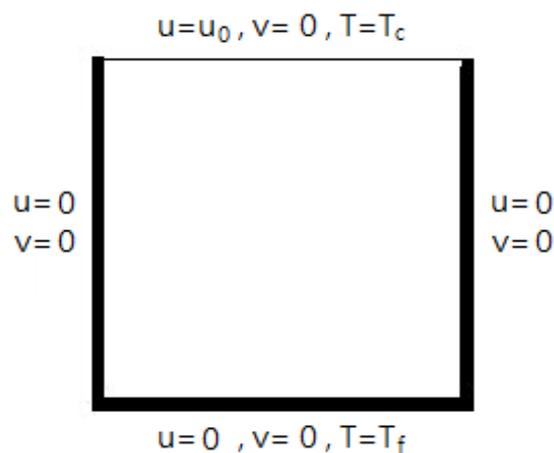
**Figure III.2** Forme des maillages utilisés



**Figure III.3** Etude du maillage pour le cas de la convection naturelle ( $Ra = 10^4$  et  $10^5$ )

### III.2.2 Etude du maillage (convection mixte) :

L'étude du maillage a été faite pour le cas d'une convection mixte dans une cavité carrée entrainée, dont les parois supérieures et inférieures sont maintenues à des températures chaudes et froides, respectivement.

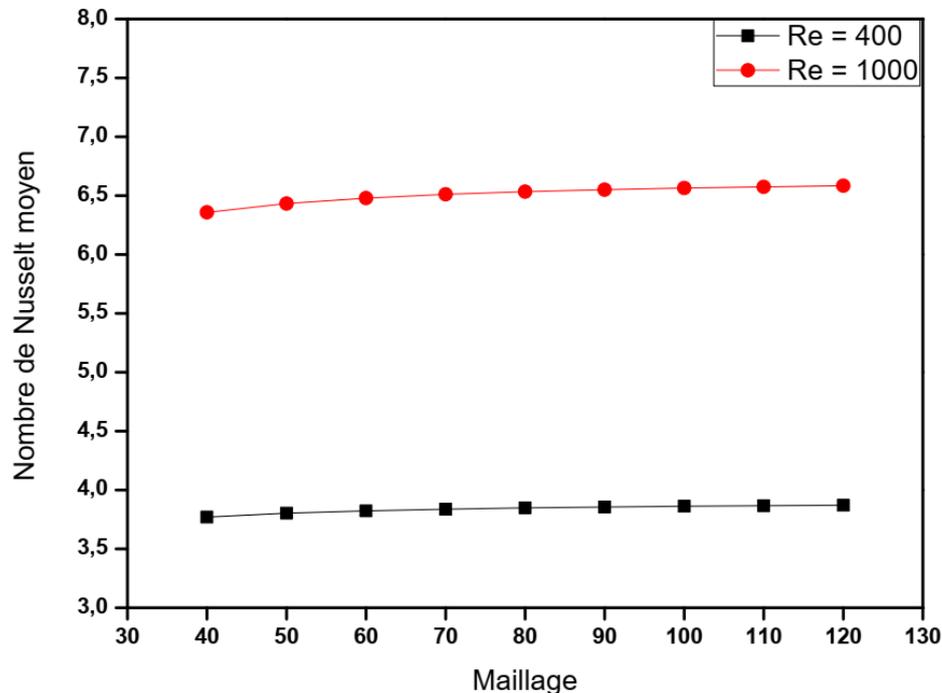


**Figure III.4** Configuration physique (cas de la convection mixte)

On considère que  $Pr = 0.71$  et que le nombre de Grashof est égal à  $10^4$  et le nombre de Reynolds est de 400.

Nous avons examiné l'influence du maillage sur la résolution numérique, pour cela les maillages utilisés varient de  $(40 \times 40)$  à  $(120 \times 120)$ . Afin de valider nos résultats nous avons calculé le nombre de Nusselt moyen au niveau de la paroi chaude.

Après analyse des validations pour les deux phénomènes, afin d'économiser le temps de calcul notre choix s'est porté sur le maillage de  $90 \times 90$



**Figure III.5** Etude du maillage pour le cas de la convection mixte ( $Re = 400$  et  $1000$  pour un  $Gr = 10^4$ )

### III.2.3. Validation physique :

Nous avons comparé les résultats obtenus avec ceux trouvés dans la littérature :

**Tableau III.1** Validation des résultats avec la littérature pour le cas de la convection naturelle ( $Ra = 10^4$  et  $10^5$ ) et  $Pr = 0.71$

Ra	$\overline{Nu}$			
	Présent travail	De Vahl Davis [8]	Hortmann et al [9]	B.Bouamoud et S.Houat [10]
$10^4$	2.268	2.243	2.244	2.221
$10^5$	4.578	4.519	4.521	4.441

- Pour  $Ra = 10^4$  l'erreur est de 1.10% par rapport à De Vahl Davis [8]
- Pour  $Ra = 10^5$  l'erreur est de 1.28 % par rapport à De Vahl Davis [8]
- Pour  $Ra = 10^4$  l'erreur est de 1.05% par rapport à Hortmann et al [9]
- Pour  $Ra = 10^5$  l'erreur est de 1.24% par rapport à Hortmann et al [9]
- Pour  $Ra = 10^4$  l'erreur est de 2.07% par rapport à B.Bouamoud et S.Houat [10]
- Pour  $Ra = 10^5$  l'erreur est de 2.99% par rapport à B.Bouamoud et S.Houat [10]

Pour des nombres de Rayleigh de  $10^4$  et  $10^5$  on constate que l'erreur maximale ne dépasse pas les 3% ce qui signifie que nos résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature.

**Tableau III.2** Validation des résultats avec la littérature pour le cas de la convection mixte ( $Re = 400$  et  $1000$  pour un  $Gr = 10^4$ ) et  $Pr = 0.71$

Re	$\overline{Nu}$			
	$Gr = 10^4$			
	Présent travail	Sivakumar et Sivasankaran[6]	Sharif [11]	Iwatsu et al [12]
400	3.85	3.85	3.82	3.62
1000	6.55	6.47	6.50	6.29

- Pour  $Re = 400$  l'erreur est de 0% par rapport à Sivakumar et Sivasankaran[6]
- Pour  $Re = 1000$  l'erreur est de 1.22% par rapport à Sivakumar et Sivasankaran[6]
- Pour  $Re = 400$  l'erreur est de 0.77% par rapport à Sharif [11]
- Pour  $Re = 1000$  l'erreur est de 0.76% par rapport à Sharif [11]
- Pour  $Re = 400$  l'erreur est de 5.97% par rapport à Iwatsu et al [12]
- Pour  $Re = 1000$  l'erreur est de 3.96% par rapport à Iwatsu et al [12]

Pour des nombres de Reynolds de 1000 et 400 en fixant le nombre de Grashof à  $10^4$ , on constate que l'erreur maximale ne dépasse pas les 6 % ce qui signifie que nos résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature.

### III.3 Résultats et discussions :

Dans cette partie, nous allons étudier le cas proposé dans ce sujet, notamment, la convection mixte dans une cavité entraînée avec une paroi supérieure mobile maintenu à une température chaude, tout en maintenant la paroi inférieure à une température froide, tandis que les parois latérales sont considérées comme étant adiabatique (Figure III.6).

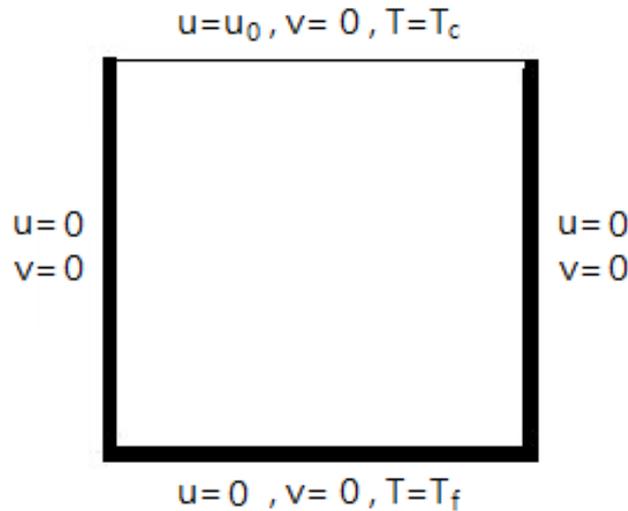


Figure III.6 Configüre physique du phénomène étudié

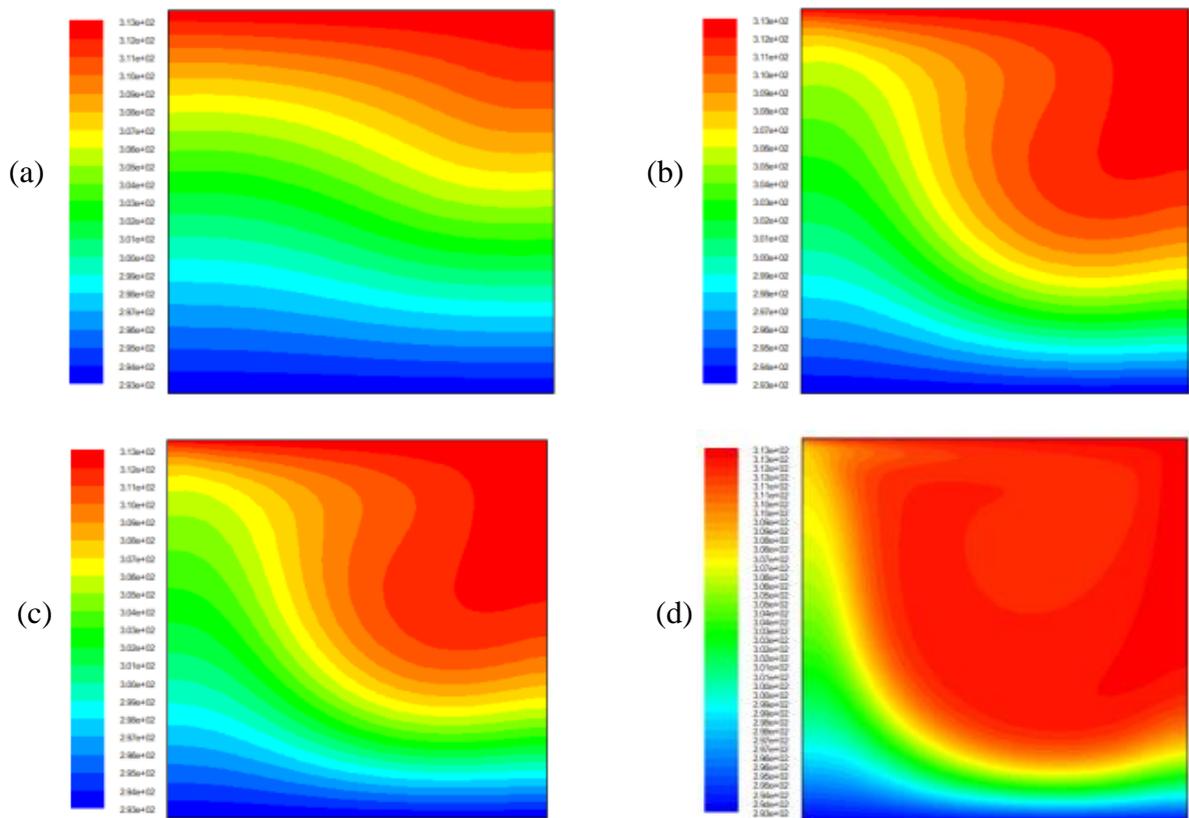
#### III.3.1 Etude de l'influence du nombre de Prandtl :

Le nombre de Richardson étant fixé dans un premier lieu à 0.1, 1 et ensuite à 5 tout en faisant varier le nombre de Prandtl de  $Pr = (0.1, 0.667, 0.71 \text{ et } 6.4)$  avec un nombre de Reynolds égal à 100. Le maillage utilisé est celui qui a été choisis lors de la validation, notamment  $90 \times 90$ .

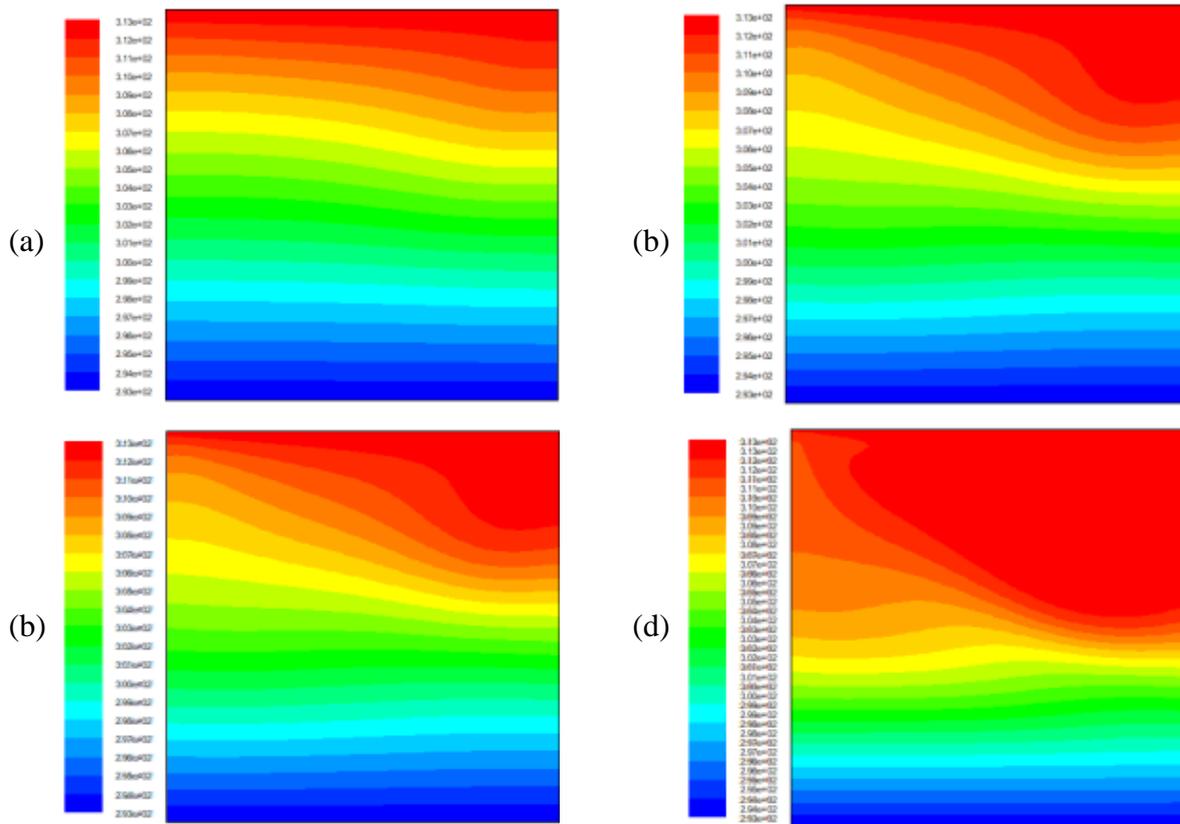
##### III.3.1.1 Commentaires :

Les Figure III.7, III.9 montrent les contours de température et les lignes de courant en fonction du nombre de Prandtl pour un nombre de Richardson  $Ri = 0.1$  et un nombre de Reynolds  $Re = 100$ , on observe que pour un nombre de Prandtl élevé l'écoulement occupe une grande partie de la cavité par rapport à un nombre de Prandtl faible, et notamment au niveau des contours de température, cela est du au fait que pour des fluides a nombres de Prandtl élevée, la couche limite thermique est réduite.

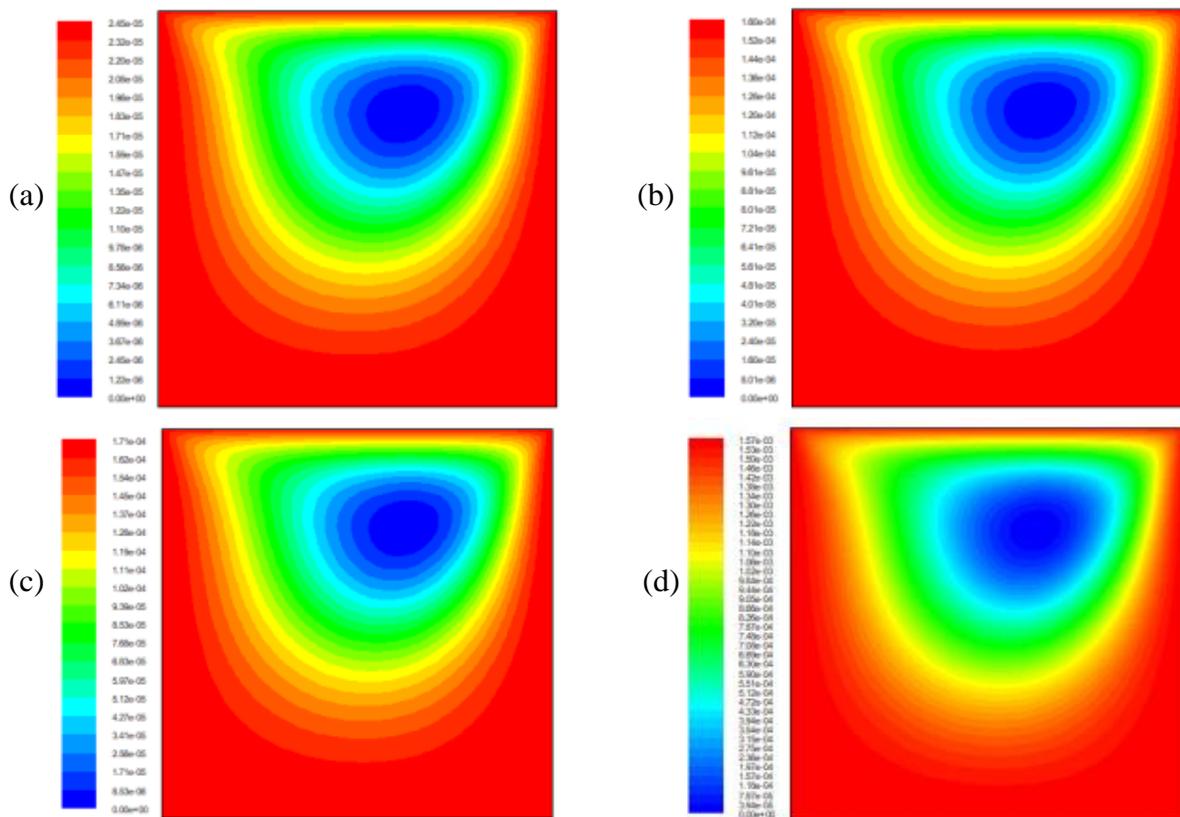
Lorsqu'on augmente le nombre de Richardson à  $Ri = 5$ , ce qui est montrée en termes de contours de températures dans la figure III.8 et les lignes de courant dans la figure III.10, on remarque que la dominance de la convection mixte par rapport à la convection naturelle est moindre du fait de l'augmentation du nombre de Richardson et de fait des forces de flottabilité, ce qui est clair au niveau des lignes de courant où l'on remarque la formation d'un tourbillon au niveau du côté inférieur gauche de la cavité, et donc l'écoulement n'occupe pas une grande partie de la cavité par rapport au cas où  $Ri = 0.1$ .



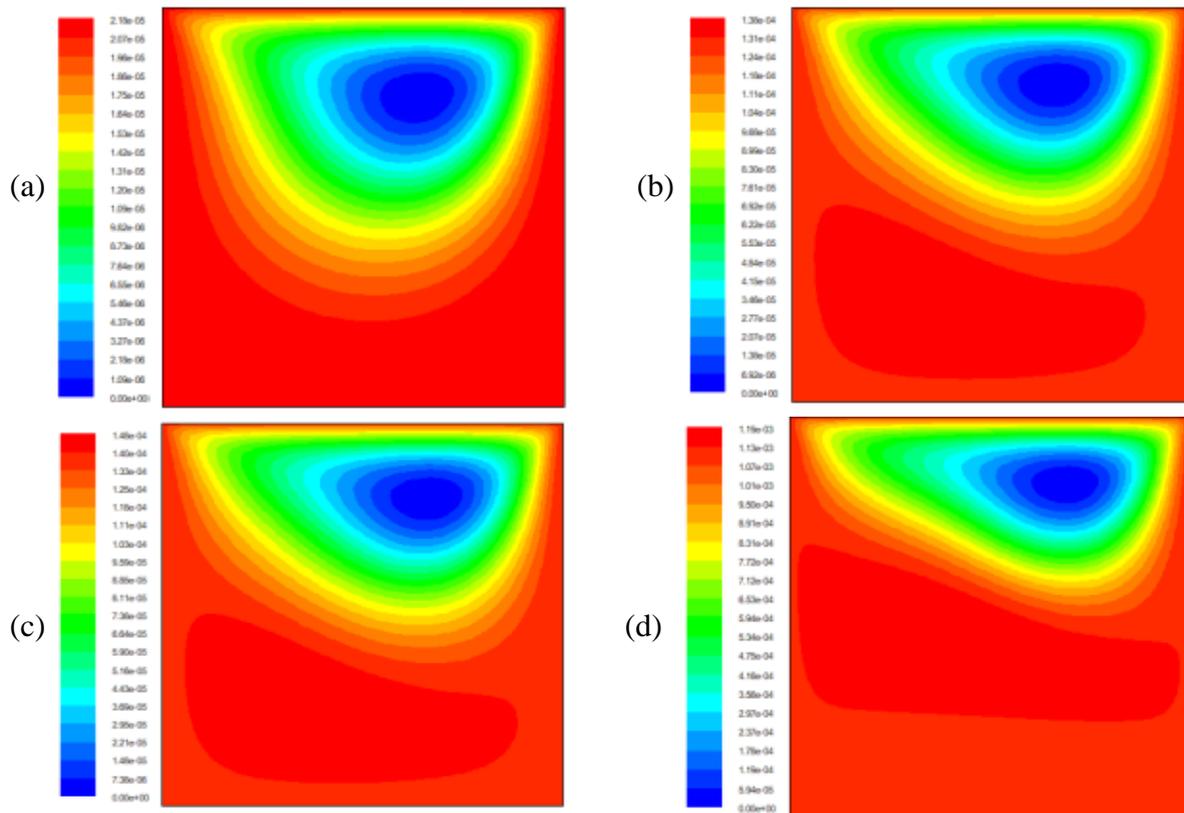
**Figure III.7** Contours de température pour a)  $Pr = 0.1$ , b)  $Pr = 0.667$ , c)  $Pr = 0.71$ , d)  $Pr = 6.4$ , pour  $Ri = 0.1$  et  $Re = 100$



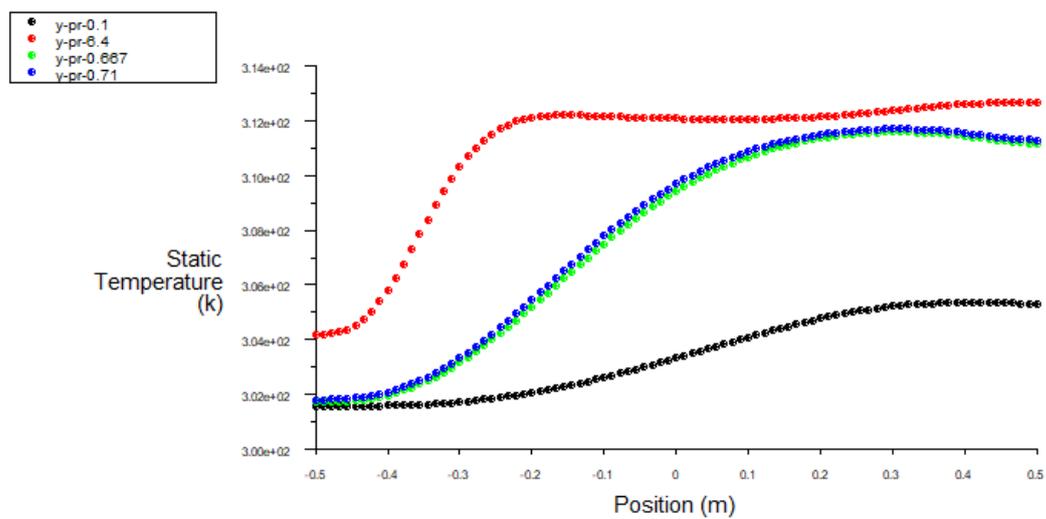
**Figure III.8** Contours de température pour a)  $Pr = 0.1$ , b)  $Pr = 0.667$ , c)  $Pr = 0.71$ , d)  $Pr = 6.4$ , pour  $Ri = 5$  et  $Re = 100$



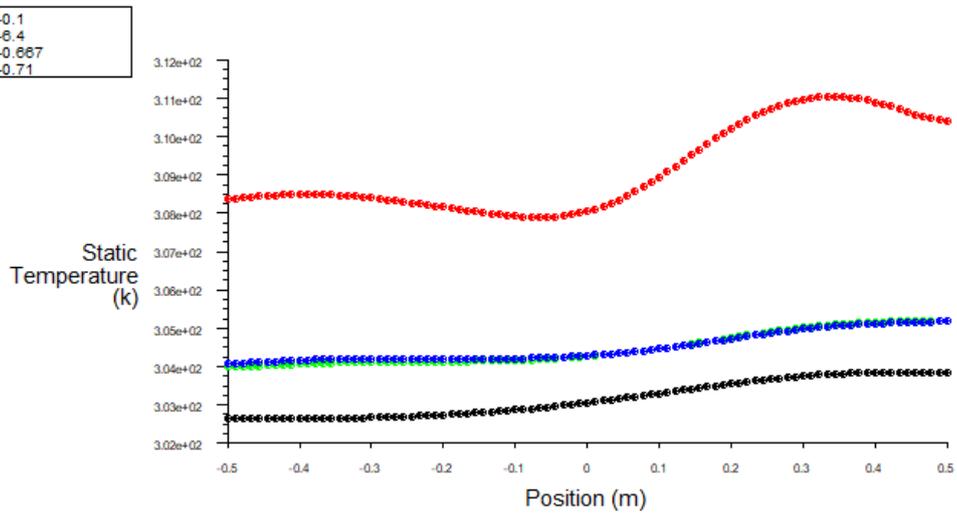
**Figure III.9** Lignes de courant pour a)  $Pr = 0.1$ , b)  $Pr = 0.667$ , c)  $Pr = 0.71$ , d)  $Pr = 6.4$ , pour  $Ri = 0.1$  et  $Re = 100$



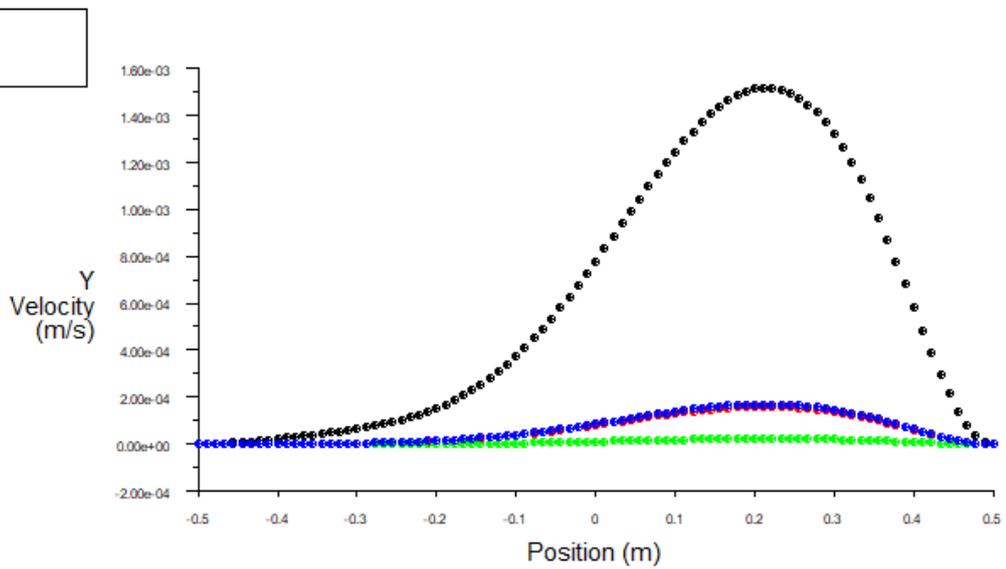
**Figure III.10** Lignes de courant pour a)  $Pr = 0.1$ , b)  $Pr = 0.667$ , c)  $Pr = 0.71$ , d)  $Pr = 6.4$ , pour  $Ri = 5$  et  $Re = 100$



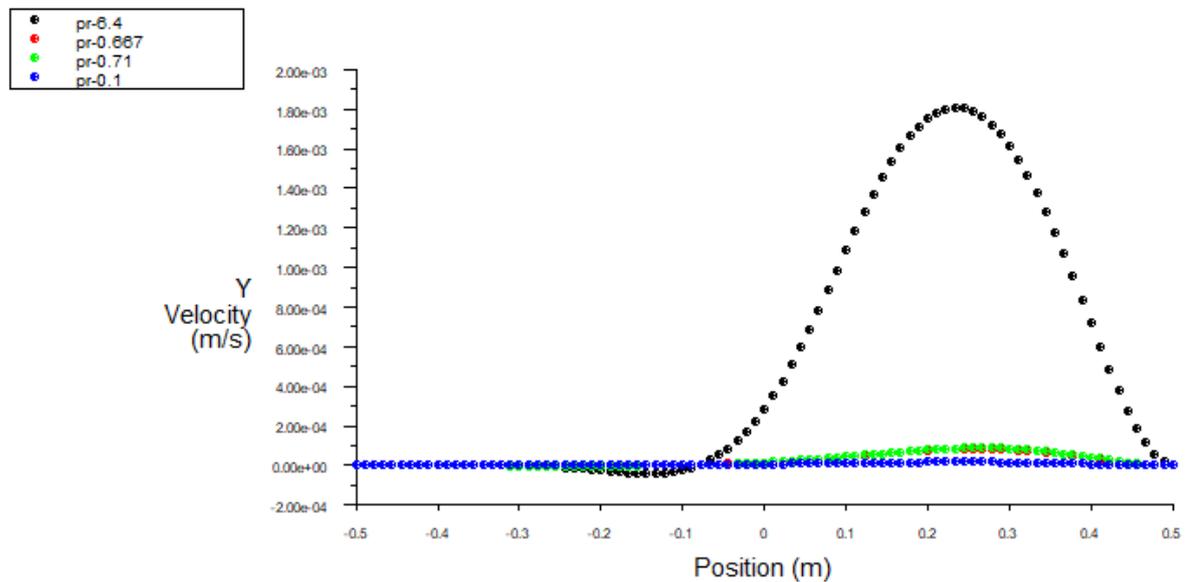
**Figure III.11** Profil de température à  $Y = 0.5$  pour  $Pr = (0.1, 0.667, 0.71, 6.4)$  et  $Ri = 0.1$



**Figure III.12** Profil de température à  $Y = 0.5$  pour  $Pr = (0.1, 0.667, 0.71, 6.4)$  et  $Ri = 5$



**Figure III.13** Profil de vitesse verticale ( $U_y$ ) à  $Y = 0.5$  pour  $Pr = (0.1, 0.667, 0.71, 6.4)$  et  $Ri = 0.1$

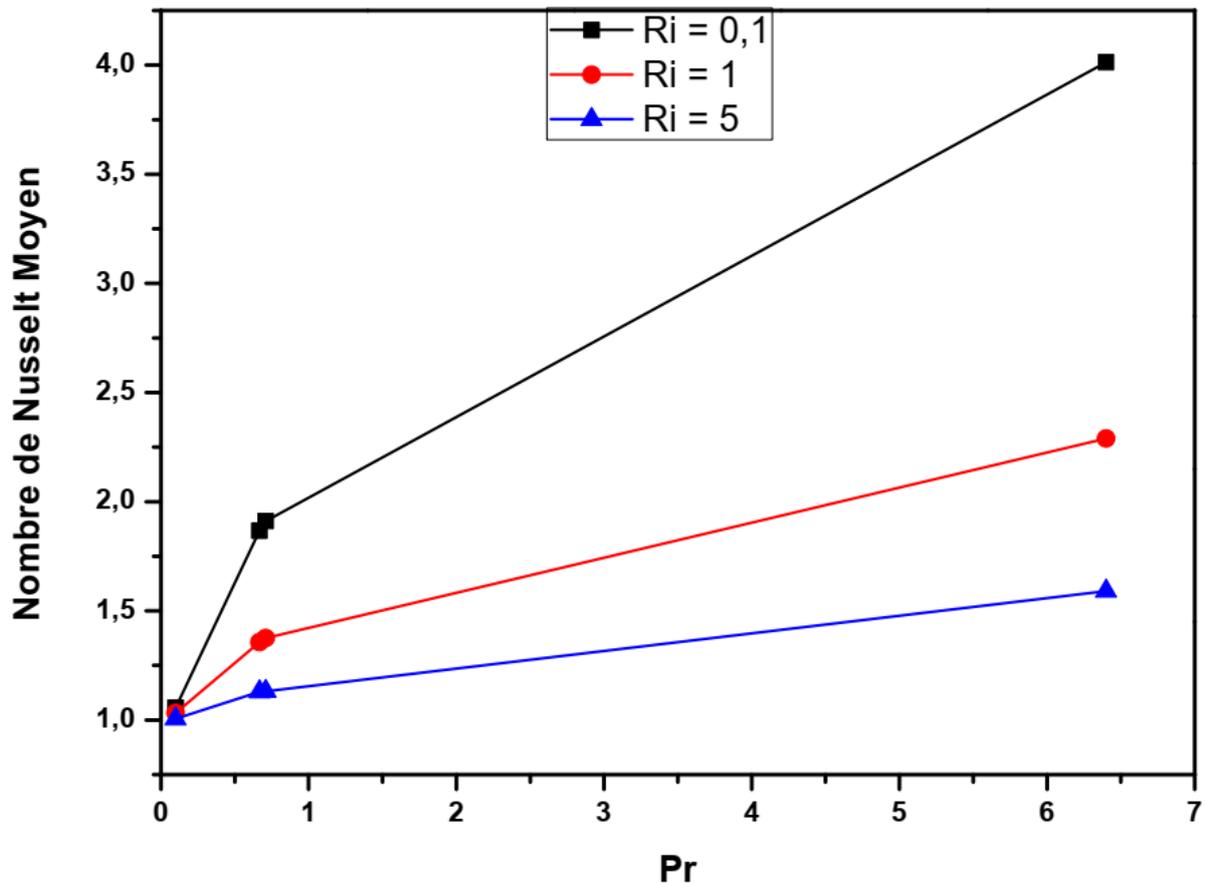


**Figure III.14** Profil de vitesse verticale ( $U_y$ ) à  $Y = 0.5$  pour  $Pr = (0.1, 0.667, 0.71, 6.4)$  et  $Ri = 5$

Les **Figure III.11, III.12** montrent les profils de température à  $Y = 0.5$  pour des nombres de Richardson de 0.1 et 5 à  $Re = 100$ , on constate que les températures maximales sont atteintes pour le nombre de Prandtl le plus élevé ( $Pr = 6.4$ ).

Les **Figure III.13, III.14** montrent les profils de vitesse verticale à  $Y = 0.5$  pour des nombres de Richardson de 0.1 et 5 à  $Re = 100$ , il est clair que pour des nombres de Prandtl élevé la vitesse est élevée et cela le long de la largeur de la cavité.

La **figure III.15** représente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Prandtl pour des nombres de Richardson de 0.1, 1 et 5, on remarque que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Prandtl, et que la variation du nombre de Nusselt pour le nombre de Richardson de 0.1 est supérieure à celui de  $Ri = 1$  qui est supérieur à celui de  $Ri = 5$ .



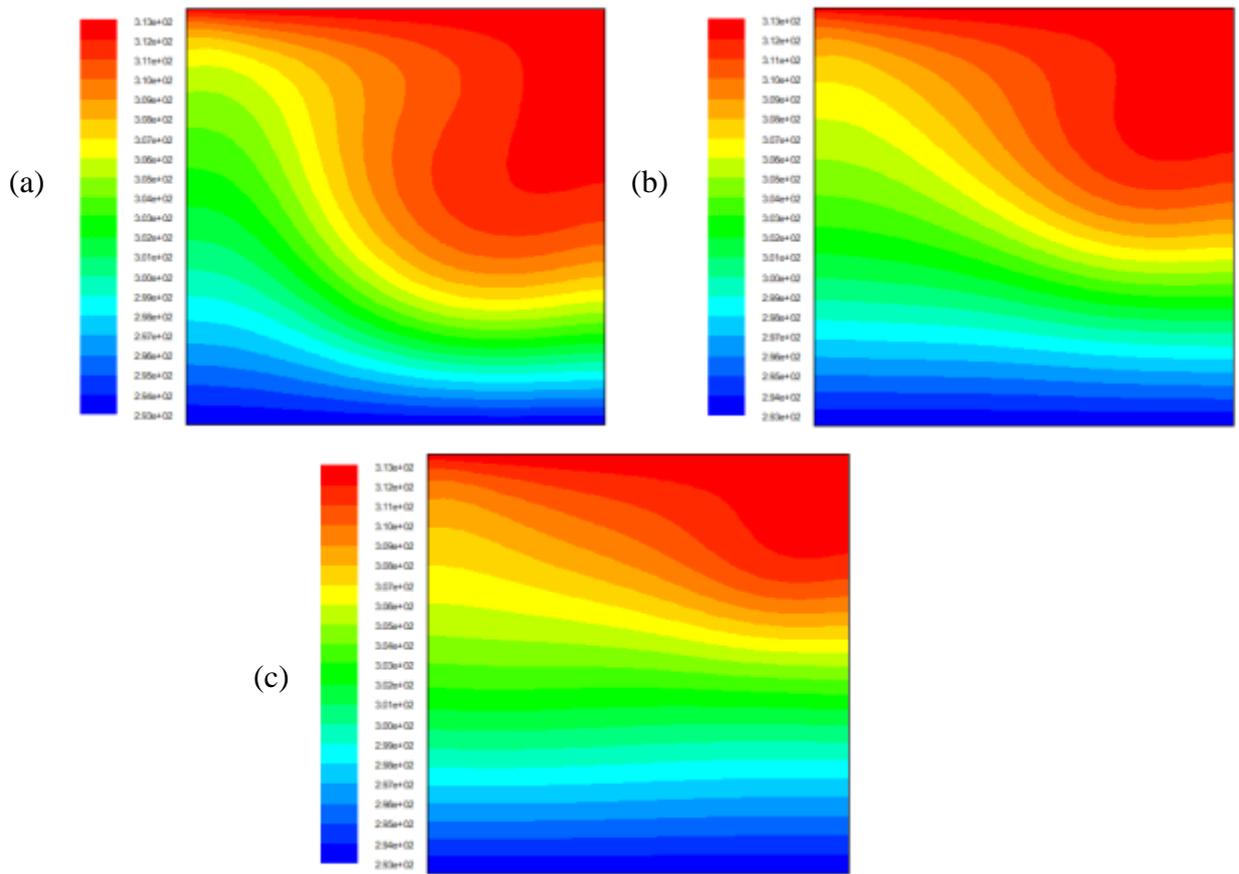
**Figure III.15** Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Prandtl pour  $Ri = (0.1, 1 \text{ et } 5)$

### III.3.2 Étude de l'influence du nombre de Richardson :

Dans cette partie, nous allons étudier l'effet du nombre de Richardson sur le phénomène étudié, nous avons fait varier les nombres de Richardson de 0.1 à 5 et cela pour deux nombres de Prandtl de 0.1 et 6.4, avec un nombre de Reynolds maintenu à 100.

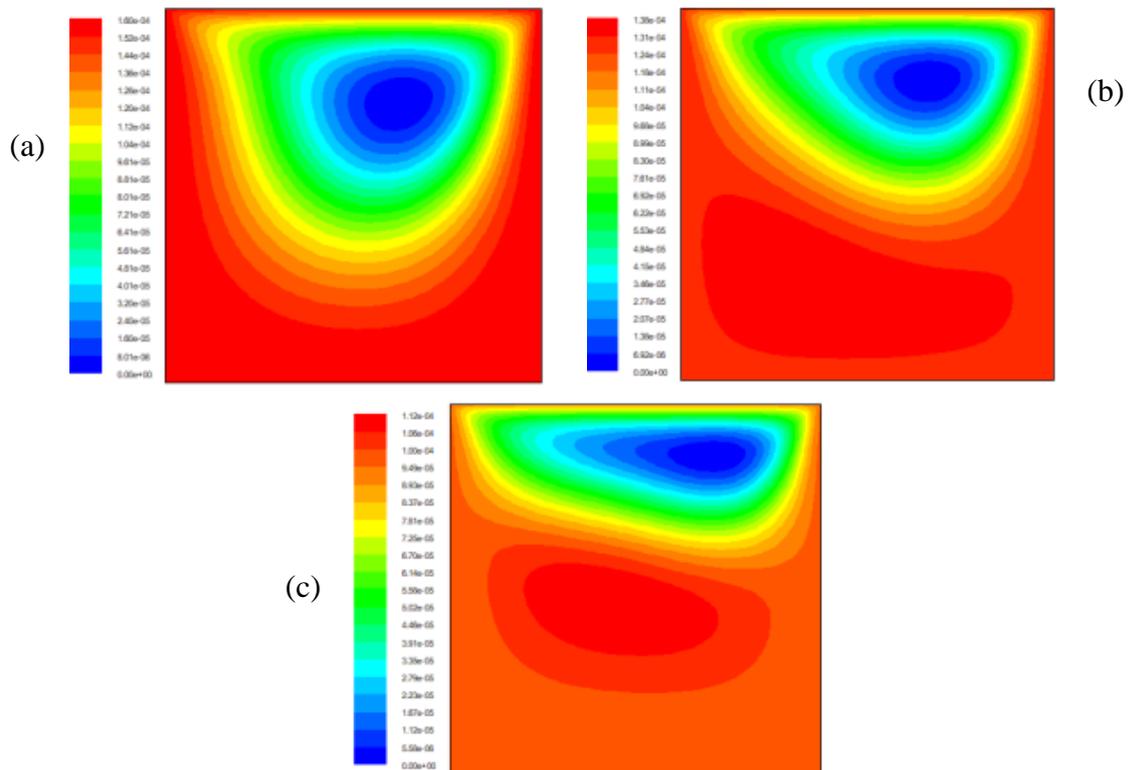
#### III.3.2.1 Commentaires :

Les **Figure III.16, III.17 et III.18, III.19** montrent les contours de température et les lignes de courant en fonction du nombre de Richardson pour des nombres de Prandtl de  $Pr = 0.667$  et de  $Pr = 6.4$  et un nombre de Reynolds  $Re = 100$ , on constate que lors de l'augmentation du nombre de Richardson la vitesse de l'écoulement diminue du fait de la force de flottabilité caractérisant le phénomène de convection naturelle, pour les deux fluides l'effet est le même mais à deux degrés différents à cause de la nature du fluide (nombre de Prandtl élevé ou bas).

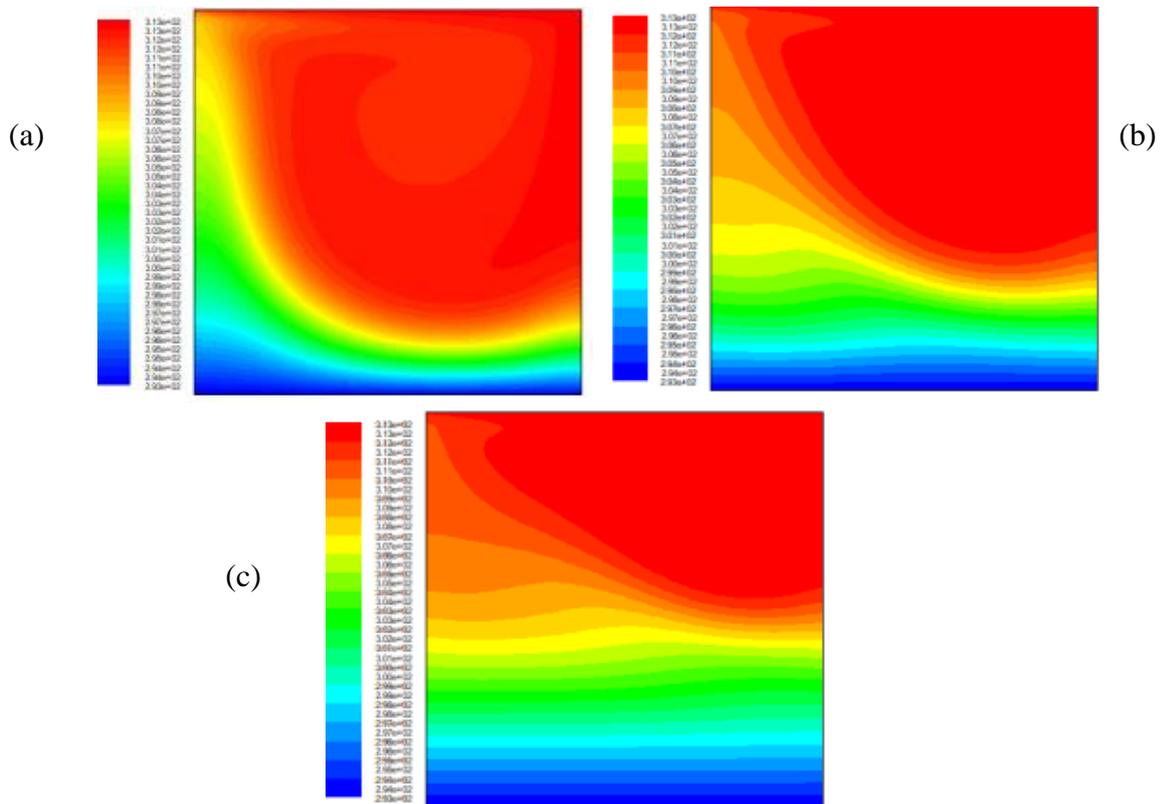


**Figure III.16** Contours de température pour a)  $Ri = 0.1$ , b)  $Ri = 1$  et c)  $Ri = 5$ , pour  $Pr = 0.1$  et

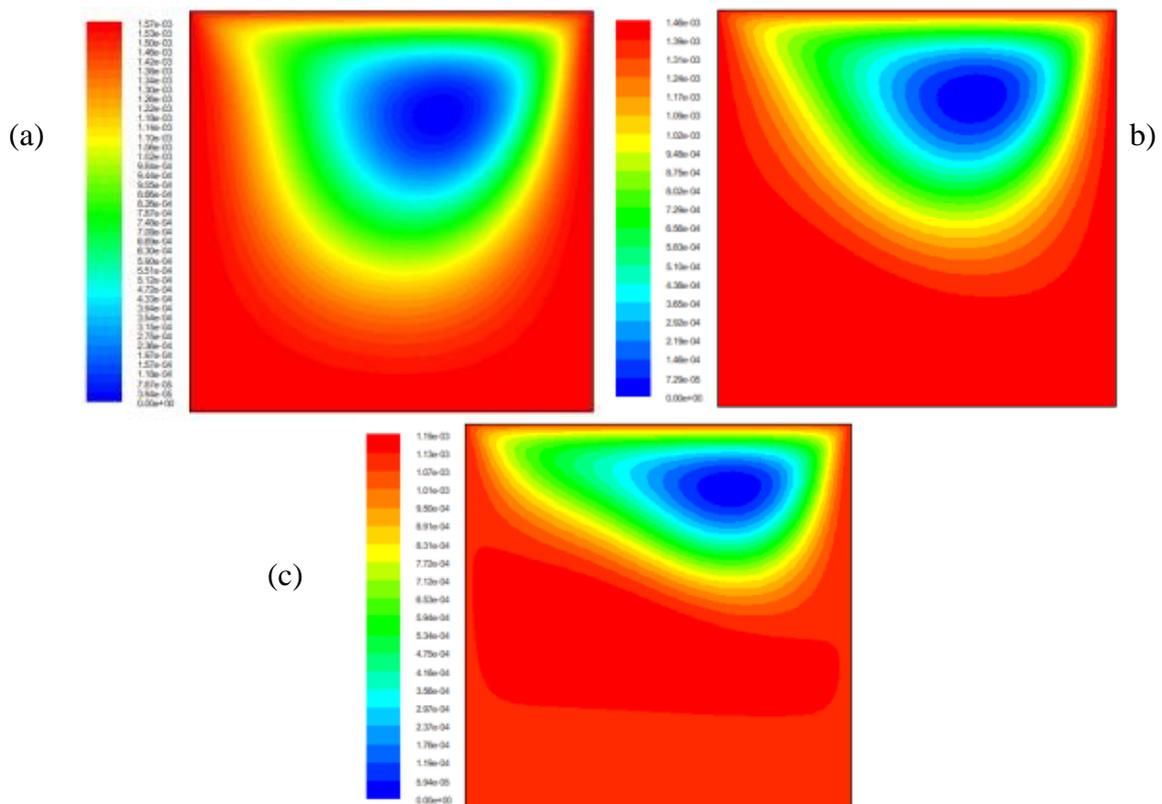
$Re = 100$



**Figure III.17** Lignes de courant pour a)  $Ri = 0.1$ , b)  $Ri = 1$  et c)  $Ri = 5$ , pour  $Pr = 0.1$  et  $Re = 100$



**Figure III.18** Contours de température pour a)  $Ri = 0.1$ , b)  $Ri = 1$  et c)  $Ri = 5$ , pour  $Pr = 6.4$  et  $Re = 100$



**Figure III.19** Lignes de courant pour a)  $Ri = 0.1$ , b)  $Ri = 1$  et c)  $Ri = 5$ , pour  $Pr = 6.4$  et  $Re = 100$

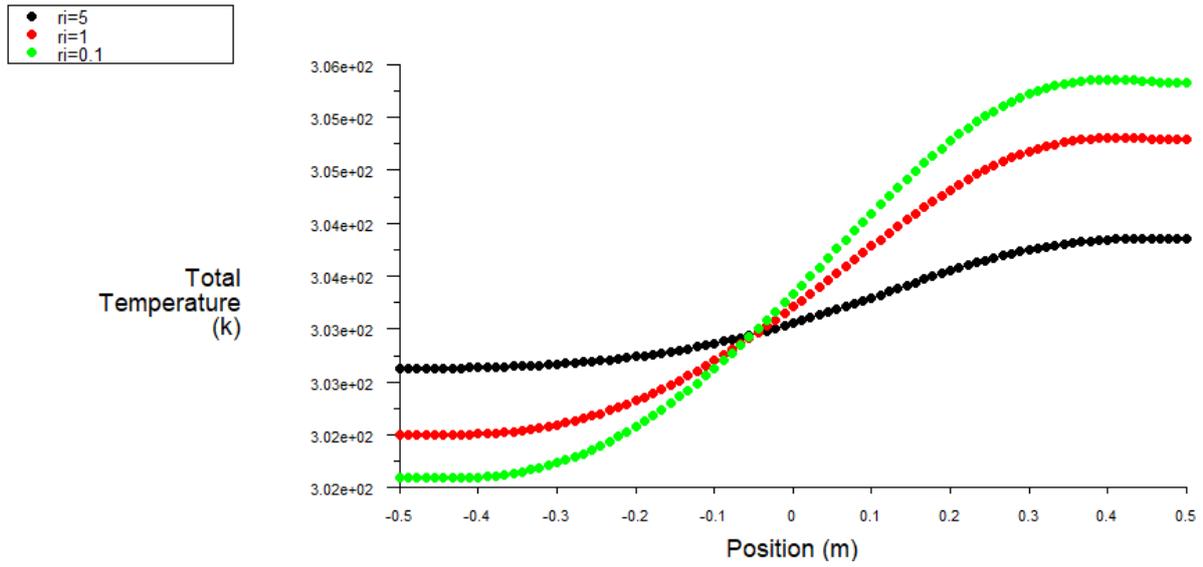


Figure III.20 profil de température pour  $Ri = (0.1, 1 \text{ et } 5)$  pour  $Re = 100$  et  $Pr = 0.1$

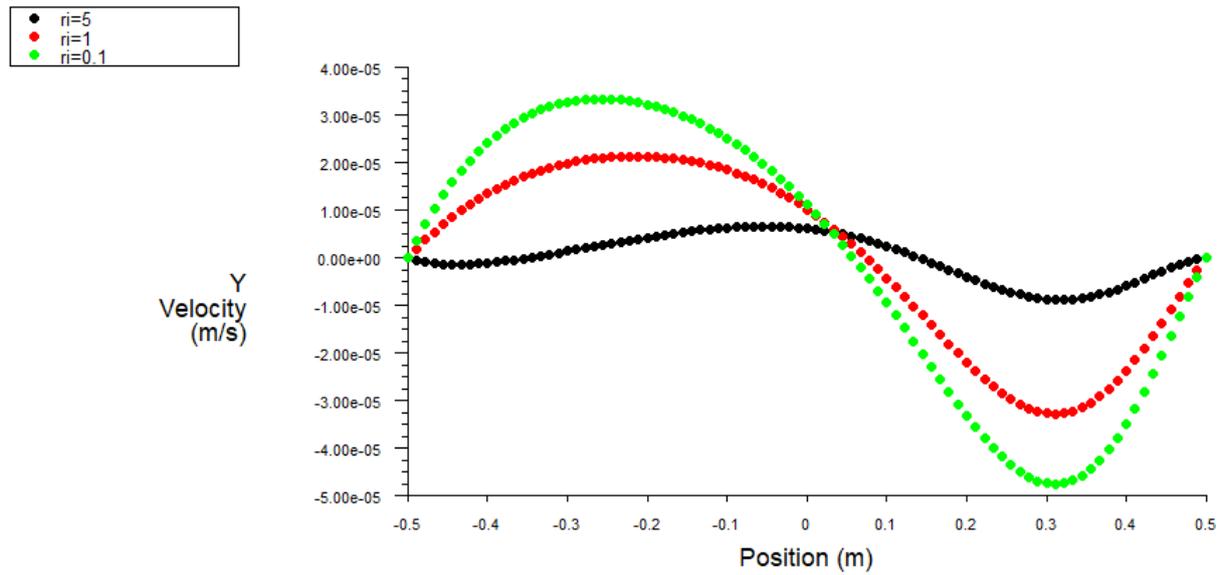
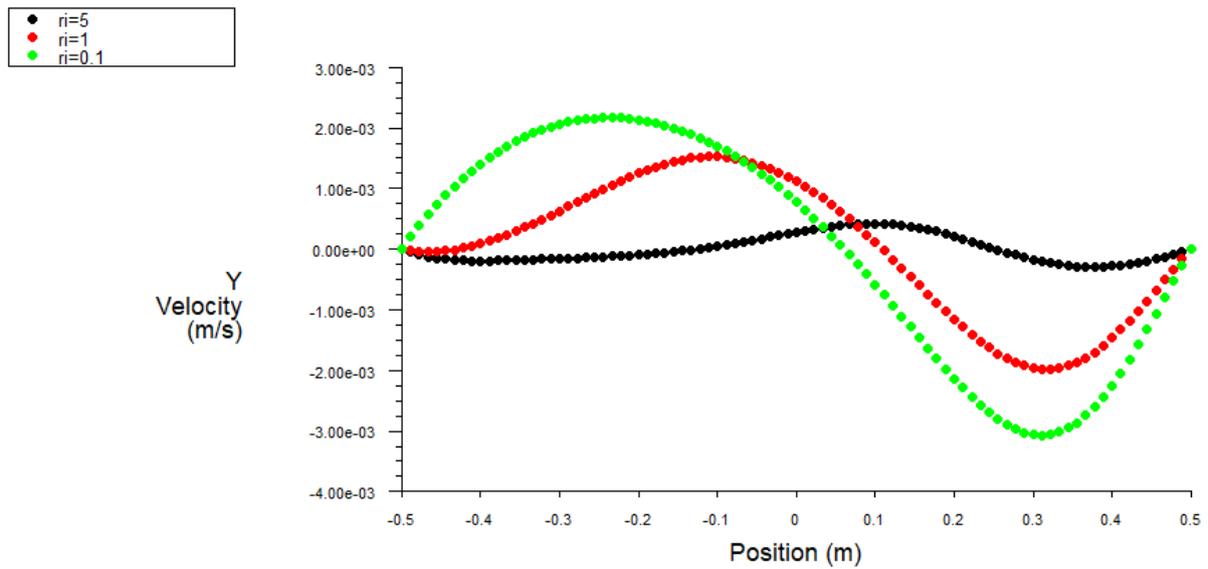
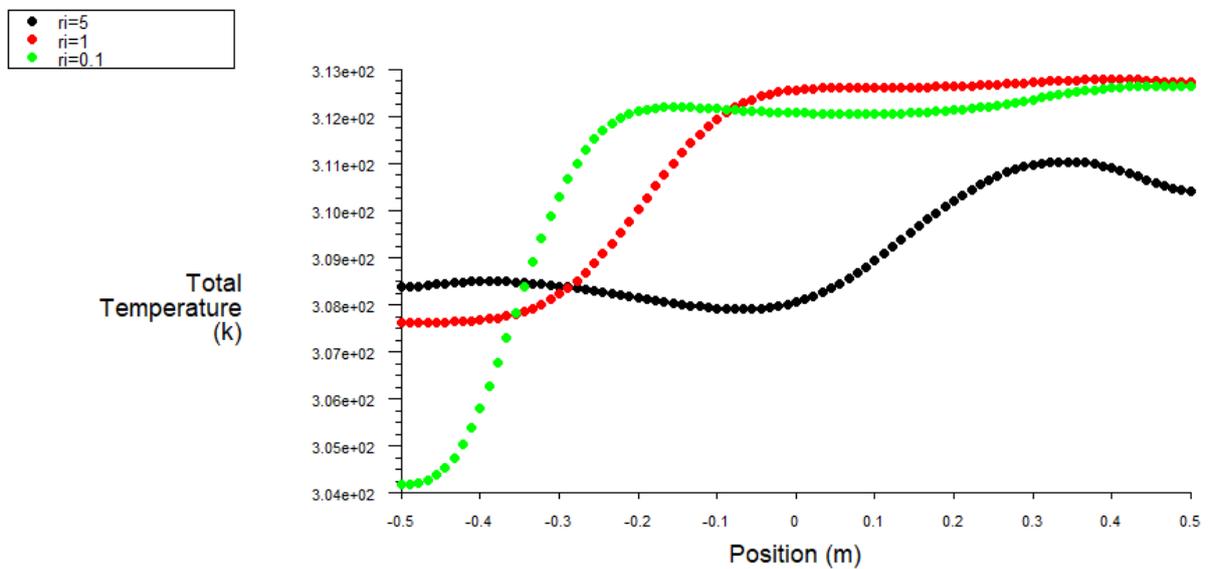


Figure III.21 profil de vitesse verticale pour  $Ri = (0.1, 1 \text{ et } 5)$  pour  $Re = 100$  et  $Pr = 0.1$



**Figure III.22** profil de vitesse verticale pour  $Ri = (0.1, 1 \text{ et } 5)$  pour  $Re = 100$  et  $Pr = 6.4$



**Figure III.23** profil de température pour  $Ri = (0.1, 1 \text{ et } 5)$  pour  $Re = 100$  et  $Pr = 6.4$

**Les figures III.20 et III.23** représentent les profils de température pour  $Ri = (0.1, 1 \text{ et } 5)$  pour des nombres de Prandtl de 0.1 et 6.4 respectivement, on remarque que pour un nombre de Prandtl de 0.1 la température maximale et minimale est atteinte pour le nombre de Richardson minimal  $Ri = 0.1$ , et que lorsque le nombre de Richardson augmente la variation de la température le long de la cavité diminue.

Pour un nombre de Prandtl de 6.4 on remarque que la température maximale est atteinte pour un nombre de Richardson  $Ri = 1$ .

Les figures III.21 et III.22 représentent les profils de vitesse verticale pour  $Ri = (0.1, 1$  et  $5)$  pour des nombres de Prandtl de 0.1 et 6.4 respectivement, on constate que la vitesse maximale et minimale est atteinte pour le nombre de Richardson minimal  $Ri = 0.1$ , et que lorsque le nombre de Richardson augmente la variation de la vitesse le long de la cavité diminue.

La figure III.24 représente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson pour ( $Pr = 0.1, 0.667, 0.71, 6.4$ ), on remarque que le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson, et que la variation du nombre de Nusselt diminue avec la diminution du nombre de Prandtl.

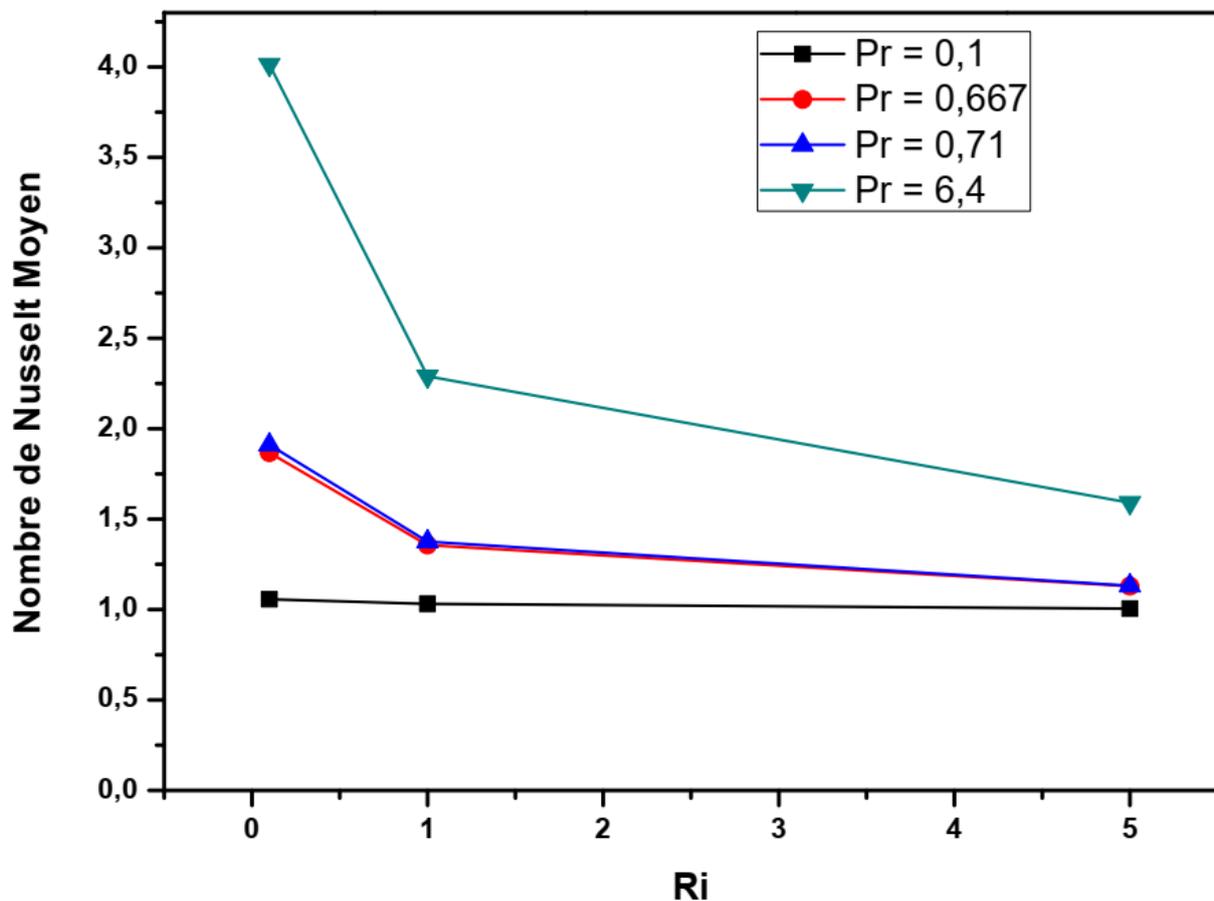


Figure III.24 Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson pour ( $Pr = 0.1, 0.667, 0.71$  et  $6.4$ )

### **III.4 Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons présenté des résultats obtenus par la simulation de notre problème, qui consiste à étudier la convection mixte dans une cavité en présence d'une paroi mobile. On a commencé par une double validation des résultats obtenues avec la littérature pour des cas classiques de convection naturelle et mixte, nous avons ensuite étudié l'influence des nombres de Prandtl et de Richardson sur les différentes structures de l'écoulement, en présentant et en discutant les résultats obtenus.

On a conclu que l'augmentation du nombre de Prandtl augmente le transfert de chaleur, et que la variation du nombre Nusselt augmente avec la diminution du nombre de Richardson, et que le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson.

# Conclusion générale

Dans ce mémoire nous avons présenté une étude numérique bidimensionnelle de la convection mixte dans une cavité en présence d'une paroi mobile, la paroi inférieure est maintenue à température froide, tandis que les parois latérales sont considérées comme étant adiabatique, et cela pour différents nombres de Prandtl et de Richardson avec un nombre de Reynolds.

Les équations qui régissent l'écoulement sont les équations de continuité, de quantité de mouvement, et l'équation d'énergie, la méthode des volumes finis est utilisée pour la discrétisation des équations, et l'algorithme SIMPLE est adopté pour le profil de vitesse et de température. Après la conception de la géométrie en utilisant le logiciel Gambit, on est passé aux simulations numériques en régime stationnaire à l'aide du code commercialisé Fluent 6.3.26, les résultats de simulation sont présentés pour des nombres de Richardson allant de 0.1 à 5, et pour des nombres de Richardson de ( $Pr = 0.1, 0.667, 0.71$  et  $6.4$ ) et un  $Re = 100$ , avec un maillage optimal que nous avons choisi lors de la validation de nos résultats avec la littérature.

Les résultats obtenus montrent que l'augmentation du nombre de Prandtl augmente le transfert de chaleur, et que la variation du nombre Nusselt augmente avec la diminution du nombre de Richardson. On a trouvé aussi que le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson.

# Références

1. Prasad, A.K. and Koseff, J.R. "Combined forced and natural convection heat transfer in a deep lid-driven cavity flow", *Int. J. Heat Fluid Flow*, 17, pp. 460-467 (1996).
2. Khanafer, K.M., Al-Amiri, A.M. and Pop, I. "Numerical simulation of unsteady mixed convection in a driven cavity using an externally excited sliding lid", *Euro. J. Mech. B/Fluids*, 26, pp. 669-687 (2007).
3. Waheed, M.A. "Mixed convective heat transfer in rectangular enclosures driven by a continuously moving horizontal plate", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 52, pp. 5055-5063 (2009).
4. V. Sivakumar, S. Sivasankaran, P. Prakash, J. Lee, "Effect of heating location and size on mixed convection in lid-driven cavities", *Computers & Mathematics with Applications*, 9, pp 3053-3065, (2010)
5. Sivasankaran, S., Sivakumar, V. and Prakash, P. "Numerical study on mixed convection in a lid-driven cavity with non-uniform heating on both side walls", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 53, pp. 4304-4315 (2010)
6. Sivakumar, V. and Sivasankaran, S. "Mixed convection in an inclined lid-driven cavity with non-uniform heating on both side walls", *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 55(4), pp. 634-639 (2014)
7. M.K.Moallemi, K.S.Jang, "Prandtl number effects on laminar mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 8, pp 1881-1892, (1992)
8. De Vahl Davis, G., 1981, "Natural convection of air in a square cavity: A benchmark numerical solution", *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 3, 249-264
9. Hortmann M, Perić M, Scheuerer G. "Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: bench-mark solutions". *Int J Numer Methods Fluids*. 1990;11(2):189-207.
10. B. BOUAMOUD, S. HOUAT, " Etude De La Convection Naturelle Dans Une Cavité Carrée Partiellement Chauffée Par La Méthode De Boltzmann Sur Réseau ", 12ème Colloque Interuniversitaire Franco - Québécois sur la Thermique des Systèmes CIFQ'2015– Université de Sherbrooke– CANADA, 8-10 Juin 2015.
11. M. A. R. Sharif, "Laminar Mixed Convection in Shallow Inclined Driven Cavities with Hot Moving Lid on Top and Cooled from Bottom," *Appl. Therm. Eng.* 27, 1036–1042 (2007).
12. R. Iwatsu, J. M. Hyun, and K. Kuwahara, "Mixed Convection in a Driven Cavity with a Stable Vertical Temperature Gradient," *Int. J. Heat Mass Transfer* 36, 1601–1608 (1993).