



Faculty of Sciences and Technology
Department of Mechanical Engineering

كلية العلوم والتكنولوجيا
قسم الهندسة الميكانيكية

N° d'ordre : M...../GM/2022

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Thème

**Flexion thermo-mécanique avec effet stretching
des plaques FGM sandwich en utilisant une théorie
raffinée de déformation par cisaillement**

Présenté par :

❖ *EL GHERIBI Asmae*

❖ *LATTAB Hafsa*

Soutenu le 25 / 06 / 2023 devant le jury composé de :

Président	Mr. Djamel OUINAS	Université de Mostaganem UMAB
Examineur	Mme. Amina BELHACHEMI	Université de Mostaganem UMAB
Encadreur	Mme. Fatima Zohra ZAOUI	Université de Mostaganem UMAB

Année Universitaire : 2022 / 2023

Remerciements

Nous tenons à remercier tout d'abord notre dieu tout puissant ALLAH de nous avoir donné la santé, la volonté, le courage et la patience pour mener à bien ce modeste travail. Nous tenons à exprimer un remerciement tout spécial à nos parents, de nous avoir soutenu et encouragé tout au long de nos études.

Ensuite, nos remerciements s'adressent spécialement à notre encadreur **Dr. F. Z. ZAOUI** qui s'est donnée corps et âme pour la réussite de notre travail, pour cela nous lui disons un grand merci et lui souhaitons que le tout puissant lui accord plus de bénédiction et de chance dans sa vie.

Nous adressons également nos remerciements les plus vifs à Monsieur **D. OUNAS** d'avoir accepté de présider le jury de ce projet de fin d'étude, et aussi Madame **A. BELHACHEMI**, de nous avoir fait l'honneur d'être examinatrice de ce mémoire.

Enfin, nous remercions tous les enseignants qui nous ont fait profiter de leur savoir, le long de nos études, ainsi les personnels administratifs

Dédicace

Du profond de mon cœur, je dédie ce travail à tous ceux qui me sont chers,

A MA CHERE MERE

Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être.

Je remercie pour tout le soutien et l'amour que vous me portez depuis mon enfance et j'espère que votre bénédiction m'accompagne toujours.

Que ce modeste travail soit l'exaucement de vos vœux tant formulés, le fruit de vos innombrables sacrifices. Puisse dieu, le très haut, vous accorder santé, bonheur et longue vie.

A MON CHER PERE

Tu as toujours été pour moi un exemple du père respectueux, honnête, de la personne méticuleuse, je tiens à honorer l'homme que tu es. Grâce à toi Abi j'ai appris le sens du travail et de la responsabilité. Je voudrais te remercier pour ton amour, ta générosité, ta compréhension... Ton soutien fut une lumière dans tout mon parcours. Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour l'estime et le respect que j'ai toujours eu pour toi. Ce modeste travail est le fruit de tous les sacrifices que tu as déployés pour mon éducation et ma formation. Je t'aime Abi et j'implore le tout- puissant pour qu'il t'accorde une bonne santé et une vie longue et heureuse.

Mes plus vifs remerciements également à ma petite sœur **FIRDAWS** et mes chers frères **MOHAMED YACINE** et **SALAHEDDINE ISMAIL**.

À mon grand-père, décédé trop tôt, qui m'a toujours poussé et motivé dans mes études. Puisse dieu, le tout puissant, l'avoir en sainte miséricorde !

Je dédie mon mémoire à mes chères grands-mères les plus idéales dans ce monde et à toute la famille **EL GHERIBI** et **BEN MEDJADI**.

J'adresse aussi mes sincères remerciements à ma sœur avant d'être amie **MAROUA SADJI** pour m'avoir très tôt encouragé pour accomplir cette mémoire et pour son aide et soutien.

A mon binôme **HAFSA** qui a partagée avec moi les moments difficiles de ce travail et à sa famille.

A mes proches et à ceux qui me donnent de l'amour et de la vivacité.

Asmae EL GHERIBI

Dédicace

D'un sentiment plein de fierté, d'amour et fidélité, je dédie ce travail ;

Aucune dédicace, aucun mot ne pourrait exprime à leur juste valeur, la gratitude et l'amour que je vous port. Je mets entre vous mains, le fruit de longues années d'étude, de votre amour de votre tendresse, de votre soutien et de vos prières, de longs jours d'apprentissage.

A toute ma famille

A l'homme de ma vie, mon exemple éternel, mon soutien moral et source de joie et de bonheur, celui qui s'est toujours sacrifié pour me voir réussir, à toi mon cher père Bentata.

A la lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon cœur, ma vie est mon bonheur Bakhta maman que j'adore.

A mes très chers frères **ZAKARIA** et **MILOUD** et ma belle petite sœur **ROUMAISSA** qui m'a toujours soutenu et encouragé durant ces années d'étude.

A l'amas de mes grands-parents, qui ont parti trop tôt et qui n'ont pas eu l'occasion de me voir réussir et réaliser mon rêve dont je leur ai toujours parlé. Que dieu vous accueil.

A mes oncles, mes tantes et mes cousins, qui m'ont toujours encouragé et qui m'ont souhaité le succès.

A tous mes proches et tous mes amis

Aucune dédicace ne peut exprimer mon amour que pour mes cher Asmae, Maroua, Fouzia, Rihem, Nadra, Amel, Razika et Rahma, en souvenir des moments heureux passés ensemble, avec mes vœux sincères de réussite, bonheur et santé.

Nous ne pouvons pas oublier tous ceux qui nous ont aidées et encouragées à achever ce travail, et tout particulièrement nos professeurs et les membres du jury qui ont accepté de bien vouloir évaluer ce travail.

A tous ceux qui m'ont voulu du mal

Ce sont eux qui en priorité, m'ont enseigné à ne jamais rien attendre de personne. Par leur geste, ils m'ont obligé à me retrousse les manches pour travailler très dur et avec détermination pour obtenir tout ce que je pouvais désirer dans la vie.

Hafsa LATTAB

Résumé

La théorie de la plaque de déformation par cisaillement d'ordre élevée (HSDT) est appliquée dans ce travail pour étudier le comportement de flexion thermomécanique de plaques sandwich composées de deux peaux à graduation fonctionnelle (FG) et d'une âme entièrement céramique. Les propriétés des matériaux de la plaque sandwich FG dépendent de la température et sont censées être graduées en continu dans le sens d'épaisseur de la plaque sandwich. Le modèle de loi de puissance est adopté pour décrire la variation continue des propriétés matérielles du sandwich FG. Une solution précise de variation de température le long de la direction d'épaisseur est employée en tenant compte de la conductivité thermique, du paramètre d'inhomogénéité et des schémas sandwich. Les équations gouvernantes des plaques sandwich FG simplement supportées sont dérivées au moyen du principe variationnel d'Hamilton combiné avec les solutions de Navier. Les résultats numériques indiquent l'impact de l'indice de fraction volumique, de la différence de température et du rapport d'épaisseur sur les déformations et les contraintes. La précision de la théorie proposée de déformation par cisaillement de cinq ordres est validée en le comparant à certaines solutions disponibles dans la littérature. Le modèle actuel est simple et peut théoriquement couvrir les modèles polynômes existants.

Mots-clé : plaque sandwich à gradient fonctionnel, flexion thermomécanique, distribution non linéaire de la température, théorie des plaques à déformation de cisaillement d'ordre supérieur, appui simple.

Abstract

The theory of high order shear deformation plate (HSDT) is applied in this work to study the thermo-mechanical bending behaviour of sandwich plates consisting of functional gradation (FG) facing sheets and fully ceramic core. The material properties of the FG sandwich plate depend on the temperature and are supposed to be continuously graduated in the thickness direction of the sandwich plate. The power law model is adopted to describe the continuous variation of the material properties of the FG sandwich. A precise solution for temperature variation along the thickness direction is used taking into account thermal conductivity, inhomogeneity parameter and sandwich patterns. The governing equations of simply supported FG sandwich plates are derived by means of the Hamilton variational principle combined with Navier solutions. The numerical results indicate the impact of the Fraction Density Index, the temperature difference and the thickness ratio on deformations and stresses. The accuracy of the proposed five-order shear deformation theory is validated by comparing it with some available solutions in the literature. The current model is simple and can theoretically cover existing polynomial models.

Keywords: functionally graded sandwich plate, thermo-mechanical bending, nonlinear temperature distribution, higher-order shear deformation plate theory, simple support.

ملخص

في هذا العمل، يتم تطبيق نظرية تشوه القص عالية الترتيب (HSDT) لدراسة سلوك الانحناء الميكانيكي الحراري لصفائح الساندويتش ذات الوجهين المتدرجة وظيفيا (FG) ونواة متكونة من السيراميك. تعتمد الخصائص المادية لصفحة الساندويتش (FG) على درجة الحرارة حيث تتغير باستمرار في اتجاه سمك الصفحة وذلك باعتماد نموذج قانون الطاقة لوصف الاختلاف المستمر للخصائص المادية لساندويتش. يتم استخدام حل دقيق لتغير درجة الحرارة على طول اتجاه السمك مع مراعاة التوصيل الحراري ومعامل اللاتجانس وأنماط الساندويتش المستعملة. يتم اشتقاق معادلات التوازن لصفائح الساندويتش المدعومة بمسند بسيط عن طريق مبدأ هاميلتون وحلول نافيه. تشير النتائج العددية إلى تأثير معامل النسبة الحجمية للمواد المستعملة، والفرق في درجة الحرارة ونسبة السماكة على التشوهات والضغط. يتم التحقق من دقة نظرية تشوه القص الخماسية المقترحة من خلال مقارنتها ببعض الحلول المتاحة في المراجع. النموذج الحالي بسيط ويمكنه نظرياً تغطية النماذج متعددة الحدود الموجودة.

الكلمات المفتاحية: صفحة الساندويتش، الإنحناء الميكانيكي الحراري، تغير حراري لا خطي، نظرية تشوه القص العالي للصفائح، مسند بسيط.

Table des matières

Remerciements	i
Dédicaces	ii
Résumé	iv
Abstract	v
ملخص	vi
Tables des matières	vii
Liste des figures	ix
Liste des tableaux	x
Liste des Symboles et Notations	xi
Introduction générale	1

Chapitre I : Généralités sur les matériaux FGM et les théories des plaques

I.1. Introduction	3
I.2. Historique	3
I.3. Concepts des matériaux FGM à gradient de propriétés	5
I.4. Domaines d'application des matériaux FGM à gradient de propriétés.....	6
I.4.1. Aéronautique	7
I.4.2. Électronique et optique	7
I.4.3. Biomatériaux.....	7
I.4.4. Industrie	7
I.4.5. Structure.....	7
I.5. Les avantages et les inconvénients des matériaux à gradient des propriétés.....	7
I.5.1 Avantages des FGM.....	7
I.5.2 Inconvénients des FGM	8
I.6. les différentes théories des plaques.....	8
I.6.1 Le modèle classique des plaques de Love-Kirchhoff (CPT).....	8
I.6.2. Le modèle de Reissner-Mindlin (Théorie de déformation en cisaillement du premier d'ordre FSDT)	9
I.6.3. La théories de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT)	11
I.7. Conclusion.....	12

Chapitre II : Analyse thermomécanique des plaques sandwich types FGM

II.1. Introduction	13
II.2. Plaques sandwich FG	13
II.3. Equations de base	14
II.4. Équations gouvernantes.....	15
II.5. Distribution des charges thermiques	17

II.6. Procédure de solution.....	17
II.7. Résultats numériques.....	19
II.7.1. Validation du modèle.....	20
II.7.2. Etude comparative	23
II.8. conclusion	26
Conclusion générale	28
Références Bibliographiques	29

Liste des figures

Fig. I.1. Variation continue des propriétés	5
Fig.I.2. Variation discrète des propriétés	5
Fig. I.3. Variation continue la microstructure (schématisée)	6
Fig. I.4. Variation continue la microstructure (photo)	6
Fig. I.5. Cinématique de la plaque de Love-Kirchhoff	9
Fig.I.6. Cinématique de la plaque de Reissner-Mindlin	10
Fig. I.7. Variation de la fonction de gauchissement $f(x_3) = x_3$ et $f'(x_3)$ suivant l'épaisseur ($x_3=z$)	11
Fig. I.8. Cinématique de la théorie d'ordre supérieur.	11
Fig. II.1. Système de coordonnées et géométrie de la plaque sandwich FG.	13
Fig. II.2. Variation de la fonction de la fraction volumique à travers l'épaisseur de la plaque pour les différentes valeurs de k et les différentes configurations de plaques sandwichs	20
Fig. II.3 : Variation de la contrainte axiale $\bar{\sigma}_x$ à travers l'épaisseur des différentes plaques sandwich (1-0-1, 1-1-1, 2-2-1).	24
Fig. II.4. Variation de la contrainte de cisaillement $\bar{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur des différents types de plaque sandwich (1-0-1, 1-1-1, 2-2-1).	25
Fig. II.5 : Effet du chargement thermique \bar{T}_3 sur la contrainte axiale $\bar{\sigma}_x$ de la plaque sandwich (1-1-1) ($k = 2$).	26
Fig. II.6 : Effet du chargement thermique \bar{T}_3 sur la contrainte de cisaillement transverse $\bar{\tau}_{xz}$ de la plaque sandwich (1-1-1) ($k = 2$).	26

Liste des tableaux

Tableau II.1. Flèche centrale adimensionnelle \bar{w} des différentes plaques sandwich FGM	21
Tableau II.2. Contraintes axiales adimensionnelle $\bar{\sigma}_{xx}$ des différentes plaques sandwich FGM	22
Tableau II.3. Contraintes de cisaillement adimensionnelles $\bar{\tau}_{xz}$ des différentes plaques sandwich FGM	23



Liste des Symboles et Notations

FGM: Functionally Graded materials

3-D: Tridimensionnelle

$f(z)$: La fonction de cisaillement

$g(z)$: Dérivée de la fonction de cisaillement

x, y, z : Les axes des coordonnées cartésiennes

a, b : Dimensions de la plaque

h : Epaisseur de la plaque

k : Indice de la variation matériel

u, v, w : Composantes du déplacement

w_0 : Composante de déplacement dû au cisaillement

$E(z)$: Module de Young à travers l'épaisseur en fonction de (z)

E_c : Module de Young de la céramique.

E_m : Module de Young du métal

v_c : Fraction volumique de la céramique

t_1, t_2, t_3 : Temperatures

N_x, N_y, N_{xy} : Efforts normaux dans la plaque

M_x, M_y, M_{xy} : Moments de flexion dans la plaque

$A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, C_{ij}, F_{ij}, H_{ij}$: Matrice de rigidités de la membrane, couplage membrane/flexion, et de cisaillement

S_{ij} : Coefficients de la matrice de rigidité

m_{ij} : Coefficients de la matrice masse

σ : Contraintes

ε : Déformations

τ_{xz}, τ_{yz} : Contraintes de cisaillement en plan

δ : Dérivée partielle

ν : Coefficient de Poisson

$\Psi(z)$: La fonction

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Parmi les microstructures, les matériaux à gradation fonctionnelle (FGM) ont accru l'intérêt de la communauté scientifique, en raison de leurs propriétés thermiques et mécaniques élevées. Ces matériaux ont été adoptés comme une composante importante dans diverses industries telles que l'aviation, l'automobile, l'aérospatiale et la construction navale en raison de leur grande durabilité et de la résistance. [1]

Au cours des dernières années, le comportement de déformation thermomécanique des plaques FG a attiré l'attention de plusieurs recherches dans diverses industries d'ingénierie comme les structures aérospatiales, les centrales nucléaires et les composants de moteurs thermiques, etc. Reddy et Chin [2] ont examiné le comportement dynamique des cylindres et des plaques FG en incluant le couplage thermomécanique en utilisant la méthode des éléments finis (FEM). Sur la base de la théorie de la déformation par cisaillement du thirdorder (TSDT), Reddy [3] a développé une formulation théorique pour analyser les contraintes et les déviations des plaques FG en utilisant la méthode des éléments finis. Le couplage thermomécanique et la dépendance temporelle sont pris en compte. À l'aide de la méthode asymptotique, Reddy et Cheng [4] examinent les déviations tridimensionnelles (3D) des plaques de MPF dans des conditions limites simplement supportées. À l'aide de la TSDT, Yang et Shen [5] discutent de l'effet d'un tempérament uniforme avec une pression latérale uniforme sur la flexion non linéaire des plaques FG pour différentes conditions limites. À l'aide de la FSDT et de la méthode k_p Ritz sans élément, Lee et al. [6] ont examiné les déformations et les contraintes des tôles FG sous l'effet des charges thermomécaniques. Alibeigloo [7] a réalisé une solution analytique pour analyser le comportement thermoélastique des plaques FG basé sur la méthode de l'espace d'état et l'expansion de la série Fourier. Zenkour et Alghamdi [8] ont étudié la statique des plaques sandwich FG en céramique/métal soumises à des charges thermomécaniques en utilisant différents HSDT et la théorie classique des plaques (CPT). Ils ont également utilisé les mêmes théories de déplacement et la même procédure de solution pour analyser la réponse des plaquettes sandwich FG en tenant compte de l'effet d'étirement d'épaisseur [9]. Zidi et al. [10] ont discuté des influences de la charge hygro-thermo-mécanique sur les déflexions et les contraintes des plaques FG. Tlidji et al. [11] et Li et al. [12] utilisent une autre théorie des

plaques raffinées variables. Sator et al. [13] ont élaboré une formulation 2D pour l'analyse statique des plaques FG sous l'effet de la charge thermique stationnaire. Babak Safaei et al. [14] ont étudié l'effet des charges thermiques et mécaniques sur la flexion des plaques sandwich avec un noyau polymère poreux et deux couches extérieures nanotubes en carbone/polymère nanocomposite.

Dans ce travail, nous présentons une solution analytique exacte de changement de température par l'épaisseur de la plaque sandwich FG pour le comportement en flexion des plaques sandwich FG céramique / métal. Un chargement thermique non-linéaire est employé, pour confirmer la validité de la théorie proposée. La variation des propriétés du matériau à travers l'épaisseur varie selon une fonction de la loi de puissance. Les équations gouvernantes sont dérivées en utilisant le principe variationnel d'Hamilton combiné avec les solutions de Navier pour les plaques sandwich FG simplement supportées. L'influence du champ thermique sur le déplacement transversal et les différentes contraintes est étudiée.

Ce mémoire comporte deux chapitres,

Le premier chapitre présente les généralités sur les matériaux FGM, leurs propriétés, et leurs domaines d'application ainsi que les différentes théories de déformation des plaques.

Le deuxième chapitre est consacré pour la présentation du modèle mathématique permettant d'analyser la réponse thermomécanique des plaques FGM sandwich simplement appuyées et les résultats obtenus où les effets de l'indice de la loi de puissance, le rapport d'épaisseur, les différents schémas du sandwich utilisés sur la flexion des plaques sont étudiés.

Ce travail s'achèvera par une conclusion générale.

CHAPITRE I
GENERALITES SUR LES
MATERIAUX FGM ET
LES THEORIES DES
PLAQUES

Chapitre I : Généralités sur les matériaux FGM et les théories des plaques

I.1. Introduction

Le matériau à gradient de propriétés fonctionnelles (en anglais : Functionally Graded Materials "FGM"), ces matériaux s'inscrivent dans une tendance relativement nouvelle de la science des matériaux. Ce sont des matériaux composites sophistiqués dans lesquels la composition et la structure se modifient graduellement en fonction du volume, le module d'élasticité de cisaillement et la densité de matériau, varient en douceur et en continu dans les directions préférées, générant ainsi des changements en conséquence au niveau des propriétés des matériaux, les FGMs, les plus courants allient la dureté et l'usinabilité du métal, à la résistance, à la chaleur, à l'usure et à l'oxydation des céramiques. Les matériaux FGM sont des composites non homogènes effectués à partir de différentes phases de constituants matériels (habituellement en céramique et métal) [15]. Dans les matériaux type FGM, les différentes phases microstructurales ont différentes fonctions, en variant graduellement la fraction de volume des matériaux constitutifs avec un changement doux et continu d'une surface à l'autre, ce qui élimine les problèmes d'interface et diminue les concentrations de contraintes thermiques. Par exemple, dans un FGM (métal / céramique), le côté métal riche est typiquement placé dans les régions où les propriétés mécaniques, comme la dureté ; doivent être élevée. En revanche, la céramique riche, avec une conductivité thermique faible peut résister aux températures plus élevées, et par conséquent il est utilisé dans les régions fortement exposées à la température [16].

Dans ce chapitre, nous présentons des généralités sur les matériaux FGM et les théories des plaques développées pour améliorer l'évolution de la variation du champ des déplacements à travers l'épaisseur des plaques.

I.2. Historique

Le concept d'un matériau à gradient fonctionnel (FGM) a été développé par des chercheurs japonais en 1984. En 1985, un grand nombre de chercheurs des institutions publiques et de l'industrie ont uni leurs efforts pour créer ce nouveau type de matériau. Le principal objectif était de construire l'enveloppe extérieure d'une navette intercontinentale commerciale. Le problème principal à résoudre était le flux de la chaleur important

frappant la majorité des surfaces qui sont exposées à la friction par l'air lors de la période de rentrée d'une navette spatiale dans l'atmosphère terrestre et, en même temps protéger l'intérieur contre les surchauffes. En 1987, le gouvernement Japonais a lancé un vaste projet intitulé « la recherche sur la technologie de base pour développement de matériaux à gradient de propriétés et l'étude de la relaxation des contraintes thermiques ». L'intérêt du projet est de développer des matériaux présentant des structures utilisées comme barrière thermique dans les programmes aérospatiaux. Les matériaux constituant les parois des engins spatiaux sont appelés à travailler à des températures de surface de 1800°C ainsi qu'à un gradient de température de l'ordre de 1300°C. A cette année-là, aucun matériau industriel n'était connu pour supporter de telles sollicitations thermomécaniques.

Trois caractéristiques sont à considérer pour la conception de tels matériaux :

- Résistance thermique et résistance à l'oxydation à haute température de la couche superficielle du matériau.
- Ténacité du matériau coté basse température.
- Relaxation effective de la contrainte thermique le long du matériau

L'idée originale des FGM a été proposée pour élaborer un nouveau composite profitant à la fois des propriétés des céramiques (Coté haute température) et des métaux (Coté basse température). A la fin de la première étape (1987-1989), les chercheurs avaient réussi à fabriquer des petites pièces expérimentales (10 mm d'épaisseur et 30mm de diamètre) pouvant résister à des températures maximales de 2000K (température de surface) et à un gradient de température de 1000K.

Dans la seconde étape (1990-1991), le but était de réaliser des pièces de tailles plus grandes et de formes plus complexes par rapport à celles réalisées dans la première étape. Pendant les années 90, non seulement les champs d'application des FGM s'est développé pour les matériaux de structure fonctionnant à haute température, mais s'est aussi élargi à d'autres applications : biomécaniques, technologie de capteur, optique, etc. On trouve une littérature très importante sur l'utilisation de ce matériau. Cependant, l'utilisation des structures en FGM dans les environnements avec de grands changements de température exige la connaissance des déformations [16].

I.3. Concepts des matériaux FGM à gradient de propriétés

Les matériaux à gradient fonctionnel sont une nouvelle classe de matériaux composites dont les propriétés thermomécaniques varient selon une loi de fonction continue (Fig. I.1) ou discrète (Fig. I.2) à travers l'épaisseur. Grâce à la structure spéciale de ces matériaux, il est possible d'éviter les concentrations de contraintes au niveau des interfaces (provoquant délamination et décollement) et d'améliorer les propriétés mécaniques de la structure. Ces matériaux sont de plus en plus utilisés dans les industries aéronautiques, aérospatiale, biomécanique, automobile et dans bien d'autres applications technologiques. [17]

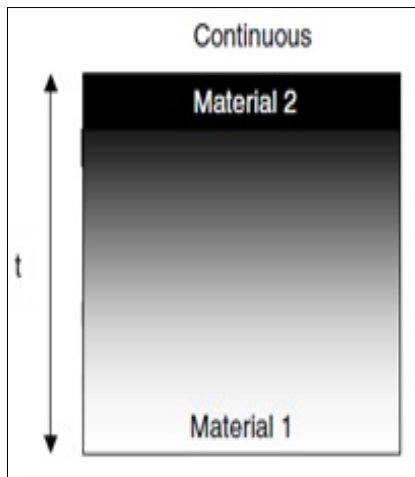


Fig. I.1. Variation continue des propriétés [17]

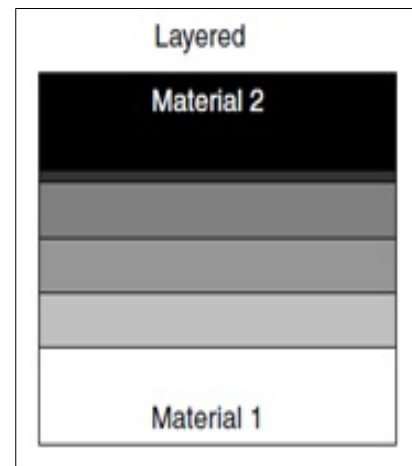


Fig.I.2. Variation discrète des propriétés [17]

La variation continue des propriétés (Fig. I.3 et Fig. I.4) trouve son application lorsque, la face supérieure est exposée à une haute température alors que la face inférieure est exposée à une basse température. Dans ce cas, la face supérieure est à 100% céramique et la face inférieure est à 100% métal, avec une transition graduelle entre les deux [17].

L'utilisation de la céramique n'est pas fortuite. Ce matériau est choisi grâce à ses caractéristiques exceptionnelles qui sont énumérées comme suit :

- Faible réactivité chimique (bonne tenue à la corrosion) ;
- Haute température de fusion ou de décomposition ;
- Haut module d'élasticité et haute dureté ;
- Résistance à la rupture élevée ;
- Bas coefficient de frottement (bonne résistance à l'usure) ;
- Conservation des propriétés à haute température ;

- Faible coefficient de dilatation thermique (bonne résistance aux chocs thermiques) ;
- Faible conductivité thermique (bonne résistance à la température).

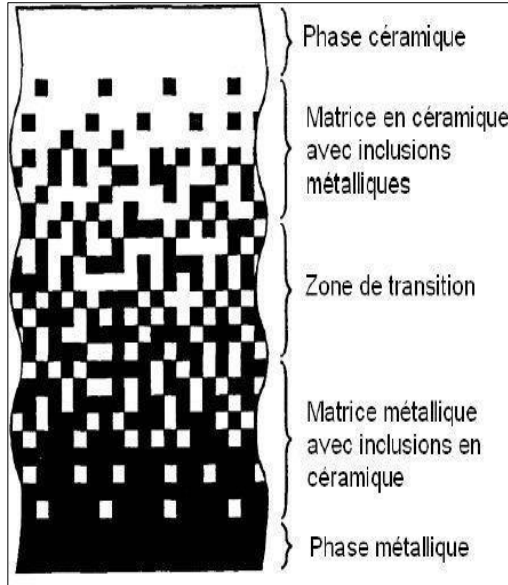


Fig. I.3. Variation continue la microstructure (schématisée) [17]

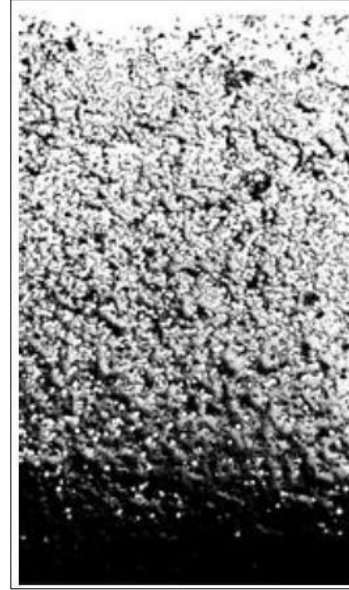


Fig. I.4. Variation continue la microstructure (photo) [17]

Cependant, les céramiques sont réputées être fragiles et très vulnérables aux défauts de petites tailles.

Les caractéristiques du métal sont données comme suit :

- Bonne résistance mécanique ;
- Conductivité thermique élevée,
- Très bonne ténacité.

En ajustant la microstructure de transition d'une façon appropriée, il est possible d'obtenir une distribution optimale de la déformation et des contraintes. Cette possibilité d'ajustement est demandée lors de la conception des structures thermiques aéronautiques et spatiales (moteurs, tuyères, revêtements thermiques, etc.). Ce concept a aussi été utilisé pour améliorer la résistance à la fatigue thermique et la durée de vie des revêtements pare-feu. [17]

I.4. Domaines d'application des matériaux FGM à gradient de propriétés

On trouve une littérature très importante sur l'utilisation de ces matériaux. [18]

Cependant, l'utilisation des structures en FGM dans les environnements avec de grands changements de température exige la connaissance des déformations, le matériau FGM peut être utilisé dans plusieurs domaines tels qu'en :

I.4.1. Aéronautique

- ✓ L'amélioration des engins spatiaux.
- ✓ Création de barrières thermiques.

I.4.2. Électronique et optique

- ✓ Fibre optique avec une grande vitesse de transmission.
- ✓ Les circuits d'ordinateurs.
- ✓ Les téléphones cellulaires.

I.4.3. Biomatériaux

- ✓ Os artificiels.
- ✓ Dents.

I.4.4. Industrie

- ✓ Les machines.
- ✓ Les outils.
- ✓ Soudure.

I.4.5. Structure

- ✓ Cartes mémoires.
- ✓ Matériaux piézoélectriques. [18]

I.5. Les avantages et les inconvénients des matériaux à gradient des propriétés

I.5.1 Avantages des FGM

Outre l'accomplissement de son objectif principal, c'est à dire de fournir les différents requis des propriétés en divers points et des surfaces du futur produit qui, pourrait être réalisé par un simple revêtement [17] et beaucoup d'autres soulignent divers avantages supplémentaires de la FGM. Ils énumèrent certains avantages qui en résultent principalement de la non-existence d'une interface forte FGM, tels que :

- ✓ Diminuer les contraintes thermiques causées par les différences de coefficients de dilatation thermique des matériaux utilisés.
- ✓ Absence d'une interface nette devrait conduire à un contrôle d'ensemble mieux des contraintes
- ✓ Meilleure cohésion entre différents matériaux, par exemple un métal et une céramique.
- ✓ Extension de la région fonctionnelle avant d'atteindre la valeur limite de la déformation plastique.
- ✓ Suppression de délaminage.
- ✓ Augmentation de la ténacité à la rupture.
- ✓ Élimination des singularités des contraintes à divers endroits, tels que les sur faces libres, des coins, des racines de fissures, etc. [17]

I.5.2 Inconvénients des FGM

Le principal obstacle à une application plus large de la FGM est leur fabrication compliquée en raison de l'inadéquation des propriétés différentes, par exemple, la température de fusion, des affinités différentes pour divers autres éléments, la taille des particules, la morphologie, etc. Un exemple type est un mélange d'un métal avec la température de fusion (T_1) et une céramique avec une température de fusion (T_2). Dans la plupart des cas, un tel couple est habituellement ($T_1 \ll T_2$). Puis, si la température de fabrication est d'environ (T_1), la céramique est encore non fondue et la structure finale contient des particules de céramique non fondue dans une matrice métallique. Dans de nombreux cas, une telle structure présente une grande porosité et une petite adhérence entre les différents composants et son application générale est limitée. Cependant, pour des applications spéciales, la présence de particules très dures (carbures) dans une matrice solide peut être souhaitable. [19]

I.6. les différentes théories des plaques

I.6.1 Le modèle classique des plaques de Love-Kirchhoff (CPT)

Commencent par la théorie la plus simple de Love-Kirchhoff. Cette théorie qui néglige l'effet du cisaillement transverse est appréciée par les ingénieurs vu sa simplicité. Les

éléments basés sur cette théorie sont en principe les mieux adaptés à la modélisation des plaques minces [20].

La normale à la surface moyenne de la plaque reste perpendiculaire et droite à celle-ci après déformation figure I.5.

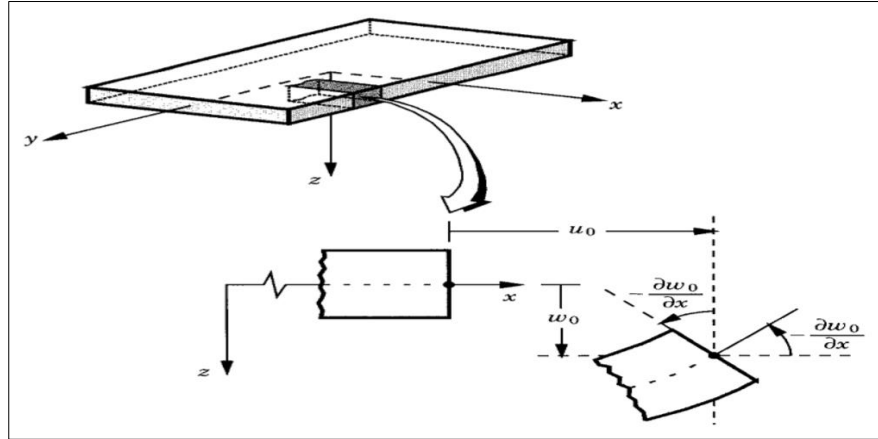


Fig. I.5. Cinématique de la plaque de Love-Kirchhoff [20]

Le champ de déplacement de Love-Kirchhoff est donné par :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_0 \end{aligned} \quad (I.1)$$

Où (u_0, v_0, w_0) sont les composantes du champ de déplacement sur le plan $z = 0$

I.6.2. Le modèle de Reissner-Mindlin (Théorie de déformation en cisaillement du premier d'ordre FSDT)

Cette théorie proposée par Mindlin, en 1951, prend en compte les déformations dues à l'effort tranchant et l'effet dû à l'inertie de rotation. Cette approche plus fine du problème des plaques repose également sur une autre cinématique de la déformation, et donc une autre expression des conditions aux limites. [20]

Le cisaillement transverse ne peut être négligé ; sa prise en compte est adoptée par Mindlin dont l'hypothèse cinématique est la suivante : La normale reste droite mais non

perpendiculaire à la surface moyenne (à cause de l'effet du cisaillement transverse) dans la configuration déformée (Figure.I.6).

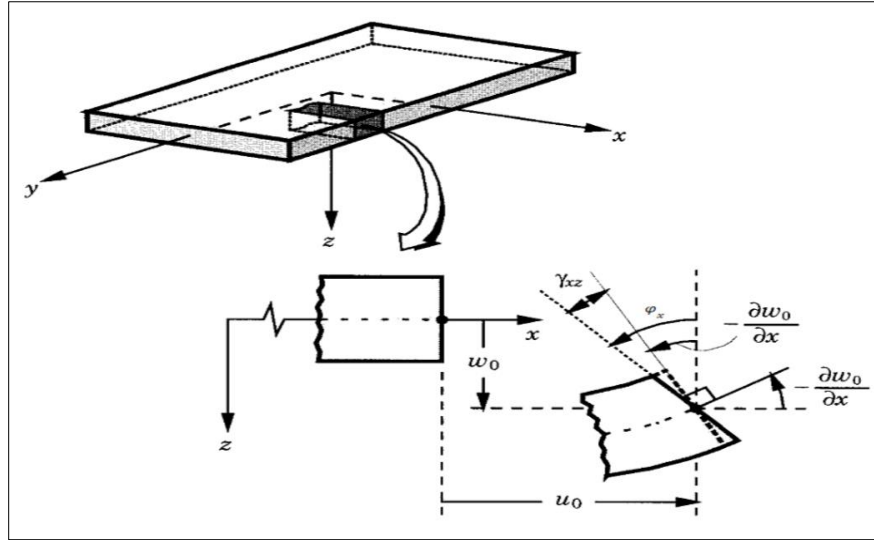


Fig.I.6. Cinématique de la plaque de Reissner-Mindlin [20]

Le champ de déplacements de Reissner-Mindlin s'écrit :

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z\phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z\phi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (I. 2)$$

Avec u_0, v_0, w_0 sont les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque ($z=0$). ϕ_x, ϕ_y sont les rotations normales au plan moyen autour des axes y et x , respectivement.

Avec ce choix de la forme des champs de déplacements, les déformations transversales γ_a^0 sont constantes en z . Les contraintes de cisaillement sont donc uniformes à n'importe quel point suivant l'épaisseur ce qui nécessite l'utilisation des coefficients correcteurs pour mieux prendre en compte, dans l'écriture de l'énergie, les effets du cisaillement transversal [21].

La figure I.7 montre la variation de la fonction de forme ainsi que sa dérivée par rapport à l'épaisseur de la plaque. Cette variation est plus authentique pour le cas des plaques

stratifiés ou au niveau de l'interface il y a une discontinuité de distribution des propriétés alors que pour les FGM ce problème est résolu. [22]

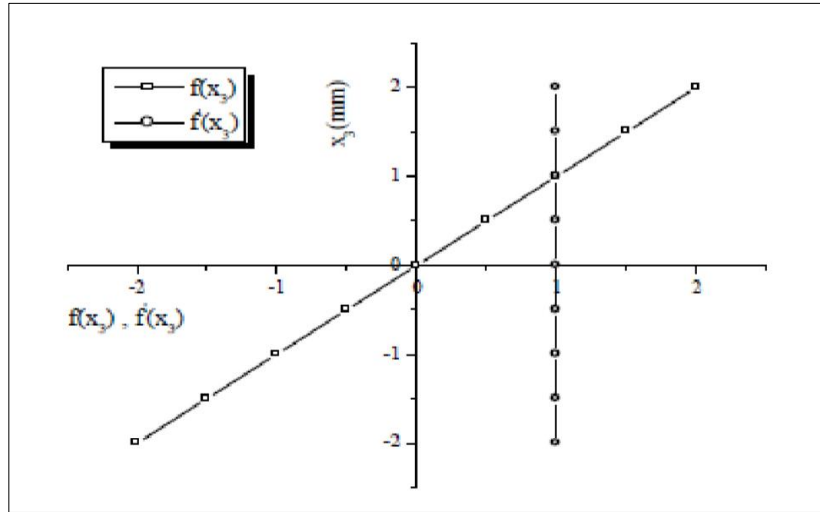


Fig. I.7. Variation de la fonction de gauchissement $f(x_3) = x_3$ et $f'(x_3)$ suivant l'épaisseur ($x_3=z$). [22]

I.6.3. La théories de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT)

La théorie d'ordre supérieur est proposée dans le but d'améliorer les limites rencontrées dans les deux théories précédentes CLPT et FSDT. Celle-ci adopte une variation cubique des champs déplacement au long de l'épaisseur afin d'obtenir une meilleure représentation des déformations et des contraintes de cisaillement transverse. Cette théorie n'exige pas de facteur de correction et permet de représenter le gauchissement de la section après la déformation (Fig. I.8). [24]

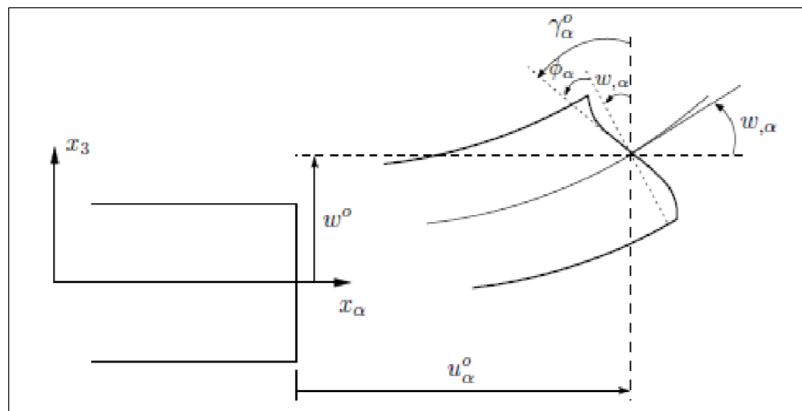


Fig. I.8. Cinématique de la théorie d'ordre supérieur. [22]

Cette théorie suppose que la normale à la surface moyenne de la plaque n'est ni perpendiculaire ni droite à celle-ci après déformation, la section se déforme alors carrément, elle gauchit.[22].

La plupart des théories d'ordre élevé (HSDT) sont basées sur les approches de Reissner [25], Henchy-Mindlin [26] et d'Ambartsumyan et leur champ de déplacements s'écrit sous la forme suivante

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} + f(z)\varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} + f(z)\varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (I.3)$$

Ou u_0, v_0, w_0 sont les déplacement en membrane et (φ_x, φ_y) les rotations autour des axes x et y , respectivement.

On pose aussi $\varphi_x = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x, \varphi_y = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y$

$f(z)$ est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes. On remarque que les déplacements de la théorie classique des plaques (CPT) peut être obtenue en prenant $f(z) = 0$, tandis que la théorie de premier ordre (FSDT) est obtenue par une fonction $f(z) = z$.

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu la définition des matériaux FGM comme des matériaux composites innovants dont la composition et la structure changent graduellement en fonction du volume et les domaines dans lesquels ils sont utilisés ont également été abordés. Des propriétés de ces matériaux permettent de créer des structures innovantes qui peuvent être utilisées dans une large gamme d'ouvrages spéciaux de génie civil.

Aussi, la théorie des plaques FGM et les modèles analytiques sont présentés, à savoir la théorie classique des plaques (CPT), la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT) et la théorie de la déformation par cisaillement d'ordre supérieur (HSDT).

CHAPITRE II

Analyse thermomécaniques des plaques sandwich types FGM

Chapitre II : Analyse thermomécaniques des plaques sandwich types FGM

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, un modèle analytique pour l'analyse de l'influence de la température sur le comportement mécanique des plaques sandwich FG. La condition thermique employée, est obtenue en résolvant une équation de conduction thermique unidimensionnelle. Cette solution tient compte de la conductivité thermique, de l'indice de fraction volumique et du sandwich. La variation des propriétés du matériau par l'épaisseur dépend de la température et varie selon une fonction de la loi de puissance. Les équations de gouvernance sont dérivées en utilisant le principe variationnel d'Hamilton combiné avec les solutions de Navier pour les plaques sandwich FG simplement appuyées.

II.2. Plaques sandwich FG

Dans ce travail, nous avons considéré une plaque sandwich rectangulaire avec épaisseur (h), longueur (a) et largeur (b), composé de trois feuilles (deux feuilles de face FG et noyau entièrement en céramique). Les positions verticales de la face inférieure et la face supérieure du sandwich sont $h_0 = -h/2$ et $h_3 = h/2$, respectivement. Tandis que les deux interfaces sont à h_1 et h_2 (figure II.1).

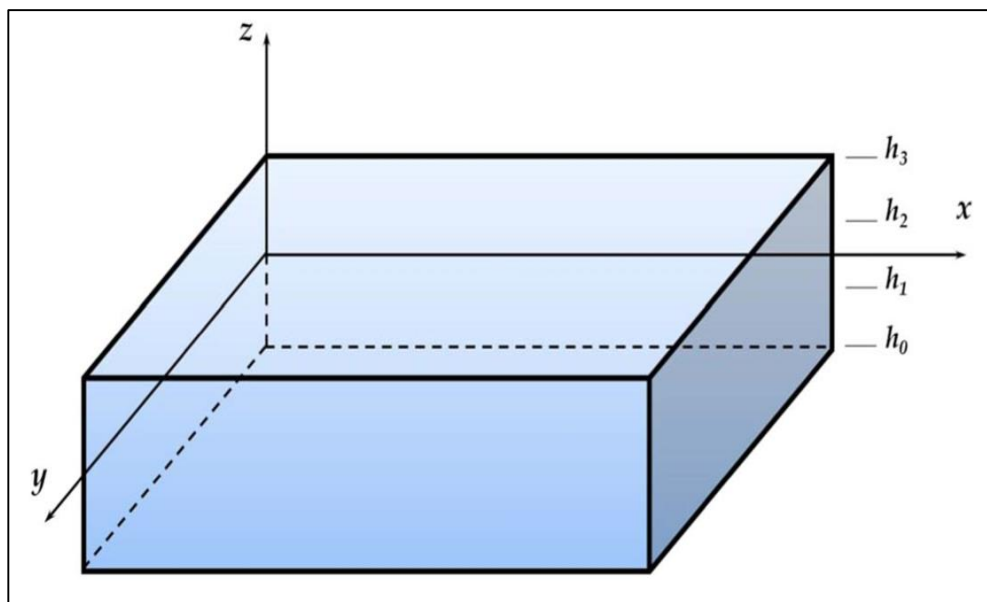


Fig. II.1. Système de coordonnées et géométrie de la plaque sandwich FG.

La variation de la fraction volumique par l'épaisseur de la plaque sandwich FG varie comme suit :

$$\begin{aligned} V^{(1)}(z) &= \left(\frac{z - h_0}{h_1 - h_0} \right)^k, \quad h_0 \leq z \leq h_1 \\ V^{(2)}(z) &= 1, \quad h_1 \leq z \leq h_2 \\ V^{(3)}(z) &= \left(\frac{z - h_3}{h_2 - h_3} \right)^k, \quad h_2 \leq z \leq h_3 \end{aligned} \quad (\text{II. 1})$$

Où k est l'indice de loi de puissance. $P^{(n)}$ ($n = 1, 2, 3$) indique les propriétés matérielles effectives de n couche de FG plaque sandwich et peut être écrit comme [27-29]

$$P^{(n)}(z) = P_m + (P_c - P_m)V^{(n)}(z) \quad (\text{II. 2})$$

Où P_c et P_m présentent les propriétés matérielles des constituants céramiques et métalliques, Respectivement.

II.3. Equations de base

A partir de la HSDT, le champ de déplacement pour la plaque sandwich FG considérée est exprimé en

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + f(z)\varphi_1 \\ v(x, y, z) &= v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + f(z)\varphi_2 \\ w(x, y, z) &= w_0 \end{aligned} \quad (\text{II. 3})$$

Où (u_0, v_0, w_0) et (φ_1, φ_2) sont respectivement, les déplacements et rotations de transverse normale sur le plan $z = 0$, et $f(z)$ désigne la fonction déterminante la distribution de la transversale contraintes de cisaillement sur toute l'épaisseur de la plaque. Par exemple, Reddy [30] a obtenu déplacement du champ en mettant $f(z) = z(1 - 4z/3h^2)$ et Touratier [31] a proposé le SSDT par prise $f(z) = h/\pi \sin(z/h)$. Le champ de déplacement pour le CPT est obtenu en prenant $f(z) = 0$ et $f(z) = z$ pour le FSDT.

La HSDT présente est donnée par prise en compte la fonction [32-34]

$$f(z) = \frac{1}{(h^4 + \pi^4)} \left(e^{\frac{hz}{\pi}} \pi h \left(h^2 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) + \pi^2 \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \right) - \frac{\pi h^3}{(h^4 + \pi^4)}$$

Les relations déformations-déplacements sont définies comme

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^2 \\ \varepsilon_{yy}^2 \\ \gamma_{xy}^2 \end{Bmatrix} \\ \varepsilon_{zz} &= 0, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{df(z)}{dz} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II. 4})$$

Où

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^2 \\ \varepsilon_{yy}^2 \\ \gamma_{xy}^2 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II. 5})$$

Les relations contraintes-déformations contiennent les effets thermiques peuvent être écrites par la forme suivante

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}^{(n)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha^{(n)}T \\ \varepsilon_{yy} - \alpha^{(n)}T \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 6})$$

Où

$$Q_{11}^{(n)} = Q_{22}^{(n)} = \frac{E^{(n)}(z, T)}{1 - \nu^2}, Q_{12}^{(n)} = \nu Q_{11}^{(n)}, Q_{44}^{(n)} = Q_{55}^{(n)} = Q_{66}^{(n)} = \frac{E^{(n)}(z, T)}{2(1 + \nu)} \quad (\text{II. 7})$$

II.4. Équations gouvernantes

En utilisant le principe du travail virtuel [35], on peut exprimer les équations d'équilibre associées à la HSDT par [8]

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\
 \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} &= 0 \\
 \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + q &= 0 \\
 \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xy}}{\partial y} - R_{xz} &= 0 \\
 \frac{\partial P_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} - R_{yz} &= 0
 \end{aligned} \tag{II. 8}$$

Où q est la charge mécanique appliquée. Les composantes des contraintes résultantes (N_{xx} , N_{yy} , N_{xy}), résultat du moment (M_{xx} , M_{yy} , M_{xy}) couples stressants supplémentaires (P_{xx} , P_{yy} , P_{xy}) en relation avec l'effet de cisaillement transversal et la contrainte de cisaillement transversale résultante (R_{yz} , R_{xz}) sont définis comme

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} dz, \quad \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} z dz \tag{II. 9}$$

$$\begin{Bmatrix} P_{xx} \\ P_{yy} \\ P_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} f(z) dz, \quad \begin{Bmatrix} R_{yz} \\ R_{xz} \end{Bmatrix} = \bar{K} \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{(n)} \frac{df(z)}{dz} dz \tag{II. 10}$$

$\bar{K} = 5/6$ est le facteur de correction de cisaillement du FSDT. Les résultantes de contrainte peuvent être exprimés comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \\ \{P\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] & [C] \\ [B] & [D] & [F] \\ [C] & [F] & [H] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon^0\} \\ \{\varepsilon^1\} \\ \{\varepsilon^2\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{N^T\} \\ \{M^T\} \\ \{P^T\} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} R_{yz} \\ R_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{44} & 0 \\ 0 & J_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \tag{II. 11}$$

Où.

$$\begin{aligned}
 \{N\} &= \{N_{xx} \quad N_{yy} \quad N_{xy}\}^t, \{M\} = \{M_{xx} \quad M_{yy} \quad M_{xy}\}^t, \{P\} = \{P_{xx} \quad P_{yy} \quad P_{xy}\}^t \\
 \{N^T\} &= \{N_{xx}^T \quad N_{yy}^T \quad 0\}^t, \{M^T\} = \{M_{xx}^T \quad M_{yy}^T \quad 0\}^t, \{P^T\} = \{P_{xx}^T \quad P_{yy}^T \quad 0\}^t \\
 \{\varepsilon^0\} &= \{\varepsilon_{xx}^0 \quad \varepsilon_{yy}^0 \quad \gamma_{xy}^0\}^t, \{\varepsilon^1\} = \{\varepsilon_{xx}^1 \quad \varepsilon_{yy}^1 \quad \gamma_{xy}^1\}^t, \{\varepsilon^2\} = \{\varepsilon_{xx}^2 \quad \varepsilon_{yy}^2 \quad \gamma_{xy}^2\}^t
 \end{aligned} \tag{II. 12}$$

Les coefficients A_{ij} , B_{ij} , ..., H_{ij} , représentent les coefficients de rigidité de la plaque, définie par

$$\{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, C_{ij}, F_{ij}, H_{ij}\} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} Q_{ij}^{(n)} \{1, z, z^2, f(z), zf(z), f(z)^2\} dz, (i, j = 1, 2, 6)$$

$$J_{ii} = \bar{K} \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} Q_{ii}^{(n)} \left[\frac{df(z)}{dz} \right]^2 dz, (i = 4, 5) \quad (\text{II. 13})$$

$T(z)$ indique la distribution de la température le long de l'épaisseur de la plaque. La contrainte résultante $N_{xx}^T = N_{yy}^T$, le moment résultant $M_{xx}^T = M_{yy}^T$ et les couples de contraintes supplémentaires $P_{xx}^T = P_{yy}^T$ due à la charge thermique sont définis par

$$\{N_{xx}^T, M_{xx}^T, P_{xx}^T\} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E^{(n)}(z, T)}{1 - \nu^{(n)}} \alpha^{(n)} \Delta T(z) \{1, z, \Psi(z)\}^{(n)} dz \quad (\text{II. 14})$$

II.5. Distribution des charges thermiques

La distribution du champ thermique à travers l'épaisseur de la plaque est donnée par la relation suivante

$$T(x, y, z) = T_1(x, y) + \frac{z}{h} T_2(x, y) + \frac{f(z)}{h} T_3(x, y) \quad (\text{II. 15})$$

T_1, T_2 et T_3 sont des charges thermiques. La distribution de température est constante dans le sens d'épaisseur pour la CPT, linéaire pour FSDT et non linéaire pour HSDT. Les charges thermiques transversales sont données comme

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{Bmatrix} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \quad (\text{II. 16})$$

II.6. procédure de solution

La solution des équations d'équilibre est explorée pour les plaques simplement supportées soumises à des charges thermomécaniques à distribution sinusoïdale. Les conditions limites sont

$$\begin{aligned} v_0^1 = w_0^1 = \varphi_2^1 = N_{xx}^1 = M_{xx}^1 = P_{xx}^1 = 0 \text{ at } x = 0, a \\ u_0^1 = w_0^1 = \varphi_1^1 = N_{yy}^1 = M_{yy}^1 = P_{yy}^1 = 0 \text{ at } y = 0, b \end{aligned} \quad (\text{II. 17})$$

Le déplacement qui satisfait les conditions aux limites précédentes selon la procédure de solution de Navier [36-37] peut être écrit comme

$$\begin{aligned}
 \{u_0, \varphi_1\} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{U_{mn}, X_{mn}\} \cos(\lambda x) \sin(\beta y) \\
 \{v_0, \varphi_2\} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{V_{mn}, Y_{mn}\} \sin(\lambda x) \cos(\beta y) \\
 \{w_0, q\} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{W_{mn}, q_0\} \sin(\lambda x) \sin(\beta y)
 \end{aligned} \tag{II. 18}$$

Où $U_{mn}, X_{mn}, V_{mn}, Y_{mn}$ et W_{mn} sont des paramètres arbitraires. q_0 représente l'intensité de la charge appliquée au centre de la plaque.

En insérant l'équation (18) dans l'équation (8), on obtient l'équation de l'opérateur

$$[L]\{\Lambda\} = \{F\} \tag{II. 19}$$

Où $\{\Lambda\} = \{U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, X_{mn}, Y_{mn}\}^T$. Les éléments L_{ij} de la matrice symétrique (L) sont comme suit

$$\begin{aligned}
 L_{11} &= A_{11}\lambda^2 + A_{66}\mu^2 \\
 L_{12} &= \lambda\mu(A_{12} + A_{66}) \\
 L_{13} &= -B_{11}\lambda^3 - \lambda\mu^2(B_{12} + 2B_{66}) \\
 L_{14} &= C_{11}\lambda^2 + C_{66}\mu^2 \\
 L_{15} &= \lambda\mu(C_{12} + C_{66}) \\
 L_{22} &= A_{66}\lambda^2 + A_{22}\mu^2 \\
 L_{23} &= -B_{22}\mu^3 - \mu\lambda^2(B_{12} + 2B_{66}) \\
 L_{24} &= L_{15} \\
 L_{25} &= C_{66}\lambda^2 + C_{22}\mu^2 \\
 L_{33} &= D_{11}\lambda^4 + (2D_{12} + 4D_{66})\lambda^2\mu^2 + D_{22}\mu^4 \\
 L_{34} &= -F_{11}\lambda^3 - \lambda\mu^2(F_{12} + 2F_{66}) \\
 L_{35} &= -F_{22}\mu^3 - \mu\lambda^2(F_{12} + 2F_{66}) \\
 L_{44} &= J_{44} + H_{11}\lambda^2 + H_{66}\mu^2 \\
 L_{45} &= \lambda\mu(H_{12} + H_{66}) \\
 L_{55} &= J_{55} + H_{66}\lambda^2 + H_{22}\mu^2
 \end{aligned} \tag{II. 20}$$

Les composantes du vecteur de force généralisé $\{F\} = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5\}^T$ sont obtenus comme suit

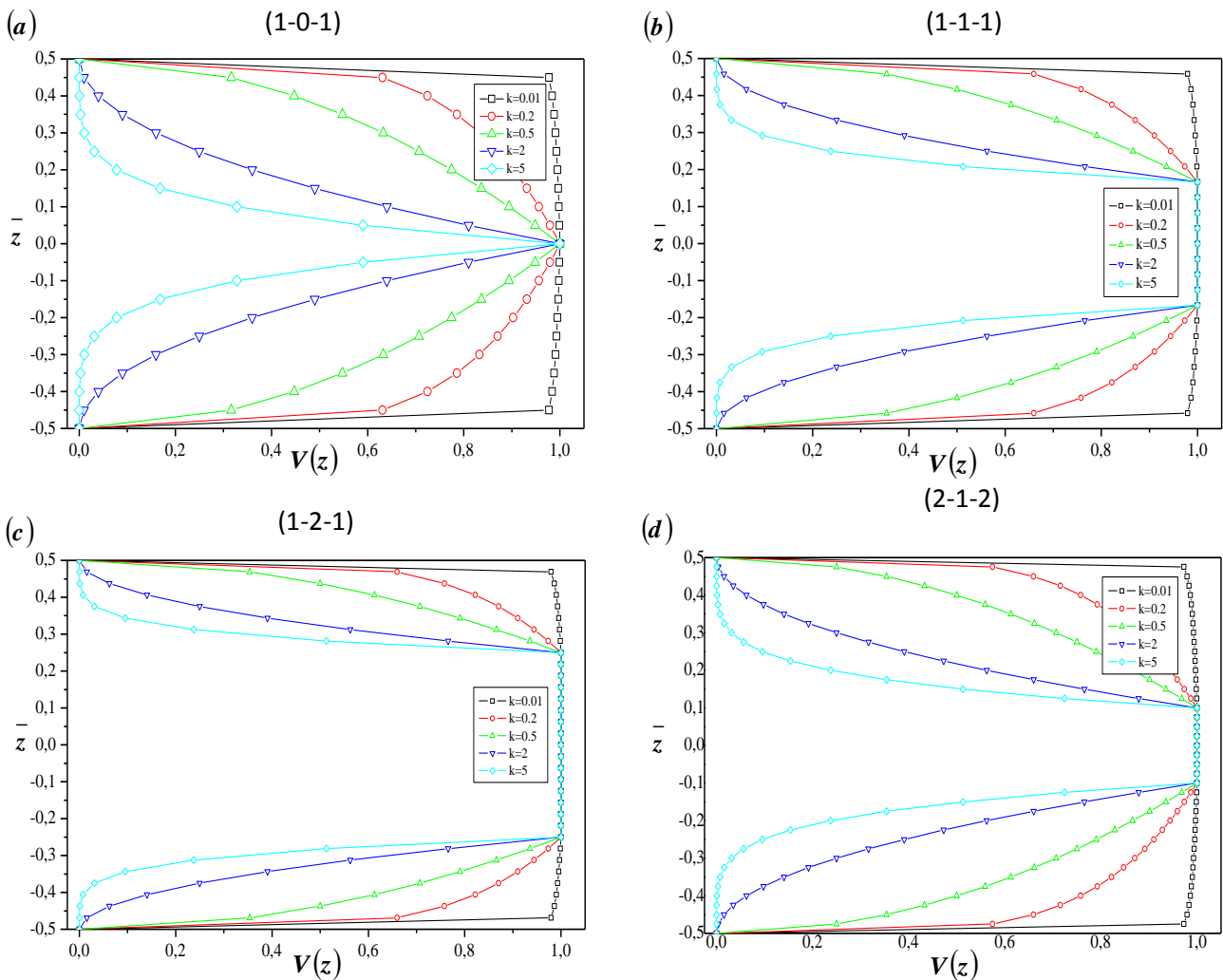
$$\begin{aligned}
 F_1 &= -\lambda N^T \\
 F_2 &= -\mu N^T \\
 F_3 &= (\lambda^2 + \mu^2)M^T + q_0 \\
 F_4 &= -\lambda P^T \\
 F_5 &= -\mu P^T
 \end{aligned} \tag{II. 21}$$

II.7. Résultats numériques

Ce travail présente l'analyse de flexion d'une plaque sandwich rectangulaire simplement appuyée avec des couches externes FG et un noyau céramique sous l'impact de charges thermiques et mécaniques. Les matériaux choisis dans cette analyse sont Zircone (ZrO₂) et l'alliage de titane (Ti-6Al-4V). Les couches de surface sont classées du métal à la céramique.

Les résultats numériques pour plusieurs types de plaques sandwich FG sont proposés (Fig. II.2).

- 1-0-1 plateau de FG sandwich avec $h_1 = h_2 = 0$
- 1-1-1 plateau de FG sandwich avec $h_1 = -h/6$ et $h_2 = h/6$
- 2-1-2 plateau de FG sandwich avec $h_1 = -h/10$ et $h_2 = h/10$
- 1-2-1 plateau de FG sandwich avec $h_1 = -h/4$ et $h_2 = h/4$.
- 3-1-3 plateau de FG sandwich avec $h_1 = -h/14$ et $h_2 = h/14$.
- 2-2-1 plateau de FG sandwich avec $h_1 = -h/10$ et $h_2 = 3h/10$.
- 2-1-1 plateau de FG sandwich avec $h_1 = 0$ et $h_2 = h/4$.



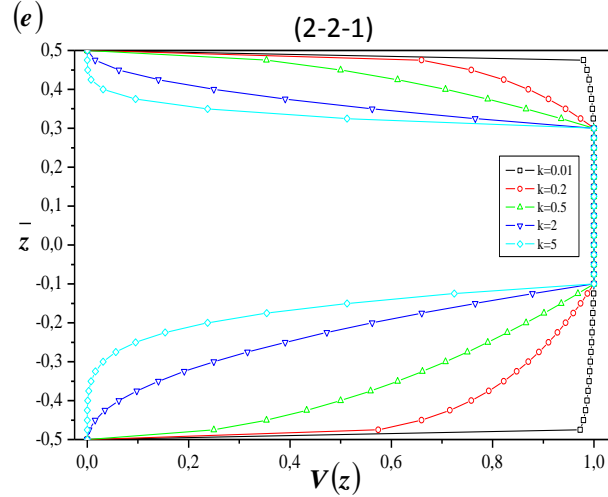


Fig. II.2. Variation de la fonction de la fraction volumique à travers l'épaisseur de la plaque pour les différentes valeurs de k et les différentes configurations de plaques sandwichs

II.7.1. Validation du modèle

Dans la partie suivante, la théorie proposée sera validée en comparant les résultats actuels avec les résultats rapportés dans la littérature. Les matériaux choisis dans cette section sont le Titane ($E_m = 66.2$ GPa et $\alpha_m = 10.3 * (10^{-6})$) et le Zirconne ($E = 117.0$ GPa et $\alpha_c = 7.11 * 10 * (10^{-6} K^{-1})$).

Le coefficient de Poisson est choisi comme constant ($\nu = 0,3$). Les paramètres sans dimension sont indiqués comme flèche centrale adimensionnelle

$$\bar{w} = \frac{10^3}{q_0 a^4 / (E_0 h^3) + (10^3 \alpha_0 t_2 a^2) / h} w \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right) \quad (II. 22)$$

Contrainte axiale adimensionnelle

$$\bar{\sigma}_{xx} = \frac{10}{q_0 a^2 / h^2 + (10 E_0 \alpha_0 t_2 a^2) / h^2} \sigma_{xx} \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{h}{2} \right) \quad (II. 23)$$

Contrainte de cisaillement adimensionnelle

$$\bar{\tau}_{xz} = \frac{1}{a q_0 / h + (E_0 \alpha_0 t_2 a) / 10 h} \tau_{xz} \left(0, \frac{b}{2}, 0 \right) \quad (II. 24)$$

$E_0 = 1$ GPa et $\alpha_0 = 10^{-6} K^{-1}$ sont des valeurs de référence. En outre, il est proposé que $a/h = 10$, $a/b = 1$, $t_1 = 0, 1$ et $t_2 = t_3 = 100$, $q_0 = 100$.

Tableaux II.1 – II.3 résume les résultats en termes de flèche adimensionnelle \bar{w} , contraintes axiales $\bar{\sigma}_x$ et contraintes de cisaillement $\bar{\tau}_{xz}$ des plaques sandwich FG calculé par la présente théorie et comparé par rapport aux résultats prévus par Daikh et al. [1] basées sur une théorie

des plaques d'ordre supérieur, et ceux de Zenkour et Alghamdi [8] selon la TSDT, SSDT, FSDT et CPT.

Tableau II.1. Flèche centrale adimensionnelle \bar{w} des différentes plaques sandwich FGM $a/h = 10$, $a/b = 1$, $t_1 = 0$, 1 et $t_2 = t_3 = q_0 = 100$.

k	Théorie	1-0-1	3-1-3	2-1-2	1-1-1
0	Présente	0.796 877	0.796 877	0.796 877	0.796 877
	Daikh et al. [1]	0.801 904	0.801 904	0.801 904	0.801 904
	SSDT [8]	0.796 783	0.796 783	0.796 783	0.796 783
	FSDT [8]	0.895 735	0.895 735	0.895 735	0.895 735
	CPT [8]	0.457 873	0.457 873	0.457 873	0.457 873
1	Présente	1.062 632	1.044 758	1.036 658	1.010 874
	Daikh et al. [1]	1.069 523	1.051 591	1.042 720	1.017 611
	SSDT [8]	1.062 840	1.045 026	1.036 213	1.011 263
	FSDT [8]	1.190 728	1.170 533	1.160 568	1.132 449
	CPT [8]	0.610 331	0.599 853	0.594 688	0.580 125
2	Présente	1.121 559	1.105 047	1.095 919	1.067 772
	Daikh et al. [1]	1.128 667	1.112 108	1.102 961	1.074 761
	SSDT [8]	1.121 608	1.105 175	1.096 094	1.068 091
	FSDT [8]	1.257 304	1.238 234	1.227 765	1.195 703
	CPT [8]	0.645 223	0.635 301	0.629 860	1.613 208
3	Présente	1.141 702	1.128 055	1.119 716	1.092 067
	Daikh et al. [1]	1.148 870	1.135 178	1.126 824	1.099 136
	SSDT [8]	1.141 655	1.128 080	1.119 793	1.092 312
	FSDT [8]	1.280 741	1.264 724	1.255 041	1.223 232
	CPT [8]	0.657 539	0.649 211	0.644 176	0.627 647
4	Présente	1.150 290	1.138 968	1.131 415	1.104 850
	Daikh et al [1]	1.157 485	1.146 114	1.138 551	1.111 954
	SSDT [8]	1.150 192	1.138 926	1.131 428	1.105 041
	FSDT [8]	1.290 961	1.277 527	1.268 689	1.237 931
	CPT [8]	0.662 909	0.655 937	0.651 345	0.635 363
5	Présente	1.154 536	1.144 929	1.138 022	1.112 508
	Daikh et al [1]	1.161 748	1.152 092	1.145 172	1.119 631
	SSDT [8]	1.154 412	1.144 851	1.137 993	1.112 660
	FSDT [8]	1.296 101	1.284 626	1.276 497	1.246 833
	CPT [8]	0.665 606	0.659 666	0.655 446	0.604 037

La flèche centrale non dimensionnelle de la plaque sandwich FG soumise à un champ de température non linéaire à travers l'épaisseur pour différentes valeurs de k et de configurations du sandwich est présentée dans le tableau II.1. Nous pouvons constater que la diminution de l'épaisseur du noyau augmente la flèche adimensionnelle, de même que l'augmentation de l'indice de loi de puissance k . Les valeurs maximales et minimales se produisent pour la plaque FG sans âme en céramique 1-0-1 et 1-1-1, respectivement. La valeur de $k = 0$ présente une plaque en céramique pure, quel que soit le schéma de la plaque, ce qui peut justifier les mêmes

résultats. On peut constater que les plaques en céramique ont les valeurs de flèche les plus faibles, parce qu'elles sont plus rigides que les plaques en FGM.

Tableau II.2. Contraintes axiales adimensionnelle $\bar{\sigma}_{xx}$ des différentes plaques sandwich FGM

k	Théorie	1-0-1	3-1-3	2-1-2	1-1-1
0	Présente	-2.390 274	-2.390 274	-2.390 274	-2.390 274
	Daikh et al [1]	-2.420 650	-2.420 650	-2.420 650	-2.420 650
	SSDT [8]	-2.388 909	-2.388 909	-2.388 909	-2.388 909
	FSDT [8]	-3.597 007	-3.597 007	-3.597 007	-3.597 007
	CPT [8]	-1.706 393	-1.706 393	-1.706 393	-1.706 393
1	Présente	-2.408 172	-2.495 527	-2.538 786	-2.661 301
	Daikh et al [1]	-2.436 340	-2.524 235	-2.567 749	-2.690 964
	SSDT [8]	-2.406 797	-2.494 126	-2.537 365	-2.659 816
	FSDT [8]	-3.471 099	-3.569 762	-3.618 476	-3.756 017
	CPT [8]	-1.658 265	-1.709 610	-1.734 921	-1.806 283
2	Présente	-2.120 033	-2.200 568	-2.245 169	-2.382 823
	Daikh et al [1]	-2.146 448	-2.227 557	-2.272 443	-2.410 920
	SSDT [8]	-2.118 721	-2.199 231	-2.243 800	-2.381 343
	FSDT [8]	-3.145 662	-3.238 636	-3.289 757	-3.446 485
	CPT [8]	-1.487 285	-1.535 904	-1.562 571	-1.644 167
3	Présente	-2.021 682	-2.088 088	-2.128 787	-2.263 941
	Daikh et al [1]	-2.047 401	-2.114 354	-2.155 339	-2.291 347
	SSDT [8]	-2.020 416	-2.086 818	-2.127 487	-2.262 512
	FSDT [8]	-3.031 284	-3.109 180	-3.156 414	-3.311 823
	CPT [8]	-1.426 935	-1.467 745	-1.492 417	-1.573 414
4	Présente	-1.979 824	-2.034 798	-2.071 606	-2.201 406
	Daikh et al [1]	-2.005 212	-2.060 678	-2.097 767	-2.228 427
	SSDT [8]	-1.978 593	-2.033 567	-2.070 352	-2.200 020
	FSDT [8]	-2.981 507	-3.046 666	-3.089 733	-3.239 941
	CPT [8]	-1.400 620	-1.434 783	-1.457 288	-1.535 602
5	Présente	-1.959 206	-2.005 686	-2.039 333	-2.163 954
	Daikh et al [1]	-1.984 375	-2.031 338	-2.065 254	-2.190 727
	SSDT [8]	-1.957 959	-2.004 482	-2.038 109	-2.162 596
	FSDT [8]	-2.956 534	-3.012 040	-2.505 817	-3.196 423
	CPT [8]	-1.387 402	-1.416 513	-1.437 193	-1.512 698

Le tableau II.2 illustre la contrainte $\bar{\sigma}_{xx}$ pour plusieurs valeurs de l'indice d'inhomogénéité k et différents schémas de sandwichs FG. La contrainte axiale $\bar{\sigma}_{xx}$ la plus élevée est observées pour la plaque FG type 1-1-1. Comme le montrent clairement visible dans ces tableaux, nos résultats sont en bon accord avec les autres HSDT et en particulier avec la théorie de la déformation par cisaillement sinusoïdale (SSDT).

Le tableau II.3 montre les résultats des contraintes tangentielles $\bar{\tau}_{xz}$ pour plusieurs valeurs d'indice d'inhomogénéité k et différents schémas sandwich FG soumises à un chargement

thermique non-linéaire à travers l'épaisseur. Les contraintes de cisaillement $\bar{\tau}_{xz}$ les plus élevées s'appliquent à la plaque FG type 1-0-1.

Tableau II.3. Contraintes de cisaillement adimensionnelles $\bar{\tau}_{xz}$ des différentes plaques sandwich FGM

k	Théorie	1-0-1	3-1-3	2-1-2	1-1-1
0	Présente	0.148 848	0.148 848	0.148 848	0.148 848
	Daikh et al. [1]	0.173 023	0.173 023	0.173 023	0.173 023
	SSDT [8]	0.171 603	0.171 603	0.171 603	0.171 603
	TSDT [8]	0.174 481	0.174 481	0.174 481	0.174 481
	FSDT [8]	0.173 624	0.173 624	0.173 624	0.173 624
1	Présente	0.192 674	0.185 948	0.183 491	0.178 189
	Daikh et al. [1]	0.275 035	0.275 935	0.277 957	0.285 381
	SSDT [8]	0.277 018	0.278 534	0.280 890	0.289 195
	TSDT [8]	0.272 347	0.272 511	0.274 133	0.280 495
	FSDT [8]	0.221 768	0.213 318	0.210 115	0.203 004
2	Présente	0.210 631	0.199 748	0.195 454	0.187 965
	Daikh et al. [1]	0.271 970	0.270 370	0.273 112	0.285 641
	SSDT [8]	0.272 583	0.271 861	0.275 130	0.289 157
	TSDT [8]	0.270 952	0.268 314	0.270 427	0.281 157
	FSDT [8]	0.244 354	0.230 915	0.225 945	0.215 140
3	Présente	0.221 076	0.207 345	0.202 605	0.192 971
	Daikh et al. [1]	0.269 963	0.263 726	0.265 935	0.280 009
	SSDT [8]	0.269 608	0.264 263	0.267 073	0.282 953
	TSDT [8]	0.270 110	0.262 832	0.264 327	0.276 238
	FSDT [8]	0.257 465	0.240 850	0.234 789	0.221 768
4	Présente	0.228 047	0.212 260	0.206 869	0.196 054
	Daikh et al. [1]	0.270 936	0.259 929	0.261 216	0.275 291
	SSDT [8]	0.270 016	0.259 822	0.261 729	0.277 764
	TSDT [8]	0.271 755	0.259 812	0.260 366	0.272 098
	FSDT [8]	0.266 029	0.247 232	0.240 436	0.225 945
5	Présente	0.233 061	0.215 732	0.209 854	0.198 161
	Daikh et al. [1]	0.273 314	0.258 036	0.258 355	0.271 833
	SSDT [8]	0.272 070	0.257 496	0.258 433	0.273 950
	TSDT [8]	0.274 512	0.258 437	0.258 029	0.269 077
	FSDT [8]	0.272 062	0.251 677	0.244 354	0.228 818

II.7.2. Etude comparative

La variation des contraintes axiales $\bar{\sigma}_x$ à travers l'épaisseur de la plaque pour différentes configurations de plaques sandwich en FGM est illustrée sur la figure II.3. Les contraintes sont des contraintes de traction au-dessous du plan médium et des contraintes de compression au dessus du plan médium sauf pour la plaque FGM non-symétrique (2-2-1). On remarque que les contraintes axiales sont continues au niveau des interfaces de la plaque. Les résultats montrent une variation non-linéaire de la contrainte axiale $\bar{\sigma}_x$ à travers l'épaisseur des plaques FG pour $k \geq 1$.

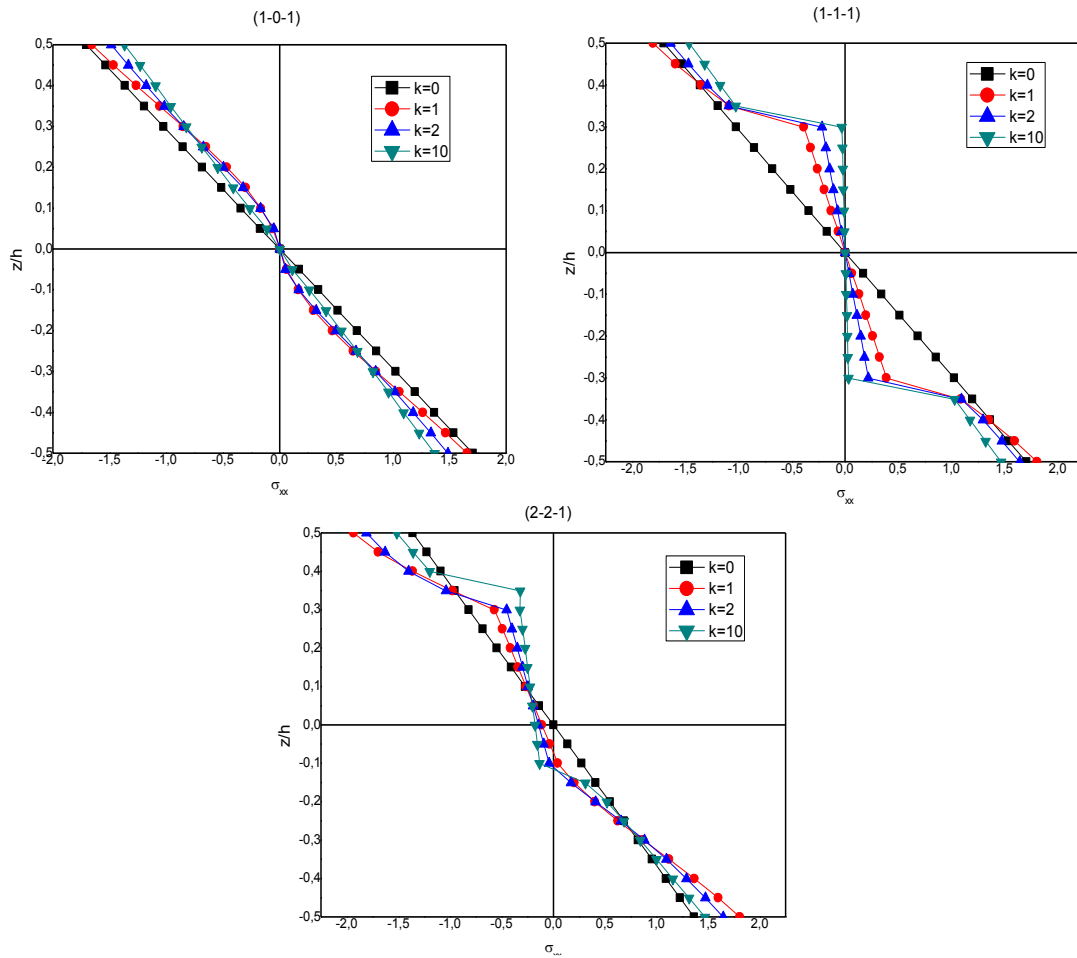


Fig. II.3 : Variation de la contrainte axiale $\bar{\sigma}_x$ à travers l'épaisseur des différentes plaques sandwich (1-0-1, 1-1-1, 2-2-1).

La figure II.4 représente la distribution des contraintes de cisaillement $\bar{\tau}_{xz}$ suivant l'épaisseur de la plaque FGM pour différentes configurations du sandwich. Les valeurs maximales des contraintes de cisaillement se produisent au milieu de la plaque et sa grandeur pour la plaque de FGM est se situe entre celle pour les plaques homogènes (en céramique et en métal) à l'exception de la plaque sandwich en FGM (1-0-1).

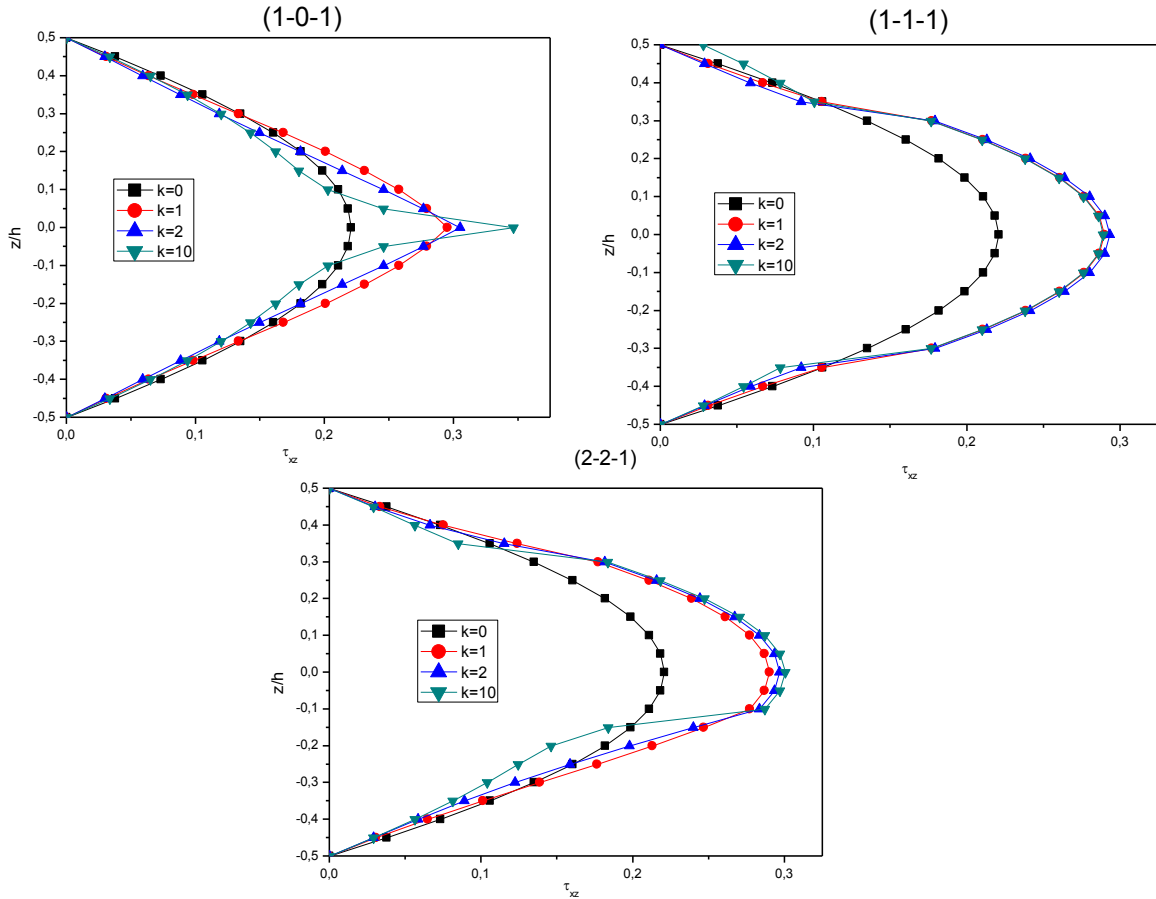


Fig. II.4. Variation de la contrainte de cisaillement $\bar{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur des différents types de plaque sandwich (1-0-1, 1-1-1, 2-2-1).

Dans les figures II.5 et II.6, les distributions des contraintes axiales $\bar{\sigma}_x$ et de cisaillement transverse $\bar{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur de la plaque sandwich FGM (1-1-1) pour ($k = 2$) ont été présenté. On remarque que la variation des contraintes axiales $\bar{\sigma}_x$ et de cisaillement transverse $\bar{\tau}_{xz}$ est très influée pas le chargement thermique \bar{T}_3 .

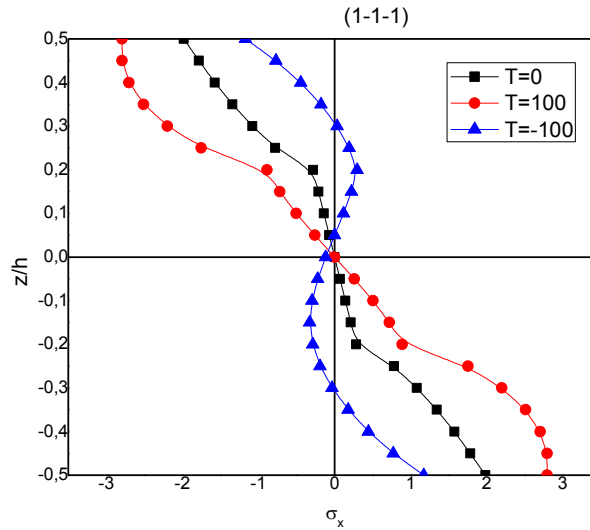


Fig. II.5 : Effet du chargement thermique \bar{T}_3 sur la contrainte axiale $\bar{\sigma}_x$ de la plaque sandwich (1-1-1) ($k = 2$).

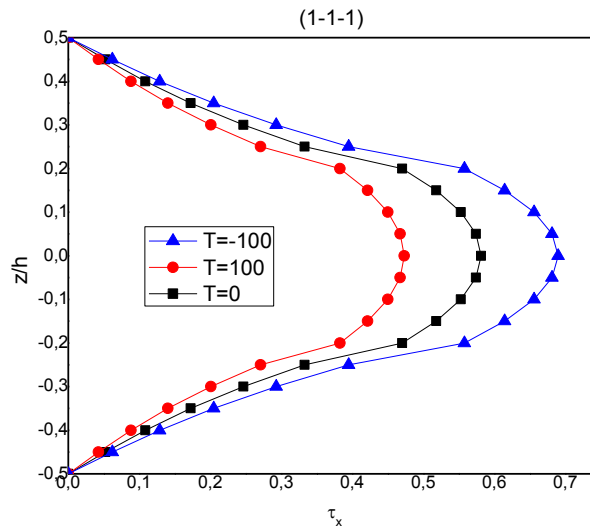


Fig. II.6 : Effet du chargement thermique \bar{T}_3 sur la contrainte de cisaillement transverse $\bar{\tau}_{xz}$ de la plaque sandwich (1-1-1) ($k = 2$).

II.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats numériques de l'analyse du comportement thermoélastique de la flexion des plaques épaisses sandwichs en FGM en utilisant une théorie d'ordre élevé à cinq variables. La présente théorie a une forte similitude avec la théorie classique des plaques dans de nombreux aspects, n'exige pas de facteur de correction de

cisaillement, et donne une description parabolique de la contrainte de cisaillement à travers l'épaisseur tout en remplissant la condition de contrainte de cisaillement nulle sur les bords libres. Toutes les études comparatives ont démontrées que les flèches et les contraintes dues au chargement thermique obtenues en utilisant la présente théorie d'ordre élevé (avec cinq inconnus) et les autres théories de déformation de cisaillement d'ordre élevé (cinq inconnus) sont en bon accord. Par conséquent, on peut dire que la théorie proposée est précise et simple pour résoudre le comportement thermoélastique de la flexion des plaques sandwichs FGM.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Les structures sandwichs en matériaux fonctionnellement gradués ont un large éventail d'applications, car il est possible de modifier leur composition et leur architecture pour obtenir les propriétés recherchées de ces matériaux. La conception et l'élaboration de ces matériaux nécessitent le développement d'outils d'analyse adaptés à leurs spécificités géométriques et matérielles.

L'objectif de notre travail est d'étudier la flexion thermomécanique des plaques sandwich FG. Où les propriétés des matériaux des couches FG dépendent de la température et sont supposées varier continuellement dans la direction de l'épaisseur de la plaque en fonction de la fonction de puissance. Une solution exacte pour la variation de distribution de température non linéaire le long de la direction d'épaisseur de la plaque sandwich FG est proposée dans ce travail en tenant compte de l'influence de la température, l'indice de la loi de puissance et le schéma du sandwich.

Sur la base des résultats numériques, il a été constaté que la flèche centrale augmente en augmentant le rapport longueur-épaisseur a/h , l'indice de puissance de la loi k et les températures élevées. Un effet considérable de la température sur les contraintes axiales et de cisaillement sans dimension. Un bon accord est obtenu entre les résultats actuels et ceux donnés dans la littérature. Par conséquent, on peut dire que la théorie proposée est précise et simple pour résoudre le comportement thermoélastique de la flexion des plaques FG

En perspective, il est prévu d'appliquer le nouveau modèle d'ordre élevé à cinq variables pour le calcul de différentes formes de structures épaisses en matériaux à gradient de propriétés sous la combinaison des différents types de chargement (mécanique, thermique, vibratoire, hygrothermique) et en tenant compte les changements dans les propriétés matérielles des matériaux constitutives dû à la température.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **Daikh A.A., Bensaid I., Ashraf M Zenkour. 2020**, Temperature dependent thermomechanical bending response of functionally graded sandwich plates. *Eng. Res. Express* **2** 015006
- [2] **Reddy J N and Chin CD 1998** Thermomechanical analysis of functionally graded cylinders and plates *J. Therm. Stresses* **21** 593-626
- [3] **Reddy J N 2000** Analysis of functionally graded plates *Int. J. Numer. Methods Eng.* **47** 663-84
- [4] **Reddy J N and Cheng Z Q 2001** Three-dimensional thermomechanical deformations of functionally graded rectangular plates *Eur. J. Mech. A/Solids* **20** 841-55
- [5] **Yang J and Shen H S 2003** Nonlinear bending analysis of shear deformable functionally graded plates subjected to thermo-mechanical loads under various boundary conditions *Composites: Part B* **34** 103-15
- [6] **Lee Y Y, Zhao X and Liew K M 2009** Thermoelastic analysis of functionally graded plates using the element-free kp-Ritz method *Smart Mater. Struct.* 18035007
- [7] **Alibeigloo A 2010** Exact solution for thermo-elastic response of functionally graded rectangular plates *Compos. Struct.* **92** 113-21
- [8] **Zenkour A M and Alghamdi N 2010a** Bending analysis of functionally graded sandwich plates under the effect of mechanical and thermal loads *Mech. Adv. Mater. Struct.* 17419 – 32
- [9] **Zenkour A M and Alghamdi N 2010b** Thermomechanical bending response of functionally graded nonsymmetric sandwich plates *Journal of Sandwich Structures & Materials* **12** 7-46
- [10] **Zidi M, Tounsi A, Houari M S A, Bedia E A and Anwar Bég O 2014** Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory *Aerosp. Sci. Technol.* **34** 24-34

- [11] **Tlidji Y, Daouadji T H, Hadji L, Tounsi A and Bedia E A 2014** Elasticity solution for bending response of functionally graded sandwich plates under thermomechanical loading *J. Therm. Stresses* 37 852-69
- [12] **Li D, Deng Z and Xiao H 2016** Thermomechanical bending analysis of functionally graded sandwich plates using four-variable refined plate theory *Composites Part B* 106107 – 19
- [13] **Sator L, Sladek V and Sladek J 2019** Consistent 2D formulation of thermoelastic bending problems for FGM plates *Compos. Struct.* 212 412 – 22
- [14] **Safaei B, Moradi-Dastjerdi R, Behdinin K, Qina Z and Chu F 2019** Thermoelastic behavior of sandwich plates with porous polymeric core and CNT clusters/polymer nanocomposite layers' *Compos. Struct.* 226111209
- [15] **GUERROUDJ Wassila** Étude de comportement thermo-mécanique des plaques FGM pour les applications enveloppe de bâtiment à énergie solaire. 2019/2020. Mémoire de master, Université de Saida.
- [16] **DAHES Abdelkrim DJENANE Houcem** Etude mécanique d'une structure FGM. 2021-2022. Mémoire de master, Université de Béjaia
- [17] **ZEMANI kada SEBAKHI Faiza** Etude des vibration libres des plaques épaisses en matériaux à gradient fonctionnel (FGM) reposant sur un support élastique de winkler-pasternakn .2015 Mémoire de Master, Université de Blida.
- [18] **K. Wakashima, T. Hirano, M. Niino.** "Functionally gradient materials (FGM) architecture: a new type of ceramic-metal assemblage designed for hot structural components". *Proceedings ESA Sump "Space applications of advanced structural materials" ESTEC*, 97-102.1995.
- [19] **BABOURI Fatiha, ARAB Siham** Modélisation du comportement thermomécanique d'un réservoir sphérique FGM sous pression 2020-2021. Mémoire de master, Université de Béjaia.
- [20] **MARAH BILLEL.** Etude numériques de la stabilité des plaques composites stratifiées 2020. Mémoire de master, Université de Biskra.
- [21] **Whitney, J.M., Pagano. N.J.,** “Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates”, *Journal of Applied Mechanics*, 37, 1031–1036, (1973)

- [22] **BENSALAH Nouredine, KHORCHEF Abdelhakim** Vibration libre des plaques FGM en utilisant une simple Théorie de déformation d'ordre élevée (nth- HSDT) Mémoire de Master, université de Tiaret.
- [23] **Topdar, P., A. H. Sheikh, and N. Dhang.** "Finite element analysis of composite and sandwich plates using a continuous inter-laminar shear stress model." *Journal of Sandwich Structures & Materials* 5.3 (2003): 207-231.
- [24] **BENDAHMANE Amine** Application de la méthode des éléments finis hiérarchiques à l'analyse vibratoire des systèmes mécaniques avec prise en compte des interactions fluide/structure. Thèse de doctorat Université de Tlemecen.
- [25] **Reissner, E.,** "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates", *Journal of Applied Mechanics-transactions of The ASME*, 69–77, 1945.
- [26] **Mindlin RD.** Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates. *J Appl Mech*,18(1):31–8, 1951.
- [27] **Zaoui, F.Z.; Hanifi, H.A.L.; Younsi, A.; Meradjah, M.; Tounsi, A.; Ouinas, D.** Free Vibration Analysis of Functionally Graded Beams Using a Higher-Order Shear Deformation Theory. *Math. Model. Eng. Probl.* **2017**, *4*, 7–12
- [28] **Zaoui, F.Z.; Tounsi, A.; Ouinas, D.; Viña Olay, J.A.** A Refined HSDT for Bending and Dynamic Analysis of FGM Plates. *Struct. Eng. Mech. Int'l J.* **2020**, *74*, 105–119
- [29] **Zaoui, F.Z.; Tounsi, A.; Ouinas, D.** Free Vibration of Functionally Graded Plates Resting on Elastic Foundations Based on Quasi-3D Hybrid-Type Higher Order Shear Deformation Theory. *Smart Struct. Syst.* **2017**, *20*, 509–524.
- [30] **Reddy J N 1990** A general non-linear third order theory of plates with moderate thickness *Int. J. Non Linear Mech.* *25* 677-86
- [31] **Touratier M 1991** An efficient standard plate theory *Int. J. Eng. Sci.* *29* 901-16
- [32] **Zaoui, F.Z.; Ouinas, D.; Tounsi, A.; Viña Olay, J.A.; Achour, B.; Touahmia, M.** Fundamental Frequency Analysis of Functionally Graded Plates with Temperature-Dependent Properties Based on Improved Exponential-Trigonometric Two-Dimensional Higher Shear Deformation Theory. *Arch. Appl. Mech.* **2021**, *91*, 859–881.

- [33] **Zaoui, F.Z.**; Ouinas, D.; Tounsi, A. New 2D and Quasi-3D Shear Deformation Theories for Free Vibration of Functionally Graded Plates on Elastic Foundations. *Compos. Part B Eng.* **2019**, *159*, 231–247
- [34] **Rachid, A.**; Ouinas, D.; Lousdad, A.; Zaoui, F.Z.; Achour, B.; Gasmi, H.; Butt, T.A.; Tounsi, A. Mechanical Behavior and Free Vibration Analysis of FG Doubly Curved Shells on Elastic Foundation via a New Modified Displacements Field Model of 2D and Quasi-3D HSDTs. *Thin-Walled Struct.* **2022**, *172*, 108783
- [35] **Zaoui, F.Z.**; Ouinas, D.; Achour, B.; Touahmia, M.; Boukendakdji, M.; Latifee, E.R.; Al-Naghi, A.A.A.; Viña Olay, J.A. Mathematical Approach for Mechanical Behaviour Analysis of FGM Plates on Elastic Foundation. *Mathematics* **2022**,
- [36] **Zaoui, F.Z.**; Ouinas, D.; Achour, B.; Tounsi, A.; Latifee, E.R.; Al-Naghi, A.A.A. A Hyperbolic Shear Deformation Theory for Natural Frequencies Study of Functionally Graded Plates on Elastic Supports. *J. Compos. Sci.* **2022**, *6*, 285
- [37] **Fatima Z. Zaoui**, Djamel Ouinas, Abdelouahed Tounsi, Belkacem Achour, Jaime A. Vina Olay and Tayyab A. Butt, **2023**, Mechanical behaviour analysis of FGM plates on elastic foundation using a new exponential-trigonometric HSDT. *Steel and Composite Structures*, *47(5)*, 551-568.