

	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
	People's Democratic Republic of Algeria	
	وزارة التعليم العالي والبحث العلمي	
	Ministry of Higher Education and Scientific Research	
	جامعة عبد الحميد بن باديس - مستغانم	
	Abdel Hamid Ibn Badis University - Mostaganem	
	كلية العلوم والتكنولوجيا	
Faculty of Sciences and Technology		
قسم الهندسة الميكانيكية		
	Department of Mechanical Engineering	

N° d'ordre : M2...../GM/2024

## MEMOIRE DE FIN D'ETUDES DE MASTER ACADEMIQUE

**Filière : Génie Mécanique**

**Spécialité : Construction Mécanique**

### Thème

**Etude du facteur d'Intensité de Contraintes dans des plaques  
présentant des défauts de forme**

Présenté par

- 1- BOUCHOUATA Hania Hind
- 2- BELHANI Abderrafia

Soutenu le 24/05/ 2024 devant le jury composé de :

Président(e) :	M.ZENASNI Ramadane	Professeur	Université de Mostaganem UMAB
Examineurs :	M.BENKHATAB Mohamed	Maitre de Conférences "B"	Université de Mostaganem UMAB
Encadrant (e) :	M.BENKABOUCHE S.Eddine	Maitre de Conférences "B"	Université de Mostaganem UMAB

Année universitaire 2023 / 2024

# Dédicaces

---

Je dédie ces mots à mes chers parents, dont le soutien inconditionnel et l'amour indéfectible m'ont permis de mener à bien cette thèse. Votre présence constante, vos encouragements et vos précieux conseils ont été pour moi une source d'inspiration. Votre foi en moi m'a donné la force de persévérer dans les moments difficiles. Ce mémoire est le fruit de notre complicité et de notre amour familial, je vous en serai éternellement reconnaissante.

À mes proches, qui ont toujours été là pour moi, j'exprime ma plus sincère gratitude. Vos encouragements chaleureux, vos épaules sur lesquelles s'appuyer et votre soutien indéfectible m'ont permis de franchir cette étape avec confiance. Votre précieuse présence a éclairé mon chemin et rendu cette réussite encore plus significative.

A mes chers amis qui ont toujours cru en moi, pour leur soutien et leurs encouragements,

A toute ma famille, pour votre soutien tout au long de mon parcours académique,

Que ce travail soit l'accomplissement de vos souhaits les plus chers et l'effusion de votre soutien indéfectible.

Merci d'avoir toujours été là pour moi.

**BOUCHOUATA Hania hind**

**BELHANI Abderrafia**

# Remerciements

---

Tous d'abord, nous tenons à remercier le dieu tout-puissant ALLAH de nous avoir donné la santé, la volonté, le courage et la patience nécessaires pour mener à bien ce modeste travail.

Nous tenons également à exprimer notre gratitude à nos parents pour leur soutien et leurs encouragements tout au long de nos études.

Ensuite, nos remerciements s'adressent spécialement à notre encadrant **Dr. M. BENKABOUCHE S.Eddine** qui s'est donné corps et âme pour la réussite de notre travail, pour cela nous lui disons un grand merci et lui souhaitons que le tout puissant lui accord plus de bénédiction et de chance dans sa vie.

Nous remercions aussi les enseignants du département de **Génie Mécanique** pour leurs aides et leurs soutiens.

Aussi nous remercions **les membres du jury** pour avoir pris la peine d'examiner et de juger notre travail réalisé dans le cadre du projet de fin d'étude.

Que mes remerciements sincères parviennent à chacune de ces personnes, car elles ont toutes contribué à ma croissance personnelle et professionnelle. Je suis honoré d'avoir eu l'opportunité de travailler sur ce projet et d'avoir été entouré de personnes aussi formidables. Que nos chemins se croisent à nouveau, et que nous puissions tous continuer à atteindre de nouveaux sommets dans nos vies respectives.

A toutes et à tous nous leurs disons **merci**.

# Liste des figures

---

## Chapitre I

### Généralités sur la mécanique de la rupture

<b>Figure I-1</b> : Rupture au mouillage du pétrolier ‘Liberty Ship’. En Janvier 1943, le tanker américain T2 SS Schenectady alors qu’il venait de terminer les derniers tests en mer avec succès se brise soudainement en deux dans le port. ....	4
<b>Figure I-2</b> : Les différents types de rupture .....	6
<b>Figure I-3</b> : Allure des diagrammes charge – déplacement selon le type de rupture. ....	7
<b>Figure I-4</b> : Comparaison des énergies de rupture.....	7
<b>Figure I-5</b> : Schématisation des trois modes de rupture .....	8
<b>Figure I-6</b> : Approche classique.....	9
<b>Figure I-7</b> : approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture .....	9
<b>Figure I-8</b> : Zone délimitant le voisinage d’une pointe de fissure.....	10
<b>Figure I-9</b> : (a) élément isoparamétrique à 8 nœuds dans le repère local, (b) élément isoparamétrique à 8 nœuds dans le repère global, (c) élément triangulaire formé par l’effondrement des nœuds 4, 8,1 en seul point .....	14
<b>Figure I-10</b> : Répartition des contraintes autour d’un trou dans une plaque .....	15
<b>Figure I-11</b> : Propagation de fissure en fatigue loi de Paris .....	17
<b>Figure I-12</b> : L’intégrale J de contour.....	19
<b>Figure I-13</b> : Point M repéré en coordonnées polaires .....	20

## Chapitre II

### Procédure de modélisation par le code ANSYS

<b>Figure II-1</b> : Plaques d'études de FIC : a) plaque avec fissure centrale, b) plaque avec trou et fissure.....	22
<b>Figure II-2</b> : Présentation des symétries des plaques étudiées a) plaque avec fissure, b) plaque avec trou et fissure. ....	23
<b>Figure II-3</b> : Les coordonnées des « key point ».....	24
<b>Figure II-4</b> : Création d'une surface circulaire.....	25
<b>Figure II-5</b> : Suppression d'un espace circulaire.....	26
<b>Figure II-6</b> : Définir le point de fissure.....	26
<b>Figure II-7</b> : Maillage du quart de la structure. ....	27
<b>Figure II-8</b> : Maillage de la pointe de la fissure. ....	28
<b>Figure II-9</b> : Conditions aux limites de la structure étudiée.....	29
<b>Figure II-10</b> : solution du problème. ....	30

## Chapitre III

### Détermination du FIC par le code ANSYS

<b>Figure III-1</b> : Courbes de fatigue en 1) torsion et en 2) flexion purement alternée de l'acier SM 45C.....	32
<b>Figure III-2</b> : Variation de FIC en fonction de $\sigma$ (charge) par simulation ((a) sans trou, (b) avec trou).....	34
<b>Figure III-3</b> : Variation de VM en fonction de $\sigma$ (charge) par simulation ((a) avec trou, (b) sans trou).....	34
<b>Figure III-4</b> : Variation la contrainte $\sigma_{yy}$ en fonction de la profondeur x pour a) plaque sans trou, b) plaque avec trou. ....	37
<b>Figure III-5</b> : Variation de FIC en fonction d'a (fissure) par simulation ((a) sans trou, (b) avec trou).....	38
<b>Figure III-6</b> : Variation de VM en fonction de a (fissure) par simulation ((a) avec trou, (b) sans trou).....	39
<b>Figure III-7</b> : Variation la contrainte $\sigma_{yy}$ en fonction de la profondeur x pour (a) plaque sans trou, (b) plaque avec trou.....	41

**Figure III-8** : Variation de FIC en fonction de R (le Rayon de cercle)..... 42  
**Figure III-9** : Variation de VM en fonction de R (le rayon de cercle)..... 43  
**Figure III-10** : Variation la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur x pour plaque avec trou..... 44

# Liste des tableaux

---

## Chapitre I

### Généralités sur la mécanique de la rupture

<b>Tableau I-1</b> : Caractères macroscopiques des ruptures fragile et ductile.....	6
<b>Tableau I-2</b> : Champs des contraintes et des déplacements au voisinage de l'extrémité de fissure.....	21

## Chapitre III

### Détermination du FIC par le code ANSYS

<b>Tableau III-1</b> : Composition chimique de l'acier SM45C.....	31
<b>Tableau III-2</b> : Caractéristique mécaniques statiques de l'acier SM 45C.....	31
<b>Tableau III-3.1-1</b> : $K_I$ et VM pour différente charge ' $\sigma$ ' .....	33
<b>Tableau III-3.1-2</b> : $K_I$ et VM pour différente charge ' $\sigma$ '. .....	33
<b>Tableau III-3.1-3</b> : résultats de la contrainte $\sigma_{yy}$ en fonction de la profondeur X (cas de plaque sans trou).....	36
<b>Tableau III-3.1-4</b> : résultats de la contrainte $\sigma_{yy}$ en fonction de la profondeur X (cas de plaque avec trou). .....	36
<b>Tableau III-3.2-1</b> : $K_I$ et VM pour différente la taille de la fissure ' $a$ '. .....	38
<b>Tableau III-3.2-2</b> : $K_I$ et VM pour différente la taille de la fissure ' $a$ '. .....	38
<b>Tableau III-3.2-3</b> : résultats de la contrainte $\sigma_{yy}$ en fonction de la profondeur X (cas de plaque sans trou).....	40

**Tableau III-3.2-4** : résultats de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur X (cas de plaque avec trou). ..... 40

**Tableau III-3.3-1** :  $K_I$  et VM pour différent rayon de cercle 'R'. ..... 42

**Tableau III-3.3-2** : résultats de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur X (cas de plaque sans trou). ..... 44

## Liste des abréviations

UMAB	Université Abdelhamid Ibn Badis – Mostaganem
FST	Faculté des Sciences et de la Technologie

---

## Résumé

---

Le but de ce travail est de déterminer le facteur d'intensité de contraintes, au niveau des plaques dotées d'une fissure et d'un trou localisés au centre de la structure, de nuance d'acier SM 45C, sous sollicitations en mode I. Pour cela, nous avons exploité le code d'éléments finis via le code Ansys. Les résultats obtenus sont vérifiés entre les plaques fissurées sans trou et des autres avec trou. Nous avons étudié aussi l'influence de différents paramètres, comme la longueur de la fissure, l'intensité de la charge appliquée et la taille des trous. Les calculs de la simulation montrent que les valeurs du facteur d'intensité de contraintes sont plus importantes dans le cas des structures présentant le défaut de forme. Les paramètres appliqués ont des significations importantes selon le cas étudié.

**Mots clés :** fissure, intensité de contrainte, rupture, plaque, défaut de forme.

---

## Abstract

---

The aim of this work is to determine the stress intensity factor at the level of plates with a crack and a hole located at the center of the structure, in steel grade SM 45C, under Mode I loading. For this purpose, we used the Ansys finite element code. The results obtained are verified between cracked plates without holes and those with holes. We also studied the influence of various parameters, such as crack length, applied load intensity and hole size. Simulation calculations show that stress intensity factor values are higher for structures with the shape defect. The parameters applied have important meanings depending on the case studied.

**Key words :** crack, stress intensity, fracture, plate, shape defect.

---

## ملخص

---

الهدف من هذا العمل هو تحديد عامل شدة الإجهاد على مستوى الصفائح ذات الشقوق والثقب الموجود في مركز الهيكل، من الصلب من الدرجة SM 45C، تحت تحميل النمط الأول. للقيام بذلك، استخدمنا كود العناصر المحدودة عبر كود Ansys. تم التحقق من النتائج التي تم الحصول عليها بين الصفائح المتشققة بدون ثقب والأخرى ذات الثقب. درسنا أيضاً تأثير المعلمات المختلفة، مثل طول الشق وشدة الحمل المطبق وحجم الثقب. تُظهر حسابات المحاكاة أن قيم عامل شدة الإجهاد تكون أكبر في حالة الهياكل ذات العيب في الشكل. المعلمات المطبقة لها معاني مهمة اعتماداً على الحالة المدروسة.

**الكلمات المفتاحية:** التصدع، شدة الإجهاد، الكسر، الصفيحة، عيب الشكل.

# NOMENCLATURE

---

Nous donnons ci-dessous les principales notations utilisées dans ce mémoire.

<b>a</b>	Longueur de la fissure.
<b>E</b>	Module de Young.
<b><i>v</i></b>	Coefficient de Poisson.
<b>FIC</b>	Facteur d'intensité de contraintes.
<b><math>\sigma_{yy}</math></b>	La composante de contrainte
<b>VM</b>	Contrainte de von Mises.
<b>X</b>	Profondeur.
<b>R</b>	Le rayon de cercle.
<b>K<sub>I</sub></b>	Facteur d'intensité.
<b><math>\sigma</math></b>	Contraintes appliquées.
<b><math>\sigma_{ij}</math></b>	Le tenseur des contraintes.

# Table des matières

---

Dédicaces.....	i
Remerciements .....	ii
Liste des figures.....	iii
Liste des tableaux.....	vi
Liste des abréviations .....	viii
Résumé .....	ix
Introduction Générale .....	1

## Chapitre I

### Généralités sur la mécanique de la rupture

I.1 Introduction.....	3
I.1.1 Aperçu historique sur la rupture .....	3
I.1.2 Notions de la mécanique de la rupture .....	4
I.2 Mécanique linéaire et non-linéaire de la rupture .....	5
I.2.1 Comparaison des diagrammes charge – déplacement.....	7
I.2.2 Comparaison des énergies de rupture.....	7
I.3 Différents modes de rupture.....	7
I.4 Utilisation de la mécanique de la rupture en conception : .....	9
I.5 Singularité du champ de contraintes .....	10
I.6 Etude d'un milieu élastique fissuré.....	10
I.7 Facteur d'intensité de contraintes .....	11
I.7.1 Taux de restitution d'énergie.....	11
I.8 Méthodes de calcul du facteur d'intensité de contraintes .....	12

I.9 La méthode des éléments finis.....	12
I.9.1 La méthode du principe de superposition.....	12
I.9.2 La méthode d'extrapolation des déplacements.....	13
I.9.3 La méthode des éléments finis.....	13
I.10 Facteur de concentration de contraintes près d'un défaut.....	14
I.11 La propagation des fissures.....	16
I.11.1 Loi de Paris.....	16
I.11.2 Modèle d'Elber sur loi de Paris.....	17
I.12 Intégrale $J$ .....	18
I.13 Théorie de Griffith (paramètre $G$ ).....	19
I.14 Théorie d'Irwin (paramètre $K$ ).....	20

## Chapitre II

### Procédure de modélisation par le code ANSYS

II.1 Introduction .....	22
II.2 La simulation des structures .....	22
II.2.1 Présentation de la géométrie des structures.....	22
II.3 Ordre de simulation par le code ANSYS.....	23
a- Définition du type d'élément : .....	23
b- Définition des propriétés du matériau :.....	24
c- Modélisation géométrique:.....	24
c-1- Coordonnées des points : « Key points »:.....	24
c-2- Définition des lignes droites (Straight Line) :.....	24
c-3- Création d'une surface : .....	25
c-4- Création d'une surface circulaire : .....	25
c-5- Suppression d'un espace circulaire : .....	25

d- Définir le point de fissure .....	26
e- Le Maillage: .....	27
f- Conditions aux limites : .....	28
g- Solution du problème : .....	29

## Chapitre III

### Détermination du *FIC* par le code ANSYS

III.1 Introduction .....	31
III.2 Présentation de l'acier SM 45C.....	31
III.2.1 Caractéristiques du matériau SM 45C .....	31
III.2.2 Courbes de fatigue de l'acier SM 45C.....	32
III.3 Résultats de simulation de <i>FIC</i> .....	33
III.3.1 Variation de la charge et fixation de rayon et la taille de la fissure.....	33
III.3.1.1 Présentation du profile de contrainte verticale en fonction de la distance à partir du la pointe de la fissure ( $a = 1$ mm) : .....	35
III.3.2 Variation de la taille de la fissure et fixation du rayon du trou et la charge .....	37
III.3.2.1 Présentation profile de la contrainte verticale en fonction de la distance à partir de la pointe de la fissure : .....	39
III.3.3 Variation du rayon de cercle et fixation de la charge et la taille de la fissure : .....	41
III.3.3.1 Présentation profile de la contrainte verticale en fonction de la distance a partir du la pointe de la fissure : .....	43
<b>Conclusion générale et recommandations .....</b>	<b>46</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>47</b>

# **Introduction générale**

# Introduction Générale

La mécanique de la rupture, est une branche essentielle du génie mécanique, s'intéresse à l'étude des matériaux et des structures soumises à des contraintes, en particulier celles qui conduisent à l'apparition et à la propagation de fissures. Cette discipline est essentielle pour comprendre comment et pourquoi les matériaux se brisent sous certaines charges et joue un rôle vital dans la prévention des défaillances catastrophiques dans les applications industrielles. L'objectif principal de cette étude est d'étudier le facteur d'intensité des contraintes (*FIC*) dans les plaques présentant des défauts de forme, tels que des fissures et des trous, à l'aide de méthodes de simulation numérique.

L'histoire de la mécanique des fractures remonte aux travaux du pionnier de Griffith au début du 20 siècle, qui ont jeté les bases théoriques de l'analyse des fissures dans les matériaux fragiles. Depuis, des avancées significatives ont été réalisées, notamment par Irwin, qui a introduit des modifications permettant d'appliquer les concepts de la mécanique de la rupture aux matériaux ductiles. La compréhension et la prévision du comportement des fissures sont essentielles pour la conception sûre et efficace des structures mécaniques, en particulier dans les domaines de l'aérospatiale, du génie civil et de la science des matériaux.

Dans cette thèse, nous utilisons le logiciel de simulation ANSYS pour modéliser et analyser le comportement de plaques fissurées sous différentes conditions de chargement et configurations géométriques. Les paramètres étudiés sont la taille de la fissure, le rayon du trou et la charge appliquée. Ces analyses nous permettent de déterminer l'influence de ces variables sur le facteur d'intensité des contraintes, en vue de proposer des recommandations pour la conception de structures plus résistantes aux fissures. Ce travail est composé de trois chapitres.

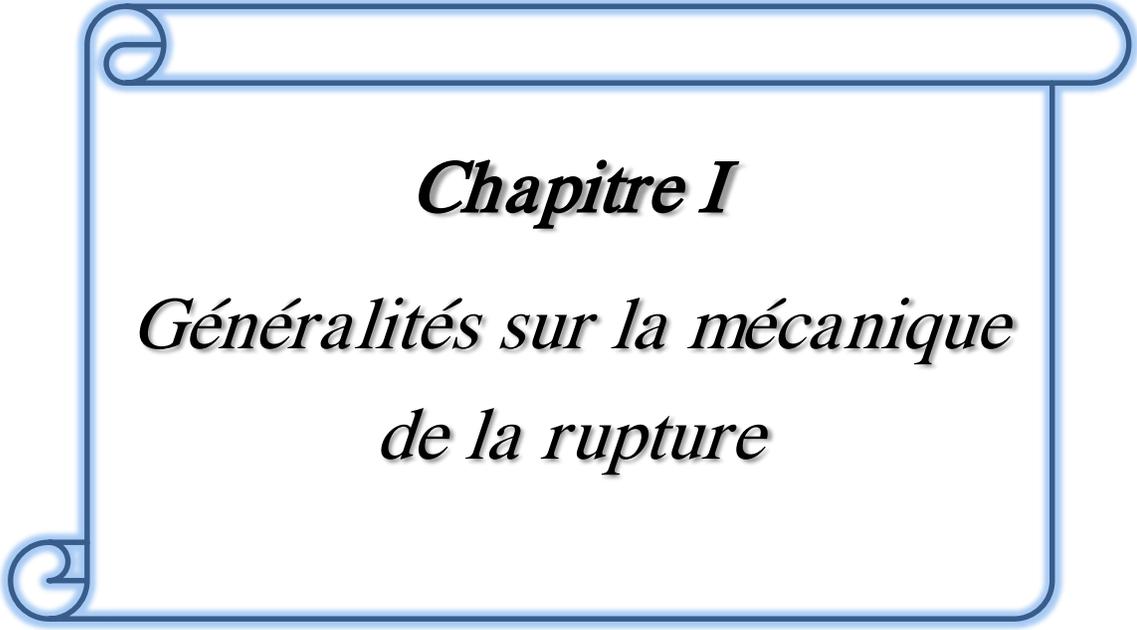
Le premier chapitre est réservé à l'étude bibliographique de quelques notions de base sur la mécanique de la rupture, en montrant les méthodes analytiques de détermination du facteur

d'intensité de contraintes ainsi que son rôle sur l'analyse de contraintes au niveau de la pointe de la fissure.

Le second chapitre présente les démarches essentielles de la simulation via le logiciel d'éléments finis en l'occurrence le code Ansys,.

Le dernier chapitre est consacré à l'étude numérique, pour la détermination du facteur d'intensité de contraintes, en utilisant le code d'éléments finis, en l'occurrence le code Ansys, appliquée sur des structures de nuance SM 45C, et de deux géométries : plaques fissurées sans trou et autres avec trou. Nous avons étudié plusieurs paramètres pour d'écrire l'évolution du facteur d'intensité de contraintes, tels que la longueur de la fissure, la charge appliquée et la dimension du trou représentant le défaut de forme. Les résultats obtenus sont présentés en fin du chapitre.

Le mémoire se termine par une conclusion générale et des perspectives afin de poursuivre ce travail.



***Chapitre I***

*Généralités sur la mécanique  
de la rupture*

## Chapitre I :

# Généralités sur la mécanique de la rupture

### I.1 Introduction

La mécanique de la rupture définit une propriété du matériau qui se traduit par sa résistance à la rupture fragile. Alors que les structures sont généralement conçues de manière à ce que les contraintes nominales ne dépassent pas la limite élastique du matériau et sont donc à l'abri d'une rupture ductile, qui peut se produire au niveau d'une fissure qu'elle soit préexistante ou créée par la fatigue (catastrophe du chemin de fer de Meudon) [1].

#### I.1.1 Aperçu historique sur la rupture

Eviter la casse n'est pas une idée nouvelle en soi : les concepteurs des structures égyptiennes des pharaons (pyramides) et ceux de l'Empire romain nous ont laissé des édifices que nous pouvons encore admirer aujourd'hui. Mais avant la révolution industrielle, les matériaux utilisés se limitaient essentiellement au bois, à la pierre ou à la brique et au mortier. Ce n'est qu'avec la révolution industrielle, au début du 19<sup>e</sup> siècle, et l'utilisation de l'acier, que l'on a enfin pu concevoir des structures capables de résister à des charges de traction.

L'étude de la mécanique de la rupture a dû être développée. Les premiers essais de rupture ont été réalisés par Léonard de Vinci (1452-1519) bien avant la révolution industrielle : Il a démontré que la résistance à la traction d'un fil de fer varie inversement à sa longueur.

Cette interprétation qualitative a ensuite été affinée par Griffith en 1920, qui a établi une relation directe entre la taille des défauts et la résistance à la traction. S'appuyant sur les travaux d'Inglis, Griffith a appliqué l'analyse des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable d'une fissure [2].

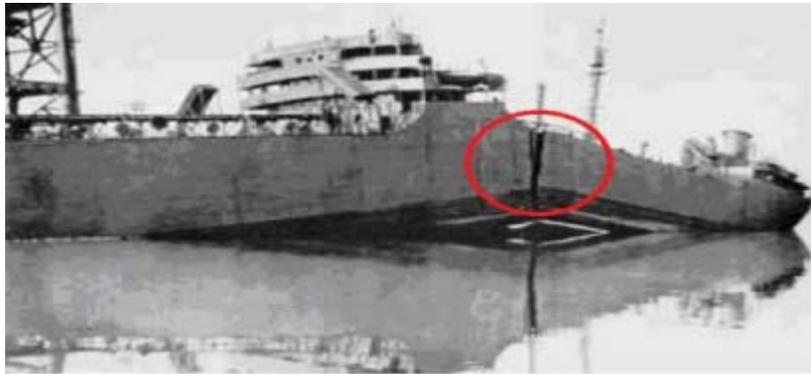
Cependant, l'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métallique) pour les charges de traction a entraîné un certain nombre de problème [3].

Parmi les accidents les plus célèbres, citons le naufrage du Liberty ship dans le port de New York, causé par l'effet concentré de la contrainte et du froid. Le stabilisateur vertical qui s'est détaché

## Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture

---

du vol 587 d'American Airlines, entraînant un accident mortel. Le premier incident enregistré impliquant des structures en métal a été la rupture d'une chaîne sur le pont suspendu de Montrose, en Grande-Bretagne, en mars 1830. Depuis, plusieurs ponts se sont effondrés, notamment le King's Bridge à Melbourne (1962) et le point Pleasant Bridge en Virginie (1967). Les accidents ferroviaires dus à la rupture soudaine d'essieux, de roues ou de rails ont également été nombreux. Entre 1860 et 1870, environ 200 personnes ont été tuées chaque année dans des accidents de train en Grande Bretagne. Il y a également eu de nombreux accidents impliquant des pipelines et des pétroliers [4].



**Figure I-1** : Rupture au mouillage du pétrolier 'Liberty Ship'. En Janvier 1943, le tanker américain T2 SS Schenectady alors qu'il venait de terminer les derniers tests en mer avec succès se brise soudainement en deux dans le port [4].

### I.1.2 Notions de la mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture a été introduite par Griffith vers 1920. L'objectif de la mécanique de la rupture est de caractériser le comportement à la fissuration des structures à l'aide de paramètres quantifiables au sens de l'ingénieur, notamment le champ de contraintes, la taille de la fissure et la résistance à la fissuration du matériau. Les premiers développements théoriques d'analyse des champs de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure ont été entrepris par Westergaard vers 1940. Une théorie de la rupture basée sur la stabilité de la fissure valable uniquement pour les matériaux fragiles, ne tenant pas compte de la dissipation de l'énergie due à la plastification. En 1948, Irwin proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant

# Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture

---

justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles [5].

En 1956, un groupe de chercheurs de la marine américaine, ont développé le concept du taux de restitution d'énergie à partir de la théorie de Griffith sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard, Irwin montra que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique relié au taux de restitution d'énergie. Ce paramètre caractérise l'état de sollicitation dans la région dans laquelle la rupture se produit, il est appelé facteur d'intensité de contrainte (*FIC*) [5].

La période s'étalant de 1960 à 1980 a vu une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles concurrentes. D'une part, les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture et d'autre part ceux qui s'intéressaient essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs, comme Barenblatt proposèrent ce qu'on appelle une correction de la zone plastique. La taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastique décrits par le *FIC*. Plus tard, Hutchinson en 1968, Rice et Rosengren (HHR) développèrent un nouveau paramètre appelé intégrale *J*. Ce paramètre décrit parfaitement la répartition des contraintes dans les zones plastifiées [5].

## I.2 Mécanique linéaire et non-linéaire de la rupture

On distingue deux grands types de rupture en fonction des mécanismes impliqués : la rupture fragile contrôlée par la contrainte normale, la rupture ductile précédée d'une déformation plastique contrôlée par la contrainte de cisaillement, et la rupture semi-fragile ou semi-ductile contrôlée par les deux contraintes.

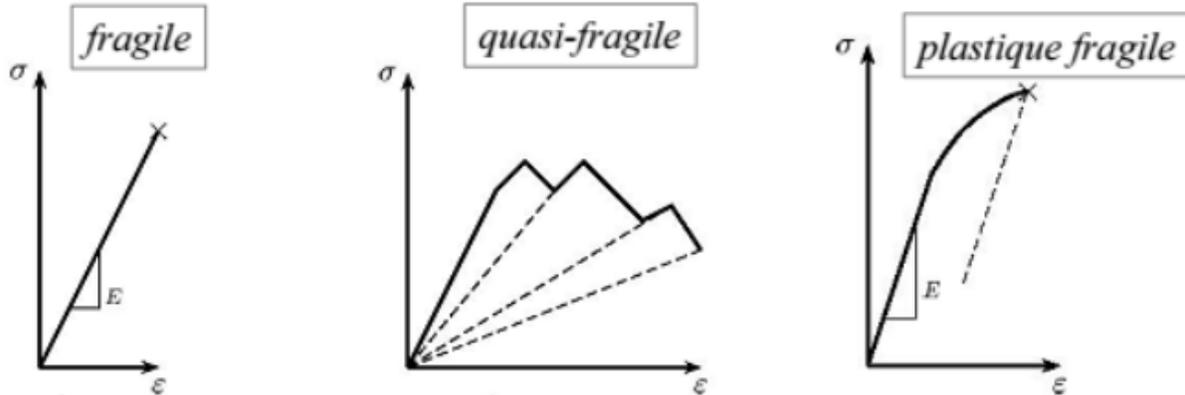


Figure I-2 : Les différents types de rupture [6].

**Rupture fragile :** Elle se caractérise par l'absence de déformation plastique macroscopique, ce qui entraîne une rupture plus rapide et donc plus brutale (faible énergie de rupture).

**Rupture ductile :** Ce mode est principalement dû à la présence d'inclusions ou de précipités dans le matériau. Il se caractérise par une déformation plastique macroscopique importante (énergie de rupture élevée).

Tableau I-1 : Caractères macroscopiques des ruptures fragile et ductile [7].

Type de rupture	Déformation à rupture	Energie de rupture
Rupture fragile	faible	faible
Rupture ductile	forte	forte

## I.2.1 Comparaison des diagrammes charge – déplacement

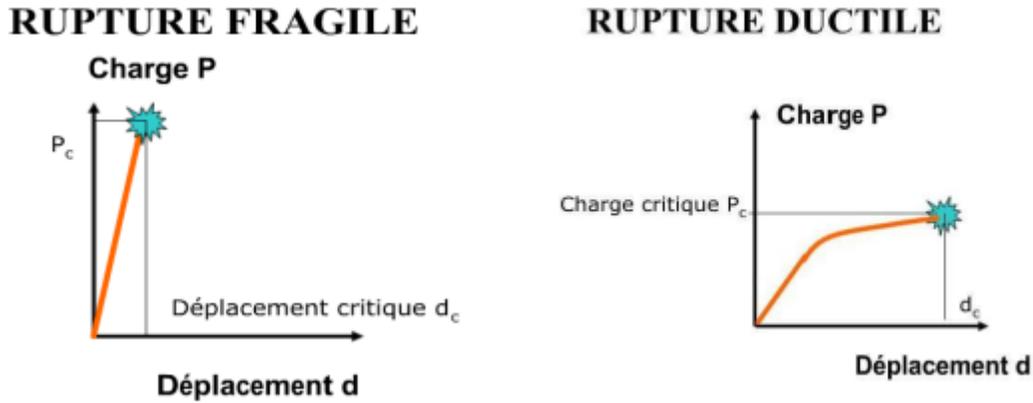


Figure I-3 : Allure des diagrammes charge – déplacement selon le type de rupture [7].

## I.2.2 Comparaison des énergies de rupture

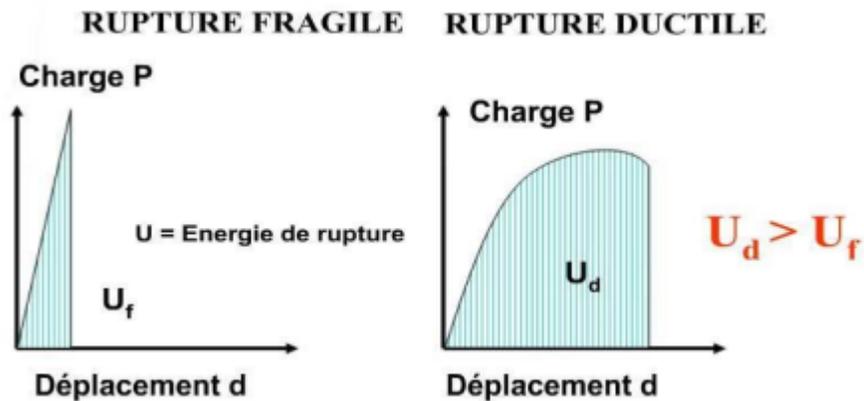


Figure I-4 : Comparaison des énergies de rupture [7].

## I.3 Différents modes de rupture

La fissuration se manifeste par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties, appelées lèvres de la fissure, ce qui introduit une discontinuité au sens des déplacements. Les mouvements possibles des lèvres de chaque fissure sont des combinaisons de trois modes indépendants. Ces modes sont définis comme suit [8] :

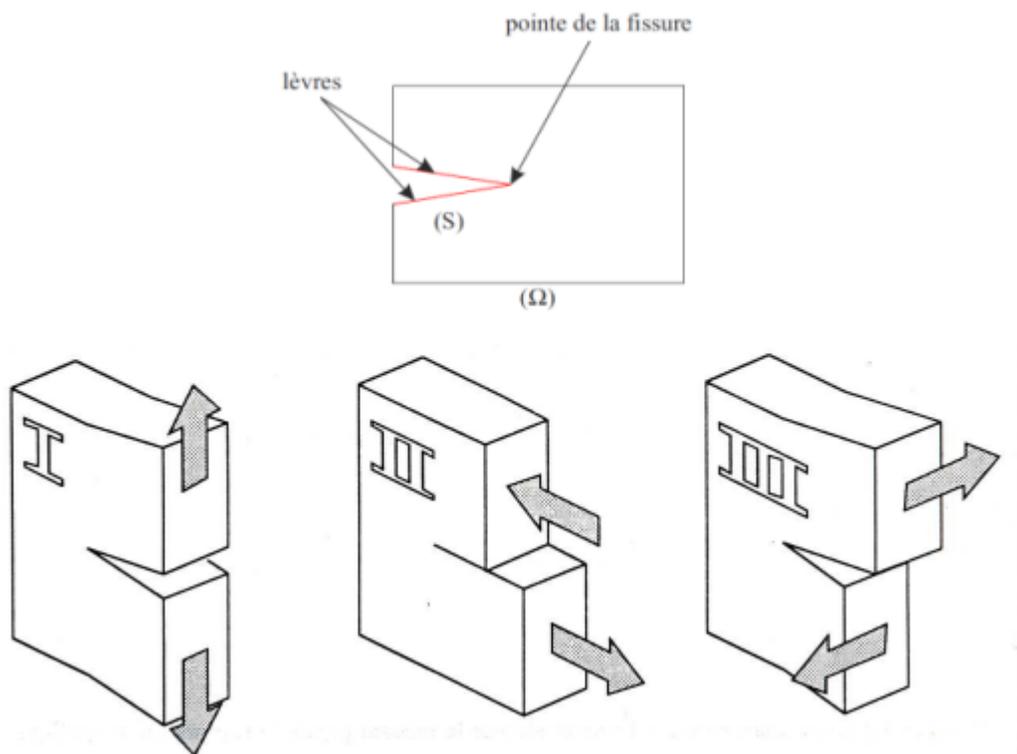
## Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture

**Mode I (ouverture normale) :** les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement l'une par rapport à l'autre, c'est le mode par ouverture.

**Mode II (glissement plan) :** les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan, et dans une direction perpendiculaire au front de fissure. Il est appelé aussi mode par glissement droit.

**Mode III (glissement anti-plan) :** les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de fissure, c'est le mode de déchirement.

Ces trois modes sont illustrés dans la figure I.5 ci-dessous : [8]



**Figure I-5 :** Schématisation des trois modes de rupture.

### I.4 Utilisation de la mécanique de la rupture en conception :

Deux approches sont utilisées pour le dimensionnement des structures. La première, la plus classique, repose sur la limite d'élasticité du matériau  $\sigma_e$ , alors que la seconde s'appuie sur le concept de ténacité  $K_c$  issu de la mécanique linéaire de la rupture (MLR) [7].

a)



Figure I-6 : Approche classique.

b)

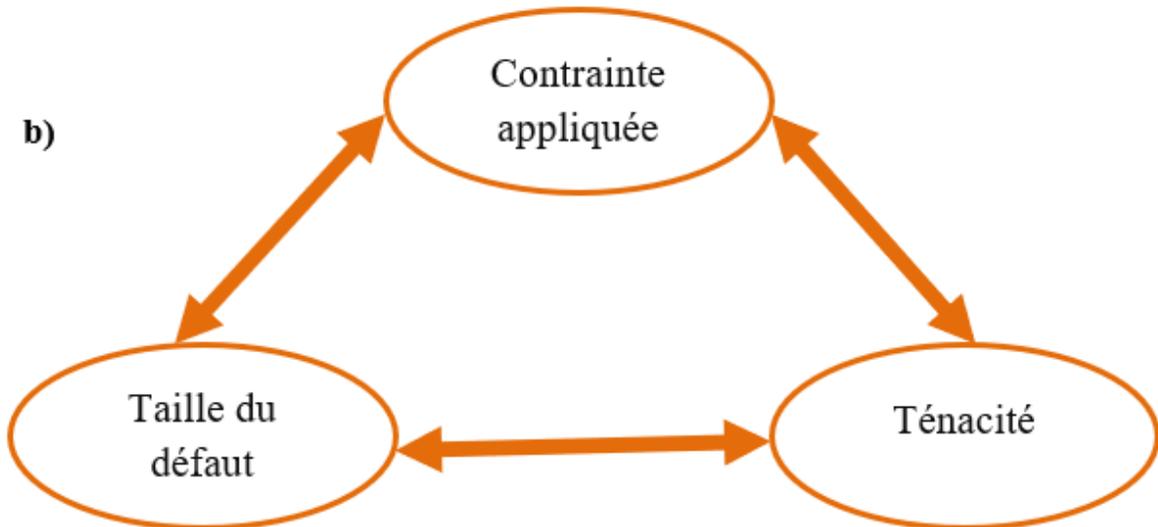
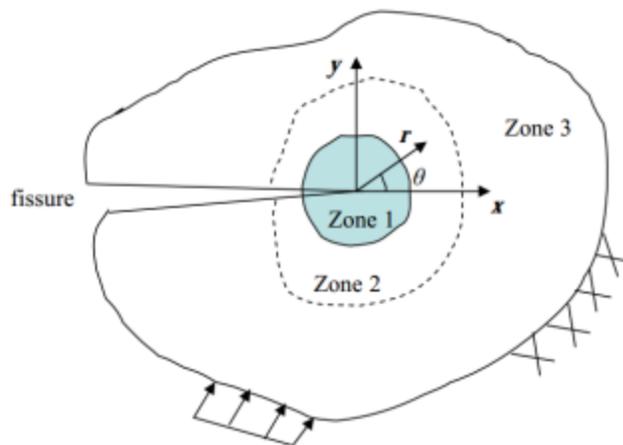


Figure I-7 : approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture.

## I.5 Singularité du champ de contraintes

Rigoureusement parlant les problèmes de la mécanique de la rupture sont toujours tridimensionnels. Cependant la théorie tridimensionnelle complète est difficile, et on étudie la plupart du temps deux situations particulières plus simple : la situation de déformations plane et la situations anti plane. Nous commençons par quelques généralités concernant ces situations particulières [8].

## I.6 Etude d'un milieu élastique fissuré



**Figure I.8** Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure [9].

Le paramètre clé de la mécanique des fractures est le facteur d'intensité des contraintes. La mécanique de la rupture étudie l'interaction entre la fissure et la zone environnante. En général, et d'un point de vue mécanique, on peut distinguer trois zones :

**La zone d'élaborations (Zone 1) :** Elle se trouve à la pointe de la fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. L'étude de cette zone est très complexe à cause des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau. La taille de cette zone est généralement très petite. De l'ordre de quelques cristaux [9].

**La zone singulière (Zone 2) :** La zone dans laquelle les champs des déplacements, déformations et des contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. Cette zone est petits vis-à-vis du solide, mais elle est grande par rapport aux cristaux. Dans cette zone, les composantes du champ des contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ( $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{0}$ ), et plus exactement, la singularité est en  $\mathbf{r}^{-1/2}$  en milieu élastique

linéaire d'où le nom de la zone singulière ou zone fine. Ainsi la singularité en  $r^{-1/2}$ , ne sera pas valable en dessous d'un certain rayon dit plastique ( $r_p$ ). Les valeurs de  $r_p$  autour de la pointe de fissure déterminent la forme de la zone plastique qui, en fonction de sa taille, l'on dira que la rupture est fragile ou ductile [9].

**La zone extérieure (Zone 3) :** Les champs lointains se raccordent d'une part à la zone singulière et d'autre part aux conditions aux limites de chargement du déplacement. Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu [9].

### I.7 Facteur d'intensité de contraintes

Dans le cadre de la mécanique de la rupture fragile, le facteur d'intensité des contraintes *K<sub>IC</sub>* est le seul paramètre significatif permettant de connaître l'état de contraintes et de déformation en toute pointe de fissure [10].

Le facteur d'intensité de contrainte s'exprime en mode I sous la forme

$$k_I = Y \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \quad (\text{I-1})$$

Où

Y : facteur adimensionnel appelé facteur de forme. Il est fonction de la géométrie et de la taille de la fissure

Le facteur de forme donne par :

$$Y = \frac{k_I}{\sigma \sqrt{\pi a}} \quad (\text{I-2})$$

#### I.7.1 Taux de restitution d'énergie

Pour augmenter la surface d'une fissure dans un matériau il faut fournir un certain travail. Le bilan énergétique du système composé des forces extérieures et du corps fissuré s'écrit [11] :

$$\frac{dW}{dA} = \frac{dU}{dA} + \frac{dT}{dA} \quad (\text{I-3})$$

**W** : Travail des forces extérieures

**U** : L'énergie élastique stockée dans les matériaux

**A** : Surface de la fissure

**T** : La somme de toutes les énergies dissipées de façon irréversible

De cette relation l'énergie nécessaire à la création de surface (**G**) est donnée par :

$$\frac{d}{dA}(W - U) = \frac{dT}{dA} = G \quad (\text{I-4})$$

Elle est appelée taux de restitution d'énergie. L'amorçage de la fissure se caractérise par une valeur critique du taux de restitution d'énergie notée  $G_{IC}$  d'où le critère de rupture :  $G \geq G_{IC}$

Pour une fissure sollicitée uniquement suivant le mode I. La relation entre  $G_{IC}$  et  $K_{IC}$  est [11] :

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad \text{En contrainte plane} \quad (\text{I-5})$$

$$G_{IC} = \frac{(1-\nu^2)K_{IC}^2}{E} \quad \text{En déformation plane} \quad (\text{I-6})$$

### I.8 Méthodes de calcul du facteur d'intensité de contraintes

Il existe plusieurs techniques pour calculer le facteur d'intensité des contraintes, parmi les plus utilisés, on peut citer [8] :

1. La méthode du principe de superposition.
2. La méthode d'extrapolation des déplacements.
3. La méthode de collocation de frontière.

### I.9 La méthode des éléments finis

#### I.9.1 La méthode du principe de superposition

Cette méthode consiste à décomposer le problème posé en une somme de problèmes simple dont les solutions sont connues. Le problème étant un problème d'élasticité linéaire, on peut appliquer le principe de superposition. On a ainsi [8] :

$$K_I^{total} = K_I^A + K_I^B + K_I^C + \dots \quad (\text{I-7})$$

### I.9.2 La méthode d'extrapolation des déplacements

Le saut de déplacement à travers les lèvres de la fissure pour les points  $(r, \theta = +\pi)$  et  $(r, \theta = -\pi)$  se calcule à partir d'équation suivante [8] :

$$K_I^{total} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Delta u_2 \cdot \mu}{k+1} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad (\text{I-8})$$

Ou :

$$u_2 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ k + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (\text{I-9})$$

$$\Delta u_2 = u_{2(\theta=+\pi)} - u_{2(\theta=-\pi)} \quad (\text{I-10})$$

$k = 3 - 4\nu$  , en déformation plane

$k = \frac{3-\nu}{1+\nu}$  , en contrainte plane

### I.9.3 La méthode des éléments finis

Toutes les méthodes pour le calcul des facteurs d'intensité de contrainte reposent sur le calcul précis des champs des contraintes et déplacements. Cependant, des résultats plus précis peuvent être obtenus en captant le champ de contraintes singulier en pointe de fissure. Puisque nous savons que dans les matériaux élastiques les contraintes en pointe de fissure sont singulières en  $1/\sqrt{r}$  , cette singularité peut être construite dans le calcul des éléments finis. [8]

Dans la méthode des éléments finis le champ de déplacements et les coordonnées sont interpolées à l'aide des fonctions de forme.

Soit  $x = x_1$  ,  $y = x_2$  ,  $u = u_1$  ,  $v = u_2$ . Considérons un élément iso paramétrique à 8 nœuds représenté dans la figure (I.9(b)). En utilisant les fonctions de forme  $N_i(\xi, \eta)$  correspondant au nœud  $i$  , de coordonnées nodales  $(x_i, y_i)$  dans le repère global et  $(\xi, \eta)$  dans le repère local [8].

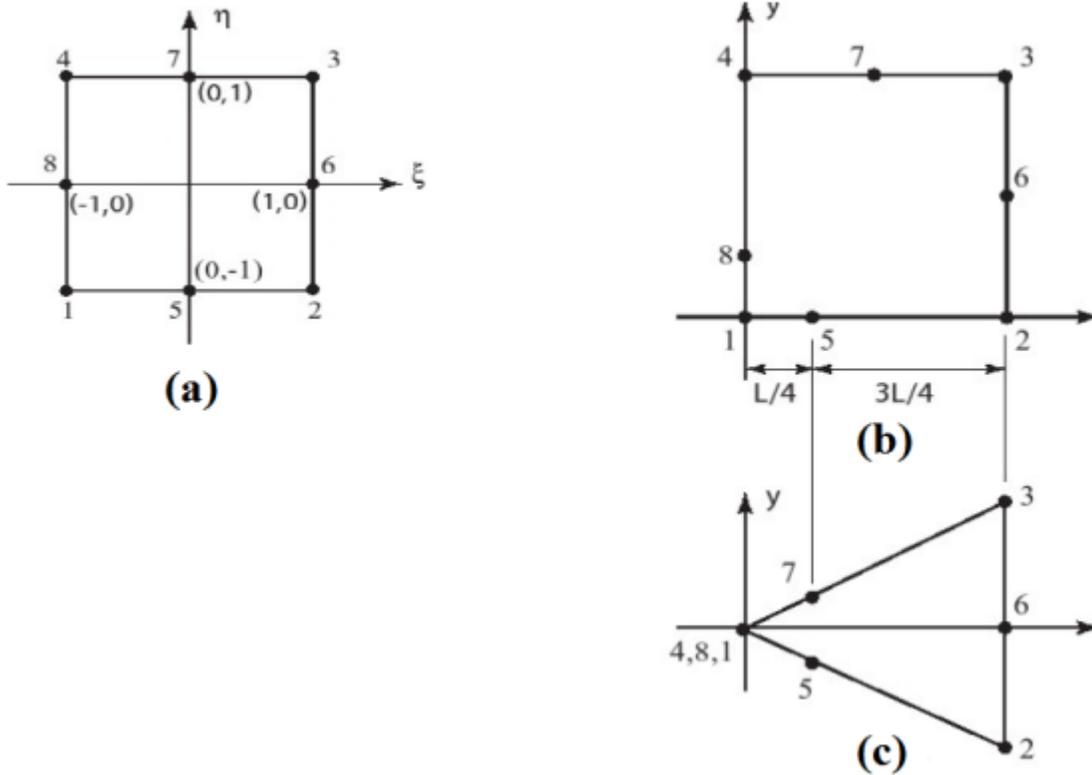
$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) x_i \quad (\text{I-11})$$

$$y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) y_i \quad (\text{I-12})$$

Les déplacements sont interpolés de la même manière :

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) u_i \quad (\text{I-13})$$

$$v = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) v_i \quad (\text{I-14})$$



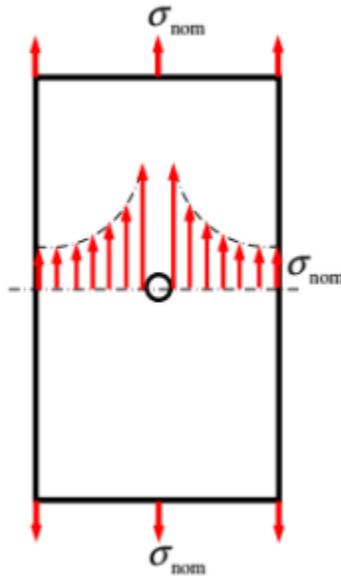
**Figure I-9 :** (a) élément isoparamétrique à 8 nœuds dans le repère local, (b) élément isoparamétrique à 8 nœuds dans le repère global, (c) élément triangulaire formé par l’effondrement des nœuds 4, 8,1 en seul point. [8]

### I.10 Facteur de concentration de contraintes près d’un défaut

Les calculs de dimensionnement des structures sont principalement basés sur la théorie de l’élasticité. Lorsque la limite d’élasticité est dépassée, des déformations plastiques se développent,

## Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture

ce qui nécessite l'utilisation des théories plus compliquées de la plasticité. Cependant, la fatigue des matériaux ou encore la corrosion sous tension, se produisent le plus souvent à des niveaux de contrainte relativement bas où la théorie de l'élasticité est applicable. Dans les structures, des entailles géométriques dues à des changements brusques de section (épaulements, gorge, cannelure, orifice de lubrification...) sont souvent inévitables compte tenu de leur rôle fonctionnel. Au voisinage de ces incidents de forme, les répartitions des contraintes sont inhomogènes et conduisent à des concentrations de contraintes : la figure (I-10) illustre ces concentrations où l'on observe que la contrainte atteinte à la racine du trou est bien plus élevée que la contrainte nominale ( $\sigma_{nom}$ ) de traction appliquée à la plaque.[12]



**Figure I-10 :** Répartition des contraintes autour d'un trou dans une plaque [12].

Le facteur de concentration des contraintes est le rapport de la contrainte maximale ( $\sigma_{max}$ ) observée à la racine de l'incident de forme sur la contrainte nominale ( $\sigma_{nom}$ ) à laquelle la structure est soumise. Ce facteur, noté  $K_t$  est donné par :

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \quad (\text{I.15})$$

La sévérité de la concentration de contraintes dépend de la géométrie et de la configuration de l'entaille. Lorsqu'on conçoit une structure, on cherche à réduire autant que possible les concentrations de contraintes pour éviter notamment les problèmes de rupture par fatigue [12].

### I.11 La propagation des fissures

#### I.11.1 Loi de Paris

Pour une singularité caractérisée par sa dimension  $a$  et sa forme, on étudie les courbes

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (\text{I.16})$$

Où  $N$  est le nombre de cycles et  $\Delta K$  la variation du facteur d'intensité de contrainte sur un cycle,  $C$  et  $m$  sont des constantes caractéristiques du matériaux. Ces courbes, dont la partie centrale est linéaire, présentent deux asymptotes pour  $da/dN$  et  $\Delta K$  faible et pour  $da/dN$  et  $\Delta K$  grands. La valeur minimale vers laquelle tend la courbe est  $\Delta K_s$ , la valeur maximale  $\Delta K_{IC}$ ,  $K_{IC}$  est la valeur critique qui correspond à une rupture instantanée par dépassement de la valeur critique de  $K$  sous chargement monotone.  $K_s$  est la valeur en dessous de laquelle il n'y a pas de propagation de fissure, c'est un facteur d'intensité de contrainte seuil.

Concernant la partie linéaire de ces courbes dans un diagramme log-log, cela permet de les modéliser par la loi de Paris (la plus simple des lois de propagation) qui définit la vitesse de propagation par cycle comme une fonction puissance de l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte [13] :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m = C f_{g\acute{e}om} \Delta \sigma^m a^{m/2} \quad (\text{I.17})$$

Avec  $a$  profondeur de la fissure,

$N$  nombre de cycles,

$f_{g\acute{e}om}$  facteur géométrique,

$C$  et  $m$  coefficients de la loi de Paris, qui correspondent au matériau étudié.

## Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture

La dimension critique de la singularité  $a_c$  est liée à la caractéristique du matériau  $K_{IC}$ , la ténacité, elle entraîne la rupture fragile de la structure [13] :

$$K_{IC} = F \sigma \sqrt{\pi a_c} \quad (\text{I.18})$$

Où  $\sigma$  est une contrainte effective dans une direction normale à la fissure et  $F$  un facteur de forme.

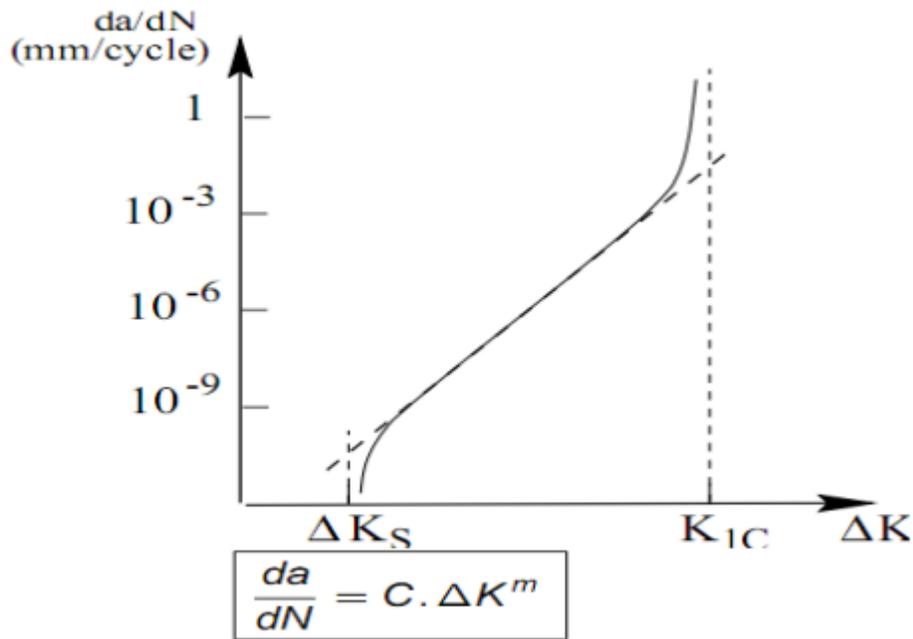


Figure I-11 : Propagation de fissure en fatigue loi de Paris.

### I.11.2 Modèle d'Elber sur loi de Paris

Ce modèle joue un rôle important dans l'analyse des chargements complexes et notamment pour la prise en compte du comportement élastoplastique cyclique en pointe de fissure. On a, selon ce modèle [14] :

$$\frac{da}{dN} = C [\Delta K (a_{+/-} R + b)]^m \quad (\text{I.19})$$

Avec  $R = K_{min} / K_{max}$  (I.20)

$$a_{+/-} = a_+ \quad \text{Si } R > 0 \quad \text{et } a_{+/-} = a_- \quad \text{si } R < 0$$

$b$  : un des deux paramètres de loi d'Elber.

Le formalisme d'Elber introduit la notion de fonction d'ouverture de la fissure  $U$   $U = a_{+/-}R + b$  comme une fonction affinée du rapport de charge. On considère ainsi que l'ouverture élastique des lèvres de la fissure n'est pas effective pour la propagation et que cette dernière est bien liée au comportement élastoplastique en pointe de fissure [14].

### I.12 Intégrale $J$

La caractérisation du champ de contraintes au voisinage de la singularité peut être réalisée au moyen de certaines intégrales de contour, que l'on peut déduire de la loi de conservation de l'énergie. Le taux de restitution d'énergie  $G$  peut alors s'écrire sous la forme d'une intégrale notée  $J$  sur le contour ouvert et continu  $\Gamma$  (Figure I-12.) entourant la pointe de la fissure. La formulation originale a été définie par Rice, dans un milieu élastique linéaire fissure plan (état de déformation plane ou de contrainte plane), en l'absence de chargement sur la fissure et de déformation d'énergie thermique. Cette intégrale est définie par la relation (I-22.), avec les notations de la figure (I.12) [9].

$$\delta = \frac{K_I^2}{m\sigma_e E} = \frac{G}{m\sigma_e} \quad (\text{I-21})$$

$$G = J = \int W dy - \vec{T} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds \quad (\text{I-22})$$

Où  $W$  est la densité de déformation d'énergie élastique (ou plastique pour les matériaux plastifiés),  $\vec{n}$  la normale au contour,  $\vec{T}$  le vecteur contraint en un point et  $\vec{u}$  le vecteur déplacement au même point.  $ds$  L'élément de contour. Cette intégrale est indépendante du contour, à condition que le contour se trouve en milieu élastique linéaire [9].

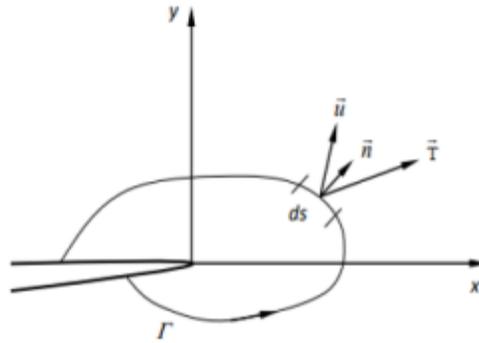


Figure I-12 : L'intégrale J de contour [9].

Pour un matériau globalement élastique, il est démontré que le taux de restitution d'énergie  $G$  est directement lié aux facteurs d'intensité de contrainte par [9] :

$$J = G = \frac{K_I^2}{E^*} + \frac{K_{II}^2}{E^*} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (\text{I-23})$$

### I.13 Théorie de Griffith (paramètre $G$ )

C'est à Griffith que l'on doit en 1920 l'approche énergétique de la mécanique de la rupture. Dans un milieu solide élastique linéaire (avec la limite élastique conventionnelle à 0.2%  $R_e$  égale à la résistance à la rupture  $R_r$ ), contenant une fissure de surface  $A$  et soumis à un champ de forces  $F_e$ , la progression de la fissure est stable tant que l'énergie libérée par l'extension de cette fissure est absorbée par la création de nouvelles surfaces. [15]

Si nous supposons que les forces extérieures  $F_e$  dérivent d'un potentiel  $V$ , un accroissement virtuel  $\delta A$  d'aire fissurée libère une énergie  $G\delta A$  telle que :

$$\delta P = -G\delta A \quad (\text{I.24})$$

Et 
$$P = W + V = W - T_e \quad (\text{I.25})$$

Avec  $P$  énergie potentielle totale de la structure fissurée,

$W$  énergie de déformation élastique,

$T_e$  travail des forces extérieures,

## Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture

---

$G$  paramètre qui peut s'exprimer en  $J/m^2$  ou en  $N/m$ , correspondant à une énergie libérée par unité de surface, parfois appelée force d'extension de la fissure.

Il existe un seuil critique  $G_c$  au-delà duquel une extension de la fissure libère plus d'énergie qu'elle n'en absorbe, et la fissure est instable pour  $G$  tel que [15] :

$$G\delta A > G_c \delta A \quad (I.26)$$

### I.14 Théorie d'Irwin (paramètre $K$ )

En 1957, Irwin donna, pour les milieux bidimensionnels relativement simples et en ignorant les phénomènes plastiques en fond de fissure, la forme du premier terme, singulier, du développement limité des contraintes au voisinage d'un front de fissure.

Le champ singulier en  $r^{-\frac{1}{2}}$  des contraintes s'exprime sous la forme [15] :

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \varepsilon(r) \quad (I.27)$$

$R$  et  $\theta$  étant les coordonnées polaires du point considéré (figure I.13) par rapport au fond de la fissure,  $i$  et  $j$  indiquant les différentes composantes de contraintes :

$$\sigma_{xx}, \sigma_{yy} \text{ et } \tau_{xy} \quad (\text{Dans le plan})$$

Le champ des déplacements s'exprime, quant à lui, sous la forme :

$$u_i = K \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i(\theta) \quad (I.28)$$

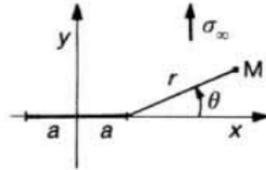
Le paramètre  $K$ , qui fait la synthèse à lui tout seul de la géométrie de la pièce fissurée, de la longueur de la fissure et du chargement appliqué, est appelé facteur d'intensité des contraintes.

Les facteurs  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  sont définis respectivement pour les modes I, II et III.

## Chapitre I : Généralités sur la mécanique de la rupture

Le tableau(I-2) fournit le résultat de l'analyse des contraintes et des déplacements au voisinage de l'extrémité de fissure, dans le cas d'un milieu bidimensionnel élastique, et ce pour chacun des trois modes définis précédemment.

Rappelons que chacune des expressions indiquées dans ce tableau, relative au champ des contraintes, est le premier terme d'un développement en série [15].



**Figure I-13** : Point M repéré en coordonnées polaires [15].

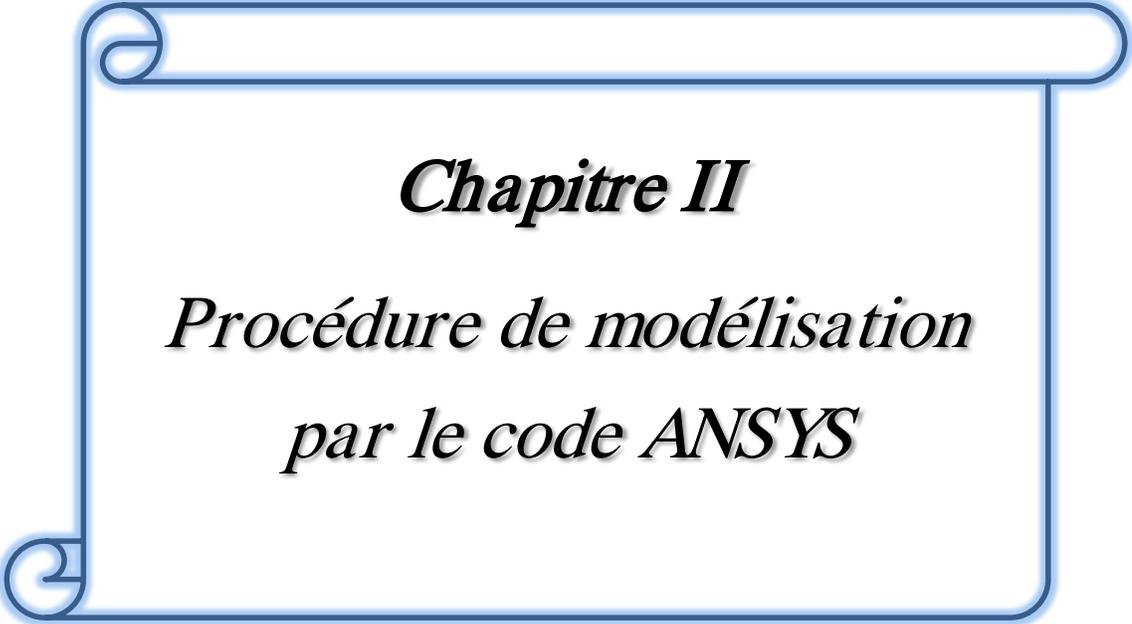
Mode I

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{I-29})$$

$$\begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix} = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left( x - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \left( x + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{I-30})$$

Mode II	
$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} -\sin\frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \right) \\ \cos\frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} \right) \\ \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \end{bmatrix}$	(I-31)
$\begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix} = \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{bmatrix} \sin\frac{\theta}{2} \left( x + 1 + 2 \cos^2\frac{\theta}{2} \right) \\ -\cos\frac{\theta}{2} \left( x - 1 - 2 \sin^2\frac{\theta}{2} \right) \end{bmatrix}$	(I-32)
Mode III	
$\begin{bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} -\sin\frac{\theta}{2} \\ \cos\frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$	(I-32)
$U_z = 2 \frac{K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\frac{\theta}{2}$	(I-33)
$\sigma_{zz} = 0$	En contrainte plane
$= \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$	En déformation plane

**Tableau I-2 :** Champs des contraintes et des déplacements au voisinage de l'extrémité de fissure [15].



## ***Chapitre II***

***Procédure de modélisation  
par le code ANSYS***

## Chapitre II

### Procédure de modélisation par le code ANSYS

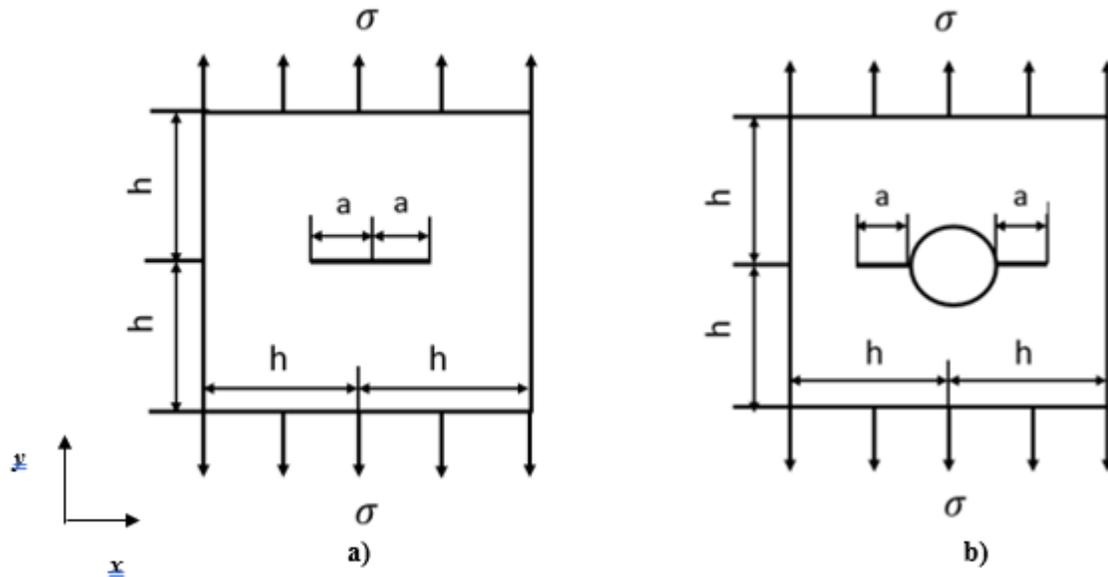
#### II.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation détaillée de la modélisation numérique par le code d'éléments finis en l'occurrence le code ANSYS.

#### II.2 La simulation des structures

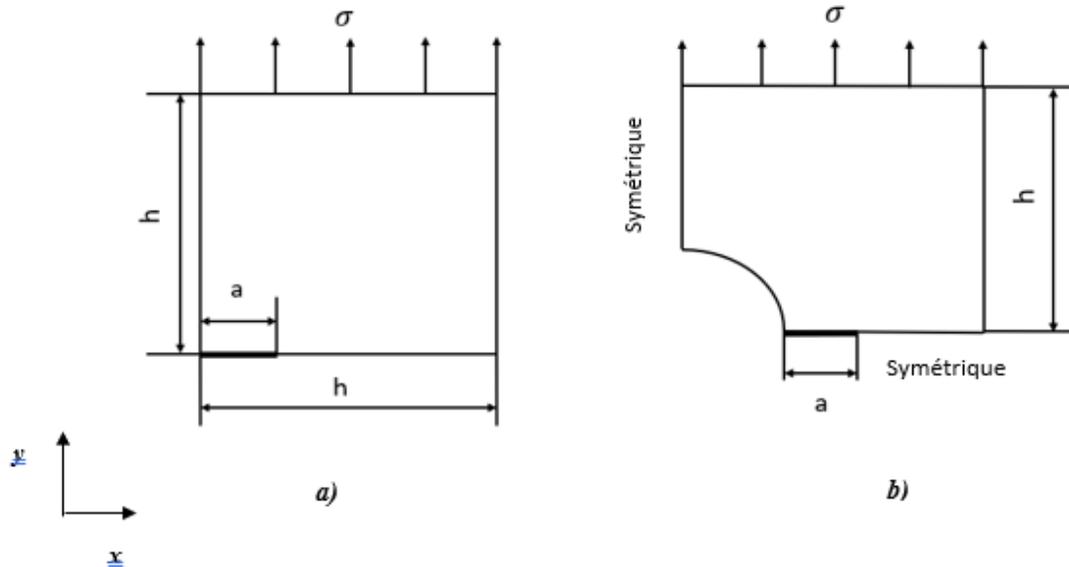
##### II.2.1 Présentation de la géométrie des structures

L'étude du facteur d'intensité de contrainte sera étudiée sur deux plaques, l'une présente une fissure centrale et l'autre a un trou et fissures. La figure (II-1) représente les dimensions des plaques étudiées.



**Figure II-1** : Plaques d'étude de *FIC* : a) plaque avec fissure centrale, b) plaque avec trou et fissure.

Les structures ont des symétries géométriques et de chargement suivant les directions  $x$  et  $y$ . La simulation sera donc réduite à seulement un quart quart de ces structures, comme montre la figure (II-2).



**Figure II-2 :** Présentation des symétries des plaques étudiées a) plaque avec fissure, b) plaque avec trou et fissure.

Paramètres de la plaque pour les introduire dans le code ANSYS :

- Longueur  $L = 20\text{ mm}$
- Rayon  $R = 5\text{ mm}$  (rayon initial)
- Taille fissure  $a = 1\text{ mm}$  (taille initiale)
- Module de Young  $E = 213\text{ GPa}$
- Coefficient de poisson  $\nu = 0.29$

### II.3 Ordre de simulation par le code ANSYS

Nous définissons tout d'abord le type de problème : « Structural »

Préférences → structural → ok

#### a- Définition du type d'élément :

Nous choisissons le type d'élément huit à nœuds « 8 Node 183 »

Preprocessor → Element type → Add/Edit/Delete → Add → Solid → 8 node 183 → ok

### b- Définition des propriétés du matériau :

On choisit un matériau isotrope de module de Yong  $E=2.13 \times 10^5$  GPa et un coefficient de Poisson  $\nu = 0.29$

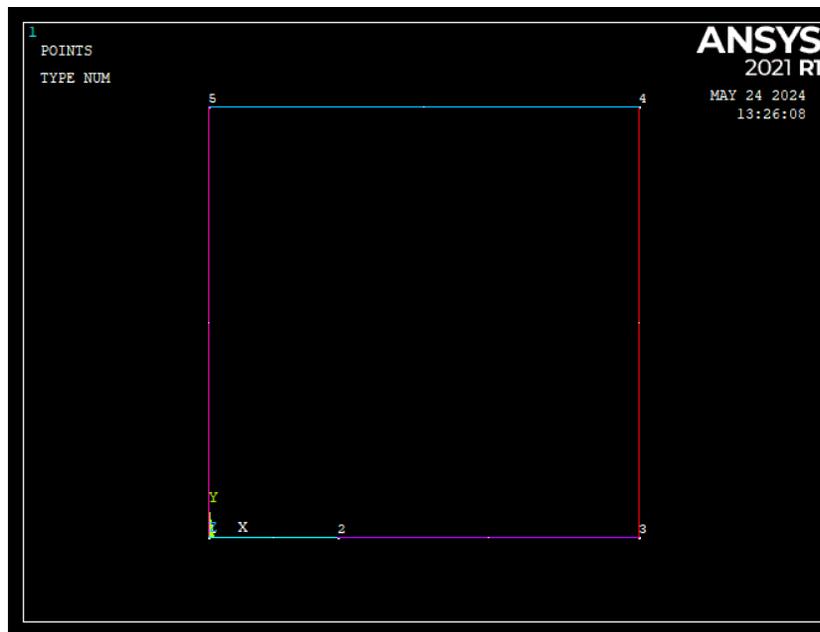
Preprocessor → Material Props → Material Models → Isotropic

### c- Modélisation géométrique:

#### c-1- Coordonnées des points : « Key points »:

Nous définissons cinq « Key points » 1,2,3,4 et ,5 de coordonnées respectives : (0,0) (6,0), (20,0), (20,20) et (0,20).

Preprocessor → Modeling → Create → Key points → In Active Cs



**Figure II-3 :** Les coordonnées des « key point ».

#### c-2- Définition des lignes droites (Straight Line) :

Nous définissons cinq lignes droites entre les « key points » : 1-2,2-3,3-4,4-5, et 5-1.

Preprocessor → Modeling → Create → lines → straight line.

### c-3- Création d'une surface :

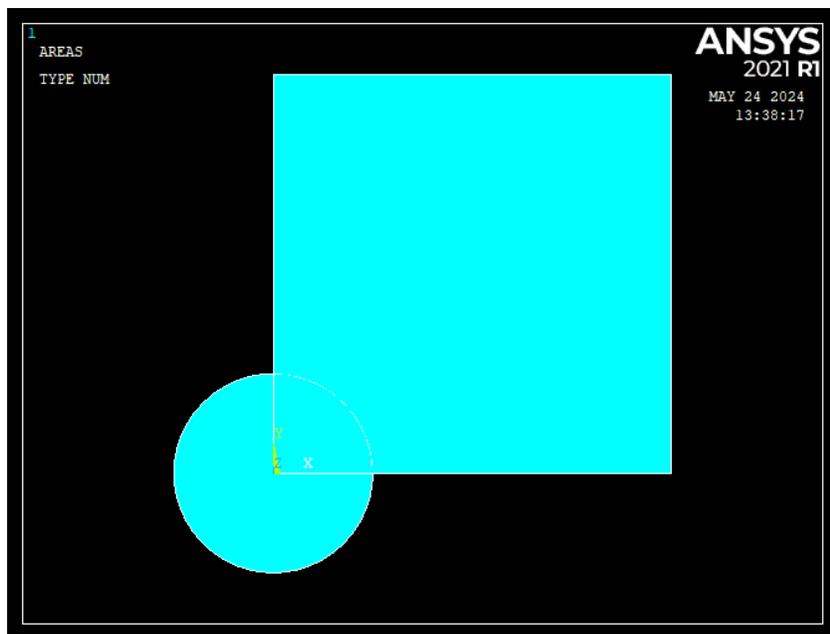
Nous définissons la surface délimitée par les cinq lignes droites.

Preprocessor → Modeling → Create → Areas → Arbitrary → by lines.

### c-4- Création d'une surface circulaire :

Dessinez un cercle de rayon  $R = 5\text{mm}$

Preprocessor → Modeling → Create → Areas → circle Solid Circle → Radius = 5 → ok



**Figure II-4** : Création d'une surface circulaire.

### c-5- Suppression d'un espace circulaire :

Preprocessor → Modeling → Operate → Booleans → Subtract → Areas → Appuyez sur le premier espace → ok → puis sur l'espace circulaire → ok

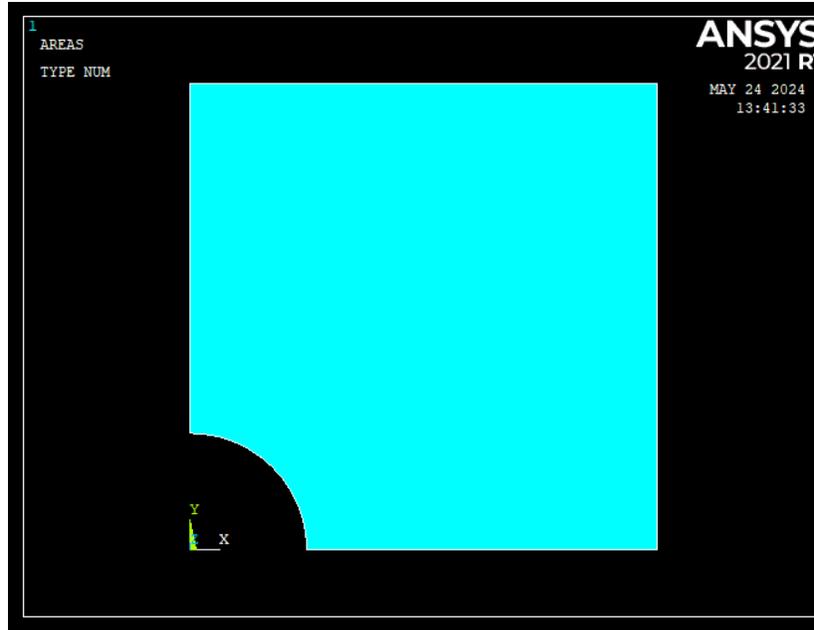


Figure II-5 : Suppression d'un espace circulaire

### d- Définir le point de fissure

Preprocessor → Meshing → Size Cntrls → Concentrat KPs → Create → NPT key point for concentration → 2 → DELR Radius of 1<sup>st</sup> row of elems → 0.05 → Radius ratio (2<sup>nd</sup> row/1<sup>st</sup>) → 0 → NTHET No of elems around circumf → 14 → KCTIO midside node position → Skwed 1/4pt → ok

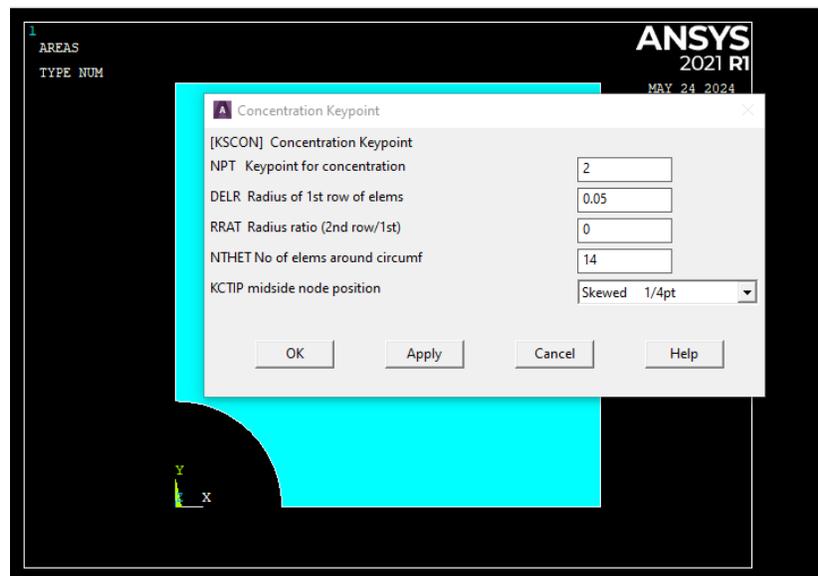


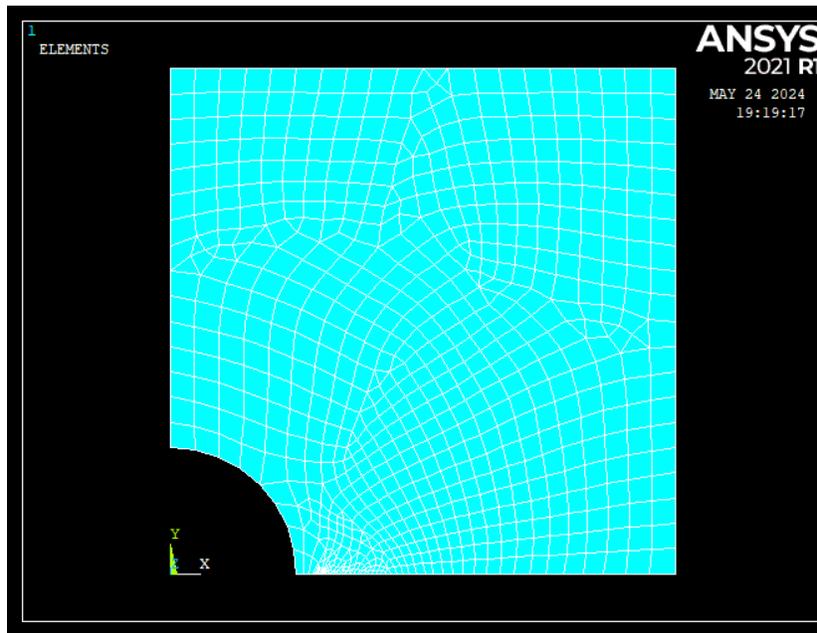
Figure II-6 : Définir le point de fissure

Preprocessor → Meshing → size Cntrls → ManualSize → Global → Size → SIZE Element edge length → 1 → OK

### e- Le Maillage:

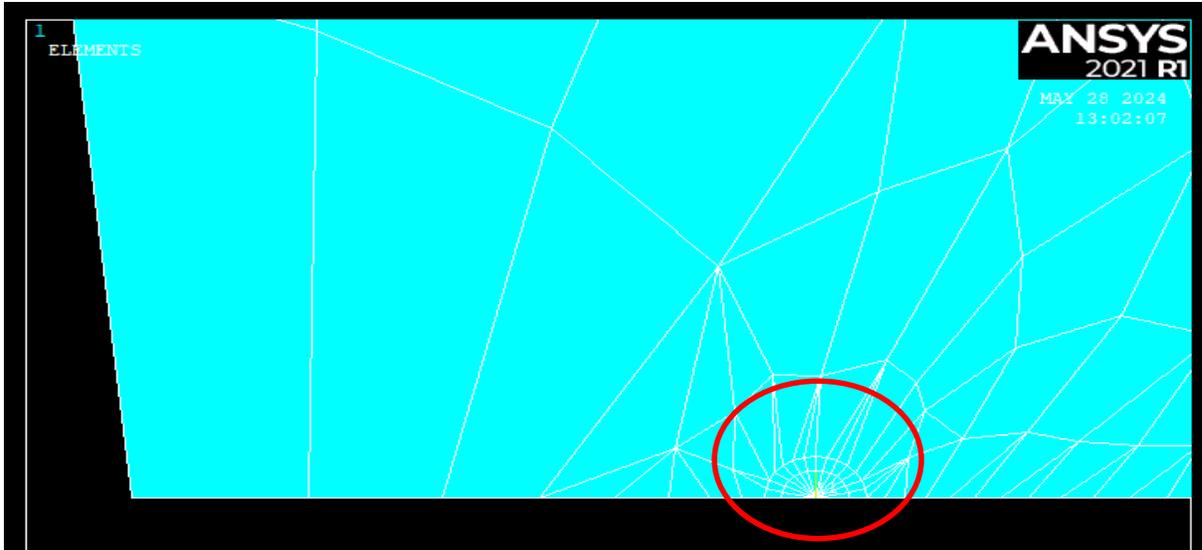
Pour mailer la surface créée, on procède comme suit

Preprocessor → Meshing → Mesh → Free



**Figure II-7** : Maillage du quart de la structure.

La partie la plus importante du maillage de la structure, est située au niveau de la pointe de fissure, ou la taille des éléments deviennent plus denses. La figure II.7 montre en détaille le maillage de la pointe de la fissure.



**Figure II-8 :** Maillage de la pointe de la fissure.

### **f- Conditions aux limites :**

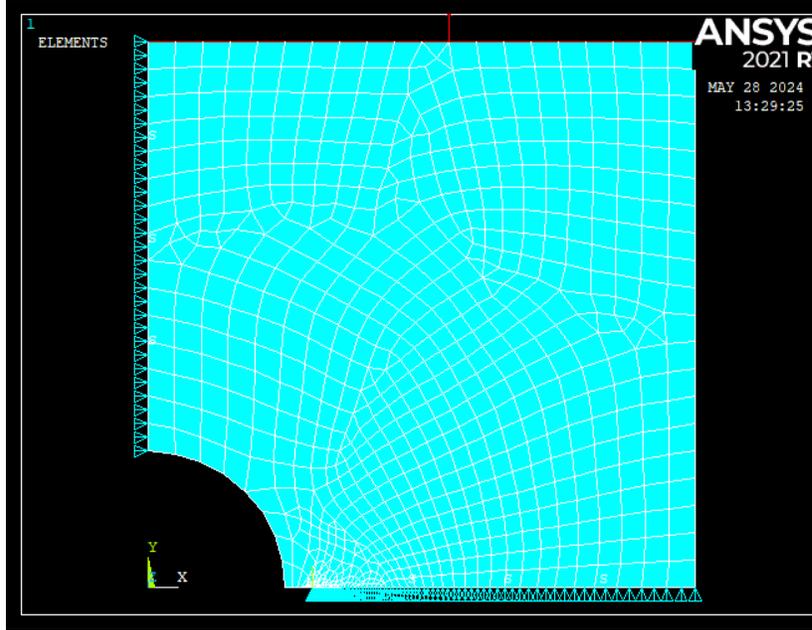
Puisque la structure présente des symétries géométriques et de chargement, les conditions aux limites sont introduites, on se basant sur (**la figure II-2**) comme suite :

La ligne inférieure (2-3) aura des nœuds fixés suivant la direction y.

La ligne verticale (1-5) aura des nœuds fixés suivant la direction x.

La contrainte appliquée sera appliquée sur la ligne supérieure (4-5).

(**La figure II-7**) montre les conditions aux limites sur la structure étudiée.



**Figure II-9 :** Conditions aux limites de la structure étudiée.

### **g- Solution du problème :**

Après la phase d'introduction des conditions aux limites, on passe directement à l'étape de solution : (SOLVE), comme montre (**la figure II-10**)

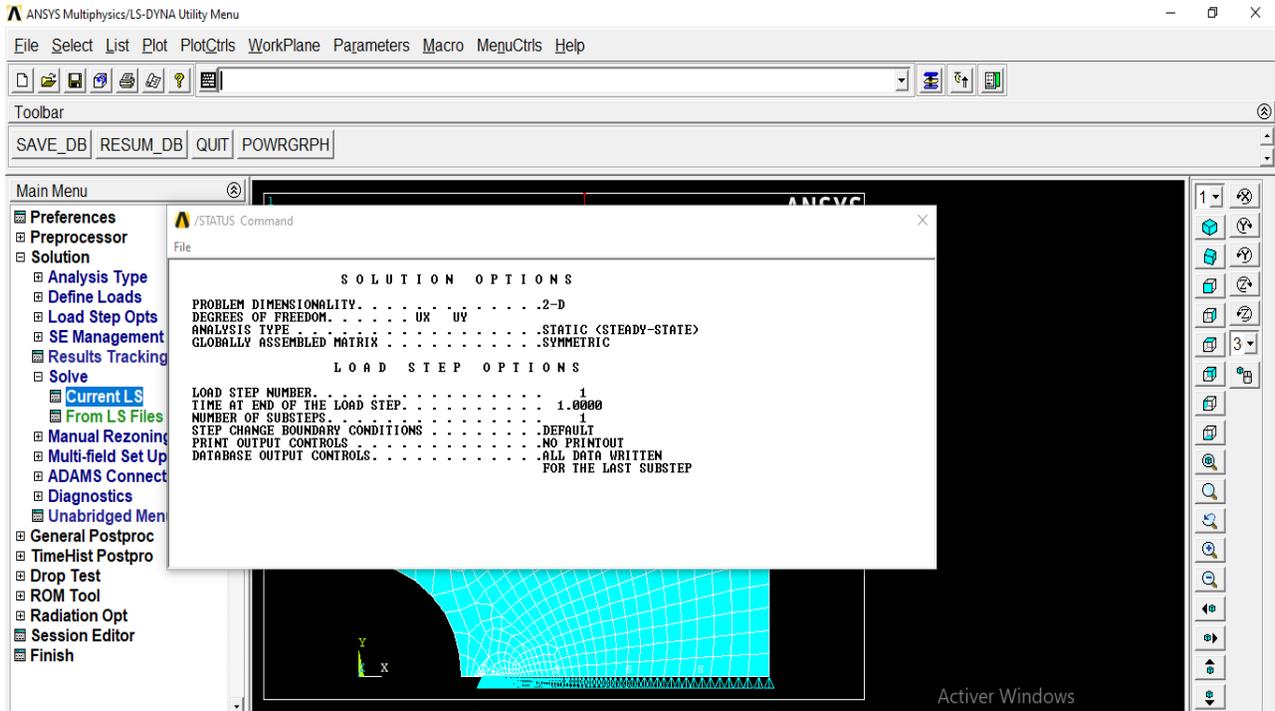
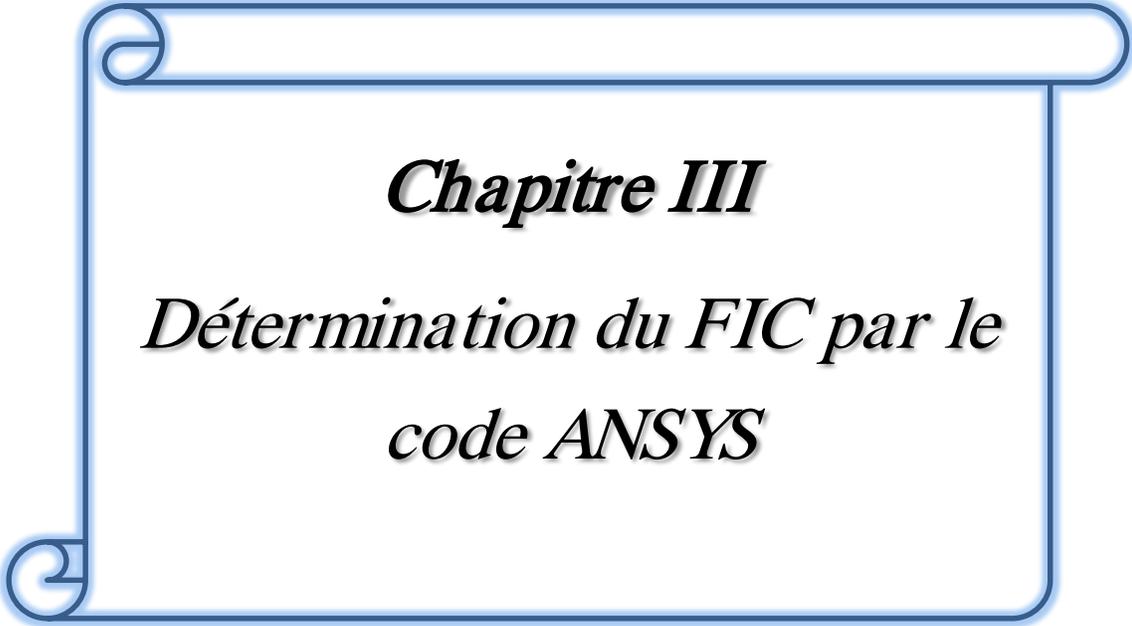


Figure II-10 : solution du problème.

### Remarque :

Nous avons présenté la structure ayant un trou et fissures, l'autre plaque ou le trou ne figure pas, la procédure de la modélisation est la même.



***Chapitre III***

***Détermination du FIC par le  
code ANSYS***

## Chapitre III

### Détermination du *FIC* par le code ANSYS

#### III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier l'influence d'un défaut de forme, sur le facteur d'intensité de contrainte *FIC*, donc ce défaut est représenté par un trou central, et la fissure, est représentée sur ses côtés. Les paramètres à varier sont les suivants :

- La taille de fissure ( $a$ )
- Le rayon de cercle ( $R$ )
- La charge appliquée ( $\sigma$ )

De plus nous allons faire une comparaison entre les *KIC* des deux structures, la première est caractérisée par une fissure centrale, et l'autre est munie d'un trou avec deux fissures sur ses côtés.

#### III.2 Présentation de l'acier SM 45C

##### III.2.1 Caractéristiques du matériau SM 45C

L'acier SM 45C [16,17] est un acier au carbone. La composition chimique du matériau et les caractéristiques mécaniques sont données par les (**tableaux III-1 et III-2**) suivants :

**Tableau III-1** : Composition chimique de l'acier SM45C.

C	MN	P	S	Si	Ni	Cr	Cu
0.42	0.73	0.02	0.012	0.28	0.14	0.18	0.13

**Tableau III-2** : Caractéristiques mécaniques statiques de l'acier SM 45C.

$\sigma_e(MPa)$	$\sigma_u(MPa)$	$E(GPa)$	$G(GPa)$	$\nu$	$A\%$
638	824	213	82.5	0.29	22

### III.2.2 Courbes de fatigue de l'acier SM 45C

Les propriétés en fatigue du matériau étudié ont été obtenues par Lee [16]. L'auteur a réalisé des essais de fatigue en torsion et en flexion purement alternée. Les limites d'endurance en torsion et flexion purement alternée sont :  $t_{-1} = 311 \text{ MPa}$ ,  $f_{-1} = 442 \text{ MPa}$ .

Dans la zone d'endurance limité à grand nombre de cycles :  $N_l \leq N_i \leq N_k$ , les courbes S-N ont été modélisées par Papadopoulos [18], comme suit :

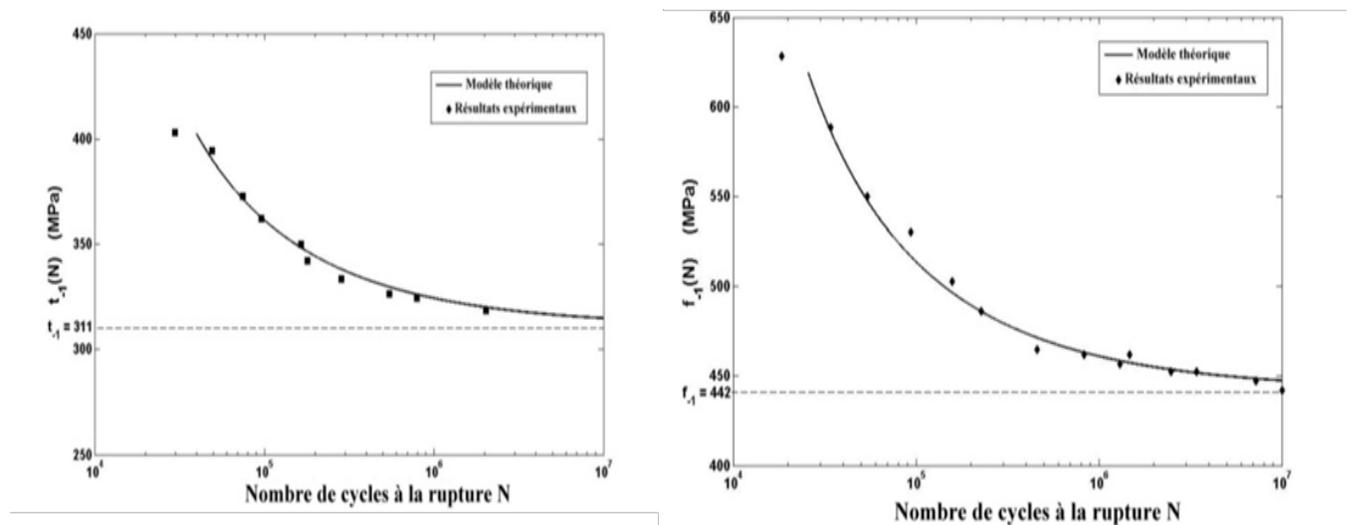
- Courbe de torsion purement alternée :

$$t_{-1}(N_i) = \frac{311}{1 - 62.3N_i^{-0.53}} \quad (\text{II-34})$$

- Courbe de flexion purement alternée :

$$f_{-1}(N_i) = \frac{442}{1 - 62.3N_i^{-0.53}} \quad (\text{II-35})$$

Les courbes N-S en torsion et flexion purement alternée sont montrées dans On peut remarquer que le nombre de cycles  $N_k = 10^7$  sépare les deux domaines à endurance limitée et illimitée.



**Figure III-1 :** Courbes de fatigue en 1) torsion et en 2) flexion purement alternée de l'acier SM 45C.

### III.3 Résultats de simulation de *FIC*

Les résultats obtenus par la simulation sont déterminés en variant les paramètres : la charge, le rayon du cercle et la taille de la fissure.

On note que les résultats sont réalisés avec deux plaques : une sans trou et l'autre avec trou, avec présence des fissures sur les deux cas étudiés.

#### III.3.1 Variation de la charge et fixation du rayon et la taille de la fissure

Dans cette partie on fixe les paramètres suivants :  $R= 5$  mm et  $a= 1$  mm, et on fait varier la charge appliquée, les résultats sont montés ci-dessous :

➤ **Plaque sans trou :**

**Tableau III-3.1-1 :  $K_I$  et VM pour différente charge ' $\sigma$ '**

<b><math>\sigma</math> (MPa)</b>	30	35	40	45	50
<b><math>K_I(\text{MPa}\sqrt{\text{mm}})</math></b>	53.04	61.88	70.72	79.56	88.40
<b>VM (MPa)</b>	277.93	324.25	370.57	416.90	463.22

➤ **Plaque avec trou :**

**Tableau III-3.1-2 :  $K_I$  et VM pour différente charge**

<b><math>\sigma</math> (Mpa)</b>	30	35	40	45	50
<b><math>K_I(\text{MPa}\sqrt{\text{mm}})</math></b>	155.94	181.93	207.92	233.91	259.89
<b>VM (MPa)</b>	824.73	962.18	1099.6	1237.1	1374.5

Les variations de  $K_I$  et la contrainte de Von-Misés sont illustrées dans les (figures III-2 et III-3)

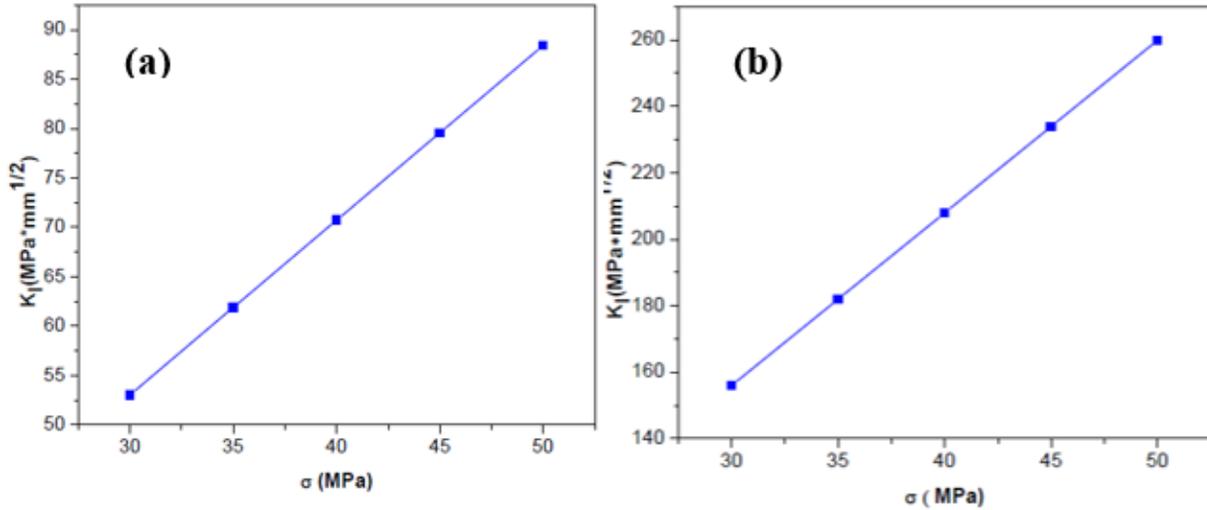


Figure III-2 : Variation de  $FIC$  en fonction de  $\sigma$  (charge) par simulation ((a) sans trou, (b) avec trou).

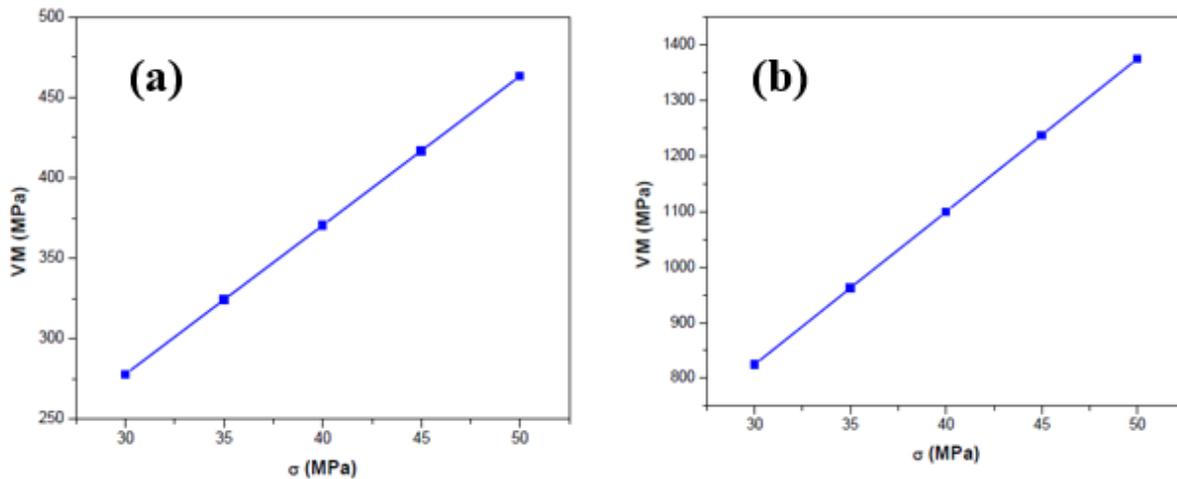


Figure III-3 : Variation de VM en fonction de  $\sigma$  (charge) par simulation ((a) avec trou, (b) sans trou).

Dans cette première partie de simulation, on constate que le facteur d'intensité de contrainte varie d'une façon linéaire, en fonction d'augmentation de la charge appliquée (**figure III-2**). Dans le cas de l'existence du défaut de forme, cas de trou (**figure III-2(b)**), le *FIC* augmente considérablement, et varie aussi en suivant une allure linéaire, par rapport du *FIC* dans le cas d'une plaque sans défaut de forme. Pour une contrainte appliquée de 30MPa le *FIC* égale à 155.95 ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ ), dans une plaque avec trou, mais dans l'autre cas le *FIC* prend la valeur de 53.04 ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ ), soit un rapport de 2.94, ce dernier reste presque constant pour toutes les valeurs de la charge appliquée.

La même remarque est constatée pour le cas de la contrainte d'élasticité de VM (**figure III-3**). La présence de trou augmente considérablement ce paramètre.

### III.3.1.1 Présentation du profile de contrainte verticale en fonction de la distance à partir du la pointe de la fissure ( $a = 1 \text{ mm}$ ) :

#### ➤ Plaque sans trou :

La contrainte suivant la direction de la charge (direction  $y$ ), est représentée en fonction de la profondeur  $X$ , à partir du point de fissure, pour les cas de plaques avec et sans trou, les résultats sont montrés dans les (**tableau III-3.1-3**). Et (**tableau III-3.1-4**).

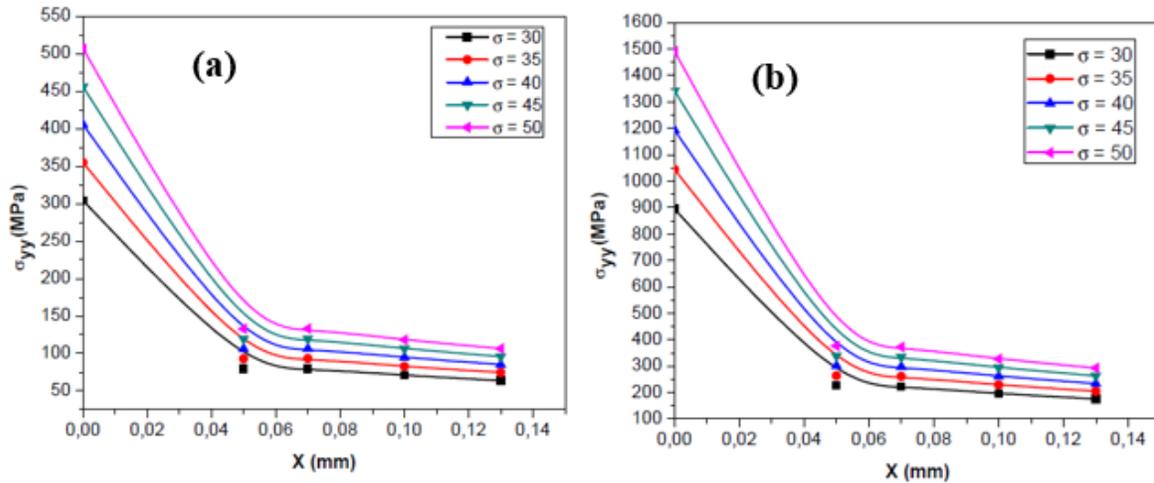
**Tableau III-3.1-3** : résultats de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur X (cas de plaque sans trou).

X (mm)	$\sigma$ (MPa)				
	30	35	40	45	50
	$\sigma_{yy}$ (MPa)				
<b>0</b>	304.06	354.73	405.41	456.09	506.76
<b>0.05</b>	79.62	92.89	106.16	119.43	132.70
<b>0.07</b>	79.81	93.116	106.42	119.72	133.02
<b>0.1</b>	70.947	82.772	94.596	106.42	118.25
<b>0.13</b>	63.827	74.465	85.103	95.74	106.38

➤ **Plaque avec trou :**

**Tableau III-3.1-4** résultats de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur X (cas de plaque avec trou).

X (mm)	$\sigma$ (MPa)				
	30	35	40	45	50
	$\sigma_{yy}$ (MPa)				
<b>0</b>	894.99	1044.2	1193.3	1342.5	1491.6
<b>0.05</b>	225.77	263.39	301.02	338.65	376.28
<b>0.07</b>	223.03	260.2	297.38	334.55	371.72
<b>0.1</b>	196.15	228.85	261.54	294.23	326.92
<b>0.13</b>	175.33	204.55	233.77	262.99	292.21



**Figure III-4 :** Variation la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur  $X$  pour a) plaque sans trou, b) plaque avec trou.

La (**figure III-4**) montre l'allure de la variation de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur  $X$ , on constate que la contrainte  $\sigma_{yy}$  prend des valeurs maximales au niveau de la pointe de fissure ( $X = 0$ ), pour les deux cas étudiés. En s'éloignant de ce niveau on remarque la contrainte  $\sigma_{yy}$ , diminue d'une façon considérable, et au-delà de  $X = 0.06$  mm la valeur de la contrainte, tend vers une variation moins importante. En plus la présence du défaut de forme augmente les valeurs de cette contrainte surtout au niveau de la pointe de la fissure. Par exemple pour une contrainte de 30MPa, on note que la contrainte prend la valeur de 304.06 MPa au niveau de la pointe de la fissure, dans le cas de la plaque sans trou, en revanche elle prend la valeur de 899.94 MPa dans l'autre cas, cela signifie que la présence de défaut de forme exerce une influence sur les valeurs de cette contrainte.

### III.3.2 Variation de la taille de la fissure et fixation du rayon du trou et la charge

Dans cette partie on fixe les paramètres suivants :  $R = 5$  mm et  $\sigma = 30$  MPa, et on fait varier la taille de la fissure, les résultats sont montés ci-après :

➤ **Plaque sans trou :**

**Tableau III-3.2-1 :  $K_I$  et VM pour différente la taille de la fissure 'a'.**

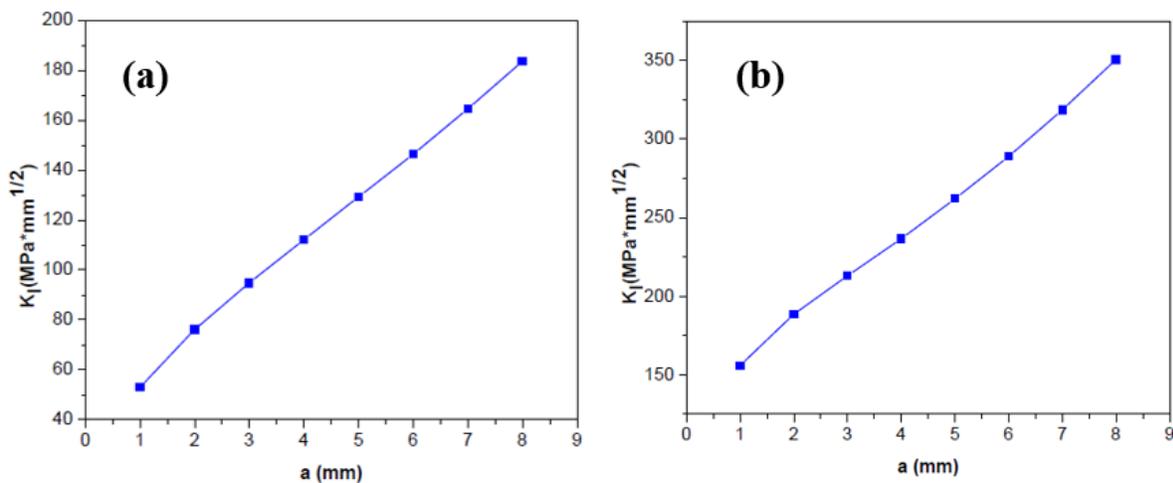
<b>a (mm)</b>	1	2	3	4	5	6	7	8
<b><math>K_I(\text{MPa}\sqrt{\text{mm}})</math></b>	53.04	76.22	94.76	112.20	129.28	146.43	164.57	183.69
<b>VM (MPa)</b>	277.93	400.49	499.87	591.80	681.34	772.39	866.71	966.39

➤ **Plaque avec trou :**

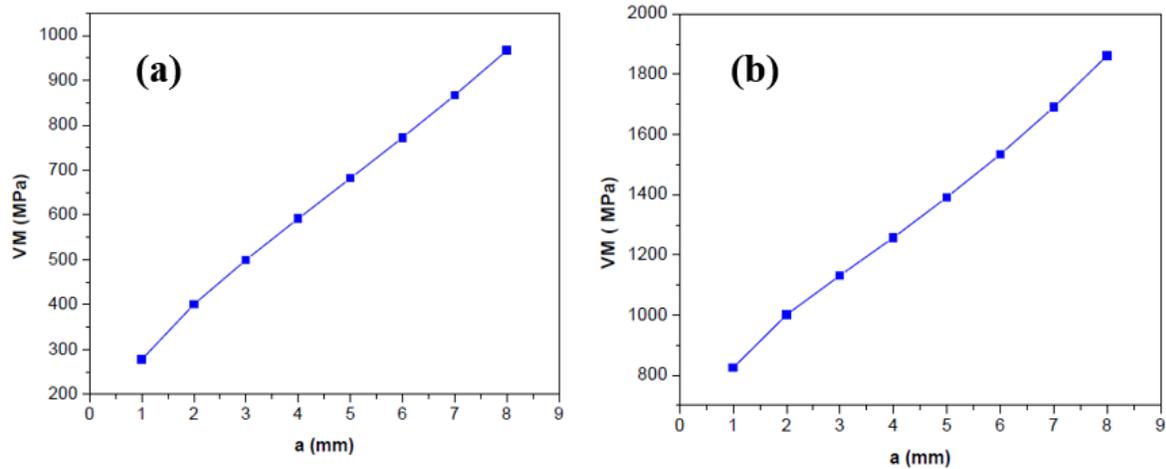
**Tableau III-3.2-2 :  $K_I$  et VM pour différente la taille de la fissure 'a'.**

<b>a (mm)</b>	1	2	3	4	5	6	7	8
<b><math>K_I(\text{MPa}\sqrt{\text{mm}})</math></b>	155.94	188.69	213.06	236.54	262.04	289.04	318.55	350.70
<b>VM (MPa)</b>	824.73	1001	1131.7	1257.3	1391.2	1534.3	1690.5	1861.3

Les variations de  $K_I$  et la contrainte de Von-Misés sont illustrées dans les (figures III-5 et III-6)



**Figure III-5 : Variation de  $FIC$  en fonction d' $a$  (fissure) par simulation ((a) sans trou, (b) avec trou).**



**Figure III.6** Variation de VM en fonction de a (fissure) par simulation ((a) avec trou, (b) sans trou).

Dans cette première partie de la simulation, on constate que le facteur d'intensité de contrainte varie linéairement avec l'augmentation de la taille de la fissure (**Figure III-5 (a)**), le *FIC* augmente considérablement et varie aussi linéairement par rapport au *FIC* dans le cas d'une plaque sans défaut de forme. Pour une taille de fissure de 3 mm, le *FIC* pour une plaque avec trou est de 213.06 ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ ), alors que dans l'autre cas le *FIC* est de 94.76 ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ ), soit un rapport de 2.24, qui reste quasiment constant pour toutes les valeurs de taille de fissure.

La même observation est faite pour le cas de la contrainte de VM (**Figure III-6**). La présence de trous augmente significativement ce paramètre.

### III.3.2.1 Présentation profile de la contrainte verticale en fonction de la distance à partir de la pointe de la fissure :

#### ➤ Plaque sans trou :

La contrainte suivant la direction de la charge (direction y), est représentée en fonction de la profondeur X, à partir du point de la fissure, pour les cas de plaques sans trou et avec trou, les résultats sont montrés dans les tableau (III-3.2-3), Et (III-3.2-4)

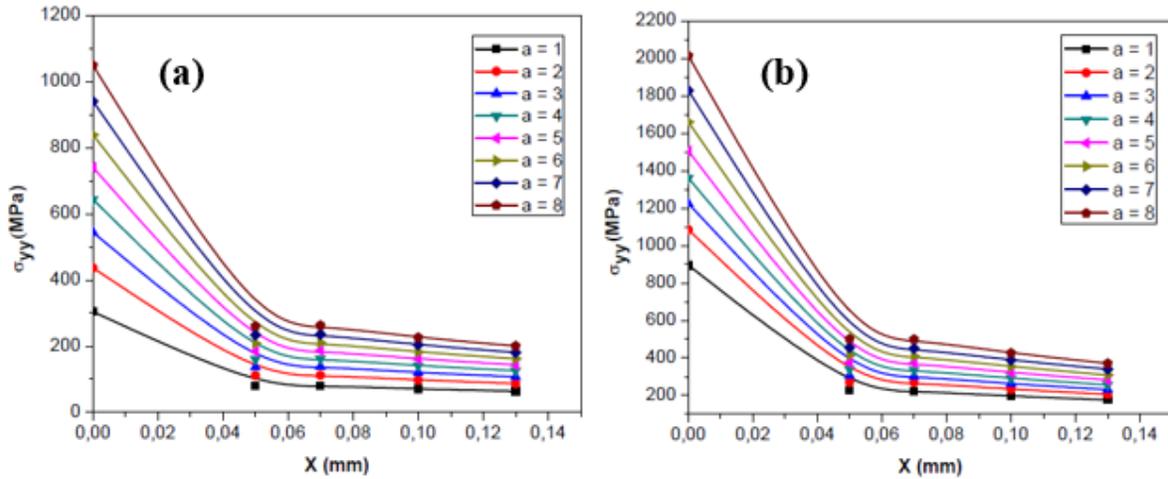
**Tableau III-3.2-3** : résultats de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur X (cas de plaque sans trou).

X (mm)	a (mm)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	$\sigma_{yy}$ (MPa)							
<b>0</b>	304.06	436.69	544.07	643.56	740.33	838.78	940.72	1048.5
<b>0.05</b>	79.62	110.8	136.96	160.55	184.41	208.5	233.83	260.11
<b>0.07</b>	79.814	111.94	138.05	162.18	186.05	210.44	236.11	262.73
<b>0.1</b>	70.947	97.577	119.9	140.78	161.18	182.02	203.62	226.26
<b>0.13</b>	63.827	87.282	107.37	125.8	143.82	162.11	180.92	200.66

➤ **Plaque avec trou :**

**Tableau III-3.2-4** : résultats de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur X (cas de plaque avec trou).

X (mm)	a (mm)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	$\sigma_{yy}$ (MPa)							
<b>0</b>	894.99	1083.6	1224.2	1360.1	1504.6	1659.3	1828.9	2013.5
<b>0.05</b>	225.77	270.52	304.83	339.33	375.49	414.62	455.65	501.18
<b>0.07</b>	223.03	267.53	302.02	335.44	371.38	409.73	450.48	499.67
<b>0.1</b>	196.15	232.62	262.05	291.18	321.51	353.69	388.26	425.49
<b>0.13</b>	175.33	205.16	230.57	256.05	282.16	309.27	339.73	370.99



**Figure III-7 :** Variation la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur  $X$  pour (a) plaque sans trou, (b) plaque avec trou.

(La figure III-7) montre la variation de la taille de la fissure en fonction de la profondeur  $X$ . On constate que la contrainte  $\sigma_{yy}$  atteint des valeurs maximales à la pointe de la fissure ( $X = 0$ ) pour les deux cas étudiés. En s'éloignant de ce niveau, la contrainte  $\sigma_{yy}$  diminue significativement, et au-delà de  $X = 0,06$  mm, la valeur de la contrainte tend vers une variation moins importante. De plus, la présence du défaut de forme augmente les valeurs de cette contrainte. Par exemple, pour une taille de fissure  $a = 3$  mm, on constate que la contrainte à la pointe de la fissure atteint une valeur de 544,07 MPa dans le cas de la plaque sans trou, alors que dans l'autre cas elle atteint une valeur de 1224,2 MPa, ce qui signifie que la présence du défaut de forme a une influence sur les valeurs de la taille de la fissure.

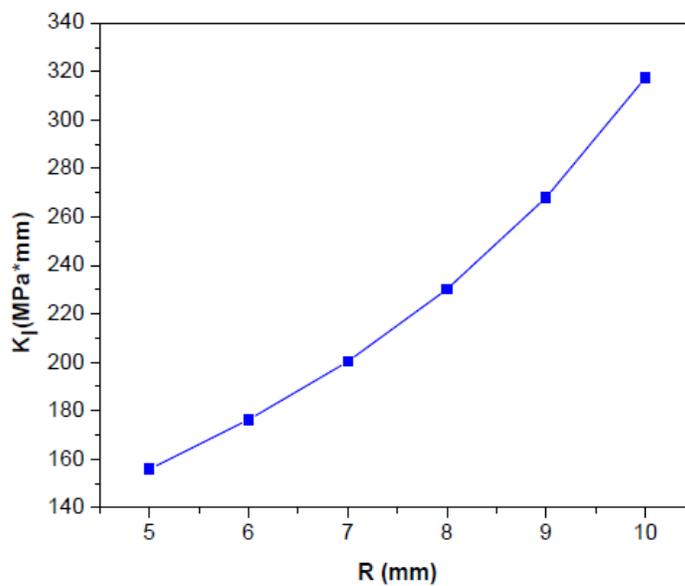
### III.3.3 Variation du rayon de cercle et fixation de la charge et la taille de la fissure :

Dans cette partie on fixe les paramètres suivants :  $\sigma = 30$  MPa et  $a = 1$  mm, et on fait varier le Rayon de cercle, les résultats sont montés ci-dessous :

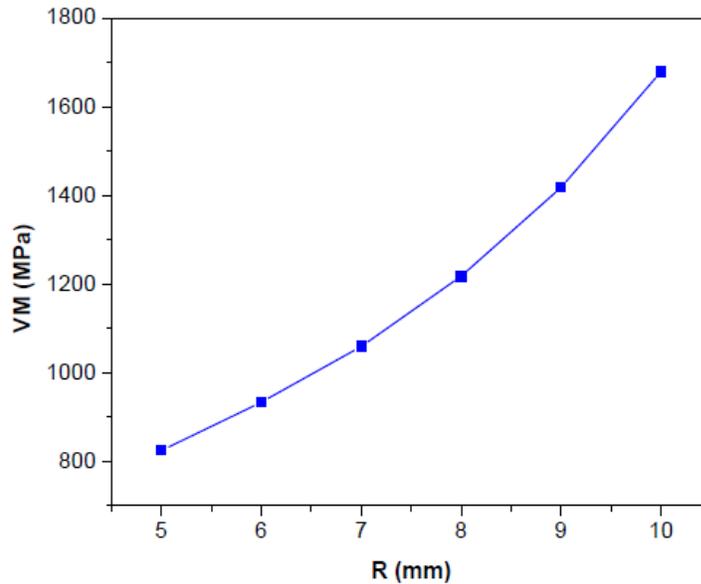
➤ **Plaque avec trou :**

**Tableau III-3.3-1 :**  $K_I$  et VM pour différente rayon de cercle 'R'.

<b>R (mm)</b>	5	6	7	8	9	10
<b><math>K_I</math> (<math>MPa\sqrt{mm}</math>)</b>	155.94	176.36	200.27	230.19	268.05	317.37
<b>VM (MPa)</b>	824.73	933.55	1059.7	1217.9	1418.5	1679.2



**Figure III-8 :** Variation de *FIC* en fonction de R (le Rayon de cercle)



**Figure III-9** : Variation de VM en fonction de R (le rayon de cercle)

Dans cette partie de la simulation, on constate que le facteur d'intensité des contraintes varie d'une façon non linéaire avec l'augmentation du rayon (**Figure III-8**), et que le FIC augmente significativement. Pour le rayon de 8 mm, le FIC pour une plaque avec un trou est de  $230,19 \text{ (MPa}\sqrt{\text{mm}})$ .

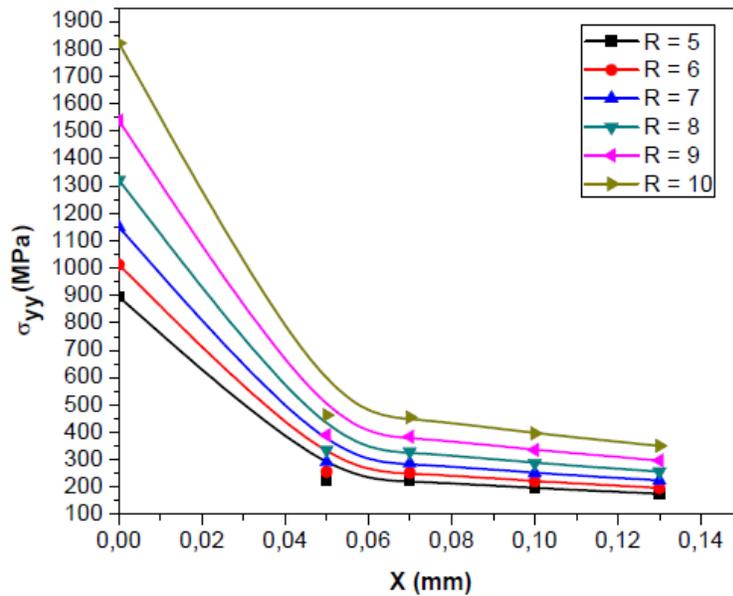
La même observation est faite pour la limite d'élasticité VM (**Figure III-9**). La présence de trou augmente significativement ce paramètre.

### III.3.3.1 Présentation profile de la contrainte verticale en fonction de la distance a partir du la pointe de la fissure :

La contrainte suivant la direction de la charge (direction y), est représentée en fonction de la profondeur X, à partir de la point de la fissure, pour les cas de plaques avec et sans trou, les résultats sont montrés dans les (**le tableau III-3.3-2**)

**Tableau III-3.3-2** : résultats de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur X (cas de plaque sans trou).

X (mm)	R (mm)					
	5	6	7	8	9	10
<b>0</b>	894.99	1012.7	1149.4	1321.4	1539.1	1821.5
<b>0.05</b>	225.77	256.43	292.34	335.33	389.80	462.40
<b>0.07</b>	223.03	252.46	287.29	328.99	383.69	454.38
<b>0.1</b>	196.15	221.07	251.31	287.83	334.93	395.90
<b>0.13</b>	175.33	197.40	224.22	256.51	297.15	350.79



**Figure III-10** : Variation la contrainte  $\sigma_{yy}$  en fonction de la profondeur X pour plaque avec trou.

On remarque que la contrainte verticale diminue de manière significative. Au-delà de  $X = 0,06$  mm, sa valeur tend à varier moins. De plus, la présence du défaut de forme augmente les valeurs de cette contrainte. Par exemple, pour un rayon du trou  $R = 10$  mm, on constate que la contrainte au point de fissure est de 1821,5 MPa. En revanche, lorsque  $R = 9$  mm, la valeur diminue à 1539,1 MPa.

# **Conclusion générale et perspectives**

# Conclusion générale et recommandations

Ce travail a démontré l'importance du facteur d'intensité des contraintes (*FIC*) dans l'analyse de la propagation des fissures dans les plaques présentant des défauts de forme. Les simulations réalisées à l'aide du logiciel ANSYS ont montré que la présence de trous et de fissures dans les plaques augmente significativement le *FIC*, ce qui a une influence directe sur la résistance et la durabilité des structures.

Les résultats ont montré que le *FIC* varie linéairement en fonction de l'augmentation de la charge appliquée, de la taille de la fissure et du rayon du trou. En particulier, les plaques avec des trous présentent un *FIC* beaucoup plus élevé que les plaques sans défauts, ce qui indique une plus grande susceptibilité à la rupture sous des charges similaires.

Ces résultats soulignent la nécessité de prendre en compte les défauts de forme dans la conception et le dimensionnement des structures mécaniques afin de minimiser le risque de défaillance et d'améliorer la fiabilité et la sécurité des systèmes mécaniques. Les méthodes numériques utilisées dans cette étude constituent un outil puissant pour prédire le comportement des matériaux et optimiser la conception des structures.

Afin de continuer ce travail, nous proposons les points suivants :

- Prendre en considération autres défauts de forme (ellipse, carré,...etc).
- Étudier des structures réelles, en prenant en compte les différents paramètres étudiés.
- Étendre l'étude à différentes positions de fissures.

# **Références bibliographiques**

## Références bibliographiques

- [1] Mécanique de la rupture – Définition & Explications, s. d. (Techno-Science.net)
- [2] Cour mécanique de la rupture, Université Larbi Tébessi Tébessa
- [3] **Dr Abderrahim ZEGHLOUL** cour concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture, université de lorraine.
- [4] **Pluinage G.** Fatigue and fracture emanating from notch; the use of the notch stress intensity factor, Nuclear Engineering and Design 185: 173-184, (1998).
- [5] Mémoire Pour l'obtention du grade de Docteur es-Science de l'Université des sciences et de la technologie Mohamed Boudiaf (Oran), Réhabilitation et Renforcement des Canalisations sous pression en présence des défauts de surfaces (Usto).
- [6] **Pr. Younès BENARIOUA**, Mécanique de la rupture, Cour, Université Mohamed Boudiaf-M'sila, 2020.
- [7] **DR. Lyes BIDI**, Mécanique de la rupture « Fatigue – Expertise », Cour, UMC 1 2019
- [8] **Houssem Eddine SAIDI, Mohamed Abdlhadi OULD AHMED.** Calcul du facteur d'intensité de contrainte par abaqus pour une fissure centrale et une fissure débouchante, Université Saad Dahlab Blida 1,2016
- [9] **AIT FERHAT Yazid**, Etude numérique du comportement en rupture des matériaux en FGM sous différents types de chargement, Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbes, 2021.
- [10] **BENKRIRA Sarra**, Calcul du facteur d'intensité de contrainte pour des sections fissurées circulaire et elliptique avec ABAQUS, Université Saad Dahlab de Blida 1, 2018.
- [11] **M. HADJAJ Salim, M. RIAZI Abdelhak**, Facteur d'intensité de contrainte d'une structure fissurée, Université-Ain Temouchent- Belhadj Bouchaib, 2022.

## Références bibliographiques

---

[12] **HASSAN Sid Ahmed, MAKHLOUF Rachid**, Elaboration d'une formule analytique de facteur de forme pour le calcul de facteur d'intensité de contrainte des structures endommagées par fissuration, Université Ibn Khaldoun de Tiaret, 2022.

[13] [https://www.google.com/search?q=hassbgli845.pdf&oq=hassbgli845.pdf&gs\\_lcrp=EgZjaHJvbWUyBggAEEUYOdIBBzY4N2owajSoAgCwAgE&sourceid=chrome&ie=UTF-8#vhid=zephyr:0&vssid=atritem-https://www.mcours.net/cours/pdf/hassbg/hassbgli845.pdf](https://www.google.com/search?q=hassbgli845.pdf&oq=hassbgli845.pdf&gs_lcrp=EgZjaHJvbWUyBggAEEUYOdIBBzY4N2owajSoAgCwAgE&sourceid=chrome&ie=UTF-8#vhid=zephyr:0&vssid=atritem-https://www.mcours.net/cours/pdf/hassbg/hassbgli845.pdf)

[14] **Juan-Antonio RUIZ-SABARIEGO**, Mécanique de la rupture, Techniques de l'Ingénieur, 1990.

[15] **Jean-Luc ENGERAND**, Mécanique de la rupture, Techniques de l'Ingénieur, 1990.

[16] Lee SB. Out-of-phase bending and torsion fatigue of steels. In : Brown MW, Miller KJ, editors. Biaxial and multiaxial fatigue, EGF3 (Edited by M. W. Brown and K. J. Miller), 1989, Mechanical Engineering Publications, London , pp 621-634.

[17] **Jabbado M.** Fatigue polycyclique des structures métalliques : durée de vie sous chargements variables. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 14 Mars 2006.

[18] Papadopoulos IV. Long life fatigue under multiaxial loading. International Journal of Fatigue 2001; 23(10): 839–849.