الـجمهوريـة الجزائريـة الديمقراطيـة الشعبيـة

وزارة التـعليـم الـعالـي والبـحث العلـمي

جامعة عبد الحميد بن باديس – مستغانم –

كلية العلوم الاجتماعية والانسانية

شعبة الفلسفة

أطروحة مقدمة لنيل شهادة دكتوراه ل م د شعبة فلسفة تخصص المنطق

اللوجستيقا بين الأصول الفلسفية والدعائم الرياضية

– دراسة تحليلية –

إعداد الطالبة الباحثة:

فواطمية فاطمة

إشراف الأستاذ الدكتور:

حمادي السايح

أعضاء لجنة المناقشة:

أ.د العربي الميلود	جامعة مستغانم	رئيسا
أ.د حمادي السايح	جامعة مستغانم	مشرفا ومقررا
أ.د بوكرلدة زواوي	جامعة وهران2	مناقشا
أ.د بلبولة مصطفى	جامعة شلف	مناقشا
د. سباعي لخضر	جامعة مستغانم	مناقشا

السنة الجامعية: 2023 – 2024

الإهداء

إلى الوالدين الكريمين أطال الله في عمرهما

أهدي هذا العمل

شكر وتقدير

أتقدم بأسمى عبارات الشكر والتقدير للأستاذ الفاضل الأستاذ الدكتور

"حمادي السايح" لإشرافه على هذا العمل بتوجيهاته ونصائحه الدائمة.

كما أتوجه بجزيل الشكر لأعضاء اللجنة الذين تكبدوا عناء

قراءة هذا العمل لإثرائه.

والشكر الموصول لكل أساتذة قسم الفلسفة بجامعة مستغانم وجامعات أخرى، ولا يفوتني بأن أشكر كل الزملاء والزميلات، و كل الشكر والعرفان إلى أفراد العائلة وإلى الزوج على دعمهم لي.

مـقدمـة

بحكم وظيفته المعيارية ظل المنطق يشكل أحد المشاغل الأساسية للبحوث والدراسات الأكاديمية عبر مداخل ومقاربات متنوعة، فإذا كانت اللحظة التأسيسية تقترن بالفيلسوف اليوناني (أرسطو طاليس)، فإن الحضارات التي سبقت حضارة الإغريق لم تعدم إرهاصات ومحاولات لتقديم قوانين تؤطر الفكر في عملية إنتاج الأحكام وتوليد بعضها من بعض، فقد كان للهنود والفرس على سبيل المثال إسهامات في حقل الفكر المنطقي لا يمكن تغافلها، كما استمر الفلاسفة والعلماء بعد (أرسطو) في إثراء وتطوير هذا العلم على ضوء ما يستجد داخل الثقافة العالمة، لا سيما في الدوائر الثلاث التي تشكل عصبها، ونعني بها الفلسفة والدين والعلم-بمختلف تخصصاته-، حيث كانت المراجعات التي تعرّض لها المنطق التقليدي ترتبط برؤى وتصورات فلسفية أو دينية، كما كانت ترتهن أيضا للتحول والتراكم الذي يحصل في نطاق المعارف العلمية التجريبية والرياضية، ولعل الدارس المتخصص لا يخطئ رصد العلاقة بين تلقي الدرس المنطقي الأرسطي بالتسليم أو المراجعة النقدية من جهة، والاتجاهات الفلسفية والبراديغمات العلمية التي يبلورها تطور الفكر البشري في حقبه المتعاقبة، فيتبين له الاختلاف بين تلقي اللاهوت المسيحي الوسطوي لمنطق أرسطو وتلقيه لدى فلاسفة الإسلام في نفس العصر، كما تتبين له أشكال متباينة للتلقي والمراجعة مع فلاسفة العصر الحديث والمعاصر، و مع الأزمنة الحديثة يكون الفكر المنطقي قد أنجز تحولات جذرية عن المنجز الأرسطي، ولعل العلامة الكبرى لهذه التحولات هي نشأة المنطق الرمزي، و تجاوز المنطق الثنائي القيمة، إلى المنطق الجدلي و المنطق المتعدد القيم.

إذا كان البحث الذي نقدمه في هذا المقام يدعي الانتماء إلى دائرة الدراسات المنطقية، فإنه يشتغل بإحدى الإشكاليات التي بلورتها التحولات الإيبستمولوجية المعاصرة للدرس المنطقي في علاقته بالفلسفة والرياضيات، وتصاعد الجدل بين فلاسفة العلم والعلماء حول هوية العلوم وحدودها ومناهجها وموضوعتها، والعلاقات التي تقوم بينها، فقد تم التساؤل عن

الهوية الإيبستمولوجية لعلم المنطق إثر الثورة الإيبستمولوجية التي حصلت في حقل الرياضيات، تلك الثورة التي أسست لتصور جديد للحقيقة الرياضية، تصور ينبني على النسبية والأكسيوماتيكية، حيث تتعدد الأنساق وتتنوع المسلمات، وتصبح البديهيات مجرد فرضيات، إننا هنا إزاء رياضيات جديدة، بل أمام فلسفة جديدة في تصور وانتاج الحقيقة الرياضية. لقد قاد هذا الوضع الإيستمولوجي الجديد الذي عرفته الرياضيات والمنطق إلى استشكال العلاقة بينها، هل الرياضيات أصلها منطقي؟، أم المنطق أصله رياضي؟، وارتباطا بهذا الإستشكال تبلور لدينا موضوع البحث الذي وضعنا له عنوان: "اللوجستيقا بين الأصول الفلسفية والدعائم الرياضية".

1/دوافع اختيار الموضوع:

إن اختيار موضوعات البحث يرتبط في الغالب بهواجس واهتمامات تتعلق بذات الباحث، وأخرى تتعلق بموضوع البحث ورهاناته على مستوى أو مستويات ما، كانت تكون معرفية بحثة، أو تكون عملية مرتبطة بحاجات اجتماعية أو حضارية، لكن عند التدقيق نجد أن الداوفع الذاتية تبرر الدوافع الموضوعية، و الدوافع الموضوعية تشكل هي الأخرى تبريرا للدوافع الذاتية.

أما عن الدوافع الذاتية لاختياري لهذا الموضوع فهي تتعلق بانشدادي إلى آليات التفكير المنطقي بسبب ما يكسبه للذات من صرامة على مستوى النطق والتفكير وبناء الأحكام، حيث تشكل هذه الآليات صمام الأمان الذي يقينا من الوقوع في الفضفضة والارتجال والثرثرة والهشاشة والشطط.

في حين ترتبط الدوافع الموضوعية بكون هذا الموضوع يقع ضمن الأهداف المسطرة في مشروع الدكتوراه الذي اشرف عليه أستاذ المنطق بجامعة مستغانم الأستاذ الدكتور حمادي السايح، الذي حرص على ضرورة إيلاء الاعتبار للمنطق في تكوين الباحثين وتأطيرهم سواء في طور الماستر أو الدكتوراه، لا سيما وأن هذا التخصص يعرف نفورا لدى

الباحثين بسبب المسارات المعقدة التي ينفتح عليها مع علوم دقيقة مثل الرياضيات، الأمر الذي يتطلب إطلاعا واسعا (وشاقا) على هذا العلم الذي صار في آخر تطوراته يلتبس بالمنطق، من هنا يمثل هذا الاختيار انخراطا في هذا المسعى و تأكيد على حاجة الجامعة وشعبة الفلسفة لمتخصصين في المنطق بوصفه نمطا من المعرفة يُعنى ببلورة آليات التفكير السليم التي لا غنى عنها للعقل البشري في مختلف مجالات البحث و تخصصاته.

2/ الدراسات السابقة

لم نكن أول من يطرق هذا الموضوع، فقد تناولته كثير من الأبحاث والدراسات في جامعات جزائرية وعربية وغربية، نذكر من ما وقع بين أيدينا من هذه الأبحاث :

-1أطروحة دكتوراه العلوم في الفلسفة للباحث "عدالة عبد القادر" بعنوان: "المنطق الرياضي بين اليقين العلمي والعمق الفلسفي"، بجامعة وهران 2- الجزائر.

-2أطروحة دكتوراه العلوم في الفلسفة للباحثة "حميدة محلوس" تحت عنوان "إشكالية تطور المنطق المعاصر بين الدوافع الداخلية والتأثيرات الخارجية"، بجامعة الجزائر2- الجزائر.

3/ الإشكاليـــة:

لما كان المنطق الرياضي يمثل إحدى اللحظات البارزة في مسار المراجعات التي تعرض لها المنطق التقليدي بشكل عام، والمنطق الأرسطي بشكل خاص، ولما كان المنطق الرياضي يشكل إحدى مواضع التداخل والتشابك بين علمي الرياضيات والمنطق، فإن الإشكالية التي نطرحها أمام هذه الوضعية الإيبستيمولوجية هي كالتالي:

هل اللوجستيقا هي نتاج فلسفي؟، أم هي إفراز من إفرازات تطور الفكر الرياضي؟. بعبارة أخرى، كيف نفهم علاقة اللوجستيقا بالرياضيات؟ هل هي علاقة احتواء وانتماء؟ ، أم

أن اللوجيستيقا هي لحظة من لحظات تطور الفكر المنطقي ولدت في رحم الفكر الفلسفي على غرار ما حدث مع المنطق في لحظته الأرسطية؟

4/ الفرضيـــات:

الفرضية الأولى: المنطق الأرسطي أساس الأبحاث المنطقية

حظي "منطق أرسطو" على مر الحقب المتعاقبة في تاريخ الفكر البشري باهتمام واسع لدى الفلاسفة والعلماء، فجميع الذين ألفوا واشتغلوا بالبحث في المنطق يتطرقون للمنجز الأرسطي بوصفه لبنة تأسيسية لهذه العلم، إذ إن تلك المكانة لم تحمه من النقد الذي وجه له خلال الفترات اللاحقة منذ المدرسة الرواقية إلى غاية فترة العصور الوسطى وصولا إلى الفترة الحديثة، ورغم رفضهم له، إلا أنه مثل البداية لكل فيلسوف، إذن لولا وجود نقائص في المنطق الارسطي لما جاء التفكير في إيجاد منطق مخالف له .

الفرضية الثانية: تمثل الرياضيات دافعا رئيسيا لإصلاح المنطق الصوري.

عرف العلم الرياضي فترات تاريخية ابستمولوجية ساهمت في تطوره، من علم كانت له صلة بحاجات الإنسان اليومية وبالطبيعة، إلى علم ارتبط بالعقل وذلك باستعمال لغة رمزية دقيقة أكسبته اليقين والدقة الصارمة، فقد صار علما نموذجيا في بلوغ الحقيقة بتقديمه للحلول بدل الأجوبة، هذا ما دفع المناطقة الرياضيين بأن يفكروا برد المنطق إلى الرياضيات هذه الفكرة التي كانت أساس إصلاح المنطق الصوري.

الفرضية الثالثة: ليبنتز أول فيلسوف منطقي-رياضي مهد لقدم فكرة رد المنطق إلى الرياضيات.

إن بداية عهد جديد في تاريخ منطق بدأت منذ القرن السابع عشر وبالضبط مع (ليبنتز)، إذ قيل بأنه: "أب المنطق الرمزي"، حيث قدم فكرة إصلاح المنطق الصوري وذلك بدمج المنطق بالرياضيات، ومن هنا شُرع في تقديم منطق معاصر بلغة رمزية خالصة،

ونسق منطقي دقيق، وذلك من خلال أعمال قُدمت منذ القرن التاسع عشر ليقدم (راسل) المنطق في صورة رياضية كاملة في القرن العشرين، لتتواصل الأبحاث لاحقا التي أكسبت المنطق أكثر تطورا فظهر عهد منطق متعدد القيم وغيره.

4/ خطة البحث:

يتهيكل بحثنا لهذه الإشكالية في ثلاثة فصول ويتضمن كل فصل ثلاثة مباحث :

الفصل الأول: جاء تحت عنوان "الأصول الفلسفية للمنطق الرياضي"، عملنا فيه على إبراز العلاقة بين المنطق والفلسفة، إذ أن "البحث عن الحقيقة في الفلسفة" أظهر قصور المنطق الأرسطي أمام هذا المطلب، فكان هذا سببا للبحث عن منطق بديل، وتم إنجاز هذا الفصل عبر ثلاثة مباحث وهي:

المبحث الأول: مدخل إلى علم المنطق، وتطرقنا فيه مفهوم المنطق وأقسامه، ثم المنطق الأرسطي ومباحثه .

المبحث الثاني: وتعرضت فيه إلى الانتقادات التي وُجهت للمنطق الصوري بداية بالمدرسة الرواقية، مرورا بفترة العصور الوسطى فاخترنا نموذجين الأول (ابن سينا) والثاني (رامون لول)، مرورا بالفلسفة الحديثة وتحدثنا عن منطق (فرنسيس بيكون وجون ستيوارت ميل)، ثم المنطق في الفلسفة الديكارتية، وصولا إلى المنطق التجاوزي لكل من (كانط) و(هيجل). المبحث الثالث: اختص ببحث "صلة المنطق باللغة" وحول هذا الموضوع يتبين مدى قصور لغة الألفاظ في علم المنطق، ومنه جاءت فكرة إدخال اللغة الرمزية .

الفصل الثاني: عنونته بـ "الدعائم الرياضية للمنطق الرياضي"، وجاءت تحته مباحث ثلاثة هي :

المبحث الأول: جاء تحت عنوان "ابستمولوجيا الرياضيات"، وتطرقت فيه إلى التطور الذي عرفته الرياضيات منذ اليونان إلى غاية الفترة الحديثة. ثم تناولنا أزمة الرياضيات التي

أنتجت تعدد الهندسات ونظرية المجموعات، التي كان لها دور في ظهور نظرية الفئات بالنسبة للمنطق الرياضي.

المبحث الثاني: "صلة المنطق بالرياضيات"، حيث درست اتجاهات الفلسفية المنطقية الداعمة لفكرة "رد المنطق إلى الرياضيات" وهي: المنطقانية، الحدسانية والصورانية.

المبحث الثالث: تناولت فيه مراحل "إصلاح المنطق الصوري"، منذ (ليبنتز) إلى (جورج بول)، ثم عهد اللوجستيقا من (بيانو) إلى (براتراند راسل).

الفصل الثالث: جاء تحت عنوان: "مباحث اللوجستيقا (المنطق الرياضي)" وتطرقت في البداية إلى النظريات الأربعة التي تعبر عن اكتمال المنطق الرياضي، والتي تمثل نتيجة الجمع بين المنطق والرياضيات، ثم أضفت مبحث أخير سميته الدراسات المنطقية ما بعد اللوجستيقا" وتحدثت في البداية عن تجاوز المنطق الرياضي لأنه ثنائي القيم إلى منطق متعدد القيم.

5/ منهجية البحث:

اعتمد بحقنا على منهجين هما: المنهج "التاريخي" والمنهج "التحليلي"

تطرقت في بداية البحث إلى علم المنطق ما قبل اللوجستيقا، أي القراءة التاريخية التي تستدعي الرجوع إلى الماضي، وهذا ما يقوم عليه "المنهج التاريخي"، ولإثبات مكانة تاريخ علم المنطق في تطور الأبحاث المنطقية، كان لزاما علينا اتباع "المنهج التحليلي"، وذلك بالاستناد على النصوص وتحليلها للوصول إلى استنتاجات، لأن «عندما يكون الغرض من البحث إثبات الصحة أو الفساد، بحسب الأصول. فإذا كانت الأطروحة إثبات صحة أمر، فإنه يجب إثبات ارتداد هذه الأطروحة إلى أصل صحيح لا جدال فيه».

6/صعوبات البحث وآفاقه:

يمكن أن نميز في الصعوبات التي واجهتنا لإنجاز هذا البحث بين صعوبات ذاتية وأخرى موضوعية، تتعلق الأولى بعوائق اللغة بحكم أن أمهات الكتب في هذا التخصص كتبت بالغات الأجنبية، اللاتينية، الإنجليزية والألمانية، في حين تتعلق الصعوبات الموضوعية بالبنية الإشكالية المعقدة لموضوع البحث، الذي كلما حاولت القبض عليه ينفلت مني إلى مسارات إشكالية جديدة، فهو موضوع يتسع لكل مجالات المنطق من الناحية الفلسفية والرياضية، هذا ما خلق صعوبة في تحديد مسارات وسيرورة البحث وفق الحيز الزمني الممنوح لإنجازه. أما أفاق البحث فتتصل بما يتعلق بتطبيقات اللوجستيقا في مجال الإعلام الآلي في ظل الطفرة الحاصلة فيما يعرف بالذكاء الاصطناعي، حيث ينبغي أن تحظى هذه العلاقة ببحوث أكاديمية تتولى بيان تمفصلاتها ووجوهها والإشكاليات الابيستيمولوجية والأخلاقية التي تطرحها.

الفصل الأول

الأصول الفلسفية للوجستيقا

تمهيد

تعتبر الفلسفة مجال من المجالات التي ازدهر بها المنطق، حيث اعتبره الفلاسفة أداة للتفلسف، وبالتالي تمثل القراءة التاريخية للمنطق منبعا نتعرف من خلاله على المسار التطوري الذي أدى إلى ظهور المنطق الرياضي (اللوجستيقا)، لذلك نحاول في هذا الفصل الاجابة على الإشكالية "علاقة المنطق بالفلسفة". تميز الفكر الإنساني بوجود نوع من المنطق منذ انسان الحضارات الشرقية، إلى حين عهد **(أرسطو)** الذي قدم المنطق كعلم قائم بذاته بقوانين وقواعد دقيقة ومضبوطة لحماية الفكر من المغالطات، ورغم تعمير المنطق الأرسطي لفترة طويلة، إلا أن مع مرور الزمن ظهرت قراءات نقدية لما قدمه **(المعلم الأول)** لأنه كما يرى البعض "منطق عقيم"، ومع توالي الأبحاث المنطقية توالت معها محاولات أخرى لإعادة تصويبه وذلك بارتباطه بالفلسفة، وهكذا برزت مكانة المنطق في الفلسفة.

المبحث الأول: مدخل إلى علم المنطق

خصصت هذا المبحث للمنطق الأرسطي باعتباره البداية الفعلية لهذا العلم، حيث وضع "**أرسطو**" للمنطق قوانين وقواعد مضبوطة، ولو أن هذا لا يعني انكار الارهاصات الأولى للتفكير المنطقي الذي حظي به الفكر منذ الحضارات الشرقية إلى غاية (أفلاطون Platon 427-347 ق.م)، إلا أن الهدف من عنوان المبحث ليس للحديث عن تاريخ المنطق، وإنما لمعرفة أصل المنطق في صيغته الرياضية ودور المنطق في بلوغ الحقيقة المطلقة التي تسعى الفلسفة إلى بلوغها.

1.. المنطق مفهومه وأقسامه

توج المنطق في مساره التاريخي بمحطات بارزة امتدت من الفترة اليونانية مرورا بالفترة الحديثة وصولا إلى المعاصرة، إذ وصل هذا العلم خلال الفترة الأخير وبالتحديد من منتصف القرن التاسع عشر إلى العشرين باكتمال تطوره ضمن كتاب "أصول الرياضيات" لـ(براترند راسل) و(وايتهد). ورغم أن كل المؤلفات المنطقية تصنف المنطق الرياضي أو اللوجستيقا كمفهوم معاصر، بيد أن التساؤل الذي يثار دائما هو: هل اللوجستيقا هي مفهوم معاصر خالص أم مفهوم معروف منذ القدم؟ وقبل التطرق إلى هذا المفهوم تجدر الإشارة أولا إلى مفهوم المنطق.

1.1.. مفهوم المنطق (Logic)

إن التساؤل عن معنى المنطق استوجب علينا الوقوف عند هذا المصطلح للحديث عن معناه اللغوي ثم الفلسفي. ارتبط لفظ المنطق في اللغة العربية بـ"**الكلام**" إذ يعد أساسه وركيزته فالشخص الذي يجيد الكلام هو الشخص المنطقي، وجاء في «قوله تعالى: "عُلِّمنا منطق الطير"، ويقال فلان منطقي أي عالم المنطق، أو يفكر تفكيرا مستقيما»[1].

[1] ابراهيم أنيس وآخرون، المعجم الوسيط، مكتبة الشروق الدولية، القاهرة، ط4، 2004، ص931.

أما في اليونانية يرادف لفظ "**اللوغس (Logos)**"، ويقترن بالكلام الظاهري والباطني أي «للدلالة على الكلام ومعنى التعقل والتفكير والبرهنة»[1]. ومعناه في الفلسفة الإغريقية أي المنطق هو **الآلة** أو **الأورغانون (Organon)**، وأُطلق هذا المصطلح على مؤلفات (أرسطو) التي تناولت قوانين الفكر والاستدلال وهي: "العبارة، التحليلات الاولى، التحليلات الثانية، الجدل، الخطابة والشعر"، وسبب إطلاق هذا الاسم على هذه المؤلفات لأنها تضم قوانين الفكر التي بمراعاتها "تقي الفكر من الوقوع في الخطأ".

في حين تضمن التعريف الفلسفي للمنطق عدة تعريفات مختلفة، ورغم تعددها واختلافها إلا أنها تصب في نفس معنى الذي قدمه **(أرسطو384-324 Aristotle ق.م)** إذ جعله أساس الفكر وركيزته، لتقديم فكرا سليما بتعبير مناسب وصحيح، بل واعتبره «صورة العلم»[2].

كما قدم المسيحيون والمسلمين تعريفا لمنطق خلال فترة العصور الوسطى، إذ اعتبره **(أبو حامد الغزالي 1058-1111)** القانون الذي يميز صحيح الحد والقياس من خطأه، فقدم **(الغزالي)** تعريفا للمنطق بأنه «الميزان أو معيار للعلوم كلها»[3]. ويُعتبر هذا التعريف نفسه الذي أشار إليه **(أرسطو)**. وفي تعريف آخر قدمه **(توما الاكويني Thomas D'Aquin 1225-1274)** واصفا المنطق بالفن الذي يتميز بالنظام والدقة، وباتباعه تنجح العملية العقلية الاستدلالية فهو: «الفن الذي يقودنا بنظام وبسهولة بدون خطأ في عمليات العقل الاستدلالية»[4].

[1] محمد حسن مهدي بخيث، المنطق الأرسطي بين القبول والرفض، علم الكتب الحديث، الأردن، 2014، ص21.

[2] المرجع نفسه، ص22.

[3] علي سامي النشار، المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، دار المعارف الجامعية، الإسكندرية، 2000، ص7.

[4] المرجع نفسه، ص 10.

قدم فلاسفة العصر الحديث تعريفا لعلم المنطق وربطوه بالفلسفة، حيث كان الجدل يدور حول وسيلة الحصول على المعارف بين فلاسفة العقل وفلاسفة التجربة، وعليه اتصل المنطق لديهم بنظرية المعرفة. فيقول **(كينز)** إن المنطق هو: «العلم الذي يبحث في المبادئ العامة للفكر الصحيح»[1]، وهنا نلاحظ بأن للمنطق علاقة بمبادئ الفكر التي وضعها **(أرسطو)**، "مبدأ الهوية، مبدأ عدم التناقض ومبدأ الثالث المرفوع".

إذن هذه أهم التعريفات لعلم المنطق ولا نود الإطالة أكثر، لأنها تصب في معنى واحد كونه "العلم الذي يقدم قوانين مضبوطة ومنظمة لتجنيب الفكر من الوقوع في الخطأ". وما نلاحظه مما سبق هو أن للمنطق مهمة واحدة رغم اختلاف الزمان والمكان وتقتصر هذه المهمته على «صياغة القوانين والمبادئ التي يكون التقيد بها شرطا لتحقيق نتائج صادقة في الحصول على المعرفة بالاستنباط»[2].

2.1..أقسام المنطق

يعنى علم المنطق بجانبين إما أن في صورة الفكر دون الاهتمام بالمضمون، وإما ان يبحث في القوانين والقواعد التي تهتم بالمضمون، يقول العالم المنطقي جونسون: «إن المنطق في أوشع معانيه هو أن يحلل وينقد الفكر، وهذا التحليل: إما ان يشمل الفكر نفسه، وإما أن يشمل صوره ومبادئه، وإما أن يتجه نحو مضمون الفكر نفسه، وإما إلى القواعد التي يسير عليها المنطق في بحث هذا المضمون في الاستدلال»[3].

ومن هذا المنطلق برز قسمان لعلم المنطق وذلك وفق اهتمامات علماء المنطق أنفسهم، وعليه يوجد: منطق صوري ومنطق مادي، يهتم الأول بصورة الفكر فقط أي العمل على إيجاد قواعد تجعل الفكر متفقا مع ذاته، في حين يهتم الثاني بالبحث في المعرفة وذلك

[1] محمد مهران، مدخل إلى المنطق الصوري، دار الثاقفة للنشر والتوزيع، القاهرة، 1994، ص18.

[2] م. روزنتال و ب. يودين، الموسوعة الفلسفية، تر: سمير كرم، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، [د.س]، ص 501.

[3] علي سامي النشار، المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، المرجع نفسه، ص19.

بصياغة قوانين للوصول إلى معرفة ما بمعنى آخر موضوع المنطق المادي هو اتفاق الفكر مع الواقع.

يعتبر هذا التقسيم تقليديا منذ "المعلم الأول"، حيث أشارت الدراسات المنطقية أن (أرسطو) سباقا إلى تقسيم المنطق بهذا الشكل، إذ أولى عناية بالمنطق في جانبيه الصوري والمادي. ومن هنا تبين بوجود قسمين المنطق الصغير وهو دراسة قوانين الفكر مجردة من كل مضمون والذي تحدث عنه في كتابه التحليلات الأولى، والمنطق الكبير وهو دراسة عمليات العقل منطقية الذي خصص له كتاب التحليلات الثانية.

ومع تقدم الأبحاث المنطقية بات من الضروري ضبط تقسيم آخر لعلم المنطق وفق أنماطه وموضوعه، لذلك ينقسم المنطق أيضا من عدة نواحي أنتجت أنواع جديدة للمنطق وهي على النحو التالي:

- **من الناحية التاريخية:** فالمنطق تاريخيا قسمان **منطق قديم (Ancient logic)** ومنطق معاصر **(Contenporary logic)**، ويقصد بالأول المنطق الأرسطي منذ تأسيسه إلى غاية المنطق الحديث وله عدة تسميات منها: المنطق الصوري، الأرسطي والشكلي، أما عن الثاني فهو المنطق منذ تطوره أي منذ **(ليبنتز)** الذي يعد أب المنطق الرمزي – كما سنلاحظ لاحقا– إلى غاية الفترة الحالية، وهذا الأخير أي المنطق المعاصر ينقسم هو بدوره إلى قسمان هما: **المنطق الكلاسيكي (Classical logic)** وسمي بهذا الاسم، لأنه يحمل قيمتي الصدق والكذب التي أصبح يرمز لهما ب 1و0 مع تطور المنطق

منذ المنطق الرمزي إلى غاية اللوجستيقا ويسمى بـ "منطق ثنائي القيم". **والمنطق اللاكلاسيكي (No-Classical logic)** ويقصد به علم المنطق ما بعد اللوجستيقا (المنطق الرياضي) أي من منطق متعدد القيم وما بعده[1].

[1] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، معهد المناهج، الجزائر، 2007، ص63.

أما المنطق من ناحية الصورة يوجد **منطق صوري (Formal logic)** و**المنطق الصوراني (Formalist logic)**، ويطلق الاسم الأول على المنطق الأرسطي الذي أولى عناية كبيرة بالشكل الخارجي للقضية متخذا من بعض الرموز أساسا لتشكيل القضايا ليكون علما للعلوم. في حين يطلق الاسم الثاني على المنطق المعاصر الذي كان أكثر صوريا من سابقه لاستخدامه الرموز الرياضية أكثر في تشكيل القضايا وبالتالي فهو منطق مصورن **(Formalized Logic)**.

وينقسم المنطق من الناحية التقنية إلى منطق **استدلال (Reasoning)** وهو المنطق الصوري، على عكس المنطق المعاصر الذي كان عملي أكثر باعتماده على **الحساب(Calcalus)** [1].

يندرج موضوع بحثنا وفق ما قدمناه سابقا ضمن المنطق المعاصر الكلاسيكي، وبضبط اللوجستيقا، إذ يعد هذا المصطلح دلالة كافية على المنطق المعاصر في صيغته الرياضية النهائية، بعد مروره بعدة مراحل تطورية والتي ضمت مجموعة من التسميات. وقبل التفصيل في الموضوع الرئيس، علينا أن نتعرف أولا عن المنطق الأرسطي باعتباره الأساس.

2..المنطق الأرسطي

تعددت وتنوعت الدراسات التي تطرق أصحبها إلى علم المنطق، والتي انحصرت أغلبها في حديثهم عن المنطق بوصفه علما اقترن اسمه بمؤسسه أي "بالمعلم الأول"، إذ يسمى "بالمنطق الأرسطي"، لكن غاب في هذه الدراسات سؤال الإرهاصات الأولية لهذا العلم إذ لا يخلو أي علم من البدايات الأولى التي مهدت لظهوره، وجرى التساؤل حولها للوصول إلى القوانين والقواعد، إلا أن لا يمكن إنكار بعض الدراسات التي خصصت حيزا من بحثها وتطرقت فيه إلى المنطق قبل **(أرسطو)**.

[1] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، المرجع نفسه، ص ص64-65.

إن التساؤلات التي كان يطرحها إنسان الحضارات الشرقية، والتي أثارت جدلا بين مدافع عن مفاهيمه وآرائه بتقديم الحجج والأدلة، وبين معارض لها، قد ساهم هذا الجدل بظهور المنطق في الفترة القديمة. كما يؤكد **(ألكسندر ماكوفلسي)** بوجود منطق الحضارات حيث أكد على مكانته وعليه لا يمكن الاستهانة به، بل وقدم له تعريفا بأنه: «علم الفكر وعلم قوانين العقل وعلم نظرية المعرفة»[1].

وكان فلاسفة اليونان القدماء قد استعانوا بالمنطق لتقديم أفكارهم الفلسفية، فالعدد عند الفيثاغوريين مثلا يمثل "ماهية الأشياء"، وبطريقة استدلالية أبدعوا باستعمال الحساب في تفسير العالم، فربطوا العدد بالأشكال الهندسية، ومن التناغم الموسيقي أعطوا لكل عنصر شكل. فالمكعب يقابل التراب، والهرم يقابل النار...إلخ[2].

كما استعمل رواد المدرسة الإيلية الجدل في تفسير الوجود، ويرى **(بارمنيدس Parménide 504-470ق.م)** أن: «الوجود موجود واللاوجود غير موجود»[3]. ويقابل هذا مبدأ عدم التناقض أي لا يمكن القول بالوجود لا موجود أو العكس في نفس الوقت. وعليه يكون (بارمنيدس) قد فسر الوجود "بالحقيقة والظن" فالأولى الوجود المطلق والثانية تمثل اللاوجود، ومن هذا التفسير الذي لا يقبل الوسطية في المعرفة بين موضوعين فإما الحقيقة أو اللاحقيقة. وصفه الفيلسوف الألماني المعاصر **(نيتشه Nietzche 1844-1900م)** بالمتحجر، بسبب «التشدد المنطقي»[4].

ومن ناحية أخرى في استعمال المنطق، أبدع السفسطائيون في استعمالهم لفن الخطابة، فكانوا يَجبوا شوارع **(أثينا)** ويقموا بتلقين الشباب بآرائهم الفلسفية. حيث قاموا

[1] رزوقي كمال، الارهاصات الأولى لنظريات أرسطو المنطقية، ضمن : مجلة الأبعاد، وهران2، عدد1، 2009، ص115.
[2] أنظر: محمد عزمي نظمي سالم، تاريخ الفلسفة، مؤسسة شباب الجمعة، الاسكندرية، [د.س]، ص 42- 43.
[3] جول تركو، المنطق الصوري، تر : محمود يعقوبي، الديوان الوطني للمطبوعات الجامعية، الجزائر، [د.س]، ص29.
[4] عزت قرني، الفلسفة اليونانية حتى أفلاطون، [د.ن]، الكويت، 1993، ص 59.

بتدريبهم «على البرهنة وعلى عرض الأفكار بصفة عامة»[1]، لكن شاع بعد ذلك بأنهم قاموا بمغالطة الشباب وكان هدفهم الوصول إلى السلطة، إلى أن جاء **(سقراط Socrate 470- 399 ق.م)** الذي أخذ على عاتقه إصلاح ما أفسده سابقيه، ولعل كل قارئ للفلسفة السقراطية سيلحظ بأنها بعيدة عن العلوم والرياضيات لأنه وجه اهتمامه إلى البحث في الأخلاق، لذلك بدأ يعلمهم طرق الحوار وفن المناقشة للوصول إلى حقيقة الخير، إذ يرى أن الإنسان يعرف نفسه يقول: «أعرف نفسك بنفسك»[2]، باستعمل **(سقراط)** منهج "التهكم والتوليد لإخراج ما بداخل الفرد معتمدا في ذلك على التعريفات **(Difinition)** وهي أساس المنطق.

أتقن **(أفلاطون)** استعمال الجدل والمناقشة لتقديم فلسفته، إذ قسم الجدل إلى قسمين الأول صاعد والثاني نازل، يسير **(الجدل الصاعد)** بالإنسان إلى إدراك الحقيقة المطلقة أو اليقين، في حين ينتهي **(الجدل النازل)** بالإنسان إلى الواقع وما هو موجود في العالم الحسي الذي يعتبره مجرد تمثل للعالم الحقيقي.

واستعان **(أفلاطون)** بالاستدلال للوصول إلى **(الحقيقة)** ومن ثم تتحقق المثالية، فكان يركز على الرياضيات للوصول إلى التجريد، فمتى كان الإنسان قادر على تجريد الأشياء من ارتباطاتها الحسية كلما كان بمقدوره إدراك الأشياء بماهيتها، ويمثل العلم الرياضي أسمى العلوم لأنه مرتبط بالعقل أكثر من الحواس حتى أنه جعلها شرط أساسي للالتحاق بالأكاديمية.

ومنه كانت مساهمة (أفلاطون) في المنطق جلية بالنسبة **(لأرسطو)** فيما بعد، ولا سيما فيما يخص المقولات والقضايا، إذ يقول على القضية بأنها: «تتألف من موضوع ومحمول وأن طرفي النقيض لا يحملان موضوع واحد [وجعل خمس مقولات] وهي الوجود

[1] عزت قرني، الفلسفة اليونانية حتى أفلاطون، المرجع نفسه، ص 90.

[2] يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، مصر، 1936، ص 64.

والسكون والحركة والهوية والغيرية»[1]، كانت هذه التمهيدات بمثابة الركيزة التي انطق منها **(أرسطو)** لتقديم علما كاملا أو علما للعلوم كما يعتبره البعض وهو علم المنطق.

1.2..أرسطو واضع علم المنطق

كان المعلم الأول مطلعا على تاريخ الفكر ورغم تأثره بأستاذه **(أفلاطون)**، إلا أنه وجه انتقادات لأفكار أستاذه المثالية، فوصف القياس الأفلاطوني بأنه «قياسا عاجزا»[2]، لأنه ينطلق من تصورات عامة، فعمل على إيجاد علما بقواعد مضبوطة "ليقي الإنسان من الوقوع في الخطأ".

ينقسم المنطق حسب أرسطو إلى ثلاثة أقسام (نظرية التصور، نظرية الحكم، ونظرية الاستدلال)، حيث خصص لكل مبحث من هذه المباحث كتابا مستقلا. وساد هذا التقسيم طويلا إلى غاية العصر ما بعد اليونانية.

أولى **(أرسطو)** أهمية عظيمة لمبحث التصورات أو الحدود **(Terms)** ومنه جاءت تسمية المنطق القديم "بمنطق الحدود" **(Logic of terrms)**، فما معنى التصور؟.

التصور: عملية ذهنية سيكولوجية تعبر عن فكرة تعبيرا عاما وشاملا في كلمة مفردة نسميها الحد الذي لا يخرج عن كونه (أي الحد)، «لفظ لغوي يعبر عن التصور الذي هو عملية ذهنية»[3]. والحد يمكن أن نعبر عنه بلفظ واحد (الشمس طالعة) أو بلفظين (هذه الورقة بيضاء اللون) أو بثلاثة ألفاظ (رئيس الجمهورية الجزائرية).

والحد نوعان حد جزئي (شخصي) وحد كلي. أما الأول هو، الذي يشير إلى شيء واحد بعينه، مثل هذا الإنسان وهذا الفيلسوف، وسقراط وابن رشد، الجزائر. فهو اللفظ الذي

[1] رزوقي كمال، الارهاصات الأولى لنظريات أرسطو المنطقية، المرجع السابق، ص 127.

[2] ماري لويز رور، مبادئ المنطق المعاصر، تر: محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، [د.ب]، [د.س]، ص17.

[3] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2، مرجع سابق، ص199.

«لا يصلح معناه لأن يشترك فيه أفراد كثيرة»[1]. أما الحد الكلي أو العام هو ما يشير إلى صنف من الأشياء ولا يشير إلى شيء واحد محدد، كقولك: الإنسان، الحيوان، الورقة، الشجرة.. إلخ، أي «يكون مستعملا بمعنى جمعي إذا كان يدل على مجموعة الأفراد الداخلين تحت ما صدقه ككل»[2].

يقوم منطق (أرسطو) على الحدود الكلية مثل (إنسان، حيوان)، وكان يفترض أن تعبر هذه الحدود على وجود واقعي محسوس لا يندرج تحتها من أفراد، ولم يعط مكانا متميزا للحدود الشخصية مثل أسماء الأعلام في منطقه. لأنه أراد للحدود الكلية أن تستخدم كموضوعات أو محمولات على السواء في القضايا، بحيث لا يستطيع الحد الشخصي أن يؤدي هذه الوظيفة، (لا تستطيع القول: الإنسان زيد). فالحد الشخصي يؤدي وظيفته كموضوع فقط. وتجاهل الحدود الفارغة، أي الحدود التي لا يندرج تحتها ما يشير إلى فرد موجود في الواقع مثل (حصان مجنح) وما إلى ذلك .

ومن جهة أخرى ترتبط الحدود بـ**المفهوم (concept)** والماصدق(**extension**)، فإذا كان الماصدق يشير إلى الأفراد التي يصدق عليها التصور، وكان المفهوم هو الصفة أو الصفات التي يحتويها هؤلاء الأفراد، كان من المعقول أن توجد رابطة وثيقة بين الاثنين وأن يكون لكل منهما أثر في تحديد الآخر، بتعبير آخر كيف نتصور العلاقة؟.

إن زيادة صفة من شأنها أن تقلل من عدد الأفراد الذين يصدق عليهم التصور والعكس بالعكس. فمثلا حين نقارن بين تصور الحيوان وتصور الإنسان من حيث المفهوم والماصدق، وجدنا أن مفهوم الحيوان هو: جوهر، جسم، حي، حساس. أما مفهوم الإنسان فهو: جوهر، جسم، حي، حساس، ناطق، من هنا نرى أن مفهوم الإنسان أوسع من مفهوم الحيوان.

[1] محمد علي أبو ريان، أسس المنطق الصوري ومشكلاته، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، 1976، ص89.
[2] عبد الرحمن بدوي، المنطق الصوري والرياضي، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، ط2، 1978، ص54.

يمثل الحد طرفي القضية إما محمولا كان أو موضوعا تجمعهما رابطة تسمى "بالروابط المنطقية"، «فالموضوع والمحمول يشكلان الجزئيين الرئيسيين للقضية إذ أن الرابط مجرد لفظ بين هذين الجزئيين»[1].

تحمل **القضية (proposition)** خبرا ما قد يكون صادقا أو كاذبا، وهذا ما ينفي وجود الجمل الإنشائية في علم المنطق كالاستفهام، الامر، القسم، الترجي...إلخ. وعرف **(ارسطو)** القضية بأنها: «تقرير لفظي نؤكد فيه –إيجابا أو سلبا– شيئا ما عن شيء آخر»[2].

والقضايا في المنطق نوعان: **القضية الحملية (predicative proposition)** والقضية الشرطية أو المركبة **(compound Proposition)**.

القضية الحملية وهي أبسط القضايا لأنها تتكون من **(الموضوع object)** **(المحمول predicte)** و**(الرابطة copula)**، ويطلق عليها اسم "القضية البسيطة" مثلا: كل الجزائريين إخوة. وهي أربعة أنواع حسب التقسيم التقليدي، مقسمة وفق الكم والكيف، أما الكم **(quantity)** وقد تكون جزئية **(particular)** أو كلية **(universel)**، والكيف **(quality)** وقد ترد سالبة **(négative)** أو موجبة **(affirmative)**. وعليه توجد أربعة قضايا حملية كالتالي:

1) كلية موجبة (ك.م) (A) الحرف الأول المتحرك من الكلمة .(Affirmo)صورتها: كل أهوب مثالها:(كل إنسان فان).حكمها: إثبات الصفة لكل أفراد الموضوع.

2) كلية سالبة (ك.س) (E) الحرف الأول المتحرك من الكلمة(Nego) صورتها: كل أ ليس ب. مثالها:(لا نيجيري أبيض). حكمها: نفي الصفة على كل أفراد الموضوع. .

[1] محمد مهران، مدخل جديد إلى المنطق الصوري، المرجع نفسه، ص 62.

[2] عاصم زكريا جميل، المنطق والتفكير الناقد، دار المسيرة، عمان، ط1، 2012، ص 51.

3) جزئية موجبة (ج.م) (I) الحرف الثاني المتحرك من كلمة (Affirmo)صورتها: بعض أهو ب. مثالها: (بعض الرجال بيض البشرة). حكمها: إثبات الصفة على بعض أفراد الموضوع. 4) جزئية سالبة (ج.س) (O) الحرف الثاني المتحرك من الكلمة .(Nego) صورتها: بعض أ ليس هو ب. مثالها: (بعض الرجال ليسوا بيض البشرة). حكمها: نفي الصفة على بعض أفراد الموضوع.

والحروف(O،I،E،A) مأخوذة من الكلمتين اللاتينيتين(Affirmo) التي تعني الإثبات. (Nego) التي تعني النفي.

القضية الشرطية أو المركبة: تتكون من قضيتين بسيطتين بينهما رابطة منطقية كقولنا: لا تنال النجاح إلا بالاجتهاد، وتختلف أنواع القضايا المركبة حسب نوع الرابطة، فقد ترد اللزوم، الفصل، الوصل...إلخ[1].

2.2..الإستدلال الأرسطي

حظي (**الاستدلال Inference**) في المنطق بمكانة كبيرة إذ خصص له (**أرسطو**) كتاب التحليلات الأولى الذي كان عبارة عن بحث مطول في نظرية القياس، وينطلق الاستدلال من المعلوم للوصول إلى المجهول، ويكون هذا في البداية قضايا مسلم بها متجها نحو النتائج التي تكون مجهولة في البداية، وعرفه (**ارسطو**) بقوله:« إن الاستدلال أو البرهنة هي سير العقل من المعلوم إلى المجهول...»[2]. والاستدلال نوعان: استدلال مباشر واستدلال غير مباشر أو القياس.

[1] أنظر: عاصم زكريا جميل، المنطق والتفكير الناقد، المرجع نفسه، ص 51.

[2] علي سامي النشار، المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، المرجع السابق، ص324.

1.2.2.الاستدلال المباشر

يعتبر الاستدلال المباشر نوع من الاستنباط، حيث ينتقل فيه الذهن من قضية واحدة مسلم بها إلى قضية أخرى تلزم عنها، ويصدر الحكم عن الأخير تبعا للقضية الأولى، وهو نوعان الاستدلال بالتقابل والاستدلال بالتعادل والتكافؤ[1]:

أ) الاستدلال بالتقابل

التقابل **(Opposition)** هو مصطلح منطقي، معناه العلاقة التي تصدق بين أي قضيتين حمليتين تشتركان في نفس الموضوع والمحمول، وقد تختلفان في الكم أو الكيف أو فيهما معا، وهو أربعة صور كالتالي:

1) **التقابل بالتضاد (Contrariety)**: ويكون بين قضيتين كليتين أي بين كلية سالبة وكلية موجبة، وحكمهما هو لا يصدقان معا أي إذا وردت الأولى صادقة تكون الثانية كاذبة والعكس، لكن قد يكذبان معا، ويكون حكم التضاد حسب أنواع القضايا كالتالي:

أ. إذا صدقت الكلية الموجبة، كذبت الكلية السالبة. والعكس إذا صدقت الكلية السالبة، كذبت الكلية الموجبة.

ب. إذا كذبت الكلية الموجبة، كانت الكلية السالبة المتضادة معها غير معروفة، ونفس الحكم إذا كذبت الكلية السالبة، كانت الكلية الموجبة المتضادة معها غير معروفة[2].

2) التقابل بالدخول تحت التضاد (Sub Cotrariety): ويكون بين قضيتين جزئيتين أي بين جزئية موجبة وجزئية سالبة، ويتلخص الحكم فيه بأن القضيتين لا تكذبان معا ولكن قد تصدقان معا أي:

[1] عاصم زكريا جميل، المنطق والتفكير الناقد، المرجع نفسه، ص-ص 99-118.

[2] عاصم زكريا جميل، المنطق والتفكير الناقد، المرجع نفسه، ص100.

أ. إذا كذبت الجزئية الموجبة لزم عنها صدق الجزئية السالبة. وإذا كذبت الجزئية السالبة لزم عنها صدق الجزئية الموجبة.

ب. إذا صدقت الجزئية الموجبة، فإن الجزئية السالبة تكون غير معروفة أي تحتمل الصدق أو الكذب. وإذا صدقت الجزئية السالبة فإن الجزئية الموجبة قد تحتمل الصدق أو الكذب.

3. التقابل بالتناقض (Contradictories): يحصل هذا الأخير بين قضيتين مختلفتين في الكم والكيف، أي بين كلية موجبة وجزئية سالبة أو بين كلية سالبة وجزئية موجبة، والحكم فيه هو أن القضيتين لا تصدقان معا ولا تكذبان معا، ونوضح ذلك كما يلي:

أ. إذا صدقت الكلية الموجبة، كذبت الجزئية السالبة. وإذا كذبت الكلية الموجبة، صدقت الجزئية السالبة.

ب. إذا صدقت الكلية السالبة، كذبت الجزئية الموجبة. وإذا كذبت الكلية السالبة، صدقت الجزئية الموجبة[1].

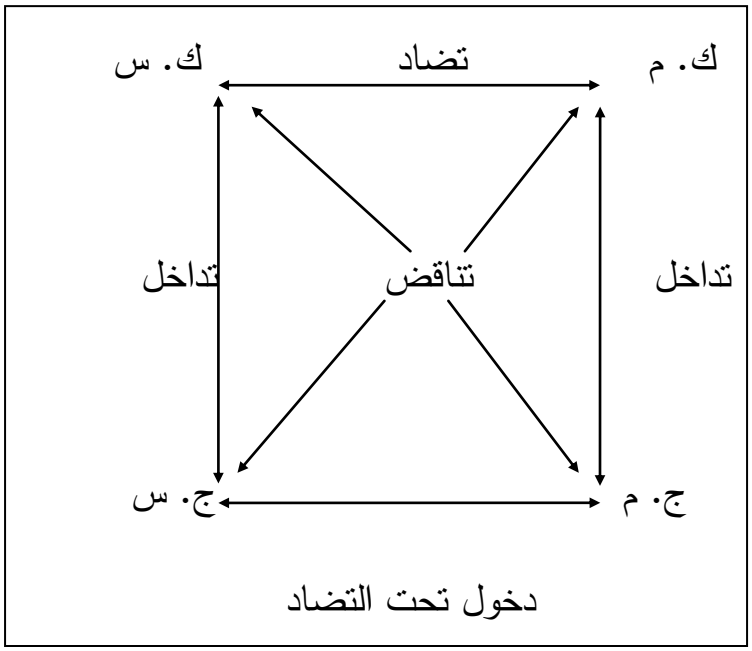
4. التقابل بالتداخل (Subaiten): ويكون بين القضيتين المتفقتين كيفا، والمختلفتين كما أي بين (ك.م) و(ج.م) أو بين (ك.س) و(ج.س)، ويصدر الحكم فيه حسب نوع القضية التي تكون في البداية كالتالي:

أ. إذا كان التقابل بالتداخل يبدأ من القضايا الكلية ويتجه نحو القضايا الجزية، فإن حكمه هو: إذا صدقت الكليات استلزم عنها صدق الجزئيات المتداخلة معها. أما إذا كذبت الكليات فإن الجزئيات تكون غير معروفة أي تحمل الصدق أو الكذب.

ب. إذا كان التقابل بالتداخل يبدأ من القضايا الجزئية ويتجه نحو القضايا الكلية، فإن الحكم يكون كالتالي: إذا كذبت الجزئيات لزم عنها كذب الكليات المتداخلة معها، أما إذا صدقت الجزئيات فإن الكليات تكون غير معروفة أي تحمل الصدق أو الكذب.

[1] عاصم زكريا جميل، المنطق والتفكير الناقد، المرجع نفسه، ص ص 102، 102.

وعلى ما تقدمنا به سابقا يمكن تلخيص ذلك في "مربع التقابل" الذي يبين العلاقات المختلفة بين القضايا كما هو مبين في الشكل المقابل[1]:



الشكل رقم 1

ب) الاستدلال بالتعادل والتكافؤ

يمثل الاستدلال بالتعادل ثاني نوع من الاستدلال المباشر، وهو الانتقال من قضية معلومة إلى اخرى جديدة قد تختلف هذه الأخيرة عن الأصلية في الموضوع او المحمول او فيهما معا. لكن ترد القضية الجديدة متكافئة مع الأولى في قيمة الصدق، معناه أن التكافؤ أو التعادل يكون بين القضيتين في الحكم، ولهذا النوع من الاستدلال ثلاثة صور هي:

1) العكس المستوي (Conversion):

يشترط في هذا النوع من الاستدلال بقاء الكيف على حاله، أي إذا كانت القضية الأصلية موجبة تكون القضية الجديدة موجبة أيضا، وإذا كانت الأولى سالبة تكون الثانية

[1] المرجع نفسه، ص ص104-108.

سالبة، وعدم استغراق حد في قضية العكس ما لم يكن مستغرقا في القضية الأصلية. وبالاستدلال على القضايا الحملية تكون النتائج كالتالي[1]:

القضية الاصلية	القضية الجديدة
كلية موجبة (ك أ هو ب)	جزئية موجبة (بعض ب هو أ)
كلية سالبة (لا أ هو ب)	كلية سالبة (لا ب هو أ)
الجزئية الموجبة (بعض أ هو ب)	الجزئية الموجبة (بعض ب هو أ)
الجزئية السالبة (بعض أ ليس ب)	لا عكس لها

2) نقض المحمول (Observation):

يجب في هذا النوع من الاستدلال أن تكون القضية الجديدة مكافئة للقضية الأصلية من حيث القيم، بحيث يكون مضوع القضية لجديدة نفس موضوع القضية الأصلية، بينما محمولها نقيض محمول القضية الأولى. ولسلامة الاستدلال يجب مراعاة ما يلي:

أ) تغيير كيف القضية الأصلية في القضية الجديدة، أي إذا كان كيف القضية الأصلية موجب، يصبح في القضية الجديد سالب والعكس.

ب) الاحتفاظ بموضوع القضية الأصلية على حاله في القضية الجديدة، مع تغيير المحمول فيها ليصبح نقيض محمول القضية الأصلية. وبمراعاة هذه الشروط نتحصل على النتائج التالية[2]:

القضية الاصلية	القضية الجديدة
الكلية الموجبة (كل أ هو ب)	كلية سالبة (لا أ هي لاب)
الجزئية الموجبة (بعض أ هو ب)	جزئية سالبة (ليس بعض أ هو لا ب)
الكلية السالبة (لا أ هي ب)	كلية موجبة (كل أ هو لا ب)
الجزئية السالبة (ليس بعض أ هي ب)	جزئية موجبة (بعض أ هي لا ب)

[1] عاصم زكريا جميل، المنطق والتفكير الناقد،المرجع السابق، ص 112.

[2] المرجع نفسه، ص ص114-117.

3) **عكس النقيض (Contraposition):**

تعتبر هذه الطريقة من طرق الاستدلال المباشر الذي ينتج قضايا جديدة من قضايا أخرى، ويجب أن يكون موضوع القضية الجديدة نقيض محمول القضية الأصلية، وأما المحمول إما أن يكون نفس موضوع القضية الأصلية أو نقيضه. وهو نوعان الاول عكس النقيض المخالف (Particular Contraposition)، والثاني عكس النقيض الموافق (Full Contraposition).

يتم عكس النقيض المخالف بثلاث خطوات، نقوم أولا بنقض المحمول في القضية الأصلية، ثم نعكس ما توصلنا إليه. أما عكس النقيض الموافق نقوم بنقض المحمول[1].

تمثل هذه أهم طرق الاستدلال المباشر، وثاني نوع من الاستدلال قدمه **(أرسطو)** هو الاستدلال غير المباشر أو نظرية القياس والتي تطرقنا إليها في العنصر الموالي.

2.2.2..نظرية القياس عن أرسطو (الاستدلال غير المباشر)

تضمن القياس الأرسطي مقدمتين تسمى الأولى بالمقدمة الكبرى والثاني الصغرى، ثم نتيجة، ويهتم هذا الأخير بسلامة الاستدلال من حيث الشكل أي في ذاته ولا حيث الواقع. اعتبر (أرسطو) القياس عملية نقيم بها البرهان على قضية ما، أكثر من أنه عملية للوصول إلى نتائج.

للقياس أربعة أشكال ولكل شكل ضروب، تختلف هذه الأشكال حسب موقع الحد الأوسط، أما الضروب في تختلف باختلاف الكم والكيف، ونوجزها في النقاط التالية:

[1] المرجع السابق، ص118.

الشكل الأول: يعرف هذا الأخير عندما يكون الحد الأوسط موضوعا في المقدمة الكبرى ومحمولا في المقدمة الصغرى، بغض النظر عن نوع القضية، مثال:

كل المصريين يتكلمون اللغة العربية

كل أهل نوبة مصريين

∴كل أهل نوبة يتكلمون اللغة العربية

وينتج عن هذا الشكل أربعة ضروب تختلف باختلاف أنواع القضايا مع احترام القاعدة الأساسية للشكل، وهي أي الضروب[1]:

الضرب الأول (Barbara): كلية موجبة + كلية موجبة= كلية موجبة

الضرب الثاني (Darii): كلية موجبة + جزئية موجبة= جزئية موجبة

الضرب الثالث (Celarehi): كلية سالبة + كلية موجبة= كلية سالبة

الضرب الرابع (Ferio): كلية سالبة + جزئية موجبة= جزئية سالبة

الشكل الثاني: إذا كان الحد الأوسط محمولا في كلتا المقدمتين مثال:

لا حشرة لها ثمانية أرجل

العناكب لها ثمانية أرجل

∴ليست العناكب حشرات

نتوصل إلى أربعة ضروب في هذا الشكل أيضا، مختلفة هي الأخرى باختلاف أنواع القضايا مع احترام القاعدة الرئيسية للشكل لبناء القضايا، وهذه الضروب كالتالي[2]:

[1] زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1951، ص، ص247.

[2] المرجع نفسه، ص248

الضرب الأول (Cesare): كلية سالبة + جزئية موجبة= كلية سالبة

الضرب الثاني (Canestres): كلية موجبة + كلية سالبة= كلية سالبة

الضرب الثالث (Festino): كلية سالبة + جزئية موجبة= جزئية سالبة

الضرب الرابع (Boroco): كلية موجبة + جزئية سالبة= جزئية سالبة

الشكل الثالث: يجب أن يكون الحد الاوسط موضوعا في المقدمتين مثال:

كان عرب الجاهلية يئدون البنات

وكان عرب الجاهلية يعبدون الأوثان

∴كان بعض عبدة الأوثان يئدون البنات

ينتج هذا الشكل ستة ضروب مختلفة، ويجب أن يكون الحد الأوسط موضوعا في المقدمتين أي الكبرى والصغرى، وهي[1]:

الضرب الأول (Darapti): كلية موجبة + كلية موجبة= جزئية موجبة

الضرب الثاني (Disamis): جزئية موجبة + كلية موجبة= جزئية موجبة

الضرب الثالث (Datisi): كلية موجبة + جزئية موجبة= جزئية موجبة

الضرب الرابع (Felato): كلية سالبة + كلية موجبة= جزئية سالبة

الضرب الخامس (Bocado): جزئية سالبة + كلية موجبة= جزئية سالبة

الضرب السادس (Ferison): كلية سالبة + جزئية موجبة= جزئية سالبة

الشكل الرابع: يكون الحد الأوسط محمولا في المقدمة الكبرى وموضوعا في المقدمة الصغرى

[1] زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، المرجع نفسه، ص249

وينتج هذا الشكل باتباع القاعدة لصياغة القضايا خمسة ضروب وهي[1]:

الضرب الأول (Bramantip): كلية موجبة + كلية موجبة= جزئية سالبة

الضرب الثاني (Camenes): كلية موجبة + كلية سالبة= كلية سالبة

الضرب الثالث (Fessapo): كلية سالبة + كلية موجبة= جزئية سالبة

الضرب الرابع (Dimaris): جزئية موجبة + كلية موجبة= جزئية موجبة

الضرب الخامس (Fresison): كلية سالبة + جزئية موجبة= جزئية سالبة

كان **(أرسطو)** أول من هذب المنطق ليس كموضوع منفصلا وإنما بجعله علما أساسيا لكل العلوم، وهدف الوصول إلى الحقيقة برز المنطق في الفلسفة الأرسطية بكل فروعها. إذ قام بإنزال الفلسفة من السماء إلى الأرض، للمنطق الصوري مكانة في الفلسفة حيث سيكون موضوع بحث للفلسفات اللاحقة، كما تمثل القواعد والقوانين الأساس الذي سينطلق منه أصحاب الاصلاح المنطقي، ونتطرق في المبحث الموالي إلى مكانة المنطق في الفلسفات في مختلف العصور.

جاء المنطق الرياضي نتيجة للعمل الدائم في إحداث التغيير من خلال مجالين المجال الأول هو الفلسفة والمجال الثاني الرياضيات يقول الدكتور حمو النقاري: « حقلان يزدهر فيهما البحث المنطقي اليوم، حقل يظهر فيه المنطق كشعبة من شعب الرياضيات... وحقل يقدم فيه المنطق كأداة من أدوات التفلسف...»[2]. أما عن الحقل الثاني هو ما سنتطرق إليه في المبحث الثاني.

[1] المرجع نفسه، ص254.

[2] النقاري حمو، أبحاث في فلسفة المنطق، دار الكتاب الجديد المتحدة، بيروت، ط1، 2003، صفحة الغلاف.

المبحث الثاني: المنطق الأرسطي من النقد إلى محاولة التجديد

تعد الدراسة النقدية للمنطق موضوع (فلسفة المنطق philosophy of logic)* فالاطلاع على المنطق الأرسطي والوقوف على نقائصه، كانت دافعا لقيام بثورة منطقية، هدفها تجديد العلم لمواكبة ما وصلت إليه العلوم من تطور وتقدم. كما كان سؤال الحقيقة (Truth) مبحث الفلسفة منذ القدم، ولبلوغها وجد الفلاسفة أنفسهم أمام ضرورة حتمية يسعى كل منهم للوصول إليها بمنطق مختلف من فترة إلى فترة ومن فيلسوف إلى فيلسوف آخر. ومن هنا أصبح المنطق أداة للتفلسف، نحاول في هذا المبحث الإجابة عن سؤال ما هي علاقة المنطق بالفلسفة؟

1..الرواقية ونقد المنطق

جاءت الميغارية سابقتا عن الرواقية، واهتموا بالمنطق إذ تعد الثانية مكملة لما بدأت الأولى، ويعود الفضل للرواقيين باعتنائهم بالقضايا المركبة، التي ستتطور لاحقا إلى منطق القضايا، كما أدخلوا الرموز المنطقية وخصوصا الروابط التي تمثل العلاقات، واستعانوا بالأعداد الترتيبية لصياغة القياس.

---

*فلسفة المنطق (philosophy of logic) لضبط هذا المصطلح وجب الوقوف أولا على مفاهيم متداخلة معها، إذ يمثل التفكير الناقد أسمى مستويات التفكير في العلم. فالتفكير في العلم هذا خاص بالتخصص، اما ما حول العلم أي البحث في الأنساق داخل علم لتجديدها وإيجاد حلول لمعادلات أو إجابات لتساؤلات، في يعني تاريخ العلم أي البحث في تاريخه عبر العصور كما هو دون أي محاولة للتغيير أو النقد، عكس فلسفة العلم التي تستدعي ممارسة النقد، النقد للتغيير والتجديد للالتحاق بركب التطور والتقدم كما تعد هذه المرحلة في التفكير مرحلة الإبداع.

تعلو فلسفة المنطق قمة الهرم بعد المنطق، ما حول المنطق وتاريخ المنطق، بحيث تعد هذه الأخيرة خطوة بناءة في علم المنطق فهي: «دراسة تحليلية نقدية للمشكلات الأساسية الناتجة عن تطور المنطق» (أحمد مساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، المرجع السابق، ص 56).

تختلف فلسفة المنطق عن منطق الفلسفة إذ تعنى الأولى بالجانب النقدي للمنطق لإيجاد منطق بديل يواكب التطور من جهة وعملي لكل العلوم من جهة أخرى، وهذا ما سنتطرق إليه في المبحث الثاني الذي سنتحدث فيه عن جملة الانتقادات التي حاول أصحابها قيام منطق مختلف عن منطق الأرسطي. في حين يركز الثاني على منطق خاص بالجانب الفلسفي فقط، ويختلف هذا الأخير من مجال لآخر إذ أن منطق الفلسفة يختلف عن منطق العلوم الطبيعية وهو الآخر يختلف عن منطق الفيزياء... وهكذا.

جاءت المدرسة الرواقية بعد **(أرسطو)**، حيث توالى عليها مجموعة من الرواد، وأولهم **(زينون الرواقي)** وآخرون، كان أتباع الرواقية مطلعين على الفكر اليوناني، ولا سيما الفلسفة (الأفلاطونية) و(الأرسطية)، كما كانوا مهتمين بالمنطق حتى تأثروا به، ولم يقتصر عملهم بالمنطق كمجرد آلة وحسب، بل اعتبروه جزءا من الفلسفة «فالمنطق عندهم لا يمثل مجرد آلة، وإنما هو جزء من الفلسفة أو نوع من أنواعها»[1].

بدأ الرواقيون في العمل على تجديد المنطق بدراسة المنطق الأرسطي أولا، ومن خلال اطلاعهم عليه واحتكاكهم بتلاميذ **(أرسطو)**، قاموا بتقسيم المنطق إلى نوعين الأول (الخطابة)، والثاني (الديالكتيك)، ويتمحور بحثنا حول الديالكتيك أو الجدل أما الأول فهو خاص بالكلام.

قام الرواقيين بدراسة المنطق من خلال جانبين، أما الجانب الأول خاص "بالمقولات"، في حين تمحور بحثهم الثاني في المنطق على "القضايا". ومنه شنوا في البداية هجومهم على المنطق الصوري لتبيين مآخذه، و يمثل هذا العمل فاتحة لباب النقد والعمل على تطوير هذا العلم الذي عمر طويلا، انتقدوا **(أرسطو)** في المقولات العشرة بأنها: «أولا كثيرة العدد إلى حد كبير (...) وثانيا لا تعبر عن كل الصلات التي توجد في اللغة»[2]. واكتفوا بأربعة مقولات فقط هي: الموضوع، الصفة، الحالة الخاصة والحالة النسبية.

رفض الرواقيون القضية الحملية في المنطق الصوري، لاحتوائها على «الحدود الكلية Universal terms»[3]، ومن هذا المنطلق تخلوا في منطقهم على هذه الحدود، وقاموا بتحديدها أكثر، فوضعوا الألفاظ المعبرة عن الحدود الخاصة. فمثل بدل "الإنسان" قاموا

---

[1] اميل برييه، تاريخ الفلسفة :الفلسفة الهلنستية والرومانية، تر: جورج طرابيشي، ج2، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، ط2، 1988، ص62.

[2] عبد الرحمن بدوي، الموسوعة الفلسفية، ج1، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، ط1، 1994، ص531.

[3] المرجع نفسه، ص531.

بالتسمية "أحمد، محمد، علي...إلخ، لأن منطق الرواقية مرتبط بالعالم الحسي بعيدا عن الخيال والكليات.

ومن هذا النقد أسس الرواقيون لمنطق جديد له صلة وطيدة بكبرى المباحث الفلسفية، وهو مبحث المعرفة **(الابستمولوجيا)**، والتي يولون فيه أهمية كبيرة بالعالم الحسي أي ما هو موجود في الواقع، فيؤمنون بما تراه الحواس فقط وماعدا ذلك هو غير حقيقي ولا يمد للمعرفة بأي صلة، ومنه استعانوا في تقديم أحكامهم على القضايا بصدقها أو كذبها من الواقع. فما كان موجودا في الواقع صادق وما كان مجرد خيال كاذبا، وعليه ميزوا بين: «التخيل والاحساس، وبين التصور والتصديق، وقد عنوا بالتخيل الانطباع في النفس الذي قد يكون صادقا أو كاذبا، والصدق ما كان ناجما عن موجود حقيقي والكاذب عن موجود وهمي»[1].

تكمن المعرفة الحقيقية في العالم الحسي، هذا العالم الذي لطالما كان مرفوضا لدى (أفلاطون)، فالعقل المدرك يكمن في القدرة على التمثل الصورة للحواس. ويعد مبدأ السببية ضروري لمعرفة حقيقة الوقائع أي بوجود مسببات لكل أسباب، وتكمن قدرة العقل لدى الرواقيين في قدرته على ربط المسببات بالأسباب، كما هو الحال في المنطق لديهم الذي يقتصر على ربط النتائج بالمقدمات، فالنتيجة المنطقية في القياس الرواقي يتم استخلاصها من المقدمات، إذ تعد المقدمة الكبرى أساسا لذلك والتي تكون دائما جملة مركبة مثلا:

م. ك: إذا كان التلميذ ناجحا فهو مجتهد

م. ص: التلميذ مجتهد

إذن: التلميذ ناجح.

فهذا الربط بين النتيجة والمقدمة نفسه الربط بين المسببات والأسباب، ولعل هذا ما أدى بالرواقيين أن يستعملوا الجمل المنطقية الحقيقية التي تمثل العالم الحسي بل الواقعي،

[1] ماجد فخري، تاريخ الفلسفة اليونانية، دار العلم للملايين، بيروت، ط1، 1991، ص-ص 172-173.

«فالعقل الذي (...) يربط المعلولات بالعلل في الطبيعة هو العقل الذي يربط التالي بالمقدم في المنطق»[1].

قسم الرواقيون القضايا إلى خمسة أنواع بدل أربعة وهي: **(القضية الشرطية)** فهي تربط بين المقدم والتالي، مثل: إذا كان التلميذ ناجحا، فهو مجتهدا. **(القضية العطفية)** الربط بين الوقائع، مثل: التلميذ ناجح، فهو مجتهد. **(القضية الفصلية)** أي الفصل بين الوقائع بحيث تكون واحدة فقط مثل: إما التلميذ مجتهد، وإما التلميذ كسول. **(القضية السببية)** مثل: لأن التلميذ ناجحا، فهو مجتهد. **(القضية التفاضلية)** مثل: التلميذ مجتهد، أكثر مما هو كسول. ويعود الفضل للرواقيين في التفصيل أكثر في أنواع القضايا والتي سنجدها لاحقا في المنطق الرياضي، كما استعانوا بالقياس إلا أنهم لم يحتفظوا به فبدل أربعة أشكل أضافوا الشكل الخامس[2].

وعلى هذا التجديد الذي أقره الرواقيون على المنطق، اتخذ الخلاف بين المدرسة الرواقية وبين المدرسة المشائية منحى آخر، مما تسبب في ركود علم المنطق، وبدل العمل على تطويره أصبح الشغل الشاغل لكل طرف هو إثبات أرائه. فاقتصر اهتمام المشائيين بدراسة القياس الحملي، ومن جهتهم صوب الرواقيين أعينهم حول الاستدلال فقط، وفي الوقت الذي كان فيه الرواقيين يقولون بصلة المنطق بالفلسفة، كان في الطرف الثاني المشائيين يقولون بعكس ذلك هذا ما تسبب في ركود المنطق.

ونتيجتا لهذا الخلاف كان لابد من ظهور طرف توفيقي حاول رواده الجمع بين الموقفين، وفي أول محاولة جاء بها **(ماركس تيلليوس شيشرون Marcus Tullius cicero 106ق.م- 43 ق.م)** الذي سعى إلى نشر الفكر اليوناني، ضمن رسالة له بعنوان **(الطوبيقا topica)**. حاول تهذيب طوبيقا (أرسطو). كان لـ**(ششرون)** نزعة رواقية نوعا ما

[1] يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، المرجع السابق، ص 229.

[2] اميل برييه، تاريخ الفلسفة: الفلسفة الهلنستية والرومانية، المرجع السابق، ص-ص 59-60. [بتصرف].

حيث تأثر بمنطقهم فوضع سبعة استدلالات ويؤكد: «بأنها كافية لاشتقاق عدد لا يحصى من القواعد تسمى مواضيع»[1].

تعد الرواقية و الميغارية أولى المدارس اللواتي قامتا بإعادة قراءة المنطق الارسطي قراءة نقدية مختلفة نوعا ما، فاهتمت الرواقية بمحتوى القضايا وربطها بالواقع بعيدا عن كل ما هو خيالي. بهذا تكون قد فتحت المجال لقراءات نقدية أخرى سنلاحظها عبر العصور، ومنها ما سنتطرق إليه الآن وهو المنطق في فترة العصور الوسطى.

2.. منطق العصور الوسطى

عاش الفكر الأوربي فترة ركود في مساره تاريخي، إذ تعد فترة العصور الوسطى فترة ظلام للفكر وهذا بسبب السيطرة التي كانت تفرضها الكنيسة، ويعد رجل الدين هو السياسي والعالم والرئيس...الخ. هذا ما صنع حاجزا أمام تطور الفكر، فأصبح كل الفلاسفة يقمون بإعادة قراءة الفكر اليوناني وتميزت اتجاههم إما بالأفلاطونية نسبة إلى أفلاطون أو أرسطية نسبة إلى أرسطو، وكل من يخرج عن تعاليم الكنيسة إما أن يقتل أو يهمش، هذا ما أثر سلبا على تطور العديد من العلوم وأبرزها المنطق. إلا أن هذا لم يمنع البعض من محاولة إصلاح المنطق ومنهم:

1.2..منطق رامون لول (Ramou Llull)[*]: في ظل وضع فرضته الكنيسة خلال تلك الفترة وكما سبق وأشرنا، ظهر **(لول)** الذي فضل أن يسافر من مكان إلى مكان آخر حتى يثبت وجوده أو بالأحرى فكره. فتلك السيطرة لم تمنعه من أن يؤلف كتابه ليخرج عن صمته، واستعان بالجانب الديني حتى يعبر عن أفكاره، التي حملها أشهر مؤلف له بعنوان : "الفن

[1] محمود محمد علي محمد، المنطق الصوري القديم بين الأصالة والتبعية قضايا واشكاليات، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الاسكندرية، ط1، 2013، ص303.

[*] رامون لول: مفكر مسيحي إسباني ولد في بلمادي، لم يتم تحديد تاريخ ميلاده بالضبط لكن حسب ما ورد في الموسوعة الفلسفية لبدوي، ولد إما في نهاية سنة 1222، أو في بداية سنة1233، وتوفي سنة 1315.

الأكبر **(The Ars magna)**"، فدافع عن الديانة الكاثوليكية وربما لهذا السبب رحبت الكنيسة بأعماله رغم اختلافها.

قدم **(لول)** هذا الفن الذي اعتبره الحل الأمثل للبشرية ، وبغض النظر عن هدفه الديني، إلا أن ما نود الحديث عنه ها هنا هو الجانب الفلسفي والمنطقي، باعتبار أن هذا الأخير هو «فن النقاش والجدل»[1]. وعليه مهد لوجود فعل "التفلسف" الذي يقابله النقد هذا الأخير الذي كان غائبا خلال تلك الفترة.

حاول **(لول)** إيجاد منطق غير المنطق الأرسطي الذي اعتبره جزئيا وغير كامل، إذ أنه يقدم لنا المجهول دائما ونتائجه غير معلومة، على عكس الهدف الذي يسمو إلى تحقيقه "الفن" فيقول: «إن المنطق يعتبر النوايا الثانية التي يضيفها إلى الأولى، ولكن إذا لم تكن هذه معروفة تماما لأننا نبدأ طبيعيا وفلسفيا مع معرفة واضحة وتامة للنوايا الأولى والثانية معا، ولهذا بينما يكون المنطق علما مضطربا وهشا، يكون فننا راسخا ودائما»[2].

اعتبر **(لول)** المنطق بأنه "فن" الذي يستدعي وجود تقنيات معينة، أما تقنيات المنطق هي العلاقات التي تجمع الموضوع بالمحمول لإيجاد نتائج أخرى بعلاقة جديدة، «المنطق هو الفن الذي يستخدمه ليجد الاقتران الطبيعي بين الموضوع والمحمول، هذا الاقتران هو الوسط الذي عن طريقه سيعرف كيف يتوصل إلى الاستنتاجات اللازمة»[3].

ربط **(لول)** الفن "بالاكتشاف" بحثا عن الحقيقة المطلقة، ويفضل الجانب العملي على النظري، باعتباره وسيلة لتمييز صحيح الفكر عن خطأه، وبهذا يكون المنطق بالنسبة له "آلة"، أي آلة الفكر لبلوغ الحقيقة. من خلال الرموز والأشكال الهندسية التي ربطها بالملموس ويرى بأنها صورة العقل، وكما هو موضح في الجدول التالي:

---

[1] إميل برييه، تاريخ الفلسفة: العصور الوسطى، ج3، المرجع السابق، ص215.

[2] نقلا عن: روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، تر: خليل أحمد خليل، المؤسسة الجامعية للدراسات، بيروت، [د.س]، ص224.

[3] Anthony Bonner , The art and logic of Ramon Llull, Brill, Leiden–Boston, 2007, p219.

المقولات	الحدود النهائية	الصفات	الحدود الأولية
الإمكان =P	قوى النفس= M	القدر= F	الله الرب= A
عدم الإمكان =Q	سطح الأرض المائي	العلم= G	المعنى=A =B
الوضع الاعلى =R	= N	الإرادة= H	القضاء والقدر=C
الوضع الأسفل =S	سطح تحت الارض	العدل= I	المعنى=C =D
الحركة =T	المائي= O	الرحمة= K	الصلاة=E
العقل= X		الكمال= L	

كما قدم (لول) منهجية ليصل الإنسان إلى الإيمان، وكانت هذه المنهجية بطريقة منطقية وحسابية كما هو موضح في الجدول التالي[1]:

The act of the memory	Bمعنى الله Remembering التذكر	Fالقدرة Remembering التذكر	Kالرحمة Forgetting النسيان	B F K= O
The act of the intellect	Cالقضاء والقدر Understanding الفهم	Gالعلم Understanding الفهم	Lالكمال not knowing عدم المعرفة	C G L= P تحت الارض=p
The act of the will	Dمعنى القضاء والقدر Loving المحبة	Hالإرادة Hating الكراهية	Mقوة النفس loving or hating الكراهية أو المحبة	D H M= Q عدم الامكان=Q
The act of	B C D= E الصلاة=E	F G H= I العدل=I	K L M= N سطح الأرض=N	O P Q= R الوضع الاعلى=R

[1]Anthony Bonner , The art and logic of Ramon Llull, Ibd, p44.

مثلا ليصل الانسان للعدالة لابد بأن تجتمع فيه مجموعة من الصفات أو القوى وهي القدرة، العلم والإرادة. وهكذا بالنسبة لكل الصفات الحميدة الاخرى.

قدم **(لول)** منطقا في فترة ساد فيها الجانب الديني أكثر، لكن رغم ذلك كان لأبحاثه تأثيرا على فلاسفة في العصر الحديث من بينهم **(ليبنتز)** كما سنرى في الفصل الثاني، فمهد إلى نوع من الحساب وأدخل الرموز على علم المنطق.

2.2..منطق ابن سينا

يجدر الاعتراف في البداية بأن فترة ظلام عند الغرب، يقابلها فترة النور بالنسبة للعالم العربي الذي ازدهر فيه الفكر، وظهر حينها فلاسفة وعلماء كان لهم الفضل بنقل الفكر اليوناني إلى العرب، فتميزوا بترجمة الكتب اليونانية وبالأخص كتب **(أفلاطون)** و**(أرسطو)**، مما أتاح لهم فرصة إعادة قراءة الفكر القديم ، فأخذوا ما ينفعهم وتركوا ما دون ذلك، وعلم المنطق من بين المواضيع التي أثارت جدلا لديهم بين مؤيد ومعارض –وهذا ليس بموضوع بحثنا هذا– وما يهمنا هو الحديث عن علاقة المنطق بالفلسفة لديهم وكيف ساهموا في تصويبه. وفي هذه النقطة لابد من الإشارة إلى واحد من أهم الفلاسفة المسلمين الذين كان لهم موقف واضح من المنطق الأرسطي، حيث ساهم في إثراء هذا العلم. ونقصد **(ابن سينا980–1037 م)**.

خصصنا هذا الجزء من عملنا للحديث عن (ابن سينا)، لأن عمله حول المنطق كان جليا بالمقارنة بأعمال أخرى، كما يعد من المساهمين في تطوير هذا العلم الذي اقتصر اسمه على (أرسطو)، وللإشارة هذا لا يعني أنه الوحيد في العالم العربي الذي اشتغل على علم المنطق، بل سبقه في هذا كل من **(الكندي 805–873م)** في الترجمة و**(الفارابي 874–950 م)** الذي ربط المنطق بالنحو فيقول: «إن نسبة صناعة المنطق إلى العقل

والمعقولات، كنسبة صناعة النحو إلى اللسان والألفاظ، فكل ما يعطينا علم النحو من قوانين في الألفاظ، فإن علم المنطق يعطينا نظائرها في المقولات»[1].

يعود الفضل لـ(**ابن سينا**) على المنطق الذي اشتغل عليه ضمن أهم مؤلفاته منها "التنبيهات والاشارات" و"الشفاء"، فلم يكتفي بشرح أعمال أرسطو وحسب، بل تطرق إلى نواقص منطقه، وكان له الفضل في التمهيد لمنطق العلاقات، ومنطق المحمولات، فبين الفرق بين المنطق النظري والمنطق التطبيقي، وفصل فيهما إذ يرى أن تطور الثاني مرهون بتطور الأول، لذلك انصب اهتمامه بقراءة منطق أرسطو ليطوره.

1.2.2..موقف (ابن سينا) من المنطق الأرسطي

جعل (**ابن سينا**) المنطق آلة للفلسفة، كما اعتبره جزءا منها. إذ يُعتبر موقفه تجاه الجدل القائم بين المشائين والرواقيين حول علاقة المنطق بالفلسفة موقفا توافقا، فقدم هذا الأخير موقفا تركيبيا بين الطرفين، فيقول: «فمن تكون الفلسفة عنده متناولة للبحث عن الأشياء، من حيث هي موجودة، (...) فلا يكون هذا العلم عنده جزءا من الفلسفة، ومن حيث هو [أي المنطق] نافع في ذلك فيكون آلة في الفلسفة، ومن تكون الفلسفة عنده متناولة لكل بحث نظري ومن كل وجه، يكون أيضا عنده جزءا من الفلسفة، وآلة لسائر أجزاء الفلسفة»[2].

كان لـ (**ابن سينا**) موقف جلي من المنطق الأرسطي، فبين مدى قصور الاستدلال الأرسطي، لعدم تطبيقه على سائر العلوم، وعلى عكس أرسطو –الذي أولى اهتماما كبيرا للعلاقات ضمن أربعة قضايا–، اهتم (**ابن سينا**) بتلك العلاقات وفصل فيها، متخذا من القضية الحملية أساسا لهذا العمل. وبدل أربعة قضايا وضع ثمانية: «1–شخصية موجبة،

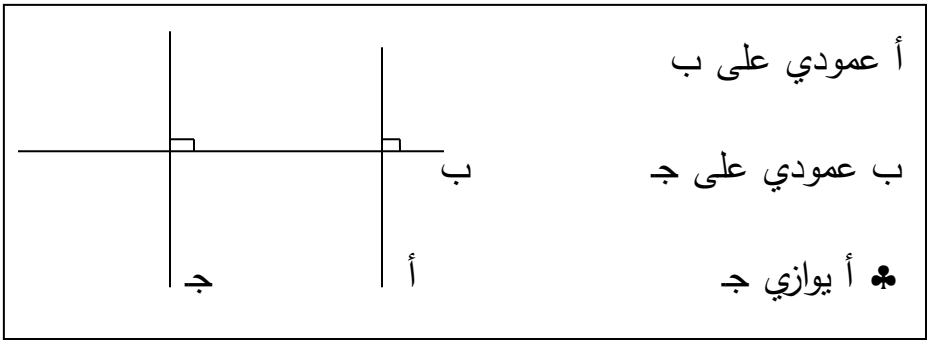
[1] محمد حسن مهدي بالخيث، المنطق الأرسطي بين القبول والرفض، المرجع نفسه، ص56.

[2] ابن سينا، الشفاء (المدخل)، م1، مراجعة : إبراهيم مذكور، مكتبة سماحة، إيران، ط2، 2012. ص53.

2- شخصية سالبة، 3- مهملة موجبة، 4- مهملة سالبة، 5- محصورة كلية موجبة، 6- محصورة كلية سالبة، 7- جزئية موجبة، 8- جزئية سالبة»[1].

كما انتقد **(أرسطو)** فيما يخص الحدود الكلية مثل: الكائن، الإنسان...الخ. فرفض **(ابن سينا)** وجود هذه الحدود لأنها سبب للمغالطات، ولا سيما أسماء العلم، وأكد على ضرورة التفصيل فيها حتى لا يقع المستمع في أغاليط الحكام، يقول: «ما دل على استنكارنا أن يكون السبب في اشتراك الاسم تناهي الألفاظ، وغير تناهي المعاني، وإذا فهم على هذه الصورة كان أقرب إلى الصواب. فهذا من أسباب أن وقع الاشتراك في الاسماء، ووقعت ا لمغالطة بسببه»[2].

أولى **(ابن سينا)** أهمية كبيرة للقضايا، ومن رفضه للحدود الكلية قدم الحدود الجزئية التي تعبر في نظره عن الحقيقة بالدقة، حيث تشكل القضايا الجزئية التي تستخدمها الرياضيات والفيزياء، كما استغنى عن الرابط بين المحمول والموضوع، -الذي كان له دورا في بناء قضايا المنطق المعاصر-، فاستخدم أربعة علاقات هي: المساواة (يساوي)، المصدر (من)، الاحتواء (الأصناف)، الوضع (على). كما استعمل القضايا الرياضية لضرب الامثلة مثلا



الشكل رقم: 2

[1] موسى فاتحين، إسهامات العرب والمسلمين في تطوير المنطق للرد على روبير بلانشي في قفزته التاريخية غير المبررة في تاريخ المنطق، ضمن: مجلة الحكمة للدراسات الفلسفية، مجلد3، العدد6، [د.س]، ص09.

[2] ابن سينا، الشفاء (المنطق)، م4، تحقيق عبد الرحمن بدوي، الدار المصرية للتأليف والترجمة، القاهرة، 1966، ص4.

ابتعد **(ابن سينا)** عن استعمال الأعداد كثيرا في الحدود الخاصة، حتى لا تكون العلاقات جزئية، كما أنه لم يحدد الحدود بالشكل الدقيق أي لم يستعمل التعويضات، واكتفى بتقديم قوانين عامة. نذكر على سبيل المثال: «إذا كان لدينا عدد أصغر من عدد آخر وأكبر من عدد ثالث ففي تلك الحالة نستطيع وضع الاستدلال العام بدون ذكر الأعداد، أي إذا كان لدينا ثلاثة أعداد: س، ص، ع [نحصل على الاستدلال التالي]:

إذا كان س < ص

وكان س > ع

فإن ص > ع»[1].

ساهم نقد (ابن سينا) للمنطق في إعادة بناء القضايا المنطقية، ولم يختلف في تعريفه لها عن سابقيه، فهي تللك الجملة الخبرية التي تحمل الصدق أو الكذب. كما أنه كان سباقا في استخدام «النفي المزدوج (**Double Negative**)"»[2]، أي نفي النفي لإثبات صدق القضية، لأن نفي القضية، هي في الأصلية منفية يعني صدقها، هذه العلاقة التي ستظهر لاحقا في المنطق المعاصر وبضبط مع **(دي مورغان)**، وبهذا يكون **(ابن سينا)** سباقا للصورية المنطقية إلا أنها باللغة العادية.

2.2.2..القياس عند ابن سينا

استعان **(ابن سينا)** بالحروف الهجائية لتشكيل القضايا المنطقية، كما جاء في كتاب الشفاء الذي تطرق فيه إلى القياس بشكل مفصل، فقسم القياس إلى اثنان واحد **(اقتراني)** والثاني **(استثنائي)**، ويدل هذا الاخير على الشرطيات أي الجمل الشرطية "إذا كان كذا

[1] أحمد موساوي، معجم المناطقة، موفم للنشر، الجزائر، 2015، ص27.

[2] محمد وادفل، أصالة الإبداع في المنطق الإسلامي (الفارابي وابن سينا أنموذجا)، ضمن: مجلة منتدى الأستاذ، العدد التاسع عشر، 2017، ص17.

يكون كذا" فيقول: «إن القياس على ما حققناه نحن على قسمين، اقتراني واستثنائي»[1]. أما الاستثنائي الذي يتكون من الشرطيات المنفصلة ومنها ما يتكون من جزأ واحد، وقد تتكون من جزأين. وينتج ضربان عن الشرطيات ذات جزء واحد هي:

«الضرب الأول:

إما أ ب، وإما لا أ ب. لكن ليس لا أ ب إذن: أ ب.

الضرب الثاني: وهو الذي تكون نتيجته من النقيض مثال

إما أب، وإما لا أب، لكن ليس أب. إذن: لا أ ب.

في حين نصل إلى أكثر من احتمال أو نتيجة في المنفصلات الكثيرة الأجزاء مثال:

إن هذا العدد فهو إما زائد، وإما ناقص، وإما مساو، لكنه مساو. إذن ليس زائد، ليس ناقصا»[2].

كما نلاحظ وردت أكثر من نتيجة وكلها صحيح، وهذا ما يستند عليه "منطق متعدد القيم" لاحقا ما بعد المنطق الثنائي القيم.

والقياس الثاني وهو الاقتراني الذي يتكون من الحمليات، كما قد يتكون من الشرطيات، أو مركب منهما. وقد يكون أيضا من المنفصلات أو المتصلات أو مركب منهما. وتوجد ثلاثة أشكال للاقتراني المتكون من الحمليات هي:

«الشكل الأول: صغراه موجبة، وكبراه كلية

إذا كل ج هو ب، وكل ب هو أ. إذن: كل ج أ.

الشكل الثاني: يجب ان تكون تختلف الفضيتان في الكيف، وترد الكبرى كلية. وينتج عنه:

[1] ابن سينا، الإشارات والتنبيهات، تحقيق: سليمان دنيا، دار المعارف، القاهرة، ط2، [د.س]ز ص374.

[2] ابن سينا، الشفاء (القياس)، م2، تحقيق : سعيد زايد، المؤسسة المصرية العامة، القاهرة، 1964، ص401.

1) والعبرة للصغرى كقولنا: كل ج ب، ولا شيء من أ ب. إذن: فلا شيء من ج أ.

2) والعبرة للكبرى كقولنا: لا شيء من ج ب، وكل أ ب. إذن: ج أ

3) والعبرة للسالبة كقولنا: بعض ج ب، ولا شيء من أ ب. إذن: فليس بعض ج أ.

4) وهو بالعكس. مثال: ليس بعض ج ب، وكل أ ب. ينتج عنها ليس بعض ج أ.

وإلا فكل ج أ، وكان كل أ ب، إذن: فكل ج ب. وكان ليس بعض ج ب.

وكل أ ب، ينتج ليس بعض ج أ. وإلا فكل ج أ، وكان كل أ ب، فكل ج ب. وكان ليس بعض ج ب. وهذا النوع من البرهان يسمى "**بالبرهان بالخلف (Apagogic Proof)**"[*]. أضافه (شيخ الرئيس) لإثبات صحة القياس إذا ما راوده شك ما. وعن قصده بالخلف يقول: «(...) والأوقع عندي أن الخلف المستعمل ههنا هو بمعنى المحال لا غير»[1].

الشكل الثالث: يجب أن تكون الصغرى موجبة، وأحد المقدمتين كلية

«كل د أ، وكل د ب، وكل ب ج. إذن: كل د ج»[2].

ويقدم القياسات المنتجة عن المتصلة وهي ثلاثة: «إما أن يكون الحد الأوسط تاليا في إحداهما، مقدما في الآخر ويسمى الشكل الأول. وإما أن يكون الأوسط تاليا في كلاهما ويسمى الشكل الثاني. وإما أن يكون الأوسط مقدما في كلاهما ويسمى الشكل الثالث»[3].

الشكل الأول: (من مقدمتين موجبتين)

كلما كان أب فإن ج د وكلما كان ج د فإن هـ ز إذن: كلما كان أب فإن هـ ز.

---

[*] البرهان بالخلف أو التدليل بالأضداد شكل من أشكال البرهان غير المباشر ويعرف أيضا باسم البرهان المؤدي إلى المحال" (م. روزنتال و ب. يودين، الموسوعة الفلسفية، المرجع السابق، ص82).

[1] ابن سينا، الشفاء (القياس)، م2، المصدر نفسه، ص411.

[2] أنظر: ابن سينا، الإشارات والتنبيهات، المصدر نفسه، ص387-427.

[3] ابن سينا، الشفاء (القياس)، المصدر نفسه، ص290.

الشكل الثاني: (من كليتين كبراهما سالبة)

كلما كان أب فإن ج د. وليس البتة فإذا كان هـ ز فإن ج د. إذن ليس البتة إذا كان أب فإن هـ ز.

الشكل الثالث: (من كليتين موجبتين)

كلما كان ج د فإن هـ ز وكلما كان ج د فإن أب إذن قد يكون إذا كان هـ ز فإن أب»[1].

بدت معالم تجاوز المنطق الأرسطي فيما قدمه (شيخ الرئيس) حول هذا العلم، إذ قدم لغة أكثر صورية عن سابقيه، وذلك بإدخال الحروف الهجائية وبعض الرموز الرياضية، كما ربط المنطق بالرياضيات نوعا ما، وهذا يكون قد اتجه بهذا العلم نحو المنطق الرياضي الذي يتميز "بالصورنة". وعليه توصلت الباحثة **(غواشن)** عام 1948 إلى أن «منطق ابن سينا منطق حديث، بيد أنه في العصر الوسيط»[2]، ما حتم على منطقه عدم الظهور للعيان أكثر، وذلك بسبب الفترة الزمنية من جهة، وعدم خروجه عن اللغة العادية من جهة أخرى، إذ أنه لم يتجاوز إطاره السابق بشكل كلي كما سيكون لاحقا.

[1] عبد القادر عدالة، المنطق الرياضي بين اليقين العلمي والعمق الفلسفي، أطروحة دكتوراه علوم، تخصص فلسفة، جامعة وهران،2008 –2009، ص ص 201–202.

[2] زكرياء مشاوي الجالي، منطق القضايا المركبة عند ابن سينا أصولها وأثارها على المناطقة الرمزيين، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2010، ص30.

3..المنطق في العصر الحديث

عقب الظلام الذي عاشه الفكر الغربي، ظهرت حركات تسمى "بحركات التحرر" التي كانت تدعوا لنهوض لقيام ثورة على الكنيسة، للوصول إلى حرية الفكر مما يسمح للإنسان بإعادة قراءة الفلسفة اليونانية ونقدها حتى يقدم الجديد، وتعرف هذه الفترة "بعصر النهضة"، وعلى هذا الأساس بدأ الإنسان الغربي خصوصا يسعى لتحقيق التطور الفكري، ولا سيما العلمي، فبرزت مجموعة انتقادات لما كان سابقا. ومنها ما قدمه **(جاليلGalileo 1564-1642)**، والتي مهدت للتقدم بالعلوم نحو الأمام حتى الفترة الحديثة بالضبط. حيث تيقن الفلاسفة وعلماء المنطق بقصور المنطق الأرسطي أمام التطور العلمي، وبأنه غير صالح للتطبيق على كل العلوم، فعزف العديد منهم بأن يقدموا الجديد لمواكبة ذاك التطور، فما هي معالم المنطق الجديد، وهل كان بديلا ثابتا أم أُنتقد هو الآخر؟.

1.3..المنطق عند التجريبيين

هدفنا من إدراج هذا العنصر ضمن موضوعنا الذي في الحقيقة أساسه اللوجسيتقا، هو للحديث عن الاستقراء من جانب أنه منطق جديد مخالف للمنطق الأرسطي، هذا المنطق الذي كان في نظر مؤسسيه البديل الذي يتوافق والتطور العلمي، وعليه سنتطرق إلى هذا العنصر بنموذجين هما: (فرنسيس بيكون) و(جون ستوارت ميل).

1.1.3..المنطق الجديد عند فرنسيس بيكون (Francis Bacon1561-1626)

نشر **(بيكون)** سنة "1620" كتابا بعنوان "**الاورغانون الجديد (Novum Organum)**"، والتي تعني "الآلة" لكن آلة جديدة، بمعنى منطق جديد مخالف للمنطق الأرسطي، وهدفه من هذا الكتاب هو تقديم منطق يواكب التطور العلمي الحاصل في تلك الفترة هذا من جهة، ومن جهة أخرى يريد تجاوز المنطق التقليدي، وكان هدفه هو العمل على صياغة قوانين جديد خاصة بالطبيعة.

أ) موقف (بيكون) من المنطق الأرسطي

اعترف **(بيكون)** بكل ما قدمه القدماء وخصوصا في علم المنطق، لكن في مقابل هذه الإشادة، يرى بأن لا جدوى من إدخال الجديد على القديم، أو بمعنى آخر لابد من التفكير في الجديد بفصله عن القديم، لأن هذا الأخير لم يعد صالح في ظل التطور العلمي فيقول: «من العبث عن نتوقع أي تقدم كبير في العلوم العلمية إضافة وتطعيم أشياء جديدة على القديمة، لا بد لنا من بداية جديدة (...) كرامة المؤلفين القدماء محفوظة (...) فنحن لا ندخل في مقارنة من حيث العقول أو الملكات، بل مقارنة في الطرق والمناهج»[1].

وقف **(فرنسيس)** بموقف رافض للمنطق الأرسطي، الذي اعتبره منطقا نظريا خاصا بالعقل فقط بعيدا كل البعد عن الطبيعة، وهذا ما صعب تطبيقه على العلوم التجريبية يقول: «(...) كذلك المنطق الذي بحوزتنا لا جدوى منه في اكتشاف العلوم»[2].

كما اعتبر المنطق الصوري سببا في تأخر العلوم الطبيعية، إذ يصف **(بيكون)** القياس الأرسطي بالعقم، لأنه لا يقدم شيئا جديدا للإنسان، بل يظل حبيس أفكاره «فالقياس المنطقي وسيلة عقيمة في كثير من وجوهه، لأنه مضطر فيه أن تسلم بمقدماته تسليما لا يجوز فيه الشك»[3]، وهذا ما يجبر الفرد على أن يبقى حبيس أفكار مكتسبة تلقنها من عدة اتجاهات قد تكون المجتمع أو الأسرة...إلخ. وتعرف هذه الأخيرة باسم "الأوهام (Idols)"، ويرى **(بيكون)** من الضروري معرفتها لتجاوزها.

ب) الأوهام: وهي أربعة يذكرها في كتابه "الأورغانون الجديد" والتي يعتبرها أخطاء تواجه للإنسان، مما تحيل بينه وبين المعرفة الجديدة ومنه لابد من معرفتها أولها ثم تخطيها.

---

[1] فرنسيس بيكون، الاورغانون الجديد : ارشادات صادقة في تفسير الطبيعة، تر: عادل مصطفى، رؤية للنشر، القاهرة، 2013، ص ص 25-26.

[2] المصدر نفسه، ص19.

[3] زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، المرجع نفسه، ص 388.

أوهام القبيلة Idols of the Tribe : ويطلق عليها اسم "أوهام الجنس" لأنها مرتبطة بالفرد ذاته داخل المجتمع الذي يعيش فيه، ويكتسبها من واقعه الاجتماعي أو الأسري...الخ. بمعنى هي تلك الأفكار التي يكتسبها الفرد عبر زمن فتبقى راسخة في الذهن، ولا بد من تجاوزها في رأي **(بيكون)** ليتمكن من التجريب.

أوهام الكهف Idols of the cave: الإنسان بطبعه يوجد فيه جانب خاص به يبلور فيه أفكار قد تكون مكتسبة من عدة عوامل منها النفوذ مثلا أو المشاكل فالبشرية على أشكالها لكل منا جانب خاص، فنرى فرد انطوائي وآخر اجتماعي...الخ. تقف هذه الاخيرة حاجزا أمام المعرفة الجديد لذلك يظل الفرد حبيس معتقداته وتصوراته الخاصة التي ينسجها بمفرده.

أوهام السوق Idols of the place : يبن (بيكون) بأنها تعيق العقل، وذلك جراء تعشيشها في فكر الإنسان جراء التداول بين الناس في اجتماعهم. فيقمون بإنتاج أفكار وفق فهمهم وتصبح بالنسبة له بمثابة اليقين المطلق مما تكون فاصل يحد بين الإنسان والنقد.

أوهام المسرح Idols of the theatre: تنتج هذه الأوهام من الفلسفات السابقة، إذ يرى بأنها مسرحيات تعرض للناس، فتكون أفكارا في أذهانهم ويعتبرها مصطنعة، هذا ما يمنع الإنسان من إنتاج فلسفة جديدة. وعليه يدعو **(بيكون)** للنقد الفلسفات السابقة وعدم الانبهار بها[1].

استبعد **(بيكون)** هذه المعتقدات التي ترسخ في الذهن البشري ليتمكن الإنسان من قيام علم صحيح يقوم على منطق تجريبي كامل، ويتبر التجربة أقوى برهان لقيام قانون عام، كما دعي للتخلي على التعميمات المتسرعة. يقوم منطقه الاستقرائي على تفسير الطبيعة انطلاقا

[1] أنظر : فرنسيس بيكون، الأورغانون الجديد: إرشادات صادقة في تفسير الطبيعة، المصدر نفسه، ص –ص 28-31.

من قسمين يقول: «الأول يتعلق بكيفية استخلاص المبادئ من الخبرة، والثاني يتعلق بالاستنباط تجارب جديدة من المبادئ»[1].

قدم في القسم الأول ثلاثة قوائم لتصنيف الملاحظات، فالأولى قائمة "الوجود أو الحضور"، إذ يقدم فيها سبعة وعشرون مثالا وهي أمثلة متعارف عليها بين أغلبية الناس. والثانية قائمة "الغياب أو الشواهد" ويقدم في الأمثلة الموجبة مقابل السالبة على نفس الامثلة التي قدمها في القائمة الأولى، أما الثالث والتي يطلق عليها اسم "قائمة الدرجات أو المقارنة" تعتبر هذه القائمة مهمة، حيث يتم مقارنة الأمثلة واكتشاف تباينها في درجات الحضور، فمنها ما يتكرر مرة أو مرتين...الخ.

بعد الإتمام من إحصاء القوائم، يأتي القسم الثاني أي "استنباط تجارب جديدة" ويعرف هذا الجزء أو المرحلة "بالرفض أو الاستبعاد"، وهو «تأييد قانون ما باستبعاد قوانين أخرى مخالفة له»[2]، فهدفه من هذه الاخيرة هو الوصول إلى قانون متفق عليه بفعل التجربة التي تكون مشتركة والنتيجة التي يصل إليها عامة الناس.

إذن كان هذا مختصر عن منطق الإنجليزي **(فرنسيس بيكون)**، الذي رأينا بأنه اتخذ من هذا العلم آلة لتقديم فلسفته التي كانت بداية للفلسفة الحديثة بمنهج واضح، فأقام منطقا يناسب التطور العلمي الحاصل في تلك الفترة والذي يعد في نظره المنطق الصحيح لاكتشاف الجديد دائما، وهذا لقصور المنطق الصوري وعدم إمكانية تطبيقه على الطبيعة. إلا أن رغم ما قدمه (بيكون) للمنطق لم يقف رواد التجريبية عن هذا القدر، بل واصل من بعده الكثير لإعادة تجديد الاستقراء لإتمامه كليا هذا من جهة، ومن جهة أخرى رفضا للمنطق الارسطي. والآن سنتطرق إلى ثاني تجريبي نستعين به في دراستنا...

[1] فرنسيس بيكون، المصدر السابق، ص ص 146 -147.

[2] محمود فهمي زيدان، الاستقراء والمنهج العلمي، دار الجامعات المصرية، الإسكندرية، 2003، ص 68.

2.1.3.. استقراء جون ستوارت ميل (John Stuart Mill1806-1873)

أقام **(ميل)** هو الآخر منطقا اعتبره الخلاص إلى الحقيقة، ولم يخرج هو الآخر عن إطاره الفلسفي الذي كان متأثرا فيه بـ**(فرنسيس)**. إذ برزت النزعة التجريبية على فلسفته التي كانت سائدة في ذلك العهد. كان مطلعا على ما قدمه سابقيه إذ ساهم هذا في تطور المنطق التجريبي، بعد أن وجه نقدا للمنطق الأرسطي متجاوزا إياه بالرفض، فما هو موقف **(ميل)** من المنطق الصوري؟.

أ) موقف (ميل) من المنطق الأرسطي

انتقد (ميل) منطق أرسطو وأتباعه بسبب "الصورية" التي يتميز بها هذا الأخير، والتي ينفيها من منطقه تماما فرفض في البداية كل الفلسفات الميتافيزيقية، كما رفض الحكم التقليدي الذي يكون عاما من خلال المقدمات، أي ينفي النتيجة التي تكون معطاة مسبقا ومقترنة بصحة المقدمة، لا يعترف **(ميل)** بترابط الأفكار فيما بينها، وإنما يقر بالعلاقة الموجودة بين الوقائع أو الحوادث فيقول: «إن القضايا ليست تقريرات متعلقة بأفكارنا عن الأشياء، بل هي تقريرات عن الأشياء نفسها»[1].

نفى **(ميل)** الاستدلال كمنطق مستقل، إذ يعتبره غير كاف لبلوغ الحقيقة ويربطه بالاستقراء، حيث يرى أن هذا الأخير سابق عن الأول، باعتباره مقترن بالتجربة التي يعتبرها الطريقة الصحيحة في حين يكتشف عقم القياس إذ يقول: «لقد فرغنا من إثبات عقم القياس وإذن يجب أن نرفضه كاستدلال ذي قيمة»[2].

[1] عبد الرحمن بدوي، الموسوعة الفلسفية، ج2، الرجع نفسه، ص 479.

[2] محمود فهمي زيدان، الاستقراء والمنهج العلمي، المرجع نفسه، ص74.

بما أن المنطق القديم منطق عقلي بالدرجة الأولى يولي أهمية للتصورات التي تكون متباينة بين الناس، لذلك جاء **(ميل)** ليربط هذا العلم الصوري بالواقع لذلك يقول بروشار بأن: «ميل أنزل المنطق من السماء إلى الأرض»[1].

ب) خطوات المنطق الاستقرائي عند (ميل)

قدم **(ميل)** منطقه الاستقرائي ضمن أربعة خطوات في كتابه "**A system of Logic**" والذي يعد من أهم الكتب التي خصصها لهذا العلم، وهي: طريقة الاتفاق، طريقة الاختلاق، طريقة الجمع بين الاتفاق والاختلاف وطريقة الاقتران في التغيير النسبي، وعلاوة على تلك الخطوات أضاف خطوة أخرى تسمى بطريقة المخلفات. والآن سنعالج كل واحدة منها على حدى.

1.طريقة الاتفاق **(The method of Agreement)**: تعبر هذه الطريقة عن علاقة العلة بالمعلول، وهذا بتكرار الأسباب عند حالات مشتركة في حدوث الظاهرة معينة أثناء دراستها «فإذا كانت حاليتين أو أكثر في ظاهرة ما تتحقق في ظرف واحد فقط، فتعد سبب أو مؤشر لتلك الظاهرة»[2].

2.طريقة الاختلاف **(The method of Differenc)** : نستنتج علاقة العلة بالمعلول من خلال اختلاف الاحداث في ظاهرة ما، أي عند مشاهدة وجود حالة تتحقق بتكرار فإنها تعد سببا لها يقول **(ميل):** «إذا كانت الحالة التي تكون فيها الظاهرة قيد التحقيق، وحالة لا تحدث فيها، فيكون كل ظرف مشترك في الحالتان سببا أو جزءا منها»[3]. مثلا: الاحتكاك سببا في توليد الحرارة بين جسمين فإذا غاب الاحتكاك لا توجد حرارة.

[1] عبد الرحمن بدوي، الموسوعة الفلسفية، المرجع نفسه، ص479.

[2] John stuart Mill, A system of logic, London, P420

[3] Ibid, P421.

3.. طريقة الجمع بين الاتفاق والاختلاف **The joint method Agreement and Difference**: تجمع هذه الطريقة بين الطريقتين السابقتين أي إذا تكررت حالات في ظاهرة قيد التحقيق، وفي نفس لوحظ بوجود حالة واحدة مختلفة عنهم، فإنها كلها تعد أسبابا لتلك الظاهرة.

تدرس الطرق الثلاثة الأولى علاقة العلة بالمعلول في ظاهرة ما، إذ تعد المصدر لدراسة الطرقتان المتبقيتان كما سنلاحظ.

4.. طريقة الاقتران في التغير النسبي **The method of Concomitant Variation**: وضح (ميل) هذه الطريقة من خلال السابقة، فعند استنتاج علاقة السبب بالمسبب في ظاهرة ما، فإننا نستنتج هذه العلاقة للعناصر المتبقية مباشرة مثال: توجد في ظاهرة ما ثلاثة حالات أ، ب، جـ مقابل س، ع، ص فإذا كانت أ سبب ع/ ب سبب س/ فإن جـ علة ص.

5.. طريقة المخلفات **The method of Residues**: الهدف من هذه الطريقة هو استنتاج الكمية بين العلة والمعلول فعند معرفتنا بأن الاحتكاك سبب في توليد الحرار فنستنتج بأن كلما زادت شدة الاحتكاك كلما زادت الحرار والعكس[1].

يتلخص موضوع هذا العنصر ضمن علاقة الفلسفة بالمنطق من وجهة نظر (ميل)، أراد هذا الأخير تقديم منطق استقرائي حسب توجهه الفلسفي، فربط حدوث الظواهر بالأسباب دائما أي علاقة العلة بالمعلول.

[1] Ibid, p_p 428_430.

2.3..المنطق في الفلسفة العقلية

سنتطرق لهذا العنصر كتوجه فلسفي برز خلال الفترة الحديثة بفرنسا، وبما أن للتوجه الفلسفي الخاص بالفيلسوف دوره الفعال لقيام علم المنطق، لابد من الحديث عنه بأنموذج سنتناول في هذا العنصر الفيلسوف الفرنسي الملقب بأب الفلسفة الحديثة (رونيه ديكارت **René Descartes1596-1650**).

أقام (ديكارت) منهجا أو منطقا علميا هدفه الوصول إلى الحقيقة منتقدا سابقيه من الفلسفات القديمة فلسفة أرسطو والعصور الوسطى خصوصا وأيضا التجريبية، إذ ثار هذا الأخير على ما قدمه (أرسطو) و (بيكون) وغيرهم. وقدم مقابل هذا الرفض منطقا مختلفا وفق فلسفته العقلية التي جاء بها، وقبل ذلك ألح على ضرورة "الشك"، فماهي أسباب الشك عند (رونيه)؟.

أ)أساب "**الشك**" **عند (ديكارت)**

تحدث **(ديكارت)** في القسم الأول من كتابه "مقال في المنهج" عن مساره الدراسي الذي كان يحتوي على تلقين الفلسفات السابقة فقط، وبعد مرور مدة اكتشف بأنه أضاع وقته بدراسة ما لا يعنيه، إذ يُشبه الفكر القديم عموما بالخرافة يتم نسجها وتمجيدها على أنها الحقيقة ولا يجدر نقدها، ويصف من يقرأ ما ليس له كالمسافر الدائم الذي يعد غريبا في وطنه بسبب سفره المتواصل، ومن هذا المنطلق ثار **(ديكارت)** على ما قُدم له وأخذ على عاتقه مهمة التجديد.

حاول "أب الفلسفة الحديثة" إعادة بناء الفكر العلمي الجديد، باتخاذ مبدأ "**الشك**" أساسا لقيام منطقه، فرأى أولا بضرورة التخلي عن كل الأفكار المكتسبة لتحرير العلم من جميع

التصورات التقليدية، وفي هذه النقطة يقول: «ينبغي لنا كي نقيم العلوم على قواعد ثابتة، أن نرفض كل آرائنا القديمة مرة في حياتنا»[1].

كما رفض **(ديكارت)** الوثوق في ما تقدمه لنا الحواس، لأنها تخدعنا في أغلب الأحيان فرؤيتنا للقلم منكسر في الماء، والأشجار صغيرة من بعيد أو رؤيتنا للجبل يلاس السماء، هذا كله عكس الحقيقة. وعليه لا يجب الارتياح إلى كل ما يصل إلينا عبر الحواس، أو لا بد من "الشك" فيه، وبهذا قال: «ومن الحكمة ألا تطمئن أبدا كل الاطمئنان إلى من يخدعنا مرة واحدة»[2].

ب)خطوات المنهج الديكارتي

أعجب **(ديكارت)** بالرياضيات لدقتها، وعلى هذا أقام منهجه بأربعة خطوات دقيقة مستندا على العلم الرياضي الذي يعد علما عقليا، فأول خطوة يسير عليها وهي "**الشك**" حيث لا يجدر بأي فرد اتخاذ فكرة ما على أنها صحيحة دون ان تكون متضحتا بالنسبة له حتى وإن كانت بديهية لدى عامة الناس وفي هذا الصدد يقول: «...ألا أقبل شيئا ما على أنه حق، مالم أعرف يقينيا على انه كذلك»[3].

أما عن الخطوة الثانية تعرف بـ"**التحليل**" أي تفكيك المشكلة إلى أكبر عدد من الأجزاء، حتى لا يمكن تقسيمها بعد الجزء الأخير، حتى يسهل اختبراها وبالتالي الوصول إلى الحقيقة اليقينية وفي هذه النقطة يقول: «أن أقسم كل واحدة من المعضلات التي سأختبرها، إلى أجزاء قدر المستطاع»[4].

---

[1] رونيه ديكارت، تأملات ميتافيزيقية في الفلسفة الأولى، تر، كمال الحاج، منشورات عويدات، بيروت، ط1، 1988، ص25.

[2] المصدر نفسه، ص26.

[3] رونيه ديكارت، مقال في المنهج، تر: محمود محمد الخضيري، دار الكتاب العربي، القاهرة، ط2، 1968، ص130.

[4] المصدر نفسه، ص131.

قدم **(ديكارت)** ثالث خطوة لمنطقه وهي "**التركيب**"، فبعد اختبار أجزاء المشكلة، يقوم بإعادة تركيبها من جديد بدايتا من أبسطها وأسهلها بالتدريج إلى غاية الوصل إلى معرفة مرتبة ويقينية. يقول: «أن أسير أكاري بنظام، بادئا بأبسط الأمور، وأسهلها معرفة كي اتدرج قليلا قليلا حتى أصل إلى معرفة أكثرها ترتيبا»[1].

وضع **(ديكارت)** آخر خطوة والتي تعرف بـ"**الإحصاء**"، هذه المرحلة التي يقوم فيها بإعادة مراجعة تلك المعضلة التي كان قد حللها وركبها، هذا ليتأكد من عدم نسيان أي جزء من أجزائها. إذ يؤكد في قوله الآتي: «أن أعمل في كل الأحوال من الإحصاءات الكاملة والمراجعات الشاملة ما يجعلني على ثقة من أنني لم أغفل شيئا»[2]. وهنا يكون قد وصل إلى المعرفة النهائية بذاته دون اللجوء إلى معارف مسبقة.

إن إعجاب (أب الفلسفة الحديثة) بالرياضيات كان له دورا في إقامة منطق مخالف للمنطق الصوري، لأنها تستعمل العقل مما جعل من هذا العلم أكثر دقة ويقينا. كما كان لهذا الاخير أثر في زمانه إذ تأثرت مدرسة "بورت الرويال". وعلى الجدل الذي كان بين التيارين التجريبي والعقلاني برز تجاه نقدي أسسه الألماني (كانط) ليوفق بين الاتجاهين السابقين، إذ قدم منطق وفق فلسفته النقدية مؤكدا مرتا أخرى مدى علاقة الفلسفة بالمنطق.

[1] رونيه ديكارت، مقال في المنهج، تر: محمود محمد الخضيري، المصدر نفسه، ص 132.

[2] المصدر نفسه، ص 132.

4..المنطق التجاوزي

يعالج هذا العنصر كما هو مبين في العنوان "المنطق التجاوزي" فما معناه؟. هو منطق مخالف عن سابقيه، هذا الأخير الذي قدمه كل من (كانط) و(هيجل). بعيدا عن جدل المعرفة الذي كان سائدا في تلك الفترة، لذلك جاء هذا المنطق باعتباره منطق عام لا يهتم بجانب دون الآخر، وإنما هو منطق للفلسفة بكل مواضيعها لتقديم "فلسفة متعالية"، فما هي سماته؟.

1.4..المنطق التجاوزي عند كانط

خصص (**إمانويل كانط Immanuel Kant 1724-1804**) كتابه بعنوان "نقد العقل المحض"، الذي خص به فلسفته النقدية التي جاء بها، وتطرق ضمن هذا المؤلف إلى عدة مواضيع فلسفية كانت موضوع بحث عند سابقيه من الفلاسفة. ومنها المنطق هذا العلم الذي اعترف (**كانط**) في البداية بما قدمه (**أرسطو**) معتبرا بأنه "مكتملا"، إلا أن يبقى اعترافه هذا ضمن حدود نقرأها في كتابه المذكور سابقا متجاوزا اياه في عدة نقاط. وعليه يعرف "بالمنطق التجاوزي" كمنطق مخالف أو متمم للمنطق الصوري أو المنطق العام (**General logic**) كما يسميه.

أحدث (**كانط**) تجاوزات للمنطق الصوري باعتبار منطقه يقدم تعديلات على سابقه وهنا نفهم معنى قوله بولادة المنطق مكتملا مع أرسطو، إذ يرى بعدم وجود منطق جديد من بعد واضعه الأول، أما عن ما قُدم من بعده هي تصويبات له للوصل إلى "الحقيقة". أفرغ (المعلم الأول) حدود القضية، وبالتالي المعرفة من كل محتوى واهتم بالشكل فقط، في حين أعطى (**كانط**) مضمونا للحدود أي أصبح للقضية معنى في الواقع. ومنه قدم منطقه المتعالي أو الترنسندنتالي (**Transcendantal logic**) يقول: «إن المنطق العام يجرد بالفعل المحمول من أي مضمون (...) بالمقابل ينظر المنطق الترنسندنتالي في الحكم أيضا من ناحية القيمة أو المضمون هذا التأكيد المنطقي بواسطة مجرد محمول سالب، مقيما ما يحققه

من ربح بالنسبة إلى المعرفة بمجملها»[1]. وهكذا أعطى قيمة للحدود السالبة بأنها ذات قيمة ولها معنى.

ربط **(كانط)** إنتاج التصورات وتشكيل الحدود بالواقع والتجربة كمعطى "**قبلي**" **(Apiori)**[*] لإنتاجها. فالتصورات التي ينتجها الذهن يستمدها في البداية من الواقع أي مبدئيا حتى يستطيع صياغة تصورات سليمة، وعليه يثمن دور الواقع كدور ثانويا يسير عليه العقل، ومن هنا اتخذ **(كانط)** من المنطق الارسطي معطى أولي، لتقديم المنطق الترنسندنتالي، كما بين بعدم الاستفادة من أفكار أو نتائج المنطق العام فالحكم فيه شكلي حيث «لا يقول شيئا عن حالات التي يمكن أن نستفيد فيها من هذه الفكرة في أحكامنا على الأشياء»[2].

اعترف **(كانط)** بالتعريف التقليدي للمنطق، إلا أن لم يكن حاجزا لتقديم منطق جديد إذ لم يتجاوز (فيلسوف النقد) فلسفته النقدية التي جاء بها للفصل في الجدل الذي كان قائما بين التجريبية والعقلانية. فقدم تعريفا آخر ويرى بان هذا العلم أكثر من مجرد قواعد وقوانين، وربطه بنظريته حول "العقل الفعال" أي قدرة العقل على الإنتاج. باعتباره المصدر الأول للتصورات، ومن ثم يقدم تعريفه للمنطق بأنه: «العلم الذي يبحث في قواعد العقل الفعال بالإجمال»[3].

قد جاءت تقسيمات المنطق وفق استعمالاته فينقسم إلى منطق الاستعمال العام، وآخر بالاستعمال الخاص. ويندرج منطق **(كانط)** ضمن القسم الأول باعتباره يمثل القواعد الأولية

---

[1] إمانويل كانط، نقد العقل المحض، تر : غانم هنا، المنظمة العربية للترجمة، بيروت، ط1، 2013، ص ص 146-147.

[*] القبلي (Apiori): هو مصطلح استخدمه (كانط) في فلسفته المثالية، ويقصد به أن المعرفة قائمة في الوعي منذ البداية مقابل المعرفة البعدية. فهو لا ينفي معرفة دون أخرى وإنما للحواس دور كما للعقل دور أيضا. (م. روزنتال وب. بودين، الموسوعة الفلسفية، المرجع السالق، ص374).

[2] محمود فتحي عبد الله، الجدل بين أرسطو وكانط، المؤسسة الجامعية، بيروت، ط1، 1995، ص134.

[3] محمود زيدان، كانط وفلسفته النظرية، دار المعارف، [د.ب]، ط3، 1979، ص126.

للفكر، وينقسم هو الآخر إلى منطق محض وآخر تطبيقي يعنى الاول بالذهن بما هو صوري بحث بعيدا عن أي محتوى تجريبي. في حين «المنطق الذي يسميه كانط تطبيقي»[1]. فيقصد به المنطق الذي يكون منتجا للذهن بعيدا عن أي تجربة حسية أو خبرة فردية، وبهذا ينفي (كانط) الجانب النفسي عن هذا العلم لأنه علم عام لا يعترف بالفروقات الفردية.

ظلت التجربة مصاحبة للمنطق الكانطي، وذلك ضمن حدود بصفتها معطى قبلي لإنتاج تصورات متعالية لا علاقة لها بالواقع، فالتصورات التي ينتجها العقل الفعال هي تصورات ذهنية متعالية. ألا انها ليسن بمفصل عن الواقع أي محملة بمعنى تحتوي على مضمون، بهذا يكون **(كانط)** قد أعطى مضمونا للحدود في تشكيل القضايا. كما فرق من جهة أخرى بين الاستنباط التجريبي والترنسندنتالي، فالأول يقدم كيفية اكتساب المفاهيم أما الثاني يقدم المفاهيم في شكلها النهائي يقول: «(...) ومن هنا أسمي شرح الكيفية التي يمكن أن تستند بها هذه المفاهيم قبليا إلى موضوعات استنباطها الترنسندنتالي، وأفرق بينها وبين الاستنباط التجريبي الذي يظهر الكيفية التي أكتب بها المفهوم بواسطة التجربة والتفكير فيها، فهو من هنا لا يعني بالمشروعية، بل بالواقع الذي منه نشأ امتلاكه»[2].

قام **(كانط)** بتقسيم المنطق إلى "تحليل" و"ديالكتيك" وينظر للأول بأنه يقدم المبادئ الصورية فمهمته هي تقييم الأفكار القبلية بعيدا عن أي تجربة، أي الوصول إلى الفكرة النهائية بطريقة ذهنية، ولا تقتصر مهمة التحليل على تقييم المبادئ وحسب بل وحتى التصورات هذا للتأكد من كل معطى قبلي والوصول إلى تقديم مفهوم كامل في نظام متناسق. أما عن "الديالكتيك" أو "الجدل" تحدث عنه **(كانط)** في كتابه "نقد القل المحض" محددا مقصده منه، إذ عارض جدل سابقيه والجدير بالذكر هنا هو "الجدل السفسطائي" لأنه تتدخل فيه الذات الفردية أي الإنسان يميل غلى تفسير الافكار والخوض فيها بشكل فردي دون اعتبار للجماعة، وهذا ما يضلل الحقيقة إذ يطلق عليه لفظ "منطق الوهم". في حين

[1] عبد الرحمن بدوي، إمانويل كانط، وكالة المطبوعات، الكويت، ط1، 1977، ص201.

[2] إمانويل كانط، نقد العقل المحض، المصدر نفسه، ص 164.

الجدل الذي يسمو إليه (فيلسوف النقدية) هو الجدل المتعالي البعيد عن الذاتية إذ يقول: «لسنا مشغولين هنا بجدل منطقي يقوم بتجريد كل محتوى المعرفة ويكشف فقط ن الظاهر الكاذب في صورة الاستدلال القياسي، بل نحن مشغولين بجدل ترنسندنتالي يجب أن يحتوي، قبليا بشكل كامل، أصل بعض المعارف المستخرجة من عقل محض»[1].

قدم **(كانط)** اثنتا عشر صورة للقضايا أوردها ضمن أربعة قوائم هي: الكم، الكيف، العلاقة والجهة. وهذا تفصيل فيها:

قائمة الكم: تحتوي على قضية كلية/ وجزئية/ وشخصية. مثلا: كل الناس فانون/ بعض الكائنات الحية فانية/ سقراط فان.

قائمة الكيف: تحتوي على قضية موجبة/ وسالبة/ والمعدولة (أو اللانهائية). مثلا: كل الناس فانون/ ليس سقراط خالدا/ سقراط لا خالد.

قائمة العلاقة: تحتوي على قضية حملية/ والشرطية المتصلة/ والشرطية المنفصلة. مثلا: كل الناس فانون/ إذا كانت دولة كثيرة الموارد فمواطنوها في رخاء/ العالم إما موجود بالصدفة أو بالضرورة أو بضرورة فيه أو بعلة خارجة عليه.

قائمة الجهة: تكون من قضية احتمالية/ والخبرية (أو التقريرية)/ والضرورية. مثلا: مملكة النحل قد تتفاهم فيما بينها بلغة أبجدية/ الحديد ممغنط/ ما ينطبق على الكل ينطبق على كل أجزائه[2].

إذن نستنتج مما سبق بأن للمنطق علاقة وطيدة بالفلسفة هذا ما عكسه منطق **(كانط)** رغم اعترافه بالمنطق الصوري أو العام كما يسميه، إلا أن تجاوره في عدة نقاط ضمن فلسفته النقدية التي جاء بها. فلم يستبعد كل المعارف من فلسفته وإنما أكد عليها ضمن ما

[1] المصدر نفسه، ص405.

[2] أنظر : محمود زيدان، كانط وفلسفته النظرية، المرجع نفسه، ص ص 127- 129.

يعرف "بالقبلي" وبالاستعانة بهذا المصطلح نظر للمنطق الأرسطي بأنه "كامل" باعتباره مصدرا أساسيا لما قدم فيما بعد، كما استعان بالواقع لإنتاج التصورات المتعالية من طرف "العقل الفعال" وعليه أعطى محتوى للحدود في تشكيل القضايا لذلك يسمى منطقه "بالمنطق التجاوزي.

2.4..المنطق التجاوزي عند هيجل (Hegel 1770-1831)

اعتبر **(هيجل)** المنطق صورة للجدل، ووضع هذا العلم تحت لفظ "الفكرة الشاملة" ويقصد به المنطق في صيغته النهائية والتي تمثلها المقولات، حيث يرتقي العقل الخالص إلى تقديم كل ما هو عام للوصول إلى الحقيقة «فالمنطق هو علم الفكرة الخالصة أو هو علم الفكرة الشاملة في وسطها الفكري الخالص»[1].

أراد **(هيجل)** إقامة فلسفة فمختلفة عن سابقيه، حيث رفض الطرح القائل بإدخال مناهج العلوم على الفلسفة للوصول إلى الحقيقة، ويقصد بمناهج العلوم التجريبية والاستنباط الرياضي. ومنه يلح على ضرورة دراستها في ذاتها ولذاتها دون استعارة مناهجها «فالفلسفة إذا أريد لها أن تكون معرفة منظمة، ينبغي لها ألا تستعير منهجها من علم آخر، وأن تقتنع بمزاعم الحدس، أو أن تستخدم الاستدلالات التي تعتمد أساسا على تفكير خارجي»[2].

قدم فلسفته بمنطق خالص متجاوزا التجريبية السابقة والمنهج الرياضي، باعتبارهما قاصران أمام توليد الأفكار الجديدة، لذلك قدم منطقا "ديناميكيا" لينتج الأفكار يسميه "بالمنطق الجدلي". وأثبت مدى أهميته وصلاحيته في الفلسفة، إذ اعتبره كعلم أساسي لدراسة هذا المنهج. وعكس النظرة الأرسطية بأن المنطق يدرس قواعد الفكر وأشكاله بحدود مفرغة

[1] إمام عبد الفتاح إمام، المنهج الجدلي عند هيجل –دراسة لمنطق هيجل–، دار التنوير، بيروت، ط3، 2007، ص 16.
[2] المرجع نفسه، ص16.

من المعرفة، فالمنطق في تصور **(هيجل)** هو «دراسة لطبيعة الفكر الخالص أو هو دراسة للحياة الباطنية للعقل»[1].

إن هدف **(هيجل)** من بحثه في المنطق، هو الوصول إلى الحقيقة هذا المطلب الذي كان منذ القدم فيقول: «إن المنطق هو علم الفلسفة الخالصة»[2]، فأي فلسفة يقصد؟ والجواب هو في توجهه بالضبط، إذ تظهر المثالية الهيجلية في تفكيره الفلسفي لتحقيق المطلق، ومنه الفكر واضعا للمنطق، اعتبره علم توليد الأفكار وتجديدها، أنه تجاوز المنطق الشكلي لأنه علم للقوانين النظرية.

إن الأفكار التي ينتجها الفكر هي الكلي **(Universal)** أو المجرد، فموضوع المنطق يفوق الحس، وعليه فرق **(هيجل)** بين ثلاثة مستويات للأفكار هي الحسي **(Sense)**، التصور **(Conception)** والفكر **(though)**. يرتبط الحسي بالفردي فهي أفكار فردية ينتجا الفكر من العالم الخارجي، أما التصور يعني رسم صور إذ تتضح الأفكار قليلا ليست كلية بل تمثل ذاتها، أما عن الفكر الذي يعمل على تحويل التصورات إلى أفكار تتصف بالموضوعية وأيضا الانتقال من الفكر إلى إنتاج "الفكرة الشاملة" أو المطلقة. وهذا ما تتصف به الفلسفة الهيجلية بأنها فلسفة للأفكار الكلية بعيدا عن كل ما هو ذاتي[3].

اشتمل المنطق الهجيلي على آرائه وتوجهاته الفلسفية، فالمثالية التي جاء بها (هيجل) كان لها دور في تصوره للمنطق، حين أراد قيام منطق عام.

---

[1] إمام عبد الفتاح إمام، المنهج الجدلي عند هيجل –دراسة لمنطق هيجل–، المرجع نفسه، ص19.

[2] هيجل، موسوعة العلوم الفلسفية، تر : إمام عبد الفناح إمام، دار التنوير، بيروت، ط2، 2007، ص ص 25.

[3] المصدر نفسه، ص–ص 86–88.

نستخلص من موضوع المنطق بين النقد ومحاولة التجديد، أن هدف الوصول إلى الحقيقة المطلقة الذي سعت إليه كل الفلسفات، هذا المبتغى حتم على الفلاسفة البحث على منطق آخر مختلف عن المنطق الصوري، ومنه تأثر الفلاسفة بتوجهاتهم الفلسفية ولا سيما في الفترة الحديثة الذي كان منطقا للمعرفة. لكن كل تلك المحاولات لم تكن كافية للقول بالوصول إلى منطق جديد، وإنما كانت بمثابة إعادة قراءة المنطق الأرسطي، وأول سبب في قصور المنطق من بعد **(أرسطو)** هو اللغة، وعليه تطرقنا في المبحث الثالث إلى اللغة والمنطق.

المبحث الثالث: المنطق واللغة

تعتبر اللغة أداة مهمة لدى الإنسان، فلها مكانة عظيمة في الفكر البشري منذ القدم، حيث تمثل الفكر في الواقع، ولمكانتها عمل الإنسان على تطويرها ليصبح قادرا على التعبير عن أفكاره، وبفعل اللغة تطورت العديد من العلوم، والمنطق من ضمن العلوم التي ارتبطت باللغة كما لها دور في إصلاحه. فما علاقة اللغة بالمنطق؟.

تعرف اللغة (**Longuage**) بأنها نسق من الأصوات، الإشارات، الرموز والكلمات. إذ تمثل مكانة الإنسان منذ القدم، وما ورد لنا منذ القدم إلى اليوم لدليل على محاولة الإنسان لإثبات وجوده وبالتالي فهي نقطة وصل بين الشعوب والحضارات كما أنها وسيلة للتواصل بين الأفراد.

وبما أنها وسيلة للتواصل تجلت الحاجة إلى اللغة لأنها الأداة الوحيدة لإخراج الفكر كما أنها أداة للتعبير عنه، ورغم اختلاف اللغات وتعددها إلا أن هدفها لا يختلف، فيعرفها الجرجاني بأنها « ما يعبر بها كل القوم عن أغراضهم»[1].

1..صلة اللغة بالمنطق

اهتم المنطق بدراسة قوانين التفكير الصحيح الذي يعبر عن عملية عقلية مشتركة بين جميع البشر، وبالعمل الدائم على تطوير هذه القوانين عبر التاريخ، وجد الإنسان نفسه مجبر على استعمال اللغة، لتقديم الصيغ المناسبة لهذه القواعد حتى تكون مشتركة بين أفراد المجتمع الواحد، وبالتالي كانت اللغة هي الوسيلة التي استعملها للتعبير عنها، لذلك لها رابطة مباشرة بعلم المنطق.

إن تطور اللغة عبر العصور ساهم هذا في تطور الحياة البشرية، وخروج الإنسان من البيئة الحيوانية. هذا ما ساهم في ظهور الوعي والتفكير، مما أدى إلى تطور العلوم على

[1] جميل صليبا، المعجم الفلسفي،ج2، دار الكتاب اللبناني، بيروت، 1983، ص286.

مدار الزمن، والارتقاء بالفكر بفضل إيجاد لغة للتواصل والتبادل الفكري عبر الأجيال، فاللغة كما يقول **(كارل ماركس)** هي: «الواقع المباشر للفكر»[1].

فاللغة إذا إرث حضاري قديم قدم الإنسان على الأرض، فبها أخرج الإنسان ما بداخله متخذا من الرموز والإشارات والأصوات وسلة لذلك، فاستخدمها الإنسان ليبلغ عن الأخطار وحتى للتواصل فيما بينهم، لتصبح اللغة بمثابة العالم الخارجي للفكر أو واقعه فهي: «التمثل الحسي للمدرك الذهني في الخارج تمثلا ماديا مسموعا»[2].

ولما تحمله اللغة من أهمية عظيمة كما ورد سابقا فأنها مرتبطة بكل العلوم، تكمن قدرة اللغة في الفكر لقدرتها على إيصال محتواه، وهذا لما تمتاز به من قواعد لابد من مراعاتها "كالنحو" لصياغة الجمل بصيغة سليمة، والمنطق كعلم يدرس قوانين الفكر فهو بحاجة إلى لغة للتعبير على هذه القواعد، إذا مثلما «النحو يبحث في القواعد التي تنظم اللغة المعبرة عن الفكر، فالمنطق يبحث في قواعد الفكر المعبر عنه باللغة»[3].

ظهرت صلة المنطق باللغة منذ القدم أي قبل (أرسطو)، فالسمو إلى التفكير المنطقي الذي صاحب التفكير الإنساني منذ البداية، كان ضمن لغة ليقدم الناس أفكارهم، وتثبت الدراسات المنطقية ذلك من خلال القراءة التاريخية للعلم، ولعل الدليل الأول الذي يمكن الاستناد عليه في هذه النقطة هو الخطاب السفسطائي.

اتخذ السوفسطائيون من اللغة وسيلة للتعبير عن أفكارهم، فتميزت الخطابة لديهم بحسن الكلام وجمال الألفاظ مما ساعدهم على استقطاب الشباب وسيطرة على أذهانهم، وبغض النظر عن هدفهم المنشود، كانوا بارعين في إلقاء محاضرتهم، وبالتالي أبدعوا في الجدل بجعله فن ووسيلة انتصار على الخصم، إذن التفكير المنطقي السليم بحاجة إلى لغة سليمة.

---

[1] الكسندرا غيتمانوفا، علم المنطق، دار التقدم، [د.ب]، 1989، ص27.

[2] علي سامي النشار، المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، المرجع نفسه، ص81.

[3] محمد مهران، علم المنطق، الرجع السابق، ص32.

كما اعتمد **(سقراط)** هو الآخر على اللغة لدحض الفكر السفسطائي من جهة، وإيصال فكره من جهة أخرى، وتجلى هذا باتخاذ منهج "التهكم والتوليد" كمنطق يسير عليه ذلك.

وقدم **(أرسطو)** علم المنطق بصيغة قانونية منظمة لمحاربة التشتت الذي أصاب الفكر اليوناني، فالمنطق بالنسبة له أداة تقي الفكر من الوقوع في الخطأ، لذلك أكد على دور اللغة كحامل للقواعد ومبادئ التفكير السليم، فيرى أن «الكلام يعبر بدقة عن أحوال النفس أو الفكر، وفي وسع المرء أن يستعين بالصور اللغوية لكي يكشف عن أحوال الفكر»[1].

تعززت مكانة اللغة في المنطق التي تدل على مدى ترابطهما عبر الدراسات اللاحقة بعد **(أرسطو)**، وذلك من خلال منطق الرواقيين، والمنطق عند العرب. ولفترة سيطرة المنطق الارسطي الى الفكر الإنساني، لازمت لغة الألفاظ الفكر المنطقي طوال هذه المدة حتى مع محاولات النقد، لكن لم تأتي محاولة لتغييرها أو اصطناع لغة جديدة.

بعد تطور العلوم والتقدم في الدراسات اللغوية خصوصا في الفترة المعاصرة، حيث اصبحت اللغة موضوعا للفلسفة، اتجه الباحثين اللغويين نحو دراسة لغوية معمقة أبرزها أعمال دي سوسير **(De saussure 1857-1913)**، تشومسكي **(chomsky 1928)** وغيرهم الكثير، وفي جانب هذا برزت أيضا الدراسات النقدية للغة المنطقية الكلاسيكية التي كانت أساس المنطق التقليدي، حيث برز علماء المنطق الذين عملوا على إيجاد لغة بديلة غير لغة الألفاظ.

2..بناء اللغة المنطقية

إن مهمة بناء لغة منطقية سليمة هي مهمة صاحبت المناطقة منذ القدم أي حتى (المعلم الأول) بنفسه سعى إلى تقديم هذه اللغة، كي يصبح الفكر قادر على التمييز بين الصحيح والفاسد، حيث اهتم ببناء القضايا المنطقية ضمن لغة صورية، فركز فيها على

[1] عبد الرحمن بدوي، المنطق الصوري والرياضي، المرجع السابق، ص32.

الشكل دون المحتوى. وفي ظل جملة الانتقادات التي وجهت للمنطق الأرسطي ولاسيما خلال فترة الاصلاح، حاول رواد المنطق المعاصر تنفيذ مهمة إعادة بناء لغة المنطق من جديد، ومن هنا نتساءل هل لغة المنطق قاصرة في ظل الاصلاح المنطقي؟.

قد تميزت الفترة المعاصرة عموما بظهور فلسفات متعددة لها موضوعها الخاص ومن بينها الفلسفة التحليلية، هذه الأخيرة التي جعلت من اللغة موضوعا لها، فأسهم رواد التحليل في بناء "لغة المنطق" بقراءة اللغة قراءة تحليلية، هذه الخطوة التي قام بها **(فريجه)** لتقديم المنطق بلغة رمزية، ويعتبر **(ليبنتز)** أول منطقي قام بإدخال الرموز على علم المنطق، وكان هدفه تقديم "لغة عالمية".

سعى فلاسفة التحليل لقيام "لغة مثالية"، حيث رأى **جورج إدوارد مور (George Edward Moore 1873-1958)** أن هذه اللغة تكمن في اللغة العادية أي المتداولة بين أفراد المجتمع أو "لغة الألفاظ". باعتبار أن اللغة هي الأساس في الفكر، لذلك قاموا بإصلاحها لأنها السبب الأول في مشاكل الفلسفة إذ يقول **فيتجنشتاين:** «إن الفلسفة كلها عبارة عن نقد للغة»[1].

وجهت انتقادات لرأي **(مور)**، وظهور تيار آخر يقول بأن اللغة المثالية هي لغة الرموز، ومن ثم بدأ العمل على تقديم هذه اللغة التي أخذ بها رواد المنطق الرياضي.

تعتبر الألفاظ ستار للحقيقة، فالفكر لا يمكن التعبير عنه إلا عن طريق اللغة، لكن تكمن العقبة في المعاني أي ما يجب قوله. يقول جبلو: «إن نتائج العمل العقلي لا تظهر إلا لابسة ثوب التعبير اللفظي»[2]، لذلك يجب البحث دائما في صحة هذه النتائج دائما، فعلاقة اللفظ (الدال) بالمعنى (المدلول) علاقة متبادلة، يجب على اللفظ أن يكون حاملا للمدلول والابتعاد عن أي غموض لتجنب الخطأ أو المغالطات كما هو الحال بالنسبة للمنطق.

---

[1] لوفيج فتجمشتاين، رسالة منطقية فلسفية، تر: عزمي إسلام، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1968، ص83.

[2] عبد الرحمن بدوي، المنطق الصوري والرياضي، المرجع نفسه، ص42.

إذن مشاكل الفلسفة عموما والمنطق خصوصا التي نبعت من اللغة ليست في الألفاظ وإنما في المعاني، إذ يرى **(فيتجنشتاين Wittgenstein 1889-1951)*** أن الكلمات غير كافية لتعبير عن الفكر، وبالتالي هي قاصرة. ويؤكد أن المشاكل الفلسفية التي طرحت قديما ليست كاذبة، وإنما المشكل كان في عدم وضوح المعنى يقول: «إن معظم القضايا التي كتبت في أمور الفلسفة، ليست كاذبة، بل خالية من المعنى»[1].

درس المنطق الصوري القضية المنطقية باعتبارها جملة خبرية لذلك اهتم بحدود القضية (الموضوع والمحمول)، والحد المنطقي قد يتألف من كلمة مثل: كتاب، محمد، حيوان أو عدة كلمات مثل: عبد الله، مؤلف كتاب التهافت التهافت، كتاب الفلسفة، حيث اعتبرها المنطق التقليدي حدودا بغض النظر عن التدقيق في المعاني، وهذا ما أدى إلى التباس المعاني التي قد تؤدي إلى المغالطات، لذلك تبين أن لغة الألفاظ غير قادرة على احتواء المدلول في القضية المنطقية[2].

يعتبر التعريف مهما بالنسبة للفكر فهو يمثل وضوح الفكرة، كما أنه ضروري أيضا في المنطق، وهو نوعان تعرف بالحد وتعريف بالرسم، فالأول يبرز الماهية والثاني يعبر عن ميزة الشيء، لكن في أغلب الاحيان ما تكون هذه التعريفات غير دقيقة لأنها لا تعبر عن الفكر بالشكل الصحيح وأضعفا التعريف بالرسم فقولنا محمد كاتب، أو المهندس هذا ليس بكاف للتعريف بـ"محمد" لدى جميع الناس.

إن هدف المنطقيين التقليديين بوضع لكل لفظ حد لتعريفه ما هو إلا عمل ضعيف، فبات المنطق الكلاسيكي يعرف باسم "منطق الحدود"، لكن لم ينتبه هؤلاء بأن بعض الألفاظ

---

* للإشارة كان الفيلسوف (فيتجنشتاين) في البداية متأثرا بـ(مور)، ثم انتقده لاحقا وأيد أفكار (راسل) حول قيام لغة رمزية ويعترف بفضله في هذا الموضوع، ونخص حديثنا في هذا الجزء بالحديث عن الفيلسوف باعتباره من المؤيدين لقيام لغة مثالية أساسها الرموز.

[1] لوفيج فتجمشتاين، رسالة منطقية فلسفية، المرجع نفسه، ص83.

[2] أنظر: عبد الرحمن شولي، فلسفة المعنى في الفكر واللغة والمنطق، دار النهضة العربية، بيروت، 2016، ص- ص 129-133.

لا يمكن تعريفها أو لا تعرف أساسا، هذا ما عرض المنطق التقليدي للنقد لعدم وضوح الألفاظ وبالتالي يمكن لأي شخص أن يمارس التظليل في تبليغ الحقيقة. يقول أرنولد ونيكول: «يجب أن لا نقدم على تعريف كل الكلمات، لأن ذلك قد يكون غير مفيد، بل قد يكون من المتعذر القيام به... ذلك أنه عندما تكون الفكرة التي يحملها الناس عن شيء ما واضحة، وعندما يكون كل الذين يفهمون لسنا ما يكونون الفكرة ذاتها بسماعهم لكلمة ما، فإنه سيكون من غير المفيد تعريف تلك الكلمة، بما أننا نحقق الهدف من التعريف، وهو أن الكلمة تكون مرتبطة بفكرة واضحة ومميزة...»[1].

جاء المنطق الرمزي ردا على المنطق التقليدي حيث ركزت الدراسات التحليل المنطقي للغة لتقديم لغة بديلة للغة العادية، وهذه اللغة هي "لغة العلم" التي نبعت عن تطور العلوم الرياضية خصوصا، فالجمع بين المنطق والرياضيات أدى إلى وضع لغة توافقية مستمدة من العلمين معا، وبدأت هذه المهمة منذ **(ليبنتز)** الذي سعى إلى جعل لغة المنطق "لغة عالمية". فقام بإدخال الرموز لتشكيل القضايا المنطقية ومن ثم توسعت الدراسات لتشمل كل مراحل الإصلاح في المنطق وصولا إلى اللوجستيقا.

انتقد **(فريجه)** المنطق الأرسطي لأنه منطق حدود لا أكثر ولا أقل، كما درس هذا المنطق من الناحية الرياضيات ليبين نقائصه، ومن هذا المنطلق عمل على إعادة صياغة لغة المنطق ليقدم لغة بديلة عن لغة العادية أساها الرموز فقام «ببناء نظام رمزي أساسه دقة اللغة»[2].

[1] عبد الرحمن شولي، فلسفة المعنى في الفكر واللغة والمنطق، المرجع نفسه، ص136.

[2] شريف حسني خليل، التحليل اللغوي ونقد اللغة بين فريجه وراسل، ضمن: مجلة قبس للدراسات الانسانية والاجتماعية، العدد1، المجلد5، 2021، ص482.

اعتمد **(راسل)** في تحليله المنطقي للغة على وحدة أساسية، هذه الأخيرة التي يرى انها مهمة في اللغة والمنطق، كما أنها أساي في بناء العالم بناء لغويا، ويعتبر "القضية" هي الوحدة التي تشكل هذا العالم. فهي «جميع الجمل التي لها المعنى نفسه»[1].

سبب اهتمام **(راسل)** باللغة لأنها أساس بناء العالم، وبالتالي أعطى للجملة أهمية كبيرة، فعندما تكون الجملة سليمة وذات معنى يسهل التواصل بين أفراد المجتمع الواحد، كما أنها ترتقي بالفكر الإنساني نحو الوعي الجماعي، وعليه ركز على تركيب الجمل لتبيين معناها بالشكل الصحيح.

عمل **(راسل)** على تقديم جمل سليمة التركيب، ومن هنا جاء رفضه للغة العادية لأنها تؤدي إلى المغالطات مما يعرقل ظهور الحقيقة، ليصطنع لغة جديدة أساسها الرموز أي "لغة رمزية" باعتبارها لغة علمية، ومن هذا المبدأ أعاد بناء لغة منطقية.

أكد **(راسل)** على دور الفعل لبناء القضايا المنطقية لأنه يشكل الوحدة، ومن هذا المنطلق رأى أن اللغة تراتبية تبدأ من «اللغة الأولية صعودا إلى لغة أعلى (...) اللغة الثانوية»[2]، يقصد باللغة الأولية هي لغة الأشياء أي تلك الكلمات التي تعبر عن ذاتها ولا علاقة لها بالواقع، كما انها ليست بحاجة إلى ألفاظ اخرى لتعلمها. في حين يقصد باللغة الثانوية هي اللغة المعبرة عن الواقع ضمن جمل أو قضايا ذات معنى.

وعلى الرغم من أن الروابط المنطقية بينة بذاتها إلا أن (راسل) وضعها ضمن اللغة الثانوية، لأن لا يظهر معنى الجملة إلا من خلال وجود رابطة. ومن هذا التقسيم للغة قدم أهم نظرية في عصر وهي "نظرية الأوصاف".

---

[1] جواد كاظم سماري، أثر فلسفة المنطق في فلسفة اللغة عند براتراند راسل، ضمن: مجلة آداب الكوفة، العدد 49، الجزء1، 2021، 559.

[2] المرجع نفسه، 564.

تقوم نظرية الأوصاف عند **راسل** على فكرة أساسية وهي وصف العبارة سواء المحدد أو غير المحدد، أي تفرق بين التعريف والتنكير في القضايا، الـ، لـ، في العربية أو the، A في اللغات الانجليزية هذه الاخيرة لها دور في الوصف، لنلاحظ المثال التالي: "نجم الصباح" و"نجم المساء" وهنا نلاحظ أن النجم واحد لكن الوصف مختلف. ولنلاحظ هذا المثال ايضا: الرجل، كل الرجال...الخ تشير إلى اوصاف محددة لأنها معرفة، أما الأوصاف غير محددة مثل: رجل، أي رجل...[1]

الهدف من النظرية هو بناء هيكل مفاهيمي يتناسب والعالم الذي نعيش فيه والابتعاد عن العبارات الميتافيزيقية التي لا تعبر عن الواقع، وللنظرية فائدة على بناء لغة منطقية تخضع لقانون الهوية، للتحليل دور أهمية في تشكيل القضايا وتقديم لغة علمية دقيقة أصبحت أساس المنطق المعاصر.

[1] أنظر: المرجع السابق، ص-ص 572-576.

توصلنا من خلال ما قدمناه في هذا الفصل الذي تناول موضوع فلسفة المنطق بدأ من المبحث الاول وكان حول المنطق الارسطي إذ نستنتج ان للتفكير المنطقي بوادر منذ القدم إلا ان قام (أرسطو) بتهذيبه كعلم قائم بذاته وذلك بوضع قوانين وقواعد صارمة لنميز بين صحيح الفكر ونتجنب المغالطات، ثم مبحث الحقيقة الذي كلن هدف الفلسفات عبر العصور شكل هذا المبتغى نقطة انطلاق للتفكير في نقد المنطق الصوري الي يرى البعض بانه قاصر على الوصول إلى بعض الحقائق كتلك التي تتعلق بالطبيعة مثلا، لذلك وجهت له العديدة من الانتقادات منذ المدرسة الرواقية غلى غاية الفترة المعاصر، واخيرا للمنطق علاقة تربطه باللغة إذ تمثل الوسيلة التي عبر بها أرسطو عن قوانين الفكر وقواعد الاستدلال، ومن فكرة أن لغة الالفاظ تؤدي إلى المغالطات لأنها لا تعبر عن المعاني بدقة، ومن هذه الاخير بدأت إصلاحات المنطق الصوري والتي بدأت بإدخال الرموز عليه.

إذن ماهي أسباب إعادة بناء اللغة المنطقية، وما هو دور الرياضيات في إصلاح المنطق الارسطي؟ من هذا الإشكال عالجنا موضوع الفصل الثاني.

الفصل الثاني

الدعائم الرياضية للوجستيقا

يندرج عنوان هذا الفصل ضمن الجزء الثاني من الموضوع الرئيس، أي سنتحدث فيه عن دور الرياضيات في ظهور المنطق الرياضي (اللوجستيقا)، وعليه تطرقنا فيه إلى إشكالية علاقة المنطق بالرياضيات، لذلك ومن خلال العناوين الفرعية التي تمثل المباحث سنحاول الإجابة عن الإشكالية التالية: ما هو دور الرياضيات في إصلاح المنطق الصوري؟، وعالجنا هذه الأخيرة بالوقوف أولا عند أبستمولوجيا الرياضيات وذلك بالتعرف على المسار التطوري الذي شهده العلم الرياضي وكيف أثر على المنطق، ثم تطرقنا إلى الاتجاهات القائلة بصلة العلمين، وفي الأخير وقفنا على موضوع إصلاح المنطق الصوري وظهور المنطق الرياضي.

المبحث الأول: أبستمولوجيا الرياضيات

مر العلم الرياضي بفترات شهد فيها تطورا مستمرا بالتصاعد نحو استعمال العقل والتجريد من كل ما هو واقع، وجاء هذا التطور لبلوغ الدقة العلمية إذ اصبحت الرياضيات اليوم نموذجا يمثل الحقيقة، وذلك بفضل النظريات التي قدمها الرياضيين كحلا للعديد من المشاكل كنظرية المجموعات، ونقد النسق الهندسي التقليدي...، هذا ما دفع بالعديد من العلوم إلى التطور لبلوغ الدقة الرياضية ومنها المنطق.

1..الرياضيات من الواقع إلى التجريد

اعتبر العلم الرياضي علما تجريديا منذ الفترة اليونانية، باعتبار أن اليونان هم من اكتشفوا ووضعوا قوانينه الرياضية، وبالضبط مع **(طاليس Tales 624-546ق.م)** و**(فيثاغورس pythagoras)** و**(إقليدس Eclides 430-320ق.م)**، لكن رغم ذلك لا يجدر الحديث عنهم دون المرور بما قدمه إنسان الحضارات الشرقية، هذا اعتراف بما قدموه للرياضيات.

تعرف الإنسان في القديم على **(الرياضيات Mathematic)** انطلاقا من حاجته اليومية، فاكتشف الحساب وبعض الأشكال الهندسية، وبسبب الظواهر الطبيعية أوجد مساحات الحقول ووضع الرموز التي كان يمثلها بما هو موجود في الواقع، وأيضا من معاملته التجارية تعرف على الحساب. إذن كان للرياضيات موضوعا تدرسه منذ القدم ومنه جاء تعريف هذا العلم على أنه «علم الكم المتصل، والكم المنفصل»[1]، ويقصد بالأول الهندسة اما الثاني هو الحساب.

كان المصريون بحاجة إلى التعرف على مساحات الأراضي بسبب فيضان نهر النيل فظهر لديهم الحساب وكان مصدره الهندسة، فانطلقوا من الأشكال التي أمامهم وتعرفوا على

[1] محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1969، ص23.

قانون حساب مساحة المثلث، وقدروا محيط الدائرة «ففي المثلث المتساوي الساقين أضلاعه أ، أ، ب مساحته تساوي أ في ب على 2 (أ× ب/2) تكون النتيجة بشرط أن يكون أ أكبر من ب»[1].

كما عرف البابليون الرياضيات من تعرفهم على علم الفلك ولا تزال أفكارهم على يومنا هذا، حيث اتبعوا النظام "الستيني" في حساب الكسور لأن عدد قواسمه أكثر من عدد قواسم النظام العشري، ومن آثار النظام الستيني نجد 60 ثانية، 60 دقيقة، 360 يوم... كما أقاموا الجداول الرياضية التي ساعدتهم على قيام عمليات الضرب والقسمة[2]. لذلك نرى مدى تقدم العلم الرياضي في الحضارة البابلية، إذ سيكون له أثر في قيام العلم الرياضي عند اليونان.

كانت نشأة الرياضيات عند اليونان نتيجة تأثرهم بما قدمته الحضارات الشرقية، فلم يبتكروا الرموز الرياضية من البداية وإنما يعود الفضل للبدايات الأولى، وعليه يجدر القول بأن ما أضافوه هو جعلها علما مجردا له علاقة بالعقل أكثر من الواقع، أي تحويلها من الأرض إلى السماء، كما قدموا مفاهيم لم تكن موجودة من قبل، بالإضافة إلى تقديم قوانين ونظريات جديدة.

اتصل العلم الرياضي بكل ما هو ذهني مع المدرسة الفيثاغورية، هذه الأخيرة تضم مجموعة شخصيات ساهمت في إقامة هذا العلم ومنها **(فيثاغورس)** الذي تنسب إليه الرياضيات في هذه الفترة بالذات، فاتخذ فكرة العدد كأساس لتقديم أفكاره، إذ اعتبره مصدر الأشياء، فللعدد مكانة عظيمة لديهم حتى في تقديم آرائهم الفلسفية والتي تأثر بها **(أرسطو)**. حيث يقولون: «إن جوهر الأشياء هو العدد»[3].

---

[1] محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع نفسه، ص30.

[2] أنظر : زكريا منشاوي الجالي، المؤثرات المتبادلة بين المنطق والرياضيات النسق نموذجا، دار الوفاء، الإسكندرية، ط1، 2010، ص53.

[3] عبد الرحمن بدوي، الموسوعة الفلسفية، المرجع السابق، ص229.

إن مكانة العدد عند فيثاغوريين مكنتهم من تقديم تفسيرا للوجود، وهو قسمين فردي وزوجي، يقابل النوع الأول المحدود أما الثاني يعبر عن اللامحدود. لأن الفردي لذاته فقط في حين الزوجي هو قابل للقسمة دائما. ومن هذا المنطلق اكتشفوا أنواع أعداد أخرى بالإضافة إلى الأعداد (**المعقولة rational**)* و الأعداد (**غير المعقولة Irrational**)**.

أعطى الفيثاغريون أهمية للأعداد من (1، 2، 3، 4) لأن مجموعها يساوي (10) ويقبل القسمة على كل الأعداد، وبالعدد أيضا قدموا تفسيرا للموجودات،ال فالواحد يقابل العقل لأنه ثابت، وسبعة رمز لأيام الأسبوع، والأربعة رمز للعدالة، ورمزوا للظن بالعدد اثنان لأن فيه تردد...[1].

كشف (**فيثاغورس**) أهم قاعدة في الرياضيات لحساب مساحة المثلثات، وهي النظرية القائلة بأن: «مربع الوتر في المثلث القائم للزاوية يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين»[2]. فلنفترض المثلث (أ، ب، جـ) قائم في (جـ) بحيث (أ، جـ) تساوي 4 و(جـ، ب) تساوي 2. إذن (أ، ب)^2 تساوي (أ، جـ)^2 + (جـ، ب)^2 بالتعويض نجد: (أ، ب)^2 تساوي (4)^2 + (2)^2 أي: (أ، ب)^2 تساوي 16+4 إذن (أ، ب)^2 تساوي $\sqrt{25}$ و(أ، ب) تساوي 5.

كان لـ (**فيثاغورس**) الفضل في جعل المفاهيم الرياضية عقلية مجردة من كل ما هو ملموس، وعليه ارتبط هذا العلم باسمه منذ البداية، ومن هنا كتب للرياضيات التطور أكثر لتتشكل تلك القطيعة بين الحضارات الشرقية واليونانية. ومن بين الأسماء التي برزت بعد (**أرسطو**) نقصد (**إقليدس**) الذي أسس النظريات الهندسية.

* الأعداد المعقولة (rational): أي الاعداد التي يتصورها العقل وتعرف عند العرب بالأعداد المنطوقة.

** الأعداد غير المعقولة (Irrational): وهي الأعداد التي لا يتصورها العقل ووسماها العرب "الاعداد الصماء".

[1] أنظر: فاروق عبد المعطي، فيثاغورس فيلسوف علم المنطق، دار الكتب العلمية، بيروت، ط1، 1994، ص32.

[2] محمد عابد الجابري، المدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط5، 2002، ص60.

إضافة إلى ما قدمه الفثاغوريين أقام **(إقليدس)** –ضمن أهم كتاب له بعنوان "**الأصول**"– نسقا هندسيا كاملا ونموذجا للهندسة بات أساسا لإقامة البرهان، وهذا الأخير مستمدٌ من المنطق الأرسطي كما يرى البعض بأن كل من أورغانون أرسطو وهندسة إقليدس نشآ جنبا بجنب، وهذا إن دل على شيء فهو دليل على علاقة المنطق بالرياضيات منذ القدم.

كان **(إقليدس)** رياضي زمانه حيث تصدر كتابه المشار إليه سابقا مكانة عظيمة في المتحف الذي شيده **(بطليموس)** الثاني، وعلى رغم مكانة الرياضيات الفيثاغورية، إلا أن ما قدمه **(إقليدس)** كان أبلغ صورة عن الرياضيات كعلم يقيني. ليس لأنه قدم العديد من النظريات وحسب، بل لأنه كان سباقا في استعمال المنهج البرهاني لعرض نظرياته المترابطة مع بعضها البعض حيث «يتوقف فيه برهان كل نظرية لاحقة على نظريات أخرى سبق برهانها»[1].

شُيد السرح الهندسي الإقليدي على أسس منطقية واضحة أعجب به الملوك أنذاك بل حتى أنهم حاولوا تغييره لكنهم لم يجدوا البديل عنه، جمع **(إقليدس)** شتات الرياضيات عن سابقيه، فكان **(أرسطو)** سباقا لوضع المبادئ الأولى في كتابه التحليلات الثانية، وكان **(فيثاغورس)** قد مهد لبعض المفاهيم الرياضية، من هنا قدم ثلاث مبادئ أساسية لقيام أي نظرية وهي:

1)**التعريفات (Definition)**: ينظر للتعريفات الإقليدية باعتبارها مبادئ، ليست بمعنى الجوهر، وإنما هي مسلمات لا وجود لها في الواقع، والهدف منها التوضيح اللغوي فقط، وعليه هي مجرد أفكار عامة لا تحتاج إلى برهان ونذكر منها:

–النقطة هي ما ليس له مقدار. –السطح هو الذي له طول وعرض

[1] محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع نفسه، ص40.

-الزاوية المنفرجة هي الت يتكون أكبر من القائمة.

-الزاوية الحادة هي التي تكون أقل من القائمة.

-المثلث المتساوي الساقين هو المثلث الذي له ضلعان متسويان.

2)**المسلمات (Postulates)**: تعبر المسلمات الإقليدية على التصورات التي تقابل التعريفات السابقة، لهذا لها دور في إقامة النسق الهندسي وهي:

-من الممكن رسم مستقيم بين نقطتين. -من الممكن مد مستقيم محدود إلى أي طول.

-من ممكن رسم دائرة من أي مركز وعلى أي بعد من هذا المركز.

-كل الزوايا القائمة متساوية. -مسلمة التوازي

وللإشارة اختلفت الآراء حول عدد المسلمات فمنهم من يقول ثلاثة فقط، في حين يوجد من أضاف اثنان وقال بأنها خمسة.

3)**البديهيات (Axiomes)**: وهي قضايا نقبلها لوضوحها وهي:

-الاشياء المساوية لشيء واحد متساوية فيما بينها. -الكل أكبر من الجزء.

-إذا أضفنا أشياء متساوية إلى أشياء فالنواتج الكلية تكون متساوية.

-إذا طرحنا أشياء متساوية إلى أشياء غير متساوية فبواقي الطرح تكون متساوية

-المقادير التي ينطبق أحدها على الآخر تكون متساوية[1].

[1] أنظر: كمال محمد عويضة، إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتب العلمية، بيروت، ط1، 1994، ص 73، 76، 78.

2..الرياضيات عند العرب

عرف العرب الرياضيات منذ القديم أي قبل الإسلام، لأن معاملتهم التجارية أجبرتهم على تعلم الحساب، فوضعوا بعض الرموز واكتشفوا أنواع الأعداد كما قاموا بحل المعدلات على اختلاف درجاتها. هذا ما سمح للعلم الرياضي بأن يتقدم نحو استعمال العقل أكثر وعلى الرغم من التأثيرات الخارجية التي وردت إليهم بفعل الترجمة، لكن لهم فضل كبير على هذا العلم.

تعرف العرب على إنجازات الشعوب الأخرى بفضل الترجمة، فترجمتهم للموسوعة الهندية المعروفة باسم "**السدهانت**" بأمر من الخليفة (**العباسي أبو جعفر المنصور**)، وأيضا ترجمتهم لكتاب "الأصول" لإقليدس، مكنهم هذا من التعرف على الحساب والهندسة فمن الحساب الهندي هذبوا الأرقام واكتشفوا الأعداد الغبارية* والاعداد الهندية**.

عبروا عن الأعداد بالكلمات مثلا 4 (أربعة)، 10 (عشرة)...وتميز الحساب عند العرب في بدياته الأولى بحساب الجمل بالاستناد إلى الأحرف الدالة على الأرقام كما هو موضح في الجدول التالي[1]:

العدد	الحرف	العدد	الحرف
1	أ	20	ك
2	ب	30	ل
3	ج		
4	د		
1	ي		

* الأعداد الغبارية: وتعرف أيضا بالأرقام العربية، وسميت بالغبارية لأنها كانت ترسم على المسطحات الترابية وهي: 1، 2، 3، 4،...الخ.

** الأعداد الهندية: وهي الارقام التي تستعمل في المشرق العربي ولازالت تستخدم إلى يومنا هذا.

[1] محمد حسين محاسنة، أضواء على تاريخ العلوم عند المسلمين، دار الكتاب الجامعي، الإمارات العربية المتحدة، ط1، 2001، ص197.

مثلا: يا= أ+ ي بتعويض الحروف بالأرقام نجد 11= 1+ 10

دل= د+ ل بالتعويض نجد 34= 4+ 30.

برزت عظمة الرياضيات عند العرب بجعلها في المراتب الأولى لتصنيفهم للعلوم فمنهم من اعتبرها مدخلا أساسيا لدراسة الفلسفة كما هو معروف عند **(الكندي)** إذ يؤكد على العلم الرياضي لنيل الفلسفة لما يمتاز به هذا الأخير في استعمال العقل مما يكسب الإنسان القدرة على التفكير، كما أعطى **(ابن سينا)** تصنيفا خاصا بالعلوم الرياضية، ويرى **(الغزالي)** أن إنكار الرياضيات أعظم جريمة[1]. فهذا دليل على مدى اهتمام العرب بالرياضيات وميزة العلم في الوقت نفسه.

ويبقى الحديث غير مكتمل عند التطرق إلى الرياضيات عند العرب دون ذكر أحد كبار الرياضيين الذين كان لهم الفضل في تطور هذا العلم والذي كان له تأثيرا حتى على العلم الغربي، نقصد **(محمد بن موسى الخوارزمي 164هـ/781م -235هـ/850م)**، ألف أهمهم كتاب في عهد المأمون بعنوان "المختصر في الجبر والمقابلة" بين 813، 833م، وكتب في عن "الجبر" لذلك يلقب **(الخوارزمي)** بـ"أب الجبر"، كما أخذ الغرب هذا العلم بنفس اللفظ "**Algébre**".

ورد لفظ الجبر عند (الخوارزمي) مرادفا "للحساب"، قدم في بداية الكتاب رموزا جبرية كمبادئ للحساب (+، =، ×، ÷) واشارة إلى الجذر التربيعي أو كما يسميه (المال) وأكد على اللاشيء أي الصفر. كما قام بصياغة معادلات بحدود مختلفة منها بحدين وأخرى بثلاثة حدود، حيث أحتفظ بستة منها ثلاثة لكل معادلة[2] وهي:

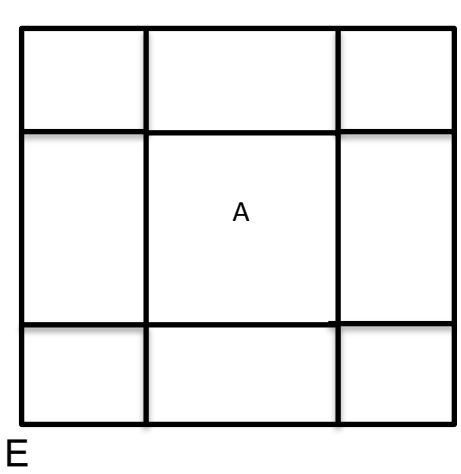
$Ax^{2=} bx + c$ $ax^2 + c = bx$ $ax^2 + bx = c$

[1] أنظر: يمنى طريف الخولي، فلسفة العلم في القرن العشرين، مؤسسة هنداوي، مصر، 2012، ص43.

[2] رشدي راشد، تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب، تر : حسين زين الدين، مركز دراسات الوحدة العربية، لبنان، ط1، 1989، ص25.

$ax^2= bx$ $ax^2=c$ $bx=c$

هيء (الخوارزمي) الرموز الجبرية لقيام العمليات الحسابية، ومن ثم حل المعادلات على اختلاف درجاتها، كما استعان بالهندسة للقيام، مثال[1]:



لدينا: مساحة المربع $A= x^2$.ومساحة المستطيلات تساوي $x \frac{b}{4}$.

ومساحة المربعات تساوي $(\frac{b}{4})^2$

إذن: مساحة المربع (DE) تساوي

$$X^2+ bx\ 4(\frac{b}{4})^2= c+\ 4(\frac{b}{4})^2$$

$$(x+ \frac{b}{2})^2= c+\ 4(\frac{b}{4})^2$$

$$X= \sqrt{c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2} - \frac{b}{2}$$

قدم (الخوارزمي) الجبر في صيغة متكاملة قابلة للبرهان من جهة والحساب من جهة أخرى، وبالاستعانة بالهندسة لتطبيق العمليات الحسابية واستنتاج القوانين ضمن تلك

[1] رشدي راشد، رياضيات الخوارزمي تأسيس الجبر، تر:نقولا فارس، مركز دراسات الوحدة العربية، لبنان، ط1، 2010، ص85.

المعادلات المختلفة الجدود، وذلك لتحسيب الجبر ومنه جاء في مطلع مؤلفه المذكور سابقا وضع الرموز والمبادئ الاولية ليطبق تلك العمليات يقول عنه رشدي راشد: «إن الجبر المعد من قبل الخوارزمي (...) والعلم القائم بذاته، يمتلك إذا بعده التاريخي وحمل بقوة إمكانية أول تعديل: حسبنة الجبر»[1].

امتدت الأعمال الرياضية عند العرب إلى ما بعد (الخوارزمي)، أولا اعترافا واعجابا بما قدمه هذا الأخير، وثانيا محاولة التقدم بعلم الجبر نحو التجريد أكثر. ومن بين الرياضيين العرب الذين يعود لهم الفضل في علم الرياضيات نجد (الكرجي)* أو (الكرخي) الذي كرس حياته من أجل تقديم أعمال رياضية عظيمة يقول عنه وبيك (**Wocpke**): «قدم أولا النظرية الأكثر اكتمالا أو بالأصح النظرية الوحيدة في الحساب الجبري عند العرب التي نعرفها الآن»[2].

عمل (الكرجي) على توسيع الحساب الجبري بحيث استخدم طريقة أخرى لقيام العمليات الحسابية، وبالتالي الاستغناء عن التمثيل الهندسي للمعادلات الجبرية، وهذا من الصفر إلى ما لانهاية [0، ∞[. وبدأ بالمعادلات ذات الحد الواحد ومن ثم إلى كثيرة الحدود كما قام بتطبيق العمليات الحسابية على الأعداد الصماء، لذلك كان له أثر في علم الجبر استفاد منه العرب والغرب[3].

---

[1] رشدي راشد، تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب، المرجع نفسه، ص33.

* الكرجي: هو أبو بكر محمد بن الحسن الكرخي (أو الكرجي كما نجدها في بعض المؤلفات) ولد ببغداد سنة 361هـ – 970م، وتفي سنة 477هـ–1036م.

[2] رشدي راشد، المرجع نفسه، ص33.

[3] أنظر: المرجع نفسه، ص– ص36– 39.

إذا كان هدف اليونان هو فصل الرياضيات عن الواقع ليرتقي هذا العلم إلى درجة التجريد، فإن العرب قد حققوا هذا الهدف ليصبح العلم الرياضي أكثر تجريدا، بتحسيب الجبر واستنباط القوانين التي تقوم عليها العمليات الحسابية. ليصبح تأثيرهم على الغرب ليرتقوا بعلم الجبر إلى مستوى أعلى من الكلام.

3..الرياضيات في العصر الحديث

مما لاشك فيه هو أن القرن السادس عشر بالنسبة للعالم الغربي يمثل ثمرة رياح النهضة التي هبت من اليونان والعرب، وهذا مقابل ما حققته الفيزياء والميكانيك من تطور وعلى هذا برز رياضيون فقدموا الكثير للعلم الرياضي لتجاوز مركزية الهندسية الاقليدية وإضفاء الرموز على الجبر دون الكلام به كما كان عند العرب.

فتح كل من **(يوهانس كبلرKapler 1571-1630)** و**(جاليلو Galileo 1564-1642)** المجال أمام تقدم العلوم تجاوزا لما فرضته الكنيسة خلال فترة العصور الوسطى، هذا كان سببا لعدم تطور العلوم والتشبث بما قدمه اليونان. ففرضية **(كبلر)** حول "دوران الارض" دفعته نحو النقد ليتحقق من صحتها أو خطئها، ليقول **(جاليلو)**: «كتاب الطبيعة المجيد مكتوب بلغة الرياضيات»[1]، لتتوج هذه المحاولات بأعمال **(اسحاق نيوتن Neathon 1643-1727)** الذي قدم قانونا للجاذبية. وهذا ما ساهم في التقدم العلم الرياضي ليصبح علما تجريديا محضا لاسيما مع جبر **(فيت)** وهندسة **(ديكارت)** وحساب **(لبنتز)**.

اقترن الجبر باسم آخر في الغرب خلال العصر الحديث وهو **(فرنسوا فيت F. Viéte 1540-1603)** لأنه طور هذا العلم بوضع الرموز بدل الكلام، فأدخل بعض الحروف الهجائية للدلالة على الأعداد، وأقام هذا الأخير علما حسابيا أساسه حساب الأعداد، وعلم الأنواع. هذا ما أنتج قوانين رياضية تتميز بالشمولية كقانون الاقتران (**Law of association)** الذي يسمح بالتبادل داخل الأقواس دون إحداث اختلالات في النتيجة مثال: (أ+ ب) +جـ= أ+ (ب+ جـ)، كما اكتشف قانون التوزيع **(Law of Distribution)** الخاص بالجمع والضرب مثال: (أ +ب) (جـ +د)= أ .جـ +أ .د +ب .جـ+ ب.د[2].

[1] يمنى الخولي، فلسفة العلم في القرن العشرين، المرجع نفسه، ص78.

[2] أنظر : محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص85.

انتهج **(فيت)** طريقا واضحا للتقدم بعلم الرياضي بخلاص الجبر من الكلام، لكنه لم يكمل ذلك إلى النهاية لأنه لم يقوم بالفصل بين الجبر والهندسة، كما يرى المؤرخ الرياضي **(برنغهايم)** إذ يقول: «إن فيت هو الذي علمنا كيف نحسب بالحروف الدالة (...) ولكن فيت وقف في منتصف الطريق عند خطواته الأولى، وذلك لأنه لم يعرف كيف التخلص على نحو كاف من التفسير الهندسي للعبارات الجبرية»[1].

1.3..الهندسة والجبر عند ديكارت

يعد **(ديكارت)** ثاني اسم ارتبطت به الرياضيات في نفس الفترة، إذ يعود له الفضل في خلاص الجبر من الهندسة، فتراجعت بذلك الريادة التي احتلتها الهندسة، يقول **(تريتن)**: «إنه منذ ديكارت انتقلت الرياضة من مرحلة الحرفة الصغيرة إلى مرحلة الصناعة الكبيرة»[2].

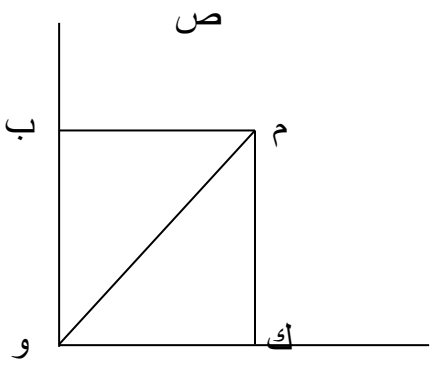
أدخل **(ديكارت)** التحليل على الرياضيات فأقام هندسة مختلفة عن الهندسة الاقليدية، تعرف بالهندسة التحليلية **(Analytic Geometry)**، ويطلق عليها لفظ "الكارتيزية" نسبة إلى واضعها، وتبحث هذه الأخيرة في بيان الخواص الداخلية للأشكال الهندسية على عكس الأولى التي كانت تهتم بالعلاقات الخارجية، وطور في الجبر فدل على الأشكال المستوية بمحورين متعامدين ذات الطول والعرض، واستخدم ثلاث محاور للتعبير عن الأشكال ذات ثلاثة أبعاد. وهذه طريقة مبتكرة للتعبير «عن حقيقة رياضية يستطيع العقل التعبير عنها بلغة مزدوجة هي الجبر والهندسة»[3].

يوضح المثال التالي كيف عبر (ديكارت) بمعادلة جبرية عن شكل هندسي

[1] محمد عابد الجابري، المدخل إلى فلسفة العلوم، المرجع السابق، ص67.

[2] محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، الرجع السابق، ص85.

[3] محمود قاسم، المنطق الحديث ومناهج البحث، مكتبة الانجلو المصرية، مصر، ط2، 1953، ص242.



«لتعيين إحداثيتين س، ص

لدينا مسافتين: م ك، م ب يفصلهما محورين متعامدين

س و، ص و، فإذا تحركت النقطة م يظل بعدهما ثابت

إذن: ترسم الدائرة معادلتها س^2+ ص^2= ع^2»[1].

الشكل رقم 3

سعى **(ديكارت)** إلى تحقيق "رياضة كلية" لذلك قام بإدخال "التحليل" الذي فتح مجالا واسعا أمام الرياضيات حتى تتقدم نحو التجريد الخالص، فتم اكتشاف أنواع جديدة من الأعداد بالإضافة إلى الأعداد الصماء، فما عجز عن تحقيقه القدماء في ما يخص الحساب، قد أصبح ممكنا في العصر الحديث وفي هذه النقطة يجدر الإشارة إلى ما قدمه (ليبنتز) للعلم الرياضي.

2.3..الحساب عند ليبنتز

قد ساهمت الأبحاث الرياضية التي قدمها **(ليبنتز)** حول الرياضيات بإجراء عمليات حسابية حتى بوجود "الأعداد التخيلية والمركبة". وهذا باكتشاف حساب جديد يعرف بحساب التفاضل والتكامل واللامتناهي الأصغر. فماهي أسس هذا الحساب؟

أولا لابد من الإشارة بأن **(اللامتناهي)** هو مفهوم فلسفي عرف منذ القدم، حيث ارتبط بفلسفة الدين فكانت من صفات الإله هي اللامتناهي والتي كان يقصد بها الكمال. وأثبت

[1] محمود قاسم، المنطق الحديث ومناهج البحث، المرجع نفسه، ص243.

(ديكارت) هذا باعتبار أن الإله هو الكائن الكامل الذي لا حدود له، كما أشار **(ليبنتز)** إلى فكرة اللامتناهي في استعمال لفظ المناد ليدل على القدرة الإلاهية لأنه غير متناه[1].

اللامتناهي في الرياضيات مرتبط باللامتناهي في الصغر وهو: «عدد أو مقدار مع أنه ليس الصفر إلا أنه أصغر من أي عدد أو مقدرا متناهي»[2]، ويقوم هذا الأخير على أساس حساب المتتاليات اللامتناهية مثلا: أ= $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{3}{8}$...$\frac{ن}{ن+1}$. إذا فرق (**ليبنتز**) بين اللامتناهي الميتافيزيقي واللامتناهي الرياضي. كما قدم الأسس الأولى لحساب اللامتناهي وتعني حساب التفاضل والتكامل.

يقوم الحساب الأول أي التفاضل أو **(culul différentiel)** على الزيادات اللانهائية في الصغر التي يمر بها متغير خلال القيم المتتابعة التي تعطى له، في حين يرتكز النوع الثاني من الحساب أي التكامل أو**(culul Intégral)** الذي يبحث عن الارتباط الذي يقوم بين المتغيرين[3]. أوجد **(ليبنتز)** هذا الحساب لحل مشكلة اللامتناهي في حساب السلاسل.

قد تقدم العلم الرياضي خلال الفترة الحديثة نحو إيجاد العديد من النظريات ولا سيما "نظرية المجموعات" التي سيقدمها **(كانتور)** وكذا تطوير علم الحساب وهذا بفضل إدخال التحليل، كما كان له دور لتجاوز النسق الهندسي الإقليدي، الذي شكل أزمة للرياضيات.

[1] أنظر: زبيدة مونية بن ميسى، فلسفة الرياضة عند جان كيفاييس، رسالة مقدمة لنيل شهادة دكتوراه علوم في الفلسفة، جامعة منتوري قسنطينة، السنة 2007-2008، ص55.

[2] المرجع نفسه، ص56.

[3] محمد عابد الجابري، المدخل إلى فلسفة العلوم، المرجع السابق، ص69.

4..أزمة الرياضيات واللوجستيقا

إن الانبهار بالرياضيات وما حققته من دقة وبلوغ اليقين، جعل منها علم المطلق بل ومثالا للحقيقة. إلا أن تواصل الدراسات والابحاث الرياضية لا سيما القرون الاخيرة بالأخص القرن الثامن عشر والتاسع عشر هز السرح الرياضي التقليدي وشكك في يقينها، هذا ما أدى إلى انهيار النسق الكلاسيكي كالهندسة على سبيل المثال وإيجاد نظريات قدمت حلولا لعلم الحساب.

1.4..أزمة الأسس في الهندسة

كشفت الدراسات الرياضية المعاصرة قصور السرح الهندسي الذي شيده (إقليدس)، وهذا ما أسفر عن ظهور هندسات غير إقليدية. فما هي نقائص الهندسة الإقليدية؟ فما مدى تأثر المنطق الرياضي (اللوجستيقا) بالهندسة اللاإقليدية؟.

سعى علماء الرياضيات قبل القرن التاسع عشر إلى البرهنة على المسلمة الخامسة* التي جاء بها (إقليدس)، إذ عمل هؤلاء على إبقاء النسق الهندسي القديم دون محاولة نقده مع تغييرات لم تكن كافية للقول بأنها هندسة جديدة. وهذا إلى غاية القرن التاسع عشر إذ تم التوصل إلى حقيقة حتمية وهي «أن مسلمة إقليدس لا يمكن البرهنة عليها، ومن الضروري أن نسلم بها دون برهان، أو نسلم بأخرى تعادلها»[1].

بدأت الدراسات النقدية لهندسة إقليدس تتصاعد أكثر فأكثر، بمحاولة إيجاد بديل للمسلمة المذكورة أعلاه أو تبسيطها، وربما مكان غير متوقع هو إنتاج هندسات جديدة نتيجة

* تنص المسلمة الخامسة في هندسة إقليدس على أن: «إذا قطع خط مستقيم خطين مستقيمين آخرين بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين الموجودتين من جهة واحدة أقل من قائمتين، فإن المستقيمين المذكورين متواريين وامتدادهما يتلاقيان» وتعرف ايضا بمسلمة التوازي(parallèle postulate) (دونالد جينليز، فلسفة العلم في القرن العشرين، تر: حسين علي، التنوير للطباعة والنشر والتوزيع، بيروت، ط1، 2009، 251).

[1] بول موى، المنطق وفلسفة العلوم، ج1، تر: فؤاد زكريا، مكتبة نهضة مصر، القاهرة، 1961، ص179.

مشكلة التوازي، ولتجاوز هذه الاخيرة وجد العلماء انفسهم أمام هندسات متعددة أو ما يعرف بالهندسة اللاإقليدية (non eucliden geometry).

كانت أولى المحاولات في تقديم نسق هندسي مختلف عن نظيره التقليدي، هي تلك المحاولة التي قام بها الإيطالي **(جيسوت جيرولامو ساكيري Saccheri 1667-1733)** قدم أبحاثا في الهندسة لحل مشكلة التوازي، فوضع مجموعة مسلمات أخرى، لتبدو له في ما بعد بأنها متناقضة وغير معقولة فعاد لإثبات صحة الهندسة الإقليدية[1].

إلا أن ما غفل عنه **(ساكيري)** أن ما قدمه هو هندسة جديدة، ورغم تراجعه إلا أن أبحاثه كانت بداية فعلية لتوسيع مجال النقد لما قدمه **(إقليدس)**، ومن هذا المنطلق تكثفت الأبحاث لتعدد الهندسات.

تواصلت الدراسات الرياضية الرامية لإيجاد حلولا لمشكلة التوازي الناتجة عن الهندسة التقليدية، فتعززت هذه الابحاث بظهور علماء قدموا إضافات جديدة للهندسة، ومنها ما قدمه الرياضي المجري **(جون بولياي Hohn Boyai 1802-1860)** والروسي **(لوباتشفسكي Lobachevsky 1792-1856)** هذا الأخير قدم أبحاثا نشرت عام 1830 باللغة الروسية، ثم أعيد نشرها باللغة الفرنسية عام 1837 في مجلة (Jornal de Grelle)[2].

أقام (بولياي) و(لوباتشفسكي) بديهة بديلة عن بديهة (إقليدس)، وهندستهما التي تصوراها على مكان مقعر وبالتالي أصبح مجموع زوايا المثلث أقل من 180°، بالإضافة إلى إمكانية رسم عدد لانهائي من المتوازيات، كما اعتبرا أن مجموع زوايا المثلث ليس ثابتا

[1] دونالد جينليز، فلسفة العلم في القرن العشرين، المرجع نفسه، ص255.

[2] أنظر : بول موى، المنطق وفلسفة العلوم، ج1، المرجع نفسه، ص، ص179، 180.

كما كان سائدا سابقا وإنما مجموعها متغير بتغير المساحة. من هنا اتضح أن هذه الأخيرة هندسة غير إقليدية ويطلق عليها اسم هندسة "**ريمان-لوباتشفسكي**"[1].

انتشرت الهندسة اللاقليدية أكثر بعد الأبحاث التي نشرها العالم الرياضي الألماني **(ريمان Riemann1826-1866)**، فقدم نسقه الهندسي ضمن محاضرة قدم فيها تصوره لهندسة جديدة، إذ اعتبر أن المكان كروي، وعليه أقر بعدم «وجود خطوط متوازيين فكل الخطوط المستقيمة تتقاطع مع بعضها البعض (...) ومجموع زوايا المثلث دائما أكبر من 180°»[2].

2.4..نظرية المجموعات والمنطق

إن الصعوبات التي واجهت قدماء الرياضيين والتي كانت عائقا في إجراء العديد من العمليات الحسابية. هي نفسها الأسباب التي أدت إلى اكتشاف نظريات أوجدت بها حلولا لمشاكل عدة، فهذه الأخيرة التي دفعت بالعلم الرياضي نحو تحقيق الدقة، ومن النظريات التي نود الحديث عنها والتي لها علاقة بالمنطق نجد نظرية المجموعات (**Theory of Sets**). فما المقصود بالمجموعات، وماهي الحلول التي قدمتها للرياضيات؟. ويكمن الهدف من إدراج هذا العنصر في بحثنا هو محاولة معرفة دور هذه النظرية في المنطق الرياضي (اللوجستيقا).

انبثقت فكرة المجموعات من إثارة مسألة اللانهائية في الرياضيات، والتي في الحقيقة هي مسألة فلسفية أثارها فلاسفة اليونان منذ **(زينون الإيلي)**، كما عرفها **(طاليس)** بأنها -أي اللانهائية-: «تلك التي ليس لها بداية أو نهاية»[3].

---

[1] أنظر : فليب فرانك، فلسفة العلم الصلة بين العلم والفلسفة، تر: علي علي ناصف، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، ط1، 1983، ص-ص 95-99.

[2] دونالد جينليز، فلسفة العلم في القرن العشرين، المرجع نفسه، ص261.

[3] عبد اللطيف يوسف الصديقي، مسألة اللانهائية في الرياضيات نظرية جورج كانتور، دار الشروق، عمان، ط1، 1999، ص33.

تعتبر اللانهاية في الرياضيات من الناحية التاريخية منذ **(فيثاغورس)** وتلامذته، وذلك عن طريق اكتشاف "المسألة اللاقياسية" ومن ثم اكتشاف الأعداد الصماء. إذ يرى **(راسل)** أن أول من تطرق إلى مسألة اللانهاية في الرياضيات هو **(فيثاغورس)** ويقول: «إن مسألة اللانهائية بدأت أول الأمر عند الفيثاغوريين في محاولتهم للمسألة اللاقياسية»[1].

ظهرت نظرية لمجموعات في الرياضيات في القرن التاسع عشر، ضمن أعمال الرياضي الألماني **(جورج كانتور Georg Cantor 1854-1918)** التي نشرها ما بين سنة 1883 إلى 1895. والذي انصبت اهتماماته على «تأسيس بناء راسخ للأعداد اللانهائية التي أطلق عليها الأعداد المغولة **(Transfininte numbers)**»[2].

تمثل المجموعات أساس الرياضيات، فالكتابة بطريقة المجاميع بسطت المعرفة العددية اللانهائية (∞)، وبالتالي سهلت إجراء العمليات الحسابية كتلك التي تحتوي على جذور تربيعية والأعداد الخيالية، فالمجموعة مفهوم بسيط، عرفها **(كانتور)** بأنها: «تعني تجمعا في وحدة تامة لأشياء مختلفة تتصورها أو تفكر بها»[3].

إن المجموعة مفهوم عام، تتجاوز الأعداد والأشكال الهندسية إلى الحياة العامة كقولنا مجموعة مدن، عواصم، محلات...، «فتمثل نظرية المجموعات كل النظريات البديهية التي يعرفها القارئ مثل: مجموعة حلقات، وأجسام، أو فضاءات متجهة، أو شبكات وما إلى ذلك»[4]. وما يميز المجموعة هو تشكيل الوحدة بين العناصر وتكتب المجموعات في الرياضيات على الشكل التالي: {1،...} والثلاثة نقاط تعبر عن اللانهائية.

---

[1] عبد اللطيف يوسف، مسألة اللانهائية في الرياضيات، المرجع نفسه، ص34

[2] المرجع نفسه، ص41.

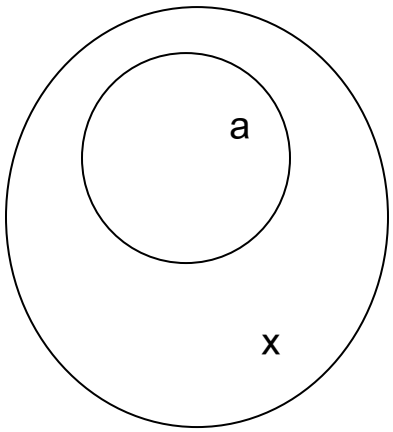
[3] زلاتكاشبورير، الرياضيات في حياتنا، تر: فاطمة عبد القادر المما، المجلس الوطني للثقافة والفنون، الكويت، 1978، ص23.

[4] Jean- Lowis Krivine, théorie des ensembles, cassini, paris, 1998, p7.

أكد **(كانتور)** على إمكانية كتابة الأعداد الطبيعية تصاعديا بطريقة متتالية، أي نكتب العدد الأول من المجموعة ثم إضافة الواحد للحصول على العدد التالي، وبهذه الطريقة اكتشف "الأعداد المغولة" أي ما بعد اللانهائية. فمجموعة الأعداد الطبيعية {1، {1+1}، {1+2}،...}. وفي مقابل المجموعة ذات محتوى توجد مجوعة فارغة ورمزها ø.

تتضمن طريقة المجموعات علاقات ثنائية تتكون من المجموعة والعنصر والرابطة ومنها هذه العلاقات نذكر:

1.2.4..الانتماء (Affiliation): تمثل هذه العلاقة ثنائية بين مجموعتين أو ثلاثة مختلفة ورمزها "∈"، أما إذا كان العنصر لا ينتمي إلى المجموعة ورمز عدم الانتماء "∉". «إذا كان a∈x، x∈y إذنّ، a∈y. x y z ثلاثة مجموعات فإذا كان x∈y و y∈z إذن x∉z»[1].

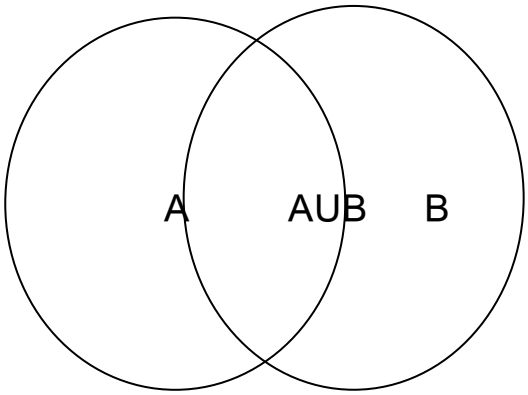


2.2.4..الاحتواء (Inclustion): رمزها "⊃" أي مجموعة محتواها في مجموعة أخرى ونقول إن المجموعة a محتوها في b وتكتب a⊃b وتتميز هذه الرابطة بخاصية التعاكس[2].

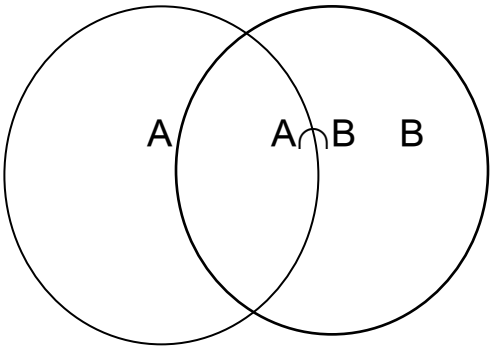
[1] Jacques Zahnd, Logique élémentaire, presses polytechniques et universitaires romandes, 1989, p189.

[2] Ibid, p189.

3.2.4..الاتحاد (Union): تمثل علاقة الاحتواء رابطة بين مجموعتين مختلفتين لتكون مجموعة جديدة مثلا: المجموعة A{ a ,b ,c...} والمجموعة B{d ,e ,f...} وباتحادهما تتشكل المجموعة C{a ,b ,c ,d ,e ,f...} ورمز هذه الرابطة "U" «a,b مجموعتين مختلفتين، {a,b} تمثل عناصر المجموعة بينهما اتحاد وتكتب «aUb[1].



4.2.4..التقاطع: تشكل هذه الرابطة تقاطعا بين مجموعة ومجموعة أخرى بحيث تشكل مجموعة جديدة تسمى بمجموعة التقاطع، حيث تجمع هذه الأخيرة العناصر المشتركة بين المجموعتين، نأخذ على سبيل المثال A={a ,b ,c} و B={a ,c ,f} و تقاطع تكتب: A∩B لنحصل على المجموعة C={a ,c}. وللتوضيح يمكن التعبير عن التقاطع في الشكل التالي:



[1] Jean– Lowis Krivine, théorie des ensembles, Ibid, p10.

تعتبر الرياضيات نموذجا للحقيقة المطلقة، ومع تطور هذا العلم عبر الزمن كان دافعا لتطور العديد من العلوم من بعده وأبرزها علم المنطق، حيث سعى علماء المنطق المعاصرين إلى الجمع بين علمي المنطق والرياضيات، كما استعانوا بما حققه المنطق والعلم الرياضي فكان للنظريات الرياضية أهمية لدى المناطقة أنذك، فكان لنظرية المجموعات دورٌ في عملية الحساب المنطقي التي جاء بها رواد المنطق الرياضي، وتمثل دورها في نظرية حساب الفئات التي تعتبر من أهم النظريات. ومن هذا المنطلق ظهرت العديد من الاتجاهات التي تؤكد صلة المنطق بالرياضيات.

المبحث الثاني: صلة المنطق بالرياضيات

احتل عام 1900 –والذي يمثل تاريخ انعقاد المؤتمر الدولي للفلسفة بباريس– مكانة هامة وبارزة في تاريخ العلم، إذ يعد بداية جديدة لعلاقة الفلسفة بالعلم، حيث التقى ثلة من كبار الفلاسفة والعلماء ومنهم المشتغلين بالرياضيات والمنطق، أمثال: بيانو، فريجيه، راسل، وايتهد...وغيرهم. ففي هذا اللقاء بدأت معالم التحول في تاريخ العلوم وكيفية دراستها، فمن النسقية الكلاسيكية والمركزية المثالية إلى الدراسة النقدية البناءة، إذ توجت دراسة العلوم "بفلسفة للعلم". فجاء ذلك الترابط بين الفلسفة والعلم الذي اكتمل في القرن العشرين[1].

جاء أول تمرد على المثالية الألمانية من الألماني **إدموند هوسرل (Idmund Husserl 1859-1938)** الذي أقر بعدم علمية الفلسفة في كتابه "الفلسفة علما دقيقا" يقول: «أنا لم أقل بأن الفلسفة علم ناقص، بل أقول ببساطة أنها ليست بعد علما»[2].

كما أبرز زيف الفلسفات القديمة ولا سيما الفلسفة الهيجلية، كما حاول تحريرها من كل اعتبارات نفسية وعليه بضرورة تحرير العلوم من "السيكولوجيا" التي تظلل الحقيق، وفي كتابه "مباحث منطقية" الذي قدم فيه مفهوما للمنطق مبتعدا عن أي محتوى فيقدم تعرفا للمنطق بأنه: «ذلك العلم الذي يدلنا كيف علينا أن نعرض العلوم في الكتب تعليمية مخصصة»[3].

إن رسالة المنطق في الفلسفة المعاصرة مختلفة تماما عما كان سائدا في الفترات السابقة، إذ كان ينظر للمنطق على أنه آلة الفلسفة في إرساء فعل التفلسف ومن ثم أصبح يتعذر استعمال كلمة منطق بمعنى واحد لدى الفلاسفة كما يرى **(راسل)**، وهذا راجع لتعدد توجهات الفلاسفة. وكان المنطق عند العرب بمثابة المدخل أو **(ايساغوجي)** كما هو عند

[1] أنظر : يمنى الخولي، فلسفة العلم في القرن العشرين: الاصول، الحصاد، الأفاق والمستقبل، المرجع السابق، ص248.

[2] ادموند هوسرل، الفلسفة علما دقيقا، تر: محمود رجب، المجلس الأعلى للثقافة، القاهرة ، ط1، 2002، ص24.

[3] ادموند هوسرل، مباحث منطقية: مقدمات في المنطق المحض، ج1، تر: موسى وهبه، الكلمة، أبوظبي، ط1، 2010، ص65.

(ابن سينا) في كتابه الشفاء الذي اعتبره مصدرا لدراسة الفلسفة. لذلك «نظرية المنطق التي يقدمها لنا كل فيلسوف ليست منفصلة عن الاتجاه العام للمدرسة التي يمثلها»[1].

انقسم مبحث الحقيقة في الفلسفة المعاصرة إلى قسمين: البحث عن الحقيقة والبحث في الحقيقة. فالأول هو بحث عن وسائل المعرفة ومصدرها بربطها بالوجود الإنساني وبالأخص بما هو واقعي من خلال نظريات متعددة، في حين يهدف البحث الثاني إلى الوصول للحقيقة في ذاتها بمعنى توجه الفكر لبناء الحق بعيدا عن أي محتوى للحدود، مستبعدا كل ما هو واقعي. وهذا هو موضوع المنطق في هذه الفترة. كما ينقسم البحث في الحقيقة إلى قسمين هو الآخر: يسعى الأول إلى البحث في تطابق الفكر مع الواقع، في حين يهدف القسم الثاني إلى البحث في تطابق الفكر مع نفسه، إذ يمثل هذا الأخير مبحث علم المنطق والرياضيات، فبات ينظر إلى هذا العلم على أنه «علم البحث في بناء الحقيقة المتماسكة»[2].

إن الدراسة النقدية التي حظيت بها جل العلوم في الفترة المعاصرة والتي نتج عنها تطور العلوم من الفيزياء إلى الرياضيات وصولا إلى المنطق. ففلسفة العلوم التي اقرت بالحتمية العلمية لتحقيق اليقين، هي الفلسفة التي تبنتها كل من الرياضيات والمنطق معا لتكميل بعضهما. فكان مقابل هذا الهدف ظهور ثلاث اتجاهات فلسفية مقرة بعلاقة المنطق بالرياضيات ونقصد: المنطقانية، الحدسانية والصورانية، وهي كالتالي:

1..المنطقانية (Logicism)

تعرف النزعة المنطقانية بأنها: «الطرح القائل برد الرياضيات إلى المنطق وبالأخص علم الحساب، وتنطلق من فكرتين أساسيتين: الأولى هي أن المفاهيم المركزية للرياضيات يمكن أن تكون من حيث المفردات منطقية، والثانية إن حقائق الرياضيات يمكن أن تكون

[1] يحيى هويدى، ما هو علم المنطق؟ دراسة نقدية للفلسفة الوضعية المنطقية، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، ط1، 1966، ص7.

[2] يحيى هويدى، ما هو علم المنطق؟، المرجع نفسه، ص49.

منطقية المفردات، ومن ثم تصبح حقائق منطقية»[1]. ومنه يتضح الهدف الذي تسعى إلى تحقيقه والمتمثل في ربط الرياضيات بالمنطق.

بدت المعالم الأولى لهدف المنطقانية مع **(ليبنتز)** الذي يمثل أبا للمنطق الرياضي، إذ تفطن إلى ضرورة الجمع بين العلمين كما يعترف **(راسل)** بفضله على المنطق الرمزي. أدخل الرموز الرياضية عليه وحساب، ومن هذا المنطلق بدأت مرحلة التحول الجذري في تاريخ المنطق وذلك بالتفكر في إصلاح المنطق الصوري.

كانت دعوة (ليبنز) للإصلاح متزامنة مع ما قدمه (كانط) في مقدمة كتابه "نقد العقل الخالص"، حيث أشاد بكمال المنطق الارسطي إذ أنه لم يتراجع إلى الوراء، وفي نفس الوقت لم يتقدم بخطوة واحدة نحو الأمام. لكن تغيرت هذه الرؤية منذ القرن التاسع عشر حيث برز مناطقة ورياضيين، قدموا دراسات منطقية رياضية أثبتت أن المنطق في تقدم، ومن بينهم أعمال (دي مورغان وبيرس)، جبر (بول)، إلى منطق (بيانو) ولوجستيقا (فريجه) و(راسل). هذه الأعمال التي بينت أن المنطق في حاجة إلى الرياضيات ليصبح أكثر دقة.

تبلور الاتجاه المنطقاني في فلسفة المنطق والرياضيات منذ سنة 1900 ومن رواده الأوائل (فريجه) ضمن كتابه "Grundgesetze der Arithmetik" و**(راسل)** بكتاب "Principia Mathematica "، حيث برزت فكرة رد الرياضيات إلى المنطق بشكل واضح وذلك من خلال تريف (فريجه) للعدد تعريفا منطقيا ومن ثم أكمل **(راسل)** تلك المهمة. وانطلاقا من فكرة اختزال الرياضيات إلى أصول منطقية، يعتبر أعظم انجاز حققته المنطيقانية هو جعل «الحقائق الرياضية تحليلية»[2].

اكتملت فكرة النزعة المنطقانية بالضبط مع **(راسل)** الذي اكتمل معه المنطق في صيغته الرياضية الكاملة ضمن كتابه "أصول الرياضيات" (PM)، فرد الرياضيات إلى

[1] Ray T. Cook, A dictionary of philosophical logic, edinborgh university, 2009, p179.

[2] Harrie de Swart, Philosophical and Mathematical Logic, Springer, Switzerland, 2018, p351.

المنطق، وبين مدى صعوبة الفصل بينهم لأن كل واحد منهم مكمل للآخر حيث أن: «المنطق هو شباب الرياضيات، والرياضيات هي رجولة منطق»[1].

للإشارة سنتطرق للهدف الذي سعت إليه المنطقانية بالتفصيل في المبحث الثاني، وذلك من خلال ادراجنا لموضوع إصلاح المنطق الصوري، وتناولنا المراحل الاصلاحية التي مر بها المنطق الصوري منذ المنطق الرمزي، إلى منطق العلاقات ثم جبر المنطق وصولا إلى المنطق الرياضي (اللوجستيقا).

2..الحدسانية (Intuitionism)

قد تبنت النزعة الحدسانية كتوجه فلسفي هي الأخرى فكرة علاقة الرياضيات بالمنطق، ومما لا شك فيه هو اختلافها عن المنطقانية التي دافعت عن المبدأ نفسه، فانتقدت التوجهات الرياضية الكلاسيكية التي ارتبطت بالواقع أكثر، رغم التطورات التي شهدها هذا العلم إلا أنها لم تتحرر من المحتويات خصوصا الأشكال الهندسية. فيرى كل من **(بوانكريه Poincre)**، و**(بوريل Borel)** وغيرهم ضرورة إعادة بناء الرياضيات حتى تصبح ديناميكية. فالحدسانية هي: «نوع من البنائية في الرياضيات»[2]، أي بناء القوانين.

دافع أنصار الحدسانية –حتى الجدد– أمثال **(بروير Brouwer)** و**(هايتنغ Heting)** على أهمية الحدس في الرياضيات، فبدل رد الرياضيات إلى المنطق كما فعلت المنطقانية، أقاموا العلم الرياضي على أسس عقلية محضة، وضرورة الحدس لديهم ليس بمعرفة الواقع التجريبي العيني، وإنما واقع بتجربة من نوع خاص، أي «الحدس التجريبي»[3]. في حين أن المنطق هو الوسيلة لتقديم تلك القوانين التي يتم انتاجها عن طريق الحدس.

---

[1] Bertrand Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, London, 1919, P311.

[2] تدهوندرتش، دليل أكسفورد للفلسفة، ج1، تر: نجيب الحصادي، [د.ن]، ل[د.ب]، [د.ت]، ص280.

[3] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط5، 2002، ص112.

إن التساؤلات التي بدأ بها **(بوانكاريه)** في كتابه "العلم والفرضية" تدل على رفضه للمنطق الأرسطي باعتباره مجرد تحصيل حاصل، ومنه يؤكد على ضرورة الشك في مبادئه التي لم تخطر على بال أحد، ليؤسس الرياضيات بمعزل عن مبادئ المنطق الكلاسيكي، يقول: «...فكيف لا ترد الرياضيات إلى مجال واسع من تحصيل الحاصل»[1]. ويقصد بناء العلم الرياضي على أساس الحدس المباشر.

رفض الحدسيون المنطق كأساس لقيام العلم الرياضي بسبب تعقيد مبادئه، وأجمعوا على عدم صلاحية "مبدأ الثالث المرفوع" للوصول إلى نتائج يقينية، لأنه يحمل قيمة ثالثة هذا ما قد يكون سببا للشك. معترفين بمبدأ عدم التناقض فقط، ومنه جاءت فكرة إعادة بناء المنطق ليصبح صالحا لتقديم القوانين الرياضية يقول **(هايتنغ)**: «ليس المنطق هو الأساس الذي أستند إليه، وكيف يجوز ذلك، وهو يحتاج إلى أساس، مبادئه أكثر تعقيدا وأقل مباشرة من مبادئ الرياضيات نفسها»[2].

تقوم الحدسانية على فكرتين أساسيتين الأولى تتعلق بطبيعة الموضوعات الرياضية والثانية نقد المبدأ الثالث المرفوع فيما يخص المنطق. كما تتخذ من المنطق مصدرا لتبليغ الاستدلالات الرياضية، فناقش الحدسيون فكرة "اللامتناهية" في الرياضيات إذ توصلوا إلى أن لا حاجة للحدس في المتناهي، بل تكون ضرورة الحدس في اللامتناهي لتتحقق المعرفة اليقينية، والبناء الصحيح لقوانين الحسابية خصوصا.

حدد الحدسيون مهمة مبدأ الثالث المرفوع والتي حصروها فقط على المتناهية أما اللامتناهية فلا دور لهم فيها، كما قدم **(برووير)** نقدا لمنطق أرسطو ويكشف عن سبب صالحيته، وهذا لأنه لم يلاحظ عليه أي تناقض لأن أحكامه جازمة وتميز الظواهر الحياة اليومية بالبساطة.

---

[1] هنري بوانكاريه، العلم والفرضية، تر :حمادي بن جاء بالله، المنظمة العربية للترجمة، لبنان، 2002، ص79.

[2] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، المرجع نفسه، ص115.

في حين تغير الظروف كما هو في نظر **(برونير)** بات من الضروري إعادة النظر فيه، فيرى هذا الرياضي أن عمل المنطق الكلاسيكي يصلح في الديالكتيك فقط وذلك انطلاقا من اللغة فهو لا يتجاوز الكلمات. فمن هنا يتضح لنا أن المنطق في نظره «لا يمكنه أن يشكل بمبادئه الأساس الذي ينبغي أن تقوم عليه الرياضيات»[1].

أقيمت الحدسية على أسس فلسفية حديثة، فموضوع الحدس في الرياضيات ليس بالموضوع المعاصر المحض إنما تطرق إليه الفلاسفة سابقا ومنهم **(ديكارت)**، وخصوصا **(كانط)**، الذي يؤكد على دور الحدس في الهندسة كمعطى قبلي لإدراك الأشكال الهندسية. من هنا أكد الحدسيون المعاصرون على الحدس لكن ليس في الهندسة وإنما في قيام "الحساب"، ويرى **(هايتنغ)** أن الرياضيات مستقلة عن اللغة وحدس الأفكار العقلية، إذ أن النظرية الرياضية عن واقعة حدسية متغلغلة في باطن أفكارنا، فحينما نقرر أن 4+2= 5+1 فهذا دليل على تكوينها الحدسي أولا وهذا ما أدى إلى إدراكنا بأن نتيجة 4+2 هي نفسها النتيجة التي نتوصل إليها بـ 5+1[2].

تأسست الحدسية على فكرة إدخال الحدس كمرحلة عقلية أولى لصياغة القوانين الرياضية، ومنه كان هدف مؤسسيها هو إعادة بناء الرياضيات على أسس جديدة، لذلك يطلق على هذه النزعة أيضا اسم "**البنائية**". منتقدين في البداية مبادئ المنطق التقليدي ولا سيما "مبدأ الثالث المرفوع"، وحددوا دوره في المتناهيات فقط، أما عن المنطق بالنسبة للحدسيين فمهمته هي تبليغ القوانين الرياضية، وعليه تجاوزوا فكرة رد المنطق إلى الرياضيات.

[1] جراح سليمة، التصور الحديث لمنطق أرسطو (مشكلة مبدأ الثالث المرفوع)، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، [د.ت]، ص146.

[2] علي عبد المعطي محمد والسيد نقادي، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، 1988، ص183.

3..الصورانية (Formalisme)

بعد مرور فترة من صدور كتاب (PM)، ورغم التأييد الذي حظيت به الأفكار التي قدمها (راسل) بنزعته المنطقانية برد الرياضيات إلى المنطق، إلا أن مقابل هذا كله ظهر اتجاه آخر رافض لهذه النزعة وهو الاتجاه الصوراني أو الصورانية، بزعامة المنطقي والرياضي الألماني (**دفيد هلبرت David Hilbert 1862-1943**).

رفض (**هلبرت**) أفكار (**راسل**) فيما يخص صلة العلم الرياضي بعلم المنطق، وتوجه نحو تأسيس نظرية جديدة جمع فيها بين العلمين بأفكاره الخاصة، والتي سمها "**بالنظرية الأكسيوماتيكية (Axiomatic Theory)**. يرى (**هلبرت**) أن الصلة التي تجمع الرياضيات بالمنطق لا تكمن في تواجد الواحد ضمن الآخر، وإنما ذهب في تفكيره إلى أبعد من ذلك حيث رأى أن علم الرياضيات والمنطق نبعا معا بالتوازي، لذلك أسسهما على أساس النسق الاستنباطي للوصول إلى **الصورية الصرفة (Pure Formalism)**[1].

أقام (**هلبرت**) نظريته على أساس حدود أولية لا هي برياضية ولا منطقية، وإنما حدود تتجاوز العلمين معا، لأن تلك المسلمات تعبر عن رموز إسمية فقط، لتحقيق الصورية الخالصة التي تميزهما، فالأصول الأكسيوماتيكية للعلمين بالنسبة لهذا الرياضي «لا هي منطقية ولا هي رياضية، وإنما (...) ذات طبيعة فوقية»[2].

وضع (**هلبرت**) ثلاثة شروط لقيام نسقه يتمثل الشرط الأول في "الاستقلالية" ويقصد بها استقلال المسلمات عن بعضها البعض، ولو تداخلت فيما بينها حتما سيحدث هذا صعوبة في استنباط المسلمات. ثاني شرط قدمه (**هلبرت**) هو "الإشباع" ويقصد أن تكون تلك المسلمات أو الحدود الأولى كافية لإجراء العمليات هذا من ناحية، ومن ناحية أخرى تكون

[1] أنظر: محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المصدر نفسه، ص105.

[2] عبد الرحمن علي الزرقاني، العلاقة بين المنطق والرياضيات : من جبر المنطق إلى المنطق الرياضي، ضمن: مجلة جامعة صبراتة العلمية، العدد4، ديسمبر 2018، ص88.

كافية حتى لا يقع في التعدد الذي يؤدي إلى الشك، وثالث شرط قدمه "عدم التناقض" أي لا بد أن لا يكون تناقضا في المسلمات وإن وجد ستكون القضايا حتما متناقضة[1].

كان هدف **(هلبرت)** هو إقامة الرياضيات والمنطق على أسس صورية بحتة، فوضع شروطا يتحقق بها نسقه الاستنباطي للنظرية الأكسيوماتيكية ، ورغم قوله الملح بعدم صياغة المسلمات لا على العلم الرياضي ولا على المنطق أيضا، إلا أنه عاد في الشرط الثالث إلى المنطق بل وجعله أهم شرط وهو "عدم التناقض". وفي ظل تسارع أبحاثه إلى الأمام نحو التطور لكن بقيت ثابتة نوعا ما أمام أبحاث **(راسل)**.

[1] المرجع نفسه، ص89.

المبحث الثالث: إصلاح المنطق الأرسطي

تميزت مرحلة إصلاح المنطق الأرسطي بإعادة قراءة المنطق الصوري، وهذا بعد التطور الذي شهده العلم الرياضي، حيث تميزت هذه الفترة بالعمل على تقديم منطق جديد يعرف "**بالمنطق الرياضي**" لكن قبل هذا اتخذ هذا العلم عدة تسميات. فما هي تسميات المنطق المعاصر؟ وما مميزات الإصلاح؟

1..المنطق الرمزي (Symbolic Logic):

أول تسمية أطلقت على المنطق الحديث، ويقصد بها منطق (ليبنتز) الذي يعتبره المناطقة والرياضيين "أب المنطق الرياضي"، لأنه أول من أدخل الرموز الرياضية على المنطق التقليدي.

أشاد العديد من العلماء بمنطق (**ليبنتز**)، لأنه الحلقة الأولى في تاريخ المنطق الرياضي، إذ وصفه (**سكولز**) بالشمس في قوله: «إن التفوه باسم ليبنتز يعني الكلام على إشراقة شمس»[1].

رأى (**ليبنتز**) إمكانية جعل المنطق "**نسقا استنباطيا**"، بالاتخاذ من الرياضيات نموذجا لتشكيل القضايا وقيام الاستدلالات، فيجب على المنطق أن يستمد من الهندسة الإقليدية منهجه، ويتخذ من علم الجبر اللغة الرمزية والمعادلات، وعلى هذا يعتبر أول من أدخل الرياضيات على المنطق لذلك سمي بـ"أب المنطق الرمزي"[2].

أعطى (**ليبنتز**) أهمية عظيمة للغة المنطقية، فانصب اهتمامه الأول على تقديم "لغة عالمية" أي لغة تعتمد على الرموز ليسهل استعمالها لدى الجميع في أي مكان وزمان

[1] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، المرجع السابق، ص253

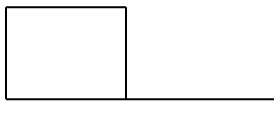
[2] أنظر: محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، المرجع السابق، 53.

وبالتالي حمل مشروعه هدف واحد هو جعل المنطق عالمي أو كلي، «ففي قلب سمة العالمية وجد فن التركيب»[1].

يعد فن التركيب أو (**art of combination**) في فلسفة (**ليبنتز**) البداية الأولى لفكره الفلسفي، إذ يعبر هذه الأخير بمثابة اكتشاف أو اختراع أول الذي قدمه لطرح مشروعه الذي تضمن "صفة الكلية" وأيضا جعل لغة المنطق لغة رمزية، ومنه «يحاول الانتقال من البسيط إلى المركب»[2]. وللإشارة كان (**لول**) سباقا لهذا الاكتشاف من خلال "الفن الأعظم" كما سبق وأشرنا في الفصل الأول.

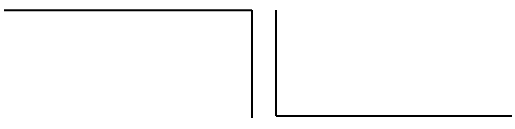
وضع (**ليبنتز**) نسقا منطقيا أساسه الرموز باستعمال العلامات الحسابية كالثوابت مثل: (=، +، −، ÷...)، وبعض الحروف الهجائية للدلالة على المتغيرات، كما قدم أشكالا للتعبير عن القضايا المنطقية وبالإضافة إلى التقسيم الرباعي الكلاسيكي، قدم تقسيما آخر يقوم على ثمانية قضايا وهذا بازدواجية كل نوع من الأنواع، وأشار إلى هذا بخطين مستقيمين لأن «المنطق بالنسبة له جزءا من فن التفكير، لذلك حاول ترجمته إلى نظام رمزي»[3] كما هو موضح في الأشكال التالية[4]:

ب ك. م. كل ب هو س



س

ب ك. س. بعض ب ليس س



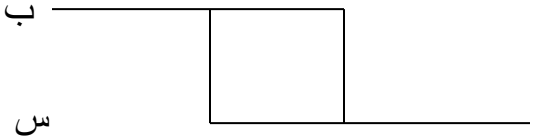
س

[1] Jean Pierre Belna, Histoire de la Logique, Ellipeses Edition Marketing, Paris, 2014, p78.

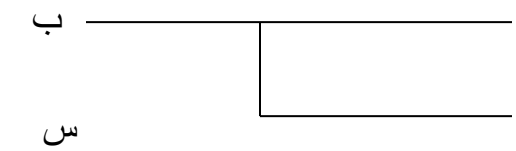
[2] رحموني نور الدين، الاسس الابستمولوجية لنشأة المنطق الرياضي ليبنتز ومسالة البداية الفعلية، أطروحة دكتوراه، جامعة وهران2، سنة 2016-2017، ص 101.

[3] Jean Pierre Belna, Histoire de la Logique, Ibd, p73.

[4] Louis Coutet, la logique de leibniz, félix alcan éditeur, paris, 1901, pp 26, 27.

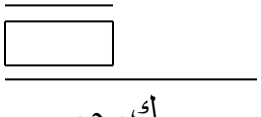


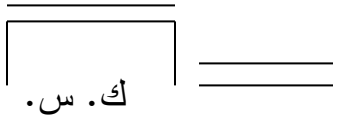
ج. م. بعض ب هو س



ج. س. بعض ب ليس س

تعبر هذه الأشكال عن التقسيم القديم للقضايا، أما الأشكال التالية تعبر عن تقسيم **(ليبنتز)**





بدأت الدراسات المنطقية في تطور دائم ومن بعد **(ليبنتز)** ومع بداية الفترة المعاصرة برز **(أوغست دي مورغان Augustus de Morgan 1806-1871)** هذا الأخير الذي قدم منطقا جديدا، أولى فيه أهمية كبيرة للعلاقات ويسمى بمنطق العلاقات.

2..منطق العلاقات (Logic of Relation)

أولى **(دي مورغان)** اهتماما ظاهرا للعلاقات المنطقية خصوصا ما تعلق بالرابطة المنطقية التي تتوسط الموضوع والمحمول، كما أكمل الدراسات التي سبقته حول الكم المحمول الذي قدمها **(هاملتون Hamlaton)**، فأدخل الرموز الرياضية على المنطق وتوسع في العلاقات، وقدم أيضا قوانين منطقية تعرف بـ "قانونا دي مورغان".

رفض **(دي مورغان)** التصنيف الكلاسيكي للقضايا المنطقية، إذ قدم تصنيفا آخر فاستطاع اكتشاف أنواع أخرى للقضايا مقابل الأربعة القديمة، وباستعمال الرموز التي تدل

على المتغيرات عبر على المدركات الإيجابية بالحروف الكبيرة والمدركات السلبية بالحروف الصغيرة. فإذا كان X يمثل إنسان فإن x يقرا غير – إنسان[1].

يكون إنتاج القضايا عند (دي مورغان) كالتالي:

A– كل X هو y كل x هو Y

E– ما من X ليس y ما من x ليس Y

I– بعض X هو y بعض x هو Y

O– بعض X ليس y بعض x ليس Y[2].

إذا كل المدركات الإيجابية عبر عليها بالحروف الكبيرة، في حين المدركات السلبية هي ذات الرموز الصغير مثلا: تقرأ القضية "A" أي الكلية الموجبة كل X هو y حيث أن X هو مدرك موجب و y هو مدرك سلبي كقولنا كل إنسان فان.

ميز **(دي مورغان)** بين العلاقة **(المتعدية Transitive)** و**(العكسية Convertible)** «فالعلاقة المتعدية حين يكون المتعلق بمتعلق من نفس النوع (...) والعلاقة العكسية تلك العلاقة التي يمكنها أن تستبدل بها علاقة أخرى تؤدي نفس المعنى حين نغير ترتيب الحدود»[3].

إن مكانة **(دي مورغان)** في تاريخ المنطق تكمن فيما قدمه لهذا العلم، حيث قام بصياغة قانونين أصبح يعرف بهما إلى يومنا هذا، كما كان لهما دورا في نظرية حساب

[1] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، المرجع نفسه، ص393.

[2] المرجع نفسه، ص394.

[3] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، المرجع نفسه، ص70.

القضايا وحساب الفئات لاحقا، إن الاكتشاف الذي قدمه حول الجمع والحاصل في القضايا «فيسمي النفي نقيضا، والجمع المنطقي مجاميع، والحاصل المنطقي تركيبا[1]. فكان

(دي مورغان) سباقا لفكرة التبادل في المنطق دون المساس بسلامة التعبير، كما عبر عن قوانينه تعبيرا رمزيا كالتالي: $x+ y = x . y$ $x . y= x+ y$

3..جبر المنطق (Algebra of logic)

كان لمرحلة جبر المنطق دورا مهما في تاريخ علم المنطق، حيث قدم **(جورج بول Georges Boole 1815-1864)** نسقا منطقيا جمع فيه بين المنطق الرياضيات بلغة أكثر دقة، ضمن أهم مؤلف له بعنوان "قوانين الفكر" **(Lows of Thought)**.

يعود الفضل لـ**(بول)** في التقدم بالفكر المنطقي من خلال كتابه المذكور سابقا الذي كان دراسة لمبادئ المنطق، ومن خلال دراسته للرياضيات جمع بين العلمين وبالتالي قدم القوانين الأساسية لعمليات العقل، حيث انطلق من فكرة أساسية وهي «أننا كنا نستخدم في عمليات الجبر رموزا لها خصائص معينة، فمن الممكن استخدام رموز مشتقة من الرموز الجبرية للتعبير عن عمليات فكرية»[2].

أقام **(بول)** نسقا رمزيا استمده من علم الجبر، إذ اعتبر جبر المنطق فرعا من فروع الرياضيات، فأدخل العديد من الرموز الجبرية حيث استغنى عن لغة الالفاظ تماما. كما وضع المتغيرات على شكل فصول أو فئات وبالتالي قدم نظريتين حسابيتين الأولى في حساب القضايا والثانية خاصة بالفصول، فزودنا بثلاثة أنواع من الرموز. يضم النوع الأول رموزا حرفية مثل: (X, Z, Y) وتمثل الفصول أو الموضوعات التي تنصب عليا تصوراتنا. ويقدم النوع الثاني باعتباره الثوابت للعمليات الفكرية منها: (+، −، ÷...) أما النوع الثالث

[1] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، المرجع نفسه، ص395.

[2] ناصر هاشم محمد، المنطق الحديث أسسه ونظرياته، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2020، ص24.

وهو رمز المساواة (=) الذي يدل على علاقة الذاتية لأنها اساسية للدلالة على أن الفصلين من النوع نفسه[1].

فرق (بول) بين الفصل الكلي (**universal class**) والفصل الفارغ (**Enpty class**). يمثل الأول كل الأشياء المتصورة بغض النظر عن وجودها أو عدم وجودها ورمزه (1)، أما الثاني يعبر عن اللاوجود أو اللاشيء ورمزه (0)، كما أشار بالرموز الجبرية للعلاقات التي تربط بين الفصول كما هو موضح في الجدول التالي[2]:

الرابطة	الرمز
الاحتواء Inclusion	⊂
الاحتواء التام Propre Inclusion	⊆
الانتماء Individuel	∈
التقاطع Intersection	∩
الاتحاد	U

و بالاستناد على قانوني التوزيع والتبادل، قدم (**بول**) قوانين للتمكن من البرهنة، فإذا كان لدينا مجموعتان فرعيتان x،y لمجموعة كلية فإن:

القانون 1: $x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup (x \cap z)$

القانون 2: $x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap (x \cup z)$

والقضية في رأي (**بول**) إما صادقة أو كاذبة، و حسب حالة القضية قدم تعبيرات جبرية كما هو مبين في الجدول، لنفترض أن (x) يمثل الصدق و(1−x) يدل على الكذب هذا فيما

[1] أنظر: علي عبد المعطي محمد، المنطق ومناهج البحث العلمي، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، ط2، 2004، ص210.

[2] أنظر: ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم المنطق الرياضي، ج3، دار النهضة العربية، 1985، ص24.

يخص التعبيرات الجبيرة ونشير للصدق بـ(1) والكذب بـ(0) هذا بالنسبة لحالة القضايا، باعتبار أن x وy قضيتين ينتج ما يلي[1]:

حالة القضايا		التعبيرات الجبرية
x= 1	y= 1	xy
x= 1	y=0	x (1−y)
x=0	y=1	(1−X) y
x=0	y=0	(1−x) (1−y)

قدم **(بول)** دفعا للمنطق حين درس مبادئه من جهة، والرياضيات من جهة ثانية إذ كان له الفضل في الجمع بين العلمين باتخاذ الرموز الجبرية أساسا لتحسيبه، كما قدم نظرية الفصول التي سيطورها **(راسل)** لاحقا، إلا أن ما يحسب على **(بول)** هو عمله بالعمليات الجبرية بكثرة، في حين يظل الاعتراف بما قدمه قائما ولاسيما مع ظهور اللوجستيقا لاحقا.

[1] ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم المنطق الرياضي، المرجع نفسه، ص26.

4.. المنطق الرياضي (اللوجستيقا)

1.4..مكانة بيانو في المنطق

تواصلت الأبحاث المنطقية الهادفة لجعل المنطق رمزيا محضا، وذلك بتطورها مع مرور الزمن، ليظهر في اواخر القرن التاسع عشر الرياضي الألماني **(جيوسيب بيانو Guiseppe Peano 1858-1932)**، محاولا هو الآخر تقديم نسقا رمزيا لتحسيب المنطق مستعينا في ذلك بأبحاثه في الرياضيات، واطلاعه على ما قدمه سابقيه فيما يخص علم المنطق، محاولا الجمع بين العلمين. ومن هنا نتساءل ماهي الإضافات التي قدمها **(بيانو)** للمنطق الرياضي؟.

انتبه **(بيانو)** في البداية وبفعل اطلاعه على المنطق التقليدي الذي درس القضايا، إلى التمييز الموجود بين القضايا الحملية والعامة، هذه الملاحظة التي لم يسبقه إليها أحد من رواد المنطق الرياضي، ومنها قدم موقفه تجاه هذا التمييز. فلنفترض القضية الحملية التالية "سقراط فان" والقضية العامة "كل الإغريق فانون". فالأولى تنسب المحمول للموضوع، في حين الثانية تبين علاقة محمولين، أي "إغريق" محمول و الشيء نفسه بالنسبة لـ "فانون" وبذلك تفسر كالتالي "إذا كان س إغريق، فإن س فانون" ومن هنا بين **(بيانو)** أن «القضية العامة التي نظر إليها أصحاب المنطق التقليدي على أنها قضية حملية، إنما هي في حقيقتها تعبر عن علاقة بين دالتي قضيتين، أو بتعبير أدق هي قضية شرطية متصلة في صورة تضمن»[1].

ألف **(بيانو)** كتابا بعنوان "سجل صيغ الرياضيات" **(Formulaire de Mathématique)** إذ قدم فيه فكرة الجمع بين علم المنطق والرياضيات، فاستعان بما توصلت إليه الرياضيات في تلك الفترة، حيث كان نجاح النظريات الرياضية بمدى تحققها على المكان الذي تصوره صاحبها، وبالتالي شهدت تلك الفترة تعدد الهندسات وظهور

[1] ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم المنطق الرياضي، ج3، دار النهضة العربية، بيروت، 1985، ص48.

نظريات أخرى. كما ساعدته الأبحاث المنطقية التي ساهم أصحابها بالدفع بعلم المنطق نحو الصورية، فكانت الغاية من "الصيغ" «إذاعة القضايا المعروفة الخاصة بعدة موضوعات في العلوم الرياضية. وهذه القضايا مصوغة في صيغ استخدمت فيها رموز المنطق الرياضي»[1].

قام **(بيانو)** بإعادة صياغة النسق التقليدي بصياغة جديدة، بالإضافة إلى محاولة تخليص علم الحساب من الصيغ التقليدية، وصياغته كنسق استنباطي حيث اعتمد على ثلاثة أفكار أساسية أو اللامعرفات وخمسة مصادرات. أما الأولى هي:

«–الصفر، – العدد الصحيح المتناهي و– التالي. في حين المصادرات قدمها على النحو التالي: –الصفر عدد، –التالي لأي عدد عدد، – إذا كان للعددين نفس التالي فالعددان متطابقان، – الصفر ليس تاليا لأي عدد، – إذا كانت "س" فئة ينتمي إليها الصفر، وكذلك التالي لكل عدد ينتمي إلى "س" فيترتب على ذلك أن كل عدد ينتمي إلى "س"»[2].

جاءت اسهامات **(بيانو)** في إصلاح المنطق التقليدي تزامنا والأعمال المنطقية التي قدمها (فريجه)، ورغم ما قدمه الأول إلا أن الفضل يعود للثاني الذي مهد إلى للمنطق الرياضي أو اللوجستيقا بلغة أكثر رمزية، وحتى بعض النظريات الحسابية.

2.4.. إسهامات فريجه في المنطق الرياضي

تميزت مرحلة إصلاح المنطق التقليدي بفترة مميزة يشهد لها التاريخ، حيث اتضحت معالم المنطق الرياضي في تلك الدراسة التي قدمها المنطقي والرياضي الألماني **(جوتلوب فريجه Gottlob Frege 1848–1925)**، إذ قدم علما موحدا بلغة واحدة مختلفة عن تلك التي استخدمت سابقا، وعليه ماهي اسهاماته في تطور المنطق؟.

[1] عبد الرحمن بدوي، المنطق الصوري والرياضي، المرجع نفسه، ص259.

[2] محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، دار المعرفة الجامعية، [د.ب]، 2002، ص139.

1.2.4..موقف (فريجه) من الدراسات السابقة

ناقش **(فريجه)** في البداية بعض القضايا والدراسات السابقة المنطقية منها وحتى الرياضية، فقدم موقفه حيث انتقد العديد منها كاللغة الطبيعية في المنطق، ومفهوم العدد في الرياضيات، وكان هدفه في ذلك تقديم علم المنطق بصيغة "نسق استنباطي"، وبالتالي رد الرياضيات إلى المنطق.

برزت مكانة اللغة في الدراسات الفلسفية المعاصرة، إذ أصبحت موضوعا لها متجاوزة جدلية أصل المفاهيم اللغوية، ويعتبر **(فريجه)** رائدا من رواد الفلسفة التحليلية لأنه أول من قام بالتحليل اللغة تحليلا منطقيا، يقول **(راسل):** «نحن ندين بالفضل في كل مسائل التحليل المنطقي لفريجه»[1].

قام **(فريجه)** بنقد المنطق الارسطي ليقدم منطقا جديدا وصفه "بالفن"، فرفض التمييز بين الموضوع والمحمول الذي كان يعتمده **(أرسطو)** وأتباعه، كما أعطى قيمة للقضية السالبة لأنها هي أيضا تقدم حكما مثلها مثل القضية الموجبة.

عمل **(فريجه)** على تجريد علم المنطق من كل اعتبارات نفسية، فرفض وجود النزعة السيكولوجية في المنطق. ومنه ثار على جميع الادعاءات التي قدمت تفسيرا شعوريا للأفكار الفلسفية، فانتقد منطق (هبجل) باعتباره علم النفس لأن الموضوعات الرياضية تتميز بالدقة والوضوح، ولما كان هدفه رد الرياضيات إلى المنطق، أكد على ضرورة فصل هذا العلم عن كل ما هو ذاتي حتى لا يقع الإنسان في التناقضات. ومنه يرى (فريجه) «بعدم الاكتفاء باستبعاد النزعة النفسية من علم الحساب، بل علينا انتزاعها من المنطق إن كنا نعتقد أن علم الحساب ما هو إلا منطق متطور، وإن كل عبارة فيه لست سوى قانون منطقي»[2].

---

[1] أحمد عبد الحليم عطية، الفلسفة التحليلية ماهيتها، مصادرها ومفكروها، دار المخطوطات، بيروت، 2001، ص64.

[2] محمد محمد قاسم، جوتلوب فريجه نظرية الأعداد بين الابستمولوجيا والانطولوجيا، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية ، 1991، ص36.

هاجم **(فريجه)** أيضا أصحاب النزعة الشكلانية التي تنظر إلى الرموز الرياضية على أنها جوفاء لا معنى لها إلا ضمن علاقات معينة لإنجاز العمليات الحسابية، في حين ذهب **(جوتلوب)** في اعتقاده إلى أبعد من ذلك فقدر الرموز الرياضية التي يستند عليها لإقامة المنطق الرياضي. كما رفض أفكار النزعة التجريبية التي أعطى روادها الأولوية للخبرة الحسية، لأنها متغيرة وبالتالي قابلة للزوال في حين أن المفاهيم الرياضية تخلو من كل اعتبارات حسية، وبالتالي تتميز بالثبات[1].

2.2.4...فكرة رد الرياضيات إلى المنطق

انطلق **(فريجه)** نحو تحقيق هدفه برد الرياضيات إلى المنطق من تصوره حول فكرة العدد، بذلك بدأ بطرح سؤال فلسفي هو "ما العدد؟، والبداية دحض جل الادعاءات التي أعطت تصورا لهذا المفهوم الرياضي، فرفض ربطه بالواقع كما يرى (ميل)، كما أنكر فكرة (هنكل) الذي اعتبره تعريفا مبتكرا، وأيضا انتقد تصور (توماي) الذي جرد الأعداد من معانيها.

ومن هذا المنطلق قدم **(جوتلوب)** معنى للعدد لكن قبل ذلك يجب علينا أن نفصل بين الكثرة والعدد، فقولنا بخماس أو سداس من الناس أو الأشياء هذا لا يعبر عن العدد بمعناه الرياضي المجرد، في حين 2، 3، 6 هي وحدها التي تعبر عن المعنى الحقيقي للعدد كمفهوم مجرد[2]، ومن مبدأ هذا التحديد الذي قدمه للعدد وضع أسس علم الحساب.

ومن خلال دراسته التحليلية للغة أكد على دورها في إنتاج الأفكار باعتبار أن الإنسان يفكر داخل اللغة بمعنى أنها صورة الفكر، لكن ما رفضه في المقابل هو اللغة الطبيعية لأنها قاصرة أمام التطور، وبنفس خطى **(ليبنتز)** اتجه **(فريجه)** نحو إيجاد لغة عالمية ترتقي لما توصل إليه العلم وهي "اللغة الرمزية".

---

[1] المرجع نفسه، ص-ص 39-40.

[2] أنظر: محمد محمد قاسم، جوتلوب فريجه نظرية الاعداد من الابستمولوجيا إلى الأنطولوجيا، المرجع نفسه، ص 48.

يعتبر كتاب (**Begriffsschrift**) مؤلفا أساسيا في تاريخ المنطق بالمقارنة بالأعمال التي قدمها (**فريجه**)، حيث جسد مشروعه المنطقي وحتى الفلسفي الذي كان يسمو إلى تحقيقه، فعمل على تجسيد الدقة بالدمج بين رمزية الرياضيات والاستدلال المنطقي، لذلك سعى لتقديم "لغة عالمية" اطلق عليها اسم "**الايديوغرافيا**" يقول: «أن أبذل باستمرار جهدا حتى لا تشكو سلسلة الاستنادات من أية قطيعة، وفي محاولة تلبية هذا الشرط على الوجه الممكن بالضبط، لاحظت أن عقبة ناجحة عن عدم تناسب اللغة، (...) أن هذا العجز هو الذي ألهمني فكرة الإيديوغرافيا الحاضرة»[1].

تنقسم كلمة **إيديوغرافيا** أو "**Idéographi**" إلى كلمتين الأولى "**Idéo**" وتعني "الفكرة"، والكلمة الثانية "**graphie**" وتعني "الكتابة" أي: «الكتابة بواسطة الرموز الخطية»[2].

برر (فريجه) حاجته إلى اللغة الرمزية التي جعلها أساس علم الحساب هذا من جهة، ومن جهة أخرى –وهي الأهم– أن عمله على ربط هذا العلم بالمنطق، حتم عليه ايجاد لغة تناسب علمين، وبالتالي كان دافع إلى ذلك دافع تأسيسي أي «تأسيس علم الحساب على مبادئ وأسس منطقية»[3].

من هنا أثبت صلة الرياضيات بالمنطق ضمن ثلاثة مقالات قدمها ما بين سنة 1891 و1893. ففي أول مقال له سنة 1891 "**الدالة والفكر**" جمع بين المفهومين إذ تطرق إلى مفهوم "الدالة" في الرياضيات وتوصل أن مفهوم الدالة في الرياضيات لا يختلف عن مفهوم "الفكرة" في المنطق. أما في ثاني مقال بعنوان "**المعنى والدلالة**" سنة 1892 أنتبه إلى الخلط الذي وضعه البعض بأن المعنى والدلالة نفس الشيء، في حين أكد على ضرورة التمييز بينهما لتجنب الوقوع في التناقضات. وفي مقاله الأخير "**الفكر والشيء**" سنة 1893 فرق

[1] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، المرجع السابق، ص422.

[2] أحمد موساوي، معجم المناطقة، المرجع السابق، ص197.

[3] عصام زكريا جميل، اتجاهات معاصرة في نظرية المعرفة، دار المسيرة، عمان، ط1، 2012، ص98.

(فريجه) بين "الفكرة" التي نعبر عنها باللغة والتي تحمل "معنى"، وبين الشيء أو الدلالة التي يشير إليها المعنى[1].

تقدمت الدراسات المنطقية مع **(فريجه)** ولا سيما بتقديمه للمقالات الثلاث التي أشرنا إليها، حيث توصل إلى التأكيد على صلة المنطق بالرياضيات، إذ طور علم الحساب وربطه بالاستدلال المنطقي وبالتالي أقر بأن «الحساب فرعا من المنطق»[2].

إن الرمزية التي قدمها **(فريجه)** مختلفة تماما عما قدمه سابقيه ولاسيما **(بول)**، فلم يكتف بنسخ العلاقات المنطقية برموز رياضية وحسب، وإنما تجاوز ذلك إلى تقديم لغة تصلح لجميع العلوم، استقاها من الهندسة والحساب حتى يصل إلى لغة عالمية.

3.2.4...نظرية حساب القضايا عند فريجه

كانت قيمة الصدق والكذب من المفاهيم المنطقية التي لها مكانة مهمة للتعبير عن قيمة القضايا، حيث كان **(أرسطو)** سباقا لهذين المفهومين، إلا أن مع فكرة الربط بن المنطق والرياضيات أصبح يرمز لهما برمزين (1) و(0) تعبيرا عن الصدق والكذب بطريقة رمزية. ويعود الفضل لـ**(فريجه)** في استعمال الجداول لحساب قيمة القضايا. لنفترض أن A وB قضيتين تتغير نتيجتهما وفق تغير قيمة كل قضية كما هو موضح في الجدول التالي[3]:

القضية A	القضيةB	النتيجة
صادقة	صادقة	صادقة
صادقة	كاذبة	كاذبة
كاذبة	صادقة	صادقة
كاذبة	كاذبة	كاذبة

[1] أنظر: ياسين خليل، المنطق وفلسفة العلوم في التراث الغربي، ج2، دار ننوى، سوريا، 2014، ص-ص 250-251.

[2] Alexander Miller, logic, language end mathematic, oxford, 2020, p3.

[3] ياسين خليل، المنطق وفلسفة العلوم في التراث الغربي، المرجع نفسه، ص311.

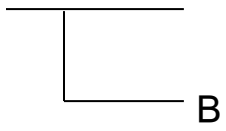
سعى **(فريجه)** إلى تقديم نظرية منطقية كاملة. تقوم على بناء منطقي واضح وموحد، فأقام هذا البناء بلغة رمزية كأول خطوة ومن ثم اتجه إلى توضيح أهم مكوناته، حيث قدم نسقه على أساس فكرة: "التضمن والسلب"، وثلاثة تعريفات "الوصل، الفصل والمساواة" لكل واحدة منها تعريف ورمز خاص بها. تتألف لغته من "الثوابت والمتغيرات" وأيضا "الحدود والقضايا".

1..إذا كانت (A) قضية فرمزها A ——— ومعناه أن القضية (A) تحمل الصدق أو الكذب.

2..عبر (فريجه) عن القضية الصادقة بخط عمودي في نهاية الخط الأفقي، للدلالة على صدق قضية (A): A ——|

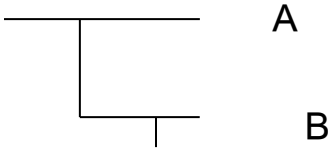
3..استعان بخط صغير للدلالة على النفي يوضع على الخط الافقي، فإذا كانت (A) كاذبة أو (A) منفية (–A): A ——¬

4..وضع (فريجه) كتابة رمزية تعبر عن "الإلزام" بين القضيتين، حيث عبر بخط عمودي يربط بين خطيين أفوقيين فإذا قلنا أن القضية B تلزم القضية A فإن A



تبدأ القراءة من الاسفل، فالخط الأفقي الموجد أمام B يدل على أن B قضية، والخط الموجود أمام A يشير إلى أن A قضية، أما عن الخط العمودي هو ما يعرف "بالإلزام".

استخدم (فريجه) النفي مع الإلزام. مثلا: عندما تكون القضية B منفية ويلزم عنها القضية A ويعبر عنها بالرمز التالي



وتتغير القضايا تبعا لوضع الخط العمودي الصغير الذي يعبر عن النفي، فإذا كان الخط وسط الخط الافقي للقضية A فهذا يعني أن A منفية. أما إذا الخط الذي يدل على النفي قبل القضيتين A وB يدل على أن كلا القضيتين منفيتين[1].

أدرك (فريجه) قيمة **الدالة (Function)** كمفهوم رياضي ضمن المنطق، إذ تعبر في المنطق عن الفكرة، ومن ثم ظهر ارتباطهما أي الدالة والفكرة وتوسيع استعمالهما ضمن منطق العلاقات والفئات أيضا. ويعبر الجزء الثابت في العبارة عن الدالة في حين الجزء المتغير فيسمى الحد، كتوضيح نقدم المثال التالي: "سقراط إنسان" يمكننا وضع مكان سقراط أسماء أخرى مثل: راسل، أحمد، أفلاطون...الخ، إلا أن يبقى لفظ إنسان ثابت ومنه يتبن لنا أن سقراط يمثل حد العبارة ولفظ إنسان يسمى بالدالة وكنتيجة: «إذا وجدنا في عبارة ما رمز بسيط أو مركب في مكان واحد أو أكثر، بحيث نستطيع الاستعاضة عنه برمز أو رموز أخرى، فإن الجزء غير المتغير في العبارة يسمى "الدالة" في حين الجزء المتغير "حدها"»[2].

كما عبر (فريجه) عن دالة قضية بالرموز فإذا كانت دالة ذات حد أو حدين يكون الشكل كالتالي: ø(A) ø(A,B)

تعبر الفترة التي ظهرت فيها أعمال **(فريجه)** مهمة لما قدمه هذا الأخير لعلم المنطق، إذ قدم نسقا منطقيا قائم على أسس رياضية، لذلك يعتبر بداية المنطق الرياضي (اللوجستيقا) كما أنه وضع مقدمة لنهاية سيكملها (راسل).

3.4..راسل والاكتمال المنطق الرياضي (اللوجستيقا)

إن مرحلة اللوجستيقا أو المنطق الرياضي هي تلك الفترة التي نشرت فيها أفكار **(براتراند راسل Bertrand Russell 1872-1970)** ضمن أهم مؤلف له بعنوان **(Principia Mathematica)**، هذا الأخير الذي قدم المنطق الرياضي ضمن نسق رمزي

[1] ياسين خليل، المنطق وفلسفة العلوم في التراث الغربي، المرجع نفسه، ص301.

[2] المرجع نفسه، ص312.

مكون من متغيرات وثوابت منطقية بلغة رمزية دقيقة، ليجمع بين الرياضة البحثة والمنطق هذه الفكرة التي سبقها إليها **(فريجه)**. لكن السؤال المطروح الآن ماذا قدم **(راسل)** للمنطق الرياضي؟.

اعترف **(راسل)** بأهمية سنة 1900 في مساره البحثي خصوصا المنطقي، إذ يمثل هذا التاريخ انعقاد المؤتمر العالمي للفلسفة والذي كان مكان لقاء **(راسل)** بـ**(بيانو)** وتعرف على أعماله المنطقية، كما اعترف بالتقدم المبهر الذي قام به هذا العالم المنطقي وتلامذته، وفي نفس الفترة تعرف أيضا على أعمال **(فريجه)** المنطقية، كل هذا كان بمثابة البداية التي سيأخذ بها **(راسل)** ليقدم اللوجستيقا. إذ يقول: «هناك قسم مهم في عملي الفلسفي في عامي 1899-1900 أخذت فيه أعتنق فلسفة مذهب الذرية المنطقية وأسلوب بيانو في المنطق الرياضي»[1].

استهل **(راسل)** بحثه في اصلاح المنطق ضمن مؤلفه بعنوان مبادئ الرياضيات **(Principles of Mathematies)** "**POM**" الذي صدر سنة 1903. ولبعض النقائص التي لاحظها لاحقا قرر إعادة تأليف كتاب آخر الذي يعتبر مرجعا أساسيا لكل دراس للمنطق الرياضي **(اللوجستيقا)**، وهذا بالاشتراك مع صديقه **(ألفرد-نورث وايتهد Alfred North Whitehead 1861-1948)**، حيث قدما كتابا بعنوان "أصول الرياضيات" "**PM**" الذي صدر ضمن ثلاثة أجزاء من سنة 1910 إلى 1913.

بين **(راسل)** مدى قصور نظرية ارسطو في القياس المنطقي أمام الدليل الرياضي وأيضا المنطق الحديث. في حين اعترف بما قدمه **(ليبنتز)** للمنطق الرمزي لكن أظهر سبب عدم اكتمال المنطق في تلك الفترة، لأنه بقي متمسك بالنسق الهندسي لإقليدس.

[1] إيه سي جرايلينج، براتراند راسل مقدمة قصيرة جدا، تر: إيمان جمال الدين الفرماوي، مؤسسة هنداوي، مصر، ط1، 2014، ص32.

شرع **(راسل)** بقراءة المنطق بداية من المنطق الأرسطي وصولا إلى تلك الأبحاث التي توصل إليها أصحاب المنطق الرمزي منذ **(ليبنتز)**، إذ يعترف بكل ما تقدم به سابقيه ولا سيما حول فكرة الجمع بين الرياضيات والمنطق، إلا أنه بين أسباب تأخر المنطق لأنه ارتبط بالفلسفة لفترة طويل فلم يدرس الرياضة، إذ يرى أن نتائج ذاك الفصل بين العلمين "فاجعة"، ومن ناحية أخرى يعتبر ثاني سبب لعدم اكتمال تلك الأعمال التي سعى أصاحبها إلى الجمع بين الرياضة والمنطق، بسبب اقترانها بالرياضة الكلاسيكية خصوصا النسق الهندسي لإقليدس.

1.3.4..نقد نظرية المجموعات

انبثقت أبحاث **(راسل)** المنطقية من تلك القراءات النقدية التي قدمها للدراسات السابقة غير المكتملة كما يرى هو، ولعل ما تقدم به **(كانتور)** واحدة من الأعمال التي بشرت بتطور علم الحساب حيث بات من سهل كتابة المجموعات اللانهائية. إلا أن مع تقدم الابحاث اكتشف عدة تناقضات لهذه النظرية.

انتبه **(راسل)** إلى الأبحاث التي قدمها **(فريجه)** والتي تميزت في نظره بصعوبة اللغة الرمزية التي قدمها، وبالتالي قدم لغة رمزية بسيطة، كما يرى أن رد الرياضيات إلى المنطق عند **(فريجه)** انتهى بتناقض هذا الأخير الذي يؤدي إلى حيرة دائما، لأن القضية التي تحدث تناقضا تكون كاذبة وبالتالي لابد من استبعادها، وفي نفس الوقت قد تكون القضية الكاذبة متناقضة هذا ما ينتج عنه استبعاد القضية الاصلية مما يؤدي بنا إلى الشك الدائم وعدم الثبات في انتاج القضايا.

ومع تواصل الأبحاث المنطقية مع **(راسل)** أنجم عنه اكتشاف "مفارقات" في نظرية المجموعات، هذه الأخيرة التي نجم عنها عدة انتقادات، انقسم أصحابها إلى فريقين فمنهم يرى إمكانية التعديل عليها، في حين يوجد من يقر برفضها تماما.

قدم الرياضي الإيطالي **(بيورالي فورتي Burali Forti 1861-1931)** نقده لنظرية المجاميع حول الفكرة التي قدمها **(كانتور)** حول إمكانية ترتيب الاعداد اللانهائية ترتيبا تصاعديا. هذا ما رفضه **(فورتي)** وذلك باعتبار ما تقدم بيه سابقه مجرد كلام فقط، لأن أولا ترتيب الاعداد بهذا الشكل يصبح مستمرا إلى مالا نهاية حت يتوقف الترتيب، وثانيا لكل عدد من هذه السلسلة موقعين ووضعين فالوضع الاول يمثل العدد الأصغر من بين كل عددين، والثاني يمثل العدد الاكبر. ولتوضيح هذا الكلام فنلاحظ المثال التالي {1، 2، 3، 4، ...∞} هذه مجموعة تمثل ترتيبا تصاعديا أي من الأكبر إلى الأصغر فللعدد 2 موقعين هما: الأصغر أي 2 أصغر من3. والاكبر أي 2 أكبر من 1. وهكذا بالنسبة لباقي الاعداد. هذا ما غفل عنه **(كانتور)**[1].

انتبه **(كانتور)** إلى نقيضة أخرى في النظرية التي قدمها والتي أعلن عنها سنة 1932، إذ تنص نظريته في البداية على «إمكانية توزيع عناصر مجموعة ما إلى مجموعات جزئية تكون أكثر عددا من عناصر تلك المجموعة»[2].

والآن لنفرض أنه لدينا مجموعة "أ" تتكون من العناصر التالي: {جـ، د، حـ} لنقم بتوزيع هذه العناصر ضمن مجموعة أخرى نسميها "ب" على شكل مجموعات ومن بينها المجموعة الفارغة {ø} نتحصل على المجموعة "ب" كالتالي: {{جـ}، {د}، {حـ}، {جـ، د}، {جـ، حـ}، {د، حـ}، {جـ، د، حـ}، {ø}}. إذن تحصلنا على ثمانية مجموعات جزئية، وهنا نلاحظ أن جميع المجموعات تشترك في خاصية واحدة وهي "كلها عبارة عن مجموعات"، وعليه المجموعات الفرعية هي أكثر من عددا من جميع المجموعات، وفي هذه النقطة يصبح الجزأ أكبر من الكل وهذا تناقض.

[1] زكريا منشاوي الجالي، نظرية الاعداد عند راسل أصولها وعلاقتها بنظرية حساب الفئات، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2010، ص81.

[2] محمد عابد الجابري، المدخل إلى فلسفة العلوم، المرجع السابق، ص100.

بين **(راسل)** تناقضا آخر أكثر أهمية في فكرة **(كانتور)** القائلة بانتهاء كل عدد في المجموعة أو الفئة لأنه لا يشتمل على ذاته كجزء منها. فيرى راسل عكس ذلك بقوله: «إنه يمكن بيان أن عدد الاعداد المتناهية كلها (أي مجموعة كل المجاميع العددية) هو في آن واحد لا يشتمل ذاته ويشتمل ذاته أيضا كجزء من ذاته»[1].

توصل **(راسل)** من خلال هذا التناقض إلى الصياغة المنطقية وهي هل هناك إمكان وجود مجموعة تنتمي إلى نفسها وفي الوقت نفسه لا تنتمي إليها؟، من هذا المنطلق طور في نظرية حساب الفئات ليقدم تعريفا للأعداد في علاقتها بالمجموعات.

قدم **(راسل)** تصورا للعدد باعتباره أبسط المدركات، وبالتالي يمثل نقطة البدء في تعلم الرياضيات لذلك نتخذه في تعليم الناشئ، فهو أي العدد لا شديد القرب ولا شديد البعد، كما أنه أيسر الافكار العقلية إدراكا، كما أنه لا شديد البساطة ولا شديد التركيب، لذلك هو أسهل المدركات العقلية، فما هو العدد؟ وقبل أن يقدم **(راسل)** جوابا قدم تعريفا للرياضيات[2].

تجاوز **(راسل)** التعريف الكلاسيكي للرياضيات الذي كان مقتصرا على التعريف بموضوعاتها، إذ قدم مفهوما آخر غير مألوف كما يقول مرتبطا بالعلاقات بين القضايا، ويرى أنه التعريف المعبر عن الرياضة البحتة فيقول: «الرياضة البحتة هي جميع القضايا التي صورتها "ق تلزم عنها ك"»[3].

وفي تعريفه للعدد انتبه **(راسل)** إلى بعض التعريفات التي قد تكرن غير كافية، أو لا تحمل معنى العدد بالتدقيق، لذلك بين في كتابه "مقدمة في فلسفة الرياضيات" سنة 1901، تعريفا آخر داخل الفئات أو المجموعات، فالفئة بالنسبة له هي واحدها التي تحمل تعريفا العدد تعريفا منطقيا دقيقا، ومن هذا المنطلق فرق بين العدد والتعددية قولنا بثلاثية رجال ليس

[1] عبد اللطيف يوسف الصديقي، مسألة اللانهائية في الرياضيات نظرية جورج كانتور، المرجع السابق، ص74.

[2] أنظر، زكي نجيب محمود، برتراند راسل، دار المعارف، مصر، ط2، [د.س]، ص50.

[3] برتراند رسل، أصول الرياضيات، تر: محمد مرسي أحمد وفؤاد الأهواني، ج1، دار المعارف، مصر، [د. س]، ص31.

نفسه قولنا ثلاثة، فالثلاثية لا تحمل العدد ثلاثة بمعناه الدقيق، يقول راسل: «العدد هو المميز للأعداد أو الأرقام، كالرجل المميز للرجال أو الإنسان»[1].

ومن هذا المبدأ عرف **(راسل)** العدد تعريفا منطقيا ضمن المجموعات، يقول: «العدد هو وسيلة لجمع مجموعات معينة معا، أي تلك التي تحتوي نفس عدد الحدود»[2]، مثلا إذا أردنا تعريف العدد "3" فلننظر إلي ثلاثة رجال، ثلاثة نساء، ثلاثة أطفال...الخ، وهذا ضمن فئة الإنسان. وبهذه الطريقة أتاح (راسل) إمكانية وضع عدد لامتناهي من الفئات التي تتضمن نفس الحدود بدل الألفاظ.

قدم هذا التعريف ليعبر عن كل ما هو شامل على عكس التعريف القديم الذي يشوبه الغموض، كما أنه لا يدل على الرياضيات كعلم يسمو إلى تحقيق المعرفة اليقينية، وبالتالي يدعو **(راسل)** إلى «رد جميع قضاياها [اي الرياضة] إلى بعض المعاني الأساسية في المنطق»[3]، ومن هذا المنطق اكتملت فكرة الجمع بين الرياضيات والمنطق التي تمثل الفكرة الأساسية "**للنزعة المنطقانية**" والتي سنتحدث عنها في المبحث الثالث.

تضمن كتاب "مبادئ الرياضيات" في الجزء الأول حديثه عن الفلسفة والمنطق إذ كانت له رؤية فلسفية حول فلسفة الرياضة وللعدد أيضا، ليقدم لهما تعريفا منطقيا محض، كما قدم انتقادات لنظرية المجموعات التي كانت تمثل الحل النهائي للحساب، لأنها أوجدت حلا لمشكلة اللامتناهية. قدم **(راسل)** في المرحلة الاخيرة نظرية تعرف بـ(نظرية الأنماط Theory of Types)، «باعتبار أنها تقدم حل للمشكلة»[4]، ويقصد المتناقضات التي تطرق إليها في الفصل العاشر.

---

[1] Bertrand Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, Ibd, p18.

[2] Ibd, p22.

[3] براتراند راسل، أصول الرياضيات، المصدر نفسه، ص32.

[4] براتراند راسل، فلسفتي كيف تطورت، عبد الرشيد الصادق محمودي، مطبعة الجنة اليان العربي، ط1، 1960، ص93.

2.3.4.. نظرية الأنماط وحل المتناقضات

إن تطور الأبحاث المنطقية والرياضية عند **(راسل)** واكتشافه لمتناقضات والمفارقات، مكنته من الاشتغال على تطوير النظريات لإيجاد الحلول، فكان الرد بنظريتي الأوصاف والأنماط، إذ خصص الأولى للغة، والثانية لحل التناقضات.

ويقصد بالنمط (Type) في اللغة بأنه «الطريقة أو الأسلوب أو الجماعة من الناس أمرهم واحد (...) أو النوع أو الطراز من الشيء»[1]. أي النمط لفظ يطلق على مجموعة معينة تجمعهم في نفس الأمور.

عرف (راسل) النمط بأنه: «المجال الذي تكون فيه دالة قضية ذات معنى، بمجموعة من الحجج ذات قيمة»[2]، حيث يمثل النمط رتبة القضية وعناصرها.

فخصص (راسل) الفصل العاشر من كتاب :أصول الرياضيات" للحديث عن التناقضات التي اكتشفها، ويرى أنها ثلاثة أنواع: رياضية، منطقية ولغوية، وجمع بين المتناقضات الرياضية والمنطقية لأنها «ليست قابلة للتمييز في الحقيقة»[3]. أما المتناقضات التي تخص الجانب اللغوي المعروفة باسم "الكاذب".

وبما أن المصدر الأول للتناقضات هو الألفاظ اللغوية، اقترح (راسل) حلا عن طريق الأنماط، ميز بذلك بين الأشياء والفئات حتى يتم صياغة القضايا صياغة سليمة لغويا، وبين أن اللغة التي نعبر عنها ذات مراتب مختلفة.

وبالتالي تتلخص نظرية الأنماط على فكرة أساسية وهي مراتب اللغة ضمن أنماط منطقية. وتكون البداية من النمط الصفر، الذي يتضمن أسماء الأعلام، ثم النمط الواحد

---

[1] جميل صلبا، المعجم الفلسفي، ج1، مرجع سابق، ص507.

[2] Paolo Mancosu and others, The Development of Matematical logic from Russell to tarski: 1900–1935, oxford university press, 2004, New York, P23.

[3] براتراند راسل، أصول الرياضيات، المصدر نفسه، ص18.

ويحتوي على الفئات التي تنتمي إليها تلك الأسماء وهكذا يتم التدرج في درجات الأنماط، وهكذا بالتدرج إلى غاية النمط (ن+1) كما هو موضح في الجدول التالي[1]:

الأشياء	النمط الذي تعود إليه
الأفراد الذين تدل عليهم أسماء الأعلام	النمط الصفري
الفئات التي تنتمي إليها أفراد النمط الصفري	النمط الأول
الفئات التي تعود إليها الفئات من النمط الأول	النمط الثاني
الفئات التي تعود إليها الفئات من النمط الثاني	النمط الثالث
الفئات التي تعود إليها الفئات من النمط (ن)	النمط (ن+ 1)

سمح هذا التقسيم بالوصول إلى أقصى قضية منطقية لا يمكن تحليلها، والتي تحمل معنى وتكون متاحة للحكم بالصدق أو الكذب، وأطلق **(راسل)** عليها اسم **(القضية الذرية Atomic Proposition)** وهي القضية الواقعية البسيطة التي لا تقبل تقسيما جديدا. وعليه تتلخص هذه النظرية في أنه لا يمكن قيام علاقة بين شيئين اثنين من نفس النمط بل لابد من ان تكون علاقة بين أشياء لنمطيين مختلفين.

ومن هنا نطرح التساؤل التالي ما مدى إمكانية حل المتناقضات وفق نظرية الأنماط؟ أو ماهي الحلول التي قدمتها هذه النظرية؟

توصل (راسل) إلى نتيجة وهي أن سبب التناقض هو اللغة، وبحسب تقسيم الأنماط الذي سمح برتيب القضايا إلى أقسام مختلفة، تقوم على فكرة «إن ما يحتوي على متغير مقيد لا ينبغي أن يكون قيمة لذات المتغير»[2]، مما يعني أن علاقة الانتماء لا تقوم بين أشياء من

[1] أحمد موساوي، مكانة المنطق في الفلسفة التحليلية المعاصرة، معهد المناهج، الجزائر، 2007، ص282.

[2] أحمد موساوي، مكانة المنطق في الفلسفة التحليلية المعاصرة ، المرجع نفسه، ص 284.

نفس النمط، كقولنا إن: "فئة أسماء الأعلام ينتمون إلى فئة أسماء الأعلام"، فهذه القضية لا قيمة لها لأن عناصرها من نفس النمط.

وهنا نستنتج أن القضية التي عناصرها من نفس النمط ل قيمة لها، أي لا تصلح للحكم عليها بصدق أو الكذب، وحتى تكون قضية ذات دلالة لا بد من أن يكون عناصرها من نمطين مختلفين، وحسب نظرية الأنماط قضية "أنا كاذب" لا قيمة لها، ولا بد بأن ترتقي إلى مرتبة أعلى.

3.3.4..الثوابت والمتغيرات عند راسل

تكمن أهمية النسق في إيجاد لغة رمزية، ومن هذا المنطلق الذي سعى إليه **(ليبنتز)** أكمل **(راسل)** في نفس الطريق ليجد "لغة عالمية" وبتالي قدم نسقا أساسه الثوابت والمتغيرات.

عرف الثوابت المنطقية بأنها: «كل المعاني التي يمكن تعريفها بدلالة اللزوم، وعلاقة الحد بالفصل الذي هو أحد أفراده»[1].

تطرق إلى الثوابت ولما تحمله من أهمية سواء بالنسبة إلى المنطق أو الرياضيات، حيث أن الثابت يبقى ثابت لا يتغير رغم تغير الحدود بين قضية وأخرى، وتعتبر هذه العملية انتاج القضايا، فالثابت المنطقي إذا هو: «ذلك الذي يضم عددا من القضايا التي يمكن انتاج واحدة من أخرى باستبدال حد بآخر»[2]. مثال يمكن إنتاج عدة قضايا من الصورة "x R y" كقولنا نبليون أعظم من ويلنجتون وباستبدال الحدود ممكن الحصول على قضية جديدة وهي سقراط أسبق من أرسطو.

تعتبر الثوابت المنطقية أداة للتفكير باعتبارها رموز محددة تحديدا مطلقا، وبالتالي أكد **(راسل)** على استعمال الثوابت المنطقية في الرياضيات لأن موضوعها العمليات الحسابية

[1] براتراند راسل، أصول الرياضيات، المصدر نفسه، ص31.

[2]Bertrand Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, Ibd, p323.

والأعداد والتي بها تجرى العمليات الحسابية. فالثوابت إذا مثل: 1، 2، 3، إنسان، حيوان... أما قولنا قضية ما، قضية، أية قضية فهذه ليست ثوابت. يوجد نوعين من الثوابت ثوابت منطقية وأخرى رياضية، أما الأولى تعد أساس القضية أي أنها تمثل "**سور**"* الذي يحدد نوع العلاقة بين قضيتين في القضايا المركبة (الفصل، الوصل، اللزوم...)، والثانية هي الرموز التي تحدد العمليات الحسابية في الرياضيات (+، −، =...).

جمع (**راسل**) بين القضية المنطقية والقضية الرياضية، لأنهما تشتملان على متغيرات إذ يعتبر أن «فكرة المتغير من أصعب المعاني التي على المنطق ان يعالجها»[1]، فمثلا 1+1=2 قد تبدو هذه القضية لا تقرر لزوما ولا تحتوي على متغيرات، في حين الحقيقة عكس ذلك، إذ يمكننا القول أن إذا كان س هو الواحد الصحيح، وكان ص هو الواحد الصحيح، وكان س مختلفا عن ص فإن س. ص هما اثنان، قدم (راسل) هذا المثال حتى يبين أن القضية تحتوي على متغيرات كما أنها تقرر لزوما.

يتميز المتغير إذا بعدم الثبات حيث يمكن وضع مكانها أي لفظ مماثل دون المساس بالمعنى، وقد تكون هذه الاخيرة صحيحة كما انا قد تحمل الخطأ كقولنا سقراط إنسان، لفض سقران في هذه القضية يمثل المتغير، ويمكن التعبير عنها كالتالي س إنسان، حيث يمكن وضع مكان س لفظ آخر مثل محمد، أحمد...إلخ.

توصل (**راسل**) في آخر بحثه حول المتغيرات والثوابت إلى نتيجة جمع فيها بين الثوابت الرياضية والمنطقية ليقول أن: «كل الثوابت الرياضية ثوابت منطقية أو اختصارات

* السور (Quantifier): هو الكلمة أو الكلمات التي تحدد كم القضية أو كيفها أو كمها وكيفها معا. [أي معنى ذلك سور القضية هو حدود القضية المختلفة والتي تحدد نوعها]. مثال سور القضية كم هو كل، جميع، عامة... وسور كس هو: لا واحد من ...هو، لا شيء من... (محمد فتحي عبد الله، معجم مصطلحات المنطق وفلسفة العلوم، المرجع نفسه، ص116.)

[1] براتراند راسل، أصول الرياضيات، المصدر نفسه، ص34.

رمزية استخدامها الكامل في السياق الصحيح بواسطة الثوابت المنطقية»[1]. قام بهذا التحليل ليثبت أن الرياضيات والمنطق واحد.

توصلنا من بحثنا حول الدعائم الرياضية للمنطق الرياضي إلى أن صلة المنطق بالرياضيات صلة قديمة قدم العلمين معا، ولعل تاريخهما التطوري شاهد حقيقي على ذلك وكما سبق وتطرقنا إلى التراكم التاريخ لعلم المنطق الذي أظهر مدى وجود ذلك الترابط، فمثلا قام (أرسطو) ببناء القوانين المنطقية قائمة على النسق الهندسي الإقليدي، واستعمال بعض الرموز التي تعود جذورها للرياضيات، ومن ناحية أخرى رأينها ذلك الترابط أيضا من خلال تطرقنا إلى ابستمولوجيا الرياضيات، إذ حرص علماء الرياضيات على تقديم نظرياتهم دون الخروج عن مبادئ المنطق، وكذلك تطور اللغة لكلا العلمين بالتخلي عن استعمال لغة الألفاظ وإيجاد لغة عالمية وهي لغة الرموز، ومن هنا تبين لنا أن تطور العلمين في مسار واحد دليل على ترابطهما.

أظهرت الفترة المعاصرة هذه الصلة بالتدوين وظهور اتجاهات أثبتت ذلك كالمنطقانية وغيرها، وفي نفس الوقت بروز مناطقة رياضيين قدموا أعملا منطقية دلت على دعم الرياضيات في إصلاح المنطق الكلاسيكي منها أعمال (ليبنتز)، (بول)، (فريجه) إلى غاية (راسل) وتبيين مباحث المنطق الرياضي او نظرياته وهي عنوان الفصل الثالث.

[1] Bertrand Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, Ibd, p325.

الفصل الثالث

مباحث اللوجستيقا

وصلنا في بحثنا إلى أهم فصل ألا وهو مباحث الوجستيقا، حيث تمثل المنطق الرياضي في شكله الكامل، أي كعلم عمل رواده على الجمع بين المنطق والرياضيات. واللوجستيقا كمفهوم معاصر تبلور مع تمهيدات (ليبنتز)، واكتمل في القرن العشرين ضمن كتاب (راسل) و(وايتهد) "PM".

وكما يظهر في العنوان عدة مفاهيم لابد من ضبطها في البداية أولا "**اللوجستيقا**" مع أن هذا المفهوم هو الموضوع الرئيس، إلا أننا تركناه إلى آخر عنصر لأنه مصطلح معاصر أطلق على المنطق الرياضي في صورته النهائية، ثم المفاهيم المصاحبة له "**الحساب**"، "**الحساب المنطقي**"، لأن نظريات المنطق الرياضي تعنى بالحساب، لكن السؤال هل هو أي الحساب المنطقي نفسه الحساب الرياضي؟ وما هو الفرق بين الرموز الرياضية والرموز المنطقية؟.

1- مفهوم اللوجستيقا

الوجستيقا (Logistic) : هي لفظ قديم مشتق من «الكلمة اليونانية (Logistikos)»[1]. إذ تشير إلى «الحساب العملي»[2]. إذن معنى لفظ اللوجستيقا هو «الحساب، وعلى وجه الأدق يعني تلك الجداول ذات النفع العملي التي يتداولها المساحون والحاسبون قديما ليجدوا فيها نتائج العمليات الحسابية المختلفة جاهزة»[3].

عَرفت اللوجستيقا تسميات عديدة فأول اسم أطلق على المنطق المعاصر المنطق الرمزي **(symbolic logic)** وهذا في البدايات الأولى لتطوره بضبط مع **(لبنتز)** لأنه أول من أدخل الرموز على علم المنطق هذا من جهة ومن جهة أخرى لاستعمال اللغة الرمزية، ثم عرف **(بجبر المنطق Algebra of Logic)** بعد ما قدمه إذ طور هذا الأخير المنطق وربطه بعلم الجبر، كما سمي أيضا بالمنطق الرياضي **(Mathematical logic)** وأطلق

[1] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، المرجع السابق، ص42.

[2] أندريه لالاند، الموسوعة الفلسفية، تر: خليل أحمد خليل، منشورات عويدات، بيروت، ط2، 2001، ص750.

[3] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي (Logistic)، المرجع نفسه، ص115.

هذا الاسم عليه لربطه أكثر بالرياضيات. لكن نظرا للبس الذي قد يحدث جراء هذه التسميات التي قد تدل على جزء من تطور المنطق وليس على تطوره الكامل، وبعد صدور كتاب "**أصول الرياضيات Principia Mathematica**" الذي يدل على المنطق في صيغته الرياضية النهائية، أجمع كل من **(لالاند Lalande)**، **(كوتيراه Couturat)** و**(واتسلون Itelson)** على اطلاق لفظ "اللوجستيقا" على المنطق الرياضي سنة 1904م لأنه مفهوم واسع ويدل على المنطق الجديد ككل حتى لا يكون حكرا على علم دون الآخر إنما ليصبح علما للعلوم[1].

عمل رواد المنطق الرياضي على إدخال الحساب (Arithmetic) عليه إذ عرفه جميل صليبا ضمن المعجم الفلسفي بأنه «علم العدد، وهو من أصول العلم الرياضي، وله قسمان: نظري ويبحث في خواص الأعداد ونسبتها بعضها إلى بعض ويسمى بالارتماطيقي. وعملي، ويبحث في طرق استخراج المجهولات من المعلومات العددية ويسمى باللوجستيقي»[2].

هذا بالنسبة للعلم الرياضي أما عن الحساب في المنطق فهو حساب القضايا المنطقية ويعرف بالحساب المنطقي (calcul logical) إذ يعد هذا الأخير من التأثيرات المتبادلة بين المنطق والرياضة.

2-مفهوم الحساب المنطقي

الحساب المنطقي هو الانتقال بالعملية المنطقية من مرحلة الربط بين المفاهيم وصياغة الاستدلالات إلى مرحلة الحساب الذي يخضع لقواعد صارمة وعمليات تشبه إلى حد ما عملية الحساب بالنسبة إلى الأعداد الحسابية (Arthmetical numbers) في الرياضيات[3].

[1] أنظر : محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع نفسه، ص-ص 116-117.

[2] جميل صليبا، المعجم الفلسفي، ج1، المرجع نفسه، ص471.

[3] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، المرجع نفسه، ج2، ص87

يوجد بين "الحساب الرياضي" و"الحساب المنطقي" فهدف الأول هو الوصول إلى نتيجة عددية، في حين يهدف الحساب المنطقي إلى الوصول إلى حكم معين صادق كان أو كاذب وفق القواعد المنطقية. لأن الحساب الرياضي: «يعنى بدراسة الأعداد والعمليات عليها»[1] باختلاف أنواعها، أما الحساب المنطقي هو «الطريقة الآلية التقنية التي يقوم بها الذهن من أجل استنباط الحكم على عبارة رمزية بسيطة أو مركبة بالصدق أو الكذب من زاوية منطقية خالصة»[2].

والآن قبل أن نتطرق إلى النظريات الحسابية لابد من الإجابة على التساؤل التالي: هل عرف (أرسطو) اللوجستيقا؟

3-أرسطو واللوجستيقا

الهدف من إدراج هذا العنوان هو محاولة معرفة ما إن عرف (أرسطو) اللوجستيقا، وبالشكل الدقيق نقصد الرموز المنطقية والتي تتضمن الثوابت والمتغيرات.

حدد (أرسطو) موضوع المنطق باستنباط النتائج من المقدمات والذي حصره على القياس، إذ أنه أشار إلى لفظ التحليلات (**Analytiques**) والذي كان يقصد بها لفظ المنطق الذي أطلقه الرواقيون لاحقا. ظل الاستنباط (**Diductive**) حكرا على لغة الألفاظ دون التوسع فيه، إلى حين مجيء اللوجستقيين الذين طوروا المنطق وشمل موضوعه كل القوانين والقواعد كما هو في الرياضيات. إذن «موضوع المنطق عند واضعه كما هو عند اللوجستقيين المعاصرين هو الاستنباط وقوانينه»[3].

كان (أرسطو) سباقا في إدخال الرموز على المنطق، إذ استعان ببعض الحروف الهجائية للدلالة على المتغيرات (Variables) مثل (أ، ب، جـ...) في تشكيل القضايا

[1] لجنة الرياضيات، معجم الرياضيات، [د.ن]، القاهرة، 1995، ص96.

[2] عبد القادر عدالة، المنطق الرياضي بين اليقين العلمي والعمق الفلسفي، المرجع السابق, ص15.

[3] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي ،المرجع نفسه، ص 42.

المنطقية، إلا أنه لم يفصل فيها كما هو في المنطق الرياضي. استعمل الحدود الكلية كالإنسان، النبات، الحيوان... ولم يضع الحدود المفرغة والوهمية مثل: الأزهار تغني. فيقول يان لوكاشيفيتش: «كان إدخال المتغيرات في المنطق من أعظم مبتكرات أرسطو»[1].

ميز (أرسطو) بين القضية البسيطة والمركبة في المنطق، إذ تقر الأولى بشيء ما أو تنفيه، بينما الثانية هي الجمع بين قضيتين بسيطتين بينهما رابطة، ومن هنا عرف (المعلم الأول) بعض الثوابت (**constants**) التي استعملها ولازالت تستعملها اللوجستيقا ومنها(التضمن، النفي والربط...)، إلا أنه لم يدرسها دراسة خاصة وربما السبب هو لغة الألفاظ، لذلك لم يضع لها رموزا. كما أسند (أرسطو) إلى العلوم البرهانية مما جعله يتعرف على (**النسق الاستنباط Deductive system**) هذا الأخير الذي لم يشهد تطورا كبيرا إلا خلال السنوات الاخيرة، لكن هذا لم ينفي بأنه الممهد الاول لهذا النسق، حيث استعان بالهندسة إذ رأى مدى ضرورة القضايا الأولية التي بها يبدأ البرهان كالاصول (**Axioms**)، المسلمات (**Postulates**) والتعريفات (**Defintions**)، فهدف المنطق عنده هو البرهان باستنباط القوانين.

عرف (**النسق الاستنباطي**)، بأنه مجموعة من العناصر المتداخلة تشكل كلا واحدا أما الاستنباط، فهو «الانتقال من قضية أو عدة قضايا تسمى المقدمات إلى نتائج»[2]. والنسق الاستنباطي في المنطق هو، تلك الرموز من الثوابت والمتغيرات المتداخلة فيما بينها والتي تشكل قضية أو عدة قضايا لها معنى.

كان (أرسطو) سباقا في استخدام الرموز المنطقية لكنه لم يوليها اهتماما كبيرا مثل ما هو في المنطق الرياضي، وربما هذا ما أدى بالمنطق بأن يبقى مرتبطا بلغة الألفاظ وبالتالي تأخر تطوره إلى غاية القرن العشرين.

---

[1] يان لوكاشيفيتش، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، تر: عبد الحميد جره، دار المعارف، الاسكندرية، 1961، ص20.

[2] ابراهيم مذكور، المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة، 1982، ص12

حاولنا من خلال هذا الفصل الإجابة على هذا التساؤل: ما هي نظريات المنطق الرياضي؟ وكيف أثبتت هذه الأخيرة صلت المنطق بالرياضيات؟. للمنطق الرياضي أربعة نظريات أساسية عددها راسل بقوله: «يتكون المنطق الرمزي من ثلاثة أقسام هي الحساب التحليلي للقضايا، الحساب التحليلي للفصول، الحساب التحليلي للعلاقات. ويوجد بين القسمين الأول والثاني داخل حدود خاصة»[1]، ويقصد النظرية الحسابية الرابعة وهي حساب المحمولات، والآن سنتطرق إلى هذه النظريات بالتفصيل لكل واحدة منها.

[1] براتراند راسل، أصول الرياضيات، المصدر نفسه، ص43.

المبحث الأول: نظرية حساب القضايا

تعد نظرية حساب القضايا من أهم النظريات فهي الأساس بالنسبة لباقي النظريات الأخرى، من هذا المنطلق سنوضح في هذا المبحث المبادئ الأولية التي تنطلق منهم هذه النظرية، كما سنتطرق إلى بعض المفاهيم الأساسية فيها كالروابط، دوال الصدق، قوانين الاستنباط...الخ.

يركز المنطق على مفهوم القضية، حيث حدد القضايا التي تصلح بأن تكون قضايا منطقية، فالقضية (proposition): «هي عبارة ذات معنى أو قول مفيد يحتمل الصدق أو الكذب»[1]، نستنتج من هذا التعريف بأن الجملة الخبرية وحدها التي تمثل القضية المنطقية، وما دون ذلك لا يمكن اعتبارها قضية كالجمل الإنشائية.

أولى أصحاب المنطق الرياضي (الوجستيقا) اهتماما كبيرا بمكونات القضايا، فحرسوا على جعل اللغة المنطقية لغة رمزية ليقموا بصياغة "نسق استنباطي" يقوم على الثوابت والمتغيرات، فالأولى تمثل الروابط المنطقية (Logicl connectives)، والثانية هي متغيرات قضايا (propositional variables) ويشار إليها بالحروف الهجائية كالتالي: " ق، س، م..." والتي قد نجدها باللغة الأجنبية "p, q, z..."، ويمثل كتاب "PM" لـ(راسل) مرحلة اكتمال النسق المنطقي المعاصر، كما سهلت جداول الصدق عملية حساب القضايا من خلال معرفة قيم القضايا ما إن كانت صادقة أو كاذبة، ويكون ذلك بكتابة رمزية مختصرة حيث يعبر (1) عن صدق القضية في حين يشير (0) إلى كذبها.

سنتطرق الآن إلى نظرية حساب القضايا بالتفصيل، ونتحدث في البداية عن الروابط المنطقية التي تمثل الأساس، ثم أهم القوانين وقواعد الاستنباط.

[1] ياسين خليل، محاضرات في المنطق الرياضي، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2007، ص29.

1.1..الروابط القضائية

تعتبر الرابطة في المنطق عنصر أساسي، فالرابطة (copula) هي «اللفظ الدال على معنى الاجتماع بين الموضوع والمحمول»[1]، فهي عنصر ثالث يربط بين القضايا المنطقية، وتسمى الروابط بالثوابت.

تعرف الثوابت (constants) بأنها «رموز مستعارة من الرياضة ومن الجبر بنوع خاص ومنها علامات الإضافة والمساواة والضرب والجمع...الخ»[2]. وقد عرفت الثوابت المنطقية منذ الرواقيين باسم "الروابط"، ومع السعي لوضع "لغة شاملة" قدم المناطقة المعاصرين الثوابت بلغة رمزية دقيقة. وهي كالتالي:

1.1.1.. رابطة النفي (Negation): ورمزها "~" وهي إجراء بسيط يضع عادة قبل القضية مثال: ~ق وتقرأ (لا ق).

ق	~ق
1	0
0	1

2.1.1.. رابطة الفصل (Disgunction): وترادف اللفظ "أو" ورموزها "V"، ويسميه المناطقة بحاصل الجمع المنطقي وهو نوعان فصل استبعادي وفصل غير استبعادي.

أما استبعادي "ق V س" هي قضية صادقة إذا كانت إحدى طرفيها صادقة. وتكون كاذبة إذا كانت القضيتان صادقتان معا أو كاذبتان معا[3]. كما هو موضح في الجدول التالي:

[1] ناصر هاشم محمد، المنطق الحديث أسسه ونظرياته، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2020، ص65,

[2] محمد فتحي عبد الله، معجم مصطلحات المنطق وفلسفة العلوم، المرجع السابق، ص82.

[3] ناصر هشام محمد، المرجع نفسه، ص-ص 65-66.

ق	س	قVس
1	0	1
0	1	1
1	1	0
0	0	0

أما غير استبعادي وفيه تكون قضية الفصل صادقة إذا صدق أحد طرفيها أو صدقهما معا، وتكون كاذبة بكذبهما معا.

ق	س	قVس
1	0	1
0	1	1
1	1	1
0	0	0

3.1.1.. رابطة العطف (congunticion): ورمزها (.) ونقول ق . س وتقرأ: ق و س.

ويسمى العطف أيضا بالضرب المنطقي (Logical proudict).

ومن نتائج العطف أو الضرب المنطقي: ق . س = س . ق س . س = ق[1].

ق	س	ق . س
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

4.1.1.. رابطة اللزوم المنطق (Inpilacation): لقد كان لثابت اللزوم دورا محوريا لإقامة النسق الاستنباطي في المنطق، وكشف كل من بيرس (Peirce) و(فريجه) عن مزايا

[1] المرجع نفسه، ص67.

هذه الرابطة في أبحاثهم المنطقية. وتحدث (راسل) عن اللزوم في كتابه "اصول الرياضات" وما تحمله من دلالة منطقية ودور رئيسي في انتاج القضايا.

يرى (راسل) أن اللزوم يرتبط بفكرة "اللزوم الصوري" (formal Implicatio) أي كل القضايا من نوع س إنسان يلزم عنها س فان"، وتعد هذه الفكرة من أصول علم أي المنطق الرمزي[1].

ويرمز للزوم بالرمز "⊂" ومعناه في بلغة الالفاظ "إذا...إذن..." أي ق ⊂ س.

ق	س	ق ⊂ س
1	1	1
0	0	1
1	0	0
0	1	1

5.1.1.. رابطة التكافؤ (Equvalance): يرمز لها بـ"≡" فنقول ق ≡ س والتكافؤ هنا بمعنى مبدأ الهوية أي نقول ق ≡ ق. بمعنى يستحيل أن تكون ق كاذبة وتكافئ س صادقة، أو العكس وإنما لابد أن تصدقان معا أو تكذبان معا[2].

ق	س	ق ≡ س
1	1	1
0	0	1
1	0	0
0	1	0

[1] أنظر: براتراند راسل، أصول الرياضيات، المصدر السابق، ص 42.

[2] ناصر هشام محمد، المنطق الحديث أسسه ونظرياته، المرجع نفسه، ص68

6.1.1.. رابطة الشطب أو رفض أحد البديلين: رمزها / فنقول ق / س . وهي تصدق بكذب أحد عنصريها أو كذبهما معا، وتكذب بصدقهما معا[1] حسب الجدول التالي:

ق	س	ق / س
1	1	0
0	1	1
0	0	1
1	0	1

2.1.. الإجراءات المستخدمة في حساب القضايا

يوجد نوعان من الإجراءات، الأول إجراء بسيط والثاني إجراء مركب، أما الأول هو القضايا الناتجة عن النفي، الضرب والجمع المنطقي كما أشرنا في الروابط سابقا.

ويمثل الثاني الإجراءات المركبة وهي ثلاثة أنواع:

1- الإجراء المركب من النفي والضرب كقولنا: ق. ~س ≡ ~س .ق وتقرأ كالتالي: صدق القضية ق و نفي القضية س يكافئ نفي القضية س وصدق القضية ق.

2- الإجراء المركب من النفي والجمع مثل: ق ∨ ~س ≡ ~س .ق وتعني بصدق القضية ق أو كذب القضية س يكافئ كذب القضية س أو صدق القضية ق.

3- الإجراء المركب من النفي والجمع والضرب معا مثل: ~(ق. س) ≡ ~ق ∨ ~س.

[1] ناصر هشام محمد، المنطق الحديث أسسه ونظرياته، المرجع نفسه، ص76.

3.1.. قوانين حساب القضايا

تتضمن قوانين حساب القضايا نوعان: الأول خاص بحساب القضايا البسيطة والثاني خاص بحساب القضايا المركبة وهي كالتالي:

1.3.1.. قوانين حساب القضايا البسيطة: وهي خمسة أنواع

1) قانون الهوية (Law of identity) وله ثلاثة أشكال:

ش1: ق = ق أي القضية تساوي ذاتها

ش2: قVق≡ ق أي صدق القضية ق أو صدق القضية ق يكافئ صدق القضية ق.

ش3: ق. ق ≡ق أي صدق القضية ق و صدق القضية ق يكافئ صدق القضية ق وهو من قوانين تحصيل الحاصل.

2) قانون النفي المزدوج (Low of Duble Negation): مثل ~ ~ق ≡ق أي نفي النفي يساوي الإثبات.

3) قانون عدم التناقض (Low of Contradiction): ورمزه ق. ~ق أي لا يمكن القول بصدق القضية ق وكذبها معا.

4) قانون الوسط الممتنع (Low of apcluded middle): ق V ~ق وتقرأ إما ان نقول صدق القضية ق او كذب القضية ق، وبالتالي لا يصدقان معا ولا يكذبان معا، وإذا حصل ذلك فهي كاذبة.

5) قانون رد المستحيل (Reduction edabsurdum): نقول ق ⊂ ~ق ≡ ~ق[1].

[1] المرجع السابق، ص – ص 76 – 77.

2.3.1.. القوانين الخاصة بحساب القضايا المركبة:

1) قوانين الفصل المنطقي: وهما قانونان

قانون التبادل: ق V س≡ س V ق

قانون الترابط: ق V (س V م)≡ م (قVس)≡ س (قV م).

2) قوانين الضرب المنطقي: وهما قانونان

قانون التبادل: ق. س ≡ س. ق

قانون الترابط: ق. (س. م) ≡ (ق. س) .م ≡ (ق. م) .س

3) قوانين خاصة بالتكافؤ: وهي خمصة قوانين كالتالي

أ- (ق ≡س) ≡ (ق ⊂س) . (س ⊂ق)

ب- (ق ≡س) ≡ (ل ق≡ س) ≡ (س ≡ م)

ت- ~(ق. س) ≡ (~ق V س) . (ق V ~س)

ث- (ق ≡ س) ≡ (ق . س) V(~ق . ~س)

ج- (ق ≡ س) ≡ (س ≡ ق)

4) قوانين خاصة بالتنافر: تتضمن قانونان

أ- (ق ⊂ س) ≡ (~ق ⊂ ~س)

ب- (ق ≡ س) ≡ (~ق ≡ س)[1].

[1] ناصر هشام محمد، المنطق الحديث أسسه ونظرياته، المرجع السابق، ص – ص 77 – 78.

5) قوانين دي مورغان: المعروفة بـ "قانونا دي مورغان" وهي:

أ- (ق V س) ~(~ق. ~س) ب- (ق. س) ≡ ~(~ق V ~س).

6) قوانين الاستغراق: هي كالتالي

أ- ق. س (Vم) ≡ (ق. س) V(ق. م)

ب- قV (س. م) ≡ (قV س) . (ق ⊃م)

ت- (ق ⊂ س. م)≡ (ق ⊃س) . (ق ⊂ م)

ث- (ق ⊂ س V م) ≡ (ق⊂ س) V (ق ⊂ م)

ج- ق⊂ (س ⊂ م) ≡ (م ⊂ س) ⊂ (ق ⊂ م)

ح- ق ⊂ (س ≡ م) ≡ (ق ⊃س) ≡ (ق ⊂ م)

7) **قوانين الاستدلال:** تتضمن ثلاثة عشر قانون هي

أ- ق ⊂ (ق V س) ب- س ⊂ (ق V س)

ت- س ⊂ (ق V س) ث- ~ق ⊂ (ق ⊂ س)

ج- ق. س: ⊂ ق ح- ق. س: ⊂ س

خ- ق . ~ق: ⊂ س د- (ق V س) . ~س: ⊂ ق

ذ- (ق ⊂ س) . ~ق: ⊂ س ر- (ق ⊂ س) . ق: ⊂ س

ز- (ق ⊂ س) . ~س: ⊂ ~ق

س- (ق ≡ س) : ⊂ : (ق ⊂ س) ش- (ق ≡ س): ⊂ : (س ⊂ ق)[1].

[1] أنظر: المرجع السابق، ص 79- 85

المبحث الثاني: نظرية حساب المحمولات

عرفت هذه النظرية بعدة تسميات فبالإضافة إلى نظرية حساب المحمول (Predicate Culculus)، سميت أيضا بنظرية حساب دالات القضايا (Functional culculus of proposition)، ونظرية التسوير (theory of Quantification)، كما اطلق عليها (راسل) اسم نظرية المتغيرات الظاهرية (theory of Apparent Variables).

تهتم هذه النظرية بدراسة القضايا من الداخل، أي مكوناتها من الموضوع والمحمول وحتى الرابطة، ويتمحور موضوع هذه النظرية حول «البناء المنطقي للقضايا، ومن ثم تهتم بالحساب التحليلي للدلات»[1]، فما هو مفهوم الدالة، ودالة قضية؟.

الدالة(Function): مفهوم رياضي ويعتبر (فريجه) أول من أدخل هذا المفهوم في علم المنطق، إذ تحدث عنه ضمن مقال بعنوان "الدالة والفكر"، فتوصل إلى أن لا فرق بين الدالة في الرياضيات والفكرة في المنطق.

تمثل الدالة في المنطق المحمول الذي يتم تحديد علاقته بالموضوع من خلال الرابطة. مثلا: (س) إنسان فالحرف (س) هو الدالة ويمكن قولنا أحمد إنسان وهي صادقة، وإذا قلنا القلم إنسان هنا تكون الدالة خاطئة، فالدالة هي: «قضية سواء كانت صادقة أو كاذبة، سواء تحتوي على حد واحد أو أكثر، فإن البناء الداخلي الذي نعبر عنه بالتدوين الرمزي يوجد جزء ثابت لا يتغير معناه، وجزء أخر يتغير معناه ويشير إلى شيء، فالجزء الثابت هو الدالة، والجزء المتغير هو حدها الذي يمكن أن نستعيض عنه باسم له معنى»[2].

[1] محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، المرجع السابق، ص209.

[2] ياسين خليل، محاضرات في المنطق الرياضي، المرجع نفسه، ص70.

دالة قضية (proposition function): مصطلح يجمع بين مفهومين في المنطق الرياضي وهي: «صيغة فيها جزء ثابت المعنى ولها متغير واحد أو أكثر، تتحول إلى قضية بمجرد إعطاء قيم لمتغيراتها»[1].

وتنقسم دالات القضايا حسب عدد المواضع الشاغرة التي تملأها ومنها:

-دالة ذات موضع واحد مثل: "...إنسان" ورمزها ح (س)

-دالة ذات موضوعين مثل: ...أكبر من... ورمزها ...>...

وتوجد أيضا دالة ذات ثلاثة وأربعة مواضع وقد تكون أكثر.

تختلف دالة القضية عن **دالة الصدق (Truth function)** تمثل الأولى رموزا لقضايا بسيطة أو مركبة، في حين تدل الثانية على صورة رمزية لقضية مركبة تحوي ثابتا منطقيا مثل: (ق ⊃ل)، (ق ≡ل)...الخ، وبالتالي دالة قضية أعم وأشمل من دالة الصدق، إذا يمكن القول كل دالات الصدق قضايا لكن ليس العكس[2].

تنظر نظرية حساب دالات القضايا إلى القضية من الداخل، وبذلك تولي اهتماما خاصا بسور القضية الذي يعتبر الركيزة الأساسية لتحديد العلاقة بين عنصريها، حيث لا يمكن معرفة دور المحمول إلا من خلال السور، ومعناه كما سبق واشرنا، هو تحديد القضية مما يسهل معرفة نوعها، ويختلف من قضية إلى أخرى من حيث الكم والكيف.

تركز نظرية حساب المحمولات على فكرتين أوليتين هما صادقة دائما (Always True) أو صادقة في كل الحالات، وصادقة أحيانا (Sometimes True) أو صادقة في بعض الحالات، ويمكن التعبير عن هاتين الفكرتين بـ "كل، بعض". والمتمثلة في التعريف التالي: ~(ك) (د هـ) =(حـ) (~د هـ).

[1] ياسين خليل، محاضرات في المنطق الرياضي ، المرجع نفسه، ص71.

[2] أنظر: محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، مرجع سابق، ص214.

إذ تعني: «الصيغة الأولى على يمين علامة المساواة أن من الكذب أن نقوا عن كل قيم هـ توصف بالصفة د. وتعني الصيغة الثانية أن يوجد شيء واحد على الاقل هـ مما لا يتصف بالصفة د»[1].

1.2.. المصطلح الرمزي لنظرية حساب المحمولات

تركز نظرية حساب المحمول على اربعة أنواع من الرموز كما يلي:

1. رموز التسوير (Quantification Symbols) وهي نوعان:

النوع الأول: السور الكلي (Universel Quantifire) ويعبر عنه بالرمز (س) أي بالنسبة لجميع قيم "س"، بمعنى الحكم الذي نصوره على أفراد الموضوع بالإيجاب أو بالسلب. وتقرأ في حالة الإيجاب بالنسبة لجميع قيم (س)، اما في حالة السلب ~(س) تقرأ ليس كل قيم (س).

النوع الثاني: السور الجزئي أو الوجودي (Existential Quantifire) يرمز له بالرمز (Eس) أو ج س) ويقصد به الجزء أو البعض، أي يوجد فرد واحد على الأقل مما هو (س) يتصف بـ...

ويمكن التعبير عن الحلات المذكورة سابقا كالتالي: إذا كانت سور كلي (كل إنسان...) أي:

-كل الحالات التي يكون عليها "هـ"، فإن "هـ" إنسان.

-بالنسبة لجميع حالات (س) فإن (هـ س)

-(س) (هـ س)

أما القضية (بعض الطلبة...) وهي سور جزئي فيعبر عنها بـ: (E س).

وتقرأ: يوجد واحد على الأقل مما هو (س).

[1] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، المرجع السابق، ص229.

كما يستخدم أيضا جميع الثوابت المستخدمة في حساب القضايا[1].

2.رموز المتغيرات الفردية (Individual Variables symbols) هي رموز تمثل الموضوعات في القضايا، قد تكون اسماء أعلام أو أشياء جزئية...الخ، أي أنها موضوع للقضية. وهي الحروف الاخيرة في الأبجدية الإنجليزية Z,Y,X ويقابلها في اللغة العربية هـ، و، ي.

3.رموز المتغيرات الحملية (Predicative Variables symbols) وتدل هذه الاخيرة على الصفات أو محمولات للموضوعات، ويرمز لها بالحروف التالية: H, G, J ويقابها في العربية الحروف التالية: س، ص، ط.

4. رموز المتغيرات القضوية (Propositional Variables symbols) وهي المتغيرات المعبر عنها في قضايا ككل، وهي نفسها المتغيرات المشار إليها في نظرية حساب القضايا وهي كالتالي: P, q, r, S أو ق، ل، م، ن في اللغة العربة[2].

2.2.. المنطق التقليدي من منظور نظرية حساب المحمول

1.2.2..القضية الحملية

قدم (أرسطو) أربعة تصنيفات للقضية الحملية، أجريت من خلالها عمليات منطقية كالاستدلال المباشر وغير المباشر وهي كالتالي ك. م=A ك. س=E ج. م=I ج. س=O. ومع تطور المنطق في الفترة المعاصرة اتخذت هذه التصنيفات صياغة جديدة وفق نسق رمزي، وذلك من خلال نقد القضية العامة أو الكلية في بالمعنى الدقيق «هي القضية التي يستند فيها محمول غلى اسم علم، أو إلى شيء جزئية وجود في الواقع»[3].

[1] زكريا منشاوي الجالي، المدخل النقدي للمنطق الرمزي، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2015، ص236.

[2] المرجع نفسه، ص237.

[3] المرجع نفسه، ص242.

نفى رواد المنطق الرياضي وجود القضية الحملية واعتبروها قضية مركبة يجب تحليلها مثلا: "كل إنسان فان" هي قضية مركبة من قضيتين حمليتين، وتصبح "كل أ هو ب" أي إذا كان "هـ هو أ" فإن "هـ هو ب"، وتقرأ في كل قيم الممكنة لـ "هـ" فإذا كان "هـ" يتصف بصفة "أ" فغنه يتصف بصفة "ب" أي (هـ) (هـ أ) ⊂ هـ ب).

الصياغة الجديدة للقضايا الحملية

قد بدأت الصياغة الجديدة مع (بيرس) و(فرجه) و(بيانو) وأكملها (راسل) في كتابه الأصول وهبي على النحو التالي:

1)الكلية الموجبة (A): جمع (فريجه) بين الموضوع والمحمول بجعلهم محمولان معا كقولنا "كل إنسان فان" فإنسان وفان محمولان ويمكن التعبير عنها في الصورة التالية: (س) (هـ س ⊂ هـ ص)، وتقرأ في كل قيم "س" إذا كان "س" يتصف بالخاصة "هـ" فإن "ص" يتصف بالخاصة "هـ". وهي صادقة بالنسبة لجميع قيم "س".

2)الكلية السالبة (E): ينطبق عليها ما ينطبق على الكلية الموجبة بإضافة إجراء السلب كالقضية "لا إنسان كامل" وتمر على المراحل التالية:

م1) نفترض أي شيء فردي، فإن كان إنسانا فهو ليس كاملا

م2) في كل قيم "س" إنسانا، فإن "س" ليس كاملا

م3) س ط ⊂ن س هـ وهي دالة صادقة لجميع قيم "س" والدالة (س) س ط ⊂ ن س هـ صادقة بالنسبة لجميع القيم الممكنة.

3) الجزئية الموجبة (I): مثال: بعض الورود حمراء، ليكن "هـ" وردا أحمر ويمكن التعبير عنها بطرق مختلف كالتالي:

يوجد فرد واحد على الأقل مما يتصف بكونه ورد أحمر أي: (ج س) (هـ س. هـ ص).

يوجد فرد واحد على الأقل من ذلك النوع الذي يكون وردا وأحمر أو بعض ط هي هـ أي: (س ط. س هـ). ومنه الدالة صادقة لقيمة واحدة على الأقل لبعض قيم "س". إذن: (ج س) (س ط. س هـ).

4) الجزئية السالبة (O): وهي مثل الأولى بإضافة السلب نقول: "بعض الورد ليس أحمر" أي (ج س) (هـ س ~هـ ص) وتقرأ يوجد على الأقل فرد واحد من ذلك النوع الذي يكون ورد ولا يكون أحمر.

كما يمكن التعبير عن القضايا الاربعة بالاستعانة بنظرية حساب القضايا كالتالي:

1) ك م: (س) (هـ س ⊃هـ ص) = (ق ⊃ل)

2) ك س: (س) (هـ س ⊂ ~هـ ص) = (ق ⊂ ~ل)

3) جـ م: (ج س) (هـ س . هـ ص) = (ق . ل)

4) جـ س: (ج س) (هـ س . ~هـ ص) = (ق . ~ل)[1].

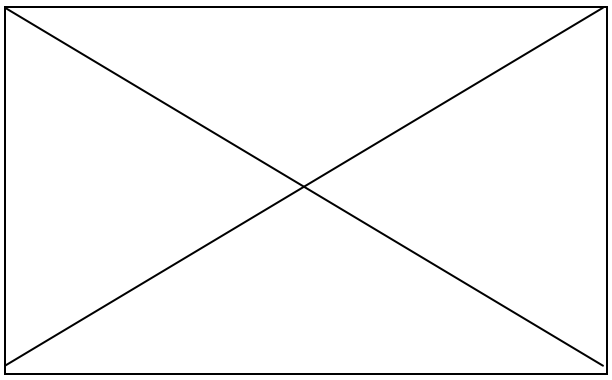
2.2.2.. التقابل بين القضايا

قدم المناطقة الرياضيون صياغة جديدة لمربع التقابل بين القضايا، وعلى عكس ما قدمه (أرسطو) في هذا الجزء –كما سبق وأشرنا في الفضل الاول–، يحتوي المربع في صورته الجديدة على علاقة أساسية واحدة وهي "علاقة التناقض"، كما أنه لم يقدم علاقة التضاد والتداخل والدخول تحت التضاد لأنها تناقض القواعد. فأصبح مربع التقابل كما هو مبين في الشكل التالي[2]:

[1] انظر: زكريا منشاوي الجالي، المدخل النقدي للمنطق الرمزي، ص– ص 243 –245.

[2] محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، المرجع نفسه، ص229.

(هـ س ⊂هـ ص): A E: (هـ س ⊂~هـ ص)



(هـ س .هـ ص): I O: (هـ س .~هـ ص)

اختلف المنطق الرياضي عن المنطق التقليدي في أهم نقطة حول أحكام التقابل، يقر المنطق الارسطي بعدم صدق القضيتان المتضادتان معا، أي إذا كانت الكلية الموجبة صادقة فيجب ان تكون الكلية السالبة كاذبة. هذا ما اعتبره المنطق الرياضي بالتناقض، ومنه القضيتان الكليتان تصدقان معا. فغن دالات القضايا الكلية: ك م:(هـ س ⊂هـ ص)

ك س: (هـ س ⊂ ~هـ ص)، يمكن الحكم علهما بالصدق فقط ولا يجوز كذبهما، وهذا نفي لعلاقة التضاد التي جاء بها المنطق الصوري.

ثاني اختلاف بين المنطق الرياضي والتقليدي حول التقابل، حيث يرى رواد المنطق الكلاسيكي أن القضية الكلية إذا كانت صادقة فإن القضية الجزئية المتداخلة معها لا بد أن تكون صادقة، وعكس هذا الحكم تؤكد اللوجستيقا أن القضية الكلية دائما صادقة، في حين أن القضايا الجزئية قضايا كاذبة، وبالتالي لا تصدقان القضايا المتداخلة «فصدق الكل لا يستلزم عنه صدق الجزء المنطوي تحته»[1].

ثالث اختلاف حول أحكام التقابل، يرى المنطق التقليدي أن القضايا الجزئية لا تكذبان معا وقد تصدقان معا، في حين يرى المنطق الرياضي غير ذلك أي القضايا الجزئية تكذبان

[1] المرجع نفسه، ص231.

معا، لأنهما الرابط بين دالة القضية الاولى والثاني هي رابطة وصل تعطف القضيتين إحداهما كاذبة وبالتالي تكون الثانية كاذبة.

توصل المنطق الرياضي من نقده للمنطق القديم إلى أحكام أخرى ونفى بعض الأحكام وذلك ضمن القضايا الأربعة كما سنبين في العنصر التالي[1]:

3.2.2..أحكام المنطق الرياضي في مربع التقابل

1) A ⊂ ~O وتقرا صدق الكلية الموجبة يستلزم كذب الجزئية الموجبة. وصورة الحكم بلغة حساب المحمولات: [ك] (هـ س ⊂ هـ ص) ⊂ ~ [جـ] (هـ س. ~ هـ ص). وتصبح دالة قضية بلغة حساب القضايا كالتالي: (ق ⊂ ل) ⊂ ~ (ق. ~ل)

ق ⊂ ل	⊂	~	(ق. ~ل)
1	1	1	0
0	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	0

2) (~A ⊂O) أي كذب الكلية الموجبة يلزم عنه صدق الجزية الموجبة، إذن:

~[ك] (هـ س ⊂هـ ص) ⊂ [جـ] (هـ س. ~هـ ص) ويقبلها بلغة القضايا ما يلي:

~(ق ⊂ل) ⊂ (ق. ~ل)

[1]محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، المرجع السابق، ص –ص 236–240.

~ (ق⊂ل)	⊂	ق . ~ل
0 1	1	0
1 0	1	1
0 1	1	0
0 1	1	0

الدالة صادقة، وهناك تطابق بين قيم الصدق وشطري الدالة إذن هي دالة تكافؤ أيضا:

~ (ق ⊂ ل) ≡ (ق . ~ل)

3) (I~ ⊂ E) صدق الكلية السالبة يستلزم كذب الجزئية السالبة. وبلغة دالة قضية نحصل على: [ك] (هـ س ⊂ ~هـ ص) ⊂ ~[جـ] (هـ س. هـ ص). ولغة حساب القضايا

(ق ⊂ ~ل) ⊂ ~(ق . ل)

ق ⊂ ~ ل	⊂	~ (ق . ل)
0	1	0 1
1	1	1 0
1	1	1 0
1	1	1 0

ونستنتج دالة تكافؤ أيضا: (ق ⊂ ~ل) ≡ ~(ق . ل)

4) (~E ⊂ I) تعني كذب الكلية السالبة يستلزم عنه صدق الجزئية الموجبة، ويعبر عنها بلغة المحمولات: ~[ك] (هـ س ⊂ ~هـ ص) ⊂ [جـ] (هـ س . هـ ص) وبلغة حساب القضايا (ق ⊂ ~ل) ⊂ (ق . ل)

5) (I ⊂ ~E) يقرأ هذا الحكم أن صدق الجزئية الموجبة يلزم عنه كذب الكلية السالبة.

[جـ] (هـ س. هـ ص) ⊂ ~[ك] (هـ س ⊂ ~هـ ص)

(ق . ل) ⊂ ~ (ق ⊂ ~ل)

6) (~I ⊂ E) كذب الكلية الموجبة يستلزم صدق الكلية السالبة

~[جـ] (هـ س . هـ ص) ⊂ [ك] (هـ س ⊂ ~هـ ص)

~(ق. ل) ⊂ (ق ⊂ ~ل)

~ (ق. ل)	⊂	(ق ⊂ ~ل)
0 1	1	0
1 0	1	1
1 0	1	1
1 0	1	1

7) (O ⊂ ~A) بمعنى صدق الجزئية السالبة يستلزم كذب الكلية الموجبة، يرمز لها بدلات القضايا: [جـ] (هـ س. ~هـ ص) ⊂ ~[ك] (هـ س ⊂ هـ ص)

يعبر عنها بلغة حساب القضايا كالتالي: (ق .~ل) ⊂ ~(ق ⊂ ل)

(ق .~ل)	⊂	~ (ق ⊂ ل)
0	1	1 0
1	1	0 1
0	1	1 0
0	1	1 0

8) (~O ⊂ A) يقر هذا الحكم أن كذب الجزئية السالبة يستلزم صدق الكلية الموجبة

~[جـ] (هـ س. ~هـ ص) ⊂ (هـ س ⊂ هـ ص)

(ق. ~ل) ⊂ (ق ⊂ ل)

ملاحظة: لم نقدم جدول القيم في بعض الأحكام مثل الحكم 4، 5، 8 لأن يصدق عليها نفس القيم التي قدمنها سابقا والخاصة بالحكم رقم 3.

3.2.. القياس وفق نظرية حساب دالة قضية

سمحت نظرية حساب المحمولات بإعادة صياغة القياس الارسطي صياغة رمزية، إذ قدمت تكميما للمحمول وتفصيل القضايا بطريقة تحليلية، كما تمكنت من حساب المحمول بإعطاء قيم وفق جداول القيم. والآن سنتطرق لأشكال القياس الأربعة وضروب المنتجة بضرب أمثلة بلغة الالفاظ ثم بلغة حساب المحمول وبعدها بلغة حساب القضايا بالترتيب.

الشكل الأول: ينتج الشكل الأول أربعة ضروب كالتالي[1]:

الضرب الأول(Barbara):

كل الكرماء أسخياء / كل سكان القمر كرماء ∴ كل سكان القمر أسخياء

حساب دالة قضية: (هـ س ⊂هـ ص) / (هـ ط ⊂ هـ س) ∴ (هـ ط ⊂ هـ ص)

(هـ س ⊂هـ ص) . (هـ ط ⊂ هـ س) ⊂ (هـ ط ⊂ هـ ص)

تصبح بلغة حساب القضايا: [(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ق)] ⊂ (م ⊂ ق)

الضرب الثاني (Celarent):

لا واحد من المصريين بخيل / كل الاسكندريين مصريون ∴ لا واحد من الاسكندريين بخيل

الصورة الرمزية: (هـ س⊂ ~هـ ص) / هـ ط ⊂ هـ س) ∴ (هـ ط ⊂ ~هـ ص)

حساب القضايا: [(ق ⊂ ~ل) . (م ⊂ ق)] ⊂ (م ⊂ ~ل)

[1] أنظر : محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، المرجع السابق، ص – ص259–266.

الضرب الثالث (Daril): كل الفلاسفة مفكرون / بعض العلماء فلاسفة ∴ بعض العلماء مفكرون

لغة حساب المحمولات: (هـ س ⊃هـ ص) / (هـ ط . هـ س) ∴ (هـ ط . هـ ص)

لغة حساب القضايا: [(ق ⊃ل) . (م . ق)] ⊃ (م . ل)

الضرب الرابع (Ferio):

لا مؤمن مرتكب للفواحش / بعض المصريين مؤمنين ∴بعض المصريين لا يرتكب الفواحش

اللغة الرمزية لدالة القضية: (هـ س⊃ ~هـ ص) / (هـ ط. هـ س) ∴ (هـ ط . ~هـ ص)

اللغة الرمزية للقضايا: [(ق ⊃ ~ل) . (م . ق)] ⊃ (م . ~ل)

2-**الشكل الثاني**: تتميز ضروب هذه الشكل بمكان الحد الاوسط الذي يرد محمولا في المقدمتين، ويتشكل من أربعة ضروب هي[1]:

الضرب الأول (Cesare)

لا واحد من الموحدين بمشرك / كل عبدة الاصنام مشركين

∴لا واحد من عبدة الأصنام بموحد

الصيغة الرمزية: (هـ س ⊃ ~هـ ص) / (هـ ط ⊃ هـ ص) ∴(هـ ط ⊃ ~هـ س)

الصيغة القضوية: [(ق ⊃ ~ل) . (م ⊃ ل)] ⊃ (م ⊃ ~ق)

الضرب الثاني (Camestres): كل مؤمن يصلي/ لا كافر يصلي ∴ لا كافر مؤمن

دالات القضايا: (هـ س ⊃ هـ ص) / (هـ ط ⊃ هـ ص) ∴ (هـ ط ⊃ ~هـ ص)

حساب القضايا: [(ق ⊃ ل) . (م ⊃~ل)] ⊃ (م ⊃ ~هـ س)

[1] المرجع السابق، ص- ص 268-274.

الضرب الثالث (Festino)

لا واحد من المسلمين يهودي/ بعض سكان مصر يهودي ∴ بعض سكان مصر ليس مسلما

الصورة الرمزية (هـ س ⊂ ~هـ ص) / (هـ ط . هـ ص) ∴ (هـ ط . ~هـ س)

لغة القضايا [(ق ⊂ ~ل) . (م . ل)] ⊂ (م . ~ق)

الضرب الرابع (Baroco)

كل منافق مضلل / بعض المادحين ليس مضللا ∴ بعض المادحين ليس منافقا

لغة دالة قضية: (هـ س ⊂ هـ ص) / (هـ ط . ~هـ ص) ∴(هـ ط . ~هـ س)

حساب القضايا: [(ق ⊂ ل) . (م. ~ل)] ⊂ (م . ~ق)

3-الشكل الثالث: يكون الحد الأوسط في هذه الشكل موضوعا في المقدمتين ويشتمل هذا الشكل على ست ضروب نوجزها في النقاط التالية[1]:

الضرب الأول (Darabti) يتكون من مقدمتين كليتين ونتيجة جزئية موجبة مثال:

كل المصريين يعشقون الحرية/ كل المصريين كرماء ∴بعض الكرماء يعشقون الحرية

لغة دالة قضية: (هـ س ⊂ هـ ص)/ (هـ س ⊂ هـ ط) ∴(هـ ط . هـ ص)

حساب القضايا: [(ق ⊂ ل) . (ق ⊂ م)] ⊂ (م . ل)

الضرب الثاني (Disamis): وفيه مقدمتين الكبرى (ج.م) والصغرى (ك.م) والنتيجة (ج.م)

مثال: بعض الانسان جسم/ كل إنسان حيوان ∴بعض الحيوان جسم

لغة المحمولات: (هـ س. هـ ص)/ (هـ س⊂ هـ ط) ∴(هـ ط. هـ ص)

رموز القضايا: [(ق . ل) . (ق ⊂ م)] ⊂ (م . ل)

[1] المرجع السابق، ص-ص 275-285.

الضرب الثالث (Datisi) ويشتمل على مقدمة كبرى (ك.م)، ومقدمة صغرى (ج. م) أما النتيجة (ج. م).

مثال: كل إنسان حيوان/ بعض الإنسان جسم ∴بعض ما هو جسم حيوان

لغة دالة قضايا: (هـ س ⊃هـ ص)/ (هـ س. هـ ط) ∴ (هـ ص . هـ ط)

لغة القضايا: [(ق ⊂ ل) . (ق . م)] ⊃ (م . ل)

الضرب الرابع (Felapton) يتضمن (ك. س) في المقدمة الكبرى، و(ك. م) مقدمة صغرى والنتيجة (ج. س).

مثال: لا واحد من المرضى يصوم/ كل المرضى يتألمون ∴ بعض المتألمين لا يصمون

رموز المحمولات: (هـ س⊃ ~هـ ص)/ (هـ س⊃ هـ ط) ∴ (هـ ط . ~هـ ص)

رموز القضايا: [(ق⊃ ~ل) . (ق⊃ م)] ⊃ (م. ~ل)

الضرب الخامس (Bocardo): يتكون من قضية كبرى (ج. س)، ومقدمة صغرى (ك. م) والنتيجة (ج. س).

مثال: بعض العلماء ليسوا مؤمنين/ كل العلماء يخلصون في علمهم

∴ بعض المخلصين في عملهم ليسوا مؤمنين

لغة المحمولات: (هـ س. ~هـ ص)/ (هـ س ⊃ هـ ط) ∴ (هـ ط . هـ ص)

لغة القضايا: [(ق. ~ل) . (ق⊃ م)] ⊃ (م . ~ل)

الضرب السادس (Ferison): يشتمل على قضية كبرى (ك. س) وقضية صغرى (ج. م) والنتيجة (ج. س).

مثال: لا مشرقي عدواني/ بعض المشرقين علماء ∴ بعض العلماء ليس عدوانيا

لغة دالة قضية: (هـ س ⊂ ~هـ ص)/ (هـ س. هـ ط) ∴ (هـ ط. ~هـ ص)

لغة نظرية القضايا: [(ق ⊂ ~ل) . (ق . م)] ⊂ (م. ~ل)

1-الشكل الرابع: وهو الشكل الذي يكون فيه الحد الأوسط محمولا في المقدمة الكبرى، وموضوعا في الصغرى عكس الشكل الأول وينتج خمس ضروب كالتالي[1]:

الضرب الأول (Bramani): ويتضمن مقدمتين كليتين موجبتين والنتيجة (ج. م) مثال:

كل المخطوطات نادرة/ كل نادر يبحث عنه العلماء∴بعض ما يبحث عنه العلماء مخطوطات.

الصورة الرمزية دالة قضية: (هـ س ⊂ هـ ص)/ (هـ ص ⊂ هـ ط) ∴(هـ ط . هـ ص)

رموز القضايا: [(ق ⊂ ل) . (ل ⊂ م)] ⊂ (م. ل)

الضرب الثاني (Camenes): ويشمل على (ك. م) في المقدمة الكبرى، و(ك. س) كمقدمة صغرى، والنتيجة (ك. س).

مثال: كل الجزائريين أحرار/ لا واحد من الأحرار يقطن بفرنسا∴لا واحد الجزائريين يقطن بفرنسا.

بلغة المحمولات: (هـ س ⊂ هـ ص)/ (هـ ص⊂ ~هـ ط) ∴(هـ ط⊂ ~هـ س)

بلغة القضايا: [(ق ⊂ ل) . (ل ⊂ ~م)] ⊂ (م ⊂ ~ق)

الضرب الثالث (Dimaris): يتكون من مقدمتين الاولى كبرى (ج. م)، والثانية صغرى (ك. م) ونتيجة (ج. م).

مثال: بعض الطلاب حاضرون/ كل الحاضرون سعداء ∴بعض السعداء طلاب

[1] المرجع السابق، ص – ص286- 292.

لغة حساب المحمولات: (هـ س. هـ ص)/ (هـ ص ⊂ هـ ط) ∴(هـ ط . هـ س)

لغة حساب القضايا: [(ق . ل) . (ل ⊂ م)] ⊂ (م . ق)

الضرب الرابع (Fesapo): يتضمن هذه الضرب مقدمة كبرى (ك. س)، وأخرى صغرى (ك. م) ونتيجة (ج. س).

مثال: لا عزيز على النفس ذليل/ كل ذليل مهين ∴بعض المهين ليس عزيز

رموز دالة قضية: (هـ س⊂ ~هـ ص)/ (هـ ص ⊂ هـ ط) ∴ (هـ ط . ~ هـ س)

رموز حساب القضايا: [(ق ⊂ ~ل) . (ل ⊂ م)] . (م . ~ق)

الضرب الخامس (Fresion): تكون المقدمة الكبرى (ك. س)، والقضية الصغرة (ج. م) والنتيجة (ج. س)

مثال: لا مصلح مطمئن / بعض المطمئنين مؤمنون ∴بعض المؤمنين ليس مصلحا

لغة المحمولات: (هـ س⊂ ~هـ ص) / (هـ ص. هـ ط) ∴ (هـ ط . ~هـ س)

لغة القضايا: [(ق⊂ ~ل) . (ل . م)] ⊂ (م . ~ق)

كما نلاحظ تعتبر نظرية حساب دالة القضية ثاني نظرية في المنطق الرمزي واتضحت أهميتها من خلال صلتها بالمنطق التقليدي، وذلك بنقد القياس الأرسطي وإعادة صياغته بلغة رمزية، لتفادي الحدود الكلية واستعمال الحدود الجزئية.

المبحث الثالث: نظرية حساب الفئات ونظرية حساب العلاقات

1) نظرية حساب الفئات

نظرية حساب الفئات (Calculus of classes) أو الأصناف هي واحدة من النظريات المنطق الرياضي التي اعتبرها البعض سابقة عن نظرية حساب القضايا، لأن (بول) أول من قدم حساب الأصناف، إذ تهتم بتعريف الفئات وبيان أنواعها باعتماد مصطلحات رمزية وإجراءات حسابية معينة. بالإضافة إلى نظرية حساب الفئات و الاصناف أطلق عليا أيضا اسم النظرية العامة للمجموعات(General theory of sets).

يتضح لنا من تسميات النظرية تلك العلاقة التي تربطها بنظرية المجموعات في الرياضيات، ومن ثم صلة المنطق بالرياضيات، وجاءت القراءات الاولى للأصناف في المنطق الارسطي إلا أنها بقية حبيسة منطق الحدود العامة وبلغة الألفاظ، غلى حين مجيء (ليبنتز) الذي مهد للمنطق الرمزي. ويعد (بول) المؤسس الفعلي للنظرية حيث قدم المصطلحات الرمزية التي سيستخدمها (راسل) في الاصول.

تعرف الفئة (classe): مفهوم بسيط يستخدم كثيرا كقولنا فئة الحيوانات المفترسة أو فئة النبتات المتسلقة...الخ، وكانت الرياضيات سباقة في استخدام المجموعات التي نبعت عن جهود (كانتور) لتسهيل كتابة اللانهيات، ومن هنا برزت النظرية في المنطق الرياضي، والصنف باعتباره مفهوم منطقي لا يمكن تحديد مفهومه إلا ضمن علاقته المختلفة.

عالم المقال (Universe of discourse): مصطلح أشار إليه (بول) بمعنى الصنف الشامل الذي رمز إليه بـ (1) وكان يقصد به عالم الأشياء المصورة أي كل الاشياء التي تكون عضوا ضمن الصنف أو الفئة.

إلا أن قدم(دي مورغان) مصطلح "عالم المقال" ليحدد قصد (بول) بالصنف الشمال، حيث يشير –أي عالم المقال– إلى صنفين الأول موجب والثاني سالب أو الصنف الأول وعكسه، مثال لنفترض أن فئة الأقلام وأردنا الاهتمام بجزء من الاقلام فقط وهو "الاقلام

الملونة"، وهذا يمكن تصنيف الأقلام إلى "أقلام ملونة" و"أقلام غير ملون" فالصنف الأول له أعضاء تكونه ونفس الشيء بالنسبة للصنف الثاني.

إذن من هنا يتضح لنا أن "الأقلام" هي عالم المقال وتتكون من صنفين الاول المقصود، والثاني السالب. وعليه يمكن تعريف عالم المقال بأنه: «عالم الأشياء من صنف معين بافتراض أن الأشياء في العالم تنتمي إلى أصناف أو فئات وتدخل في مجموعات»[1].

المجموعات أو الأصناف درجات مختلفة ففئات من الدرجة الاولى (classes of the fiest order) هي الفئات المكونة للأفراد مثل: فئة الحيوانات المفترسة، الحيوانات الأليفة، الحيوانات الجارحة، فئة النباتات المتسلقة، النباتات الداخلية، النباتات الخارجية...الخ، كما توجد فئة من درجة ثانية (classes of the second order) وهي الفئات المكونة من فئات الدرجة الأولى مثل: الحيوانات {حيوانات مفترسة، حيوانات أليفة...}، النباتات {نباتات داخلية، نباتات خارجية...}[2].

سنتعرف الآن على اهم المصطلحات الرمزية الخاصة بنظرية حساب الفئات، وأنوعها كما سنتطرق إلى القياس الأرسطي من وجهة نظر النظرية وكيف يتم تحويل القضايا الحملية بلغة رموز الاصناف.

1.3.. المصطلح الرمزي لنظرية حساب الفئات

يتمحور موضوع هذا العنصر حول اللغة الرمزية التي اعتمدتها نظرية الاصناف لصياغة محتواها إذ تنوعت المصطلحات من الثوابت، المتغيرات، الإجراءات الحسابية وأهم القوانين الي تعتمدها في الحساب[3].

[1] محمد فتحي عبد الله، معجم مصطلحات المنطق وفلسفة العلوم، المرجع نفسه، ص142.

[2] أنظر: زكريا منشاوي الجالي، المدخل النقدي للمنطق الرمزي، المرجع نفسه، ص286.

[3] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، المرجع السابق، ج2، ص-ص 25-27.

1) رموز المتغيرات: تعبر المتغيرات عن الفئات التي يرمز لها بالحروف الأبجدية الأولى (c, b, a) ويقابلها بالعربية (أ، ب، ج...الخ). أما رموز أعضاء الفئات هي (x, y, z...) وبالعربية (هـ، و،ي).

2) رموز الثوابت: تستخدم نظرية الأصناف مجموعة من الثوابت التي تستعمل في الحساب الرياضي لكن ليست بنفس الطريقة ونذكر منها:

المساواة: (=) مثلا (ع = ط) أي الصنف ع يساوي الصنف ط ويقصد بها للصنفين نفس الأعضاء.

الضرب المنطقي: (X) ويعني أن الصنفين المضروبين يؤلفان صنفا واحدا جديدا يضم الأعضاء التي تنتمي إلى الصنفين معا. للتوضيح نقدم المثال التالي نرمز للحيوانات بالرمز (هـ) ونرمز للحيوانات المفترسة بـ (ط)، ونرمز للحيوانات الأليفة بالرمز (ع)، بإجراء الضرب نحصل على ط Xع = هـ.

الجمع المنطقي: (+) وهو يعبر عن الانفصال بين الصنفين أي (ع +ط) وتعني صنف الافراد الذين ينتمون إلى ع أو إلى ط أو ينتمون إلى كليهما معا.

القسمة المنطقية: (÷) مثال هـ يمثل صنف الحيوان، و "ع" يرمز لصنف لإنسان "ط" ترمز لفئة الكائنات العاقلة، ومنه $\frac{\text{صنف الإنسان}}{\text{صنف الكائنات العاقلة}} = \text{صنف الحيوان}$ أي $\frac{\text{هـ}}{\text{ع}} = \text{ط}$

وتعني إذا استبعدنا صنف الكائنات العاقلة من صنف الإنسان حصلنا على صنف الحيوان.

الطرح المنطقي: (−) ويدل الطرق بين الصنفين من المثال السابق نحصل على:

هـ − ط = ع أي عندما نستبعد صنف الحيوانات من صنف الإنسان نحصل على صنف الكائنات العاقلة.

يرمز إلى الصنف الكلي (1)، والصنف الفارغ ب(Ø)، ويرمز للانتماء بالرمز(∈) أما عدم الانتماء يرمز لها(∉)، كما تستخدم نظرية حساب الفئات نفس الروابط التي تعتمدها نظرية المجموعات كالاحتواء (⊃)، التقاطع(∩)، الاتحاد(U). بالإضافة إلى ثوابت أخرى تم الإشارة إليها في نظرية حساب القضايا كالتكافؤ(≡)، اللزوم (←)، الفصل(V)، الوصل(Λ)، النفي (~).

2.3.. قوانين لحساب الفئات

قدمت نظرية حساب الفئات مجموعة ضوابط يتم السير وفقها أثناء إجراء أي عملية حسابية بين الفئات، هذا لتسهيل إجراء الحسابات للوصول إلى نتائج دقيقة، وهذه بعض من القوانين.

1) قانون الهوية: أ ⊃ أ وتقرأ أن (أ) تندرج في الفئة (أ) وتشتمل عليها فالفئة ذاتها.

2) قانون عدم التناقض: أ X ~أ= Ø أي من الخطأ القول بوجود أعضاء مشتركة بين فئة (أ) وأخرى مناقضة لها (لا أ) فالمجمع بينهما يساوي فئة فارغة.

3) قانون التبديل أو الترتيب: ويعرف أيضا بقانون تبديل الحدود، ويقصد به لا تتغير النتيجة بتبديل الحدود سواء في الجمع أو الضرب مثل [أ + ب = ب+ أ]هذا في حالة الجمع ونفس الحالة تصدق على الضرب.

نتحصل على قانون آخر بالتبديل يعرف بقوانين التجميع أو الترابط ويقصد به الترابط بين الفئتين سواء بالضرب أو الجمع. مثال الاول: أ(بXجـ) = ب (أ X جـ) = جـ (أX ب) ويقرأ حاصل الضرب المنطقي للفئة (أ) في الفئتين (ب، جـ) يساوي حاصل ضرب الفئة (ب) في الفئتين (أ، جـ)، يساوي حاصل الضرب الفئة (جـ) في الفئتين (أ، ب). ومثال نفسه يصدق على الجمع المنطقي.

4) قانون الاستغراق: ويماثل قانون النشر في الرياضيات مثال1: أ (ب + جـ)+ أ ب + أ جـ

مثال2: أ +(ب X جـ) = (أ + ب) (أ + جـ).

الفرق بين المثال الاول والثاني هو أن الاول يجعل حاصل الضرب المنطقي أشمل من حاصل الجمع، اما الثاني يجعل حاصل الجمع أشمل من حاصل الضرب.

5) قانون تحصيل حاصل: يعني ان حاصل الضرب أو الجمع لفئات متطابقة يساوي الفئة نفسها مثل: أ X أ = أ (الضرب). أ + أ = أ (الجمع).

ملاحظة: هذا القانون لا يصدق على الحساب الرياضيات وهذه بعض الاختلاف بين الجبر المنطقي والجبر الرياضي.

6) قانون التبسيط: مثلا إذا قلنا (أ) فئة الورق والفئة (ب) الابيض إذا (أ ب) هي فئة الورق الابيض، إذن:

– إما ان يكون فئة الورق الأبيض أو بعض فئة بعض الورق غير أبيض ومنه نتحصل على الصيغة التالية: أ= أ ب + أ ب ⇐ أ ب ⊃ أ.

– أما أن يكون فئة الورق الابيض نفسها فئة الورق تصبح الصيغة على الشكل التالي:

أ ب= أ ونستنتج أن أ = أ ≡ أ ب= أ.

7) قانون التركيب: ويقصد بيه التركيب (جمع أو ضرب) بين الفئات للحصول على فئة جديدة كما موضح في المثال التالي: (أ ⊃ ب) . (جـ ⊃ د) ⊂ [(أ جـ) ⊃ (ب د).

8) قانون القياس: أي عندما تكون فئة متضمنة في الفئة ثاني وهذه الاخيرة متضمنة في فئة ثالثة فإن بالقياس تصبح الفئة الاولى متضمنة في الفئة الثالثة، ونحصل على الصيغة التالية: [(أ ⊃ ب). (ب ⊃ جـ) ⊂ (أ ⊃ جـ)].

كانت هذه اهم القوانين التي يتم غجراء العمليات الحسابية الخاصة بنظرية حساب الفئات، وتطرقنا في العنصر القادم إلى بعض من هذه الإجراءات.

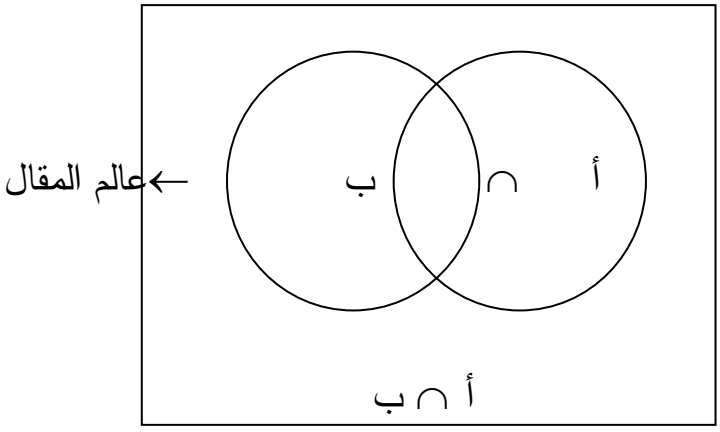
3.3..الإجراءات الحسابية لنظرية الفئات

وضعت نظرية حساب الفئات قوانين لإجراء عمليات حسابية بين الأصناف لإنتاج فئات جديدة، وذلك بالاستعانة بالنظريات السابقة التي استمدت منها مصطلحها الرمزي. بالإضافة إلى المبادئ الاولية التي قدمتها نظرية المجموعات، فكيف تتم هذه الإجراءات؟[1].

1) **الضرب المنطقي (التقاطع):** سنعمل وفق المثال التالي: "أوروبيون مسلمون" لنرمز بـ "أ" لفئة الأوروبيين ونرمز لفئة المسلمين بالحرف "ب"، والحرف "هـ" يمثل عضو الفئة. ومنه نتحصل على الصيغة الرمزية التالي: (∃ هـ) [(هـ ϵ أ) . (هـ ϵ ب)] أي هناك فرد واحد على الأقل هو (هـ) عضوا في الفئة (أ) والفئة (ب).

الناتج عن الضرب بين أعضاء الفئة الاولى وأعضاء الفئة الثانية يسمى بـ"حاصل ضرب الفئتين. الرمز المنطقي "∩" ويقابله في الرياضيات علامة "X". وبقانون التبادل نحصل على نفس النتيجة اثناء التغيير بين الفئتين أي: أ ∩ ب = ب ∩ أ أو نكتبها بالصيغة التالية:

أب = ب أ.



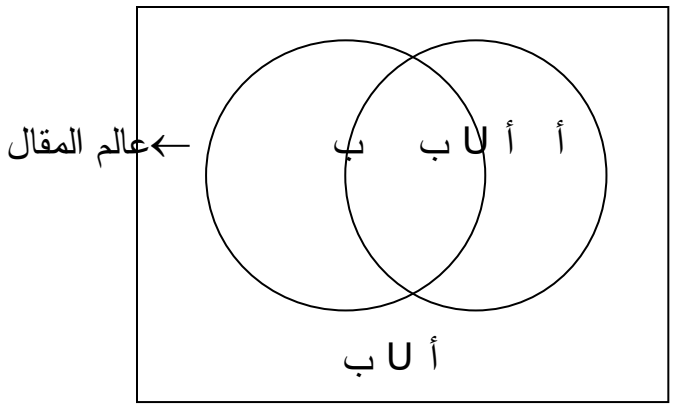
[1] عدالة عبد القادر، المنطق الرياضي بين اليقين العلمي والعمق الفلسفي، أطروحة دكتوراه، مرجع سابق، ص ص 147-150، (بتصرف).

مما تقدم سابقا نتوصل إلى قانون آخر والمعروف باسم "قانون الهوية"، فإذا كانت لدينا فئتان متساويتان وبينهما فرد في فئة فإنه موجود في الفئة الثانية أي: لدينا أ = ب فإن

(هـ x أ = هـ x ب).

2) **الجمع المنطقي (الاتحاد):** تسعى هذه العملية للحصول على فئة جديدة تعرف بـ"حاصل الجمع بين الفئتين" وهي فئة تحتوي على اعضاء الفئة (أ) بالإضافة غلى أعضاء الفئة (ب) أي (أ + ب) ويرمز لها بـ (أ U ب) كما سنصل غلى نفس الفئة بقانون التبادل. يمكن كتابتها بالصيغة الرمزية التالية: [هـ ∋ (أ + ب)]. ووفق قانون التوزيع نحصل على الصيغة التالية: (∀هـ) [(هـ ∋ أ) . (هـ ∋ ب)]. نستنتج أن:

(∀هـ) [(هـ ∋ أ) . (هـ ∋ ب) ≡ [هـ ∋ (أ + ب)].

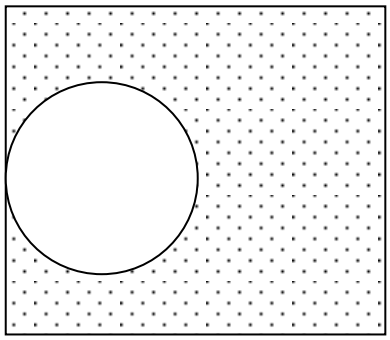


3) الطرح المنطقي (النفي): تدل هذه العملية على نفي عنصر من فئة أو فئة من فئة أخر مثلا نفي العضو (هـ) من الفئة (أ) ويعني إخراج العضو من الفئة أي (س – هـ) وبصيغة أخر [~هـ = س – هـ].

ومن خلال هذه العملية نتحصل على القانون الثالث المرفوع بالصيغة التالية:

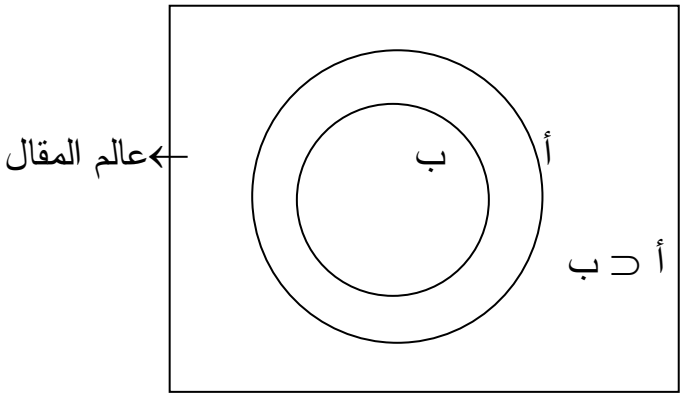
هـ + (أ – هـ)= هـ + أ – هـ+ أ. وتعني كل ما في الفئة (أ) إما أن يكون (أ) أو (لا أ) أي يجب أن يقع في إحداهما ولا ثالث لهما. ويمكن التعبير عن قانون عدم التناقض بالصيغة التالية: هـ X (أ – هـ)= (هـ – هـ)^2= هـ – هـ= 0

ملاحظة: هـ^2 =هـ في المنطق الرياضي.



4) الادراج (الاحتواء): تشير عملية الاحتواء إلى الانتماء بين الفئتين الذي ينتج عنه انتماء الاعضاء ايضا، مثلا الفئة (أ) فئة فرعية من الفئة (ب) إذا كان كل عضو في الفئة (أ) فإنه عضوا في الفئة (ب). ويرمز الادراج بالرمز ⊃ .

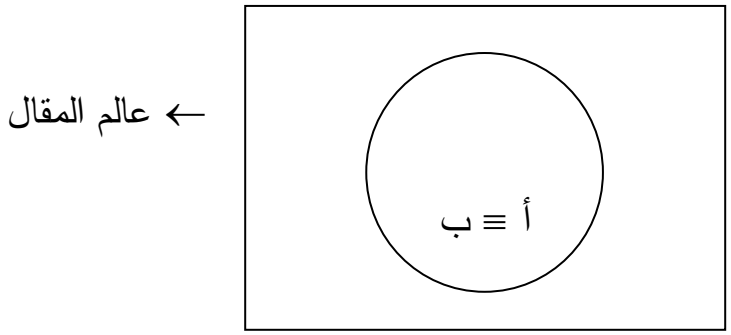
أ ⊃ ب= (هـ) [(هـ ϶ أ) . (هـ ϶ ب)]، (هـ) يمثل عضو في الفئة، وعليه تقرأ الصيغة كالتالي: إذا كان (هـ) عضو في الفئة (أ)، فإن (هـ) عضو في الفئة (ب).



5) هوية الفئات: نتوصل مما تقدم سابقا إلى معنى هوية الفئات، تعني هذه الاخير أن إذا كانت (أ) محتواه في (ب)، وكانت (ب) محتواه في (أ).

أي: (أ = ب)= (أ ⊃ ب) ∧ (ب ⊃ أ)، وعليه (أ = ب) ≡ (هـ) (هـ ϶ أ) ≡ (هـ ϶ ب).

يمكن تعريف الاختلاف بين الفئات عندما لا تكون فئة محتواها في فئة أخرى وفق الصيغة التالية: (أ ≠ ب) = ~هـ (هـ ϶ أ) ≡ (هـ ϶ ب) أي بالنسبة لأي (هـ) يكون من الكذب أنه إذا وفقط إذا كان (هـ) ينتمي إلى (أ) فإن (هـ) ينتمي (ب).

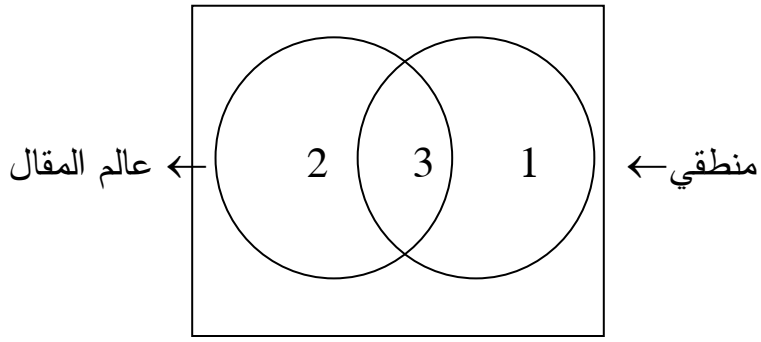


2.3.. القضايا الحملية ونظرية حساب الفئات

أعطت نظرية حساب الفئات صيغة رمزية جديدة للقضايا الحملية الأربعة التي قدمها (أرسو)، فبدل الحدد الكلية أو العامة اصبحت الفئات كما سمحت هذه النظرية بإمكانية تمثيل هذه القضايا بما يعرف بدوائر فين (venn)[1].

1) الكلية الموجبة: كل ع هو ط التعبير بلغة حساب الفئات ع (1–ط) = 0

والآن ننتقل إلى التمثيل بدوائر (فين) مثال: كل منطقي عالم

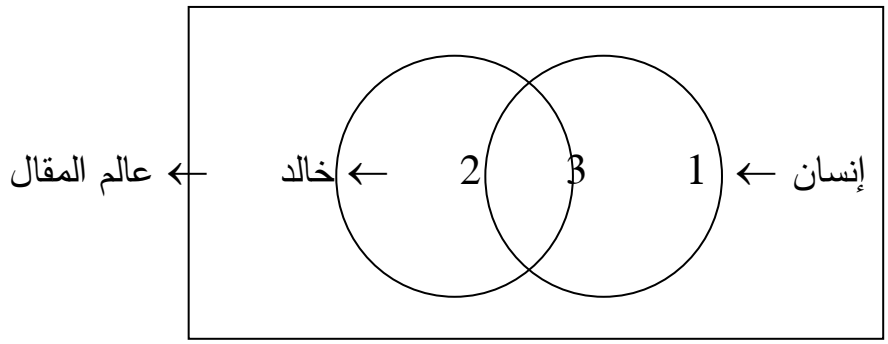


يتكون الرسم كما نلاحظ من ثلاثة أجزاء والجزء الثالث هو المشترك بين الجزء الاول الذي يشير إلى الموضوع والثاني يمثل المحمول.

2) الكلية السالبة: لا ع هو ط التعبير الرمزي لحساب الفئات ع ط =0

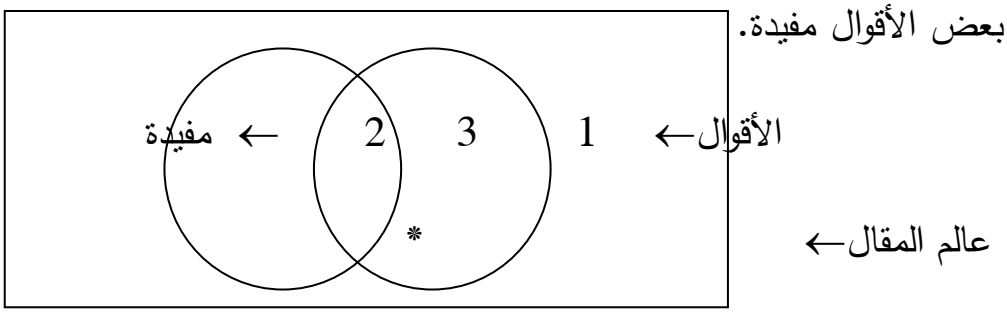
مثال: لا إنسان خالد

[1] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص–ص 34–36.



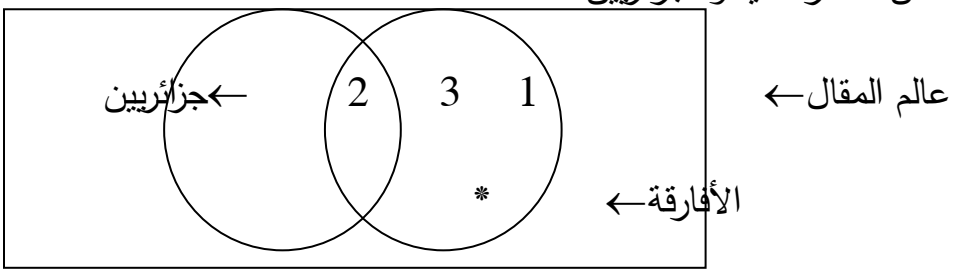
3) الجزئية الموجبة: بعض ع هو ط أما بلغة الفئات تصبح ع ط ≠ 0

مثال: بعض الأقوال مفيدة.



4) الجزئية السالبة: بعض ع ليس ط التعبير الرمزي للفئات ع (1− ط) ≠0

مثال: بعض الأفارقة ليسوا جزائريين



سهلت نظرية حساب الفئات إجراء حساب منطقي من نوع آخر يهتم بالفئات بدل الحدود العامة التي كانت في المنطق الصوري، وبهذا أصبح الحد في نظرية حساب الفئات يمثل مجموعة من الأعضاء، تمثلها رموزا منطقية بدل الالفاظ كما برز التأثير الواضح بنظرية المجموعات في الرياضيات، مع بعض الاختلافات الموجودة بين المنطق الرياضي والحساب في الرياضيات.

2) نظرية حساب العلاقات

تمثل دراسة العلاقة (Relation) دراسة قديمة منذ (ارسطو) الذي اعتم بالعلاقة المنطقية وأطلق عليها اسم الرابطة وكان يشير إلى الرابطة التي تجمع الموضوع بالمحمول، إلا انه لم يولي اهتمام كبيرا لها إلى ضمن إطار معين لا تتجاوز الإثبات أو النفي وهذا ما تجاوزه رواد المنطق الرياضي. ومن هنا نتساءل كيف طور رواد المنطق الرياضي العلاقات المنطقية؟

اشتغل رواد المنطق الرياضي على تطوير العلاقات المنطقية، فبالإضافة إلى ما سبق تعددت العلاقات مع تطور المنطق لأهميتها الكبيرة في إبراز نوع الصلة التي تجمع الموضوع بالمحمول، وبرز "منطق العلاقات" على يد مجموعة من المناطقة كما سبق وأشرنا في المبحث الثالث من الفصل الثاني، إذ طور (راسل) و(وايتهد) ما قدمه (بيرس) فيما يخص هذا الموضوع إذ يرى أن: «أي قضية في حقيقتها هي علاقة لأنها تعبر عن تعلق المحمول بالموضوع»[1].

ترتكز نظرية حساب العلاقات (Calculus of Relation) في أساسياتها الأولية على نظرية القضايا، كما انها تشبه نظرية حساب الاصناف في العديد من النقاط، إلا انها تختلف عنها في نقاط أخرى. وأول تساؤل تتناوله هذه النظرية هو ما معنى العلاقة وماهي أفكارها الأساسية؟.

1.4.3..تعريف العلاقة (Relation)

تطرقنا إلى معنى العلاقة بمن جانبية الأول لغوي وثاني اصطلاحي، أما المعنى اللغوي «العلاقة بالفتح الارتباط، وبالكسر ما يعلق به السيف ونحوه، فالمفتوحة تستعمل فالمعاني، والمكسورة في المحسوسات»[2]. إذا العلاقة بمعنى الارتباط تشير غلى الجمع بين

[1] ناصر هاشم محمد، المنطق الحديث أسسه ونظرياته، المرجع نفسه، ص111.

[2] جميل صليبا، المعجم الفلسفي، ج2، ص94.

شيئين أو أكثر كقولنا علاقة الزوج بزوجته، علاقة الأم بأبنائها...الخ، أما العلاقة بالكسرة وهي تشير إلى الأداة التي تعلق عليها الاشياء كالسيف مثلا ونقول علاقة مفاتيح أو علاقة ملابس...الخ. وما يهنا في موضوعنا هو العلاقة بالفتح وهنا نشير إلى المعنى الاصطلاحي.

العلاقة بالمعنى الاصطلاحي لدى المناطقة مبنية على لغة الأصناف وتشير إلى «صنف الأزواج (س. ص) ثم تطورت إلى الثلاثي والرباعي...الخ». وتشير إلى التناسب بين الأشياء بقياس حد بآخر، وهذا تعريف ماصدقي خالص.

رفض (راسل) تعريف العلاقة بالماصدق فقط، أن هذا التعريف ناقص إذ أن العلاقة التي تجمع (س. ص) قد تختلف عند تبادل الحدود (س. ص) ما لم تكن (ص = س) وبالتالي أشار إلى تعريف ثاني جمع فيه بين المفهوم والماصدق معا، أي يكون لها معنى (Sense)، لذلك أصبح للعلاقة اتجاه معين وعبروا عنه «بالزوج المرتب(Ordered pair)»[1]. هذا للتمييز بين الأصناف والعلاقات فبدل هـ (أ ، ب) أصبح (هـ أ ب) كصورة للعلاقة.

2.4.3..المصطلحات الرمزية لنظرية حساب العلاقات

تشتمل النظرية على جملة من المصلحات الرمزية اتخذتها لتكون نسقا رمزيا ميزها عن النظريات الحسابية السابقة، فما هي هذه الرموز؟.

تكون العلاقة بين القضايا أو حدود القضايا، فإذا اعتبرنا أن (هـ، و، ي) تمثل المتغيرات فإن (ع) هي العلاقة التي تربط بينها نكتب (هـ ع و)، وعليه بين (هـ، و) (ع) أي علاقة وقد تكون أكبر من، والد، أم،...الخ. ويكون الحكم بعد تعويض التغيرات وفق العلاقة.

[1] محمود فهمي زيدان، المنطق نشأته وتطوره، المرجع السابق، ص268.

يدل الحرف (ع) إلى كل العلاقات التي تربط بين الحدود رغم اختلافها مثلا (ق. ل)، (ق ≡ ل)، (ق⊂ ل)...الخ كلها تكتب بالصيغة (ق ع ل).

علاقة الهوية أو الأحادية وهي ذاتها المساواة وتكتب (هـ ع هـ) ويقصد بها (هـ = هـ) اي المتغير (هـ) ذاته أو نفسه ويكون الحكم عليها بالصدق أو الكذب بعد التعويض (هـ) مثال إذا قلنا (أرسطو هو أرسطو) فهذه صادقة، وتصبح كاذبة إذا قلنا (أرسطو هو بيكون) مثلا.

قد تتعدى العلاقة لأكثر من حدين لتصبح ثلاثية أو رباعية، مثلا (مستغانم بين شلف ووهران) وصورتها الرمزية (هـ –ع– و ي) أو ع(هـ، و، ي).

مجال العلاقة: وهو طرفي العلاقة فإن قلنا (أ ع ب)، (الآباء يعطفون على أبنائهم). فكل من يندرج تحت فئة الآباء ينتمي إلى (أ) وهذا يمثل نقطة "البداية" أو النطاق، أما النهاية تمثلها فئة الأبناء أي (ب) وهي النطاق العكسي إذا مجال العلاقة = النطاق + النطاق العكسي. ويرمز إليها بالرمز [←→]

عكس العلاقة ويقصد بها عكس (ع) هو (ط) مثلا (هـ ط و) محل الصيغة (هـ ع و)، مثلا: (هـ والد و) تعني (و ابن هـ)[1]. وتشير (ع) إلى جملة من الرموز الأخرى تمثل العلاقات كالجمع، نفي العلاقة، الضرب...الخ، وتطرقنا إلى في عنصر الإجراءات الحسابية.

العلاقة الشاملة تنشأ بين بين طرفين يمثلان مجال العلاقة، ورمزها (∨) ويعبر عنها بالصورة (هـ ∨ و).

العلاقة الفارغة تدل على عدم وجود ترابط بين طرفي العلاقة ورمزها (∧) أي (هـ ∧ و) وتقرأ عدم وجود علاقة بين هـ، و إذن (∨ ≠ ∧).

[1] أنظر: محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي، المرجع السابق، ص–ص 337–339.

3.4.3..أنواع العلاقات

يمكن أن نميز نوع العلاقة انطلاقا من مجالها أي البداية والنهاية، فالحدود التي تكون صيغة العبارة هي التي تحدد نوعها أو نمطها، وهي متغيرة ومختلفة كالتالي:

1) علاقة التماثل و اللاتماثل:

أولا نقول علاقة علاقتين انهما متماثلتين عندما تتحقق العلاقة بين الطرفين داخل مجالها سواء من اليمين إلى اليسار أو العكس مثلا (هـ ع و) أو (و عَ هـ) كقولنا (هـ أخ و) أو (و أخ هـ).

ثانية تكون العلاقة لا تماثلية عندما تكون ع، عَ متناقضتان أي استحالة تحقق نفس العلاقة بين طرفيها داخل مجال واحد، أي الصورة (هـ ع و) ليست نفسها الصورة (و عَ هـ) ولها أمثلة عديدة (...أصغر من...)، (...أكبر من...)، (..قبل..)، (..بعد..) ...ألخ.

2) علاقة التعدي:

تكون العلاقة متعدية إذا كان (هـ ع و)، (و ع ي) فإن (هـ ع ي) مثال (هـ أكبر من و) و (و أكبر من ي) إذن (هـ أكبر من ي). (5 أكبر من 4) و (4 كبير من 2) إذن (5 أكبر من 2).

قد لا تتعدى العلاقة و تعرف بالعلاقة غير المتعدية أو اللامتعدية ، وهي عكس الأولى فإذا كانت (هـ ع و)، (و ع هـ) فيستحيل أن تكون الصورة (و ع هـ).

3) علاقة الترابط

يحصل الترابط في العلاقات حسب كمية الحدود وهي أنواع مختلفة كالتالي:

أ) علاقة واحد بواحد:

تقوم هذه العلاقة على أساس وجود فرد واحد ضمن مجال العلاقة أي حد واحد في البداية، وحد واحد في النهاية، وتكتب على الشكل التالي في حالة أفراد نكتب [هـ ع و]، ورمز [أ ع ب] في حالة فئات، لنوضح بمثال الآتي لنفترض أننا في مجتمع ينفي تعدد الزوجات [هـ زوج و] و [و زوجة هـ] أي زوج واحد وزوجة واحدة.

ب) علاقة واحد بكثير:

تتحقق هذه العلاقة عندما يكون طرف البداية واحد على الأكثر، أما النهاية تكون أكثر من واحد، فإذا رمزنا للحد الاول بـ (هـ) والحد الثاني بـ (و)، فإنها تكتب بالصيغة الرمزية التالية: (هـ ع و). لنعود للمثال السابق لكن في مجتمع لا ينفي تعدد الزوجات، وعليه

(هـ زوج و) أي علاقة الزوج بأكثر من زوجة واحدة، وكذلك بالنسبة لعلاقة الأبوة، تصبح

(هـ والد و) فيستحيل أن يكون لابن أكثر من والد في حين قد يكون الأب أب لأكثر من ولد واحد، للإشارة إذا كان الاب أنجب ولد واحد فقط تكون علاقة واحد بواحد.

جـ) علاقة كثير بواحد:

هي عكس سابقتها وعليه الحد الأول من مجال العلاقة يكون أكثر من واحد، اما الحد الثاني يكون واحد فقط، وتأخذ نفس الصيغة وهي (هـ ع و) لكت القراءة تختلف، لنفترض أن (هـ) الأبناء، و (و) الأب أي (هـ أبن لـ و).

د) علاقة كثير بكثير:

تنشأ هذه العلاقة في ظل تعدد الحدود في مجال العلاقة سواء بالنسبة لنطاق العلاقة أو النطاق العكسي، أي الحدود تكون أكثر من واحد في الطرفين، وصيغتها (هـ ع و)، لنأخذ علاقة "الاخوة" بين مجموعة من الإخوة مثلا: (أحمد أخ خالد) أو (خالد أخ أحمد) هي

نفسها ولا يحدث خلل عند تغيير الحدود، ونلاحد هنا أننا لا يمكن تحديد حد البداية والنهاية، وننفس الشيء إذا ما طبقنا على علاقة الصداقة مثلا فنقول (آية صديقة رهف) أو (رهف صديقة أية)[1].

كانت هذه إشارة لأنواع العلاقات حتى يتسنى لنا معرفة قراءة الصيغة (هـ ع و)، فرغم اشتراك كل أنواع العلاقات في صيغة واحدة، إلا أنها لا تدل على نوع واحد هذا من جهة، ومن جهة أخرى تسهل علينا معرفة أنواع العلاقات إجراء الحسابات المنطقية الخاصة بالنظرية، والآن سنتطرق في العنصر الموالي إلى أهم الإجراءات الحسابية.

3.4.3.. الحساب المنطقي لنظرية حساب العلاقات

تقوم نظرية حساب العلاقات على أسس رمزية تميزها عن النظريات السابقة، إذ وضع أصحاب هذه النظرية نسقا رمزيا لقيام الحساب المنطقي الذي كان هدف المنطق الرياضي عموما، وتجسد ضمن كل النظريات السابقة ويقوم هذا الحساب على مجموعة من العمليات إلا أن الرموز مختلفة، فماهي الاجراءات التي يقوم عليها الحساب المنطقي في نظرية العلاقات؟.

1) علاقة الاحتواء

يدل الاحتواء بين العلاقات على الجمع بين علاقتين، فاذا كانت (ع) علاقة تربط بين هـ ، و في صورة (هـ ع و)، وكان (ر) علاقة تربط بين سـ ، صـ في صورة (سـ ر صـ). نستنتج أن بين (ع) و(ر) علاقة احتواء في صورة (ع ⊃ ر) وتقرأ (ع) محتواة في (ر).

2) علاقة الهوية

الهوية أو المساواة بين علاقتين إذا كانت الصورة (هـ ع و) والصورة الثاني (سـ ر صـ) فبالاحتواء نحصل على (ع ⊃ ر) و(ر⊃ع) إذن (ع = ر). هنا يجب أن نفرق بين

[1] محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي، المرجع السابق، ص-ص 339-340.

الاحتواء والمساواة فمثلا عن الاحتواء في الفئة العائلة (الاب، الأم، الابن، الخالة، العمة...الخ) فكل هذه الأفراد محتواة في فئة العائلة لكنها غير متساوية. مثال عن المساواة على سبيل المثال علاقة "الأبوة" في مجتمع جزائري هي نفسها علاقة الأبوة في مجتمع تونسي أو مصري، وبالتالي فالمساواة تعبر عن العلاقة نفسها لكن الاحتواء لا يمثل العلاقة نفسها.

3) الجمع أو توحيد علاقتين

يقوم الجمع بين علاقتين عندما يكون الحاصل يمثل علاقة واحدة، للتوضيح نضرب المثال التالي: الصورة (هـ ع و) و الصورة (هـ ر و) لنفرض أن علاقة الاولياء بالنسبة للأبناء هي الجمع بين الأب والأم، وعليه نرمز الأب بـ "ع" والأم "ر" ومنه نحصل على (الأب زائد الأم) وبالصيغة الرمزية لنظرية العلاقات تكتب (ع U ر) إذا (هـ ع و) أو (سـ ر ص) أي ع U ر =[(هـ ع و) ∨ (هـ ر و)].

4) ضرب العلاقات

يرمز "للضرب المنقي" بالنسبة لنظرية العلاقات بالرمز "∩"، وتنشأ هذه الأخيرة بين علاقتين ع و ر بالصورة الرمزية التالية (ع ∩ ر) حيث تعبر عن علاقة جديدة كحاصل للضرب. مثلا علاقة "العم بابن أخيه" عند تحليلها نحصل على علاقتين قبلها فالأولى علاقة "الأخوة" والثانية علاقة "الابوة"، (هـ) تمثل العم، (و) الاب، (سـ) الابن، نستنتج ان (و. ع هـ) أي (و أخ هـ) و (و ر سـ) أي (و والد سـ) إذن (هـ ط سـ) أي (هـ عم س) وهذه الأخيرة حاصل ضرب علاقتين سابقتين. (ع ∩ ر)= [(و ع هـ) . (و ر سـ)][1].

[1] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، المرجع السابق، ص، ص 89، 91.

5) نفي العلاقة وعكسها

ميز منطق العلاقات بين النفي والعكس في العلاقات، ويعتبر (دي مورغان) أول من أشار إلى ذلك. فالعكس ليس بالنفي لنوضح:

نستعين بالمثال الأول (هـ ع و) أو (و ع' هـ) كقولنا (هـ والد و) أو (و ابن هـ)، إذن كل صورة صحيحة من حيث السياق بالنسبة للصورة الأخرى، فعكس والد هي ابن فالعلاقة العكسية هي أن يكون مجال العلاقة من البداية إلى النهاية يكافئ المجال في العكس أي عندما نغير النهاية إلى بداية ونعبر عنها بالصيغة الرمزية التالية (هـ ع و) ≡ (هـ ع' و).

نلاحظ المثال الثاني (هـ ع و) و (هـ ~ع و) كقولنا (هـ والد و) أو (هـ ليس والد و)، فنلاحظ إدخال أداة النفي، وبتحقيق مبدأ عدم التناقض لا يمكن القول بأن (هـ والد و) وفي نفس الوقت ليس بوالده، وبالتالي نحصل على الصورة التالية (هـ ع و) ≠ (هـ ~ع و). إذن يتبين لنا أن عكس العلاقة يستدعي تغيير علاقة بعلاقة أخرى بتغير حدود المجال دون الإخلال بالمعنى، في حين النفي يستدعي إدخال أداة النفي لنعبر عن عدم وجود تلك العلاقة. ومن هنا أشار (دي مورغان) إلى أنواع النفي في العلاقة وهي :

أ) **نفي العكس نفي:** وتشير هذه العلاقة إلى النفي في الأخير وليس الإثبات، لننتبه للمثال التالي: (هـ والد و) عكسها (و ابن هـ) نفيها (هـ ليس ابن و)، وبالصيغة الرمزية نكتب:

(هـ ع و) ≡ (و ع هـ) ≠ (هـ ع' و).

ب) **عكس النفي نفي:** وهي عكس سابقتها نسير بنفي العلاقة لنصل في الاخير إلى عكسها مثال (هـ والد و) نفيها (هـ ليس والد و) عكسها (و ليس ابن هـ).

جـ) **نفي العكس عكس النفي:** ويقصد بيها نفي العلاقة الأصلية أي (هـ والد و) عكسها

(و ابن هـ) نفيها (و ليس ابن هـ)[1].

يمثل منطق العلاقات كمبحث من مباحث المنطق الرياضي، حيث اعتمد نسقا رمزيا خاصا به للتعبير عن العلاقات التي ترد الحدود داخل المجال الواحد، كما ساهم هذا في إنتاج علاقات جديد بإدخال الحساب المنطقي ضمن العلاقات.

[1] أنظر: المرجع السابق، ص- ص 100-101.

المبحث الرابع: الدراسات المنطقية ما بعد اللوجستيقا

تواصلت الأبحاث المنطقية إلى ما بعد اللوجستيقا (المنطق الرياضي)، وبالتحديد ما بعد "بركيبيا ماتيماتيكا" باعتباره النموذج لاكتمال المنطق الرياضي، حيث برز علماء منطقيين ورياضيين قدموا أعمالا منطقية درست الأعمال السابقة، ليبرزوا نقائص المنطق الرياضي، هذا ما أدى إلى ظهور أنساق منطقية جديدة. فهل حققا (راسل) و(وايتهد) هدفهما برد الرياضيات إلى المنطق؟.

1..جودل(Gödel)* ومبرهنة عدم الاكتمال

انتقد (جودل) التصورات المنطقية التي جاء بيها رواد النزعة المنطقانية والتي تقوم على فكرة "رد الرياضيات إلى المنطق"، وكان ذلك بتحليل الأنساق البديهية للمنطق الصوري، لأنه معطى قبلي للمنطق الرياضي باعتبار هذا الاخير صياغة دقيقة لسابقه كما يرى (راسل).

ومن هذا المبدأ توصل(جودل) أن تلك الأعمال غير كاملة وتفتقد إلى «التعبير الدقيق عن بنية التركيب النحوي للصورية ومدلولات الألفاظ، وبنية النسق اللغوي (...) وخاصة فيما يتعلق بـالرموز الناقصة**»[1].

بهذا كشف (جودل) عن "عدم اكتمال" الأبحاث المنطقية لا سيما ما توصل إليه (راسل)، فانتبه إلى العديد من النقائص كان يعتقد أنهم أوجدوا لها كل الحلول، وبدأ هذا العمل من العلم الرياضي بحد ذاته، لأنه العلم الذي وصلت فيه الأبحاث بالقول أنه يمكن البرهنة على جميع القضايا الرياضية.

---

* كورت فردريك جودل Kurt Friedrich Gödel عالم رياضي ومنطقي نمساوي، ولد سنة 1906، وتوفي سنة 1978.

** هي الرموز التي لا معنى لها خارج القضايا أي بمقردها.

[1] نادية عبد القادر، اسهامات جودل في تطوير المنطق الرياضي عند براتراند راسل –رؤية نقدية–، ضمن: سلسلة أبحاث المؤتمر السنوي الدولي "كيف نقرأ الفلسفة"، 2016، ص1776.

فقدم سنة 1931 مبرهنة عرفت باسم "مبرهنة عدم الاكتمال" (Incompleteness Theorems)، إذ بين (جودل) أنه لا يمكن البرهنة على جميع القضايا الرياضية بالإثبات أو النفي، حيث فرق بين الحقيقة والبرهان الرياضي، وتقوم "مبرهنة عدم الاكتمال" على فكرتين أو مبرهنتين أساسيتين «فالأولى أثبت ان في أي نظام أو نسق يقوم على الحساب ويستخدم الأرقام، يكون غير مكتمل فبعض القضايا الحسابية غير قابلة للحسم. والثانية هي نتيجة لمبرهنة الأولى لا يمكن إثبات أي نظام أو نسق صوري ضمن ذلك»[1]. وبالتالي توصل إلى قصور أو محدودية العقل البشري إذ لا يمكنه حدس كل القضايا.

وعلى ضوء هذه المبرهنة أثبت (جودل) أن نتائج الرياضيات والمنطق ليست مطلقة بالشكل الكامل، لأن معرفتنا بالعلم الرياضي لا تكون دقيقة دائما، فبعض المواضيع الرياضية عجز العقل على حدسها أحيانا، وبالتالي النزعة المنطقانية التي تستند على فكرة اختزال الرياضيات إلى أسس وقواعد منطقية هي فكرة غير مكتملة، ونتائجها نسبية.

ومن هذا برز العديد من الرياضيين والمناطقة الذين انتقدوا المنطقانية، ومن بينهم الامريكي جون بولوك (John L. Pollock 1940–2009)، الذي أكد أن النزعة هذه النزعة خاطئة. حيث اقترح أنها تستند على المنطق الأول أي المنطق الصوري، وهذا الأخير مبديها بالكامل، إذن كل نظرية رياضية يتم ردها إلى أسس منطقية تصبح بديهية. وكان قد أشار (جودل) أن ليست كل النظريات الرياضية بديهية وبالتالي فكرة رد الرياضيات إلى المنطقة فكرة خاطئة[2].

إذن من خلال ما قدمه (جودل) أتاح المجال لأبحاث منطقية جديدة انتقدت اللوجستيقا، وقدمت انساقا منطقية جديدة.

---

[1] Jean– Picrre Belna, Histoire de la Logique, Ibd, p142.

[2] أنظر: نادية عبد القادر، اسهامات جودل في تطوير المنطق الرياضي عند براتراند راسل –رؤية نقدية–، المرجع السابق،ص1836.

2..موقف لويس (Lewis)* من اللوجستيقا (المنطق الرياضي)

أظهرت الدراسات التاريخية للمنطق منذ "التحليلات الاولى والثانية" وإلى غاية "أصول الرياضيات"، أجمعت أن للقضية المنطقية تحمل قيمتين إما تكون صادقة أو كاذبة. إلا أن مع تطور الابحاث المنطقية في الفترة المعاصرة كشفت عن امكانية التفكير في تجاوز منطق ثنائي القيم، وبتالي تجاوز المبدأ الثالث المرفوع الذي صاغه (أرسطو)، وذلك باحتمال وجود أكثر من قيمتين للقضية الواحدة.

وكانت بداية التطور المنطقي من الرياضيات حيث أظهرت الدراسات الرياضية أنه بعض القضايا لا يمكن البرهنة على صدقها أو كذبها، وهذا لسببين فالأول أن لا يمكن البرهنة عنها، والثاني إما نسبة أي قيمتي تؤدي بنا إلى تناقضات، حيث أثبت العالم الرياضي «فيرما (Fermat) ذلك حين كشف أنه لا يمكن حل $X^n + Y^n = Z^n$ المعادلة في حل كانت $(2<n)$»[1].

سعى المناطقة الرياضيون لتجاوز منطق ثنائي القيم، وايجاد قيم أخرى بدلا من قيمتي الصدق والكذب، حيث قدموا تصورات أخرى مثل: ممكن، مستحيل، حادث، ضروري. ومن هنا توصل إلى "منطق الجهة"، هذا الأخير الذي يتبنى أكثر من قيمتن ويسمى أيضا بمنطق متعدد القيم (Logic Polyvalent).

ومع تطور الابحاث الرياضية تطورت بجانبها الأبحاث المنطقية، فاستهل (لويس) أبحاثه انطلاقا من أعمال (راسل)، حيث نقد فكرة التضمن (Implication) عنده لأنه يأخذ بالتضمن المادي (Material Implication)، إذ يرى أن التضمن بهذا الشكل يؤدي إلى الغموض هذا ما يصعب تحقيق الفكرة بشكل دقيق.

---

* لويس كلانس إرفينج (Lewis Clarence Irving) منطقي وابيستمولوجي أمريكي معاصر، ولد سنة 1883 وتوفي سنة 1964 من أهم مؤلفاته:A Suvery of symbolic logic و Symbolic logic .

[1] ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم (منطق الرياضي)، مرجع سابق، ص235.

ومن هنا قدم فكرة التضمن الدقيق (Strict Implication)، ويؤكد أن الفكرة القائلة أن القضية الكاذبة تتضمن أي قضية، والقضية الصادقة متضمنة في أي قضية، فكرة معقدة هذا ما يؤدي غلى المغالطات ويكون حاجز للتحقيق التضمن بشكل دقيق، يقول لويس: «إن ذلك التعقيد خادع وهذه سمة مرفوضة للتضمن الدقيق»[1].

ارتبط مفهوم التضمن الدقيق عند (لويس) بتصور الضرورة (necessity) وبالتالي قدم تعريفا يقوم على علاقة مفهومية، حيث استخدم ثلاثة رموز أساسية للتمييز بين التضمن الدقيق والتمن المادي عند (راسل). وهي كالتالي:

1-«الرمز (~) يشير إلى الاستحالة (Impossible)

2-الرمز (-) يشير إلى السلب (Negation)

3-الرمز (-∈) يشير إلى التضمن الدقيق (Strict Implication)

وبناء على هذا عرف التضمن الدقيق على النحو التالي: $p \in - q =\sim(p. -q)$

ويقرأ: من المستحيل أن تكون صادقة وتكون كاذبة»[2].

بناء على هذا اقترح نظاما رمزيا للتحقيق فكرته حول التضمن الصارم او الدقيق، ويرتكز نظامه على ثلاثة أفكار أساسية، حيث قدم في البداية الافكار الابتدائية والتي قدم فيها رموز الثوابت والمتغيرات، ثم التعريفات وفي الاخير القضايا الابتدائية أو المسلمات. وهي كالتالي:

1.1..الأفكار الابتدائية: وهي كالتالي

-/القضايا ورمز لها بالرموز p, q, r ...

[1] C. I. LEWIS, A SURVEY OF SYMBO'LIC LOGIC, UNiVERSITY OF CALIFORNIA PRESS .BERKELEY, 1918, P320.

[2] ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم (المنطق الرياضي)، مرجع سابق، ص239.

-/السلب مثل p- وتعني (p) أو(not- p)

-/حاصل الضرب مثل(p q)، وتعني أن كلا من p, q صادقتان

-/الامكانية أو الاتساق الذاتي (Self- Comsistency) مثل: p◇ وتعني pممكنة وتقرأ ممكن أن تكون p صادقة.

-/التكافؤ المنطقي مثل:p=q

2.1..التعريفات

-/تعريف الفصل: (p∨q) ويعني على الأقل واحدة من القضيتين أو تكون صادقة.

p -∋q = ~◇ (p ~q)

-/تعرف التضمن الدقيق: بدلالة السلب والامكانية وحاصل الضرب وهو كما يلي:

p -q =~◇ (p ~q)

-/تعرف التكافؤ: وهو التضمن الدقيق مزدوج كما يلي: p=q = p-∋q. q-∋p

3.1..القضايا الابتدائية أو المسلمات : ويعتبر هذه الأخيرة بمثابة مسلمات النسق وهي:

1) p q -∋ q p 2) p q -∋ p 3) p -∋ pp

4) (p q)r -∋ (p r) 5) p -∋ ~(~p) 6) (p q -∋ q) -∋q

7) (p -∋ q . q -∋ r) -∋ p -∋ r

توصل (لويس) في الأخير إلى النتيجة التالية p~ = p◇~ أي أن "الاستحالة متطابقة مع الكذب[1].

[1] أنظر : ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم (المنطق الرياضي)، المرجع نفسه، ص ص 241، 242.

بناء على هذا النسق قدم (لويس) الفرق بين التضمن المادي والتضمن الدقيق، حيث أن هذا الأخير أعم وأشمل من الأول لأنه مستمر ويقوم على أساس علاقة دقيقة، والتضمن المادي ما هو إلا جزء من الثاني، وعليه يرى أنه لا يمكن إقامة نسق متكامل استنادا على التضمن المادي وحده فقط لأنه غير كاف، يقول إن: «التضمن الدقيق ضد ومختلف عن التضمن المادي والتضمن الشكلي»[1].

3.. لوكاسفيتش ومنطق متعدد القيم

أعطى (لوكاسفيتش) دفعا لتطور الأبحاث المنطقية المعاصر، لاسيما ما تعلق بالنتائج التي توصل إليها المنطق الرياضي، وعليه كان له دورا لتقدم المنطق ما بعد اللوجستيقا، حيث توصل إلى أن اللوجستيقا ليست بمنطق جديد، بل هي تواصل للمنطق الأرسطي، قال إن: «المنطق الرياضي ليس جنسا آخر من المنطق يباين المنطق الأرسطي، وإنما هو منطق صوري في ثوب جديد»[2].

لذلك بدأ (لوكاسفيتش) أبحاثه المنطقية بإعادة قراءة المنطق الأرسطي وصياغته وفق مبدأ الثالث المرفوع، حين صاغ (المعلم الأول) هذا المبدأ أكد على أن القضيتين المتناقضتين عندما تكون الأولى صادقة، بضرورة تأتي الثانية كاذبة والعكس صحيح. لكن رغم هذا إلا أنه استثنى رأيه هذا على القضية الفردية المستقبلية التي لم تحدث بعد، هذا ما أدى بالباحثين بالقول أن (ارسطو) قد شكك في القيم الثنائية، إذ توصل في كتابه (العبارة) بالتأكيد على أن «القانون الثالث المرفوع لا يسري على احداث الماضي والحاضر فحسب، ولا يسري على أحداث المستقبل الفردية التي لم تتعين بعد، ولا يمكن اختبار صدقه من عدمه، إلا بعد حدوثها وتحولها إلى أحداث حاضرة»[3].

---

[1] C. I. LEWIS, A SURVEY OF SYMBO'LIC LOGIC, Ibd, p339.

[2] يان لوكاشفيتش، نظرية القياس الأرسطية، المصدر سابق، ص7 (مقدمة المترجم).

[3] محمود محمد علي محمد، دراسات في المنطق المتعدد القيم وفلسفة العلوم، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2013، ص18.

وعلى هذا يتبن أنه يوجد احتمال ثالث، فبالإضافة إلى احتمالين الصدق أو الكذب، فقد تكون القضيتان صادقتان معا أو كاذبتان معا، ولا يمكن معرفة ذلك إلا بعد حدوثها في الواقع هذا ما يرجح وجود قيمة ثالثة وهي الممكن (possibility) التي تعنى بمنطق الجهة ويرمز لها بالحرف (لأ).

بدأ (لوكاسفيتش) بحثه في منطق الجهة بدراسته لنظرية أرسطو حول المنطق، حيث اعترف بما توصل اليه المعلم الأول، ورجع عدم التفطن لذلك إلى سببين الأول أن أرسطو نفسه لم يعرف ذلك لوجود تناقضات في نظرية القياس، والثاني أن المناطقة المحدثين لم يفقوا في صياغة نسق مقبول لدى الجميع. وبالتالي عدم تجاوز المنطق الثنائي القيم نهائيا.

وعليه أكد هذا الأخير على أن المنطق الأرسطي هو منطق للحدود وأيضا نظرية لمنطق الجهة، ورغم عدم تبين ذلك في تلك الفترة، إلا أن (لوكاسفيتش) نسب منطق القضايا الموجهة إلى أرسطو. إذ قال أن: «منطق الحدود الموجه منطقا للقضايا الموجهة، ولكن أرسطو لم يتبين ذلك بوضوح. ومع ذلك فلنا أن ننسب إلى أرسطو نظرية في منطق القضايا الموجهة»[1].

ومن هذا المنطلق قدم سنة 1920 نسق المنطقي جديد تجاوز فيه النسق الكلاسيكي الذي كان يعتمد على قيمتين فقط، حيث اعتمد على ثلاث احتمالات أو ما يعرف بالمنطق الثلاثي القيم، فرمز للقضية الصادقة بـ (1)، والقضية الكاذبة (0)، ورمز للمكن بالرمز $(^1/_2)$.

1.3.. النسق الأكسيومي لمنطق ثلاثي القيم وجداول الصدق

وضع (لوكاسفيتش) بناء جديدا لنسق يقوم على أكثر من قيمتين، وذلك على النحو بتوضيح للأفكار الأولية وبين فيها المتغيرات والثوابت وهي كالتالي:

[1] يان لوكاشفيتش، نظرية القياس الأرسطية، المصدر سابق، ص190.

1.. المتغيرات القضوية : أي القضايا ورمزها بـ: ق، ل، م وكل منها يأخذ ثلاثة قيم، صادق، كاذب، وممكن (لأ).

2..الثوابت وهي الروابط المنطقية التي تحدد العلاقات ونوجزها في النقاط التالية:

-النفي: ورمزه (سا) تعرفه سا ق، ومعناه ليس (ق)[1].

سا ق	ق
0	1
$^1/_2$	$^1/_2$
1	0

-رابطة اللزوم: رمزها (ما) تعريفها ما ق ل[2].

ق	ل	ما ق ل
1	1	1
1	$^1/_2$	$^1/_2$
1	0	0
$^1/_2$	1	1
$^1/_2$	$^1/_2$	1
$^1/_2$	0	$^1/_2$
0	1	1
0	$^1/_2$	1
0	0	1

[1] محمود محمد علي محمد، دراسات في المنطق المتعدد القيم وفلسفة العلوم، ص20.

[2] المرجع نفسه، ص21.

- الفصل المنطقي: ورمز له بالرمز (فا)، وتعريفه: فا ق ل = ما ما ق ل ل

وتقرأ: (ق) أو (ل) يكافئ إذا كانت (ق) تستلزم (ل) فإن (ل)[1].

ق	ل	فا ق ل
1	1	1
1	$1/2$	1
1	0	1
$1/2$	1	1
$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	0	$1/2$
0	1	1
0	$1/2$	$1/2$
0	0	0

- الوصل المنطقي: ورمزه (طا) وتعريفه: ط ق ل= سا طا سا ق سا ل

معناه: (ق) و(ل) تكافئ ليس معا ليس (ق) وليس (ل)[2].

ق	ل	طا ق ل
1	1	1
1	$1/2$	$1/2$
1	0	0
$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	0	0

[1] المرجع السابق، ص24.

[2] المرجع النفسه، ص22.

0	1	0
0	$^1/_2$	0
0	0	0

التكافؤ المنطقي: ورمزه (تا) أما تعريفه هو: تا ق ل= ط ما ق ل ما ق ل

ومعناه: (ق) تكافئ ل تساوي (ق، ل) تستلزم (ق، ل)[1].

ق	ل	تا ق ل
1	1	1
1	$^1/_2$	$^1/_2$
1	0	0
$^1/_2$	1	$^1/_2$
$^1/_2$	$^1/_2$	1
$^1/_2$	0	$^1/_2$
0	1	0
0	$^1/_2$	$^1/_2$
0	0	1

سعى (لوكاسفيتش) إلى تجاوز منطق ثنائي القيم ، هذا الأخير الذي يقر بحتمية النتائج أي عندما تكون الأول صادقة فأكيد الثانية تأتي خاطئة، هذا ما رفضه وأقر بوجود احتمال ثالث، وبعد انشاء النسق الثلاثي لاحظ أيضا وجود بعض التناقضات، ليبين لاحقا بإمكانية وجود احتمال رابع وخامس...الخ، حيث توصل سنة 1951 إلى صياغة نسق جديد يعرف :بنسق رباعي القيم، هذا ما أدى إلى ظهور منطق متعدد القيم.

[1] المرجع السابق، ص21.

تعبر النظريات الحسابية بالنسبة للمنطق الرياضي (اللوجستيقا) في مضمونها عن التزاوج بين المنطق والرياضيات، فالأول وضعت قواعده وقوانينه منذ القدم والثاني يمثل نموذج في الدقة، وعليه أخذ المنطق من الرياضيات اللغة الرمزية التي تعبر عن "اللغة العالمية"، إلا أن الفرق بين الرموز المنطقية والرياضية يتمثل في أن الأولى هي رموز مفرغة من المحتويات إذ يمكن التعبير عن المتغيرات بأي محتوى في نفس المكان، وهذا ما جعل من المنطق الرياضي بأن يكون منطق (**مصورن Formalized**) أي أكثر صورية عن سابقه، في حين تدل الثانية على كيانات معينة قد ترد كتسمية لشكل أو رؤوس أشكال...الخ، هذا ما يصعب تسمية شكلين بنفس الرمز في نفس المكان مثلا لا يمكن القول الدائرة (س) والدائرة (س) وإنما لابد من رمز مخالف للتفرقة بينهم، وإدخال الحساب على المنطق سهل الوصول إلى علاقات وقضايا والفئات جديدة مثل ما يتم الوصول إلى نتائج مطلقة في الرياضيات. لم تتوقف الدراسات المنطقية بعد ما توصل إليه (راسل) و(وايتهد) ،بل تواصلت لتجاوز منطق ثنائي القيم وظهور منطق جديد له أكثر من قيمتين، عرف باسم "منطق متعدد القيم".

خـاتمـة

خـاتـمـــــــة

توصلت بعد دراستي المتواضعة لموضوع "اللوجستيقا بين الأصول الفلسفية والدعائم الرياضية" إلى جملة من نتائج، لا أقول عنها نتائج قطعية بقدر ماهي ملخصات قد تفتح الباب لأبحاث أخرى في مجال البحث العلمي، وهذا ما نرجوه من هذا العمل المتواضع الذي قد لا يكون بحثا مثاليا، لكنه أقل شيء أنه عمل يحمل معلومة للقارئ.

أما عن أهم ما توصلت إليه قمت بصياغته في النقاط التالية:

– اللوجستيقا هي لفظ أطلق سنة 1904 على المنطق في صيغته الرياضية الخالصة للتعبير عن اكتمال إصلاحه من ناحية، ومن ناحية أخرى لرفع الغموض بالنسبة للقارئ حتى لا يظن بأنه منطق خاص بالرياضيات فقط، وبالتالي اللوجستيقا والمنطق الرياضي لفظان مترادفان.

– يحتل المنطق الأرسطي مكانة عظيمة في الدراسات المنطقية، لأنه يمثل البداية بالنسبة لهذا العلم، حيث قدم (المعلم الأول) مفاهيمه ونظرياته الأساسية مهتما بصورة القضايا وقوانين القياس، وبذلك اكتمل هذا العلم معه كما يرى (كانط)، فاعترف رواد المنطق المعاصر بما قدمه هذا الأخير، بالإضافة إلى ذلك كان المنطق الصوري بداية لكل منطقي وفيلسوف.

– إن الأصول الفلسفية للمنطق الرياضي: يقصد بها البحث في المنطق في حد ذاته أي بالتركيز على القراءة التاريخية للعلم التي تعبر عن مكانته في الفلسفة، حيث كان للتوجه الفلسفي –الذي دافع عنه كل فيلسوف– دور مهم لتقديم منطقا بديلا للمنطق الصوري، وهذا ما تثبته الأعمال الفلسفية–المنطقية. كالشفاء لابن سينا, الفن الكبير لرامون لول، الأورغانون الجديد لبيكون...وغيرهم.

– كان للغة مكانة في علم المنطق منذ القدم، مما يدل على اتصالهم ولهذا لها دور في بناء القضايا بناء منطقيا لتكون جاهزة للحكم عليها، ولهذا تعتبر اللغة المنطقية موضوعا فرعيا للدراسات المنطقية المعاصرة، لا سيما تلك التي قدمها (ليبنتز) في الفترة الحديثة، الذي أكد على ضرورة إدخال اللغة الرمزية، وهذا بسبب صعوبة اللغة الطبيعية فقد يكون للفظ الواحد عدة معاني أو العكس. مما يؤدي إلى المغالطات وبالتالي تضليل الحقيقة. فاشتغل المناطقة الرياضيين على إعادة بناءها لتقديم نسقهم الاستنباطي.

–إذن قد تبين لنا مما قدمنا سابقا أن للوجستيقا جذور فلسفية متمركزة في المنطق الارسطي، وبالتالي لا يمكن دراسة المنطق الرياضي دون الحديث عن "المنطق الارسطي" وفلسفة المنطق، هذا ما يؤكد صلة المنطق بالفلسفة، فالمنطق أداة للتفلسف.

–شكلت ابستمولوجيا الرياضيات منعرجا مهما بالنسبة للمنطق، فتطور العلم الرياضي عبر العصور جعل منه علما يتسم بالدقة واليقين، وذلك بلغته الرمزية والنظريات التي قدمها الرياضيين، هذا ما أدى بعلماء المنطق والرياضيات بأن يفكروا في الجمع بين العلم المنطقي والرياضي، كما أثبتت الدراسات أن صلتهما قديمة، حيث أنهم تطورا في مسار واحد فبتقدم الرياضيات تقدم المنطق، وبتقدم المنطق تطورت الرياضيات أيضا.

– تعتبر أزمة الرياضيات بالنسبة للمنطق دافعا لإصلاحه، هذه الأخيرة التي شككت في نتائج العلم الرياضي الكلاسيكية، والتي أدت إلى إعادة النظر في النسق الهندسي وتقديم نظريات جديدة، مما أنتج "تعدد الهندسات"، كما أتاحت هذه الأزمة امكانية كتابة اللانهايات عن طريق المجموعات، من خلال النظرية التي قدمها **(جورج كانتور)** المعروفة باسم "نظرية المجموعات"، بالإضافة إلى تطور الجبر الرياضي، والحساب...الخ، هذا ما سمح بظهور المنطق الرياضي.

-برزت فكرة "رد المنطق إلى الرياضيات" بالجمع بين العلمين، فكانت الأعمال المنطقية منذ (ليبنتز) تستمد أفكارها مما توصل إليه العلم الرياضي، فمثلا فكرة اللغة العالمية التي جاء بها "أب المنطق الرياضي" كان يقصد بها لغة رمزية متفق عليها لدى الجميع وهي لغة الجبر، أيضا امكانية كتابة ما لانهاية عن طريق الفئات بدل الحدود العامة التي تؤدي إلى الخطأ لها صلة بنظرية المجموعات في الدوال، كما سمحت نظرية الدوال بكتابة دالة قضية، وهذا لدليل قاطع على دعم الرياضيات للمنطق.

-إن النظريات الخاصة باللوجستيقا هي نفسها المباحث التي بحث فيها رواد المنطق الرياضي، والتي تعبر عن اكتمال المنطق في صيغته الرياضية، هذا الهدف الذي مهد له (ليبنتز) وتحقق مع (راسل) و(وايتهد) ضمن (PM)، بالإضافة إلى ذلك والأهم في الموضوع هو إدخال الحساب على المنطق وأصبح ما يعرف بـ"الحساب المنطقي"، ويقصد به إعادة إنتاج قضايا أو فئات أو علاقات باستعمال العمليات الحسابية الرياضية ورموز الجبر وأخرى منطقية خاصة بكل نظرية.

-تكمن الدعائم الرياضية للمنطق بترابط علم المنطق بالعلم الرياضي، هذا ما أعطى مكانة للرياضيات في المنطق والعكس، وانتاج علاقة تكاملية بينهم تسمو إلى ترابطهما من حيث الشكل والمضمون. إذ اخذ المنطق من الرياضيات النسق لصياغة القضايا صياغة دقيقة، كما عبر عن الثوابت بلغة رمزية لأنها لغة علمية.

-اختلف المنطق عن الرياضيات في مجموعة من النقاط أهمها الحساب يوجد فرق بين الحساب الرياضي والحساب المنطقي، يكون الأول بين الأعداد ليصل إلى حلول مضبوطة وفق قوانين رياضية وبعمليات مختلفة، أما الثاني يكون بين القضايا ليتم إصدار الحكم عليها إما بالصدق أو الكذب.

– تواصلت الدراسات المنطقية ما بعد اللوجستيقا (المنطق الرياضي)، إلى التفكير في الوقوف على بعض النقائص والتي من بينها أنها منطق ثنائي القيم، أي القضية المنطقية إما تكون صادقة أو كاذبة، ومن هذا المنطلق برزت دراسات أخرى أولت عناية كبيرة بقيمة القضايا وكيفية الحكم عليا، فاشتغل المناطقة الرياضيين على إثبات وجود قيمة ثالثة بل وقد تكون رابعة أو أكثر، فظهر منطق الجهة الذي مهد إليه (لويس) وطوره (لوكاسفيتش) الذي قدم منطق متعدد القيم.

أخيرا نستنتج أن اللوجستيقا أو (المنطق الرياضي) هي مرحلة متطورة من المنطق الصوري وعليه تعد منطق "مصورن" أي أكثر صورية، حيث اجتمعت في ظهورها كل من الفلسفة ودور النقد للوصول إلى الحقيقة المطلقة، بالإضافة إلى دور الرياضيات والتطور الذي وصل إليه العلم الرياضي.

إن النتائج التي توصل إليها المنطق الرياضي، انعكست بالإيجاب على الأبحاث العلمية الخاصة بمجال الإعلام الآلي، فالآلية التي تميزت بيها اللوجستيقا كانت دافعا لتطوير الأنظمة الرقمية اليوم، كما لها دور في التفكير في اختراع آلات تعمل عمل الإنسان أي محاكاة الذكاء البشري بل وأكثر أي تجاوزت الذكاء البشري، وهذا ما يعرف اليوم بـ "الذكاء الاصطناعي". إذن ذلك المجال الذي يسعى إلى تقليص أتعاب الانسان، كتصحيح الأخطاء اللغوية، وتخزين المعلومات ضمن بطاقات الذاكرة...وغيرها، يعود الفضل كله للمنطق المعاصر عموما. وهذا ما يفتح المجال لأبحاث أخرى قد تبحث في علاقة المنطق بتطور علم الحاسوب.

قائمة المصادر والمراجع

قائمة المصادر والمراجع

1..قائمة المصادر

1.1..المصادر باللغة العربية

1)ابن سينا، الإشارات والتنبيهات، تحقيق: سليمان دنيا، دار المعارف، القاهرة، ط2، [د.س].

2)ابن سينا، الشفاء (القياس)، م2، تحقيق: سعيد زايد، المؤسسة المصرية العامة، القاهرة، 1964.

3)ابن سينا، الشفاء (المدخل)، م1، مراجعة: إبراهيم مذكور، مكتبة سماحة، إيران، ط2، 2012.

4)ابن سينا، الشفاء (المنطق)، م4، تحقيق عبد الرحمن بدوي، الدار المصرية للتأليف والترجمة، القاهرة، 1966.

5)ادموند هوسرل، مباحث منطقية: مقدمات في المنطق المحض، ج1، تر: موسى وهبه، الكلمة، أبوظبي، ط1، 2010.

6)إمانويل كانط، نقد العقل المحض، تر : غانم هنا، المنظمة العربية للترجمة، بيروت، ط1، 2013.

7)براتراند راسل، فلسفتي كيف تطورت، عبد الرشيد الصادق محمودي، مطبعة الجنة اليان العربي، ط1، 1960.

8)براتراند راسل، مقدمة للفلسفة الرياضية، تر: محمد مرسي أحمد، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، 1962.

9)براتراند رسل، أصول الرياضيات، تر: محمد مرسي أحمد وفؤاد الأهواني، ج1، دار المعارف، مصر، [د. س].

10) رونيه ديكارت، تأملات ميتافيزيقية في الفلسفة الأولى، تر، كمال الحاج، منشورات عويدات، بيروت، ط1، 1988.

11) رونيه ديكارت، مقال في المنهج، تر: محمود محمد الخضيري، دار الكتاب العربي، القاهرة، ط2، 1968.

12) جول تركو، المنطق الصوري، تر: محمود يعقوبي، الديوان الوطني للمطبوعات الجامعية، الجزائر، [د.س].

13) فرنسيس بيكون، الاورغانون الجديد : ارشادات صادقة في تفسير الطبيعة، تر: عادل مصطفى، رؤية للنشر، القاهرة، 2013.

14) لوفيج فتجمشتاين، رسالة منطقية فلسفية، تر: عزمي إسلام، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1968.

15) هيجل، موسوعة العلوم الفلسفية، تر : إمام عبد الفتاح إمام، دار التنوير، بيروت، ط2، 2007.

16) يان لوكاشيفيتش، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، تر: عبد الحميد جره، دار المعارف، الاسكندرية، 1961.

2.1.. المصادر باللغات الاجنبية

1) Bertrand Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, London, 191

2) C. I. LEWIS, A SURVEY OF SYMBO'LIC LOGIC, UNiVERSITY OF CALIFORNIA PRESS .BERKELEY, 1918.

3) John Stuart Mill, A system of logic, London.

2..قائمة المراجع

1.2.. المراجع باللغة العربية

1) أحمد عبد الحليم عطية، الفلسفة التحليلية ماهيتها، مصادرها ومفكروها، دار المخطوطات، بيروت، 2001.
2) أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1/ج2، معهد المناهد، الجزائر، 2007.
3) أحمد موساوي، مكانة المنطق في الفلسفة التحليلية، معهد المناهج، الجزائر، 2007.
4) ادموند هوسرل، الفلسفة علما دقيقا، تر: محمود رجب، المجلس الأعلى للثقافة، القاهرة ، ط1، 2002.
5) إمام عبد الفتاح إمام، المنهج الجدلي عند هيجل –دراسة لمنطق هيجل–، دار التنوير، بيروت، ط3، 2007 16.
6) اميل برييه، تاريخ الفلسفة :الفلسفة الهلنستية والرومانية، تر: جورج طرابيشي، ج2، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، ط2، 1988.
7) إيه سي جرايلينج، براتراند راسل مقدمة قصيرة جدا، تر: إيمان جمال الدين الفرماوي، مؤسسة هنداوي، مصر، ط1، 2014.
8) بول موى، المنطق وفلسفة العلوم، ج1، تر: فؤاد زكريا، مكتبة نهضة مصر، القاهرة، 1961.
9) جراح سليمة، التصور الحديث لمنطق أرسطو (مشكلة مبدأ الثالث المرفوع)، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، [د.ت].
10) جميل صليبا، دروس الفلسفة –المنطق–، ج2، مكتبة العلوم والآداب، دمشق، 1944.
11) دونالد جينليز، فلسفة العلم في القرن العشرين، تر: حسين علي، التنوير للطباعة والنشر والتوزيع، بيروت، ط1، 2009.

12) رشدي راشد، تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب، تر : حسين زين الدين، مركز دراسات الوحدة العربية، لبنان، ط1، 1989، ص25.

13) رشدي راشد، رياضيات الخوارزمي تأسيس الجبر، تر:نقولا فارس، مركز دراسات الوحدة العربية، لبنان، ط1، 2010، ص85.

14) روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، تر: خليل أحمد خليل، المؤسسة الجامعية، بيروت، [د.س].

15) زكريا منشاوي الجالي، المدخل النقدي للمنطق الرمزي، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2015.

16) زكريا منشاوي الجالي، المؤثرات المتبادلة بين المنطق والرياضيات النسق نموذجا، دار الوفاء، الإسكندرية، ط1، 2010.

17) زكريا منشاوي الجالي، نظرية الاعداد عند راسل أصولها وعلاقتها بنظرية حساب الفئات، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2010.

18) زكرياء مشاوي الجالي، منطق القضايا المركبة عند ابن سينا أصولها وأثارها على المناطقة الرمزيين، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2010.

19) زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، مكتبة الانجلو المصرية، القاهرة، 1951.

20) زكي نجيب محمود، براتراند راسل، دار المعارف، مصر، ط2، [د.س].

21) زلاتكاشبورير، الرياضيات في حياتنا، تر: فاطمة عبد القادر المما، المجلس الوطني للثقافة والفنون، الكويت، 1978.

22) عاصم زكريا جميل، المنطق والتفكير الناقد، دار المسيرة، عمان، ط1، 2012.

23) عبد الرحمن الشولي، فلسفة المعنى في الفكر واللغة والمنطق، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 2016 .

24) عبد الرحمن بدوي، المنطق الصوري والرياضي، مكتبة النهضة، القاهرة، ط2، 1968.

25) عبد الرحمن بدوي، إمانويل كانط، وكالة المطبوعات، الكويت، ط1، 1977.

26) عبد الفتاح جاب الله، فلسفة اللغة والمنطق دراسة في فلسفة ستراوس، مؤسسة الوراق، عمان، 2014.

27) عبد اللطيف يوسف الصديقي، مسألة اللانهائية في الرياضيات نظرية جورج كانتور، دار الشروق، عمان، ط1، 1999.

28) عزت قرني، الفلسفة اليونانية حتى أفلاطون، [د.ن]، الكويت، 1993.

29) عصام زكريا جميل، اتجاهات معاصرة في نظرية المعرفة، دار المسيرة، عمان، ط1، 2012.

30) علي سامي النشار، المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، دار المعارف الجامعية، الإسكندرية، 2000.

31) علي عبد المعطي محمد والسيد نقادي، المنطق وفلسفة العلوم، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، 1988.

32) علي عبد المعطي محمد، المنطق ومناهج البحث العلمي، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، ط2، 2004.

33) فاروق عبد المعطي، فيثاغورس فيلسوف علم المنطق، دار الكتب العلمية، بيروت، ط1، 1994.

34) فليب فرانك، فلسفة العلم الصلة بين العلم والفلسفة، تر: علي علي ناصف، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، ط1، 1983.

35) الكسندرا غيتمانوفا، علم المنطق، دار التقدم، [د.ب]، 1989.

36) كمال محمد عويضة، إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتب العلمية، بيروت، ط1، 1994.

37) ماجد فخري، تاريخ الفلسفة اليونانية، دار العلم للملايين، بيروت، ط1، 1991.

38) ماري لويز رور، مبادئ المنطق المعاصر، تر: محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، [د.ب]، [د.س].

39) ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم المنطق الرياضي، ج3، دار النهضة العربية، 1985 .

40) محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي(Logistic) ، دار النهضة العربية، بيروت، 1984.

41) محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1969.

42) محمد حسن مهدي بالخيث، المنطق الأرسطي بين القبول والرفض، عالم الكتب الحديث، الأردن، ط1، 2014 .

43) محمد حسن مهدي بخيث، علم المنطق المفاهيم والمصطلحات التصديقات، ج2، عالم الكتب الحديث، الأردن، 2013.

44) محمد حسين محاسنة، أضواء على تاريخ العلوم عند المسلمين، دار الكتاب الجامعي، الإمارات العربية المتحدة، ط1، 2001.

45) محمد عابد الجابري، المدخل إلى فلسفة العلوم، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط5، 2002,

46) محمد عزمي نظمي سالم، تاريخ الفلسفة، مؤسسة شباب الجمعة، الاسكندرية، [د.س].

47) محمد محمد قاسم، جوتلوب فريجه نظرية الأعداد بين الابستمولوجيا والانطولوجيا، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية ، 1991.

48) محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي بحث في الحساب التحليلي والمصطلح، دار المعرفة الجامعية، [د.ب]، 2002.

49) محمد مهران، مدخل إلى المنطق الصوري، دار الثاقفة للنشر والتوزيع، القاهرة، 1994، ص18.

50) محمود زيدان، كانط وفلسفته النظرية، دار المعارف، [د.ب]، ط3، 1979.

51) محمود فتحي عبد الله، الجدل بين أرسطو وكانط، المؤسسة الجامعية، بيروت، ط1، 1995.

52) محمود فهمي زيدان، الاستقراء والمنهج العلمي، دار الجامعات المصرية، الإسكندرية، 2003.

53) محمود قاسم، المنطق الحديث ومناهج البحث، مكتبة الانجلو المصرية، مصر، ط2، 1953.

54) محمود محمد علي محمد، المنطق الصوري القديم بين الأصالة والتبعية قضايا واشكاليات، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الاسكندرية، ط1، 2013.

55) ناصر هاشم محمد، المنطق الحديث أسسه ونظرياته، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2020.

56) النقاري حمو، أبحاث في فلسفة المنطق، دار الكتاب الجديد المتحدة، بيروت، ط1، 2003.

57) هنري بوانكاريه، العلم والفرضية، تر :حمادي بن جاء بالله، المنظمة العربية للترجمة، لبنان، 2002.

58) ياسين خليل، المنطق وفلسفة العلوم في التراث الغربي، ج2، دار ننوى، سوريا، 2014.

59) ياسين خليل، محاضرات في المنطق الرياضي، دار الوفاء، الاسكندرية، ط1، 2007.

60) يحيى هويدى، ما هو علم المنطق؟ دراسة نقدية للفلسفة الوضعية المنطقية، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، ط1، 1966.

61) يمنى الخولي، فلسفة العلم في القرن العشرين: الاصول، الحصاد، الأفاق والمستقبل، مؤسسة هنداوي، مصر، 2012.

62) يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، مصر، 1936.

2.2..المراجع باللغة الأجنبية

1) Alexandar Miller, Logic Language and Mathematic, Oxford, 2020.
2) Anthony Bonner, The art and logic of Ramon Llull, Brils, Leiden, 2007.
3) Jacques Lahnd, Logique élémentaire, Presses polytechnique et universitaires romandes, 1998.
4) Jean- Lowis Krivine, théorie des ensembles, Cassini, Paris, 1998.
5) Jean Pierre Belna, Histoire de la Logique, Ellipeses Edition Marketing, Paris, 2014.
6) Harrie de Swart, Philosophical and Mathematical Logic, Springer, Switzerland, 2018.
7) Louis Coutel, la logique de Leibniz, félix alcan éditeur, Paris, 1901.
8) Paolo Mancosu and others, the development of matematical logic from Russell to Tarski :1935-1900, Oxford, New york, 2004,

3..قائمة الموسوعات والعاجم

1)إبراهيم أنيس وآخرون، معجم الوسيط، مكتبة الشروق الدولية، القاهرة، ط4، 2004.
2)ابراهيم مذكور، المعجم الفلسفي، الهيئة العامة، القاهرة، 1982.
3)أحمد موساوي، معجم المناطقة، موفم للنشر، الجزائر، 2015.
4)أندريه لالاند، الموسوعة الفلسفية، تر خليل احمد خليل، منشورات عويدات، بيروت، ط2، 2001.
5)تدهوندرتش، دليل أكسفورد الفلسفي، ج1، تر: نجيب الحصادي، [د.ن]، [د.ب]، [د.س].
6)جميل صليبا، المعجم الفلسفي، دار الكتاب اللبناني، بيروت، 1982.

7)عبد الرحمن بدوي، الموسوعة الفلسفية، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، ط1، 1994.

8)لجنة الرياضيات، معجم الرياضيات، [د.ن]، القاهرة، 1995.

9)م. رونتال وب. يودين، الموسوعة الفلسفية، تر: سمير كرم، دار الطليعة. بيروت، [د.س].

10) محمد فتحي عبد الله، معجم مصطلحات المنطق وفلسفة العلوم، دار الوفاء، الاسكندرية، 2002.

11) Roy T- Cook, A dictinory of philosophical logic, edinborgh university, 2009.

4..قائمة المجلات

1) أثر فلسفة المنطق في فلسفة اللغة عند براتراند راسل، جواد كاظم سماوي، ضمن، مجلة أداب الكوفة، العدد 49، الجزء1، 2021.

2)الارهاصات الاولى لنظرية لأرسطو المنطقية، رزوقي كمال، ضمن: مجلة الابعاد، وهران2، العدد1، 2009.

3)إسهامات العرب والمسلمين في تطوير المنطق للرد على روبير بلانشي في قفزته التاريخية غير المبرر في تاريخ المنطق، موسى فاتحين، ضمن: مجلة الحكمة للدراسات الفلسفية، مجلد3، العدد6، [د.س].

4)العلاقة بين المنطق والرياضيات: من جبر المنطق إلى المنطق الرياضي، عبد الرحمن علي الزرقاني، ضمن: مجلة صبراتة العلمية، العدد4، ديسمبر 2018.

5)مجلة قبس للدراسات الإنسانية والاجتماعية، المجلد5، العد1، 2021.

6)أصالة الابداع في المنطق الاسلامي (الفارابي وابن سينا أنموذجا)، محمد وادفل، ضمن: مجلة منتدى الأستاذ، العدد19، 2017.

5..قائمة الأطروحات

1)رحموني نور الدين، الأسس الابستمولوجية لنشأة المنطق الرياضي ومسألة البداية الفعلية، أطروحة دكتوراه، جامعة وهران، 2016-2017.

2)عبد القادر عدالة، المنطق الرياضي بين اليقين العلمي والعمق الفلسفي، أطروحة دكتوراه، جامعة وهران،2009.

ملحق المصطلحات والرموز

1) أهم المصطلحات العربية مترجمة باللغة الانجليزية

باللغة العربية	باللغة الانجليزية
الاستدلال	Reasoning
اصول الرياضيات	Principai Mathematic
أورغانون	Organon
الاوهام	Idols
ايساغوجي	Isagoge
التحليل	Analytics
التضمن الدقيق	Strict Implication
التفاضل/التكامل	Différentiel/Intégral
الثوابت	Constants
جبر المنطق	Algebra of Logic
الحد	Term
الحدسانية	Intuitionism
حساب العلاقات	Calculus of Relation
حساب الفئات	Calculus of Classes
حساب القضايا	Calculus of Proposition
حساب المحمول	Calculus of Predicates
الحساب المنطقي	Logical Calculus
الحقيقة	Truth
الدالة	Function
دالة قضة	Propositional Function
الذرة	Atom
الذكاء الاصطناعي	Artificiel intelligence
الرياضيات	Mathematic

Quantifier	سور
Formalisme	الصورانية
Phitlosophy of logic	فلسفة المنطق
The Ars Magna	الفن الاكبر
Aprior	القبلي
Longuage	اللغة
Logistic	اللوجستيقا
Variables	المتغيرات
Logic	المنطق
Symbolic Logic	المنطق الرمزي
Logic of Relation	منطق العلاقات
Transcendental logic	المنطق المتعالي
Polyvalent Logic	منطق متعدد القيم
Logicisme	المنطقانية
Object / Predicate	الموضوع / المحمول
Deductive System	النسق المنطقي
Duble Negtions	النفي المزدوج
Analytical geometry	الهندسة التحليلية

2) الرموز المستخدمة

1- رموز القضايا

القضية	الرمز
كلية موجبة	A (ك. م)
كلية سالبة	E (ك. س)
جزئية موجبة	I (ج. م)
جزئية سالبة	O (ج. س)

2- رموز نظرية المجموعات

الرابطة	رمزها
الانتماء	(∈)
عدم الانتماء	(∉)
الاحتواء	(⊃)
الاتحاد	(U)
التقاطع	(∩)
النفي	(~)

3- رموز نظرية حساب القضايا

الثوابت	رموزها
الفصل (أو)	(∨)
العطف (و)	(.)
اللزوم (إذا...إذن...)	(⊂)
التكافؤ	(≡)
الشطب أو الرفض	(/)

4- رموز نظرية حساب المحمولات

الثوابت	رموزها
السور الكلي wniversal Quantifier	(س)
سور كلي سالب	~⊃ (س)
السور الجزئي Particular Quantifier	(ج س) أو (Eس)
السور الجزئي السالب	(ج س) ~⊃ س

5- رموز نظرية حساب الفئات

الثوابت	رموزها
الصنف الكلي	(1)
الصنف الفارغ	(0)
الوصل	(∧)
اللزوم	(←)
المساواة بين الفئات	(=)
عدم المساواة	(≠)

6- رموز نظرية حساب العلاقات

الثوابت	رموزها
العلاقة	(ع)
نفي العلاقة	(عَ)
مجال العلاقة	[← →]
العلاقة الشاملة	(∨)
العلاقة الفارغة	(∧)

فهرس الموضوعات

الفهرس

مقدمة .....أ-هـ

الفصل الأول: الأصول الفلسفية للوجستيقا

المبحث الأول: مدخل إلى علم المنطق 12

1..المنطق مفهومه وأقسامه 12

2..المنطق الأرسطي 16

المبحث الثاني: المنطق الأرسطي من النقد إلى محاولة التجديد 31

1..الرواقية ونقد المنطق 31

2.. منطق العصور الوسطى.....35

3..المنطق في العصر الحديث.....45

4..المنطق التجاوزي 55

المبحث الثالث: المنطق واللغة 62

1..صلة اللغة بالمنطق 62

2..بناء اللغة المنطقية 64

الفصل الثاني: الدعائم الرياضية للوجستيقا

المبحث الأول: أبستمولوجيا الرياضيات 73

1..الرياضيات من الواقع إلى التجريد 73

2..الرياضيات عند العرب 78

3..الرياضيات في العصر الحديث 83

4..أزمة الرياضيات واللوجستيقا 87

1.4..أزمة الأسس في الهندسة.....87

2.4..نظرية المجموعات والمنطق 89

المبحث الثاني: صلة المنطق بالرياضيات.....94

1..المنطقانية (Logicism) 96

2..الحدسانية (Intuitionism) 97

3..الصورانية (Formalisme) 100

المبحث الثالث: إصلاح المنطق الأرسطي 102

1..المنطق الرمزي (Symbolic Logic):.....102

2..منطق العلاقات (Logic of Relation) 105

3..جبر المنطق (Algebra of logic) 106

4.. المنطق الرياضي (اللوجستيقا) 109

1.4..مكانة بيانو في المنطق 109

2.4...إسهامات فريجه في المنطق الرياضي.....111

3.4..راسل والاكتمال المنطق الرياضي (اللوجستيقا).....117

الفصل الثالث: مباحث اللوجستيقا

المبحث الأول: نظرية حساب القضايا 134

المبحث الثاني: نظرية حساب المحمولات 142

المبحث الثالث: نظرية حساب الفئات ونظرية حساب العلاقات.....158

المبحث الرابع: الدراسات المنطقية ما بعد اللوجستيقا 171

خـاتـمـــــة .....و-ح
قائمة المصادر والمراجع.....195
ملحق المصطلحات والرموز 197
فهرس الموضوعات.....203