

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

La République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de L'Enseignement Supérieur et la Recherche Scientifique

Université Abdel Hamid IBen Badis - Mostaganem

وزارة تعليم العالي والبحث العلمي

جامعة عبد الحميد ابن باديس مستغانم



كلية العلوم والتكنولوجيا

Faculté des Sciences et de la Technologie

قسم الهندسة الميكانيكية

Département Génie Mécanique



MEMOIRE DE FIN D'ETUDES MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE CYLINDRIQUE CONTENANT DEUX FLUIDES NON MISCIBLES

Présenté par :

❖ MOULAI Abderrahmène

❖ MOUISSI Abderrahmane

Soutenu le 24/06/2024 devant le jury composé de :

| | | |
|-----------|-----------------------------|-------------------------------|
| Président | Pr. HOUAT Samir | Université de Mostaganem UMAB |
| Examineur | Dr. SAHRAOUI Nassim Mahfoud | Université de Mostaganem UMAB |
| Encadreur | Pr. RETIEL Noureddine | Université de Mostaganem UMAB |

Année Universitaire : 2023 / 2024

Remerciements

Nous remercions tout d'abord Allah le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Nous remercions notre encadreur Pr. RETIEL Noureddine pour nous avoir suivi avec patience et intérêt et pour la confiance qu'il a placé en nous tout le long de ce travail. Nous remercions également Mr SENOUCI Moussa pour son assistance en simulation numérique, ainsi que pour ses conseils et ses encouragements qui nous ont été d'une aide très précieuse dans la réalisation de ce travail.

Nous remercions tout particulièrement les membres du jury d'avoir pris la peine de lire, et d'évaluer ce travail.

Nous adressons, également, nos remerciements à nos enseignants du Département de Génie Mécanique pour tous les enseignements qui nous ont donnés.

Enfin nous adressons nos remerciements à toutes les personnes que nous n'avons pas pu citer et qui nous ont aidés de près ou loin pour terminer nos études.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A mon très cher père, qui as toujours été à mes côtés pour me soutenir et m'encourager. Que ce travail traduit ma gratitude et mon affection.

A ma très chère mère, Quoi que je fasse ou que je dise, je ne saurai point te remercier comme il se doit. Ton affection me couvre. Ta bienveillance me guide et ta présence à mes côtés a toujours été ma source de force pour affronter les différents obstacles.

A mes chers frères et sœurs, source de vie, d'espoir et de motivation.

A mes amis.

A ma famille et tous ceux qui m'ont aidé de loin où de près à ce travail et a toutes les personnes qui occupent une place dans mon cœur.

MOULAI Abderrahmène.

Je dédie ce mémoire à mes chers parents qui ont été toujours à mes côtés et m'ont toujours soutenu tout au long de ces longues années d'études. En signe de reconnaissance, qu'ils trouvent ici, l'expression de ma profonde gratitude pour tout ce qu'ils ont consenti d'efforts et de moyens pour me voir réussir dans mes études.

A toute ma famille

A toutes mes amies,

Et surtout mes frères et ma sœur

A tous les gens qui me connaissent et que je connais en particulier

Et à tous ceux qui aiment le bon travail et ne reculent pas devant les obstacles de la vie.

MOUISSI.ABDERRAHMANE

ملخص

يهدف عملنا إلى دراسة الحمل الحراري الطبيعي عددياً، في تجويف أسطواني مكون من سائلين مترابطين غير قابلين للامتزاج نختار الماء والزيت، هذه التكوينات ذات أهمية كبيرة في مجال التطبيقات الصناعية وفي هذا الصدد، يتكون عمل هذه الأطروحة من دراسة الحمل الحراري الطبيعي لتدفق حراري ثنائي الأبعاد غير قابل للانضغاط وتم حل معادلات الاستمرارية والزخم والطاقة بالصيغة المحدودة بطريقة الحجم باستخدام الكود التجاري Fluent. تم إجراء الدراسة على أرقام رايلي التي تتراوح من 10^3 إلى 10^6 . لقد قمنا بدراسة تأثيرات عوامل مختلفة مثل رقم رايلي ونسبة الارتفاع للسوائل وتأثيرات نسبة الارتفاع علاوة على ذلك، تمت مقارنة النتائج العددية بدلالة رقم نسلت مع تلك الموجودة في الكتابات .

كلمات مفتاحية : الحمل الحراري , تجويف أسطواني , رقم رايلي , رقم نسلت

Résumé

Notre travail a pour objectif d'étudier numériquement la convection naturelle, dans une cavité cylindrique composée de deux fluides superposés non miscibles on choisit l'eau et l'huile,

Ces configurations sont d'un intérêt capital dans le domaine des applications industrielles A ce propos, les travaux de cette mémoire consistent en une étude de la convection naturelle d'un écoulement thermique incompressible bidimensionnelle Les équations de continuité ,de quantité de mouvement et d'énergie ont été résolues par la méthode des volumes finis en utilisant le code commercial Fluent. L'étude est réalisée pour les nombres de Rayleigh allant de 10^3 jusqu'à 10^6 . Nous avons étudié les effets des différents paramètres tels que le nombre de Rayleigh et de rapporte de hauteur des fluides et Effets du rapport de forme de plus, les résultats numériques en termes de nombre de Nusselt ont été comparés avec ceux de la littérature.

Mot-clé: Convection naturelle ,fluide non miscible ,Simulation numérique ,Volumes finis ,rapport de hauteur ,rapport de forme .

Abstract

The purpose of this work is to numerically study natural convection, in a cylindrical cavity composed of two immiscible superimposed fluids we choose water and oil,These configurations are of capital interest in the field of industrial applications In this regard, the work of this dissertation consists of a study of the natural convection of a two-dimensional incompressible thermal flow The equations of continuity, momentum and energy were solved by the finite volume method using the commercial code Fluent.The study is carried out for Rayleigh numbers ranging from 10^3 to 10^6 We studied the effects of different parameters such as the Rayleigh number and fluid height ratio and Effects of aspect ratio. Furthermore, the numerical results in terms of Nusselt number were compared with those in the literature.

Keyword: Natural convection, immiscible fluid, numerical simulation, finite volumes, height ratio, aspect ratio.

SOMMAIRE

| | |
|--|----|
| Remerciements | 2 |
| Dédicaces | 3 |
| Résumé | 4 |
| Nomenclature | 7 |
| Liste des figures | 9 |
| INTRODUCTION GENERALE | 12 |
| Chapitre I Généralités et étude bibliographique | 13 |
| I. Généralité sur le transfert de chaleur | 14 |
| I.1 Transfert de chaleur par conduction | 14 |
| I.2 - Transfert de chaleur par rayonnement | 14 |
| I.3 - Transfert de chaleur par convection | 15 |
| I.3.1 - Les différents modes de convection | 15 |
| II. Etude bibliographique | 15 |
| II.1 Convection naturelle dans les cavités | 15 |
| II.1.1-Convection dans les cavités rectangulaires | 16 |
| II.1.2-Convection dans une Cavité cylindrique | 17 |
| II.2 fluide non miscible | 18 |
| II.3 Notion d'interfaces | 18 |
| Chapitre 2 Modélisation Mathématique | 19 |
| II.1 Introduction | 20 |
| II.2 Formulation du problème | 20 |
| II.3 Hypothèses simplificatrices | 21 |
| II.4 Equations du problème | 22 |
| II.4.1 Equations de continuité | 22 |
| II.4.2 Equations de quantité de mouvement | 22 |
| II.4.3 Equations de l'énergie | 22 |
| II.5 Equations gouvernantes adimensionnelles | 23 |
| II.5.1 Equation de continuité adimensionnelle | 23 |
| II.5.2 Equations de conservation de quantité de mouvement adimensionnelles .. | 23 |

| | |
|--|-----------|
| II.5.3 Equation d'énergie adimensionnelle..... | 23 |
| II.6 Les paramètres caractéristiques du problème : | 24 |
| II.6.1 Le rapport de forme qui caractérise l'allongement de la cavité :..... | 24 |
| II.6.2 Nombre de Prandtl : | 24 |
| II.6.3 Le nombre de Rayleigh :..... | 24 |
| II.7 Les conditions aux limites | 25 |
| II.8 Conclusion | 26 |
| Chapitre 3 Formulation numérique | 27 |
| III .1 Méthode numérique de résolution. | 28 |
| III .2 Principe de code CFD..... | 29 |
| III .3 Présentation du ansys Fluent 2024/R1 | 29 |
| III.3.1 Introduction : | 29 |
| III.3.2 Ansys Workbench..... | 30 |
| III .4 Géométrie et propriétés physiques : | 32 |
| III .5 Choix du maillage :..... | 32 |
| III .6 Validation | 32 |
| Chapitre 4 Résultats et discussions..... | 40 |
| IV.1 Introduction | 41 |
| IV.2 Effet du nombre de Rayleigh..... | 41 |
| IV.3 Effet du rapport de hauteur des fluides..... | 46 |
| IV.4 Effets du rapport de forme..... | 49 |
| Conclusion générale | 52 |
| Références bibliographique..... | 54 |

Nomenclature

| Symboles | Désignation | Unité (SI) |
|----------|--|---------------------|
| A | Rapport de forme | [-] |
| B | Rapport du coefficient de dilatation thermique | [-] |
| Cp | Chaleur spécifique à pression Constante | [J/kg.K] |
| g | L'accélération de la gravité | [m/s ²] |
| H | Hauteur de la cavité | [m] |
| L | largeur de la cavité | [m] |
| m | rapport de diffusivité thermique | [-] |
| n | rapport de viscosité cinématique | [-] |
| P | Pression | [Pa] |
| T | température | [K] |
| T0 | température de référence | [K] |
| Tf | Température sur la paroi froide | [K] |
| TC | Température sur la paroi chaude | [K] |
| u.v | Les composantes de la vitesse | [m.] |
| U. V | Les composantes de la vitesse adimensionné | [m] |
| r, y | Coordonnées cylindrique | [m] |
| R, Y | Coordonnées cylindrique adimensionnelles | [m] |

| Symboles Greek | Signification | Unité (SI) |
|------------------------|-------------------------------------|----------------------|
| α | Diffusivité thermique | $[K^{-1}]$ |
| β | Coefficient de dilatation thermique | [K] |
| θ | Température adimensionnel | $[kg.m^{-3}]$ |
| ρ | Masse volumique du fluide | $[Wm^{-1}K^{-1}]$ |
| k | Conductivité thermique | $[kg m^{-1}.s^{-1}]$ |
| μ | viscosité dynamique | $[m^2s^{-1}]$ |
| ν | viscosité cinématique | $[m^2s^{-1}]$ |
| Nombres adimensionnels | Signification | Unité (SI) |
| Gr | Nombre de Grashof | [-] |
| Nu | Nombre de Nusselt | [-] |
| \overline{Nu} | Nombre de Nusselt moyen | [-] |
| Pr | Nombre de Prandtl | [-] |
| Ra | Nombre de Rayleigh | [-] |

Indices

1 fluide-1

2 fluide -2

c chaude

f froid

Liste des figures

- I.1 principe de Transfert de chaleur par conduction
- I. 2 principe de Transfert de chaleur par rayonnement
- I. 3 Schéma présentifie de Transfert de chaleur par convection
- I. 4 schéma de la convection naturelle un gradient vertical de la température
- I. 5 schéma de la convection naturelle avec un gradient horizontale de la température
- I. 6 schéma de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire
- I. 7 schéma de la convection naturelle dans une cavité cylindrique
- II.1 Modèle physique
- II.2 Configuration géométrique du modèle physique d'une cavité cylindrique et conditions aux limites
- III.1 montré Le volume de contrôle
- III.2. Interface du logiciel ANSYS-Fluent 2024/R1
- III.3 Interface du logiciel Ansys Workbench
- III.4 création de Géométrie à l'aide d'Ansys Discovery
- III.5 création de Maillage
- III.6 lancement fluent
- III.7 Définition des conditions aux limites, des méthodes de solution
- III.8 Résultats - Analyse post-solution, contours
- III.9 test maillage
- III.10: Détail du maillage utilisé
- III.11 : Comparaison des lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$
- III.12 : Comparaison des lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$
- III.13 : Comparaison des lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$
- III.14: Comparaison des lignes de courants pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$
- III.15: Comparaison des lignes de courants pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$
- III.16: Comparaison des lignes de courants pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$
- IV.1 lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^3$ et $Ra=10^4$

IV.2 lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^5$ et $Ra=10^6$

IV.3 La variation du profil de la température avec la distance horizontale pour $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et Ra varier entre 10^3 et 10^6

IV.4 lignes de courants pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^3$, $Ra=10^4$

IV.5 lignes de courants pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^5$, $Ra=10^6$

IV.6 La variation du profil de la vitesse Axiale avec la distance horizontale pour $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et Ra varier entre 10^3 et 10^6

VI.7. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh thermique.

IV.8 lignes de courant et lignes d'isothermes dans la variation rapporte de hauteur des fluides $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$; $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$; $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$ à $Ra = 10^5$

IV.9 le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh

IV.10 Les lignes de courants pour différentes rapport de forme à $Ra=10^5$, et $Ar = 1, 2$ et 4

IV.11 Les lignes de isothermes pour différentes rapport de forme à $Ra=10^5$ et $Ar = 1, 2$ et 4

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Le transfert de chaleur joue un rôle important dans divers processus industriels dont l'efficacité énergétique. Ce transfert se manifeste sous diverses formes : rayonnement, conduction et convection.

Parmi ces différents modes de transfert, la convection naturelle a suscité et suscite encore aujourd'hui l'intérêt de nombreux scientifiques et industriels. Les recherches menées, dans ce domaine, s'étendent sur un peu plus d'un siècle. Un nombre considérable de travaux a été entrepris, suite à la découverte du phénomène par les expériences expérimentales, les analyses théoriques et numériques au début du XXème siècle, jusqu'à présent. Le problème de la convection naturelle des fluides confinés dans des cavités rectangulaires, cylindriques et sphériques a fait l'objet de nombreuses études. Cela est dû au rôle important qu'il joue dans de nombreuses applications techniques et d'ingénierie telles que les réservoirs de stockage, les collecteurs d'énergie solaire, l'ingénierie nucléaire, refroidissement des composants électriques et électroniques, etc.

Notre travail a pour objectif d'étudier numériquement la convection naturelle, dans une cavité cylindrique contenant deux fluides superposés non miscibles. Pour cela nous considérons une cavité cylindrique dont la paroi horizontale supérieure est adiabatique alors que la paroi horizontale inférieure est chaude., et la paroi cylindrique verticale est froide et contient deux fluides non miscible. Pour étudier le comportement thermique des deux fluides, nous résolvons numériquement les équations de Naviers-Stokes gouvernant l'écoulement naturel des deux fluides pour résoudre ce problème.

Chapitre I
Généralités et étude
bibliographique

I. Généralité sur le transfert de chaleur

Un transfert de chaleur qu'il convient d'appeler transfert thermique ou transfert par chaleur est un transit d'énergie thermique d'un système à un autre à cause d'une différence de température.

Deux corps ayant la même température sont dits en « équilibre thermique ». Si leur température est différente, un transfert de chaleur se produit entre eux. Le deuxième principe de la thermodynamique admet que la chaleur (ou énergie thermique) ne peut passer que d'un corps chaud vers un corps froid.

On vient de présenter brièvement des rappels théoriques de la convection naturelle utilisée dans notre étude.

Ce transfert de chaleur se présente sous trois formes : la conduction, le rayonnement et la convection.

I.1 Transfert de chaleur par conduction

Le processus de transfert de chaleur par conduction dépend d'un milieu physique sans mouvement de matière et est dû à des phénomènes physiques microscopiques (excitation d'atomes ou de molécules, flux d'électrons libres, etc.). Il peut être considéré comme un transfert d'énergie de particules chaudes à haute énergie vibratoire vers des particules froides à faible énergie vibratoire, du fait d'une collision entre particules.

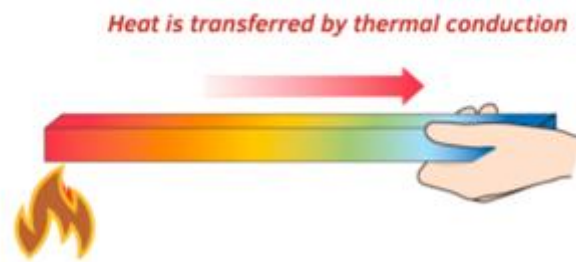


Figure I.1 Transfert de chaleur par conduction

I.2 - Transfert de chaleur par rayonnement

Le rayonnement est le transfert de chaleur d'un corps à un autre sans aucun contact entre eux se fait grâce aux fluctuations de l'espace. A une longueur d'onde est comprise entre $100 \mu\text{m}$ et $0,01 \mu\text{m}$.

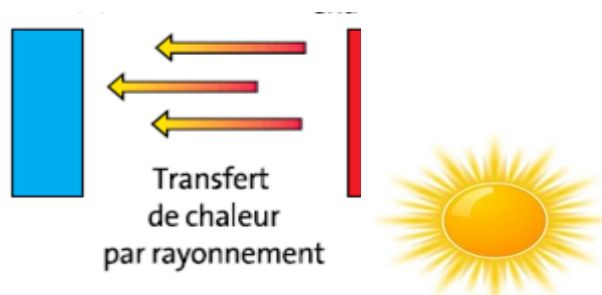


Figure I.2 Transfert de chaleur par rayonnement

1.3 - Transfert de chaleur par convection

La convection est un mode de transfert de chaleur qui met en jeu, en plus de la conduction, le mouvement macroscopique de la matière. Ce phénomène se produit au sein des milieux fluides en écoulement ou entre une paroi solide et un fluide en mouvement.

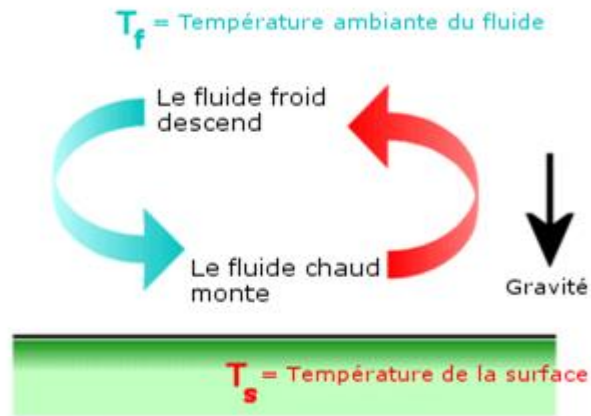


Figure I.3 Transfert de chaleur par convection

1.3.1 - Les différents modes de convection

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, Selon la nature du mécanisme qui provoque le mouvement du fluide on distingue :

- a) **La convection forcée** pour laquelle le mouvement du fluide est imposé par une force extérieure (pompe, soufflerie, ...).
- b) **La convection naturelle** où le mouvement du fluide a pour origine un gradient de densité du fluide (par exemple à cause d'un gradient de température, de salinité, de concentration, d'un mélange de fluides, ...).
- c) **La convection mixte** où le mouvement du fluide résulte de la combinaison de la convection forcée et de la convection naturelle.

II. Etude bibliographique

II.1- Convection naturelle dans les cavités

Les écoulements de convection naturelle en cavité à un rapport de forme modéré peuvent se classer en deux catégories suivant l'orientation du gradient de masse volumique par rapport à l'accélération de la pesanteur g . Le gradient de température à l'origine du mouvement peut être :

a) Parallèle à l'accélération de la pesanteur.

La cavité horizontale chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh–Bénard (si le gradient de température est suivant $-g$) La poussée d'Archimède est alors la seule force permettant la mise en mouvement du fluide.

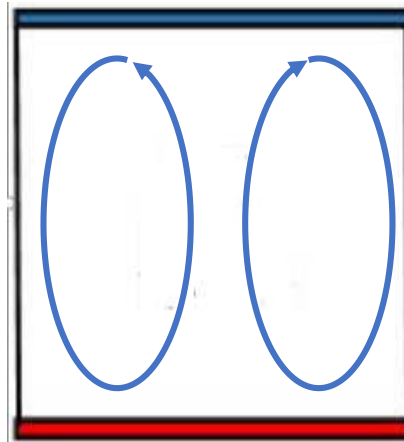


Figure I.4 La convection naturelle avec un gradient vertical de la température

b) Perpendiculaire à l'accélération de la pesanteur :

Dans cette configuration, les parois verticales sont chauffées et refroidies, alors que les parois horizontales sont considérées comme adiabatique l'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide.

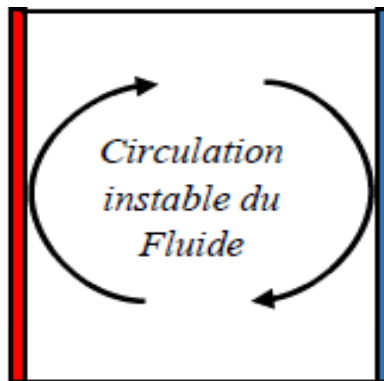


Figure I.5 La convection naturelle avec un gradient horizontal de température

II.1.1-Convection dans les cavités rectangulaires

Les configurations considérées ci-dessus sont celles pour lesquelles le chauffage se fait uniformément au niveau d'une paroi qui est soit horizontale ou verticale, dans ce qui suit on va considérer les cas où les chauffages se font localement en utilisant des sources discrètes de chaleur. La configuration suivante représente ainsi un exemple d'une enceinte avec des sources surfaciques de chaleur discrètes. Cette enceinte rectangulaire (largeur L , hauteur H) est remplie de fluide et la température de la paroi verticale droite est constante tandis que

les deux parois horizontales inférieure et supérieure sont adiabatiques. La paroi verticale gauche étant chauffée par des flux de chaleur discrets.

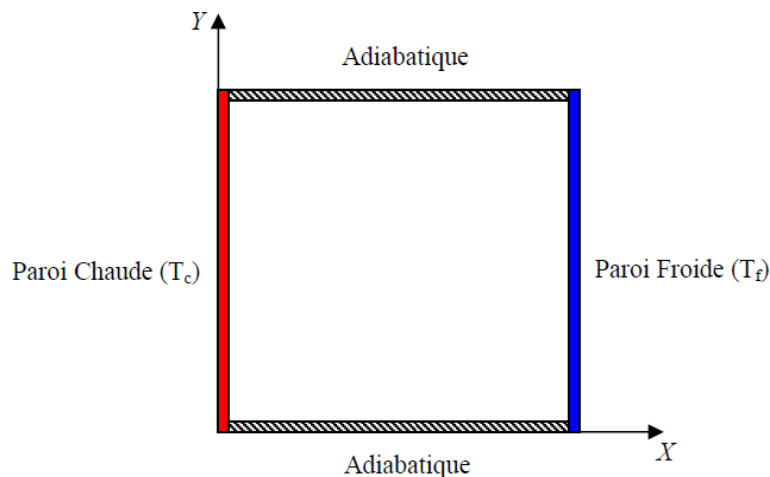


Figure I.6 Schéma de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire

II.1.2-Convection dans une Cavité cylindrique

Convection dans une cavité cylindrique fait référence au transfert de chaleur par convection au sein d'une enceinte cylindrique. La convection est un mode de transfert de chaleur qui implique le mouvement d'un fluide provoqué par différence de densité résultant de variation de température.

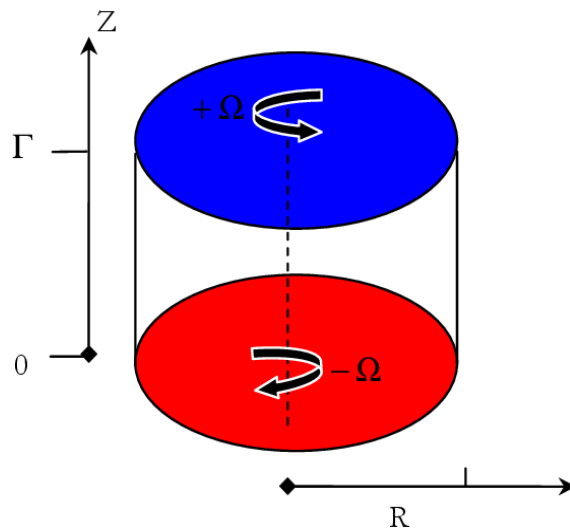


Figure I.7 schéma de la convection naturelle dans une cavité cylindrique

Dans certains travaux, de nombreux chercheurs ont concentré leurs recherches sur le comportement du transfert de chaleur et de l'écoulement des fluides dans une cavité cylindrique contenant deux fluides non miscibles tel que :

Szekely et Todd (1971) ont analysé le cas d'une convection naturelle laminaire transitoire à l'intérieur d'une cavité rectangulaire contenant soit un fluide, soit deux liquides non miscibles.

Villers et Platten (1988) ont réalisé une analyse sur la stabilité linéaire de deux couches fluides. Les auteurs ont considéré ici un système physique avec conditions aux limites associées au problème de Bénard. Dans le même contexte, une autre étude numérique a été menée par Gershuni et Zhukhovitskii (1980).

Doi et Koster (1993) ont effectué une analyse numérique convective en présence de deux liquides non miscibles pour comprendre certains des aspects physiques associés à la croissance cristalline.

Koster et Nguyen (1996) ont utilisé de l'huile de silicone et de l'eau pour étudier la convection naturelle régulière de deux fluides non miscibles.

Liu et al. (1998) ont mené une étude numérique des caractéristiques thermocapillaires de l'écoulement de convection d'un système composé avec deux couches liquides non miscibles,

A.A. Gubaidullin, Jr. et B.R. Sehgal (2001) ont effectué une analyse numérique de la convection naturelle dans un système double couche liquide non miscible. L'étude a été consacrée au transfert thermique dans deux couches de fluides non miscibles avec génération de chaleur interne. Les deux fluides ont des champs de vitesse et de température distincts et échangent de la chaleur à travers l'interface.

Grazevicius et al. (2020); Malekshah et Salari (2017) ont étudié la convection naturelle à l'intérieur de cavités remplies de deux fluides non miscibles.

Aimad Koulali & al. (2023) se sont intéressés à l'effet des fonds ondulés comme moyen d'améliorer les performances thermiques des cavités remplies de deux couches de fluide superposées. Les modèles physiques examinés sont des cavités carrées dont les fonds sont soumis à un flux thermique constant et les parois latérales sont maintenues à des températures froides.

II-2 fluide non miscible

Un fluide non miscible est un fluide qui ne se mélange pas de manière homogène avec un autre fluide, formant ainsi un mélange hétérogène. Par exemple, l'huile et l'eau sont des liquides non miscibles, ce qui signifie qu'ils ne se mélangent pas pour former une solution homogène. Lorsqu'on agite un mélange hétérogène de liquides non miscibles, on obtient une émulsion, où un liquide est dispersé sous forme de gouttelettes dans l'autre liquide.

II-3 Notion d'interfaces

Les 2 phases sont séparées par des interfaces qui constituent des surfaces de discontinuité des propriétés physiques au sein de l'écoulement. Dans le cas de deux fluides, ces interfaces sont déformables, et lorsque l'écoulement est turbulent, il est impossible d'en prédire finement le mouvement.

Nous avons remarqué qu'aucune étude n'a été effectuée dans une cavité cylindrique contenant des fluides non miscibles; ce qui nous a motivé à étudier la convection naturelle dans une cavité cylindrique contenant deux fluides non miscibles et soumise à un gradient de températures.

Chapitre 2
Modélisation Mathématique

I. Introduction

Dans ce chapitre nous décrivons et formulons le modèle physique, mathématique et les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées. Chaque phénomène physique est souvent formulé par des équations mathématiques (équations différentielles) qui représentent une modélisation de ce phénomène. Une modélisation doit obligatoirement exprimer le comportement du phénomène dans l'espace et dans le temps. En mécanique des fluides, on suppose que les fluides sont des milieux continus, ce qui permet d'utiliser les lois classiques de conservation à savoir:

- Conservation de masse.
- Conservation de quantité de mouvement.
- Conservation d'énergie.

La fin de ce chapitre est consacrée à la présentation des caractéristiques principales de l'outil numérique utilisé pour suivre l'évolution des solutions du système, et à la description des considérations de précision qui ont été respectées pour s'assurer de la bonne convergence numérique des résultats.

II. Formulation du problème

Le problème physique considéré tout au long de ce travail se résume en un écoulement de convection naturelle dans une cavité cylindrique verticale à espace confiné contenant deux fluides non miscibles et ayant des masses volumiques différentes (par exemple eau et l'huile). L'écoulement est bidimensionnel, le rapport de forme ($A = \text{hauteur/rayon}$) est égal à 2. Le système d'axe (r, y) est orienté respectivement suivant les directions horizontale et verticale. Le problème considéré est schématisé sur la Fig.II.1.

Les valeurs du nombre de Prandtl Pr de chaque fluide sont maintenues constantes dans tous les calculs. La paroi horizontale inférieure de la cavité est supposée isotherme à haute température T_c . La paroi horizontale supérieure est supposée être parfaitement adiabatique ($\frac{\partial T}{\partial y} = 0$), tandis que la paroi verticale de forme cylindrique est maintenue isotherme à basse température T_f ,

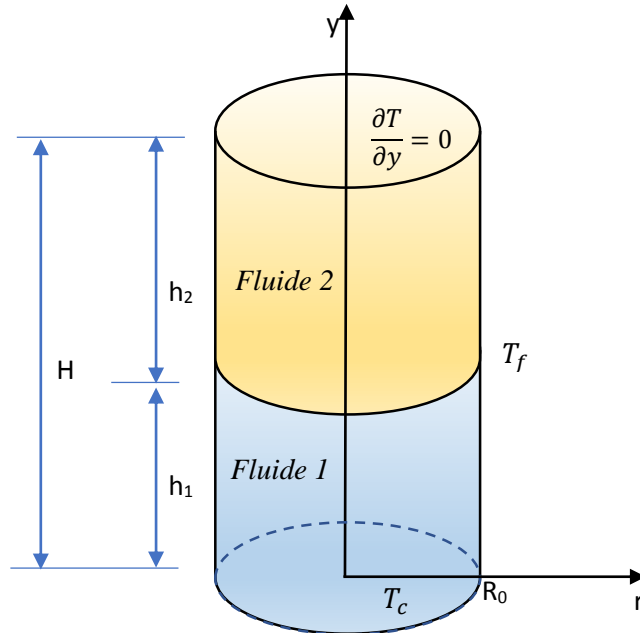


Figure.II.1 : Modèle physique

III. Hypothèses simplificatrices

Pour modéliser le problème d'une manière correcte, des hypothèses simplificatrices sont supposées et énumérées comme suit :

- L'écoulement du fluide et le transfert de chaleur est permanent, avec régime laminaire.
- L'écoulement est supposé bidimensionnelle (2D).
- Les propriétés thermo-physiques du fluide sont constantes.
- Le fluide est newtonien et incompressible.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Il n'y a pas de sources internes de chaleur ou de masse dans le problème étudié et il n'y a aucune réaction chimique.
- Les propriétés physiques du fluide (μ , C_p et k) sont supposés constantes
- L'hypothèse de Boussinesq suppose que la masse volumique du fluide varie linéairement avec la température selon la relation suivante:

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)]$$

où ρ est la masse volumique, ρ_0 est la masse volumique de référence, calculée à partir de la température de référence T_0 , T est la température du fluide, p est la pression, β est le coefficient de dilatation thermique du fluide donné par l'expression :

$$\beta = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

on obtient le moteur de l'écoulement, qui est la "force d'Archimède" :

$$(\rho - \rho_0) \approx \rho\beta(T - T_0)$$

IV. Equations du problème :

On peut établir les différentes équations nécessaires à la résolution du problème considéré dans notre étude comme suit :

Dans la zone du fluide 1

II.4.1 Equations de continuité

Après d'application des précédentes hypothèses on obtient :

$$\frac{\partial(ru_1)}{r \partial r} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0$$

u_1 et v_1 étant les composantes du champ de vitesse respectivement dans la direction r et y dans le fluide 1.

II.4.2 Equations de quantité de mouvement

Suivant r :

Les équations de quantité de mouvement s'écrivent de la manière suivante :

$$u_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial r} + v_1 \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} - \frac{u_1}{r^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right)$$

suivant y :

$$u_1 \frac{\partial v_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} + v_1 \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \right) + g\beta_1(T_1 - T_0)$$

II.4.3 Equations de l'énergie

L'équation de l'énergie est obtenue en appliquant le principe de la conservation de l'énergie dans comme suit :

$$u_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = \alpha_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \right)$$

Dans la zone du fluide 2

Equations de continuité

Après d'application des précédentes hypothèses on obtient :

$$\frac{\partial(ru_2)}{r \partial r} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0$$

u_1 et v_1 étant les composantes du champ de vitesse respectivement dans la direction r et y dans le fluide 1.

Equations de quantité de mouvement

suivant r :

Les équations de quantité de mouvement s'écrivent de la manière suivante :

$$u_2 \frac{\partial u_2}{\partial r} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial r} + v_2 \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_2}{\partial r} - \frac{u_2}{r^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right)$$

suivant y :

$$u_2 \frac{\partial v_2}{\partial r} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial y} + v_2 \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} \right) + g\beta_2(T_2 - T_0)$$

Equations de l'énergie

L'équation de l'énergie est obtenue en appliquant le principe de la conservation de l'énergie dans comme suit :

$$u_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} + v_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = \alpha_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} \right)$$

Les équations différentielles de la continuité, de la quantité de mouvement et de l'énergie forment le modèle mathématique de l'écoulement de la convection naturelle laminaire de notre modèle physique.

V. Equations gouvernantes adimensionnelles

L'adimensionnement consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en variable sans dimensions. C'est-à-dire qu'elles seront normalisés par rapport à certaines dimensions caractéristiques. Cela permet de spécifier les conditions d'écoulement avec un nombre restreint de paramètres pour rendre la solution plus générale.

$$R = \frac{r}{R_0} ; Y = \frac{y}{R_0} ; U_1 = u_1 \frac{R_0}{\alpha_1} ; V_1 = v_1 \frac{R_0}{\alpha_1} ; P_1 = \frac{p_1 R_0^2}{\rho_1 \alpha_1^2} ; \theta_1 = \frac{T_1 - T_0}{\Delta T} ; Pr_1 = \frac{\nu_1}{\alpha_1}$$

$$U_2 = u_2 \frac{R_0}{\alpha_2} ; V_2 = v_2 \frac{R_0}{\alpha_2} ; P_2 = \frac{p_2 R_0^2}{\rho_2 \alpha_2^2} ; \theta_2 = \frac{T_2 - T_0}{\Delta T} ; Pr_2 = \frac{\nu_2}{\alpha_2}$$

$$\Delta T = T_c - T_f ; m = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} ; n = \frac{\nu_1}{\nu_2} ; B = \frac{\beta_1}{\beta_2} ; Ra = \frac{g \beta_1 \Delta T R_0^3}{\nu_1 \alpha_1}$$

Fluide 1

II.5.1 Equation de continuité adimensionnelle :

$$\frac{\partial U_1}{\partial R} + \frac{\partial V_1}{\partial Y} = 0$$

II.5.2 Equations de conservation de quantité de mouvement adimensionnelles

suisant r :

$$U_1 \frac{\partial U_1}{\partial R} + V_1 \frac{\partial U_1}{\partial Y} = -\frac{\partial P_1}{\partial R} + Pr_1 \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U_1}{\partial R} - \frac{U_1}{R^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial Y^2} \right)$$

suisant y :

$$U_1 \frac{\partial V_1}{\partial R} + V_1 \frac{\partial V_1}{\partial Y} = -\frac{\partial P_1}{\partial Y} + Pr_1 \left(\frac{\partial^2 V_1}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_1}{\partial R} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr_1 \theta_1$$

II.5.3 Equation d'énergie adimensionnelle :

$$U_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial R} + V_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta_1}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial Y^2} \right)$$

Fluide 2

II.5.4 L'équation de continuité adimensionnelle :

$$\frac{\partial U_2}{\partial R} + \frac{\partial V_2}{\partial Y} = 0$$

II.5.5 Les équations de conservation de quantité de mouvement adimensionnelles

suivant r :

$$U_2 \frac{\partial U_2}{\partial R} + V_2 \frac{\partial U_2}{\partial Y} = -\frac{\partial P_2}{\partial R} + Pr_2 \left(\frac{\partial^2 U_2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U_2}{\partial R} - \frac{U_2}{R^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial Y^2} \right)$$

suivant y :

$$U_2 \frac{\partial V_2}{\partial R} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial Y} = -\frac{\partial P_2}{\partial R} + Pr_2 \left(\frac{\partial^2 V_2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_2}{\partial R} + \frac{\partial^2 V_2}{\partial Y^2} \right) + \frac{m.n}{B} Pr_2 Ra \theta_2$$

II.5.6 Equation d'énergie adimensionnelle :

$$U_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial R} + V_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta_2}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial Y^2} \right)$$

VI. Les paramètres caractéristiques du problème :

Les paramètres caractéristiques qui interviennent dans les équation dimensionnelles ci-dessus et dont les valeurs conditionnent les transferts de chaleur dans la cavité sont des paramètres géométriques:

II.6.1 Le rapport de forme qui caractérise l'allongement de la cavité :

$$A = \frac{H}{R_0}$$

H: la hauteur du cylindre

II.6.2 Nombre de Prandtl :

Nombre de Prandtl est un nombre sans dimension, ainsi nommé en hommage au physicien allemand Ludwig Prandtl. C'est le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement (viscosité cinématique) et celle de la chaleur (diffusivité thermique) :

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\mu}{\frac{\lambda}{c_p}} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{\lambda}{\rho c_p}} = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

α : diffusivité thermique (m²/s)

II.6.3 Le nombre de Rayleigh :

Ce nombre permet d'avoir une connaissance quantitative du régime de convection qui a lieu dans la cavité 2D. En effet, il met en comparaison deux effets antagonistes : D'une part, le fluide chaud - situé en bas de la cavité - a une certaine propension à s'élever en raison de sa faible densité. D'autre part, il subit un phénomène

de friction fluide et thermique (parler de "friction thermique" est malvenu, il s'agit en fait d'un effet visqueux) qui tend à empêcher son ascension.

$$Ra = \frac{\text{poussée d'archimede}}{\text{dissipation visqueuse}}$$

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TR_0^3}{\alpha\nu}$$

Par ailleurs, les transferts de chaleur sont représentés par **le nombre de Nusselt**. Ce nombre adimensionnel se calcule en fonction des grandeurs locales de température le long de la paroi verticale

$$\overline{Nu} = -\frac{1}{A} \int_0^A Nu(R=1, Y) dY$$

VII. Les conditions aux limites :

En tenant compte de l'adimensionnement des grandeurs physiques, les conditions aux limites sont:

$$R_0 = 0, \quad 0 < y < H \quad u = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

$$r = R_0, \quad 0 < y < H \quad u = 0, v = 0, T = T_f$$

$$0 < r < R_0, \quad y = 0 \quad u = 0, v = 0, T = T_c$$

$$0 < r < R_0, \quad y = H \quad u = 0, v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

A interface du deux fluide

$$0 < r < R_0 \left(y = \frac{H}{2}, y = \frac{H}{3}, \quad y = \frac{2H}{3} \right)$$

$$\mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} = \mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial y}$$

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y}$$

$$u_1 = u_2$$

$$T_1 = T_2$$

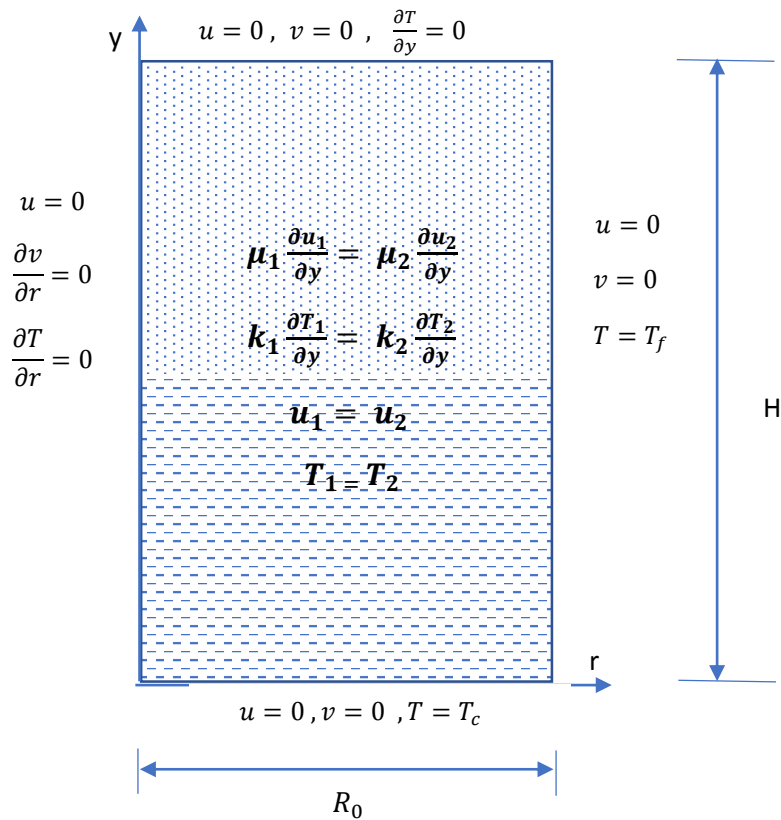


Figure.II.2: Configuration géométrique du modèle physique d'une cavité cylindrique et conditions aux limites

VIII. Conclusion

Dans le présent chapitre, nous avons établi le modèle mathématique qui est composé d'un système d'équations, complété par des conditions aux limites. Il s'agit d'un système complexe formé par des équations issues de la thermodynamique et de la mécanique des fluides. Les équations de bilan sont donc bien connues, mais leur résolution analytique n'est pratiquement jamais possible et l'origine de cette difficulté revient à la non-linéarité qui est visible dans ces équations. Donc, l'utilisation des méthodes numériques s'avère indispensable pour la résolution des équations du modèle mathématique. Dans notre étude, on utilisera un logiciel de calcul basé sur la méthode des volumes finis, les résultats obtenus seront exposés dans le chapitre suivant.

Chapitre 3
Formulation numérique

I. Méthode numérique de résolution.

Nous présentons la méthode de résolution d'équations aux dérivées partielles (EDP) pour les modèles physiques. Le modèle mathématique se compose par des équations liées à la conservation de la masse (équations de continuité), à la conservation de la quantité de mouvement et à conservation de l'énergie. Cette équation appelée équation de Navier-Stokes, cette équation régit le débit d'eau associé au transfert de chaleur.

Malgré le développement de l'analyse numérique, il n'est actuellement pas possible d'obtenir une solution analytique en résolvant ces équations différentielles, non linéaires et intégrées.

La plupart des études menées sous forme de mathématiques ont utilisé des méthodes expérimentales ou des calculs. Il est donc important de choisir la bonne méthode de calcul pour obtenir les meilleures approximations.

Tous les procédés numériques ont le même objectif de convertir un problème continu exact régi par des équations aux dérivées partielles (PDE) en un problème approximatif. Nous distinguons ensuite trois grandes familles de méthodes souvent utilisées dans le domaine du transfert thermique :

- La méthode des différences finies,
- La méthode des éléments finis,
- La méthode des volumes finis.

Dans notre travail la méthode des volumes finis a été retenue pour étudier le comportement thermique de notre modèle physique et effectuer des simulations.

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar le principe de méthode des volumes finis basé sur une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volume de contrôle, Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle. Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

- La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle.
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- Écriture des équations algébriques aux nœuds du maillage.
- Résolution du système algébrique linéaire obtenu.

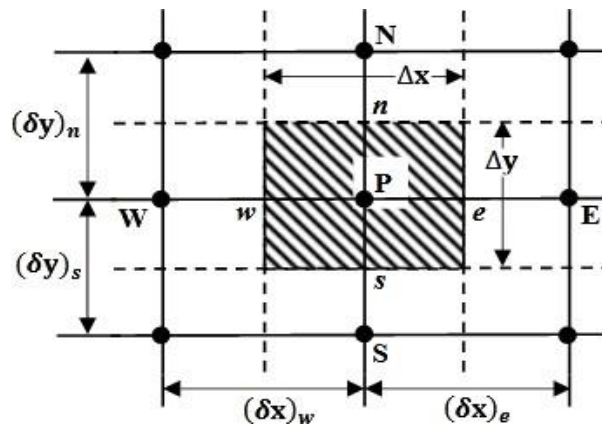


Figure. III.1 montré Le volume de contrôle

Pour un nœud principal P, les points E et W (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (Nord et Sud) sont ceux dans la direction y. Le volume de contrôle entourant P est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction y.

II. Principe de code CFD

Les logiciels de simulation numérique des écoulements basés sur la méthode des volumes finis peuvent maintenant être considérés comme de véritables « expériences numériques », lorsqu'elles sont faites avec soin. L'avantage des « méthodes numériques » est que toutes les quantités physiques liées à l'écoulement (champ de vitesse, champ de pression, contraintes etc.), sont immédiatement disponibles en tout point de l'écoulement.

Les méthodes CFD (Computational Fluid Dynamics) ont l'avantage de mettre en œuvre les équations générales de la mécanique des fluides avec un minimum des hypothèses. Elles résolvent notamment les équations non-linéaires instationnaires et compressibles.

III. Présentation du ansys Fluent 2024/R1

III-1 Introduction :

ANSYS Fluent est un logiciel de simulation de dynamique des fluides (CFD) qui permet d'analyser et de prédire le comportement des fluides dans des environnements complexes. Il est utilisé par des ingénieurs et des scientifiques dans de nombreux secteurs, tels que l'aérospatiale, l'automobile, l'énergie, la chimie, la mécanique des fluides, la bio-ingénierie et bien d'autres encore.

ANSYS Fluent offre une grande variété de fonctionnalités pour modéliser et simuler des systèmes fluides, allant des écoulements laminaire et turbulent aux transferts de chaleur et de masse, en passant par la réaction chimique. Il permet également de modéliser des systèmes multiphasiques tels que les écoulements gaz-liquide, les

écoulements liquide-liquide et les écoulements gaz-solide.

Nous passons à la création ou de l'importation de géométrie, de la création d'un maillage de base, de l'application de conditions aux limites et de la configuration des solutions.



Figure. III.2 Interface du logiciel ANSYS-Fluent 2024/R1

III.2 Ansys Workbench

Ansys Workbench est la plateforme d'intégration et de flux de travail qui connecte les produits Ansys .

pour Démarrer un projet dans Workbench :

Commencez par ouvrir Ansys Workbench. Une fois Ansys chargé, nous seront interfacé avec l'écran suivant :

c'est notre workbench. En bas à gauche de notre écran, nous verront une série de simulations forfaits proposés par Ansys.

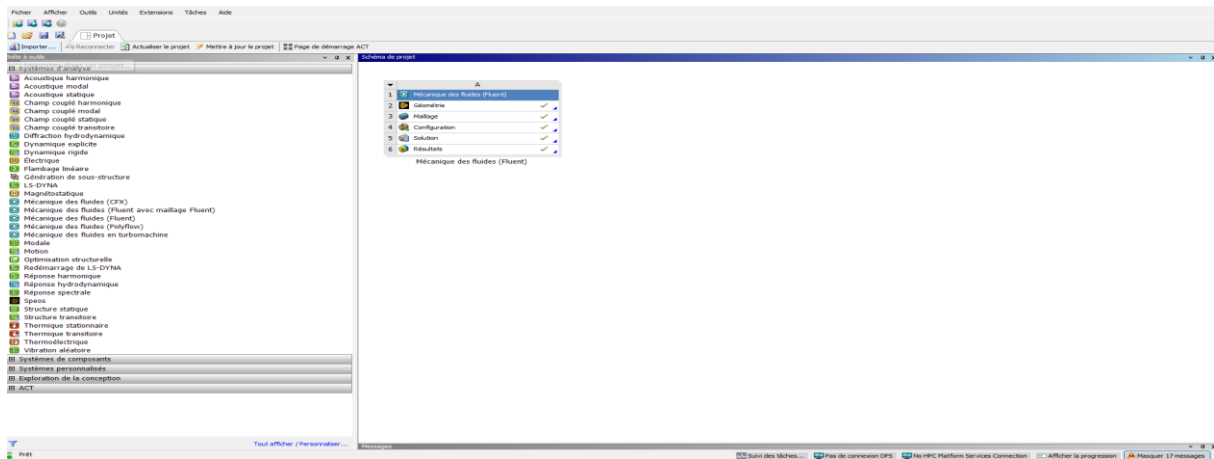


Figure. III.3 Interface du logiciel Ansys Workbench

Pour effectuer une résolution d'écoulement de fluide (fluide), vous devrez fournir les éléments suivants :

1. Géométrie - Soit créée à l'aide d'Ansys Discovery, soit importée à partir d'un programme de CAO.

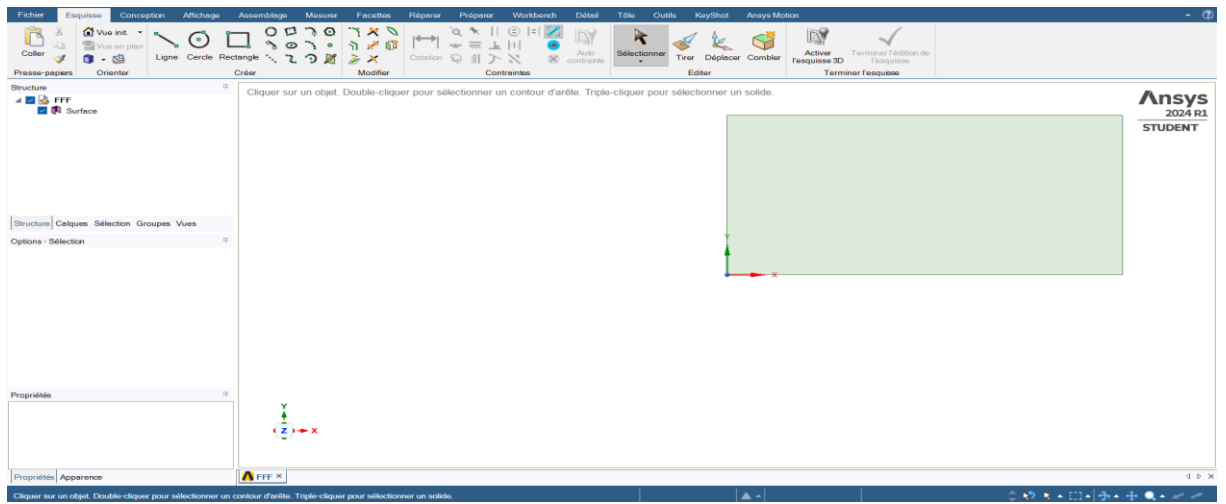


Figure. III.4 création de Géométrie à l'aide d'Ansys Discovery

1. Maillage - Un maillage définissant le domaine fluide en un nombre fini de cellules

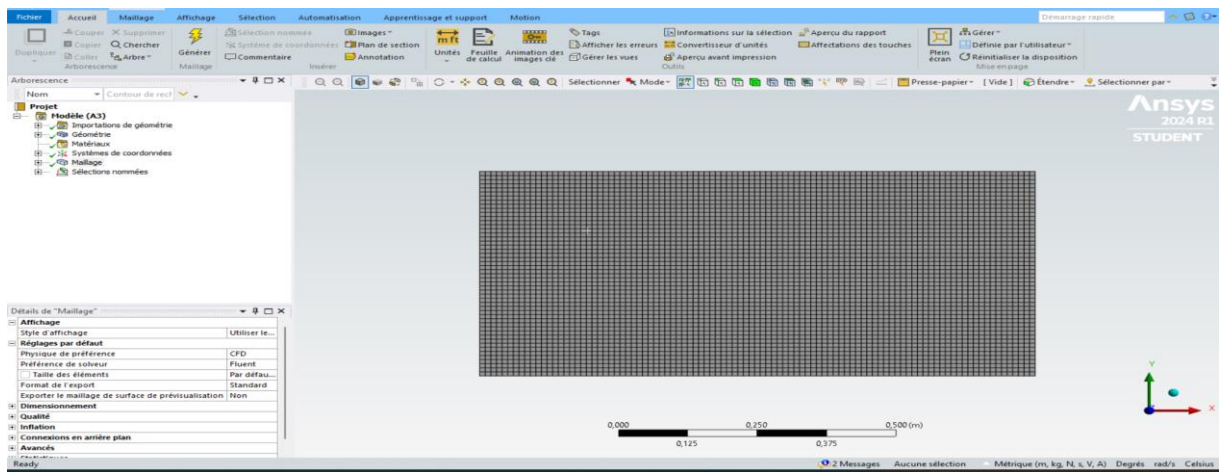


Figure. III.5 création de Maillage

2. Configuration - Définition des conditions aux limites, des méthodes de solution et des fonctions de rapport. Une fois la mise à jour du Workbench terminée, nous remarquons une coche verte affichée sur l'onglet « Mesh ». Maintenant, nous pouvons procéder à l'ouverture de l'onglet « Configuration ». En sélectionnant cet onglet, l'interface suivante, dans laquelle nous devons spécifier quelques options avant de poursuivre la configuration de la solution.

La première étape consiste à activer « Double Précision », car ce paramètre contribuera à réduire le temps de calcul et améliorer la précision. L'autre paramètre nécessaire est de définir le nombre de processeurs logiques. Après avoir effectué ces modifications, il faut lancer le processus de configuration. Cela configurera le paramètre nécessaire à notre simulation, en la préparant pour l'étape de solution dans Fluent.

IV. Géométrie et propriétés physiques :

La cavité considérée comprend deux fluides séparés par une interface, tel que la zone inférieure est occupée par l'eau et la zone supérieure est occupée par l'huile de silicone. Les constantes thermo-physiques des fluides prises à 30°C sont les suivantes :

| Fluide | ρ | β | C_p | k | μ | Pr |
|---------------|--------|-------------|-------|------|-------------|------|
| Eau | 995 | 3.10^{-4} | 4200 | 0.61 | 8.10^{-4} | 6 |
| Huile Silicon | 900 | 1.10^{-3} | 1900 | 0.12 | 4.10^{-3} | 67 |

V. Choix du maillage :

La précision des résultats numériques obtenus dépend des valeurs des paramètres de contrôle. Pour le choix du maillage optimal permettant d'obtenir des résultats d'une meilleure précision, on a étudié l'influence du nombre de nœuds ainsi que leurs répartitions sur le nombre Nusselt moyen (Nu_{moy}) pour un Rayleigh de 10^5

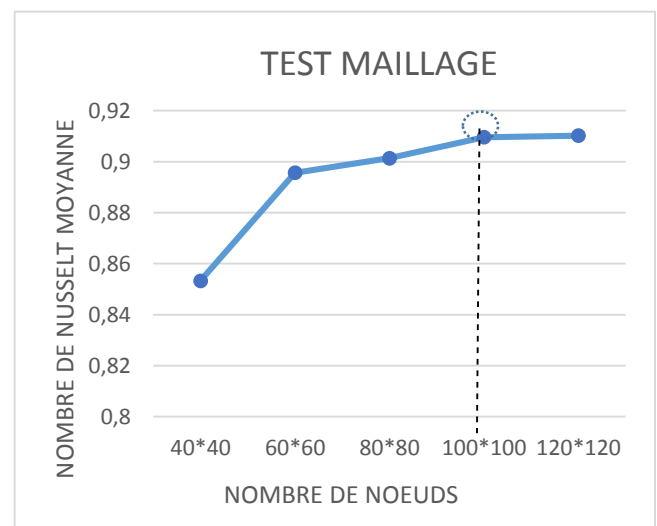
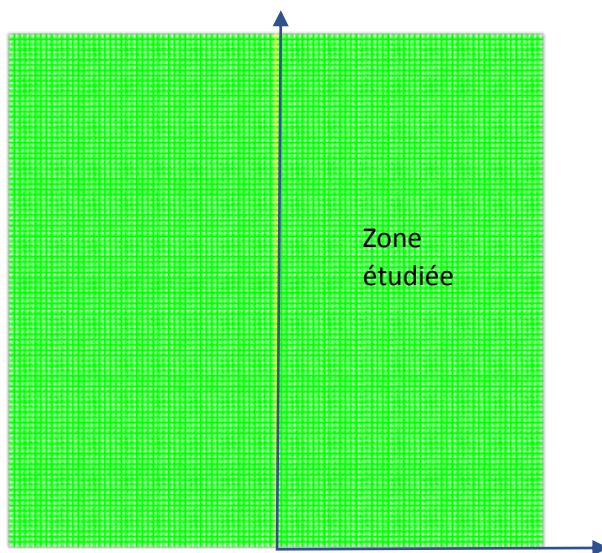


Figure III.10: Détail du maillage utilisé

figure III.9 test maillage

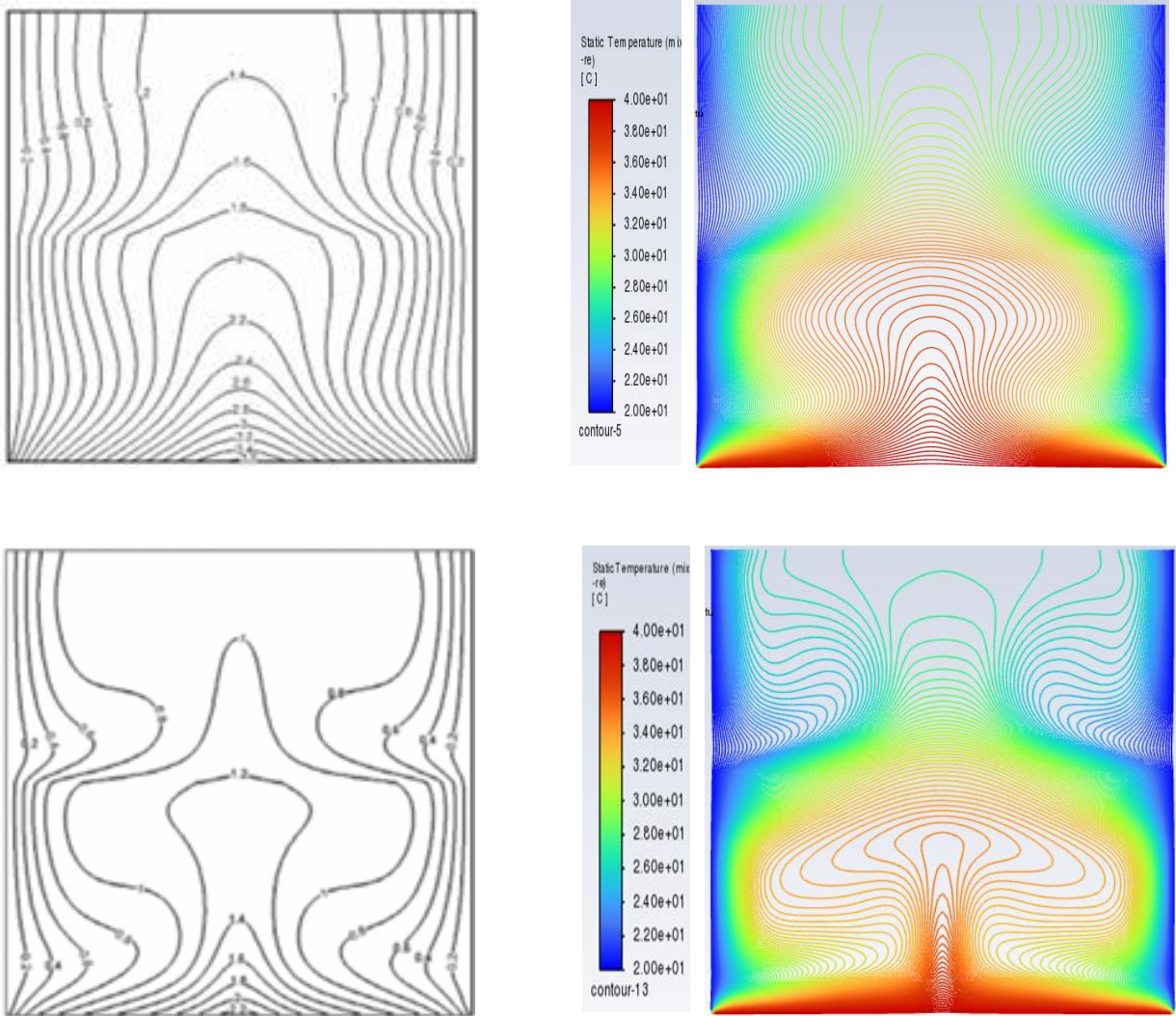
D'après cette figure III.9 il apparaît clairement que la variation du nombre de Nusselt est peu influencée par le nombre de nœuds à partir d'une grille 100x100. Pour la suite de notre travail, on adoptera un maillage de 100x100 pour des raisons de compromis précision et de temps de calcul.

VI – Validation

Dans le but de vérifier l'exactitude des résultats de simulation obtenus avec le code de calcul en volume fini et de donner plus de crédibilité à notre travail, il est nécessaire de procéder à une validation du modèle

mathématique, Pour ce faire, on a validé les résultats obtenus dans le cas CFD analyse de la convection naturelle entre deux fluides superposés : rôle des fonds ondulés Aimad Koulali, & al. (2023).

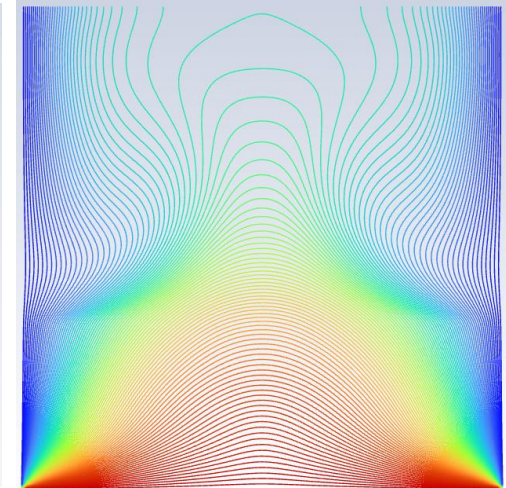
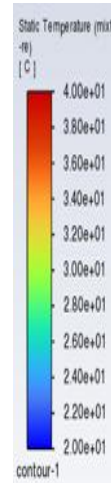
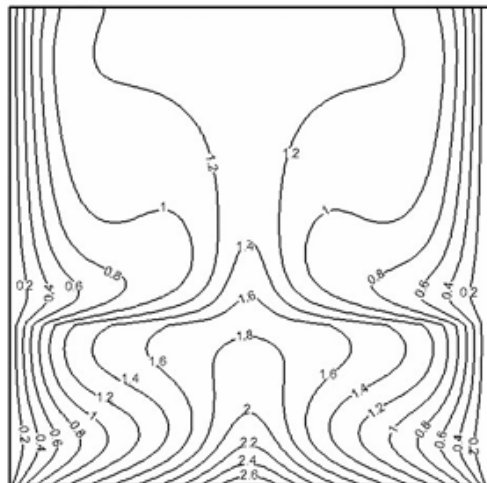
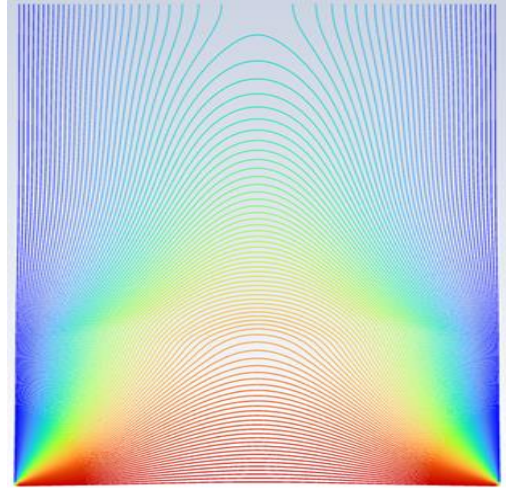
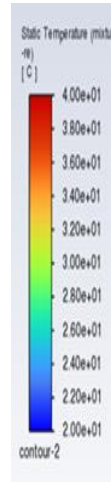
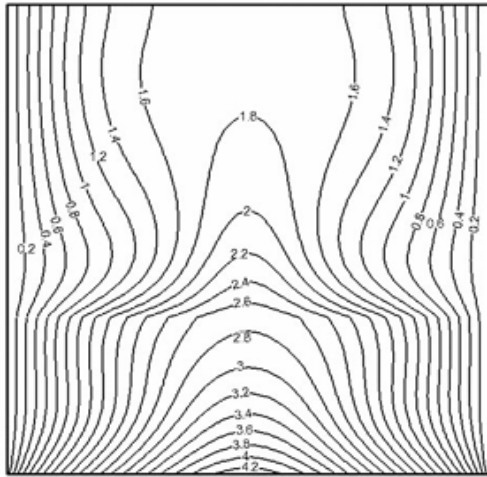
Les résultats de la comparaison sont présentés par les figures (III.5 ; III.6 ; III.7 ; III.8 ; III.9 ; III.10) donnant respectivement les lignes des isothermes et de courants



Aimad Koulali, & al. (2023)

Présent travail

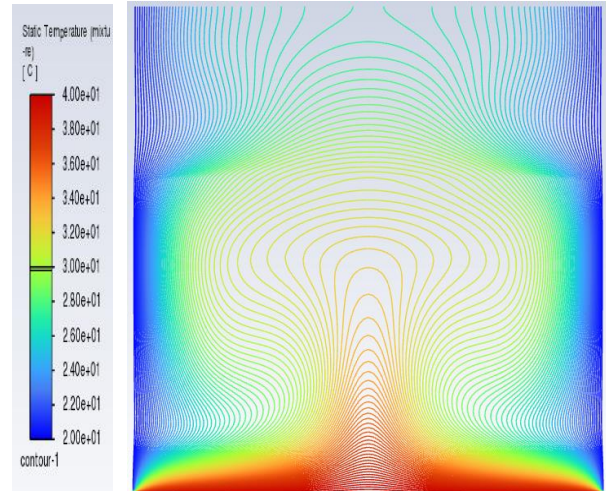
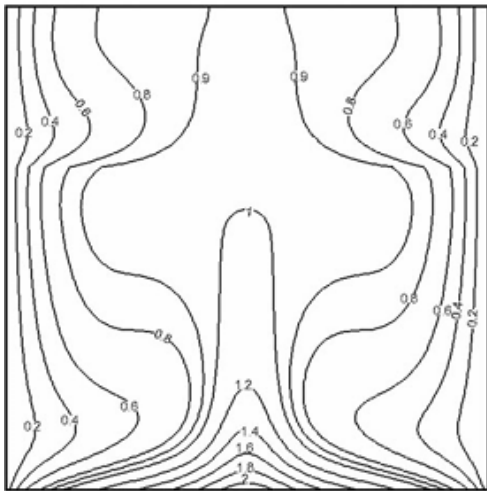
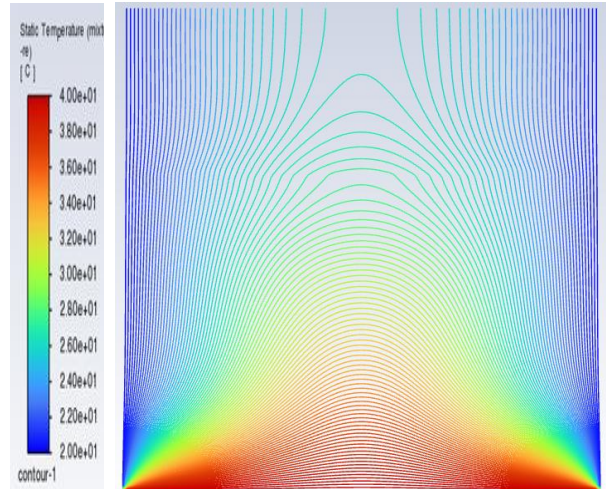
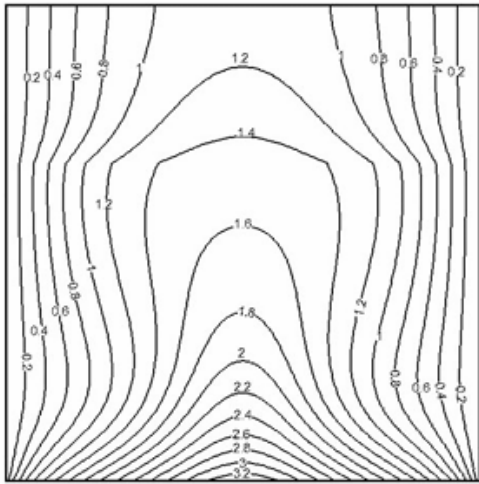
Figure III.11 : Comparaison ds lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$



Aimad Koulali, & al. (2023)

Présent travail

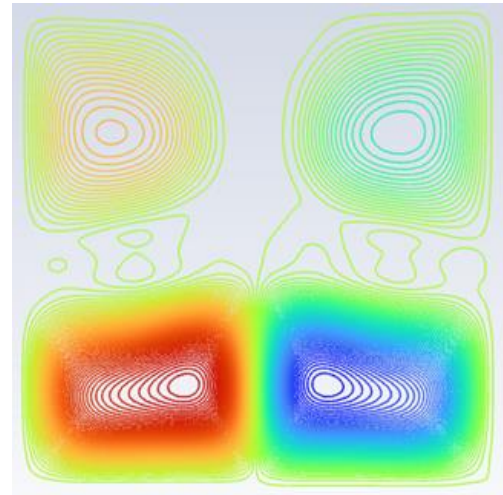
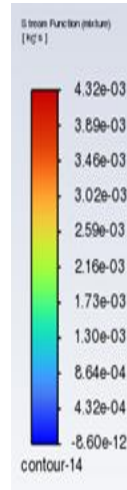
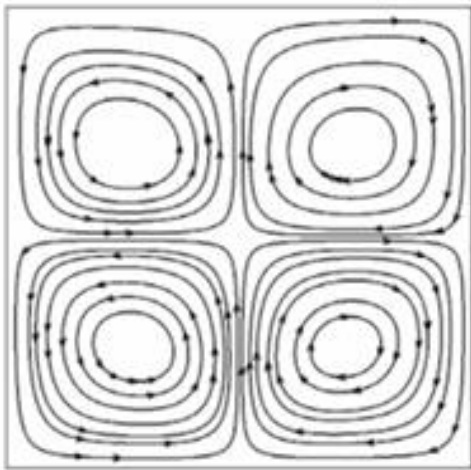
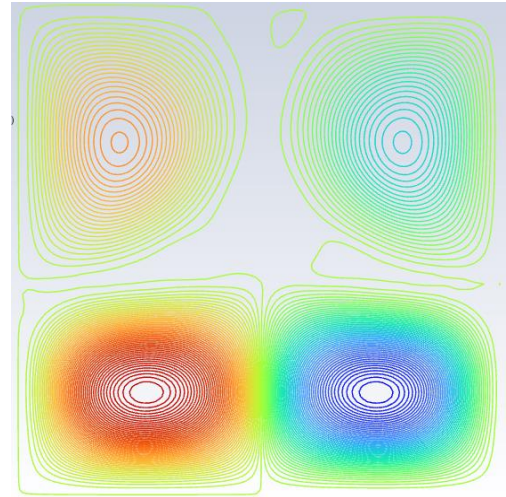
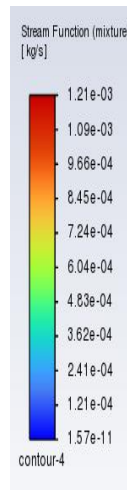
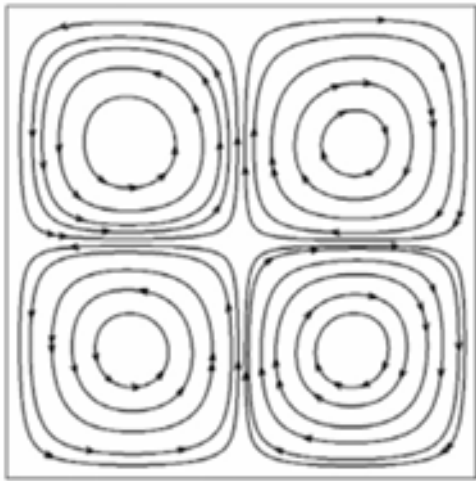
Figure III.12 : Comparaison des lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$



Aimad Koulali, & al. (2023)

Présent travail

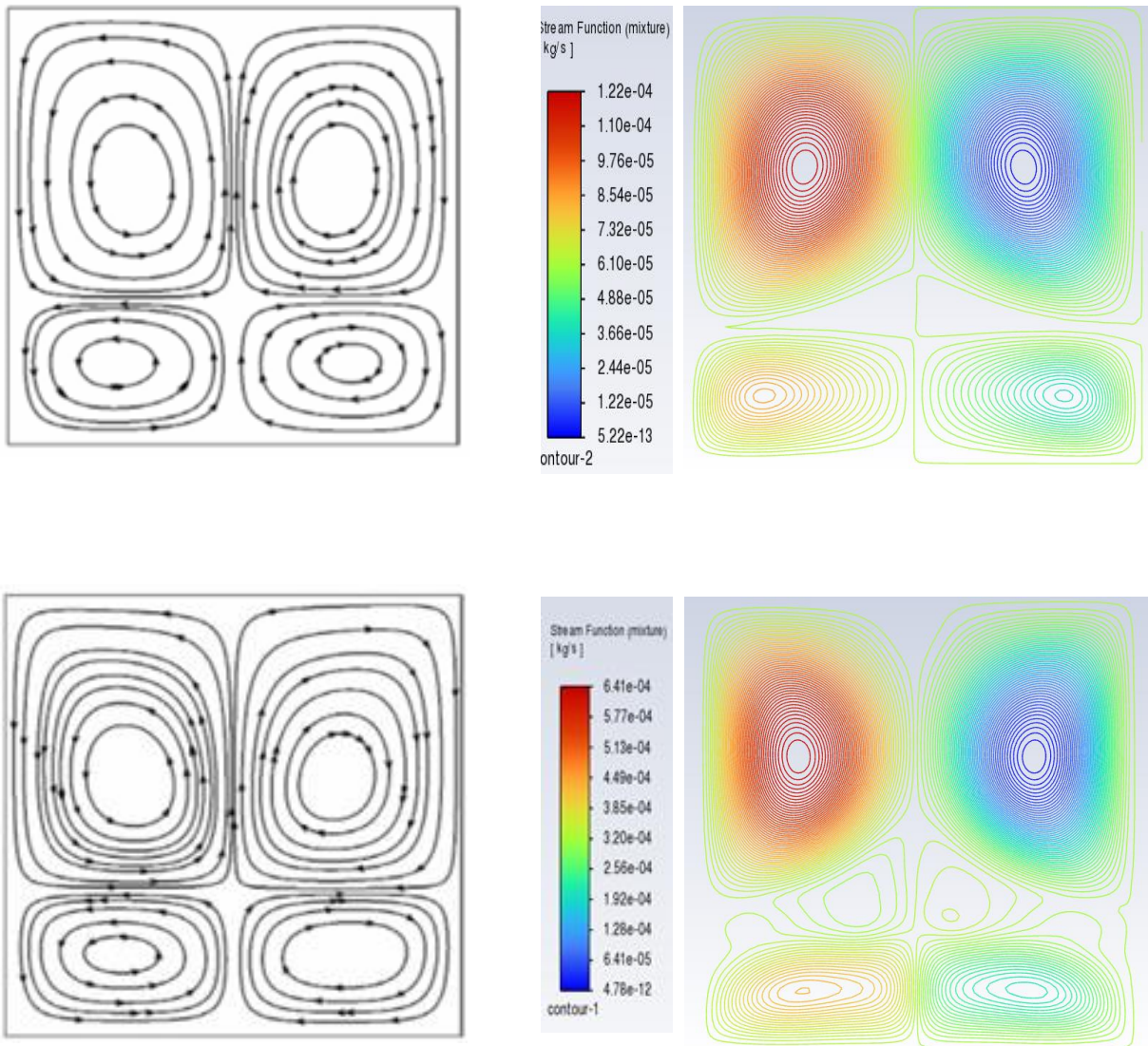
Figure III.13 : Comparaison des lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$



Aimad Koulali, & al. (2023)

Présent travail

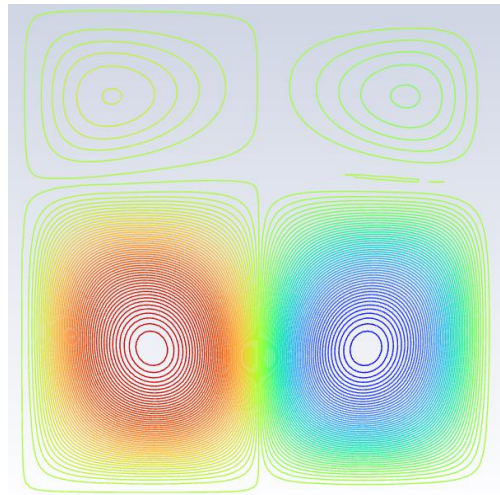
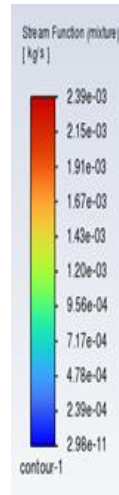
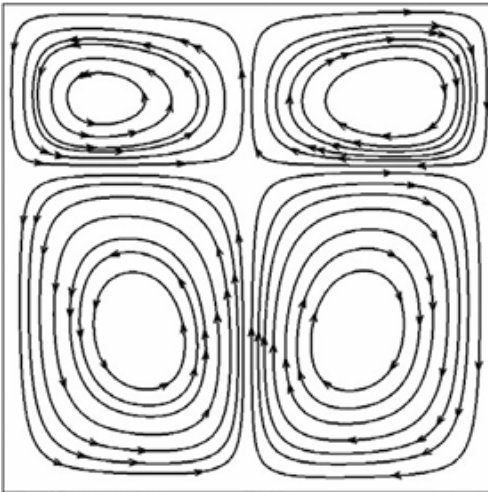
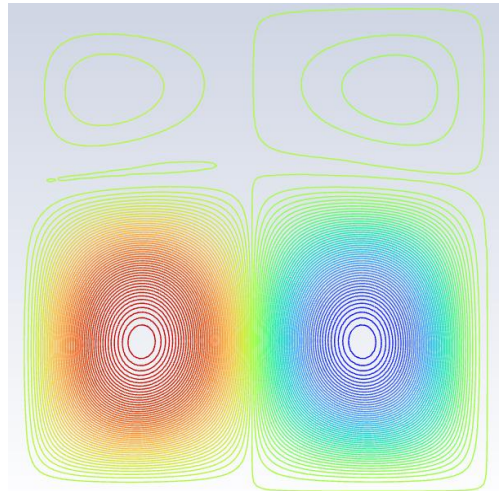
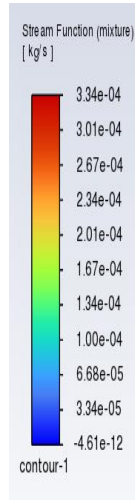
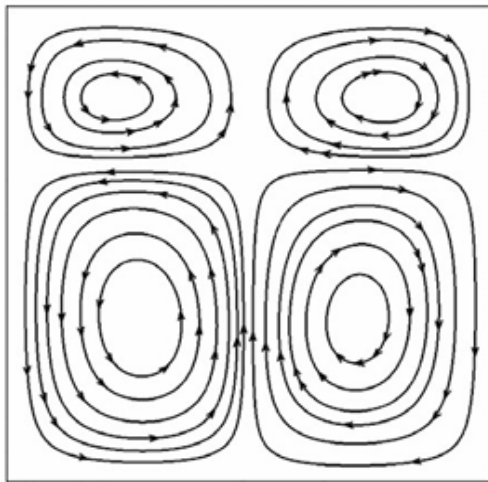
Figure III.14: Comparaison des lignes de courants pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$



Aimad Koulali, & al. (2023)

Présent travail

Figure III.15: Comparaison des lignes de courants pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$



Aimad Koulali, & al. (2023)

Présent travail

Figure III.16: Comparaison des lignes de courants pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$ et $Ra=10^4$ et $Ra=10^5$

| | | $Ra=10^4$ | <i>Erreur</i> | $Ra=10^5$ | <i>Erreur</i> |
|--------------------|-----------------------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| $h = \frac{H}{2}$ | Aimad Koulali, & al. (2023) | 0.67 | 9,3% | 0.96 | 4,56% |
| | Présent travail | 0.733 | | 1.00 | |
| $h = \frac{H}{3}$ | Aimad Koulali, & al. (2023) | 0.55 | 15,5% | 0.85 | 9,5% |
| | Présent travail | 0.635 | | 0.93 | |
| $h = \frac{2H}{3}$ | Aimad Koulali, & al. (2023) | 0.69 | 10,8% | 1.00 | 18% |
| | Présent travail | 0.615 | | 1.18 | |

Conclusion :

La comparaison des résultats par rapport à la référence citée montre un assez bon accord qualitatif et quantitatif, fournissant ainsi suffisamment de confiance dans le modèle mathématique adopté et dans le code de calcul exploité.

Chapitre 4

Résultats et discussions

I. Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est d'examiner l'effet des paramètres géométrique et physique pour le modèle physique considéré. Dans ce modèle, les calculs sont effectués dans une cavité cylindrique vertical contenant deux fluide non miscible et imposant un gradient de températures entre la base de la cavité horizontale et la paroi cylindrique verticale. Cependant, une étude paramétrique sera effectuée pour différents paramètres contrôlant ce problème de transfert de chaleur par convection naturelle tel que le nombre de Rayleigh, les rapports de forme de l'espace cylindrique et la différence de hauteur des fluides. En plus, des simulations numériques sont effectuées pour analyser le comportement dynamique et thermique au sein du fluide. Plusieurs résultats ont été obtenus à partir de cette étude.

II. Effet du nombre de Rayleigh

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement convectif est le nombre de Rayleigh qui représente le rapport entre les forces de flottabilité (poussée d'Archimède) et les forces de dissipation (viscosité et diffusivité thermique) d'où, il sera nécessaire d'interpréter les résultats numériques obtenues lorsque les températures sont imposées sur la paroi inférieur de la cavité cylindrique vertical. Nous varions le nombre de Rayleigh entre 10^3 et 10^6 en gardant la hauteur de fluide constant en supposant que le gradient de température imposé maintient un régime laminaire. Nous nous limiterons donc dans ce paragraphe à mettre en évidence l'influence du nombre de Rayleigh sur l'écoulement de fluide. Nous discuterons les premiers résultats obtenus sous forme de lignes de courants pour l'écoulement et isothermes pour le transfert de chaleur.

Le gradient de température étant le moteur de la convection naturelle, le transfert de chaleur affecte fortement le mouvement du fluide. Les profils de température au milieu de la zone du fluide et la distribution de température (les isothermes), sont tracés sur les *figure IV.1* et *IV.3*. Ils montrent que lorsque le nombre de Rayleigh est faible $Ra=10^3$, les isothermes des deux zones de fluides sont parallèles et uniformément réparties. Les forces de flottabilité ne sont pas assez importantes par rapport aux forces de viscosité pour provoquer le mouvement des particules du fluide, et le transfert de chaleur reste essentiellement conductif.

Lorsque le nombre de Rayleigh augmente à $Ra = 10^4$ le gradient de température devient plus intense ce qui induit une légère prédominance de la convection et crée une cellule au centre de l'espace cylindrique. Les configurations d'écoulement indiquent les zones où la convection favorise le transfert de chaleur entre fluide 1 et fluide 2. Ceci nous permet de définir un nombre de Rayleigh critique à partir duquel on passe d'un régime conductif vers un régime convectif.

Lorsque $Ra=10^5$, la déformation des isothermes augmente. Lorsque $Ra=10^6$, les couches limites thermiques deviennent plus minces et les isothermes deviennent stratifiées (**Figure IV.2**). La dominance du régime convectif à l'intérieur de la couche Fluid-1 permet un plus grand transfert de chaleur de la source située au fond de la cavité vers la couche Fluid-2. Avec l'augmentation du transfert de chaleur entre les deux régions, le régime convectif se propage également et qui est mis en évidence en observant la distribution de température dans la zone du fluide supérieure. À partir de là, nous remarquons que les isothermes dans la région Fluid-2 subissent une distorsion plus remarquable pour des valeurs de nombre de Rayleigh plus élevées. On peut conclure que le régime dominant dans la couche fluide supérieure dépend totalement du régime qui contrôle la formation des écoulements et la distribution de la température dans la région Fluid-1. Par ailleurs, suite à la symétrie dans les conditions aux limites adoptées, les résultats gardent leurs symétries pour les différents nombres de Rayleigh.

Pour plus de justification concernant la distribution de la température dans la cavité, la **Figure IV.3**, montre les profils de température le long $y=0.75$, où nous constatons des valeurs comprises entre une valeur maximale correspondante à la température de fluide. En notant que $Ra=10^3$ et $Ra=10^4$, il n'y a aucun signe de changement de température à l'intérieur des liquides, ce qui signifie qu'il n'y a pas de transfert de chaleur significatif du premier liquide au deuxième liquide, contrairement à ce que nous avons observé lorsque $Ra=10^5$ et $Ra=10^6$, le transfert de chaleur est important pour les nombres de Rayleigh élevés et qui traduit le rapport des forces de flottabilité (poussée d'Archimède) et forces de dissipation (viscosité et diffusivité thermique). Cette augmentation résulte d'une faible valeur de la viscosité et de la diffusivité thermique du deuxième fluide.

L'effet du nombre de Rayleigh sur le champ de vitesse est mis en évidence en observant les profils de vitesses axiales V , suivant la direction horizontale de l'espace de cylindre à $y=0.75$ (**Figure IV.6**).

On remarque la formation de quatre cellules deux dans fluide 1 et deux dans fluide 2 intensifiées contrarotatives dont deux tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et la deuxième tourne dans le sens contraire. Cette solution présente un écoulement symétrique montre la formation de deux vortex contrarotatifs pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh les profils des vitesses nous confirment une prédominance du régime conductif pour des nombres de Rayleigh faibles ($Ra \leq 10^4$) **Figure IV.4**. Les vitesses des particules fluides sont presque nulles le mouvement de fluide faible les cellules espacé ; donc le transfert de chaleur entre les deux parois isothermes s'effectue uniquement par conduction thermique. Par contre, lorsque le nombre de Rayleigh à 10^5 , les particules fluides se mettent en mouvement entraînées par les forces de flottabilité qui ont pu dominer les forces visqueuses lorsque le nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de cylindre augmente et les centres vortex des lignes de courant se déplacent vers le haut **Figure IV.5**.

pour le nombre de Rayleigh égale à 10^6 , on constate que la vitesse est plus élevée et plus importante là où la couche limite est plus mince entre les deux fluides les lignes de courant sont serrées et ce qui traduit un écoulement accéléré.

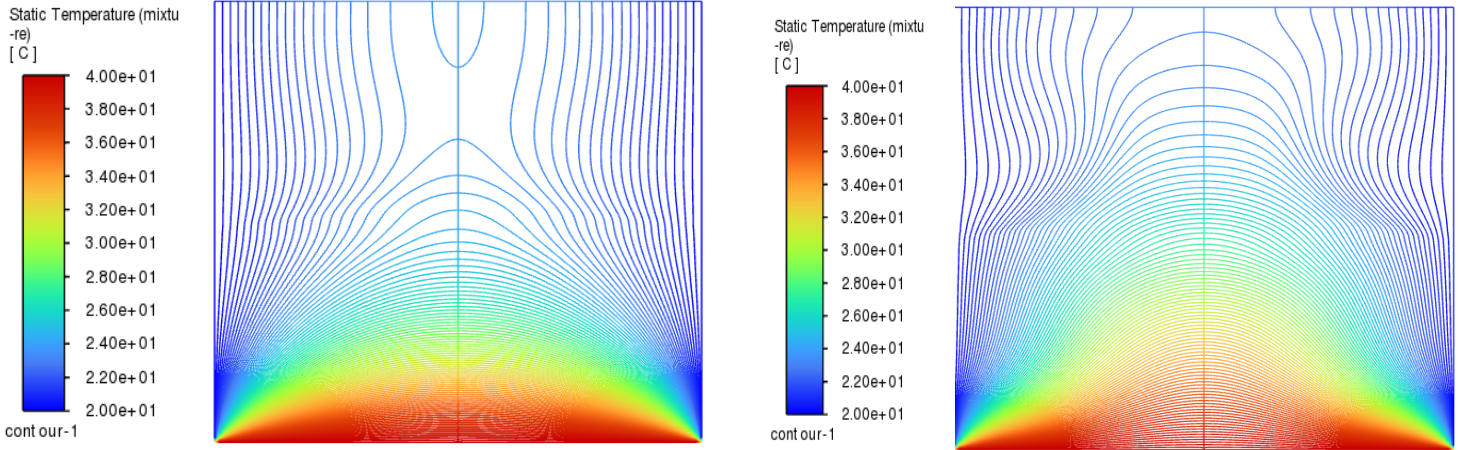


Figure IV.1 lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^3$ et $Ra=10^4$

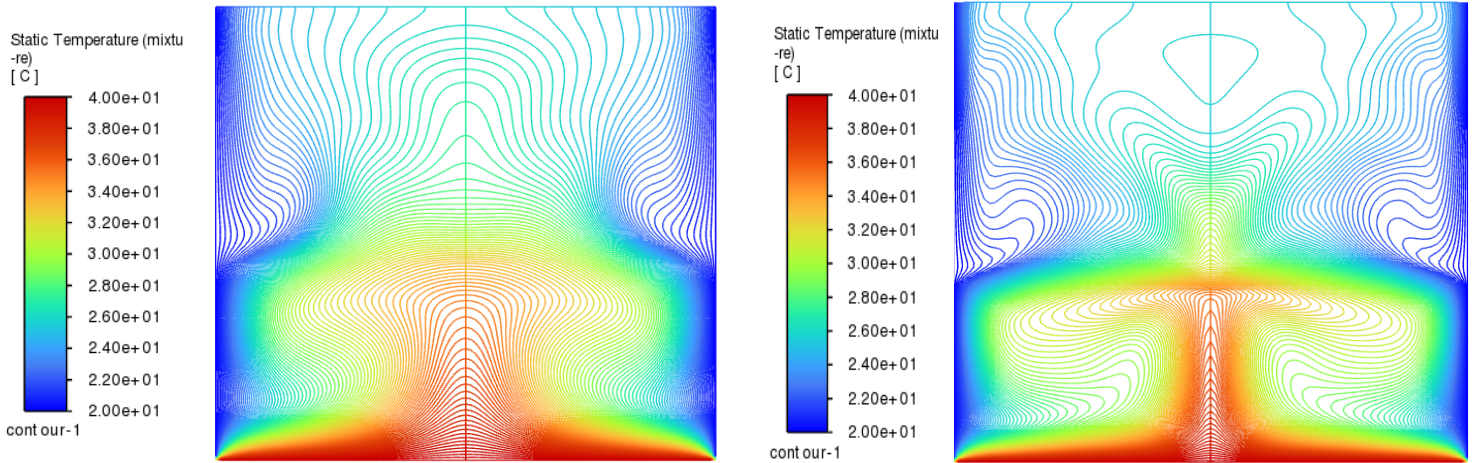


Figure IV.2 lignes d'isothermes pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^5$ et $Ra=10^6$

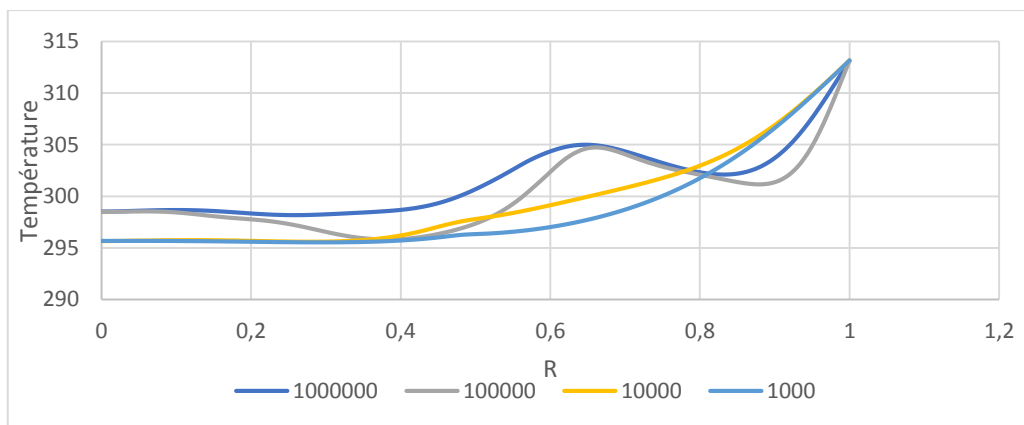


Figure IV.3 Profils de température avec la distance horizontale pour $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ pour Ra variant entre 10^3 et 10^6

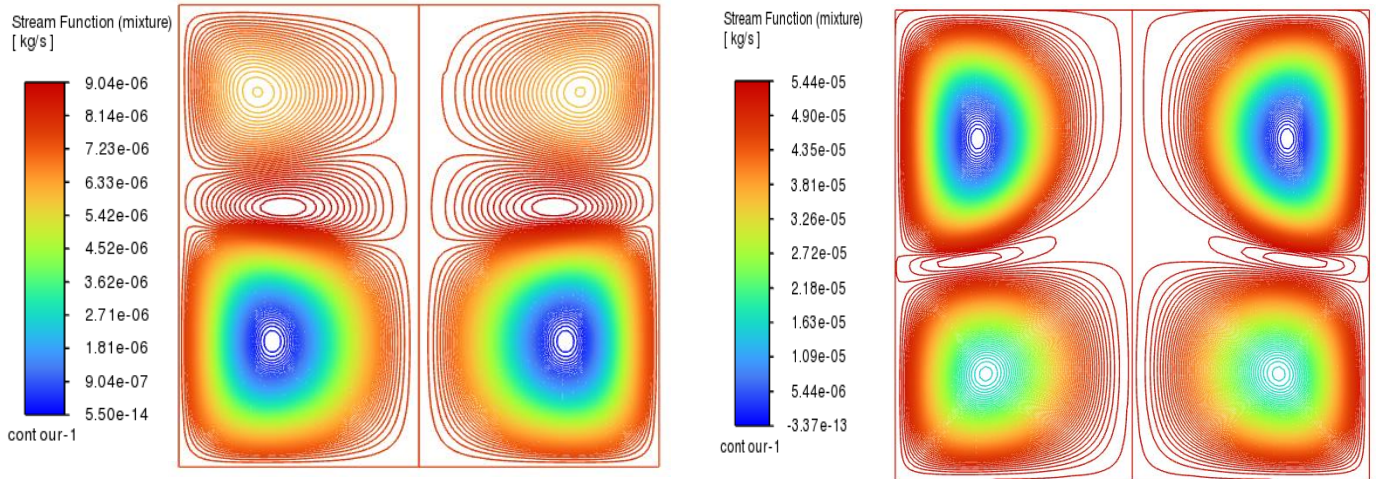


Figure IV.4 lignes de courants pour $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^3$, $Ra=10^4$

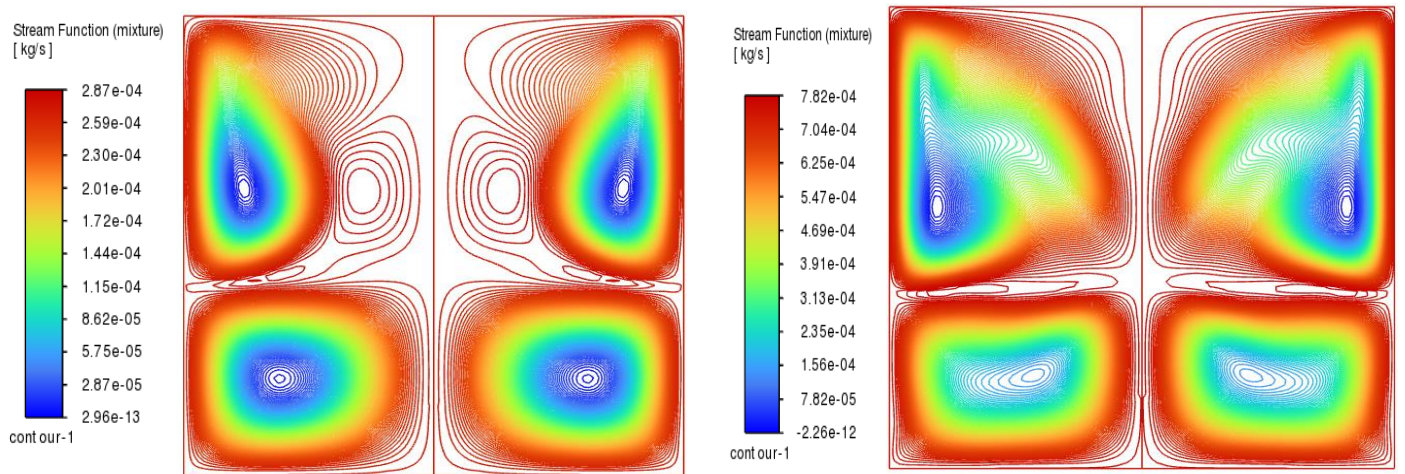


Figure IV.5 lignes de courants pour $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et $Ra=10^5$, $Ra=10^6$

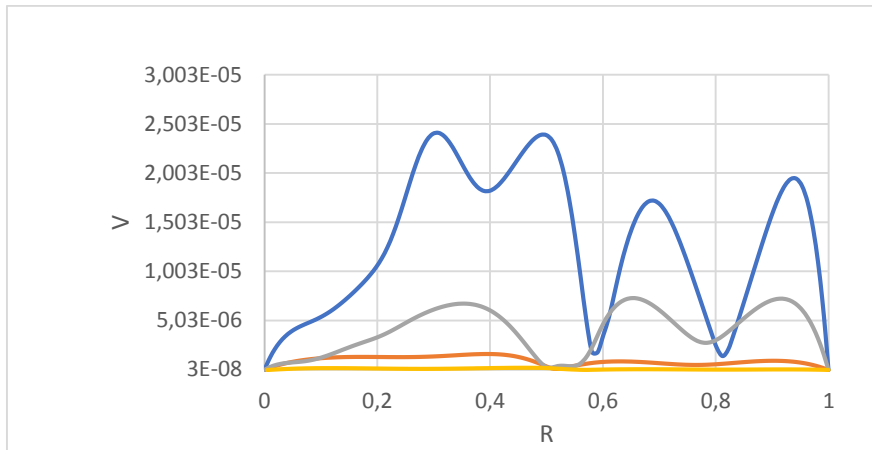


Figure IV.6 La variation du profil de la vitesse Axiale avec la distance horizontale pour $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ et Ra varier entre 10^3 et 10^6

Fig.VI.7.Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh thermique.

On note que lorsque le nombre de Rayleigh est inférieur à 10^4 , on remarque que le nombre de Nusselt moyen augmente lentement car le mode dominant de transfert de chaleur est la conduction, puis augmente de manière significative avec l'augmentation de Rayleigh car le mode de transfert de chaleur prédominant est la convection.

III. Effet du rapport de hauteur des fluides

Les résultats sont présentés en termes de lignes de courant et lignes d'isothermes **Figure IV.6** à l'intérieure des deux régions eau et l'huile pour un nombre de Rayleigh constant à 10^5

Nous remarquons lorsque rapporte de hauteur entre deux fluides $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$ la déformation des isothermes augmente. La dominance du régime convectif à l'intérieur de la couche Fluid-1 permet un plus grand transfert de chaleur de la source située au fond de la cavité vers la couche Fluid-2.

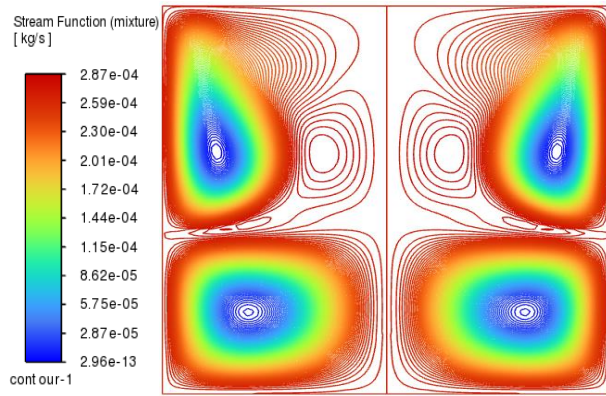
lorsque rapporte de hauteur entre deux fluides $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$ La convection prend du temps pour se déplacer du Fluid-1 au Fluid-2 en raison de la distance entre le fluide supérieur et la paroi chaude.

lorsque rapporte de hauteur entre deux fluides $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$ La convection prend un peu de temps pour se déplacer du Fluid-1 au Fluid-2 en raison de la proximité du fluide supérieur et la paroi chaude.

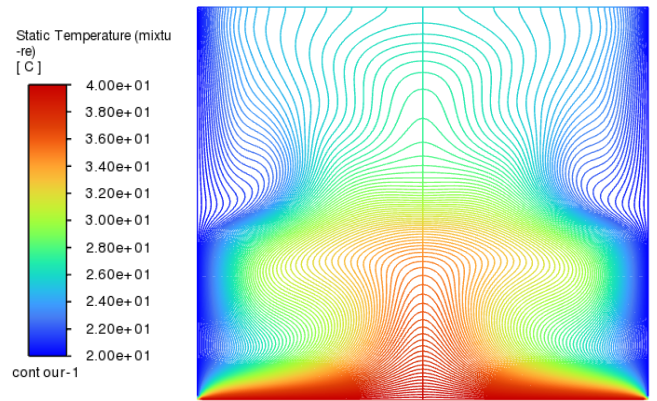
Nous remarquons lorsque rapporte de hauteur entre deux fluides $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$, les particules fluides se mettent en mouvement entraînées par les forces de flottabilité qui ont pu dominer les forces visqueuses lorsque le nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation entre Fluid-1 au Fluid-2 augmente nous remarquons les cellules de champ de vitesse s'écrivent et le mouvement accéléré $h_1 = h_2$.

lorsque rapporte de hauteur entre deux fluides $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$ nous regardons deux cellules au Fluid-1 plus grande et s'écrivent En raison de leur proximité à la paroi chaude, Est remarquons deux petite cellule dans Fluid-2 à raison de la distance entre le Fluid-2 et la paroi chaude $h_1 > h_2$.

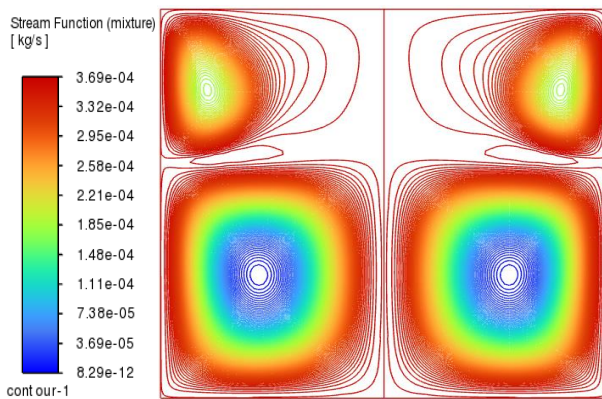
lorsque rapporte de hauteur entre deux fluides $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$ nous regardons deux petite cellules au Fluid-1 en s'écrivent à raison de leur proximité à la paroi chaude le mouvement accéléré, Est remarquons deux grand cellule dans Fluid-2 à raison de la distance entre le Fluid-2 et la paroi chaude $h_1 < h_2$.



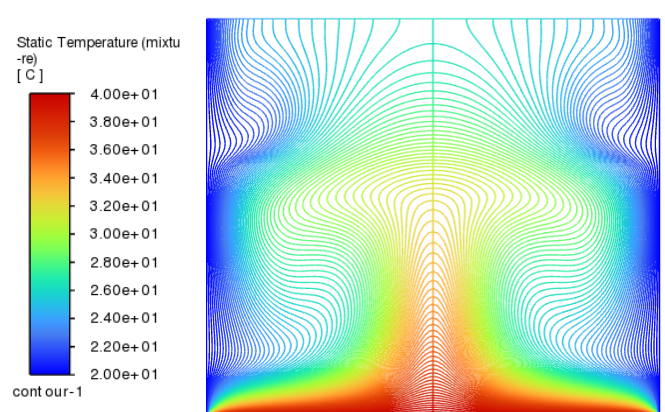
ligne de courant pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$



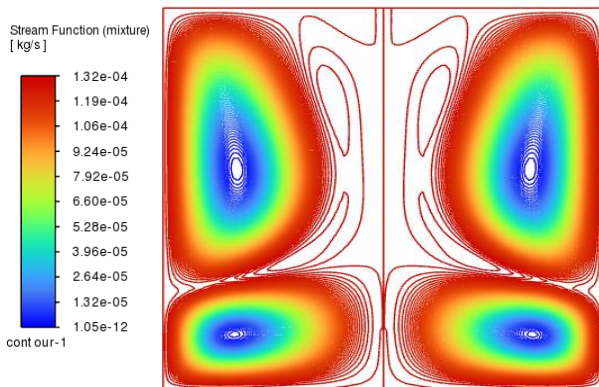
ligne d'isotherme pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$



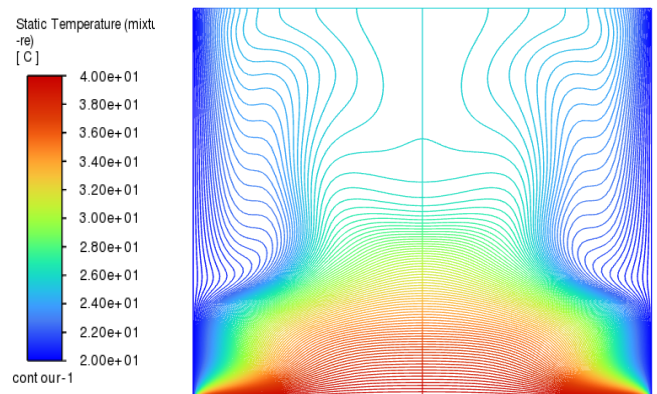
ligne de courant pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$



ligne d'isotherme pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$



ligne de courant pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$



ligne d'isotherme pour un $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$

Figure IV.8 lignes de courant et lignes d'isothermes dans la variation rapporte de

hauteur des fluides $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$; $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$; $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$ à $Ra = 10^5$

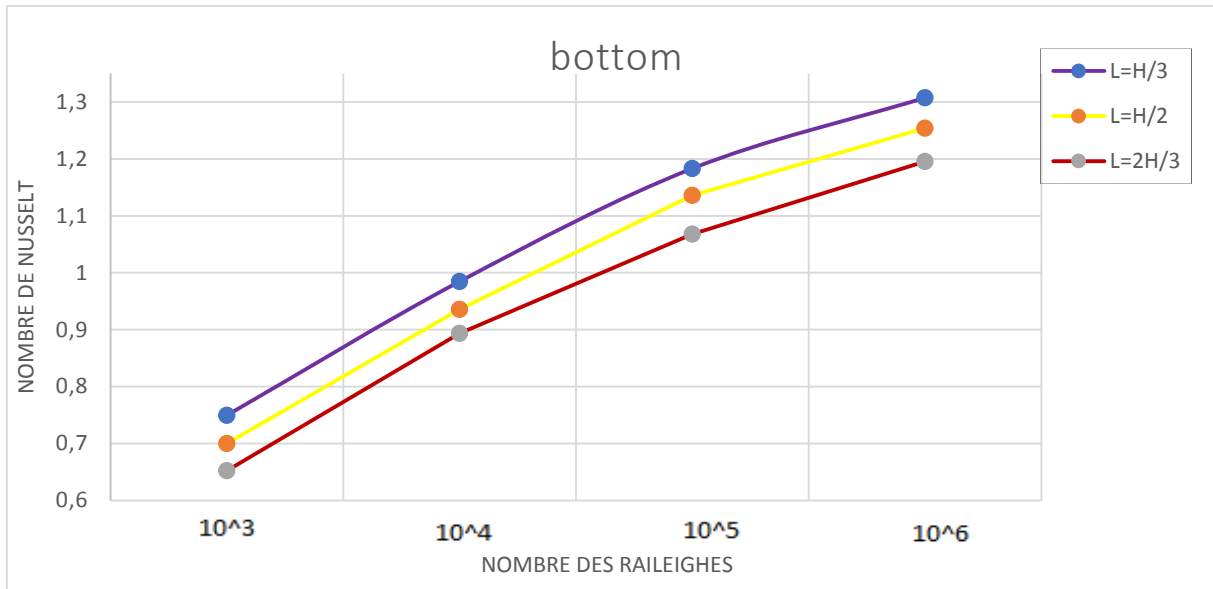


Figure IV.9 Effet du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt en fonction de la hauteur des fluides

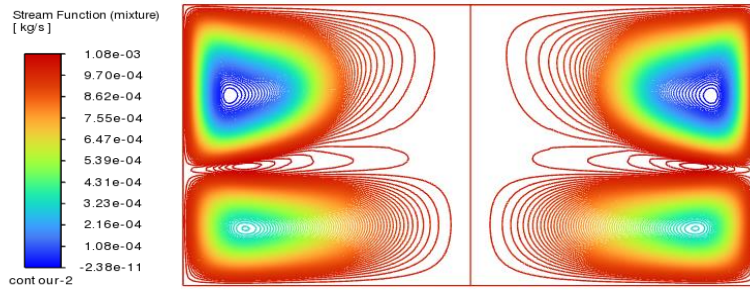
nous pouvons remarquer sur la figure IV.9, qui représente le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs de rapport de hauteur des fluides, que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, ce qui est évident; mais, il augmente lorsque le rapport de hauteur diminue. Cela, s'explique par la hauteur de fluide lorsque $\frac{h_1}{H} < \frac{1}{2}$ qui favorise un meilleur transfert thermique

IV. Effets du rapport de forme

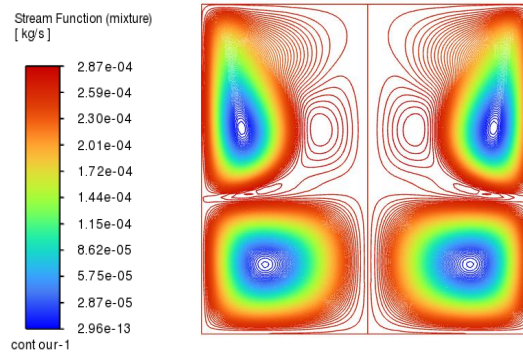
La géométrie des cylindres peut avoir un impact sur la structure de l'écoulement de la convection naturelle, c'est pourquoi nous avons jugé utile d'étudier l'effet du rapport de forme $\frac{H}{R_0}$ sur le comportement de l'écoulement thermique des deux fluides. Nous avons pris trois valeurs du rapport d'aspect $\frac{H}{R_0} = 1, 2 \text{ et } 4$ et déterminé la distribution de la température et la structure de l'écoulement à travers les lignes de courant et lignes isothermes dans les trois cas pour un nombre de Rayleigh constant à 10^5 , qui sont représentés dans les **Figure IV.10** et **Figure IV.11**.

L'écoulement est à deux cellules dans les deux fluides représentés par un vortex tournant au sens contraire des aiguilles d'une montre. Ce phénomène est créé par le fait que le fluide à côté de la paroi chaude reçoit de la chaleur et devient plus léger et ascendant au fluide 2 du fait de la poussée d'Archimède. Par contre à proximité de la paroi froide il se refroidit et devient plus lourd et descendant le long de cette paroi.

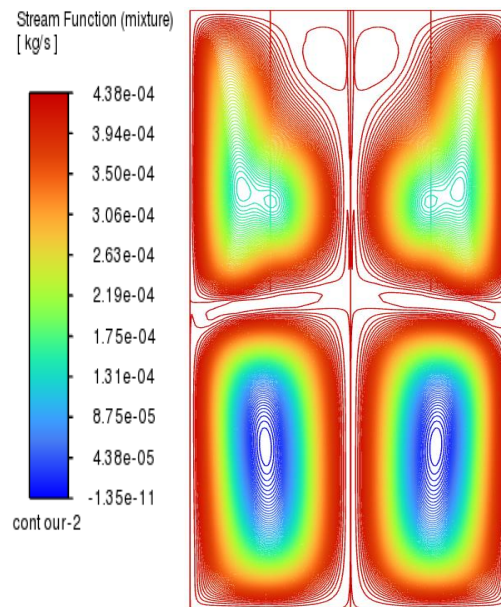
La **figure IV.10 et IV.11** montre comment le rapport de forme géométrique (A) influe sur la structure de l'écoulement. On constate qu'à travers la diminution de la hauteur par rapport au rayon du cylindre qui se distingue par la largeur de la géométrie, intensifie le mouvement du fluide dans les deux zones. La configuration de la cavité a une influence majeure sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Il a été aperçu que l'écoulement suit la figure de la cavité. Dans le cas de la cavité cylindrique verticale, les cellules sont allongées verticalement, tandis que pour le cas où le diamètre égale à la hauteur, une cellule carrée est obtenue et dans le cas la cavité horizontale, les cellules sont allongées horizontalement. Le cœur de la cavité subit un grand changement lorsque la configuration de la cavité est changée. Ceci est traduit par l'allure des isothermes, ils sont serrés à côté de paroi chaude là où le transfert est intéressant et ils deviennent parallèles aux parois vertical donnant un état de stratification thermique pour les deux fluides dans la cavité.



A=1

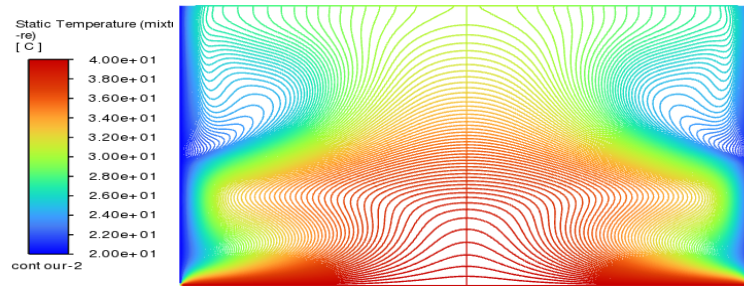


A=2

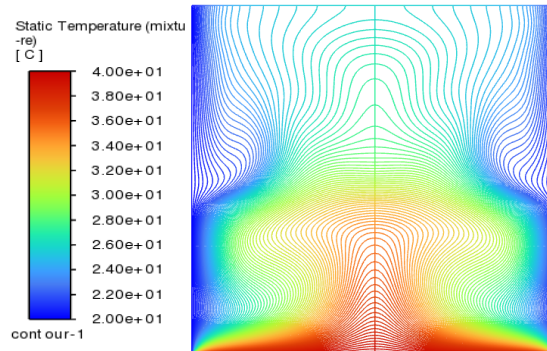


A=4

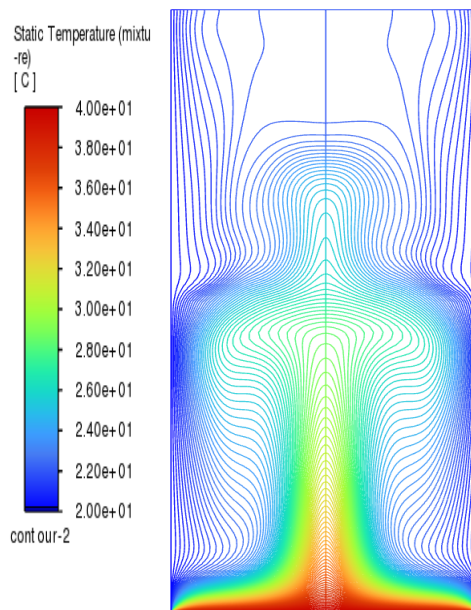
Figure IV.10 Les lignes de courants pour différents rapport de forme à $Ra=10^5$, et $A = 1, 2$ et 4



A=1



A=2



A=4

Figure IV.11 Les lignes de isothermes pour différents rapport de forme à $Ra=10^5$ et $A = 1, 2$ et 4

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons présenté une étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une cavité cylindrique remplie avec deux fluides non miscibles.

La configuration géométrique du modèle physique est un cylindre, cette dernière est chauffée isothermiquement par le bas. En effet, la paroi inférieure est chauffée à température imposée, la paroi verticale cylindrique est froide et la paroi supérieure est adiabatique. Les équations qui régissent cet écoulement ont été résolues numériquement à l'aide d'un code CFD commercial basé sur la méthode des volumes finis en utilisant l'algorithme couplé.

Les résultats obtenus sous formes de lignes de courant et d'isothermes nous ont permis d'analyser les structures d'écoulement et le transfert de chaleur ainsi que les variations du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh et d'autres paramètres géométriques.

Les simulations numériques sont effectuées pour des nombres de Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 et une différents rapports de hauteur entre les deux fluides $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{2}$; $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$; $\frac{h_1}{H} = \frac{1}{3}$ et pris trois valeurs du rapport de forme $\frac{H}{R_0} = 1, 2 \text{ et } 4$

Pour examiner les effets des paramètres pertinents sur l'écoulement hydrodynamique et le transfert de chaleur dans notre configuration, nous avons subdiviser cette étude en trois parties principales : l'effet du nombre de Rayleigh, l'effet du rapport de hauteur des fluides et l'effet du rapport de forme.

Les résultats ont été représentés sous forme de lignes de courant, d'isothermes, de profils de vitesse et de température au milieu de chaque fluide, Les résultats principaux se résument comme suit:

- Les résultats obtenus montrent que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation le rapport de forme de l'espace cylindrique. Ainsi le taux de transfert de chaleur augmente en fonction du nombre de Rayleigh.
- Le mode de transfert de chaleur par conduction est dominant pour des faibles valeurs du nombre de Rayleigh, mais à des valeurs plus élevées le taux de transfert de chaleur augmente, dominé par la convection naturelle.
- Il a été constaté que le rapport de hauteur de l'espace cylindrique est un des paramètres les plus importants qui influe sur le transfert de chaleur.

- L'étude montre que la structure d'écoulement est fortement influencée par le rapport de forme.

Références bibliographique

- [1] **Aimad Koulali, Adel Sahi, Bachir Meziani, Abderrahmane Aissa, Djamel Sadaoui & Hafiz Muhammad Ali** (2023) CFD analysis of natural convection between two superposed fluids: role of corrugated bottoms, *Chemical Engineering Communications*, 210:5, 670-686
- [2] **Fakhreddine Oueslati, Rachid Bennacer, Habib Sammouda, Ali Belghith.** Convection naturelle dans une cavité horizontale occupée par deux fluides non miscibles: solution analytique et numérique. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00158373
- [3] **S.BENSAADA M.T.BOUZIANE,** TRANSFERT DE CHALEUR Novembre 2019 <https://www.researchgate.net/publication/337155568>
- [4] **Villers D, Platten JK. 1988.** Thermal convection in super posed immiscible liquid layers. *Appl Sci Res.* 45(2): 145–152.
- [5] **Prakash, J.N. Koster** Convection in multiple layers of immiscible liquids in a shallow cavity—I. Steady natural convection April 1994
- [6] **A.A.GUBAIDULLIN, Jr. and B.R. SEHGAL** NUMERICAL ANALYSIS OF NATURAL CONVECTION IN A DOUBLE-LAYER IMMISCIBLE SYSTEM
- [7] **J. N. KOSTERt and KY NGUYEN** Steady natural convection in a double layer of immiscible liquids with density inversion *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 39, No. 3, pp. 467~78, 1996
- [8] **Yves JANNOT** TRANSFERTS THERMIQUES 2012 <http://www.thermique55.com/principal/thermique.pdf>
- [9] **Audrius Gr, Algirdas Kaliaatka, Eugenijus Uspuras** Numerical investigation of two-phase natural convection and temperature stratification phenomena in a rectangular enclosure with conjugate heat transfer 20 June 2019
- [10] **Rémi Dreyfus, Hervé Willaime & Patrick Tabeling** (2003) Écoulements diphasiques (eau-huile) : structures et mouillage, *La Houille Blanche*, 89:5, 92-96
- [11] **Abdelkader Salim.** Ecoulements diphasiques liquide-gaz et liquide-liquide dans les microcanaux: Ap port de l’analyse d’image. *Sciences de la Terre.* Université Henri Poincaré- Nancy 1, 2006

- [12] **Salari M, Malekshah EH, Malekshah MH. 2018.** Natural convection in a rectangular enclosure filled by two immiscible fluids of air and Al₂O₃-water nanofluid heated partially from side walls. *Alex Eng J.* 57(3):1401–1412
- [13] **de Oliveira JL, Barbosa de Lima AG, Pereira Ramos R, Fernandes Magalhães HL, Gomes dos Santos WR, de Farias Neto SR. 2019.** Two-phase flow (oil and water) in ducts with the elliptical cross-section: modeling and simulation. *Diffus Found.* 24:61–75.
- [14] **Oueslati FS, Bennacer R, El Ganaoui M. 2015.** Analytical and numerical solution to the convection problem in a shallow cavity filled with two immiscible superposed fluids. *Int J Therm Sci.* 90:303–310.
- [15] **Stamenkovic Z, Nikodijevic D, Milenkovic D, Blagojevic B, Nikodijevic J. 2011.** Flow and heat Transfer of two immiscible fluids in the presence of uniform inclined magnetic field. *Math Prob Eng.* 2011:1–18.
- [16] **Pr. B. KHARBOUCH** Transfert de chaleur Partie C O N V E C T I O N 2018/19 cours
https://energetique.uae.ma/formations/cours_informations/cours/cours_kharbouch/cours_convection_lf_2019.pdf

