

Faculty of Sciences and Technology

كلية العلوم و التكنولوجيا

Department of Mechanical Engineering

قسم المهندسة الميكانيكية

N° d'ordre : M /GM/2023

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

**SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN ÉCOULEMENT À TRAVERS UN
ÉLARGISSEMENT PROGRESSIF**

Présenté par :

- BLIDI Hicham
- AIZI Abdelkader

Soutenu le 25 / 06 / 2023 devant le jury composé de :

Président	Pr : RETIEL Nouredine	Université de Mostaganem UMAB
Examineur	Dr: FLITTI Abdelmadjid	Université de Mostaganem UMAB
Encadreur	Dr : KHALDI Abdelaziz	Université de Mostaganem UMAB

Année Universitaire : 2022/2023

Remerciements

Je remercie ceux qui m'ont aidé durant tout en long de ce chemin de travail de recherche et plus particulièrement.

Nous remercions infiniment notre encadreur : Monsieur le Docteur KHALDI Abdelaziz pour sa gentillesse, son écoute et sa grande expertise ;

Nous adressons nos remerciements à : Monsieur le président du jury le Professeur RETIEL Nouredine

Et monsieur l'examineur le Docteur FLITTI Abdelmadjid

D'avoir accepté d'examiner notre travail ; Nous tenons à remercier tous nos enseignants pour leurs encouragements, leurs efforts et leurs aides afin que nous puissions atteindre ce que nous sommes aujourd'hui

Nous remercions tous les professeurs de département Génie Mécanique qui doivent voir dans ce travail la fierté d'un savoir bien acquis.

Résumé

Dans cette étude, nous avons utilisé des méthodes de simulation numérique pour étudier l'écoulement par élargissement progressif. nous avons étudié l'influence de plusieurs paramètres :

avec différents nombre de Reynolds (50 ; 75; 100 ; 125 ; 150) rapports d'expansion (1.5 ; 2 ; 2.5 ; 3 ; 3.5 ; 4), l'angle de élargissement (10 ; 15 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50) pour voir l'évolution de la zone de recirculation.

Ces résultats numériques sont obtenus grâce à l'utilisation du logiciel "COMSOL Multiphysics".

Nos résultats et les résultats des travaux antérieurs cités dans ce mémoire montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds et le rapport d'expansion et l'angle ont un effet positif sur l'augmentation la longueur de la zone de recirculation.

Mots- clés :

Simulation, Elargissement progressif , Zone de recirculation, Rapport de diamètre , l'angle d'expansion , Nombre de Reynolds..

Abstract

In this study, we used numerical simulation methods to study the flow by progressive widening. We studied the influence of several parameters:

with different Reynolds number (50; 75; 100; 125;150) expansion ratios (1.5; 2; 2.5; 3; 3.5; 4), the widening angle (10; 15; 20; 30; 40; 50) to see the evolution of the recirculation zone.

These numerical results are obtained thanks to the use of the "COMSOL Multiphysics" software.

Our results and the results of previous work cited in this thesis show that increasing the Reynolds number and the expansion ratio and angle have a positive effect on increasing the length of the recirculation zone.

Key words:

Simulation, gradual widening, recirculation zone, the diametre ratio, expansion angle, Reynolds number.

ملخص

في هذه الدراسة ، استخدمنا طرق المحاكاة العددية لدراسة التدفق عن طريق التوسيع التدريجي. درسنا تأثير عدة عوامل: مع عدد رينولدز مختلف (50 ؛ 75 ؛ 100 ؛ 125 ؛ 150) نسب التوسع (1.5 ؛ 2 ؛ 2.5 ؛ 3 ؛ 3.5 ؛ 4) ، زاوية التوسيع (10 ؛ 15 ؛ 20 ؛ 30 ؛ 40 ؛ 50) إلى انظر تطور منطقة إعادة الدوران.

يتم الحصول على هذه النتائج العددية بفضل استخدام برنامج COMSOL Multiphysic تظهر نتائجنا ونتائج الأعمال السابقة المذكورة في هذه الأطروحة أن زيادة رقم رينولدز ونسبة التمدد والزوايا لها تأثير إيجابي على زيادة طول منطقة إعادة الدوران.

الكلمات المفتاحية:

المحاكاة ، التوسيع التدريجي ، منطقة إعادة الدوران ، نسبة التمدد ، الزاوية ، رقم رينولدز.

TABLE DE MATIERE

Introduction générale	1
CHAPITRE I Étude bibliographique	
I.1 Introduction	2
I.2 Étude bibliographique	2
I.3 Quelques exemples sur les applications de l'élargissement progressif	5
I.4 Conclusion	5
CHAPITRE II Rappels et définitions	
II.1 Introduction	6
II.2 Types des fluides	6
II.2.1 Fluide parfait	6
II.2.2 Fluide réel	6
II.2.3 Fluide compressible	6
II.2.4 Fluide incompressible	6
II.3 Propriétés physique des fluides	7
II.3.1 Masse volumique	7
II.3.2 Viscosité	7
II.3.2.1 Viscosité dynamique	7
II.3.2.2 Viscosité cinématique	7
II.3.3 Densité	8

II.3.4 Débit	8
II.4 Types des écoulements	9
II.4.1 Ecoulements permanents ou stationnaires	9
II.4.2 Ecoulements laminaire ou turbulent	9
II.4.2.1 Régime laminaire	10
II.4.2.2 Régime turbulent	10
II.5 Notion des pertes de charge	10
II.5.1 Perte de charge linéaire	11
II.5.2 Perte de charge singulière	11
II.5.2.1 Ecoulements dans les singularités	12
II.5.2.1 Changement de direction	12
II.5.2.1.1 Coude arrondi	12
II.5.2.1.2 Coude brusque	12
II.5.2.2 Changement de section	13
II.5.2.2.1 Rétrécissement progressif	13
II.5.2.2.2 Elargissement progressif	13
II.5.2.3.1 Rétrécissement brusque	14
II.5.2.3.4 Elargissement brusque	14
II.6 Conclusion	15

CHAPITRE III : Simulation, résultats et discussion

III.1 Introduction	16
III.2 La géométrie du modèle avec les conditions aux limites	16
III.2.1 Hypothèses	17
III.2.2 Equations du mouvement (Equations de Navier-Stokes incompressibles)..	

1.Equation de quantité de mouvement	17
2.Equation de continuité	17
III.3 Simulation	18
III.3.1 Comsol Multiphysics	18
III.3.2 L'étude de la convergence du maillage	18
III.3.3.1 Première méthode de maillage : Triangulaire extrêmement fin	18
III.3.3.2 Deuxième méthode de maillage : Triangle avancée de front extrêmement fin.....	19
III.3.3.3 Troisième méthode de maillage : Quadrangle extrêmement fin.....	20
III.4 Résultats et discussion	21
III.4.1 Etude de l'influence du Nombre de Reynolds	22
III.4.1.1 Calcul de la vitesse en fonction du nombre de Reynolds	22
III.4.2 Etude de l'influence du L'angle α de élargissement de conduite	25
III.4.3 Etude de l'influence du Rapport d'expansion r	29
III.4.4 Etude de l'influence de l'augmentation de diamètre	32
III.5 Conclusion	34
Conclusion générale	35
Références Bibliographiques	36

LISTE DES FIGURES

Figure II.1 : Filet fluide dans le cas régime laminaire	10
Figure II.2 : Filet fluide dans le cas régime turbulent	10
Figure II.3 : Coude arrondi	12
Figure II.4 : Coude brusque	12
Figure II.5 : Rétrécissement progressif	13
Figure II.6 : Elargissement progressif	13
Figure II.7 : Rétrécissement brusque	14
Figure II.8 : Elargissement brusque	14
Figure III.1 : Représentation de la géométrie de problème avec les conditions aux limites....	16
Figure III.2 : Représentation de la conduite avec un maillage triangulaire extrêmement fin...	18
Figure III.3 : La convergence du calcul en fonction de nombre d'itération.....	19
Figure III.4 : Représentation de la conduite avec un maillage triangle avancée de front.....	19
Figure III.5 : La convergence du calcul en fonction de nombre d'itération	20
Figure III.6 : Représentation de la conduite avec un maillage quadrangle extrêmement fin...	20
Figure III.7 : La convergence du calcul en fonction de nombre d'itération	21
Figure III.8 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =50	23
Figure III.9 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =75	23
Figure III.10 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =100	23
Figure III.11 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =125	24
Figure III.12 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =150	24
Figure III.13 : Le Champ de vitesses au long de l'axe de symétrie de la conduite pour différents nombres de Reynolds	25

Figure III.14 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=10^\circ$	26
Figure III.15 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=15^\circ$	26
Figure III.16 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=20^\circ$	26
Figure III.17 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=30^\circ$	27
Figure III.18 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=40^\circ$	27
Figure III.19 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=50^\circ$	27
Figure III.20 : Le Champ de vitesses au long de l'axe de symétrie de la conduite pour différents l'angle α	28
Figure III.21 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=1.5$	29
Figure III.22 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=2$	29
Figure III.23 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=2.5$	30
Figure III.24 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=3$	30
Figure III.25 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=3.5$	30
Figure III.26 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=4$	31
Figure III.27 : Le Champ de vitesses au long de l'axe de symétrie de la conduite pour différents Rapport r	32
Figure III.28 : plusieurs positions de Zone de recirculation	33
Figure III.29 : Comparaison Le Champ de vitesses au plusieurs positions de Zone de recirculation	34

Liste des tableaux

Tableau III.1: Les vitesses d'entrée pour les différents nombre de Reynolds pour le cas d'eau.....22

Nomenclature Lettres latins

S1	Section de conduite en amant	m²
S2	Section de conduite en aval	m²
D1	Hauteur de la marche en amant	m
D2	Hauteur de la marche en aval	m
D	Densité	/
F	Force de glissement entre les couches	N
G	Gravité	m/s²
M	Masse	Kg
K	Coefficient de perte de charge singulière	/
L	Longueur de zone de recirculation	m
Re	Nombre de Reynolds	/
R	Rayon de courbure du coude	m
S	Surface de contact entre deux couches	m²
U	Vitesse d'écoulement	m/s
v	Vitesse	m/s
V	Volume	m³
r	Rapport d'expansion	/

Z	Altitude	m
----------	----------	----------

Lettres grecques

A	Dévation	°
μ	Viscosité dynamique	Pa.s
ν	Viscosité cinématique	m ² /s
λ	Coefficient de perte de charge linéaire	/
Θ	Angle d'élargissement	°
ρ	Masse volumique	kg/m ³
ε	Rugosité	μm
Δ	Variation	/
σ	Rapport de section	/

Introduction générale

Introduction générale :

Les conduites présentant des singularités sont largement utilisées dans l'industrie. Par conséquent, nous avons récemment porté notre attention sur l'impact de ces singularités sur le comportement des écoulements de fluides.

Ce travail, à caractère numérique, est une simulation d'un écoulement à travers un élargissement progressif.

Le but de ce travail est d'étudier le comportement de l'écoulement d'eau par élargissement progressif avec différents rapports d'expansion et différents nombres de Reynolds et différents l'angle élargissement de conduite pour connaître l'effet de ces paramètres sur l'évolution de la zone de recirculation.

Nous commençons notre travail avec un premier chapitre où on présente une revue bibliographique sur les études des écoulements dans des canalisations avec élargissement progressif.

Le deuxième chapitre comporte des brefs rappels et définitions sur les notions de la mécanique des fluides et une description du phénomène étudiée.

Dans le troisième chapitre qui décrit la simulation et les différents résultats avec leurs interprétations.

Enfin, nous terminons notre mémoire par une conclusion générale résumant l'essentiel de notre travail.

CHAPITRE I

Etude bibliographique

I.1 Introduction :

Les écoulements dans les conduites présentant des singularités ont depuis longtemps constitué une source de problèmes lors de la conception et du dimensionnement des installations industrielles (génie nucléaire, pétrolier ou chimique). Parmi ces singularités, l'élargissement progressif (Un changement dans la section de la canalisation en augmentant progressivement le diamètre de cette canalisation) .

Pour cette raison, dans ce chapitre, nous abordons un ensemble des articles bibliographiques dirigés vers des sujets liés à la simulation numérique des écoulements dans les canaux à travers un l'élargissement progressif

I.2. Etude bibliographique :

Dans ce chapitre, nous allons présenter une analyse de la littérature existante sur les écoulements dans un élargissement progressif. Nous nous concentrons sur la présentation de plusieurs travaux de recherche portant sur les effets de différents paramètres caractéristiques sur le comportement de l'écoulement. Au fil des années, de nombreux auteurs ont examiné le comportement de l'écoulement dans un élargissement progressif.

T. B. Gatski et al (1985) Ces chercheurs ont travaillé sur la modélisation mathématique et la simulation numérique des écoulements turbulents à travers des élargissements progressifs. Ils ont notamment étudié les effets de la turbulence et de la viscosité sur les caractéristiques de l'écoulement.[1]

Y. Zhang et al (2010) ont étudié la simulation numérique de l'écoulement à travers un élargissement conique en utilisant la méthode de la dynamique des fluides numérique (CFD). Les équations de Navier-Stokes ont été résolues à l'aide d'un solveur CFD commercial (Fluent). Les auteurs ont étudié l'écoulement à différentes valeurs de nombre de Reynolds, allant de 10 000 à 50 000. Les résultats de simulation ont été validés avec des données expérimentales existantes et ont montré une bonne correspondance. Les caractéristiques de l'écoulement, telles que les champs de vitesse, les profils de pression et les trajectoires de particules, ont été analysées.[2]

T.S. Sunil et al 2012, une étude numérique portant sur l'écoulement à travers une buse convergente-divergente en utilisant la méthode des volumes finis. Les résultats obtenus ont montré que la pression statique augmentait à l'entrée de la zone d'élargissement, puis diminuait à l'intérieur de cette zone. De plus, une région de décollement et de recirculation a été observée à l'arrière de la zone d'élargissement.[3]

S.I. Abdel-Khalik et al (2013) ont étudié la simulation numérique d'un élargissement progressif une méthode RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) pour étudier les caractéristiques de l'écoulement à travers un élargissement progressif en forme de T. [4]

M. A. Siddiqui, et al (2014). ont étudié la simulation numérique de l'écoulement d'un fluide à travers un élargissement progressif en utilisant différents modèles de turbulence. Ils expliquent ensuite les différentes formules utilisées pour les modèles de turbulence RANS, tels que le modèle $k-\varepsilon$ le modèle $k-\omega$ et le modèle Reynolds Stress. Ensuite, les auteurs présentent leur étude de cas, qui consiste en un élargissement progressif de diamètre 50 à 100 mm, avec un rapport de forme de 1:2. Les résultats montrent que le modèle $k-\omega$ fournit les résultats les plus précis, suivis du modèle Reynolds Stress et du modèle $k-\varepsilon$. Les auteurs concluent que la précision de la modélisation dépend du modèle de turbulence utilisé et recommandent l'utilisation du modèle $k-\omega$ pour simuler les écoulements à travers un élargissement progressif.[5]

M.A Islam et al (2014) présentant une étude numérique sur la simulation d'écoulement à travers un élargissement progressif à l'aide de différents modèles de turbulence. L'étude visait à évaluer l'efficacité de différents modèles de turbulence, y compris le modèle standard $k-\varepsilon$, le modèle $k-\varepsilon$ RNG et le modèle $k-\omega$ SST, pour prédire les caractéristiques d'écoulement par un élargissement progressif. L'étude a été menée à l'aide du logiciel ANSYS Fluent pour les simulations numériques de dynamique des fluides.

Les résultats de l'étude ont montré que les modèles de turbulence $k-\varepsilon$ standard et $k-\varepsilon$ RNG sous-estimaient les valeurs maximales de vitesse d'écoulement à travers l'élargissement, tandis que le modèle $k-\omega$ SST donnait des résultats plus précis.[6]

Yang et al. (2017) a également porté sur l'écoulement à travers un élargissement progressif à trois dimensions, mais en utilisant une méthode de RANS avec un modèle de turbulence basé sur la loi de Reynolds stress. Les résultats ont montré que la méthode de RANS avec ce modèle de turbulence était en mesure de reproduire de manière satisfaisante les caractéristiques de l'écoulement, y compris les caractéristiques de la turbulence. [7]

Jangid et al. (2017) ont étudié une simulation numérique de l'écoulement à travers un élargissement progressif dans un conduit convergent-divergent. Les équations de Navier-Stokes ont été résolues numériquement en utilisant la méthode des volumes finis. Les résultats montrent que la vitesse de l'écoulement augmente dans la partie convergente, atteint un maximum dans la zone de gorge, puis diminue dans la partie divergente.[8]

Zhang et al. (2018), qui ont étudié l'écoulement à travers un élargissement progressif à trois dimensions en utilisant la méthode de RANS avec un modèle de turbulence basé sur la loi de k-epsilon. Les résultats ont montré que la méthode de RANS était capable de reproduire de manière satisfaisante les caractéristiques de l'écoulement, telles que les zones de recirculation et les gradients de pression.[9]

Liu et al (2018) une étude portant sur la simulation numérique d'un écoulement à travers un canal convergent-divergent présentant un élargissement progressif. Les auteurs ont résolu les équations de Navier-Stokes en utilisant la méthode des éléments finis. Les résultats obtenus indiquent une augmentation de la vitesse de l'écoulement dans la partie convergente, suivie d'un pic de vitesse dans la zone de gorge, puis d'une diminution dans la partie divergente. Les auteurs ont également comparé les résultats de leur simulation avec les données expérimentales existantes dans la littérature.[10]

N. Natarajan et al. (2018) Dans cet article, les auteurs ont étudié la simulation numérique de l'écoulement à travers un élargissement progressif . Ils ont utilisé le logiciel Fluent pour résoudre les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible. Les résultats montrent que la vitesse d'écoulement augmente à mesure que l'on se rapproche de la zone d'élargissement et diminue ensuite dans la zone de rétrécissement. Les auteurs ont également montré que la géométrie de l'élargissement affecte la vitesse d'écoulement et la distribution des contraintes de cisaillement.[11]

I.3 Quelques exemples sur les applications de l'élargissement progressif :

Les écoulements dans l'élargissement progressif sont présents dans de nombreux phénomènes naturels et dans plusieurs domaines de la recherche. Parmi ces domaines la mécanique des fluides, l'échange thermique et les processus industriels tel que :

- Les systèmes de tuyauterie et de canalisations pour minimiser la perte de charge et optimiser le débit de fluide.
- Les moteurs à combustion interne pour améliorer le débit de carburant et l'efficacité de combustion.
- La conception de bâtiments pour améliorer la circulation de l'air et la qualité de l'environnement intérieur.
- Les systèmes de traitement des eaux usées pour faciliter l'écoulement des eaux et réduire les risques de colmatage.
- Les systèmes de distribution d'énergie pour faciliter le transport de l'électricité et de la chaleur.
- Les échangeurs de chaleur pour améliorer l'efficacité du transfert de chaleur.

I.4 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté une revue bibliographique sur l'étude de l'effet de la singularité de l'élargissement progressif sur l'écoulement. Diverses études sur ce sujet témoignent de son intérêt pratique. Nous avons révélé certains résultats expérimentaux et numériques qui se dégagent de la littérature sur ce sujet de recherche.

CHAPITRE II

Rappels et définitions

II.1 Introduction :

La mécanique des fluides est une branche de la mécanique de la continuité qui se concentre sur l'étude des liquides et des gaz en équilibre ou en mouvement. Elle est applicable dans de nombreux domaines tels que l'ingénierie mécanique, civile, chimique et biomédicale, ainsi que dans des disciplines comme la géophysique, l'océanographie, la tuyauterie, la météorologie, l'astrophysique et la biologie [12].

II.2 Types des fluides

Les fluides sont des matières qui ont la propriété de pouvoir s'écouler et d'adopter la forme du contenant qui les contient. Lorsqu'ils sont en équilibre, les fluides ne peuvent pas s'opposer aux forces tangentielles ou transversales [13].

II.2.1 Fluide parfait :

Un liquide parfait est une abstraction théorique qui n'a pas de viscosité (viscosité nulle), ne peut pas être comprimé et n'existe pas dans la réalité.

II.2.2 Fluide réel :

Contrairement à un fluide parfait, le mouvement d'un fluide réel subit des pertes d'énergie sous forme de chaleur en raison du phénomène de frottement visqueux lors du déplacement du fluide.

II.2.3 Fluide compressible :

Un fluide compressible est un fluide qui a la capacité de changer de volume en réponse à des changements de pression, ce qui entraîne également une variation de sa densité. Les exemples de fluides compressibles incluent l'air, l'oxygène, l'hydrogène, l'azote, etc.

II.2.4 Fluide incompressible :

Un liquide incompressible ($\rho = \text{cste}$) est un liquide dont les particules ne peuvent pas être rapprochées et dont le volume et la densité ne sont pas affectés par les variations de pression. Les exemples de liquides incompressibles incluent l'eau, l'huile, le mercure, etc.

II.3 Propriétés physique des fluides :

Les propriétés des fluides déterminent la manière dont les fluides sont utilisés dans l'ingénierie et la technologie. Ils déterminent également le comportement des fluides. Voici quelques-unes des propriétés de base les plus importantes des liquides

II.3.1 Masse volumique :

La masse volumique est le rapport entre la masse et le volume occupé.

$$\rho = m / V \quad (\text{II.1})$$

II.3.2 Viscosité :

La viscosité est la caractéristique d'un fluide qui détermine sa capacité à s'écouler lorsqu'il est soumis à une force. On distingue deux types de viscosité :

II.3.2.1 Viscosité dynamique :

La viscosité dynamique est une mesure physique du comportement d'un fluide soumis à une contrainte. Elle reflète la capacité du fluide à résister à un mouvement ou à un écoulement lorsque soumis à une force externe.

$$F = \mu \cdot S \cdot \Delta V / \Delta Z \quad (\text{II.2})$$

F : Force de glissement entre les couches en (N)

μ : Viscosité dynamique en (Pa.s)

S : Surface de contact entre deux couches en (m^2)

ΔV : Ecart de vitesse entre deux couches en (m/s)

ΔZ : Distance entre deux couches en (m)

II.3.2.2 Viscosité cinématique :

Elle représente le rapport entre la viscosité dynamique et la masse volumique d'un fluide.

$$v = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{II.3})$$

v : Viscosité cinématique en (m^2 / s)

ρ : Masse volumique en (Kg/m^3)

μ : Viscosité dynamique en (Pa.s)

II.3.3 Densité :

La mesure de la densité d'un liquide est basée sur la comparaison avec l'eau, c'est-à-dire qu'elle est évaluée en calculant le rapport entre la masse volumique du liquide et celle de l'eau. Quant aux gaz, leur densité est déterminée en se référant à l'air comme fluide de référence.

$$d = \frac{\text{la masse volumique du fluide}}{\text{la masse volumique d'un fluide de référence}} \quad (\text{II.4})$$

II.3.4 Débit

Dans les tuyauteries et capacités (colonnes, ballons, réacteurs, fours, etc.) d'une unité de fabrication en fonctionnement, des fluides (gaz ou liquides seuls ou en mélange) circulent souvent en continu.

La quantité de produit qui passe en un point d'une tuyauterie pendant un temps donné est appelée débit et l'on distingue :

- le débit massique qui s'exprime le plus souvent en :

Tonnes par heure t/h,

Tonnes par jour t/j

Kilogrammes par seconde kg/s (Unité Système SI)

- le débit volumique qui s'exprime le plus souvent en :

Mètres cube par heure m^3/h

Mètres cube par jour m^3/j

Mètres cube par seconde m^3/s (Unité Système SI)

Litres par seconde l/s

Nm^3/h pour les gaz ($t = 0^\circ C$ et $P = 1 \text{ atm}$) [14]

II.4 Types des écoulements :

Il existe plusieurs types d'écoulements, notamment :

II.4.1 Ecoulements permanents ou stationnaires :

Le régime permanent d'écoulement est un état où les variables physiques telles que la pression, la température, la vitesse et la densité ne changent pas avec le temps. Cela signifie que toutes les grandeurs caractéristiques de cet écoulement restent constantes dans le temps.

II.4.2 Ecoulements laminaire ou turbulent : (nombre de Reynolds)

Le nombre de Reynolds est un paramètre sans dimension qui exprime le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses dans un écoulement fluide. Il a été introduit à la suite des expériences menées par Osborne Reynolds en 1883, dans lesquelles il a étudié l'écoulement d'un fluide dans un tube cylindrique droit. Reynolds a démontré que le débit d'un fluide dépend non seulement de sa vitesse, mais aussi de sa viscosité et du diamètre du tube, ainsi que de la rugosité de la paroi interne du tube. Le nombre de Reynolds est défini comme suit :

Avec :

$$Re = \frac{v \cdot D}{U} \quad (\text{II.5})$$

V : vitesse du fluide en (m/s). (Vitesse prendre à distance de la paroi).

D : diamètre intérieur du tube en (m).

U : La viscosité cinématique du fluide (m²/s)

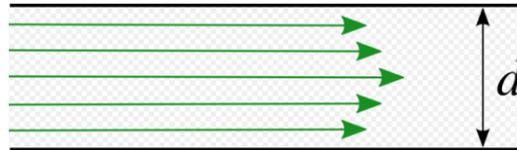
Si :

Re < 2000 le régime est laminaire.

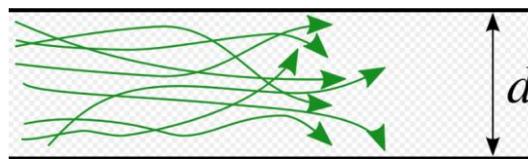
2000 < Re l'écoulement turbulent.

2000 < Re < 3000 le régime est transitoire. (Cela peut changer d'un état à l'autre, il faut faire les calculs dans les deux cas pour évaluer le régime du liquide)

2000 < Re < 10⁵ l'écoulement est turbulent lisse. [15]

II.4.2.1 Régime laminaire :**Figure II.1 : Filet fluide dans le cas régime laminaire [16]**

ce type d'écoulement est caractérisé par un mouvement fluide régulier et ordonné, avec des lignes de courant qui ne se croisent pas et qui sont parallèles. Il se produit souvent à faible vitesse ou dans des fluides visqueux.

II.4.2.2 Régime turbulent :**Figure II.2 : Filet fluide dans le cas régime turbulent [16]**

Lorsque le fluide s'écoule à travers un tube droit comportant des obstacles tels qu'une surface intérieure rugueuse, un rétrécissement brusque ou un coude, l'écoulement peut devenir turbulent. Dans ce régime, la vitesse et la direction du fluide varient de manière chaotique à chaque point de l'écoulement en raison des tourbillons qui se forment.

II.5 Notion des pertes de charge :

Les pertes de charge se produisent lorsque les fluides en écoulement rencontrent une résistance dans leur passage à travers un système, tels que des conduits ou des tuyaux d'air. Cette résistance est due à la friction causée par la rugosité des parois du conduit et la viscosité du fluide. Les pertes de charge peuvent se présenter sous différentes formes, en fonction des facteurs qui les causent, notamment la friction et les variations de la section du conduit.

$$\Delta p = \Delta p \text{ linéaire} + \Delta p \text{ singulière} \quad (\text{II.6})$$

II.5.1 Perte de charge linéaire :

La perte de charge linéaire, se produit lorsque l'énergie du fluide est progressivement dissipée en raison des frottements dans un conduit ou une tuyauterie de longueur et de section fixes. Cette perte d'énergie est due à la friction entre le fluide et les parois du conduit, ce qui entraîne une diminution régulière de la pression du fluide au fil de sa progression.

$$\Delta P_{\text{linéaire}} = \frac{\lambda L \rho V^2}{2d} \quad (\text{II.7})$$

Selon le nombre de Reynolds, on distingue différents cas : [17]

1er cas : $Re < 2000$ L'écoulement laminaire, λ ne dépend que du nombre de Reynolds.

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (\text{II.8}) \quad (\text{Loi de poiseuille})$$

2ème cas : $Re > 3000$ L'écoulement turbulent

Pour $4000 < Re < 10^5$ l'écoulement est dit turbulent hydrauliquement lisse. λ ne dépend que du nombre de Reynolds.

$$\lambda = 0.316 Re^{-0.25} \quad (\text{II.9}) \quad (\text{Loi de blasius})$$

Pour $Re > 10^5$ l'écoulement est turbulent hydrauliquement rugueux. λ ne dépend que de ε/d

$$\lambda = 0.79 \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}} \quad (\text{II.10}) \quad (\text{Loi de blench})$$

3ème cas : $2000 < Re < 3000$, c'est le régime transitoire entre le laminaire et le turbulent a partir de nombre du Reynolds et de la rugosité.

II.5.2 Perte de charge singulière :

Lorsqu'il y a des modifications dans la direction de l'écoulement, des variations de diamètre ou des dispositifs tels que des vannes, des raccords et des coudes sont placés sur une ligne d'écoulement, cela entraîne des pertes de charge [18]

$$\Delta p_{\text{singulière}} = K\rho \frac{v^2}{2} \quad (\text{II.11})$$

II.5.2.1 Ecoulements dans les singularités :**II.5.2.1 Changement de direction :****II.5.2.1.1 Coude arrondi :**

Un coude arrondi est un accessoire utilisé dans les systèmes de tuyauterie pour changer la direction de l'écoulement de manière courbe plutôt que brusque [19]

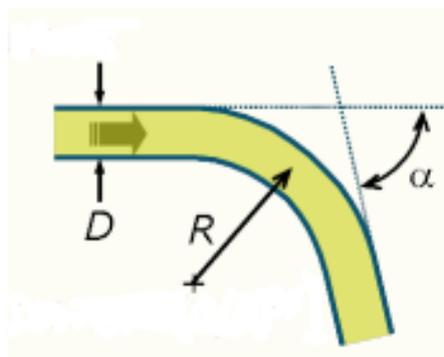


Figure II.3 : Coude arrondi [21]

II.5.2.1.2 Coude brusque :

Un coude brusque est un accessoire de tuyauterie qui permet de changer la direction de l'écoulement de manière abrupte. Contrairement à un coude arrondi qui présente une courbe douce. [19]

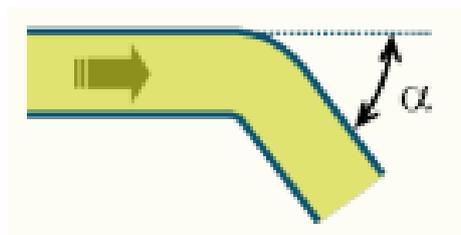


Figure II.4 : Coude brusque [21]

II.5.2.2 Changement de section :**II.5.2.2.1 Rétrécissement progressif :**

Un rétrécissement progressif est un dispositif de tuyauterie conçu pour réduire progressivement le diamètre de la conduite. [20]

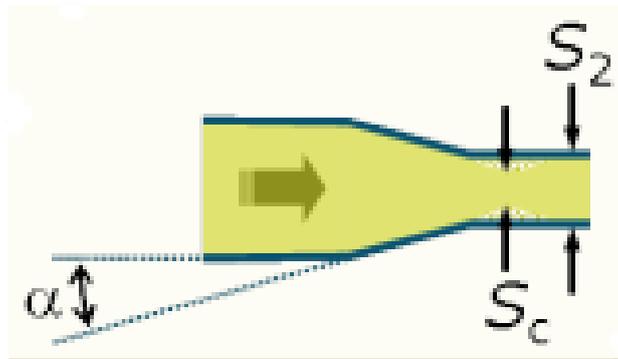


Figure II.5 : Rétrécissement progressif [21]

II.5.2.2.2 Elargissement progressif :

Un élargissement progressif est un dispositif de tuyauterie conçu pour augmenter progressivement le diamètre de la canalisation, ce qui permet de ralentir la vitesse d'écoulement du fluide en mouvement. [20]

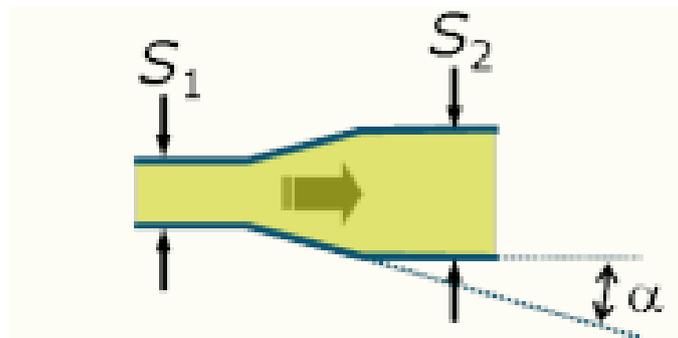


Figure II.6 : Elargissement progressif [21]

K Coefficient due au Elargissement progressif est donnée en fonction de :

d : Diamètre de la canalisation en amont (m)

D: Diamètre de la canalisation en aval (m)

θ : angle d'élargissement (en degré)

$$K = 3.2 \left(\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right)^{1.25} \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right)^2 \quad (\text{II.15})$$

Si l'angle d'élargissement est supérieur à 20, On considère le comportement de L'élargissement progressif comme de l'élargissement brusque. [22]

II.5.2.3.1 Rétrécissement brusque :

En matière de tuyauterie, un "rétrécissement brusque" se réfère à une réduction soudaine du diamètre intérieur d'un tuyau dans un système de tuyauterie. [20]

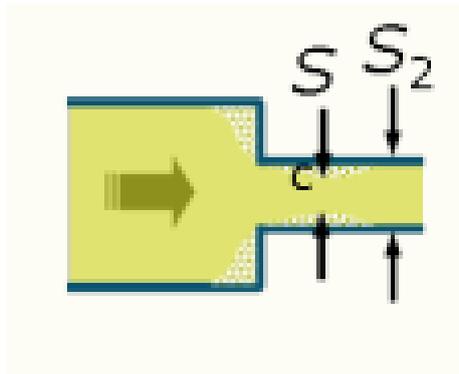


Figure II.7 : Rétrécissement brusque [21]

II.5.2.3.4 Elargissement brusque :

Dans le contexte d'un système de tuyauterie, un "élargissement brusque" désigne une pièce de connexion qui provoque une augmentation soudaine du diamètre intérieur du tuyau. [20]

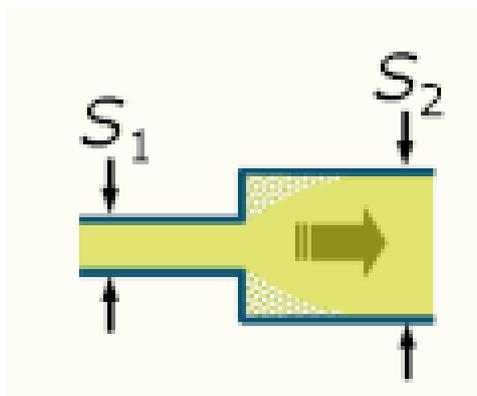


Figure II.8 : Elargissement brusque [21]

Avec :

D1 diamètre de la conduite avant le rétrécissement

D2 diamètre de la conduite après le rétrécissement

II.6 Conclusion :

Nous concluons qu'il existe de nombreuses caractéristiques et propriétés physiques de chaque fluide. Ces fluides se déplacent à travers différents canaux, certains comportant des coudes et d'autres présentant des variations de diamètre, etc. En conséquence, ces caractéristiques ont un impact direct sur la quantité de perte de pression lors de l'écoulement à travers une conduite.

CHAPITRE III
Simulation, résultats et
Interprétation

III.1 Introduction :

L'un des principaux problèmes des canalisations est l'écoulement à travers des zones singulières, qui peuvent entraîner des changements tels que des variations de régime d'écoulement. Parmi ces zones singulières, on trouve les élargissements progressifs.

Ce chapitre se concentre sur l'analyse des conséquences d'un élargissement progressif sur l'évolution de la zone de recirculation de l'écoulement.

Nous effectuons également une simulation numérique bidimensionnelle en utilisant un logiciel basé sur la méthode des éléments finis, qui permet de mesurer différentes grandeurs physiques liées à l'écoulement, telles que le champ de vitesse, la concentration et le champ de pression.

Dans notre travail nous examinons spécifiquement l'impact de la variation du nombre de Reynolds et du rapport d'expansion et l'angle de élargissements sur la composition et le volume de la zone de recirculation.

III.2 La géométrie du modèle avec les conditions aux limites :

La figure suivante représente la géométrie de la conduite tracée en 2 dimensions.

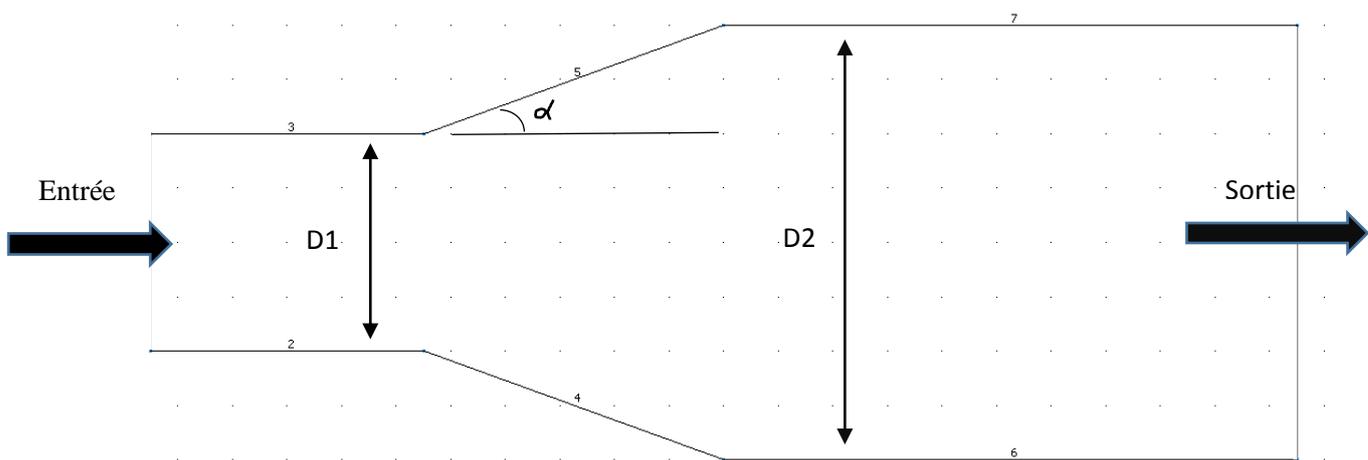


Figure III.1 : Représentation de la géométrie de problème avec les conditions aux limites

III.2.1 Hypothèses :

Dans notre simulation, Nous nous sommes appuyés sur les hypothèses suivantes

- Ecoulement stationnaire : $d/dt = 0$
- Fluide incompressible : $\rho = \text{Cst}$
- Ecoulement bidimensionnel : $d/dz = 0$
- Forces de pesanteur négligeables : $\rho f = 0$
- Fluide newtonien : $\mu = \text{cte}$

III.2.2 Equations du mouvement (Equations de Navier-Stokes incompressibles) :**1. Equation de quantité de mouvement :**

$$\rho \frac{\overline{du}}{dt} = \rho \vec{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (\text{III.1})$$

$$\rho \frac{\overline{du}}{dt} = \rho \left(\frac{\overline{du}}{dt} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{u} \right) \quad (\text{III.2})$$

On remplace l'équation (III.1) dans l'équation (III.2), on obtient :

$$P \left(\frac{\overline{du}}{dt} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{u} \right) = \rho \vec{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (\text{III.3})$$

Avec : $\frac{\overline{du}}{dt} = \vec{0}$; $\rho \vec{f} = \vec{0}$

$$\rho (\vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{u}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u}$$

$$-\mu \nabla^2 + \rho (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \nabla p = \vec{0} \quad (\text{III.4})$$

2. Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{III.5})$$

III.3 Simulation :**III.3.1 Comsol Multiphysics :**

COMSOL Multiphysics est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis. Ce logiciel permet de simuler de nombreuses physiques et applications en ingénierie, et tout particulièrement les phénomènes couplés ou simulation multi-physiques.

III.3.2 L'étude de la convergence du maillage :

Lors de la simulation avec un logiciel d'éléments finis, un maillage plus fin produit généralement une solution plus précise. En contrepartie, ce maillage plus fin augmente le temps de calcul.

C'est pour cela qu'on a fait une étude de convergence du maillage.

Mais le raffinement du maillage va augmenter le nombre des éléments du maillage et le temps de calcul qui va causer le problème de la capacité de notre ordinateur à pouvoir calculer.

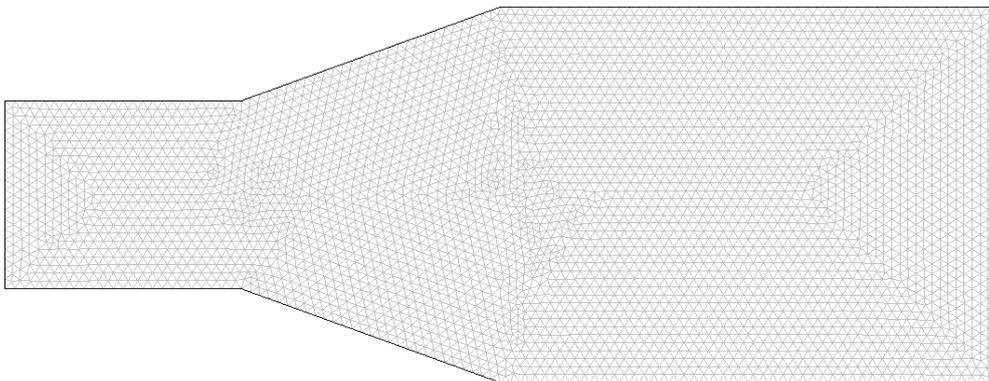
III.3.2.1 Première méthode de maillage : Triangulaire extrêmement fin

Figure III.2 : Représentation de la conduite avec un maillage triangulaire extrêmement fin

Ce premier maillage pour un nombre de Reynolds de 50 et un rapport d'expansion de 2 comporte 8007 éléments. Le temps de calcul est de 18.663 secondes. La solution converge 6 itérations comme le montre la figure suivante :

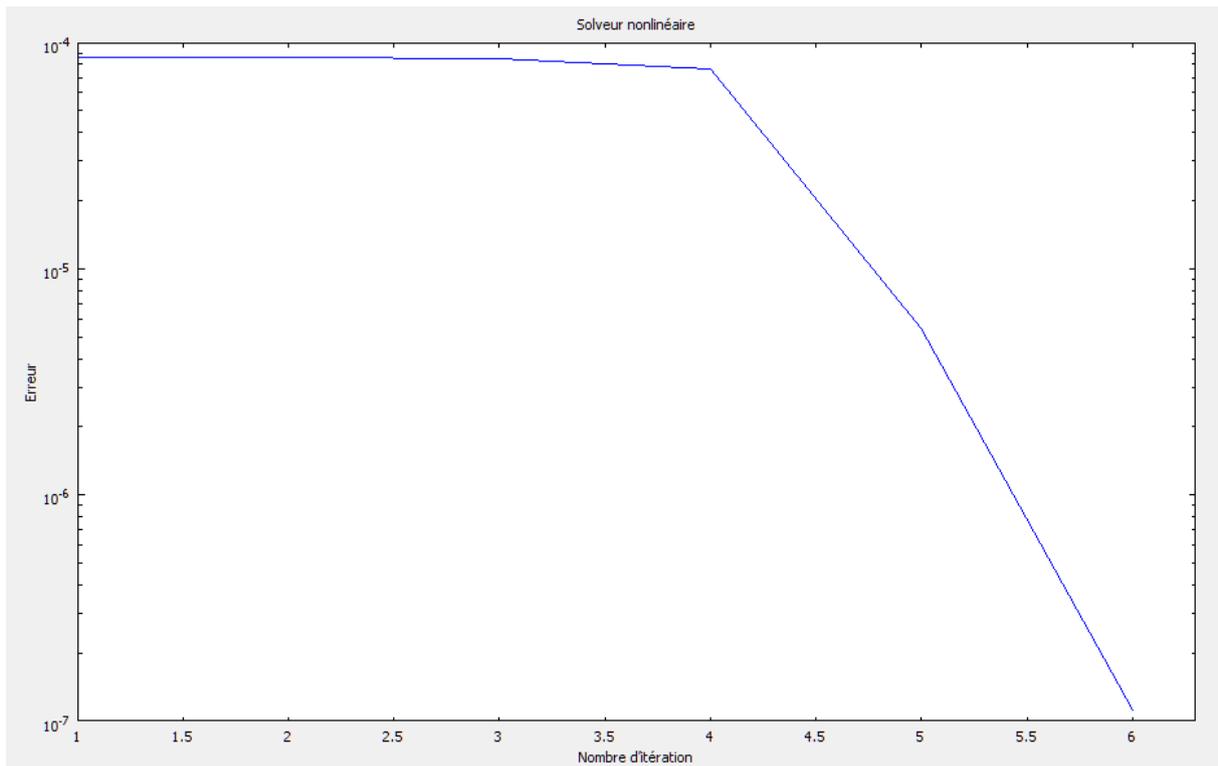


Figure III.3 : La convergence du calcul en fonction de nombre d'itération

III.3.3.2 Deuxième méthode de maillage : Triangle avancée de front extrêmement fin

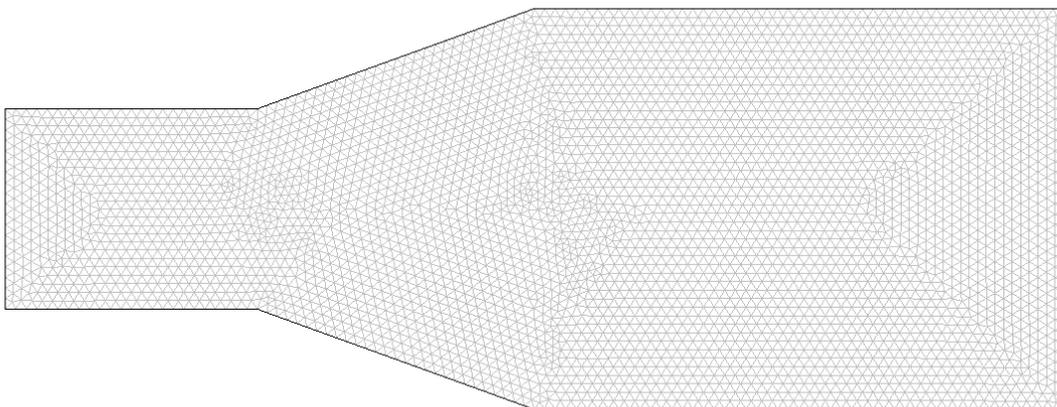


Figure III.4 : Représentation de la conduite avec un maillage triangle avancée de front

Ce maillage pour un nombre de Reynolds de 50 et un rapport d'expansion de 2 comporte 8007 éléments. Le temps de calcul est de 26.295 secondes. La solution converge 6 itérations comme le montre la figure suivante :

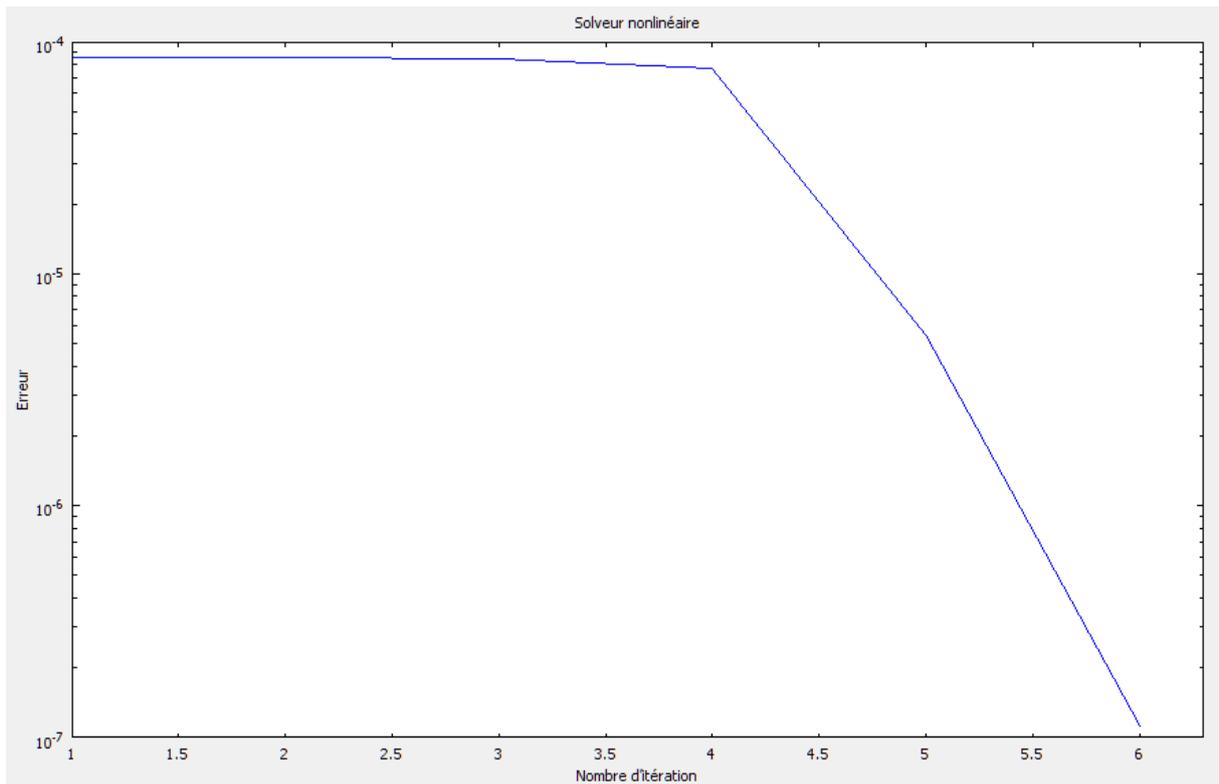


Figure III.5 : La convergence du calcul en fonction de nombre d'itération

III.3.3.3 Troisième méthode de maillage : Quadrangle extrêmement fin

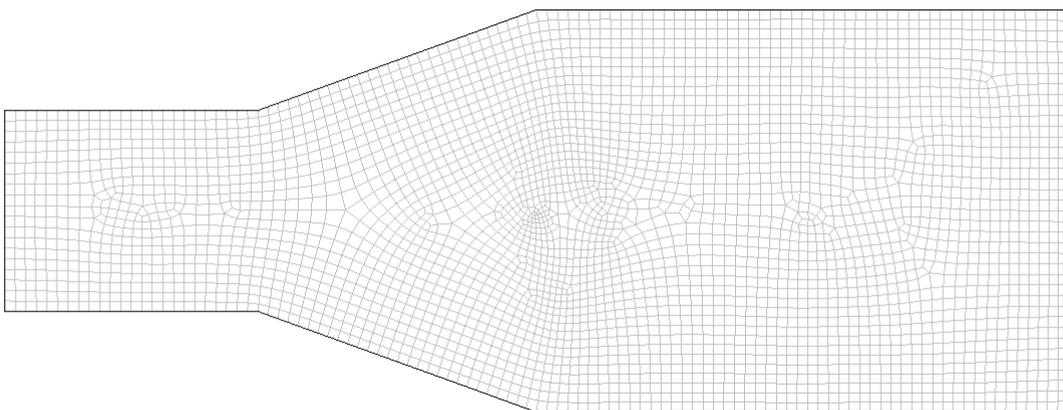


Figure III.6 : Représentation de la conduite avec un maillage quadrangle extrêmement fin

Ce dernier maillage pour un nombre de Reynolds de 50 et un rapport d'expansion de 2 comporte 3604 éléments. Le temps de calcul est de 18.408 secondes La solution converge 6 itérations comme le montre la figure suivante :

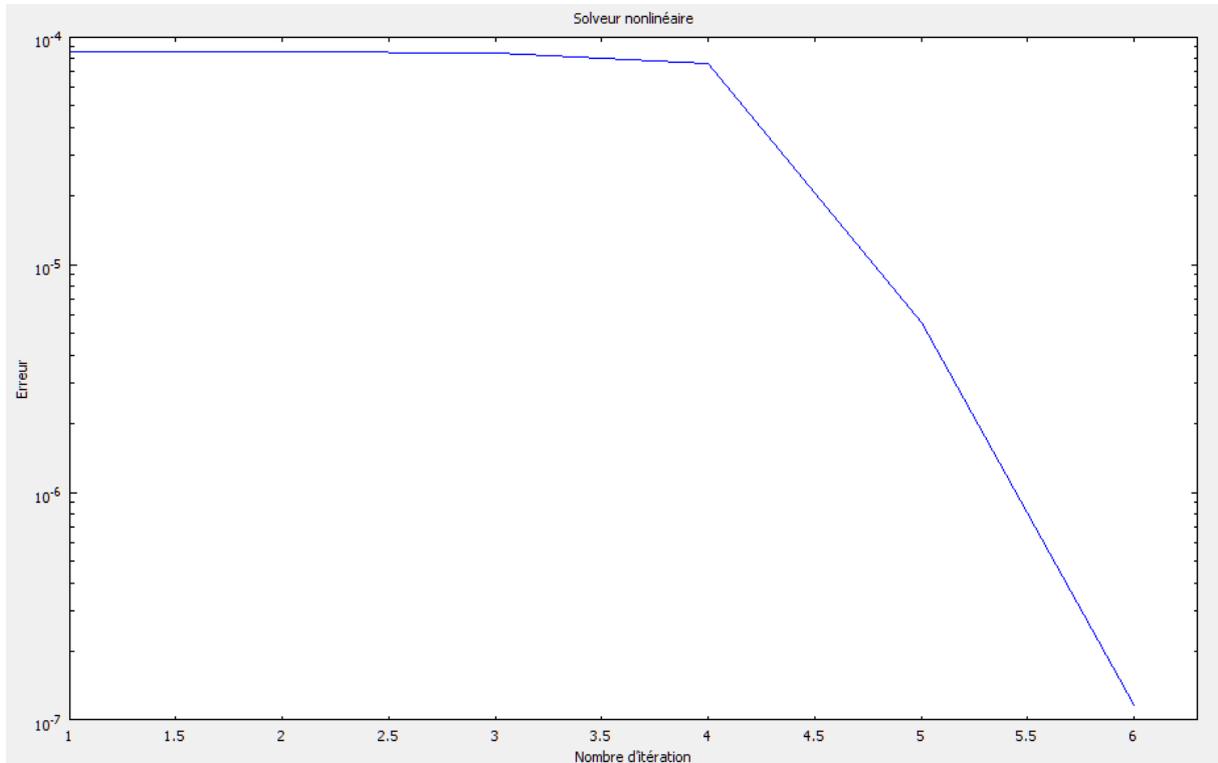


Figure III.7 : La convergence du calcul en fonction de nombre d'itération

Les trois maillages convergents et nous donne un résultat et chaque maillage nécessite un certain temps de calcul

III.4 Résultats et discussion

Comme déjà mentionner nous allons étudier l'écoulement de l'eau à travers une conduite à élargissement progressif avec différents nombre de Reynolds (50 ; 75; 100 ; 125 ; 150) rapports d'expansion (1.5 ; 2 ; 2.5 ; 3 ; 3.5 ; 4), l'angle de élargissement (10 ; 15 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50) pour voir l'évolution de la zone de recirculation.

III.4.1 Etude de l'influence du Nombre de Reynolds

Fixé : L'angle élargissement de conduite $\alpha=20^\circ$

et Rapporte d'expansion $r = 2$

III.4.1.1 Calcul de la vitesse en fonction du nombre de Reynolds

Pour pouvoir varier le nombre de Reynolds il faut trouver la vitesse correspondante à chaque nombre de Reynolds voulu.

Voici un exemple de calcul pour l'eau :

$$Re = 50$$

$$\rho = 997 \text{ Kg/m}^3$$

$$\mu = 8.91 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$D = 0.02\text{m}$$

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} \longrightarrow V = \frac{Re \cdot \mu}{\rho \cdot D}$$

$$V = (50 \cdot 8.91 \cdot 10^{-5}) / (997 \cdot 0.02)$$

$$V = 2.23 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

De la même façon on trouve les valeurs qui sont regroupées dans le tableau qui suit :

Nombre de Reynolds	Vitesses pour d'eau (m/s)
50	$2.23 \cdot 10^{-4}$
75	$3.35 \cdot 10^{-4}$
100	$4.46 \cdot 10^{-4}$
125	$5.58 \cdot 10^{-4}$
150	$6.70 \cdot 10^{-4}$

Tableau III.1 : Les vitesses d'entrée pour les différents nombre de Reynolds

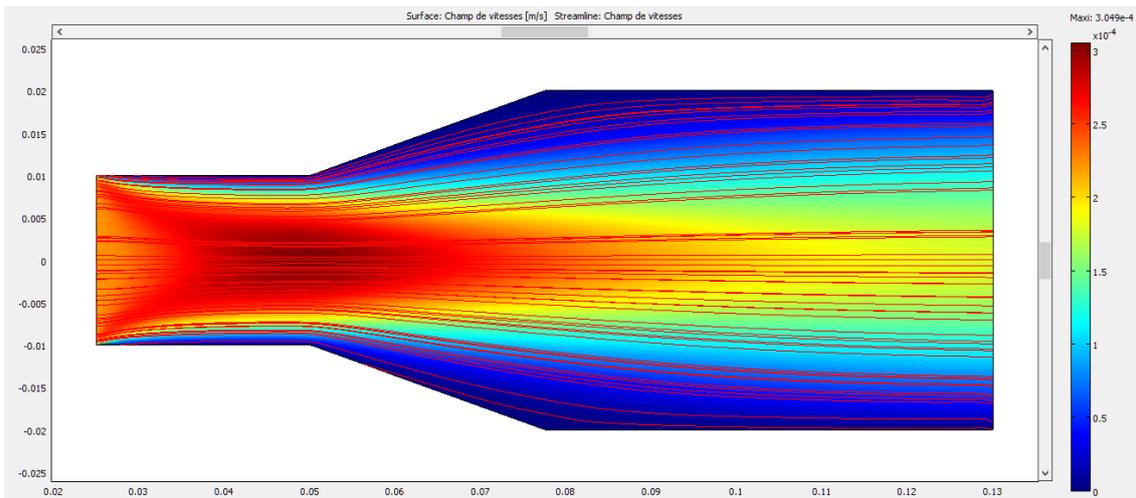


Figure III.8 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =50

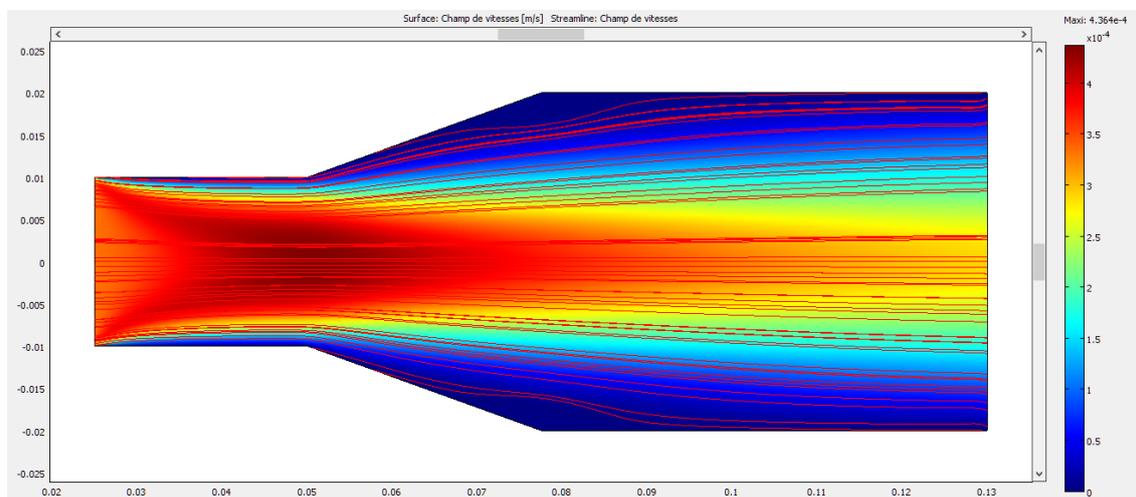


Figure III.9 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =75

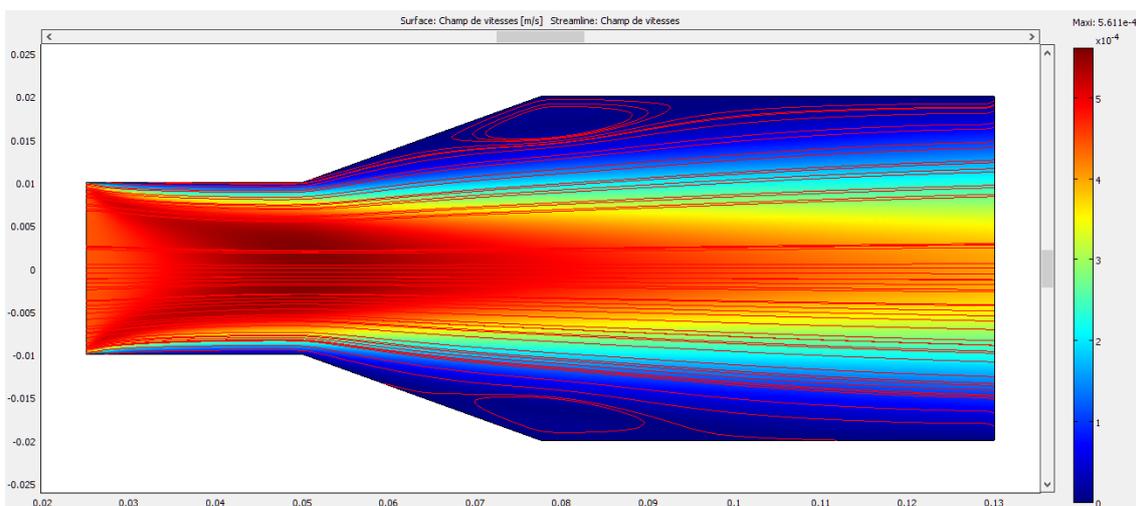


Figure III.10 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =100

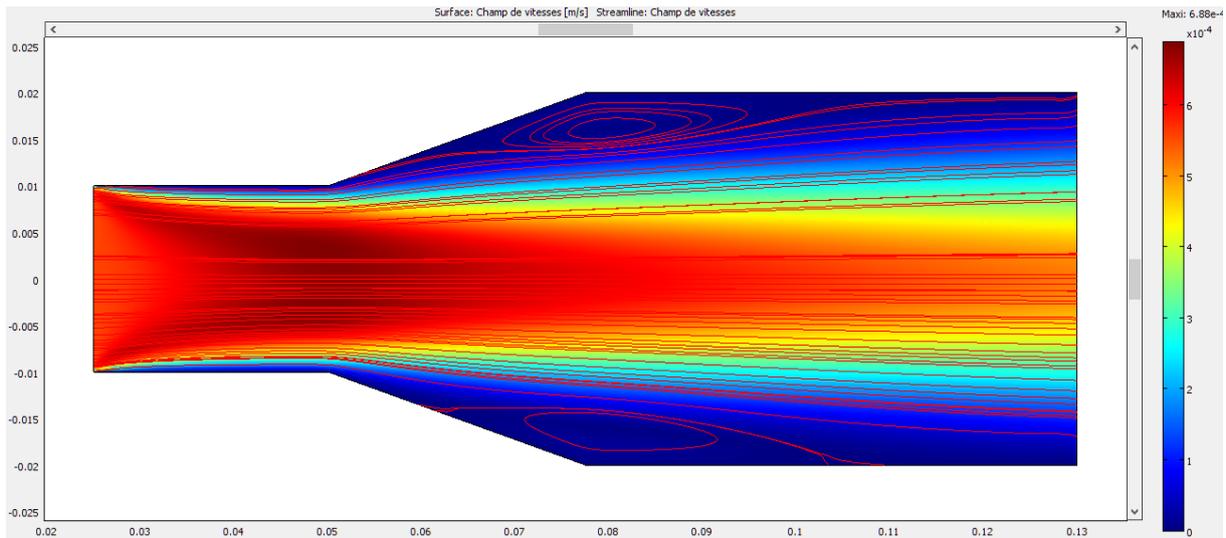


Figure III.11 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =125

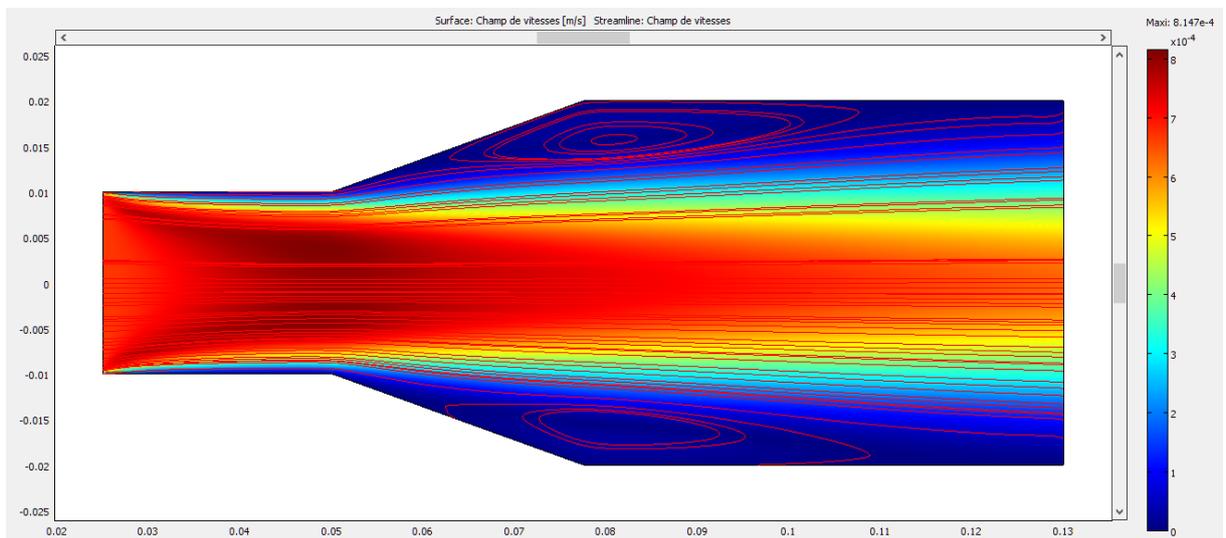


Figure III.12 : Les lignes de courant pour un nombre de Reynolds =150

Les figures III.8, III.9, III.10, III.11 et III.12 représentent Les lignes de courant en fonction des différents nombre de Reynolds.

Pour l'évolution de la zone de recirculation, nous constatons que pour $Re = 50$ et 75 il n'y a aucune zone de recirculation, et à partir de $Re = 100$, la zone de recirculation commence à se développer et à augmenter.

Nous avons remarqué que l'agrandissement des zones de recirculation est proportionnelle à l'augmentation des nombres de Reynolds

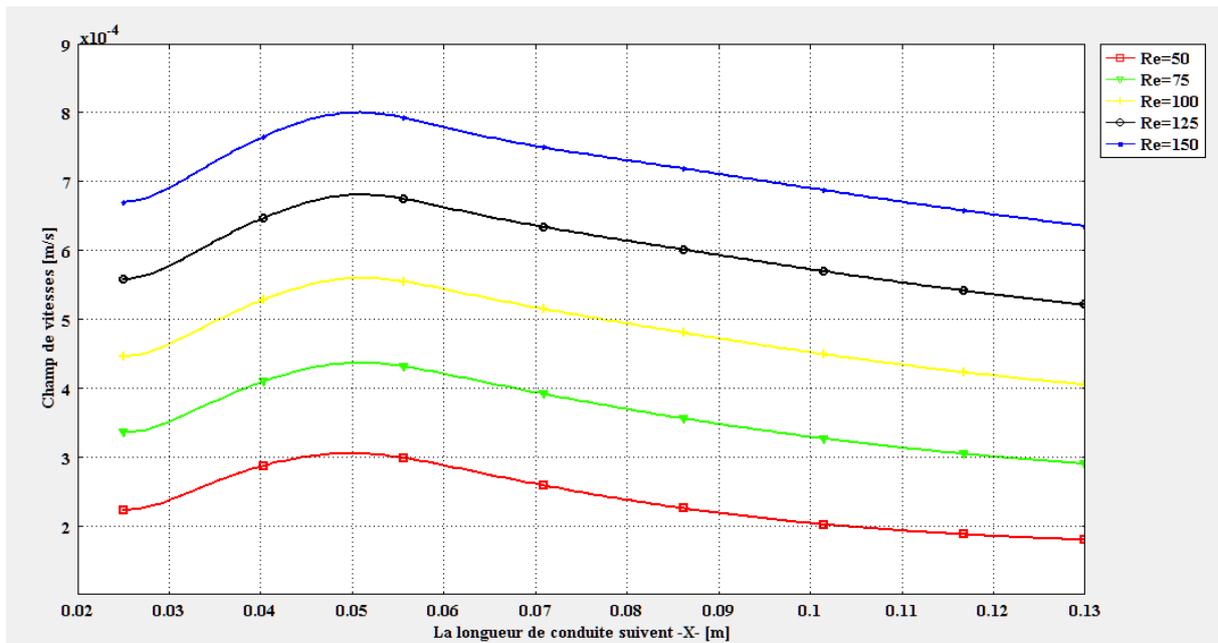


Figure III.13 : Le Champ de vitesses au long de l’axe de symétrie de la conduite pour différents nombres de Reynolds

La figure III.13 représente le profil de vitesses au long de l’axe de symétrie de la conduite en fonction de la longueur de la conduite pour différents nombres de Reynolds

Nous observons que le champ de vitesse augmente au début de la conduite, et quand il arrive à 0.05 m la conduite commence à s’élargir et la vitesse diminue jusqu’elle sera constante, ce qui indique que le champ de vitesse augmente avec l’augmentation du nombre de Reynolds.

III.4.2. Etude de l’influence du L’angle α de élargissement de conduite :

Fixé : Nombre de Reynolds $Re = 50$

et le rapporte de élargissement $r = 2$

et $\alpha = (10^\circ ; 15^\circ ; 20^\circ ; 30^\circ ; 40^\circ ; 50^\circ)$ représente différents l’angles élargissement de conduite

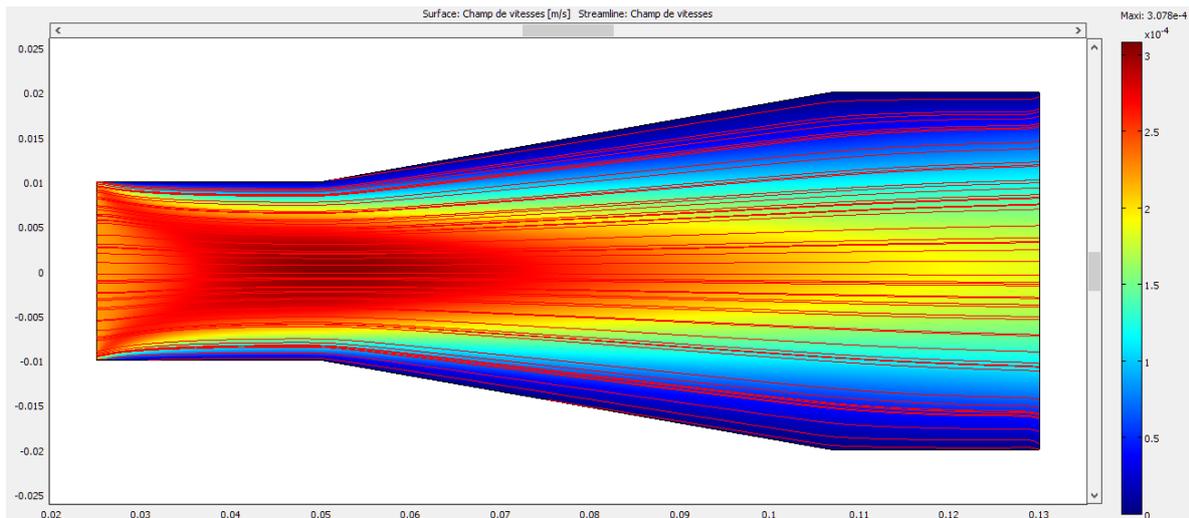


Figure III.14 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=10^\circ$

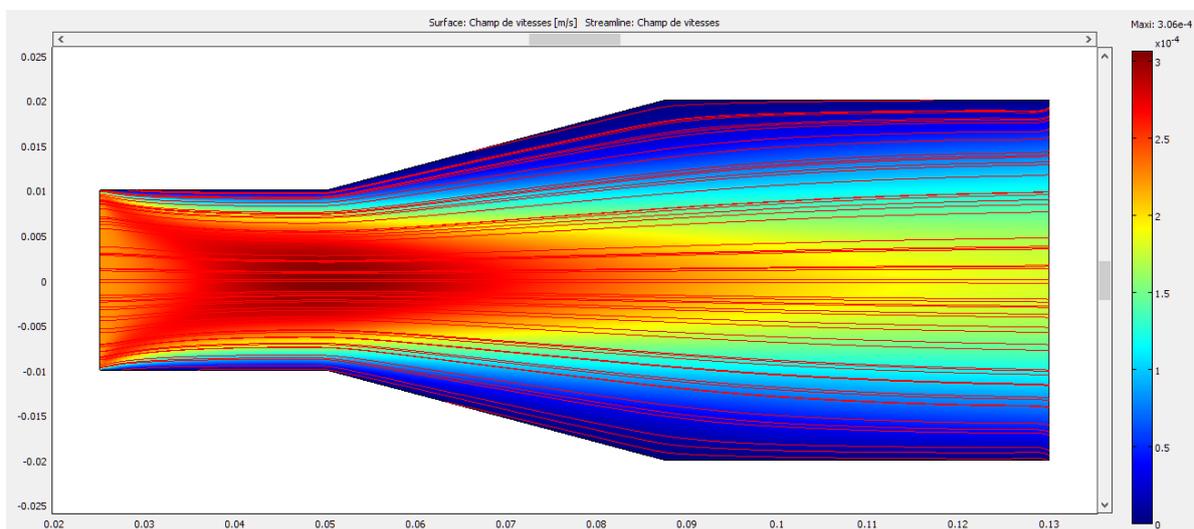


Figure III.15 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=15^\circ$

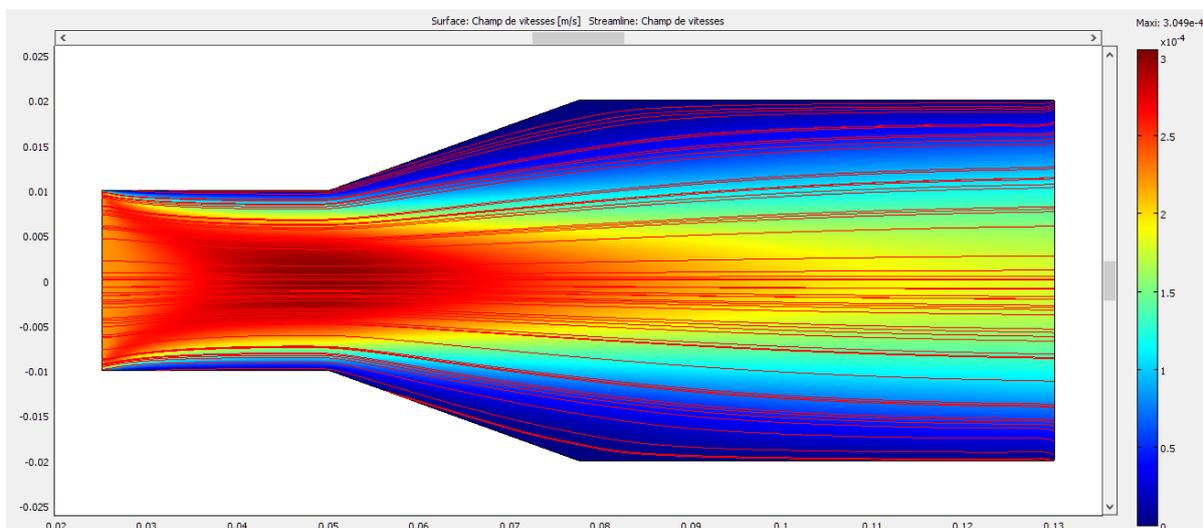


Figure III.16 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=20^\circ$

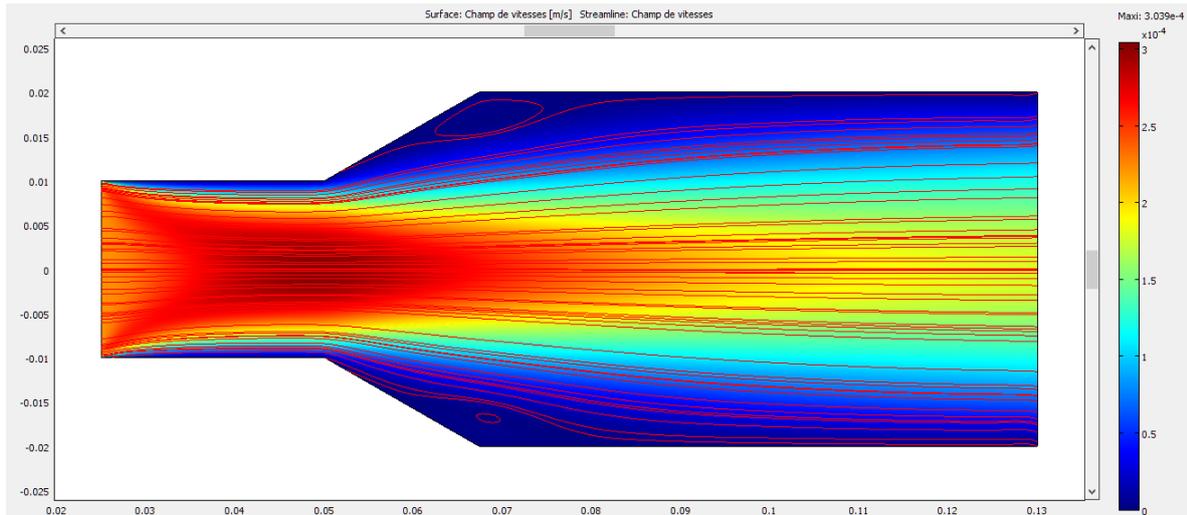


Figure III.17 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=30^\circ$

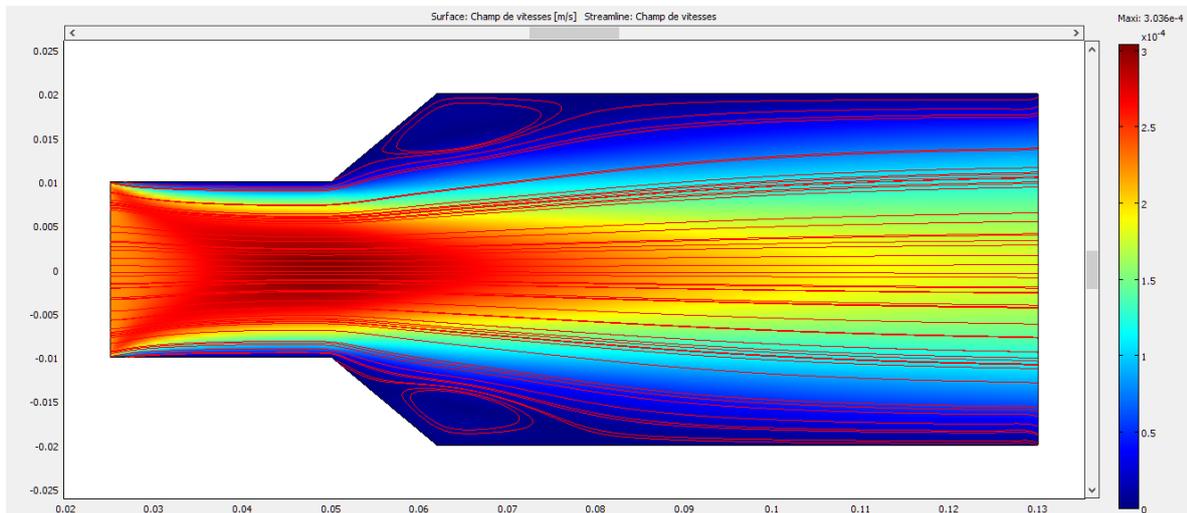


Figure III.18 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=40^\circ$

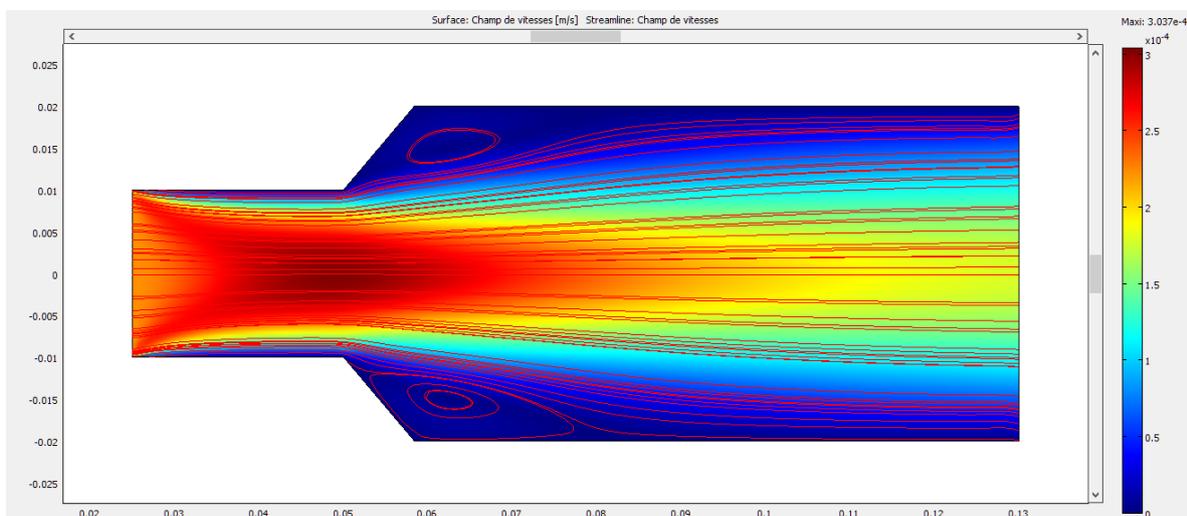


Figure III.19 : Les lignes de courant pour un L'angle $\alpha=50^\circ$

Les figures III.14, III.15, III.16, III.17, III.18 et III.19 représentent Les lignes de courant en fonction de différents angles d'élargissement de conduite (α).

Pour l'évolution de la zone de recirculation, On observe que pour $\alpha = 10^\circ, 15^\circ$ et 20° il n'y a aucune zone de recirculation, et à partir de $\alpha= 30^\circ$ la zone de recirculation commence à se développer et à augmenter.

Nous avons remarqué que l'agrandissement des zones de recirculation est en fonction de l'augmentation des angles d'élargissement .

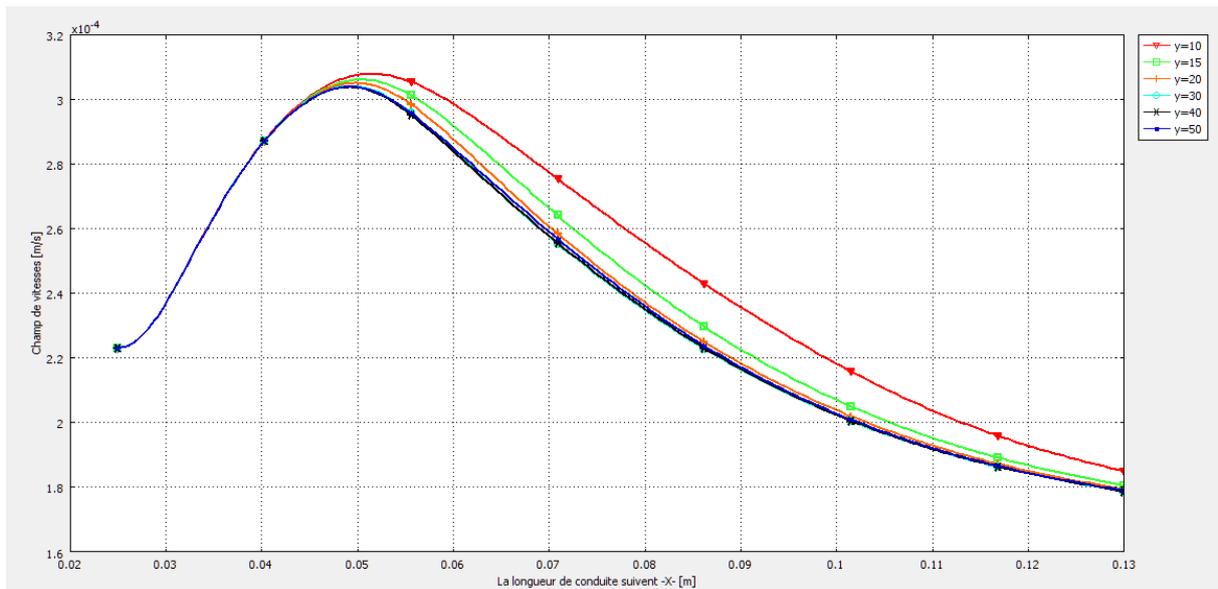


Figure III.20 : Le Champ de vitesses au long de l'axe de symétrie de la conduite pour différents l'angle α

La figure III.20 représente le profil de vitesses au long de l'axe de symétrie de la conduite en fonction de la longueur de la conduite pour différents angles d'élargissement de conduite.

On observe que le champ de vitesse augmente au début de la conduite, et quand il arrive à 0,05m la conduite commence à s'élargir et la vitesse diminue jusqu'elle sera constante.

Nous avons remarqué que le champ de vitesse diminue avec élargissement de l'angle.

III.4.3 Etude de l'influence du Rapport d'expansion r :

Fixé : Nombre de Reynolds $Re=50$

Et L'angle de élargissement conduite $\alpha= 20^\circ$

et différentes Rapport d'expansion r (1.5 ; 2 ; 2.5 ; 3 ; 3.5 ; 4) .

$D1 = 0.02m$ représente la hauteur du canal en amont de la marche, et différentes hauteurs en aval de la marche $D2$ (0.03m ; 0.04m ; 0.05m ; 0.06m ; 0.07m ; 0.08m).

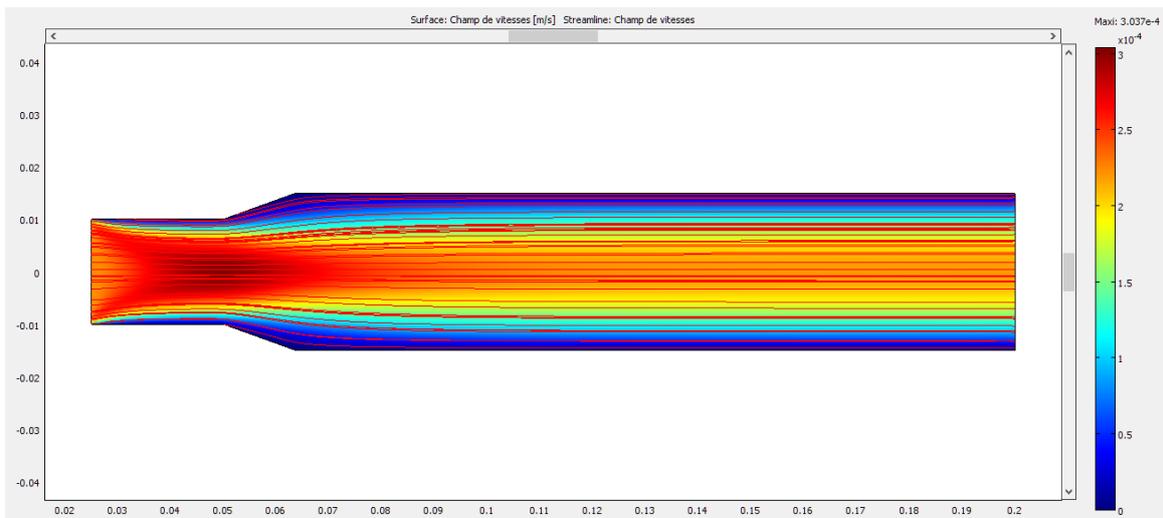


Figure III.21 : Les lignes de courant pour un Rapport r=1.5

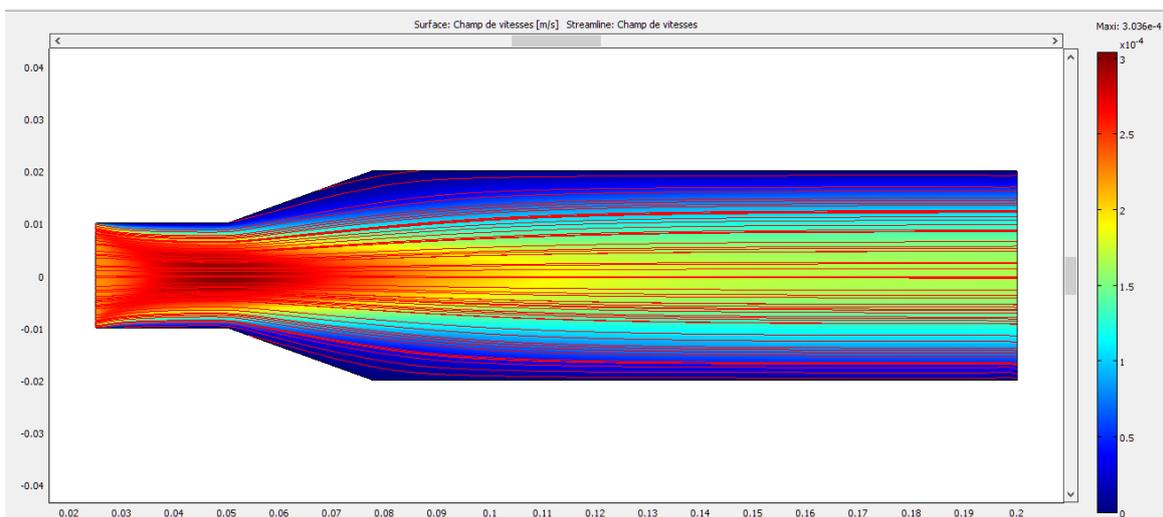


Figure III.22 : Les lignes de courant pour un Rapport r=2

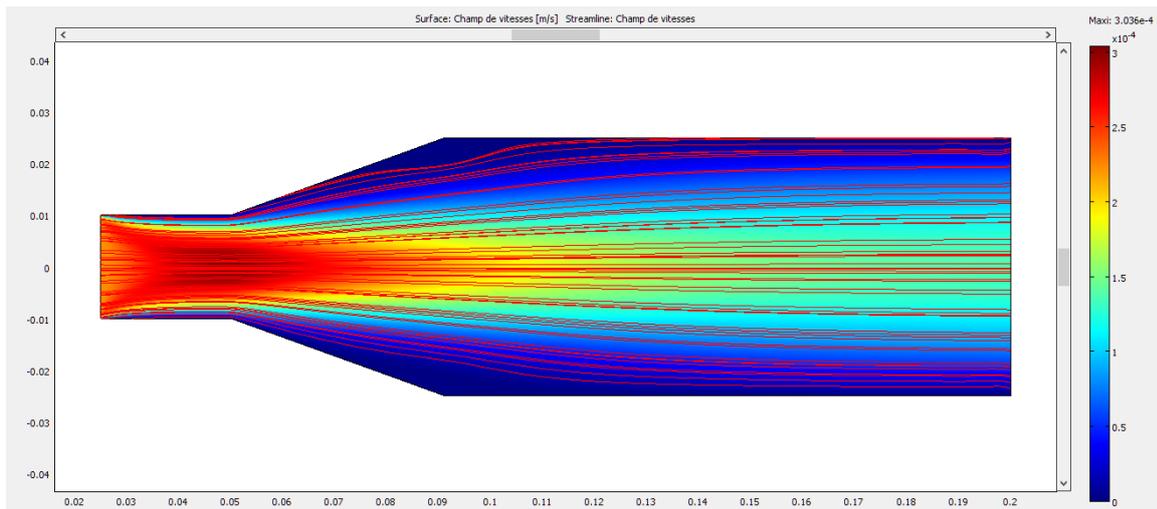


Figure III.23 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=2.5$

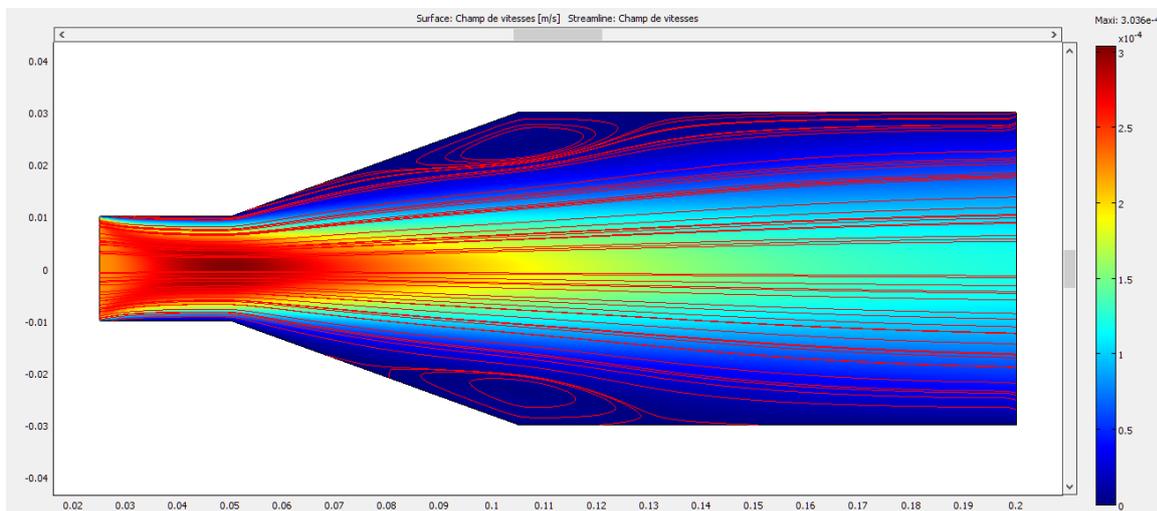


Figure III.24 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=3$

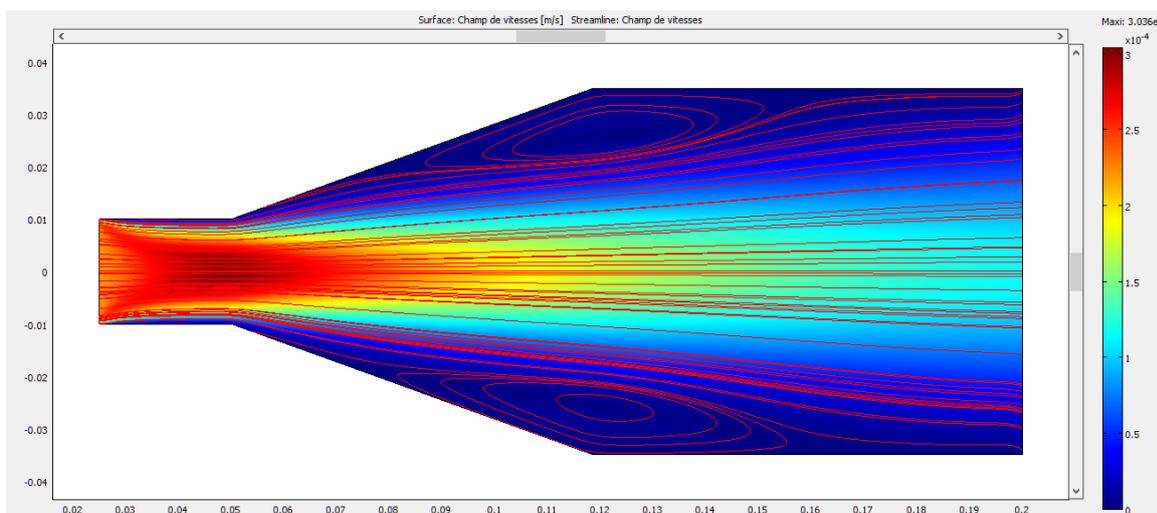


Figure III.25 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=3.5$

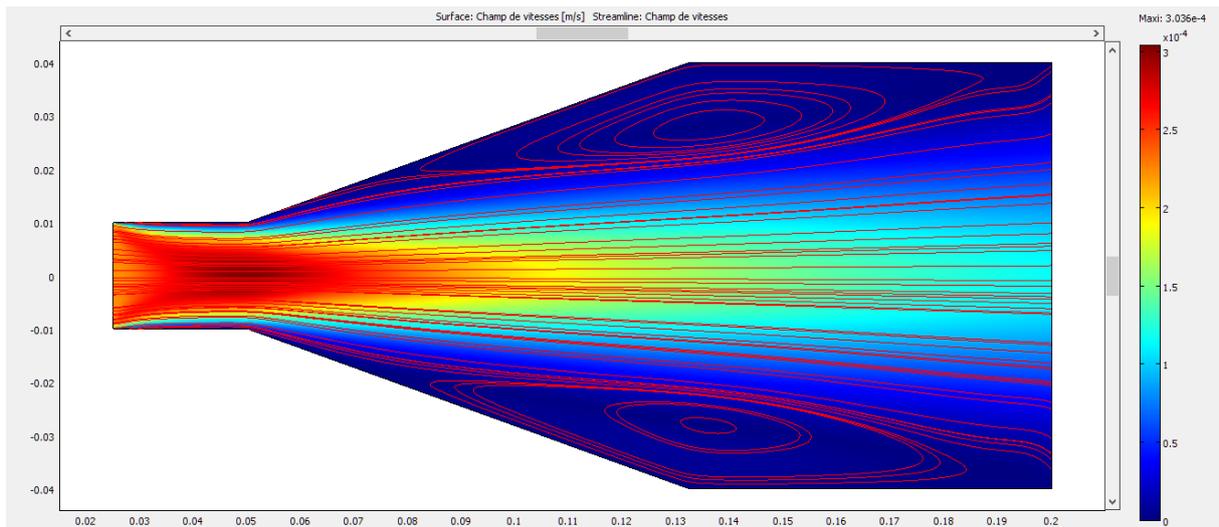


Figure III.26 : Les lignes de courant pour un Rapport $r=4$

Les figures III.21, III.22, III.23, III.24, III.25 et III.26 représentent Les lignes de courant en fonction différents Rapport r .

Pour l'évolution de la zone de recirculation, On observe que pour $r = 1.5$ et 2 on ne remarque aucune zone de recirculation, a partir de $r = 2.5$ la zone de recirculation commence à se développer et à augmenter.

Nous avons remarqué que l'agrandissement des zones de recirculation avec l'augmentation des rapporte d'expansion

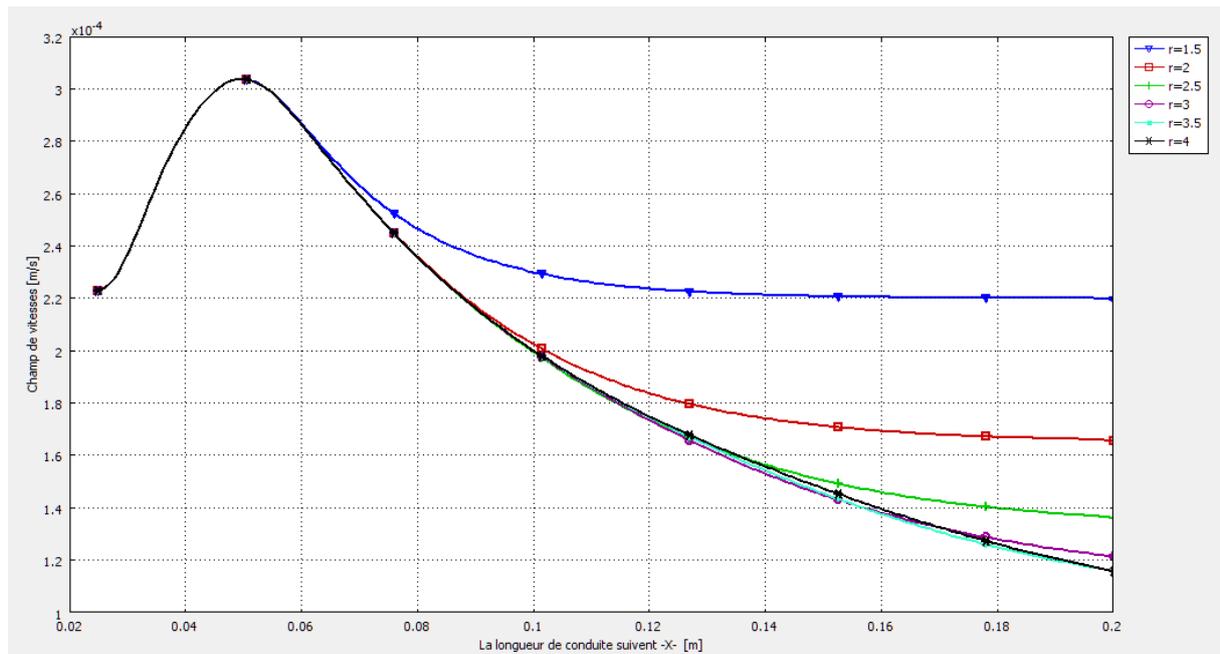


Figure III.27 : Le Champ de vitesses au long de l’axe de symétrie de la conduite pour différents Rapport d’expansion r

La figure III.27 représente le profil de vitesses au long de l’axe de symétrie de la conduite en fonction de la longueur de la conduite pour différents Rapport d’expansion.

On observe que le champ de vitesse augmente au début de la conduite, quand il arrive à 0.05m la conduite commence à élargir et la vitesse diminue jusqu’à elle sera constante, Nous avons remarqué que le champ de vitesse augmente lorsque rapport de diamètre du tube est réduite.

III.4.4 Etude de l’influence de l’augmentation de diamètre :

Fixé : Nombre de Reynolds $Re=50$

et le rapporte d’expansion $r=2$

et L’angle de élargissement conduite $\alpha=20^\circ$

nous avons étudié le champ de vitesses au long de la hauteur d’expansion du conduite $x=(0.05m ; 0.056m ; 0.063m ; 0.07m ; 0.077m)$.

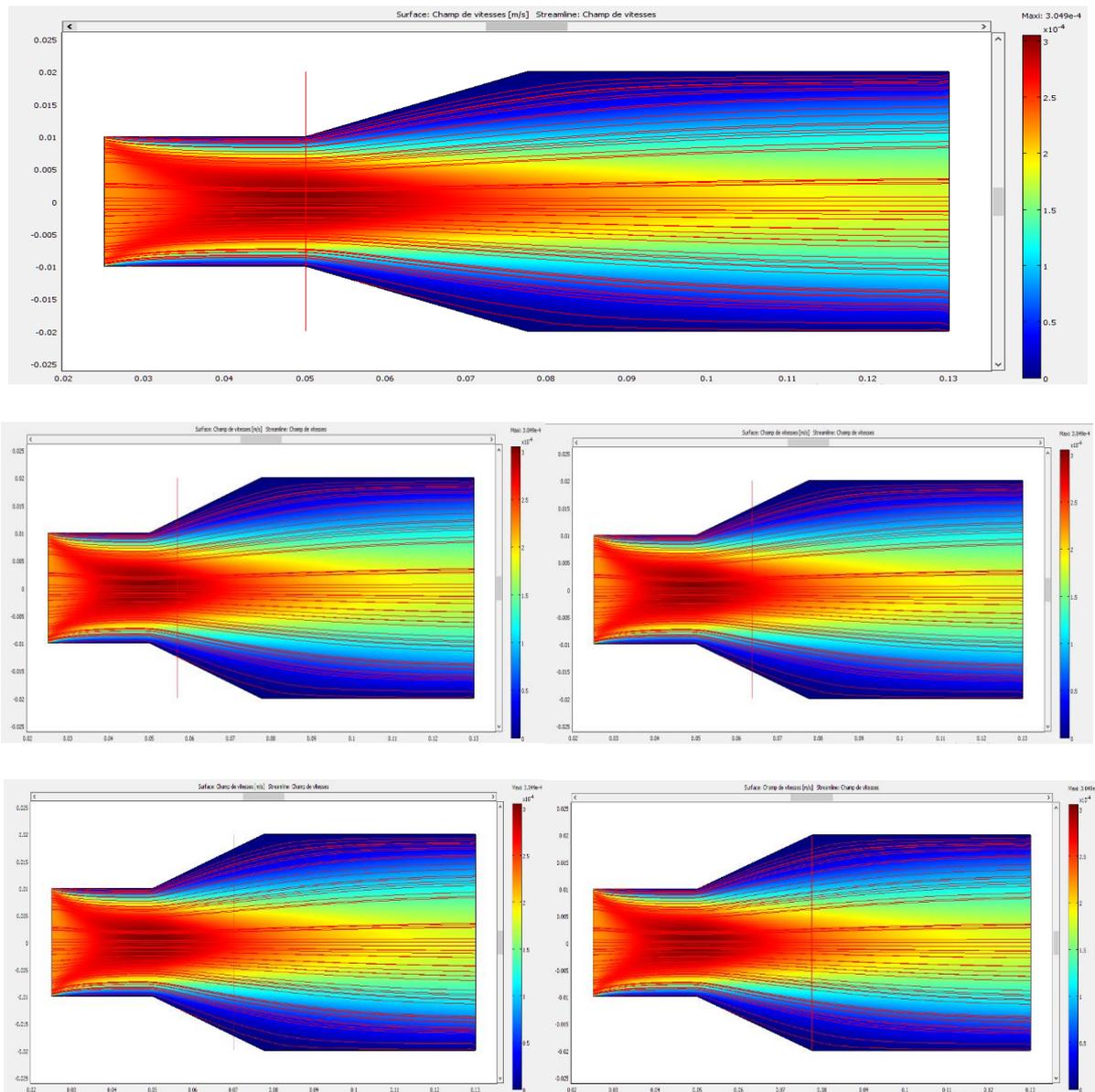


Figure III.28 : élargissement diamètre de conduite

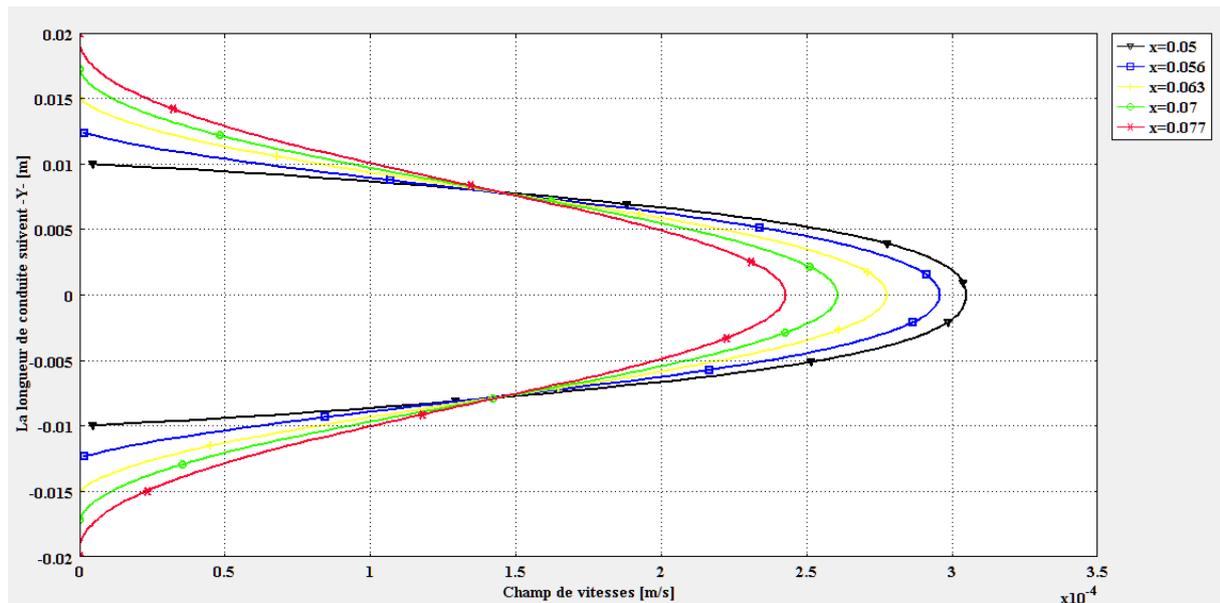


Figure III.29 : Comparaison Le Champ de vitesses sur élargissement diametre de conduite

On observe que la vitesse est nul dans les côtés de la conduite par contre elle augmente plus qu'on avance dans le milieu de conduite et sera maximale.

Plus que le diamètre de la conduite augmente plus que la vitesse diminue

III.5 Conclusion :

On constate une augmentation du champ de vitesse avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

et On observe une augmentation du champ de vitesse lorsque l'angle de élargissement de conduite est réduit.

et On peut observer une augmentation du champ de vitesse lorsque le rapport d'expansion du tube est réduite.

Donc l'augmentation du nombre de Reynolds , rapport et l'angle d'expansion du conduite ils influencent la zone de recirculation.

Conclusion générale

Conclusion générale :

Plusieurs recherches ont été réalisées, à la fois en laboratoire et dans des applications pratiques, afin de comprendre et déterminer les avantages de l'élargissement progressif dans le but de les exploiter dans le domaine industriel.

Dans notre étude, nous nous sommes focalisés sur l'analyse de l'écoulement à travers un élargissement progressif, en examinant à la fois ses avantages et ses inconvénients. Nous avons utilisé une simulation numérique pour étudier un écoulement incompressible en régime permanent

Nous avons observé une formation d'une zone de recirculation en aval de l'élargissement progressif.

Afin d'observer l'impact du nombre de Reynolds, rapport et l'angle d'expansion sur l'écoulement, en particulier dans la zone de recirculation, nous avons examiné l'écoulement à différents points de ces variables

Nous avons conclu que l'augmentation de ces grandeurs provoque l'augmentation

Dans le volume de la zone de séparation, C'est ce qui a été mentionné dans le premier chapitre

et confirmé par Y. Zhang et al (2010) [2] et S.I. Abdel-Khalik et al (2013) [4] pour l'influence du nombre de Reynold , et aussi par M. A. Siddiqui, et al (2014) [5] pour l'influence du rapport d'expansion.

II.6 Références Bibliographiques :

- [1]. T. B. Gatski et al (1985). Modeling of turbulent flows in axisymmetric expansions. *Journal of Fluids Engineering*, 107(1), 33-39.
- [2]. Y. Zhang et al (2010). "Numerical simulation of flow through a gradual enlargement using CFD". publié dans *Computers & Fluids*.
- [3]. T.S. Sunil et al (2012). Numerical study of flow through a converging-diverging nozzle. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55(21-22).
- [4]. S.I. Abdel-Khalik et al. (2013) "Numerical simulation of a progressively expanding T-junction using RANS method for investigating flow characteristics." *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 260, pp. 9-23.
- [5]. M. A. Siddiqui, et al (2014) "Simulation of flow through a gradual enlargement using different turbulence models" a été publié dans le *Journal of Fluids Engineering* .
- [6]. M.A Islam et al (2014) "Simulation of flow through a gradual enlargement using different turbulence models", publié dans *Journal of Fluids Engineering*.
- [7]. Yang et al. (2017). Three-dimensional numerical simulation of flow through a gradually expanding passage using RANS with Reynolds stress turbulence model. *Journal of Hydrodynamics*, 29(6), 1039-1049.
- [8]. Jangid et al . (2017). Numerical simulation of flow through convergent-divergent duct with progressive enlargement. *Journal of Fluids Engineering*, 139(5), 051101.
- [9]. Zhang et al (2018). Numerical simulation of three-dimensional flow through a progressive expansion using RANS method with k-epsilon turbulence model. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 32(6), 2935-2942.
- [10]. Liu et al. (2018). Numerical simulation of flow through a converging-diverging channel with progressive expansion. *Journal of Hydrodynamics*, 30(4), 529-536.
- [11]. N. Natarajan Et al . (2018). Numerical simulation of flow through a converging-diverging channel with water as working fluid. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 11(1), 29-39.
- [12]. L.Paraschivoiu, M.Prud'homme, L.Robillard, P.Vasseur. "mécanique des fluides" .presses internationales Polytechnique. (2003).
- [13]. V.Ronald Giles et al (2000) "mécanique des fluides et hydraulique" Série Schaum 2eme Edition

- [14]. "IFP. Training, grandeurs physiques", Edition ENSPM Formation Industrie, (2005), P 9
- [15]. R.Ben Hammouda.et al (2008) "Notions de mécanique des fluides cours et exercices corrigés" .Centre de publication universitaire .
- [16]. https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89coulement_laminaire.
- [17]. Y.marchesse.et al (2019). "Mécanique des fluides". ECAM-LYON
- [18]. S. Amirouche et al (2011). "Mécanique des fluides". DUNOD
- [19]. K. M. Farid et al (2007). "Experimental investigation of turbulent flow through a sharp bend," Journal of Mechanical Engineering, vol. 38, no. 1, pp. 93-98, Jan.
- [20]. YL Tsai et al (2010). "Enquête expérimentale sur les caractéristiques de transfert de chaleur dans un tuyau", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 53, non. 19-20, pages 4064-4074, septembre.
- [21]. http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_C_M02_G02/co/Contenu_32.html
- [22]. J. Vazquez, et al (2010). "Cours Hydraulique générale MEPA", (Laboratoire Systèmes Hydrauliques Urbains) ENGEES