



République Algérienne Démocratique et Populaire  
UNIVERSITE ABDELHAMID IBN-BADIS MOSTAGANEM

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique

N° D'ORDRE : ....



# Thèse

Présentée pour obtenir

**LE DIPLOME DE DOCTORAT EN SCIENCES**

Filière : **GENIE MÉCANIQUE**

Spécialité : **Énergétique**

Par

**BOUAMOUD Benameur**

**Étude de la Convection Naturelle dans une Cavité  
Remplie par un Nanofluide par la Méthode  
de Boltzmann sur Réseau**

Soutenue le : 08/07/2024, devant le jury d'examen composé de :

Président :	M. RETIEL Nouredine	Professeur	UMAB
Directeur de thèse :	M. HOUAT Samir	Professeur	UMAB
Examineur :	M. KHORSI Azzedine	Professeur	ESGEE ORAN
Examineur :	M. OUADHA Ahmed	Professeur	USTO
Invité :	M. GHEZZAR Mouffok Redouane	Professeur	UMAB

**ANNEE UNIVERSITAIRE : 2023/2024**



# Remerciements

En premier lieu, je dis : Louange à Allah qui m'a donné le courage et la foi nécessaires à la réalisation de ce modeste travail.

Le travail présenté dans cette thèse a été réalisé au sein du Laboratoire de Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques (LMNEPM), Équipe de Modélisation et Simulation Mésoscopique des Phénomènes de Transfert (EMSMPT) à la Faculté des Sciences et de la Technologie, Université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem, sous la direction du Professeur HOUAT Samir.

Je remercie sincèrement mon directeur de thèse, le Professeur HOUAT Samir, de m'avoir donné la chance de travailler avec une grande autonomie sur un sujet récent, riche et très diversifié. Ce travail n'aurait pu aboutir sans ses remarques constructives, sa disponibilité, et surtout, ses qualités humaines exceptionnelles, qui m'ont permis de travailler avec joie et persévérance durant toutes ces années de travail au laboratoire LMNEPM. Qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude et de ma reconnaissance.

Mes remerciements vont aussi à M. RETIEL Nouredine, Professeur à l'UMAB qui a bien voulu présider ce jury, ainsi qu'à l'ensemble des membres du jury, qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir examiner avec attention mon travail : M. OUADHA Ahmed, Professeur à l'USTO-MB, M. KHORSI Azzedine, Professeur à l'ESGEE d'ORAN, et M. GHEZZAR Mouffok Redouane, Professeur à l'UMAB. Qu'ils trouvent ici l'expression de mes vifs remerciements et ma haute appréciation.

Mes vifs et sincères remerciements vont également à M. SARDOU Miloud, Professeur à l'UMAB ainsi qu'à tous mes amis.

Ma plus profonde gratitude va à l'égard de mes chers parents. Qu'Allah leur accorde une vie pleine de santé, de joie et de bonheur.

Je voudrais remercier ma famille pour l'aide et le support qu'ils ont démontré à mon égard. Je remercie Mohamed Rassim et je lui souhaite tout ce qu'il y a de meilleur.

# Résumé

Cette étude présente une analyse numérique de l'amélioration du transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte carrée remplie de nanofluide à différentes inclinaisons. Afin d'atteindre cet objectif, des simulations bidimensionnelles ont été réalisées à l'aide d'un code personnalisé basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau thermique (TLBM) et une approche à double fonction de distribution (DDF) avec deux configurations de réseau différentes, à savoir D2Q9 pour le champ dynamique et D2Q5 pour le champ thermique. La comparaison des résultats numériques obtenus lors des travaux de validation pour le problème de la cavité carrée différentiellement chauffée pour fluide pur et nanofluide a montré un accord favorable avec les résultats rapportés dans la littérature. Une étude a été menée pour analyser les caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur en variant le nombre de Grashof dans la plage de  $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ , la concentration de nanoparticules dans la plage de  $0 \% \leq \phi \leq 3 \%$ , ainsi que la longueur de la portion chauffée et l'angle d'inclinaison dans les plages de  $0.2 \leq l/H \leq 0.8$  et  $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$ , respectivement. Les résultats indiquent que le nombre de Nusselt augmente à mesure que les paramètres de contrôle augmentent, à l'exception de l'angle d'inclinaison. Les améliorations les plus élevées du transfert de chaleur ont été observées aux angles  $\gamma = 45^\circ$  et  $\gamma = 30^\circ$  pour  $Gr = 10^3$  et  $Gr > 10^3$ , respectivement. Une corrélation pour le nombre de Nusselt a été établie spécifiquement pour le cas de  $\gamma = 0^\circ$ , ce qui pourrait être d'une valeur significative dans le domaine de la gestion thermique pour les applications utilisant cette configuration particulière.

**Mots clés :** Convection naturelle, Nanofluide, Méthode de Boltzmann sur réseau thermique, Enceinte carrée inclinée.

# Abstract

This study presents a numerical analysis of the enhancement in heat transfer through natural convection within a square enclosure filled with nanofluid at various inclinations. In order to achieve this objective, two-dimensional simulations were conducted using a customized code based on the thermal lattice Boltzmann method (TLBM) and a double distribution function (DDF) approach with two different lattice configurations, namely D2Q9 for the dynamic field and D2Q5 for the thermal field. The comparison of the numerical results obtained in the validation work for the differentially heated square cavity problem for both pure fluid and nanofluid demonstrated a favourable agreement with the findings reported in literature. An investigation was carried out to analyse the flow and heat transfer characteristics by varying the Grashof number in the range of  $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ , the nanoparticle concentration in the range of  $0\% \leq \phi \leq 3\%$ , and the heater length and inclination angle in the ranges of  $0.2 \leq l/H \leq 0.8$  and  $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$  respectively. The results indicated that the Nusselt number increases as the control parameters are increased, except for the inclination angle. The highest enhancements in heat transfer were observed at angles  $\gamma=45^\circ$  and  $\gamma=30^\circ$  for  $Gr=10^3$  and  $Gr>10^3$  respectively. A correlation for the Nusselt number was established specifically for the case of  $\gamma=0^\circ$ , which could be of significant value in the field of thermal management for applications utilizing this particular configuration.

**Keywords:** Natural convection, Nanofluid, Thermal lattice Boltzmann method, Inclined square enclosure.

## ملخص

تقدم هذه الدراسة تحليلاً عددياً لتعزيز انتقال الحرارة من خلال الحمل الحراري الطبيعي داخل حاوية مربعة مملوءة بمائع نانوي في ميول مختلفة. ومن أجل تحقيق هذا الهدف، تم إجراء عمليات محاكاة ثنائية الأبعاد باستخدام برنامج مخصص يعتمد على طريقة بولتزمان على الشبكة الحرارية مع تكوينين مختلفين للشبكة، وهما D2Q9 للمجال الديناميكي و D2Q5 للمجال الحراري و دالة توزيع مزدوج DDF. أظهرت مقارنة النتائج العددية التي تم الحصول عليها في أعمال التحقق من الصحة لمشكلة التجويف المربع المسخن بشكل مختلف لكل من المائع النقي والمائع النانوي اتفاناً جيداً مع النتائج الواردة في الأدبيات. تم إجراء بحث لتحليل خصائص التدفق وانتقال الحرارة من خلال تغيير رقم جراشوف في نطاق  $10^3 \sim 10^5$ ، تركيز الجسيمات النانوية في نطاق  $0\% \leq \phi \leq 3\%$ ، وطول الجزء المسخن وزاوية الميل في نطاقات  $0.2 \sim 0.8$  و  $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$  على التوالي. أشارت النتائج إلى أن رقم نسلت يزداد مع زيادة معاملات التحكم باستثناء زاوية الميل. لوحظت أعلى التحسينات الحرارية عند زاوية الميل  $\gamma = 45^\circ$  لرقم جراشوف  $10^3$  و  $\gamma = 30^\circ$  لرقم جراشوف  $< 10^3$ . تم إنشاء ارتباط لرقم نسلت خصيصاً للحالة  $\gamma = 0^\circ$  والذي يمكن أن يكون ذا قيمة كبيرة في مجال تسيير الحرارة للتطبيقات التي تستخدم هذا التكوين المحدد.

**الكلمات المفتاحية:** الحمل الحراري الطبيعي، المائع النانوي، طريقة بولتزمان على الشبكة، الحاوية

المربعة الشكل.

# Nomenclature

$cp$	Chaleur spécifique [J/kg.K]
$d$	Diamètre de nanoparticule [nm]
$e_i$	Vitesse microscopique
$F$	Force de flottabilité
$f$	Fonction de distribution pour le fluide
$g$	Fonction de distribution pour la température
$g$	Accélération due à la gravité
$Gr$	Nombre de Grasho
$H$	Hauteur de la cavité [m]
$k$	Conductivité thermique [W/mK]
$l$	Longueur de la portion chauffée [m]
$L$	Longueur adimensionnelle de la portion chauffée
$Nu$	Nombre de Nusselt moyen
$P$	Pression [Pa]
$Pr$	Nombre de Prandtl
$T$	Température [K]
$t$	Temps [s]
$u, v$	Composantes de la vitesse [m/s]
$U, V$	Composantes adimensionnelles de la vitesse
$x, y$	Coordonnées cartésiennes [m]
$X, Y$	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles
$\mathbf{x}$	Vecteur de position
$w$	Facteur de poids

## SYMBOLES GREQUES

$\alpha$	Diffusivité thermique [m <sup>2</sup> /s]
$\beta$	Coefficient d'expansion thermique [1/K]
$\gamma$	Angle d'inclinaison de la cavité [°]
$\Delta t$	Pas de temps

$\theta$	Température adimensionnelle
$\mu$	Viscosity dynamique [Pa s]
$\nu$	Viscosity cinématique [m <sup>2</sup> /s]
$\rho$	Densité [kg/m <sup>3</sup> ]
$\tau$	Temps de relaxation
$\phi$	Concentration de nanoparticules
$\mathcal{L}$	Opérateur de collision

### EXPOSANTS

<i>eq</i>	Équilibre
<i>T</i>	Température

### INDICES

<i>C</i>	Froid
<i>f</i>	Fluid de base
<i>H</i>	Chaud
<i>i</i>	Direction de propagation de particules
<i>nf</i>	Nanofluide
<i>p</i>	Nanoparticule
<i>0</i>	Valeur Moyenne
<i><math>\alpha</math></i>	Réfère à la température
<i><math>\nu</math></i>	Réfère au fluide

### ABRÉVIATIONS

<i>CA</i>	Cellular automata
<i>DDF</i>	Double distribution function
<i>FDM</i>	Finite difference method
<i>FVM</i>	Finite volume method
<i>LBM</i>	Lattice Boltzmann method
<i>LGA</i>	Lattice gas automata
<i>MRT</i>	Multiple relaxation time
<i>NS</i>	Navier-Stokes
<i>SRT</i>	Single relaxation time
<i>TLBM</i>	Thermal lattice Boltzmann method
<i>TRT</i>	Two relaxation time

# Sommaire

Résumé.....	i
Nomenclature .....	iv
Liste des figures .....	ix
Liste des tableaux.....	xii
<b>Chapitre 1</b> <b>Généralités sur le transfert de chaleur et les nanaofluides</b> .....	<b>3</b>
1.1    Transfert de chaleur .....	4
1.1.1    Conduction .....	4
1.1.2    Rayonnement.....	4
1.1.3    Convection .... ..	5
1.1.3.1    Domaine d’applications du transfert de chaleur par convection .....	5
1.1.3.2    Loi de viscosité de Newton .....	6
1.1.3.3    Couches limites.....	6
1.1.3.4    Flux de chaleur échangé à la surface par conduction - Loi de Fourier .....	7
1.1.3.5    Loi de refroidissement par convection – Loi de Newton .....	8
1.1.3.6    Indicateurs de performance thermique .....	8
1.1.3.7    Facteurs influençant le transfert de chaleur par convection naturelle .....	9
1.1.3.8    Enceintes - cavités .....	9
1.1.3.9    Techniques d’amélioration du transfert de chaleur .....	12
1.2    Les nanofluides.....	13
<b>1.2.1    Définition du nanofluide</b> .....	<b>13</b>
<b>1.2.2    Applications des nanofluides</b> .....	<b>14</b>
<b>1.2.3    Méthodes de préparation des nano fluides</b> .....	<b>15</b>
1.2.3.1    Méthode en une étape .....	15
1.2.3.2    Méthode en deux étapes .....	15
1.2.3.3    Amélioration de la stabilité du nano fluide : .....	17
□    Agitation magnétique.....	18
□    Combinaison de différentes techniques .....	18
1.2.4    Mécanismes responsables de l'amélioration du transport thermique dans les nanofluides .....	19

1.2.4.1	Mouvement brownien.....	19
1.2.4.2	Couche interfaciale liquide/particule.....	20
1.2.4.3	Nature du transport de chaleur dans les nanoparticules .....	21
1.2.4.4	Effet de l'amas de nanoparticules.....	21
1.2.4.5	La thermophorèse .....	22
<b>1.2.5</b>	<b>Propriétés thermophysiques des nanofluides .....</b>	<b>22</b>
1.2.5.1	Conductivité thermique .....	22
1.2.5.2	Viscosité .....	26
1.2.5.3	Densité .....	28
1.2.5.4	Chaleur spécifique .....	28
1.2.5.5	Diffusivité thermique.....	28
1.2.5.6	Coefficient d'expansion thermique .....	29
1.3	Conclusion.....	29
<b>Chapitre 2</b>	<b>État de l'art.....</b>	<b>31</b>
2.1	Caractéristiques des nanofluides .....	31
2.1.1	Modèles de conductivité thermique et de viscosité dynamique.....	32
2.1.2	Approches de modélisation numérique des nanofluides .....	36
2.1.3	Effets du mouvement brownien et de la thermophorèse .....	37
2.2	Convection naturelle des nanofluides dans les enceintes rectangulaires.....	38
2.3	Conclusion.....	62
<b>Chapitre 3</b>	<b>Formulation mathématique et procédure de résolution.....</b>	<b>64</b>
3.1	Description du problème : .....	64
3.1.1	III.2 Hypothèses simplificatrices : .....	65
3.1.2	Formulation mathématique du problème .....	65
3.1.2.1	Modèle en deux dimensions : .....	65
3.1.3	Modélisation sous forme adimensionnelle : .....	66
3.1.4	Conditions aux limites : .....	68
3.2	Procédure de résolution .....	68
3.2.1	Théorie cinétique des gaz : .....	70
3.2.2	L'automate cellulaire (CA) : .....	70
3.2.3	Le gaz sur réseau (LGA) : .....	71
3.2.4	Modèles de gaz sur réseau.....	72
3.2.4.1	Le modèle HPP : .....	72

3.2.4.2	Le modèle FHP : .....	72
3.2.5	La Méthode de Boltzmann sur réseau : .....	72
3.2.6	Avantages de la méthode de Boltzmann sur réseau : .....	73
3.2.6.1	L'équation de transport de Boltzmann : .....	74
3.2.6.2	Modèles de temps de relaxation : .....	74
3.2.6.3	Modèle à simple temps de relaxation - Approximation BGK : .....	74
3.2.6.4	La fonction de distribution d'équilibre : .....	74
3.2.6.5	Modèles de réseaux LBM : .....	75
3.2.6.6	Discrétisation de l'équation de Boltzmann : .....	76
3.2.6.7	Conditions aux limites en LBM : .....	76
3.2.6.8	Algorithme de l'équation de transport de Boltzmann sur réseau : .....	79
3.3	Méthode à double population de Boltzmann sur réseau (TLBM) : .....	79
3.3.1	Modélisation du fluide : .....	80
3.3.2	Modélisation du transport de chaleur : .....	80
3.3.3	Conditions aux limites : .....	81
3.4	Conclusion .....	82
<b>Chapitre 4</b>	<b>Résultats et discussions</b> .....	<b>85</b>
4.1	Etude de maillage .....	85
4.2	Problème de référence : convection naturelle dans une cavité carrée .....	87
□	Validation Physique du code numérique .....	87
4.3	Étude paramétrique .....	95
4.3.1	Cavité carrée partiellement chauffée remplie d'un nanofluide .....	95
4.3.1.1	Convection naturelle dans une cavité carrée à parois verticales actives ( $\gamma=0^\circ$ ) .....	95
□	L'effet du nombre de Grashof .....	95
□	L'effet de la fraction volumique solide .....	99
□	L'effet de la longueur de la portion chauffée .....	103
□	Corrélation de transfert de chaleur .....	107
4.3.2	L'effet de l'angle d'inclinaison de la cavité .....	110
	<b>Conclusion générale</b> .....	<b>120</b>
	<b>Références</b> .....	<b>122</b>

# Liste des figures

<b>Figure 1.1</b> : Conduction de chaleur à travers d'un solide ou un fluide stationnaire.....	4
<b>Figure 1.2</b> : Convection de chaleur d'une surface vers un fluide en mouvement ...	5
<b>Figure 1.3</b> : Développement d'une couche limite dynamique près d'une paroi.....	7
<b>Figure 1.4</b> : Développement d'une couche limite thermique près d'une paroi isotherme.....	7
<b>Figure 1.5</b> : Représentation du problème de cavité pour l'écoulement de convection naturelle.....	11
<b>Figure 1.6</b> : Modèle utilisé pour étudier la circulation naturelle d'air dans les bâtiments [19].....	11
<b>Figure 1.7</b> : Modèle utilisé pour étudier la gestion thermique des composants Electroniques [20].....	11
<b>Figure 1.8</b> : Modèle utilisé pour étudier le refroidissement des cellules photovoltaïques par convection [21] .....	12
<b>Figure 1.9</b> : Formes de nanoparticules utilisées pour les nanofluides [22].....	14
<b>Figure 1.10</b> : Préparation des nanofluides par la méthode en une étape [27].....	16
<b>Figure 1.11</b> : Préparation des nanofluides par la méthode en deux étapes [27].....	16
<b>Figure 1.12</b> : L'impact d'un additif sur la stabilité de nanofluide [41].....	19
<b>Figure 1.13</b> : (a) Formation des amas de nanoparticules (chemins de moindre résistance thermique). (b) L'amas de nanoparticules optimal pour l'amélioration de la conductivité thermique [44].....	20
<b>Figure 1.14</b> : Formation d'une couche liquide sur la surface de la nanoparticule [43].....	21
<b>Figure 2.1</b> : Articles publiés sur les nanofluides au cours de la dernière décennie [60].....	32
<b>Figure 2.2</b> : Une comparaison des prédictions, obtenues par le modèle théorique de Brinkman, et les résultats expérimentaux, obtenus par plusieurs auteurs, représentant l'évolution de la viscosité dynamique avec la concentration volumique de nanoparticules [54].....	33
<b>Figure 2.3</b> : Une comparaison des prédictions, obtenues par le modèle théorique d'Hamilton- Crosser, et les résultats expérimentaux, obtenus par plusieurs auteurs, représentant l'évolution de la conductivité thermique avec la concentration volumique de nanoparticules [54].....	33
<b>Figure 2.4</b> : Une comparaison des prédictions, obtenues par le modèle théorique de Maxwell, et les résultats expérimentaux, obtenus par l'équation de corrélation (Eq. 1.22) développée par Corcione [53], représentant l'évolution de la conductivité thermique avec la concentration volumique de nanoparticules .....	34
<b>Figure 2.5</b> : Une comparaison des prédictions, obtenues par le modèle théorique de Brinkman, et les résultats expérimentaux, obtenus par l'équation de corrélation (Eq. 1.26) développée par	

Corcione[53], représentant l'évolution de la viscosité dynamique avec la concentration volumique de nanoparticules .....	34
<b>Figure 2.6 :</b> Une comparaison des prédictions (en pointillés), obtenues par le modèle de Maxwell, et les résultats expérimentaux (symboles), obtenus par Dubyk et al. [61], représentant l'évolution de la viscosité dynamique avec la concentration volumique de nanoparticules pour différents fluides de base.....	35
<b>Figure 2.7 :</b> Représentation schématique du problème étudié par Li et al. [93].....	51
<b>Figure 2.8 :</b> Configuration de la géométrie étudiée par Rehman et al. [96].....	53
<b>Figure 3.1 :</b> Configuration géométrique du problème physique.....	64
<b>Figure 3.2 :</b> L'utilisation de la méthode de Boltzmann sur réseau aux cours des dernières décennies [121].....	73
<b>Figure 3.3 :</b> Modèle d'une cellule de réseau bidimensionnel. Modèle à cinq vitesses D2Q5 (en vert) et le modèle à neuf vitesses D2Q9 (en vert et rouge).....	76
<b>Figure 3.4 :</b> Organigramme de la méthode de Boltzmann sur réseau.....	78
<b>Figure 3.5 :</b> Fonctions de distribution inconnues sur la frontière inférieure en cas des modèles D2Q9 et D2Q5.....	79
<b>Figure 4.1 :</b> Etude de maillage Etude de maillage. (a) $Gr = 10^3$ , (b) $Gr = 10^4$ , (c) $Gr = 10^5$ .....	86
<b>Figure 4.2 :</b> Comparaisons des lignes de courant entre le présent travail et les résultats de la littérature pour différents nombres de $Ra$ .....	90
<b>Figure 4.3 :</b> Comparaisons des isothermes entre le présent travail et les résultats de la littérature pour différents nombres de $Ra$ .....	91
<b>Figure 4.4 :</b> Validation des résultats du nombre de Nusselt moyen avec les résultats antérieurs. (a) fluide pur $Pr = 0.71$ , et (b) nanofluide $Pr = 6.2$ , $\phi = 10\%$ . .....	92
<b>Figure 4.5 :</b> Validation du profil de (a) température, (b) vitesse, calculés à $Y = \frac{1}{2}$ avec les résultats de la littérature. $Ra = 1.89 \times 10^5$ et $Pr = 0.71$ . .....	93
<b>Figure 4.6 :</b> Validation du profil de (a) température, (b) vitesse, calculés à $Y = \frac{1}{2}$ avec les résultats de la littérature pour $Pr = 6.2$ et $\phi = 10\%$ .....	94
<b>Figure 4.7 :</b> Contours des champs d'écoulement : lignes de courant (à gauche) et isothermes (à droite). $l/H = 0.4$ , $\phi = 3\%$ , fluide de base (en pointillés), nanofluide (continues).....	97
<b>Figure 4.8 :</b> Profils de (a) température , (b) vitesse à $Y = \frac{1}{2}$ . $\phi = 3\%$ , $l/H = 0.4$ .....	98
<b>Figure 4.9 :</b> Contours des champs d'écoulement : les lignes de courant (à gauche) et les isothermes (à droite). $l/H = 0.4$ , $Gr = 10^5$ , fluide de base (en pointillés), nanofluide (continues).....	100
<b>Figure 4.10 :</b> Profils de (a) température , (b) vitesse à $Y = \frac{1}{2}$ . $l/H = 0.4$ et $Gr = 10^5$ .....	101
<b>Figure 4.11 :</b> Profils de (a) température , (b) vitesse à $X = \frac{1}{2}$ . $l/H = 0.4$ and $Gr = 10^5$ .....	102
<b>Figure 4.12 :</b> Contours des champs d'écoulement : les lignes de courant (à gauche) et les isothermes (à droite). $Gr = 10^5$ , $\phi = 1\%$ , fluide de base ( en pointillés), nanofluide (continues).....	104

<b>Figure 4.13</b> : Profils de (a) température , (b) vitesse à $Y = \frac{1}{2}$ . $\phi = 2 \%$ , et $Gr = 10^5$ .....	105
<b>Figure 4.14</b> : Profils de (a) température , (b) vitesse à $X = \frac{1}{2}$ . $\phi = 2 \%$ et $Gr = 10^5$ .....	106
<b>Figure 4.15</b> : Comparaisons des résultats numériques de la présente étude pour le nombre de Nusselt moyen avec ceux obtenus par l'équation de corrélation (Eq. (4.2)) $\gamma = 0^\circ$ . .....	108
<b>Figure 4.15</b> : Continue (Comparaisons des résultats numériques de la présente étude pour le nombre de Nusselt moyen avec ceux obtenus par l'équation de corrélation (Eq. (4.2)). $\gamma = 0^\circ$ ). .....	109
<b>Figure 4.16</b> : Contours des champs d'écoulement dans une cavité inclinée :lignes de courant (en haut), isothermes (en bas). $l/H = 0.8$ , $Gr = 10^3$ , $\phi = 0 \%$ (en pointillés), $\phi = 2 \%$ (continues).....	112
<b>Figure 4.17</b> : Contours des champs d'écoulement dans une cavité inclinée :lignes de courant (en haut), isothermes (en bas). $l/H = 0.8$ , $Gr = 10^4$ , $\phi = 0 \%$ (en pointillés), $\phi = 2 \%$ (continues).....	113
<b>Figure 4.18</b> : Contours des champs d'écoulement dans une cavité inclinée :lignes de courant (en haut), isothermes (en bas). $l/H = 0.8$ , $Gr = 10^5$ , $\phi = 0 \%$ (en pointillés), $\phi = 2 \%$ (continues). ....	114
<b>Figure 4.19</b> : Profils de (a) température , (b) vitesse à $Y = \frac{1}{2}$ . $\phi = 2 \%$ , $l/H = 0.8$ and $Gr = 10^5$ ...	115
<b>Figure 4.20</b> : Profils de (a) température , (b) vitesse à $X = \frac{1}{2}$ . $\phi = 2 \%$ , $l/H = 0.8$ and $Gr = 10^5$ .....	116
<b>Figure 4.21</b> : Effet de l'angle d'inclinaison de la cavité sur le nombre de Nusselt moyen, $l/H = 0.8$ pour différentes valeurs de $Gr$ .....	117

# Liste des tableaux

<b>Tableau 3.1:</b> Propriétés thermophysiques des phases solide et liquide [88,92].....	64
<b>Tableau 4.1:</b> Comparaison des résultats numériques obtenus par la présente étude avec ceux des études antérieures basées sur différentes méthodes pour un fluide pur $Pr = 0.71$ .....	89
<b>Tableau 4.2:</b> Dépendance du nombre de Nusselt moyen, vitesses maximales et leurs positions de l'angle d'inclinaison de la cavité. $L = 0.8$ et $\phi = 0\%$ .....	117
<b>Tableau 4.3:</b> Dépendance du nombre de Nusselt moyen, vitesses maximales et leurs positions de l'angle d'inclinaison de la cavité. $L = 0.8$ et $\phi = 2\%$ .....	118

# Introduction

# Introduction

Les écoulements thermo-convectifs des nanofluides dans les enceintes suscitent beaucoup d'intérêt depuis plusieurs années alors qu'on reconnaît de plus en plus leur complexité, leurs spécificités et les facteurs qui les distinguent des écoulements des fluides conventionnels.

L'une des méthodes permettant d'améliorer l'efficacité d'un large éventail de systèmes énergétiques consiste à améliorer la performance des fluides caloporteurs. Entre autres, l'eau, l'huile, l'éthylène glycol, ... constituent de bons fluides caloporteurs pour les applications industrielles. Cependant, de tels fluides présentent de faibles performances thermiques en raison de leur faible conductivité thermique. L'intensification des transferts convectifs est donc cruciale pour réaliser de meilleures économies d'énergie et de coût. Par conséquent, une alternative possible consiste à améliorer la conductivité thermique des fluides caloporteurs. Par ailleurs, il est bien connu que les solides (métaux, oxides métalliques, ...) ont une conductivité thermique beaucoup plus élevée que les liquides. Avec l'émergence des nanotechnologies, il est donc devenu possible de produire des particules solides de taille nanométrique à l'aide d'une technique appropriée, puis elles sont dispersées dans les fluides conventionnels. L'utilisation de nanofluides dans les applications de transfert de chaleur est très souhaitable et prometteuse pour réduire la taille des systèmes, les coûts de production tout en optimisant l'efficacité et les performances du système, compte tenu de l'intérêt croissant ces dernières années. Ainsi, au cours des dernières décennies, les scientifiques ont déployé de grands efforts pour préparer des nanofluides stables dotés de propriétés thermophysiques améliorées.

Au cours des dernières décennies, on s'est intéressé de plus en plus à l'utilisation de la méthode de Boltzmann sur réseau LBM dans une grande variété de domaines de recherche comme méthode de simulation numérique, vu les avantages qu'elle présente tels que : simplicité de l'algorithme, approche purement explicite, manipulation des géométries complexes. Grace à ses caractéristiques algorithmiques, elle se révèle très adaptée au calcul parallèle.

## Contenu de la thèse

Dans ce travail, nous allons nous intéresser à une étude numérique de la convection naturelle de nanofluides dans une cavité carrée partiellement chauffée. L'objectif consiste à étudier les effets

du chauffage partiel et de l'inclinaison de la cavité en présence de nanoparticules solides dans le fluide conventionnel, sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité. La méthode de résolution numérique pour la résolution du problème, est basée sur utilisation de la méthode de Boltzmann sur réseau à double population. Les résultats obtenus seront confrontés à ceux de la littérature pour le fluide pur et pour le nanofluide.

Le présent travail est structuré en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré d'une part à présenter les nanofluides, les méthodes de leur préparation, les mécanismes responsables de l'amélioration de transfert thermique, et les modèles utilisés pour estimer leurs propriétés thermophysiques.

Le deuxième chapitre est consacré d'une part, à la présentation de quelques travaux de la littérature portant sur les modèles utilisés pour l'estimation des propriétés thermophysiques des nanofluides, les approches de modélisation, les effets du mouvement brownien et de la thermophorèse, afin de choisir les modèles qui s'avèrent susceptibles de fournir des résultats proches de la réalité. D'autre part, une synthèse des études antérieures portant sur le transfert de chaleur à l'intérieur d'une enceinte rectangulaire remplie de nanofluide a été faite.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la configuration géométrique considérée et les équations modélisant le problème étudié dans cette thèse. L'approche basée sur la méthode de Boltzmann sur réseau pour la résolution du problème de la convection naturelle dans une cavité carrée sera également présentée.

Le quatrième chapitre est consacré d'une part à valider le code numérique basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau à double population, présentée dans le troisième chapitre avec les résultats expérimentaux et numériques existants dans la littérature. D'autre part, à étudier le cas d'une cavité partiellement chauffée et remplie de nanofluides.

Dans une première partie, nous étudions l'influence de la longueur de la portion chauffée, le nombre de Grashof, la concentration de nanoparticules, sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur dans la cavité. Dans une deuxième partie, nous examinons l'effet d'angle de l'inclinaison de la cavité, sur la convection naturelle.

Nous terminerons par une conclusion générale mettant en évidence les résultats obtenus ainsi que les perspectives de cette étude.

Chapitre 1 :

**Généralités sur le transfert de chaleur  
et les nanofluides**

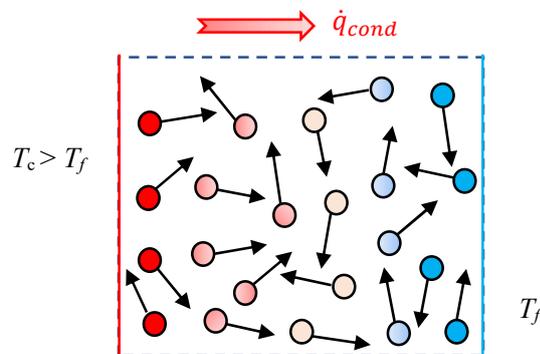
# 1 Chapitre 1 Généralités sur le transfert de chaleur et les nanofluides

## 1.1 Transfert de chaleur

Le transfert de chaleur est l'échange d'énergie thermique entre deux systèmes en raison d'une différence de température. Il en existe trois modes essentiels : la conduction, la convection et le rayonnement.

### 1.1.1 Conduction

La conduction est le transport d'énergie dans un solide ou un fluide stationnaire (gaz ou liquide) dû au mouvement aléatoire des atomes et/ou molécules qui le constituent Figure 1. 1.



**Figure 1.1 :** Conduction de chaleur due à une différence de température à travers d'un solide ou un fluide stationnaire.

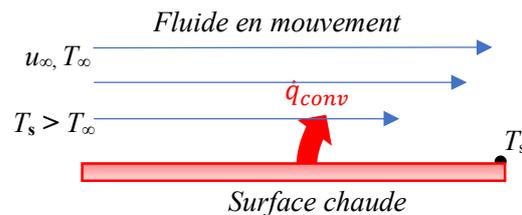
Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Fourier qui stipule que le flux de chaleur traversant un milieu continu est toujours proportionnel au gradient de température.

### 1.1.2 Rayonnement

Le rayonnement thermique caractérise la propagation d'énergie (émission) par un corps dont la température est supérieure à zéro absolu sous la forme des ondes électromagnétiques (photons). C'est le seul mode où aucun milieu matériel n'intervient pour qu'il y ait transfert de chaleur.

### 1.1.3 Convection

La convection de chaleur représente la propagation de la chaleur à travers d'un fluide (gaz ou liquide) en mouvement Figure 1. 2. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton qui stipule que le flux de chaleur échangé entre une surface solide et un fluide en mouvement est toujours proportionnel à la différence de température qui en est la cause.



**Figure 1.2 :** Convection de chaleur d'une surface vers un fluide en mouvement.

La convection est omniprésente dans la nature et dans de nombreux domaines industriels. Ce mode de transfert de chaleur peut être classé en convection naturelle et convection forcée. En convection forcée, une force externe qui peut être exercée par (un ventilateur, pompe, ...) est impliquée dans le phénomène. Par contre, en convection naturelle le mouvement de fluide se produit "naturellement" en raison des forces de flottabilité. En d'autres termes, les courants de convection sont générés par des différences de densité (pouvant être dues au gradient de température) qui apparaissent dans le fluide.

#### 1.1.3.1 Domaine d'applications du transfert de chaleur par convection

Les applications de la convection thermique sont nombreuses, on peut citer :

- Refroidissement de composants électroniques.
- Applications de l'énergie solaire.
- Réfrigération et conditionnement de l'air.
- Extraction de l'énergie thermique contenue dans la terre.
- Refroidissement industriel (échangeurs de chaleur).
- Applications dans le domaine de l'automobile (refroidissement de moteurs par un liquide).

### 1.1.3.2 Loi de viscosité de Newton

Selon le comportement de leur viscosité vis-à-vis de la contrainte de cisaillement qu'ils subissent, les fluides peuvent être classés en :

- **Fluide Newtonien -**

La loi de Newton sur la viscosité établit que la contrainte de cisaillement est directement proportionnelle au gradient de vitesse. La constante de proportionnalité est caractéristique du fluide et désigne la viscosité dynamique. Cette loi est bien vérifiée pour des fluides dits "Newtoniens" comme l'air, l'eau, ... etc.

- **Fluide non Newtonien**

Les fluides non Newtoniens sont des fluides qui n'obéissent pas à la loi de viscosité de Newton. En d'autres termes, sous l'influence d'une contrainte de cisaillement, les fluides non Newtoniens voient leur viscosité varier, devenant soit plus liquides, soit plus solides. Ces fluides peuvent même présenter une viscosité qui dépend du temps de l'application de cette contrainte. Le sang, le dentifrice et le ketchup sont des exemples de fluides non Newtoniens.

### 1.1.3.3 Couches limites

La notion de couche limite est importante pour comprendre le transfert de chaleur par convection entre une surface et un fluide en mouvement. Selon le comportement d'écoulement et de transfert de chaleur, on peut en distinguer :

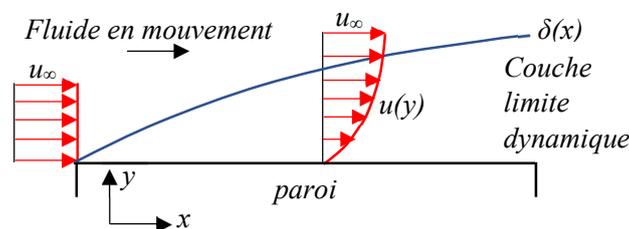
- **Couche limite dynamique**

La couche limite dynamique se développe lorsqu'il y a écoulement de fluide au contact immédiat d'une surface. L'écoulement est caractérisé par deux zones distinctes. La couche située juste à côté de la surface peut s'y attacher (elle mouille la surface,  $u = 0$ ). Loin de là, les couches fluides se déplacent à vitesses différentes l'une par rapport à l'autre, il doit donc y avoir un cisaillement ( $\tau$ )

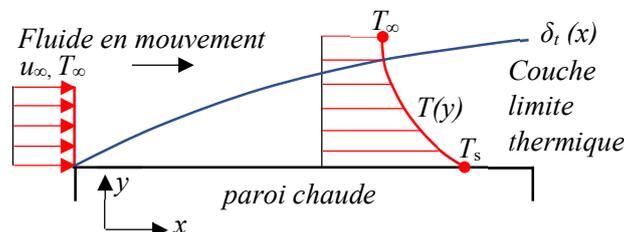
entre les couches fluides voisines Figure 1.3. Autrement dit, un gradient de vitesse s'établit le long d'une zone d'épaisseur  $y = \delta(x)$  qui représente la couche limite dynamique. Loin de là, cet effet est de plus en plus négligeable et la vitesse avoisine la vitesse d'écoulement ( $u = u_\infty$ ).

▪ **Couche limite thermique**

Parallèlement, la couche limite thermique se développe lorsque la surface est portée à une température différente de celle du fluide. Les couches fluides voisines échangent de l'énergie de sorte qu'un gradient de température s'établit dans une zone de fluide d'épaisseur  $y = \delta_t(x)$  qui représente la couche limite thermique (Figure 1.4).



**Figure 1.3 :** Développement d'une couche limite dynamique près d'une paroi.



**Figure 1.4 :** Développement d'une couche limite thermique près d'une paroi isotherme.

**1.1.3.4 Flux de chaleur échangé à la surface par conduction – Loi de Fourier**

A la surface de la paroi, il n'y a pas de mouvement de fluide, donc le transfert de chaleur se fait par conduction. Le flux de chaleur local peut être obtenu en appliquant la loi de Fourier comme suit :

$$\dot{q}_s = -k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \tag{1.1}$$

Où  $k_f$  représente la conductivité thermique.

### 1.1.3.5 Loi de refroidissement par convection – Loi de Newton

La convection thermique est régie par la loi de Newton. Pour un solide dont la surface est portée à une température  $T_s$ , le flux de chaleur échangé entre la paroi solide et un fluide en écoulement s'exprime selon la loi de Newton comme suit :

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_\infty) \quad (1.2)$$

Où  $h$  représente le coefficient de transfert de chaleur par convection.

### 1.1.3.6 Indicateurs de performance thermique

- **Coefficient de transfert de chaleur**

En combinant l'équation (1.1) avec l'équation (1.2), le coefficient de transfert de chaleur peut être obtenu sous forme dimensionnelle comme suit :

$$h = \frac{-k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{(T_s - T_\infty)} \quad (1.3)$$

Ce coefficient peut s'exprimer sous forme adimensionnelle comme suit :

$$h = \frac{k_f}{L} \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} \quad (1.4)$$

Où  $L$  représente la longueur caractéristique.

- **Nombre de Nusselt**

Le nombre de Nusselt ( $Nu$ ) est égal au gradient de température adimensionnel à la surface, et il fournit une mesure du transfert de chaleur par convection ayant lieu à la surface.

$$Nu = \frac{hL}{k_f} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} \quad (1.5)$$

### 1.1.3.7 Facteurs influençant le transfert de chaleur par convection naturelle

- **Le nombre de Prandtl**

Le nombre de Prandtl ( $Pr$ ) est un nombre adimensionnel. Il est défini comme le rapport du transport de quantité de mouvement à la diffusion thermique :

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (1.6)$$

- **Nombre de Grashof**

Le nombre de Grashof ( $Gr$ ) décrit la relation entre les forces de poussée (flottabilité) et les forces visqueuses au sein d'un fluide. Le nombre  $Gr$  est défini pour un fluide comme suit :

$$Gr = \frac{g\beta_f H^3 \Delta T}{\nu_f^2} \quad (1.7)$$

- **Nombre de Rayleigh**

Le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ), qui est défini comme le produit du nombre de Grashof par le nombre de Prandtl, détermine si la convection naturelle induite par la flottabilité joue un rôle important dans le transfert de chaleur :

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta_f H^3 \Delta T}{\nu_f \alpha_f} \quad (1.8)$$

### 1.1.3.8 Enceintes - cavités

Il existe de nombreux écoulements de convection naturelle qui peuvent avoir lieu dans des régions fermées, tels que les écoulements dans les bâtiments, les fours, ... etc. Le domaine d'écoulement peut être entièrement entouré de frontières solides (enceinte fermée) et/ou partiellement entouré de frontières solides avec des ouvertures à travers lesquelles peuvent se produire des échanges avec le milieu environnant (une enceinte ouverte).

### ▪ **Enceinte rectangulaire**

Les écoulements convectifs à l'intérieur des enceintes rectangulaires suscitent un intérêt grandissant depuis plusieurs années en raison des applications comme le refroidissement des circuits électroniques, extraction d'énergie géothermique et bien d'autres [1-3]. La convection naturelle dans une enceinte rectangulaire, avec deux parois verticales à températures différentes et deux parois horizontales considérées comme adiabatiques, a fait l'objet d'un grand nombre d'études au cours des dernières décennies. Différentes configurations ont été étudiées, à savoir les enceintes horizontales [4], enceintes verticales [5] et enceintes carrées [6].

### ▪ **Rapport de forme de l'enceinte**

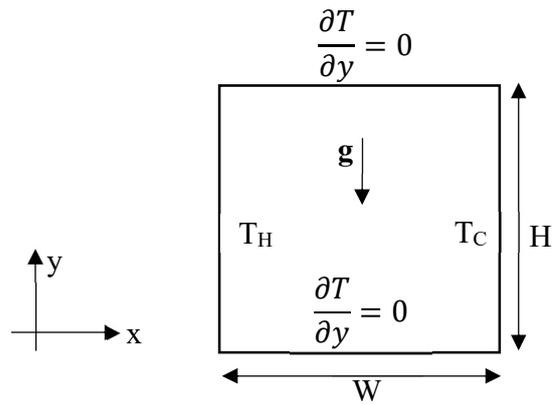
Le rapport de forme ( $A$ ) d'une enceinte rectangulaire peut être défini comme le rapport de sa hauteur à sa largeur :

$$A = \frac{H}{W} \quad (1.9)$$

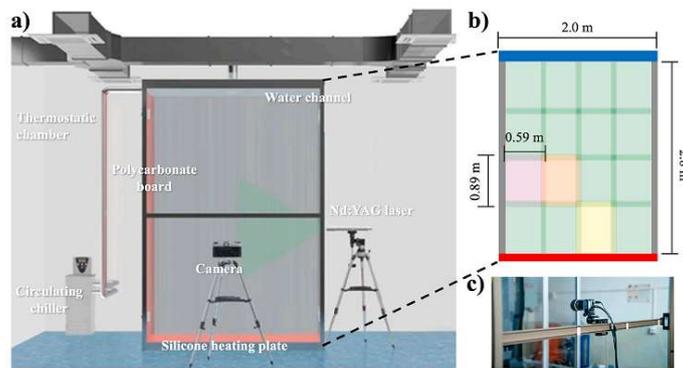
### ▪ **Cavité carrée**

Il s'agit d'une enceinte rectangulaire ayant un rapport de forme qui est égal à l'unité. La Figure 1.5 montre une représentation schématique du problème de convection naturelle dans une cavité carrée qui constitue un bon test de comparaison pour l'évaluation des performances des techniques numériques (problème de référence) [7-11].

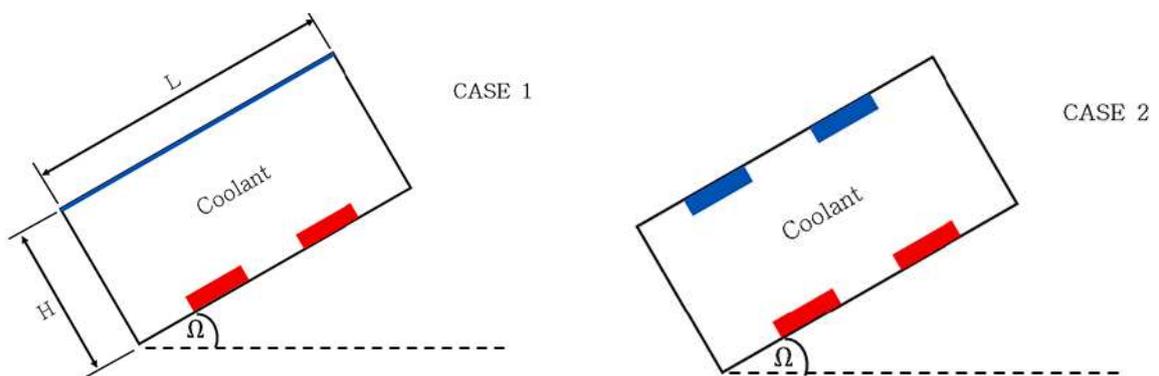
De nombreuses configurations d'écoulement de convection naturelle, outre la cavité carrée, ont été étudiées en raison de leur intérêt dans des applications variées. Les enceintes horizontales et inclinées [12] présentent un intérêt pour l'utilisation de l'énergie solaire et ont reçu beaucoup d'attention. Les enceintes horizontales, avec chauffage par le bas, ou le problème de Rayleigh-Bénard dont l'instabilité a intéressé de nombreux chercheurs depuis plusieurs décennies [13].



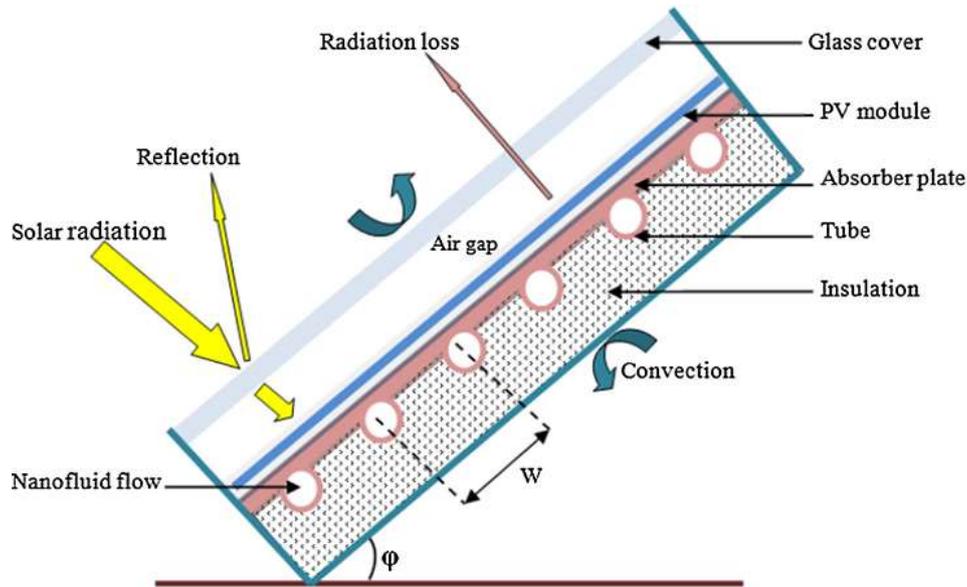
**Figure 1.5 :** Représentation du problème de cavité pour l'écoulement de convection naturelle.



**Figure 1.6 :** Modèle utilisé pour étudier la circulation naturelle d'air dans les bâtiments [19].



**Figure 1.7 :** Modèle utilisé pour étudier la gestion thermique des composants électroniques [20].



**Figure 1.8 :** Modèle utilisé pour étudier le refroidissement de cellules photovoltaïques par convection [21].

La convection naturelle générée par une ou plusieurs sources de chaleur encastrées dans la paroi d'une cavité a fait l'objet d'une attention toute particulière au cours des dernières années [14-18], en raison des applications en utilisation de l'énergie solaire, le chauffage de l'habitat Figure 1.6, gestion thermique des équipements électroniques Figure 1.7, conservation d'énergie dans les bâtiments, le refroidissement des collecteurs solaires, en particulier les photovoltaïques Figure 1.8,... etc.

### 1.1.3.9 Techniques d'amélioration du transfert de chaleur

Les méthodes d'amélioration du transfert de chaleur ont suscité beaucoup d'intérêt dans le secteur industriel en raison de leur capacité à générer des économies d'énergie, et à augmenter l'efficacité des systèmes.

Ces méthodes sont classées en techniques actives, et passives.

### ▪ **Techniques actives**

Dans ces techniques, une source d'énergie externe est requise pour augmenter le taux du transfert de chaleur. Les matériaux électroactifs, champs magnétiques, vibrations induites par des ondes ultrasonores, en sont des exemples.

### ▪ **Techniques passives**

Contrairement aux techniques actives, celles-ci ne nécessitent aucune énergie supplémentaire pour améliorer l'efficacité thermique des systèmes par rapport aux méthodes actives. Les méthodes passives comprennent l'insertion de chicanes, ... etc., les surfaces étendues (ailettes, ...etc.), les milieux poreux, les surfaces rugueuses (surfaces ondulées et /ou nervurées) et les nanofluides.

Toutefois, les techniques actives et passives peuvent être combinées.

Dans ce qui suit, nous nous intéressons à l'amélioration de transfert de chaleur par nanofluides.

## **1.2 Les nanofluides**

### **1.2.1 Définition du nanofluide**

Le nanofluide est une suspension colloïdale de particules solides de taille nanométrique (la taille des nanoparticules varie entre 1 et 100 nm), appelées nanoparticules dans un fluide de base pour en améliorer certaines propriétés.

Les fluides de base couramment utilisées sont : l'eau, l'huile moteur, l'éthylène glycol, ...etc.

Les nanoparticules peuvent être obtenues à partir :

- **Des métaux** : Ag, Ni, Cu, ...
- **Des oxydes métalliques** :  $Al_2O_3$ ,  $TiO_2$ ,  $CuO$ ,  $SiO_2$ , ...etc.
- **Matériaux carbonés** : nanotubes de carbone, graphène et diamant.

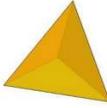
Dans le présent travail, on va considérer l'alumine  $Al_2O_3$  parce qu'elle est le matériau le plus rentable et le plus largement utilisé de la famille des matériaux céramiques.

Les nanoparticules peuvent avoir différentes formes [22], à savoir sphérique, cylindrique, ...etc.

Figure 1.9.

### 1.2.2 Applications des nanofluides

Les nanofluides ont le potentiel de contribuer à plusieurs applications, notamment l'énergie solaire, transport (automobile), refroidissement électronique, applications en détergence, applications militaires, et de nombreuses applications récentes dans l'amélioration du transfert de chaleur, la production d'énergie, les processus de refroidissement et de chauffage, la réfrigération, les dispositifs thermoélectriques, les applications biomédicales, et bien d'autres [23-25].

Particle Form	Shapes	Shape Factor	Particle Form	Shapes	Shape Factor
Sphere		3	Tetrahedron		4.06
Bricks		3.7	Hexahedron		3.72
Cylinder		4.9	Octahedron		1.18
Platelet		5.7	Blade		8.9

**Figure 1.9** : Formes de nanoparticules utilisées pour les nano fluides [22].

### **1.2.3 Méthodes de préparation des nanofluides**

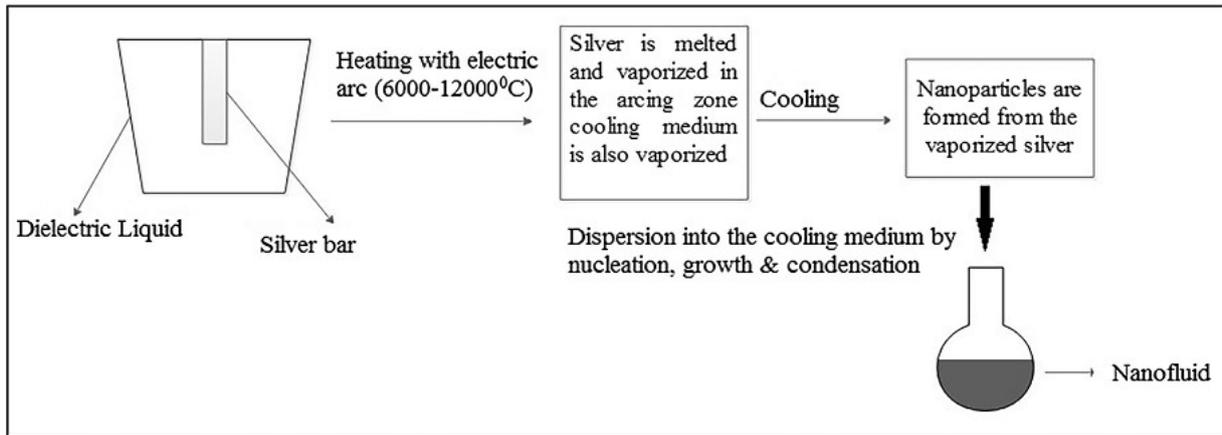
La préparation de nanofluides n'est pas simplement un simple processus d'insertion des nanoparticules au sein du fluide de base. Pour obtenir des nanofluides contenant des nanoparticules dispersées de manière homogène, une stabilisation et un mélange approprié sont nécessaires dans certaines conditions environnementales. Il existe deux principales méthodes pour la préparation de nanofluides :

#### **1.2.3.1 Méthode en une étape**

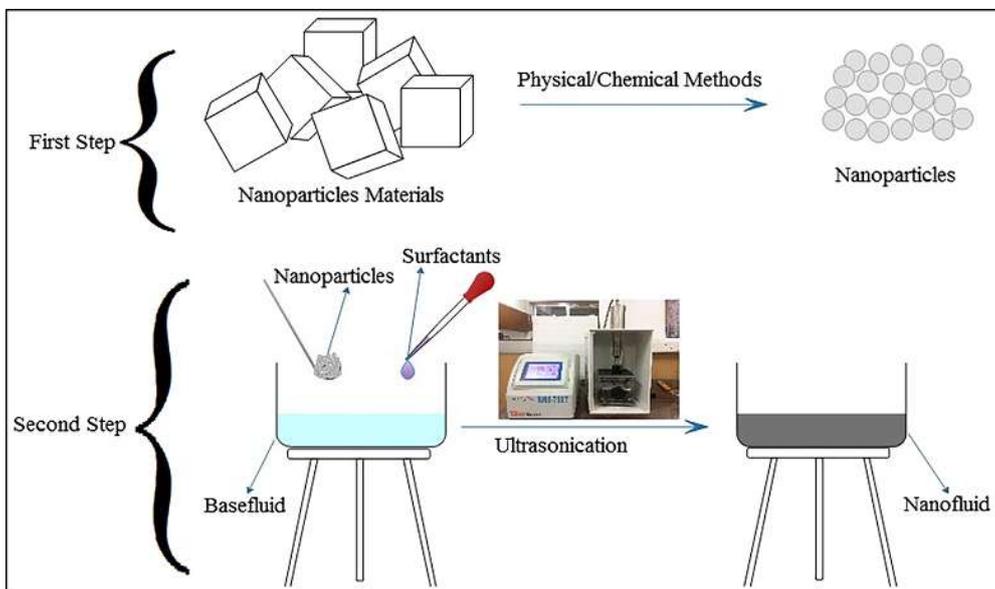
C'est un procédé qui combine entre la production des nanoparticules et la synthèse du nanofluide simultanément [26-27]. Lorsqu'il est porté à une température d'environ (6000-12000 °) à l'aide d'un arc électrique, une fusion/évaporation du métal ait lieu Figure 1.10. Les nanoparticules sont ensuite obtenues par condensation à partir de la phase-vapeur dans un fluide ayant une pression d'évaporation relativement petite. L'avantage de cette méthode réside dans le fait que l'agrégation des nanoparticules est moins fréquente et donc un nanofluide beaucoup plus stable. Les expériences ont montré que ce processus est sain et propre lors de la préparation du mélange, et donc moins polluant. Les coûts du séchage et la dispersion de la nanopoudre sont évitables dans cette méthode. Cependant, ce processus ne peut pas être utilisé à grande échelle, en plus il n'est compatible qu'avec les fluides à petite pression d'évaporation. Cette technique a été encore étendue en introduisant d'autres méthodes telles que l'ablation laser et la méthode de l'arc submergé [28-31].

#### **1.2.3.2 Méthode en deux étapes**

Ce processus est largement utilisé dans la préparation de nanofluides [27-32]. Cette approche consiste en deux étapes Figure 1.11 :



**Figure 1.10 :** Préparation de nano fluide par la méthode en une étape. [27]



**Figure 1.11 :** Préparation de nano fluide par la méthode en deux étapes. [27]

### ▪ Préparation des nanoparticules

Les nanoparticules sont produites sous forme de poudres à partir des métaux, oxydes de métaux, ... etc. en utilisant différentes techniques telles que la technique Sol gel [33] et la synthèse hydrothermale [34].

- **Préparation de nanofluides:**

Les nanopoudres ainsi obtenues, sont directement mélangées avec un fluide de base à l'aide des dispositifs de dispersion tels que : agitateurs magnétiques, homogénéisateurs, traitement aux ultrasons, ... etc. Cette méthode qui marche beaucoup mieux avec les nanoparticules d'oxydes métalliques, peut être utilisée avec tout type de fluides pour la préparation de nanofluides à très grande échelle. L'inconvénient majeur de cette méthode est que l'agrégation de nanoparticules est plus fréquente, donc un nanofluide moins stable.

### **1.2.3.3 Amélioration de la stabilité du nanofluide :**

Pour améliorer la stabilité du nanofluide, il existe des techniques de traitement physiques et chimiques qui contribuent à l'obtention d'un nanofluide stable sous la méthode en deux-étapes :

- **Ajout d'additifs**

Les additifs [35] agissent comme un pont entre les nanoparticules et le fluide de base ce qui crée une continuité entre nanoparticules et fluide de base et par conséquent un nanofluide plus ou moins stable. Cependant, la présence d'additif peut augmenter la viscosité et la résistance thermique entre nanoparticules et fluide de base.

Certains additifs ont la capacité d'empêcher l'agrégation de nanoparticules en suspension, en recouvrant la surface de nanoparticules avec une couche protectrice de sorte que le nanofluide reste parfaitement homogène ou stable le plus longtemps possible.

- **Ajustement de PH**

Pour éviter tout type d'agrégation de nanoparticules suspendues dans le fluide de base, il suffit d'augmenter les forces de répulsion électrostatique entre les nanoparticules en augmentant la valeur du PH [36]. Cela favorise la mobilité de nanoparticules et donc améliore la stabilité du nanofluide.

- **Modification de la surface de nanoparticules :**

Comme déjà mentionné plus haut, l'ajout d'additifs au nanofluide affecte la viscosité et la résistance thermique. Pour contourner de tels problèmes, la surface de nanoparticules peut être modifiée avec des traitements chimiques. Les travaux ont montré une amélioration de la stabilité du nanofluide [37].

- **Traitement aux ultrasons:**

Ce traitement consiste à appliquer des ondes ultrasonores [38] pour agiter les nanoparticules après dispersion de la nanopoudre dans le fluide de base et donc éviter l'agrégation en réduisant les forces de liaison entre les particules. Cela, réduit l'effet d'agrégation et permet d'utiliser tout le potentiel de nanoparticules dans la solution.

- **Agitation magnétique**

De nombreux chercheurs ont utilisé la technique d'agitation magnétique combinée aux ultrasons lors de la préparation de nanofluides [39], mais certains l'ont utilisée séparément pour disperser des nanoparticules à faible concentration. Dans cette technique, un barreau est utilisé pour générer l'action d'agitation. Le barreau d'agitation est immergé dans la suspension et tourne très rapidement sous l'action du champ magnétique créé par des électroaimants situés sous le récipient dans un appareil d'agitation.

- **Homogénéisation**

Un homogénéisateur applique des forces mécaniques pour disperser les nanoparticules et rompre l'agrégation et donc, obtenir une stabilité du nanofluide [40].

- **Combinaison de différentes techniques**

Afin d'obtenir une meilleure dispersion de nanoparticules avec moins d'agrégation, des propriétés thermophysiques améliorées et une stabilité améliorée, la plupart des chercheurs préfèrent la combinaison de l'agitation magnétique et des ultrasons pour éviter l'agrégation et l'ajustement du

pH pour acquérir des nanofluides stables. D'autres ont combiné l'utilisation d'additif pour augmenter la stabilité de la suspension avec l'agitation magnétique et les ultrasons pour homogénéiser le mélange [41].

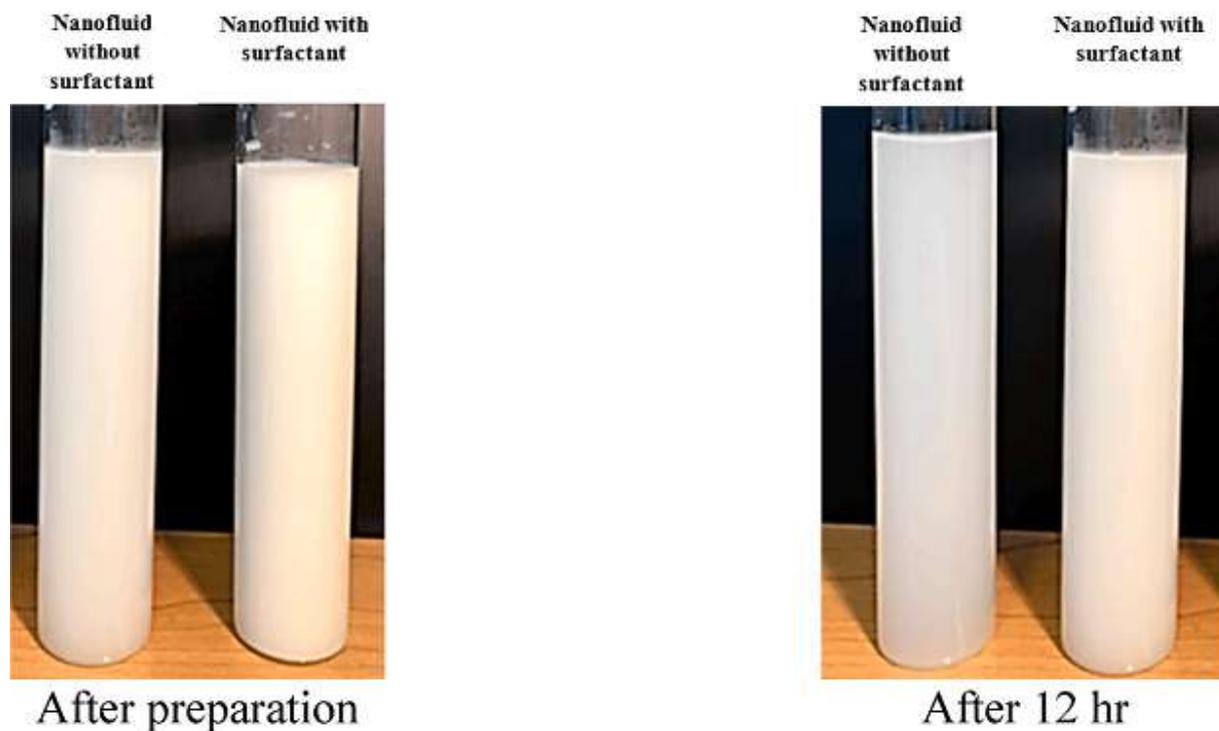


Figure 1.12: L'impact d'un additif sur la stabilité du nanofluide [41].

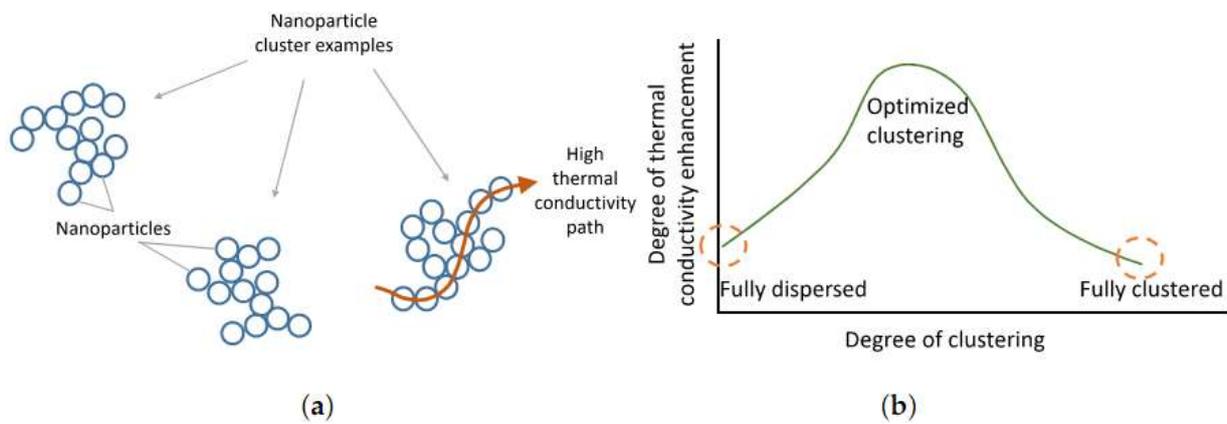
## 1.2.4 Mécanismes responsables de l'amélioration du transport thermique dans les nanofluides

Plusieurs mécanismes sont généralement considérés comme responsables de l'amélioration du transfert de chaleur dans les nanofluides. Les mécanismes possibles peuvent être résumés comme suit [42-44] :

### 1.2.4.1 Mouvement brownien

Les nanoparticules peuvent se déplacer à travers le fluide de base et éventuellement entrer en collision, permettant ainsi un transport direct de chaleur de l'une à l'autre, ce qui devrait augmenter

la conductivité thermique. Le mouvement brownien peut jouer un rôle important dans la formation des amas de nanoparticules (*en anglais clusters*) susceptibles d'améliorer considérablement la conductivité thermique.



**Figure 1.13 :** (a) Formation des amas de nanoparticules (chemins de moindre résistance thermique). (b) L'amas de nanoparticules optimal pour l'amélioration de la conductivité thermique [44].

#### 1.2.4.2 Couche interfaciale liquide/particule

D'après **keblinski et al.** [42], un effet susceptible d'améliorer la conductivité thermique est la formation d'une couche liquide sur la nanoparticule solide Figure 1.14, grâce à laquelle la structure atomique de la couche liquide est plus ordonnée que celle du liquide (qui se trouve loin de l'interface). Cela devrait conduire à une conductivité thermique plus élevée. Ainsi, la présence de cette couche liquide puisse jouer un rôle dans le transport de chaleur. Cette "nanocouche", qui a une conductivité thermique supérieure à celle du fluide de base agit comme un conducteur thermique entre les nanoparticules et le fluide de base.

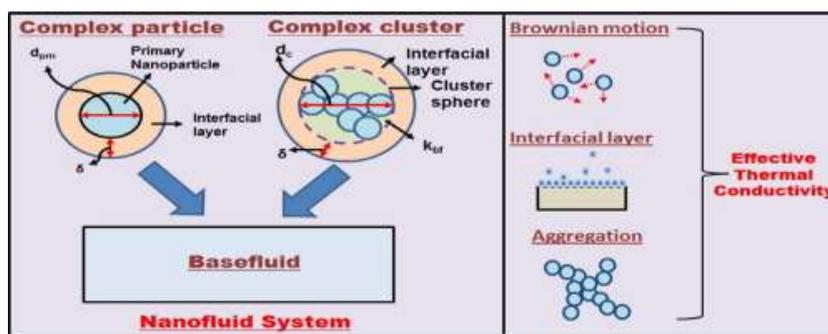


Figure 1.14 : Formation d'une couche liquide sur la surface de la nanoparticule [43].

### 1.2.4.3 Nature du transport de chaleur dans les nanoparticules

Dans les solides cristallins, tels que ceux utilisés dans les nanofluides, la chaleur est transportée par les phonons (particules associées à la propagation des vibrations dans le réseau). De tels phonons sont créés de manière aléatoire, se propagent dans toutes les directions, sont dispersés les uns par les autres, et justifient ainsi la description macroscopique du transport de chaleur. Un tel effet ne peut se produire que si la séparation entre les particules est très faible. De plus, comme les nanoparticules se déplacent constamment en raison du mouvement brownien, elles deviennent beaucoup plus rapprochées les unes des autres et ainsi améliorer le transport de chaleur entre les particules.

### 1.2.4.4 Effet de l'amas de nanoparticules

En créant des chemins de moindre résistance thermique, les amas de nanoparticules formés auraient un effet majeur sur la conductivité thermique. Un amas local est possible et a en effet été observé expérimentalement [42]. Une augmentation encore plus spectaculaire de la conductivité thermique peut avoir lieu si les particules entrent en contact, mais juste à l'intérieur de ces amas de nanoparticules qui sont séparés par des couches de liquide suffisamment fines pour permettre un transport de chaleur rapide entre les particules Figure 1.13.

### 1.2.4.5 La thermophorèse

La thermophorèse ou l'effet Soret, est un phénomène qui peut être remarqué dans les mélanges de deux ou plusieurs types de particules mobiles, où un processus de transfert de masse est induit par un gradient de température. C'est pour cette raison même que la thermophorèse est également considérée comme la diffusion thermique. Généralement, la thermophorèse est plus importante dans le processus de convection naturelle, où l'écoulement est généré par la force de flottabilité provoquée par un gradient de température. Les nanoparticules migrent dans le sens d'une baisse de température et le processus de transfert de chaleur est amélioré en diminuant la densité. Il est à noter que l'énergie thermique est transportée par les nanoparticules des régions à haute température vers les régions à basse température.

## 1.2.5 Propriétés thermophysiques des nanofluides

### 1.2.5.1 Conductivité thermique

La conductivité thermique des nanofluides est généralement supérieure à celle des fluides conventionnels. Différents modèles théoriques et corrélations expérimentales sont utilisés pour estimer la conductivité thermique du nanofluide :

#### Modèles théoriques

- **Modèle de Maxwell**

Ce modèle a été utilisé pour prédire la conductivité thermique effective des suspensions de solide-liquide à faible concentration de nanoparticules sphériques. Le modèle de **Maxwell** [47] prend en compte la conductivité thermique du fluide de base, et celle des nanoparticules ainsi que la concentration volumique de celles-ci. Le modèle de **Maxwell** s'exprime ainsi :

$$k_{nf} = \frac{k_p + 2k_f + 2\phi_p(k_p - k_f)}{k_p + 2k_f - \phi_p(k_p - k_f)} k_f \quad (1.10)$$

▪ **Modèle de Hamilton et Crosser (H-C)**

Le modèle d'**Hamilton et Crosser** [48] est une forme améliorée du modèle de **Maxwell** [47]. En plus de la conductivité thermique du fluide de base et des nanoparticules, et la concentration volumique, le modèle H-C prend également en compte les effets de la forme des particules.

$$k_{nf} = \frac{k_p + (n-1)k_f + (n-1)\phi_p(k_p - k_f)}{k_p + (n-1)k_f - \phi_p(k_p - k_f)} k_f \quad (1.11)$$

Où  $n = 3/\psi$  dans lequel  $n$  et  $\psi$  représentent respectivement le facteur de forme empirique et la sphéricité. Selon la forme de nanoparticule, le facteur  $n$  peut prendre différentes valeurs Figure 1.9.

Pour prendre en compte les mécanismes impliqués dans les nanofluides présentés plus haut, plusieurs tentatives ont été faites pour étendre les modèles théoriques. Les modèles suivants ont été trouvés dans la littérature :

▪ **Modèle basé sur l'effet du mouvement brownien**

**Koo et Kleinstreuer** [49] ont proposé le modèle suivant pour la conductivité thermique des nanofluides :

$$k_{nf} = k_{static} + k_{Brownian} \quad (1.12)$$

Ce modèle est composé de deux parties, appelées statique et dynamique. La partie statique ( $k_{static}$ ) représente le modèle de Maxwell [47] :

$$k_{static} = \frac{k_p + 2k_f + 2\phi(k_p - k_f)}{k_p + 2k_f - \phi(k_p - k_f)} k_f \quad (1.13)$$

La partie dynamique représente l'effet du mouvement brownien sur les nanoparticules ( $k_{Brownien}$ ) :

$$k_{Brownian} = 5 \times 10^4 \beta \rho_f c_{p,f} \sqrt{\frac{k_B T}{\rho_p d_p}} f(\phi, T) \quad (1.14)$$

Où  $\beta$  et  $f(\phi, T)$  sont deux fonctions empiriques et  $\kappa_B$  est la constante de Boltzmann.

Pour le nanofluide CuO-Eau,

$$f(\phi, T) = (-6.04\phi + 0.4705)T + (1722.3\phi - 134.63)$$

$$\beta = \begin{cases} 0.0137(100\phi)^{-0.8229} & \phi < 0.01 \\ 0.0011(100\phi)^{-0.7272} & \phi > 0.01 \end{cases} \quad (1.15)$$

$$1 \leq \phi \leq 4\%, \quad 300 \leq T \leq 325K$$

#### ▪ **Modèle basé sur l'effet de la couche interfaciale liquide/solide**

**Yu et Choi** [50] ont considéré ce facteur pour dériver un nouveau modèle de conductivité thermique comme suit :

$$k_{nf} = \frac{k_{pe} + 2k_f + 2\phi(k_{pe} - k_f)(\beta + 1)^3}{k_{pe} + 2k_f - \phi(k_{pe} - k_f)(\beta + 1)^3} k_f \quad (1.16)$$

Où :

$$k_{pe} = \frac{[2(1 - \gamma) + (1 + \beta)^3(1 + 2\gamma)]\gamma}{-(1 - \gamma) + (1 + \beta)^3(1 + 2\gamma)} k_p \quad (1.17)$$

Où  $\beta$  est le rapport de l'épaisseur de la nanocouche au rayon d'origine de la particule,  $\gamma$  est le rapport de la conductivité thermique de la nano couche liquide à la conductivité thermique de nanoparticules.

#### ▪ **Modèle basé sur les effets de l'agrégation et du mouvement brownien des nanoparticules**

**Xuan et al.** [51] ont présenté un modèle de conductivité thermique des nanofluides en considérant l'agrégation et le mouvement brownien des nanoparticules, comme suit :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f + 2\phi(k_p - k_f)}{k_p + 2k_f - \phi(k_p - k_f)} + \frac{\rho_p \phi c_{p,p}}{2k_f} \sqrt{\frac{k_B T}{3\pi r_c \mu_f}} \quad (1.18)$$

Où les symboles  $T$ ,  $r_c$ ,  $k_B$  représentent respectivement la température de fluide, le rayon moyen des amas de nanoparticules formés, et la constante de Boltzmann.

#### ▪ **Modèle basé sur l'effet de la dispersion thermique**

Dans un autre modèle, **Khanfer et al.** [10] et **Jahanshahi et al.** [11] ont considéré la contribution de la dispersion thermique au modèle de conductivité thermique, ce modèle est donné par :

$$k_{nf} = k_{static} + k_d = \frac{k_p + 2k_f + 2\phi(k_p - k_f)}{k_p + 2k_f - \phi(k_p - k_f)} k_f + C(\rho c_p)_{nf} |\bar{V}| \phi d_p \quad (1.19)$$

Où  $|\bar{V}| = \sqrt{u^2 + v^2}$ ,  $C$  est une constante à obtenir expérimentalement.

### **Corrélations basées sur des données expérimentales**

**Maïga et al.** [52] ont présenté deux corrélations basées sur des données expérimentales pour la conductivité thermique des nanofluides  $Al_2O_3$ -eau :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = (1 + 1.72\phi + 4.97\phi^2) \quad (1.20)$$

En se basant sur plusieurs données expérimentales de la conductivité thermique des nanofluides,

**Corcione** [53] a développé la corrélation suivante :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 4.4Re^{0.4}Pr^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}}\right)^{10} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.03} \phi^{0.66} \quad (1.21)$$

La relation ci-dessus est valable pour  $10 \leq d_p \leq 150nm$ ,  $0.2 \leq \phi \leq 9\%$ ,  $294 \leq T \leq 324K$ .

**Khanfer et al.** [54] ont également proposé une corrélation générale pour la conductivité thermique des nanofluides  $Al_2O_3$ /eau et  $CuO$ /eau comme suit :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1.0 + 1.0112\phi + 2.4375\phi \left( \frac{47}{d_p(nm)} \right) - 0.0248\phi \left( \frac{k_p}{0.613} \right) \quad (1.22)$$

### 1.2.5.2 Viscosité

La conductivité thermique n'est pas la seule propriété qui affecte le transfert de chaleur. Pour mettre en œuvre des nanofluides dans des applications pratiques de transfert de chaleur, la viscosité est un autre paramètre qui nécessite une grande attention. Des facteurs tels que la puissance de pompage, le transfert de chaleur par convection et la chute de pression dans l'écoulement laminaire sont fortement influencés par la viscosité de nanofluides. La viscosité d'un nanofluide est généralement supérieure à celle du fluide conventionnel. Dans ce qui va suivre, quelques modèles de viscosité de nanofluides basés sur un comportement Newtonien vont être présentés :

#### Modèles théoriques.

- **Modèle d'Einstein**

**Einstein** [55] a présenté un modèle pour les mélanges de solides et de liquides, valable pour des fractions volumiques  $\phi \leq 2\%$  :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = (1 + 2.5\phi), \quad (1.23)$$

- **Modèle de Brinkman**

**Brinkman** [56] a proposé le modèle suivant pour les particules (sphériques). Ce modèle est basé sur le modèle d'Einstein et est utilisable pour les concentrations de nanoparticules hautement modérées :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (1.24)$$

#### Corrélations basées sur des données expérimentales

**Maiga et al.** [52] ont présenté une corrélation expérimentale pour la viscosité des nanofluides Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau, comme

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = (1 + 7.3\phi + 123\phi^2) \quad (1.25)$$

**Corcione** [53] a présenté une corrélation empirique pour la viscosité des nanofluides en fonction du diamètre des nanoparticules ( $d_p$ ) et du diamètre moléculaire du fluide de base ( $d_f$ ) comme suit :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34.87(d_p/d_f)^{-0.3} \phi^{1.03}} \quad (1.26)$$

**Khanafar et al.** [54] ont présenté une corrélation pour la viscosité effective comme suit :

$$\begin{aligned} \mu_{nf} = & -0.4491 + \frac{28.837}{T} + 0.574\phi - 0.1634\phi^2 + 23.053 \frac{\phi^2}{T^2} + 0.0132\phi^3 \\ & - 2354.735 \frac{\phi}{T^3} + 23.498 \frac{\phi^2}{d_p^2} - 3.0185 \frac{\phi^3}{d_p^2} \end{aligned} \quad (1.27)$$

Pour  $1\% \leq \phi \leq 9\%$ ,  $20 \leq T(^{\circ}C) \leq 70$ ,  $13 \text{ nm} \leq d_p \leq 131 \text{ nm}$

**Ho et al.** [57] ont présenté la corrélation suivante basée sur leurs données expérimentales pour la viscosité des nano fluides alumine/eau, où la taille des nanoparticules est de 33 nm (valable pour  $\phi \leq 4\%$ ) :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = (1 + 49.3\phi + 222.4\phi^2) \quad (1.28)$$

- **Modèle basé sur l'effet du mouvement brownien**

Ce modèle a été proposé par **Koo and Kleinstreuer** [49] :

$$\mu_{nf} = \mu_{static} + \mu_{Brownian} \quad (1.29)$$

$$\text{où: } \mu_{static} = \frac{1}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (1.30)$$

$$\mu_{Brownian} = \frac{k_{Brownian}}{k_f} \times \frac{\mu_f}{Pr_f} \quad (1.31)$$

Il convient de noter que la plupart des articles publiés sur les nanofluides indiquent que la viscosité augmente avec la fraction volumique solide et que l'augmentation de la taille des particules et de la température a pour effet de diminuer la viscosité.

Contrairement à la conductivité thermique et à la viscosité, seules quelques équations sont disponibles et utiles pour estimer la densité, la chaleur spécifique, la diffusivité thermique et le coefficient d'expansion thermique des nanofluides.

### 1.2.5.3 Densité

Pour un nanofluide avec une concentration volumique  $\phi$ , la densité du nanofluide peut être calculée comme suit [54] :

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (1.32)$$

### 1.2.5.4 Chaleur spécifique

La chaleur spécifique des nanofluides peut être calculée par [54] :

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_p \quad (1.33)$$

### 1.2.5.5 Diffusivité thermique

Par conséquent, la diffusivité thermique des nanofluides [54] s'exprime ainsi :

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (1.34)$$

### 1.2.5.6 Coefficient d'expansion thermique

La relation suivante peut être utilisée pour estimer le coefficient d'expansion thermique pour les nanofluides [54] :

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_p \quad (1.35)$$

## 1.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons brièvement présenté les rappels de quelques notions fondamentales, paramètres physiques, et les lois intervenant dans la convection thermique. Cela a été suivi par une présentation de nanofluides, les différentes méthodes de leur préparation, les mécanismes de transfert de chaleur, et les modèles mathématiques utilisés pour l'estimation de leurs propriétés thermophysiques.

Chapitre 2 :

**État d'art**

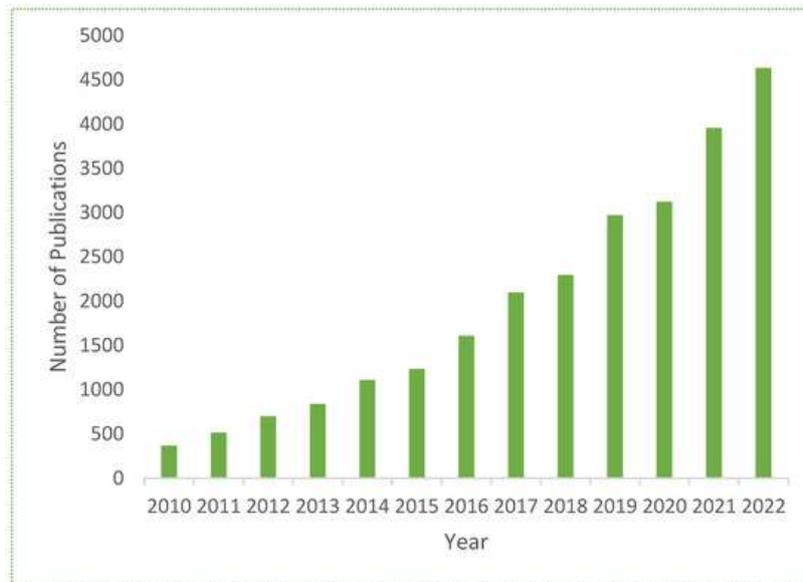
## 2 Chapitre 2 État de l'art

### 2.1 Caractéristiques des nanofluides

Lors de la revue de littérature, nous avons constaté des incohérences entre les résultats des auteurs. Ces incohérences sont apparemment liées aux modèles utilisés pour les propriétés thermophysiques, aux approches de modélisation numérique, et aux mécanismes responsables de l'amélioration du transfert de chaleur. Cette partie va être commencée par un aperçu de la chronologie du développement de nanofluides, ce qui va être suivi par la présentation de quelques travaux de recherche afin de choisir les modèles et les approches de modélisation qui s'avèrent susceptibles de fournir des résultats plus proches de la réalité.

**J. C. Maxwell** [47] fut le premier à proposer la dispersion des particules solides dans les fluides conventionnels en 1873. Il a découvert que la conductivité thermique pouvait être améliorée par des particules métalliques. Cependant, une simple dispersion de particules dans des liquides conduit à leur sédimentation. En 1993, **Masuda et al.** [58] ont réalisé les travaux de Maxwell en utilisant des particules solides de taille micrométrique. Ils ont observé une amélioration de la conductivité thermique, mais aussi une sédimentation de particules dans le fluide. La dispersion des particules fines de taille du micromètre n'a pas réussi à présenter de meilleures performances de transfert de chaleur en raison de problèmes tels que la sédimentation de particules, une faible conductivité thermique, ... etc. En 1995, **Choi** [59] a préparé des "nanofluides" (terme introduit par Choi) plus stables en utilisant des particules solides de taille nanométrique dispersées dans un fluide de base conventionnel. Un transfert de chaleur meilleur, une dispersion stable, une sédimentation négligeable sont les caractéristiques importantes de nanofluides. Depuis lors, les nanofluides suscitent un intérêt toujours croissant d'un grand nombre de chercheurs. La Figure 2.1

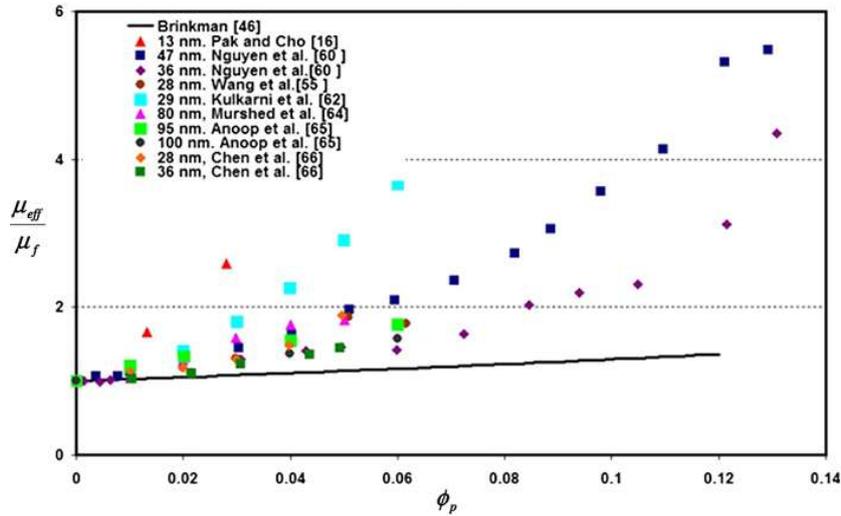
illustre le nombre d'articles de recherche publiés montrant l'attention portée par les chercheurs sur les écoulements de nanofluides [60].



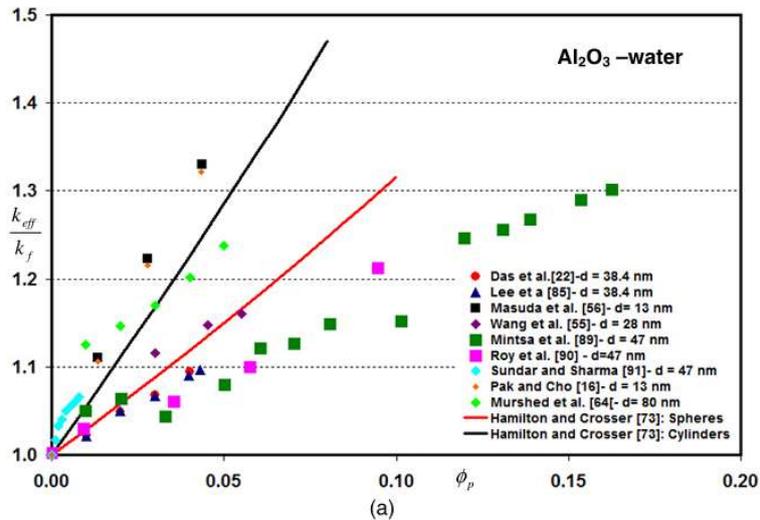
**Figure 2.1** : Articles publiés sur les nanofluides au cours de la dernière décennie [60].

### 2.1.1 Modèles de conductivité thermique et de viscosité dynamique

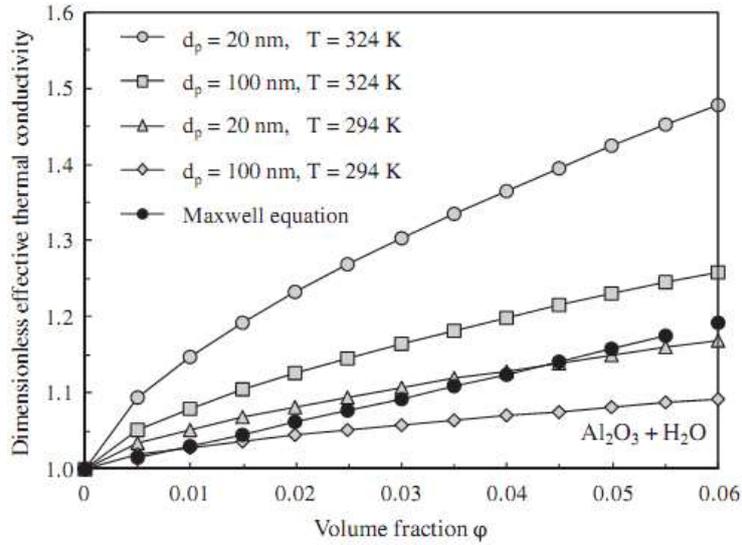
Les modèles théoriques de **Maxwell** [47] et **Brinkman** [56] ont été largement utilisés dans les simulations des écoulements convectifs des nanofluides. **Khanafar et al.** [54] ont comparé les résultats de la viscosité dynamique Figure 2.2 et ceux de la conductivité thermique Figure 2.3 prédits par le modèle classique de **Brinkman** et celui de **Hamilton-Crosser** [48] avec les résultats expérimentaux rapportés par plusieurs auteurs. Dans un premier temps, ils ont constaté que les résultats expérimentaux de la littérature étaient en désaccord. En outre, il a été observé qu'à température ambiante, les résultats de la conductivité thermique ( $\phi \leq 4\%$ ) et la viscosité dynamique ( $\phi \leq 2\%$ ) effectives des nanofluides pouvaient être estimés à l'aide des modèles classiques d'**Hamilton-Crosser** et de **Brinkman** pour les faibles fractions volumiques. Cependant,



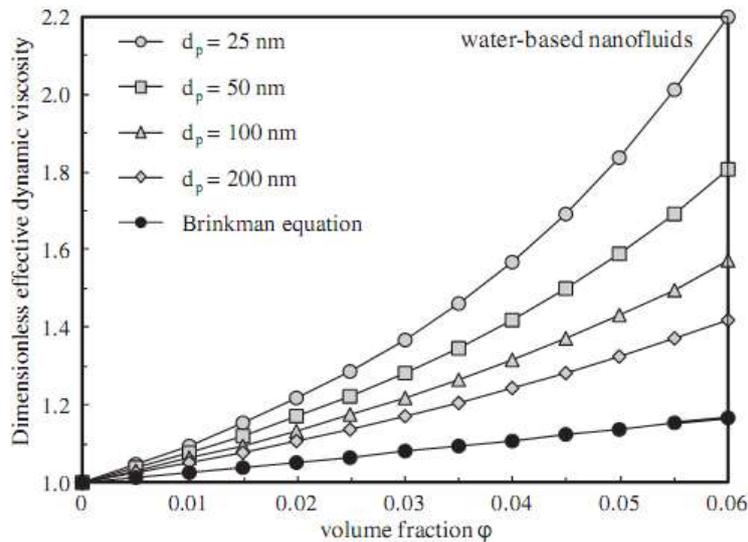
**Figure 2.2 :** Une comparaison des prédictions, obtenues par le modèle théorique de **Brinkman**, et les résultats expérimentaux, obtenus par plusieurs auteurs, représentant l'évolution de la viscosité dynamique avec la concentration volumique de nanoparticules [54].



**Figure 2.3 :** Une comparaison des prédictions, obtenues par le modèle théorique d'**Hamilton-Crosser**, et les résultats expérimentaux, obtenus par plusieurs auteurs, représentant l'évolution de la conductivité thermique avec la concentration volumique de nanoparticules [54].



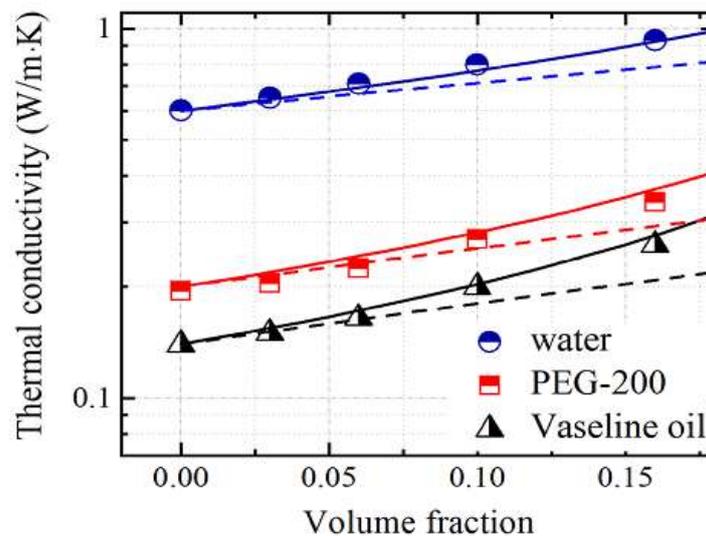
**Figure 2.4 :** Une comparaison des prédictions, obtenues par le modèle théorique de Maxwell, et les résultats, obtenus par l'équation de corrélation (Eq. 1.21) développée par **Corcione** [53], représentant l'évolution de la conductivité thermique avec la concentration volumique de nanoparticules.



**Figure 2.5 :** Une comparaison des prédictions, obtenues par le modèle théorique de **Brinkman**, et les résultats, obtenus par l'équation de corrélation (Eq. 1.26) développée par **Corcione** [53], représentant l'évolution de la viscosité dynamique avec la concentration volumique de nanoparticules.

ces modèles théoriques ne parviennent pas à estimer la conductivité thermique et la viscosité effectives des nanofluides à différentes températures. Des corrélations pour la conductivité thermique et la viscosité effective ont été développées en termes de paramètres physiques pertinents en se basant sur les données expérimentales rapportées.

**Corcione** [53] a proposé et a discuté deux équations empiriques permettant, d'après lui, de prédire la conductivité thermique et la viscosité dynamique effectives des nanofluides en se basant sur des données expérimentales existant dans la littérature. Ensuite il a comparé les prédictions obtenues en utilisant les corrélations proposées avec celles des équations de **Maxwell** Figure 2.4 et de **Brinkman** Figure 2.5. Il a été constaté que les théories classiques ne parvenaient pas à estimer la conductivité thermique et la viscosité dynamique des nanofluides.



**Figure 2.6** : Une comparaison des prédictions (en pointillés), obtenues par le modèle de **Maxwell**, et les résultats expérimentaux (symboles), obtenus par **Dubyk et al.** [61], représentant l'évolution de la conductivité thermique avec la concentration volumique de nanoparticules.

Dans une étude récente (2019), **Dubyk et al.** [61] ont trouvé que la conductivité thermique effective des nanofluides évaluée à partir du modèle classique de **Maxwell** (Éq. (1.10)) était en bon accord

avec leurs résultats expérimentaux pour des fractions volumiques  $< 0.06$  Figure 2.6. En revanche, lorsque la fraction volumique dépasse la valeur  $\phi = 0.06$ , un écart significatif du modèle classique de **Maxwell** par rapport aux résultats expérimentaux peut être observé.

### 2.1.2 Approches de modélisation numérique des nanofluides

Le développement des équations gouvernant le transport thermo-convectif peut se faire en utilisant différentes approches de modélisation, qui peuvent être classées en approches monophasiques ou diphasiques. Le nanofluide est par nature un fluide diphasique (solide-liquide). Cependant, pour les simulations numériques, certaines hypothèses peuvent être formulées pour modéliser le nanofluide en tant que fluide monophasique. Dans les modèles monophasiques, les équations gouvernantes ne sont résolues que pour une phase liquide effective.

Dans les modèles diphasiques, les particules solides et le liquide de base sont modélisés indépendamment comme deux phases avec des vitesses différentes et des températures éventuellement différentes, de sorte que les particules peuvent se déplacer par rapport au fluide de base.

Dans certains cas rapportés, les résultats du modèle monophasique homogène sont plus proches des données expérimentales. **Saghir et al.** [62] ont modélisé l'écoulement d'un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Eau dans une cavité carrée en utilisant les deux approches. Les résultats numériques ont été comparés aux données expérimentales de **Ho et al.** [57]. Des écarts de 1 % et de 10 % ont été constatés lors de l'utilisation des modèle monophasique et diphasique, respectivement. Il est à noter que les simulations numériques ont été réalisées pour une concentration de nanoparticules allant de 1% à 3%. Il a été observé que même si l'approche diphasique pouvait fournir un aperçu approfondi des deux phases du mélange, l'approche monophasique prédit le taux de transfert de chaleur avec une meilleure précision.

**Hafinezadeh et al.** [63] ont simulé la convection forcée et le transfert de chaleur du nanofluide  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ -Eau dans un tube sous un flux de chaleur constant pour comparer les approches monophasiques et diphasiques. Ils ont utilisé trois modèles diphasiques différents, à savoir le modèle de mélange, le modèle de volume de fluide (VOF) et le modèle Eulérien. Dans les modèles monophasiques, en outre le modèle de **Maxwell** d'autres corrélations différentes ont été choisies pour l'estimation de la conductivité thermique du nanofluide. Les simulations basées sur les deux approches ont été validées en utilisant un dispositif expérimental. Les expériences ont été réalisées pour des fractions volumiques solides allant de 0.5 à 2 %. Les résultats ont montré que le modèle de **Maxwell** était en bon accord avec les données expérimentales.

### 2.1.3 Effets du mouvement brownien et de la thermophorèse

**Saghir et al.** [64] ont étudié les effets du mouvement brownien et de la thermophorèse dans une cavité carrée en considérant une phase liquide effective et une cavité poreuse. Pour prendre en compte le mouvement brownien ainsi que l'effet de thermophorèse, les équations gouvernant l'écoulement et le transfert de chaleur ont été modifiées. Il a été trouvé que les effets du mouvement brownien et de la thermophorèse étaient négligeables, en considérant un nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$  -eau) avec des fractions volumiques allant de 1 à 3 %.

**Haddad et al.** [65] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle et l'écoulement des nanofluides Eau –CuO pour le problème de Rayleigh – Bénard, en considérant deux cas : absence et présence d'effets du mouvement brownien et de la thermophorèse. Un modèle diphasique est utilisé pour le nanofluide qui prend en compte les effets du mouvement brownien et de la thermophorèse. La comparaison des deux cas, a montré qu'un transfert de chaleur plus élevé se forme en présence d'effet brownien et de thermophorèse. Les résultats ont également montré qu'en considérant le rôle de la thermophorèse et du mouvement brownien, une amélioration du transfert

de chaleur est observée à n'importe quelle fraction volumique des nanoparticules. Cependant, l'amélioration est plus prononcée à faible fraction volumique et le transfert de chaleur diminue à mesure que la fraction volumique de nanoparticules augmente.

## 2.2 Convection naturelle des nanofluides dans les enceintes rectangulaires

**Khanafer et al.** [10] ont été les premiers à résoudre numériquement le problème de convection naturelle dans une enceinte rectangulaire remplie de nanofluides. En introduisant un modèle monophasique utilisant l'équation de Maxwell dans leurs calculs, ils ont effectué des simulations bidimensionnelles pour un nombre de Grashof allant de  $10^3$  à  $10^5$  et ont présenté un ensemble de contours pour les lignes de courant et les isothermes, des courbes de température et de vitesse sans dimension pour différentes concentrations de nanoparticules et nombres de Grashof. Une corrélation entre le nombre de Nusselt moyen, le nombre de Grashof et la fraction volumique solide a également été présentée.

La même approche a été utilisée par **Jahanshahi et al.** [11] pour des calculs aux nombres de Rayleigh  $10^5 \leq Ra \leq 10^7$ . Les auteurs se sont intéressés à l'effet des conductivités thermiques théorique et expérimentale sur les résultats numériques. Les résultats ont montré qu'en utilisant les conductivités thermiques expérimentales, des améliorations significatives du nombre de Nusselt moyen ont été enregistrées par rapport à l'eau pure. En revanche, les résultats obtenus avec les conductivités thermiques théoriques ont montré une diminution du transfert thermique.

**Oztop et al.** [67] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle de nanofluides à base de différents types de nanoparticules dans une enceinte partiellement chauffée. La source de chaleur est encastrée sur la paroi verticale gauche. La température du mur vertical droit est inférieure à celle de la source de chaleur tandis que les autres murs et les portions non chauffées sont isolés. Les calculs ont été effectués pour les paramètres suivant : le nombre de Rayleigh ( $10^3$

$\leq Ra \leq 5 \times 10^5$ ), la hauteur de la source de chaleur ( $0.1 \leq h \leq 0.75$ ) et son emplacement ( $0.25 \leq y_p \leq 0.75$ ), le rapport de forme ( $0.5 \leq A \leq 2$ ) et la concentration de nanoparticules ( $0 \leq \phi \leq 0.2$ ). Une augmentation du nombre de Nusselt moyen avec la fraction volumique de nanoparticules pour tous les nombres de Rayleigh a été constatée. De plus, le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la hauteur de la source de chaleur. En outre, les résultats montrent que l'emplacement de la source de chaleur affecte les champs dynamique et thermique lors de l'utilisation des nanofluides, et l'amélioration du transfert de chaleur est plus prononcée dans une cavité de faible allongement.

**Ögut** [68] a étudié le transfert de chaleur par convection naturelle de nanofluides à base d'eau dans une enceinte carrée inclinée. Le mur vertical gauche est partiellement chauffé avec un flux de chaleur constant, le mur droit est refroidi tandis que les murs horizontaux et les portions non chauffées sont maintenus adiabatiques. Les calculs ont été effectués pour des angles d'inclinaison allant de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ , des fractions volumiques solides allant de 0 % à 20 %, des éléments chauffants à flux thermique constant de longueurs 0.25, 0.50 et 1.0 et un nombre de Rayleigh allant de  $10^4$  à  $10^6$ . L'élément chauffant est placé au milieu du mur gauche. Cinq types de nanoparticules ont été pris en compte : Cu, Ag, CuO,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ . Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur augmente de manière significative avec la fraction volumique solide et le nombre de Rayleigh. Les résultats montrent également que le taux de transfert diminue avec l'augmentation de la longueur de l'élément chauffant.

Une étude expérimentale a été entreprise par **Ho et al.** [57] concernant le transfert de chaleur par convection naturelle d'un nanofluide  $Al_2O_3$  – eau dans des enceintes carrées verticales de différentes dimensions, à savoir  $25 \times 25 \times 60$ ,  $40 \times 40 \times 90$  et  $80 \times 80 \times 180$ , respectivement. Diverses fractions volumiques solides d'alumine ( $Al_2O_3$ ) allant de 0.1% à 4% ont été testées. Le nombre de

Rayleigh a été varié entre  $6.21 \times 10^5 - 2.56 \times 10^8$ . Une analyse de corrélation basée sur les propriétés thermophysiques du nanofluide préparé montre que l'efficacité de l'utilisation du nanofluide pour améliorer le transfert de chaleur par convection naturelle dans l'enceinte est considérée comme étant généralement irréalisable. Les résultats expérimentaux pour le taux de transfert de chaleur moyen à travers les trois enceintes montrent une dégradation systématique du transfert thermique pour le nanofluide contenant 2 % de nanoparticules pour tous les nombres de Rayleigh considérés. Cependant, pour le nanofluide ayant une fraction de nanoparticules beaucoup plus faible de 0.1%, une amélioration de transfert de chaleur d'environ 18 % par rapport à celle de l'eau s'est produite dans la plus grande enceinte à un nombre de Rayleigh suffisamment élevé ( $Ra > 10^7$ ).

**Islam et al.** [69] ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle et l'écoulement de fluide dans une cavité semi-circulaire remplie d'un nanofluide sous l'effet d'un champ magnétique (MHD) incliné. Trois conditions de température (uniforme, parabolique et sinusoïdale) sur la paroi inférieure ont été considérées, alors que la paroi circulaire est portée à une température plus basse. L'influence des paramètres tels que, le nombre de Rayleigh, l'angle d'inclinaison du champ magnétique, la taille, la forme et les effets browniens des nanoparticules, ainsi que le nombre de Hartmann. Les résultats révèlent que le taux de transfert thermique est considérablement amélioré par la fraction volumique des nanoparticules et le nombre de Rayleigh, tout en diminuant pour un nombre de Hartman plus élevé. Les angles d'inclinaison du champ magnétique et les différentes conditions thermiques ont une influence positive sur le transport thermique. Pour les nanofluides Cu-H<sub>2</sub>O, le transport thermique est amélioré de 10.98 % pour une température uniforme, de 14.42 % pour une température parabolique et de 15.53 % pour une température sinusoïdale en considérant 5 % de fraction volumique. De plus, la forme de nanoparticules joue un rôle remarquable dans le transport thermique. On constate que le taux de

transfert de chaleur augmente de 6.79 % pour les nanoparticules en forme de plaque. De plus, en considérant les effets browniens des nanoparticules, le taux de transport de chaleur est amélioré de 21.45 % pour les nanoparticules de petite taille.

**Gümgüm et al.** [70] ont présenté une solution du problème de la convection naturelle instationnaire de nanofluides dans une enceinte avec une source de chaleur. Les résultats indiquent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec la fraction volumique solide et le nombre de Rayleigh. D'autre part, Une augmentation de la longueur de la source de chaleur réduit le transfert de chaleur. De plus, Le nombre de Nusselt moyen obtenu en cas de nanofluide à base de cuivre s'avère supérieur à celui de nanofluide à base d'oxyde d'aluminium.

**Hosseini et al.** [71] ont appliqué la méthode de Boltzmann sur réseau pour étudier la convection naturelle dans une cavité carrée avec des parois partiellement et différemment chauffées. La cavité est remplie d'un nanofluide à base d'eau contenant différents types de nanoparticules : Ag, Cu, TiO<sub>2</sub> et Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Les résultats indiquent que le nombre de Nusselt est une fonction croissante de la fraction volumique de nanoparticules et du nombre de Rayleigh. Encore, le type de nanofluide est un facteur clé pour l'amélioration du transfert thermique. Le choix du cuivre comme nanoparticule s'avère offrir les performances de refroidissement les plus élevées.

**Mansour et al.** [72] ont étudié le refroidissement par convection naturelle d'un nanofluide Cu-eau dans une enceinte avec une source de chaleur située au niveau de sa paroi inférieure. Diverses conditions aux limites thermiques au niveau des parois latérales ont été examinées. Les effets des paramètres pertinents, à savoir la fraction volumique solide, la longueur de la source de chaleur et son emplacement ont été analysés. Les résultats reflètent une augmentation de la température maximale avec l'augmentation de la longueur de la source de chaleur, alors qu'un comportement

inverse a été observé pour le nombre de Nusselt moyen. En outre, le nombre de Nusselt moyen diminue en augmentant la distance entre la source de chaleur et le mur de gauche.

**Cheikhzadeh et al.** [73] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée avec des parois latérales partiellement actives et remplie d'un nanofluide Cu-eau. Les parties actives des parois latérales gauche et droite de la cavité sont maintenues à des températures  $T_H$  et  $T_C$ , respectivement, avec  $T_H > T_C$ . Les parois horizontales de l'enceinte ainsi que les parties inactives des parois latérales sont adiabatiques. Les effets du nombre de Rayleigh, de l'emplacement des parties thermiquement actives et de la fraction volumique de nanoparticules sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité ont été étudiés. Les résultats révèlent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique de nanoparticules. De plus, les valeurs maximales du nombre de Nusselt moyen aux nombres de Rayleigh élevés et faibles se produisent respectivement pour les emplacements inférieur – milieu et milieu – milieu des parties actives.

**Oztop et al.** [74] ont étudié le transfert de chaleur dans une enceinte inclinée, chauffée de manière non uniforme et remplie d'un nanofluide CuO-eau. Les calculs ont été effectués pour des nombres de Rayleigh de  $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ , l'angle d'inclinaison de  $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$  et la fraction de nanoparticules de  $0 \leq \phi \leq 0.1\%$ . Les résultats montrent que le transfert de chaleur dans la cavité augmente avec l'ajout de nanoparticules. Cependant, le taux d'augmentation est plus élevé à faible nombre de Rayleigh où le transfert de chaleur par conduction est plus dominant.

**Kefayati** [75] a étudié la convection naturelle dans une cavité avec une distribution sinusoïdale de température sur une paroi latérale et remplie d'un nanofluide Cu-eau en présence d'un champ magnétique. Cette étude a été réalisée pour les paramètres suivants : nombre de Rayleigh du fluide

de base  $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ , fraction volumétrique de nanoparticules entre  $0 \leq \phi \leq 6\%$ , écart de phase ( $\theta = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$  et  $\pi$ ) et le nombre de Hartmann  $0 \leq Ha \leq 90$  avec un intervalle de 30. Les résultats montrent que le transfert de chaleur diminue avec le nombre de Hartmann pour différents nombres de Rayleigh. À  $Ha = 0$ , les effets les plus importants des nanoparticules sont obtenus à  $\theta = 3\pi/4, 0$  et  $\pi/2$  pour  $Ra = 10^3, 10^4$  et  $10^5$  respectivement.

**Jmaï et al.** [76] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée avec des parois latérales partiellement chauffées et remplie de nanofluides à base de différents types de nanoparticules  $TiO_2, Ag, Cu, Al_2O_3$ . Deux sources de chaleur à flux thermique constant sont encastrées dans les parois droite et gauche. L'enceinte est refroidie par les parois horizontales. Les parties inactives sont adiabatiques. Les effets de paramètres de contrôle tels que le nombre de Rayleigh ( $10^4 \leq Ra \leq 10^7$ ), le type de nanofluide, la fraction volumique solide ( $0 \leq \phi \leq 0.2$ ) et l'emplacement des sources de chaleur sur le transfert de chaleur et l'écoulement de fluide ont été étudiés. Les résultats indiquent que le transfert de chaleur augmente avec le nombre de Rayleigh et la fraction volumique de nanoparticules. De plus, la température maximale des sources de chaleur est considérablement affectée lorsque leur emplacement est pris en compte. Quels que soient le nombre de Rayleigh et la fraction volumique solide de nanoparticules, l'amélioration du transfert de chaleur la plus élevée se produit pour le cas inférieur – supérieur, tandis que le minimum est atteint dans le cas intermédiaire – intermédiaire. Des corrélations ont été présentées.

**Bourantas et al.** [77] ont examiné l'écoulement transitoire laminaire d'un nanofluide  $Al_2O_3$ /eau en présence d'un champ magnétique dans une enceinte rectangulaire inclinée. Les simulations ont été réalisées pour divers nombres de Rayleigh et de Hartman, différentes fractions volumiques solides et différents angles d'inclinaison et directions du champ magnétique. Les résultats montrent que la

force et l'orientation du champ magnétique affectent de manière significative les champs dynamique et thermique.

**Sheikholeslami et al.** [78] ont étudié l'écoulement magnétohydrodynamique d'un nanofluide Cu-eau dans une enceinte inclinée. Une température de profil sinusoïdal avec différentes amplitudes a été appliquée à la paroi froide de la cavité. Des simulations numériques ont été réalisées pour différents paramètres tels que le nombre de Hartmann, le nombre de Rayleigh, la fraction volumique de nanoparticules et l'angle d'inclinaison de l'enceinte. Les résultats montrent qu'en présence d'un champ magnétique, la convection et le nombre de Nusselt diminuent. À  $Ra = 10^3$ , la valeur maximale d'amélioration pour un faible nombre de Hartmann est obtenue à  $\gamma = 0^\circ$ , mais pour des valeurs plus élevées du nombre de Hartmann, les valeurs maximales apparaissent à  $\gamma = 90^\circ$ . En outre, à n'importe quelle valeur du nombre de Hartmann la valeur maximale d'amélioration est obtenue à  $\gamma = 60^\circ$  et  $\gamma = 0^\circ$  pour  $Ra = 10^4$  et  $10^5$ , respectivement.

**Abbasian Arani et al.** [79] ont étudié le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle dans une enceinte carrée en utilisant une conductivité thermique et viscosité variables. Le fluide contenu dans l'enceinte est un nanofluide à base d'eau contenant des nanoparticules d' $Al_2O_3$ . Les parois horizontales supérieure et inférieure sont adiabatiques, tandis qu'une source ( $T_H, C_H$ ) et un dissipateur ( $T_C, C_C$ ) sont situés au niveau des parois verticales gauche et droite en tant que parties actives, respectivement, avec  $T_H > T_C$  et  $C_H > C_C$ . L'étude a été réalisée pour des nombres de Rayleigh allant de  $10^4$  à  $10^6$ , les rapports de flottabilité de  $-5$  à  $5$  et différentes configurations de la source et du dissipateur. Les résultats révèlent que le nombre de Nusselt moyen augmente en ajoutant les nanoparticules au fluide de base, tandis que le nombre de Sherwood moyen diminue. De plus, les nombres de Sherwood et de Nusselt augmentent à mesure que le nombre de Rayleigh ou la valeur absolue du rapport de flottabilité augmente.

**Bouhaleb et al.** [80] ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte rectangulaire inclinée remplie de nanofluide CuO-eau. Cette étude a été réalisée pour les paramètres suivants : angle d'inclinaison ( $\gamma = 0^\circ - 90^\circ$ ), fraction volumétrique solide ( $\phi = 0 - 4\%$ ), rapport d'aspect ( $A = 0.25, 0.5, 1$  et  $2$ ). Les nombres de Rayleigh et Prandtl ont été fixés à  $Ra = 10^5$  et  $Pr = 7.02$ . Les résultats montrent que le transfert de chaleur augmente d'abord, puis diminue avec l'augmentation de l'inclinaison de l'enceinte pour le rapport d'aspect ( $A = 1$ ) et augmente avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison pour  $A < 1$ . De plus, le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticules.

**Ahmed et al.** [81] ont étudié la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée différentiellement chauffée et remplie d'un nanofluide. Les effets du nombre de Rayleigh et de l'angle d'inclinaison ( $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$ ) sur le nombre de Nusselt et le coefficient de transfert thermique ont été étudiés par une approche de simulation de Boltzmann sur réseau à deux phases en considérant les effets de la thermophorèse et le mouvement brownien. Les résultats montrent que le transfert de chaleur est fonction de l'angle d'inclinaison et du nombre de Rayleigh. De plus, les taux de transfert de chaleur minimum et maximum se sont produits à  $\gamma = 90^\circ$  et à un angle d'inclinaison qui varie avec le nombre  $Ra$ , respectivement.

**Abu-Nada et al.** [82] ont étudié les effets de l'ondulation de la surface sur le transfert de chaleur et l'écoulement d'un nanofluide dans une cavité avec chauffage partiel et paroi ondulée et portée à une température froide constante. L'impact de certains paramètres tels que le nombre de Rayleigh ( $10^3$  à  $10^5$ ), la fraction volumique solide ( $0$  à  $9\%$ ), le rapport d'amplitude de la surface, la longueur de l'élément chauffant ( $0.25$  à  $0.75$ ) ainsi que son emplacement ( $0.25$  à  $0.75$ ). Les résultats reflètent l'impact de l'emplacement et la longueur de l'élément chauffant sur l'écoulement et le transfert de

chaleur. Cependant, l'ondulation de la surface de la paroi refroidie n'a pas d'influence sensible sur le transfert de chaleur.

**Motlagh et al.** [83] ont présenté une étude numérique de la convection naturelle de nanofluides dans une enceinte poreuse. Les parois verticales sont maintenues à des températures constantes mais différentes ( $T_H > T_C$ ), tandis que les autres parois sont adiabatiques. Le modèle de Buongiorno à deux phases a été utilisé en considérant les effets de diffusion brownienne et de thermophorèse. Deux nanofluides différents ont été considérés, à savoir  $Al_2O_3$ -eau et Cu-eau. Des simulations numériques ont été effectuées pour différents nombres de Rayleigh poreux ( $Rap = 10^2, 10^3$  et  $10^4$ ), porosités ( $\epsilon = 0.5, 0.7$  et  $0.9$ ), fractions volumiques de particules ( $0 \leq \phi \leq 0.04$ ) et angles d'inclinaison de l'enceinte ( $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$ ). Les résultats reflètent le rôle important qui peut être joué par la porosité sur le taux de transfert de chaleur, en particulier aux nombres de Rayleigh poreux élevés. Les nanoparticules de Cu présentent une distribution plus uniforme à l'intérieur de l'enceinte par rapport aux nanoparticules d' $Al_2O_3$ . D'autre part, Les résultats montrent qu'il existe une couche limite contiguë aux murs de l'enceinte et que son épaisseur diminue en réduisant la porosité ou en augmentant le nombre de Rayleigh poreux.

**Esfandiary et al.** [84] ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle d'un nanofluide  $Al_2O_3$ -eau dans une enceinte en utilisant le modèle de mélange diphasique. Les parois gauche et droite de l'enceinte sont maintenues à températures constantes chaude et froide tandis que les autres parois sont adiabatiques. L'influence de l'angle d'inclinaison de l'enceinte ( $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$ ), la fraction volumique de (0 à 3 %) et le nombre de Rayleigh ( $10^5 \leq Ra \leq 10^7$ ) a été explorée. Les résultats indiquent que le mécanisme de vitesse de glissement a provoqué une diminution du nombre de Nusselt avec l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticules. De plus, la valeur la plus élevée du nombre de Nusselt est atteinte à  $\gamma = 30^\circ$ . En outre,

l'augmentation du diamètre de nanoparticules entraîne une diminution du nombre de Nusselt et une augmentation de la non-uniformité.

**Arici et al.** [85] ont étudié numériquement la convection naturelle lors de la fusion d'un matériau à changement de phase (cire de paraffine) en présence de nanoparticules d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  dans une cavité carrée partiellement chauffée et refroidie. Les parties thermiquement actives de l'enceinte sont maintenues à différentes températures tandis que les autres parties de l'enceinte sont isolées. L'effet de concentration de nanoparticules ( $0 \leq \phi \leq 3\%$ ) et d'orientation des parois actives, de température de la paroi chaude sur le processus de fusion et le stockage d'énergie a été examiné. Les propriétés thermophysiques du matériau ont été considérées comme dépendantes de la température et de la phase. Les résultats montrent que les paramètres considérés ont un effet significatif sur la vitesse de fusion et l'énergie stockée. De plus, l'amélioration la plus élevée est atteinte lorsque l'enceinte est chauffée par le bas et remplie de  $\phi = 1\%$  de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , et que l'amélioration diminue au-delà de  $\phi = 1\%$  de nanoparticules.

**Alsabéry et al.** [86] ont analysé l'écoulement par convection naturelle d'un nanofluide dans une enceinte carrée inclinée et partiellement occupée par une couche poreuse. Des conditions aux limites de température sinusoïdales sont imposées sur les deux parois verticales. Différents nanofluides à base d'eau et de nanoparticules Ag, Cu,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{TiO}_2$  ont été considérés. Les paramètres étudiés sont le nombre de Darcy, la fraction volumique de nanoparticules, l'écart de phase, le rapport d'amplitude, l'épaisseur de la couche poreuse et l'angle d'inclinaison de la cavité. Les résultats numériques montrent que le transfert de chaleur est considérablement affecté par l'augmentation de la couche poreuse.

**Rahimi et al.** [87] ont analysé numériquement la convection naturelle de nanofluides DWCNTs-eau dans une cavité munie de deux sources de chaleur. La cavité est partiellement chauffée par le bas et refroidie par le haut. La viscosité dynamique et la conductivité thermique ont été déterminées expérimentalement pour différentes concentrations de nanoparticules, à savoir  $0.01 \leq \phi \leq 0.5\%$  et différentes températures allant de 300 à 340 K. Des corrélations ont été développées et utilisées dans les simulations basées sur la méthode de Boltzmann sur réseau. Les effets de différentes dispositions des sources de chaleur à l'intérieur de la cavité, concentrations de nanoparticules, nombres de Rayleigh sur la convection ont été explorés. Les résultats montrent que la disposition de sources chauffantes avait des effets importants sur l'écoulement de fluide, les performances de transfert de chaleur et la génération d'entropie. De plus, le nombre de Nusselt a une relation directe avec le nombre de Rayleigh et la fraction volumique solide. D'autre part, la génération d'entropie totale a une relation directe et inverse avec le nombre de Rayleigh et la fraction volumique solide, respectivement.

**Salari et al.** [88] ont présenté des résultats de simulation numérique de la convection naturelle de deux fluides gaz/liquide non miscibles, l'air et le nanofluide  $Al_2O_3$ -eau, dans une enceinte rectangulaire partiellement chauffée par les parois latérales. Le niveau de surface libre du nanofluide a été considéré comme constant ( $H_{nf} = 0,8H$ ). Les impacts de la fraction volumique solide ( $0 \leq \phi \leq 0.2$ ), le nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ), le rapport de forme de l'enceinte, la longueur des sources de chaleur et leurs emplacements sur les parois latérales ont été étudiés. Les résultats montrent qu'une augmentation du nombre de Rayleigh et de la longueur de sources chaudes provoque l'intensification d'écoulement dans l'enceinte. En outre, les nombres de Nusselt local et moyen augmentent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, de la fraction volumique solide et du rapport d'aspect, alors qu'ils diminuent avec l'augmentation de la longueur de sources de chaleur et le déplacement de celles-ci vers le haut.

**Wang et al.** [89] ont étudié les effets des propriétés dépendant de la température sur la convection naturelle d'un nanofluide eau- $\text{Al}_2\text{O}_3$  dans une enceinte cubique partiellement chauffée à l'aide de la méthode de Boltzmann sur réseau. Les influences du nombre de Rayleigh ( $10^4 \leq Ra_f \leq 10^6$ ), du diamètre de nanoparticules ( $25 \text{ nm} \leq d_p \leq 100 \text{ nm}$ ), de la fraction volumique des nanoparticules ( $0 \leq \phi \leq 0.04$ ), de la température de la paroi latérale refroidie ( $315 \text{ K} \leq T_c \leq 335 \text{ K}$ ), la différence de température entre les parois latérales ( $10 \text{ K} \leq DT \leq 50 \text{ K}$ ), le rapport d'aspect ( $0.5 \leq A \leq 1$ ) et l'emplacement de la source de chaleur sur les champs de température et d'écoulement de fluide ont été examinées. Les résultats révèlent que le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticules. De plus, il existe une fraction volumique optimale  $\phi$  à laquelle l'amélioration maximale du transfert de chaleur est obtenue, et sa valeur de ( $\phi$ ) augmente légèrement avec la diminution du diamètre de nanoparticules, et augmente remarquablement avec l'augmentation de la température de la paroi froide et la différence de température entre les parois latérales. D'autre part, le nombre de Nusselt moyen et l'amélioration du transfert de chaleur diminuent avec l'augmentation du rapport de forme.

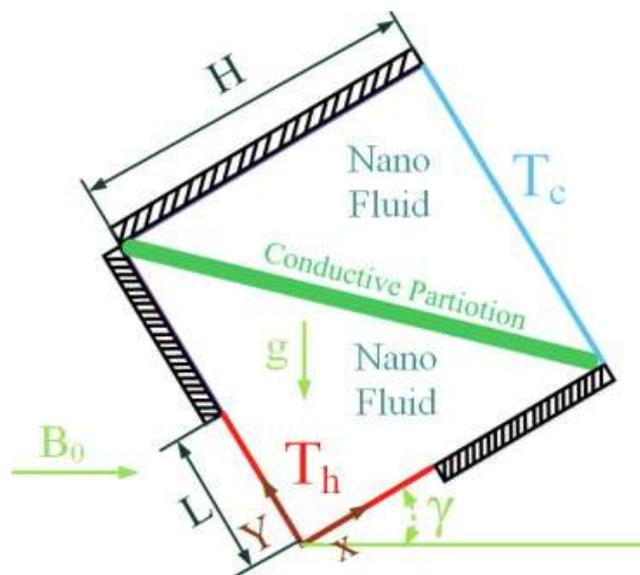
**Sheremet et al.** [90] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle d'un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau dans une cavité inclinée à paroi ondulée sous l'effet d'un chauffage non uniforme. Un modèle monophasique avec des corrélations expérimentales pour la viscosité et la conductivité thermique du nanofluide a été adopté. Les effets de paramètres impliqués tels que l'angle d'inclinaison de la cavité et les parois irrégulières (nombre d'ondulations) sur les lignes de courant et les isothermes ainsi que sur le nombre de Nusselt moyen ont été analysés. Les résultats numériques reflètent une évolution non monotone du taux de transfert de chaleur avec l'angle d'inclinaison de la cavité et le nombre d'ondulations.

**Al-Kalbani et al.** [91] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte carrée inclinée remplie de nanofluides de différents types et formes de nanoparticules. L'écoulement de nanofluide dans l'enceinte a été simulé en tenant compte du mouvement brownien de nanoparticules dans le nanofluide, de la position d'une source de chaleur uniforme dans l'enceinte, de l'intensité du champ magnétique qui s'y trouve et de l'orientation de celui-ci. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur dans l'enceinte dépend essentiellement des nombres de Rayleigh et de Hartmann, de la fraction volumique de nanoparticules, de l'angle d'inclinaison de l'enceinte et de la position de la source de chaleur.

**Sobhani et al.** [92] ont appliqué l'approche Taguchi pour optimiser les paramètres de transfert de chaleur par convection naturelle de nanofluide eau- $\text{Al}_2\text{O}_3$  dans une cavité partiellement chauffée. Les équations d'écoulement et d'énergie ont été résolues par la méthode de Boltzmann sur réseau. Les effets de cinq paramètres dont le nombre de Rayleigh, la position et la longueur de la source chaude, la longueur de la source froide et la concentration de nanoparticules ont été examinés. Les résultats montrent que les conditions optimales pour le nombre de Nusselt sont  $10^5$ , 3 %, 0.25, et 0.75 pour le nombre de Rayleigh, la fraction volumique solide, la longueur de la source chaude, et la longueur de la source froide en position inférieur - inférieur.

**Li et al.** [93] ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle d'un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau dans une enceinte inclinée en tenant compte des effets de rayonnement. L'enceinte est soumise à un champ magnétique horizontal et constant. Une cloison à conductivité thermique constante divise le fluide à l'intérieur de l'enceinte en deux parties Figure 2.7. Les auteurs se sont intéressés à évaluer le taux de transfert de chaleur (TTC), la génération d'entropie totale (GET) et le nombre de Bejan (Be). Les résultats indiquent que lorsque le nombre de Hartmann s'accroît de 0 à 40, le transfert de chaleur et la génération d'entropie diminuent

respectivement de 35 % et 46 %. En outre, une augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une intensification du TTC de 39 % et de la génération d'entropie GET de 90 %. Le nombre de Bejan diminue en augmentant le nombre de Rayleigh et augmente avec le nombre de Hartmann. L'ajout du transfert de chaleur par rayonnement entraîne une intensification de la génération d'entropie et une réduction du nombre de Bejan. À mesure que la longueur de la source chaude augmente de 0.1 à 0.9, le nombre de Nusselt et la génération d'entropie deviennent respectivement 3.77 et 2.8 fois supérieurs.



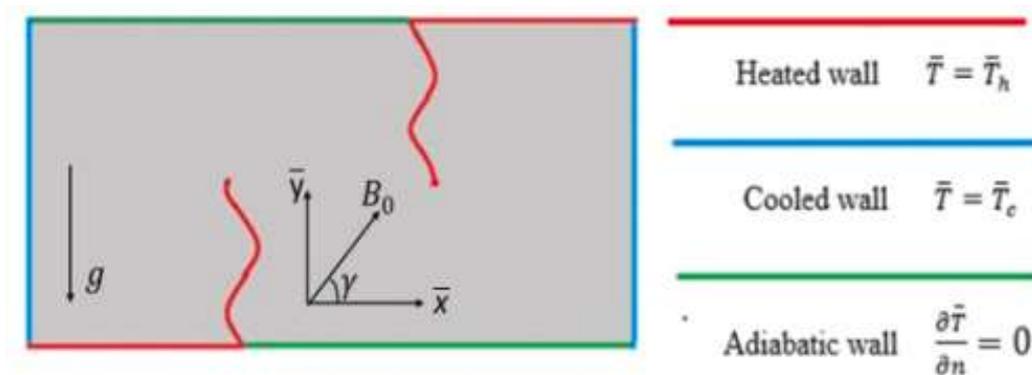
**Figure 2.7 :** Représentation schématique du problème étudié par Li et al. [93].

**Zhang et al.** [94] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle et rayonnement dans une enceinte remplie de nanofluide  $Al_2O_3$ -eau en présence d'un champ magnétique sous différents angles. L'enceinte est une cavité faisant un angle de  $45^\circ$  avec l'horizon, et une ailette circulaire ayant une température  $T_H$  est placée dans le coin inférieur de la cavité. La paroi droite est maintenue à la température  $T_C$ , et les autres parois sont adiabatiques. La génération d'entropie est également

analysée. Les paramètres de l'étude sont les nombres de Rayleigh et de Hartmann, l'angle du champ magnétique, la fraction volumique de nanoparticules et le rapport d'aspect de l'ailette. Les résultats indiquent qu'un nombre de Nusselt et une génération d'entropie plus élevés et un nombre de Bejan plus faible sont atteints à un nombre de Rayleigh plus élevé et un nombre de Hartmann plus faible. L'ajout de 6 % de nanoparticules provoque une augmentation de 10 % du taux de transfert de chaleur et de 11 % de la génération d'entropie en absence de rayonnement. L'ajout du mécanisme de rayonnement entraîne une augmentation du taux de transfert de chaleur et de la génération d'entropie. De plus, le champ magnétique vertical est plus intense que le champ magnétique horizontal. D'autre part, avec une augmentation du rapport d'aspect de l'ailette de 0.3 à 0.7, les taux de transfert de chaleur et de génération d'entropie augmentent respectivement de 36 et 27 %.

**Li et al.** [95] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle de nanofluides  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ -eau dans une enceinte carrée partiellement chauffée afin d'explorer l'influence de la conductivité thermique anisotrope. La viscosité de nanofluides dépend à la fois du taux de cisaillement et de la fraction volumique solide. L'étude paramétrique montre que le comportement d'amincissement par cisaillement peut améliorer le taux de transfert de chaleur et que l'effet est lié à l'intensité de cet amincissement. De plus, l'analyse de l'influence du champ magnétique révèle que l'existence du champ magnétique permet un transfert de chaleur plus rapide, ce qui implique la possibilité de contrôler le transfert de chaleur dans les nanofluides à base de magnétite en modifiant la répartition du champ magnétique externe. De plus, l'anisotropie de la conductivité thermique peut être renforcée par l'augmentation du nombre de Hartmann et de la concentration de nanoparticules. D'autre part, le nombre de Nusselt est plus élevé avec un nombre de Rayleigh plus élevé et un nombre de Hartmann plus faible.

**Rehman et al.** [96] ont étudié numériquement l'écoulement de nanofluides par convection naturelle dans une enceinte rectangulaire partiellement chauffée et exposée à un champ magnétique incliné. Des tiges chauffantes ondulées sont installées à la fois sur les parois inférieure et supérieure d'une enceinte Figure 2.8. Les effets des paramètres affectant l'écoulement sont le nombre de Hartmann et l'angle d'inclinaison ont été examinés. Les résultats indiquent que pour des valeurs croissantes du nombre de Hartmann, le nombre de Nusselt au niveau de la tige supérieure a une valeur plus élevée par rapport à la tige inférieure.



**Figure 2.8** : Configuration de la géométrie étudiée par Rehman et al. [96].

**El hadoui et al.** [97] ont examiné le transfert de chaleur par convection naturelle dans des enceintes verticales et horizontales remplies de nanofluide  $Al_2O_3/eau$  en utilisant la viscosité et la conductivité thermique dépendant de la température. L'impact de différents paramètres, à savoir la fraction volumique de nanoparticules  $0 \leq \phi \leq 0.05$ , la taille de nanoparticules,  $d_p = 13, 29$  et  $45$  nm, et le rapport d'aspect  $0.25 \leq A \leq 4$ , sur les champs dynamique et thermique ont été étudiés. Les résultats obtenus par des simulations numériques révèlent que l'utilisation de nanofluides entraîne des améliorations du transfert de chaleur, mais uniquement lorsque le rapport d'aspect est inférieur à certaines valeurs critiques,  $A_{cr} = 0.56, 0.48$  et  $0.53$  pour  $\phi = 0.01, 0.03$  et  $0.05$ , respectivement. Au-delà de ces valeurs, l'eau pure est plus performante que les nanofluides en termes de transfert

de chaleur où l'amélioration décroît vers -8 %, -23 % et -22 % pour  $\phi = 1\%$ , 3% et 5%, respectivement. De plus, cette valeur critique dépend de la fraction volumique de nanoparticules et augmente à mesure que le diamètre de nanoparticules augmente.

**Torki et al.** [98] ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur par convection naturelle de nanofluides SiO<sub>2</sub>/eau dans une enceinte rectangulaire en considérant différentes concentrations et angles d'inclinaison. Les résultats montrent que le transfert de chaleur n'a pas changé de manière significative pour de faibles concentrations des nanofluides. Cependant, pour une fraction volumique de nanoparticules supérieure à 0.005, le coefficient de transfert de chaleur diminue avec la concentration de nanoparticules. D'autre part, pour de faibles concentrations de nanoparticules, l'effet de l'angle d'inclinaison sur le nombre de Nusselt est plus prononcé. L'influence de la concentration de nanoparticules sur le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison de la cavité. De plus, les valeurs les plus élevées du nombre de Nusselt sont obtenues pour un angle d'inclinaison de 0°, et le taux de transfert de chaleur diminue avec l'angle d'inclinaison.

Récemment, **Kuharat et al.** [99] ont réalisé des simulations numériques de la convection naturelle de nanofluides dans une enceinte bidimensionnelle. L'écoulement a été considéré avec un transfert de chaleur par rayonnement. L'enceinte comporte deux parois adiabatiques, une source chaude et une paroi plus froide. Trois nanoparticules différentes ont été utilisées Cu, Ag et TiO<sub>2</sub> avec de l'eau comme fluide de base. L'influence du rapport d'aspect et de la fraction volumique solide a été étudiée. Les résultats reflètent une modification significative des caractéristiques d'écoulement avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. En outre, les nanoparticules d'oxyde de titane atteignent un nombre de Nusselt légèrement plus élevé que les nanoparticules d'argent.

**Chattapadhyay et al.** [100] ont étudié numériquement les performances thermiques de la convection mixte d'un nanofluide hybride Cu-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>(50 : 50) / eau dans une cavité ondulée en présence d'un champ magnétique. L'accent a été mis sur le chauffage partiel non uniforme venant de la gauche. Le rôle des paramètres géométriques sur les performances thermiques est examiné minutieusement en modifiant l'ondulation de la surface du mur droit, l'emplacement du chauffage et la direction du mouvement des murs supérieur et inférieur. L'étude a été menée sur la base de ces mouvements, en considérant quatre configurations géométriques ainsi que les effets de différents paramètres tels que le nombre de Richardson, le nombre de Hartmann, l'orientation et l'intensité du champ magnétique, la concentration de nanoparticules. Les simulations reflètent l'amélioration significative des performances thermiques avec l'augmentation de l'angle du champ magnétique, l'ondulation de la surface et la concentration de nanoparticules alors qu'elles diminuent avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique. De plus, le cas (mouvement à paroi unique) et le cas (mouvement à paroi parallèle) peuvent constituer une configuration optimale pour obtenir le transfert de chaleur maximal. La position de la source chaude a un impact majeur sur le transport de chaleur et les caractéristiques d'écoulement de fluide dans la cavité ondulée. Les positions supérieure et médiane de la source de chaleur ( $Y_p = 0.75$  et  $Y_p = 0.5$ ) produisent le transfert thermique maximum pour le cas (mouvement à paroi unique) tandis que la position inférieure ( $Y_p = 0.25$ ) produit le transfert de chaleur maximum pour le cas (mouvement parallèle des murs).

**Akhter et al.** [101] ont exploré les comportements d'écoulement de nanofluide hybride et de température ainsi que la génération d'entropie dans une cavité partiellement chauffée et saturée par un milieu poreux contenant un cylindre conducteur en présence d'un champ magnétique externe. Un modèle de conductivité thermique effective basé sur l'effet du mouvement brownien de nanoparticules de Cu et Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Les résultats révèlent que l'écoulement et la température ainsi que

la génération d'entropie locale sont influencés de manière significative par un paramètre de flottabilité plus élevé, mais que ces impacts sont liés à l'intensité du champ magnétique, à la quantité de nanoparticules hybrides et également à la perméabilité de la cavité. Le taux de transfert de chaleur et la génération d'entropie augmentent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et ces tendances s'accroissent avec l'augmentation de la porosité de la cavité et la fraction volumique. Cependant, une tendance inverse est constatée pour l'effet de champ magnétique. De plus, le nombre de Bejan diminue pour les nombres de Rayleigh et de Darcy croissants, mais augmente pour un nombre de Hartmann et une quantité de nanoparticules hybrides plus élevés.

**Rehman et al.** [102] ont présenté une analyse d'écoulement d'un nanofluide  $Fe_3O_4$ -eau autour d'un cylindre chauffé en rotation et la génération d'entropie dans une cavité carrée avec coins arrondis. Les effets des paramètres pertinents ont été examinés pour le nombre de Hartmann ( $0 \leq Ha \leq 100$ ), la vitesse angulaire ( $0 \leq \omega \leq 4$ ) et la fraction volumique ( $0 \leq \phi \leq 0.06$ ). Les résultats numériques révèlent que le fluide se déplace sur le cylindre lorsque le cylindre tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. De plus, l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticules et leur vitesse angulaire augmente le nombre de Nusselt moyen et diminue l'entropie thermique et visqueuse.

**Khan et al.** [103] ont examiné la convection naturelle de nanofluide  $TiO_2$ -eau dans une cavité avec parois partiellement actives. Deux cas ont été considérés ; dans le premier cas, le mur gauche de la cavité est partiellement refroidi tandis que le mur droit est partiellement chauffé. Dans le deuxième cas, la cavité est partiellement chauffée par les côtés tandis qu'un dissipateur thermique à température constante  $T_C$  est situé sur le mur inférieur. Les murs ou les parties inactives sont adiabatiques. L'influence du nombre de Rayleigh ( $10^2 \leq Ra \leq 10^6$ ) et des fractions volumiques solides ( $0.01 \leq \phi \leq 0.06$ ) sur l'écoulement de nanofluide et le transfert de chaleur a été étudiée. Les

résultats montrent que le nombre de Nusselt s'améliore avec le nombre de Rayleigh et la fraction volumique de nanoparticules.

**Cho et al.** [104] ont analysé la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité poreuse avec paroi partiellement chauffée et des parois supérieure et inférieure ondulées. Des simulations numériques ont été réalisées pour explorer les effets du nombre de Rayleigh ( $Ra$ ), du nombre de Darcy ( $Da$ ), de la porosité ( $\epsilon$ ), de la fraction volumique de nanoparticules ( $\phi$ ), de l'amplitude de la surface ondulée ( $\alpha_w$ ), de la longueur de la source de chaleur et le rapport de distribution d'irréversibilité ( $\chi$ ) sur le nombre de Bejan ( $Be$ ), la génération d'entropie totale ( $S_t$ ), le nombre de Nusselt moyen ( $Nu$ ). Les résultats indiquent que  $Nu$  et  $S_t$  augmentent, tandis que  $Be$  diminue à mesure que  $Ra$ ,  $\epsilon$  et  $Da$  augmentent. Pour de faibles valeurs de  $Da$  et  $Ra$ , les effets de  $Da$ ,  $Ra$  et  $\epsilon$  sur  $Nu$  et  $S_t$  sont insignifiants, et  $Be$  se rapproche de 1 puisque le transfert de chaleur par conduction domine. De plus, à mesure que  $\phi$  et  $\alpha_w$  augmentent,  $Nu$  et  $Be$  augmentent, mais  $S_t$  diminue. En outre, à mesure que la longueur de la portion chauffée augmente,  $Nu$  et  $S_t$  augmentent également. Pour une valeur élevée de  $Ra$ ,  $S_t$  augmente et  $Be$  diminue à mesure que  $\chi$  augmente. Enfin, pour une faible valeur de  $Ra$ , l'effet de  $\chi$  sur  $S_t$  est insignifiant et  $Be \approx 1$ .

**Alsabéry et al.** [105] ont étudié la convection naturelle conjuguée d'un nanofluide  $Al_2O_3$ -eau dans une cavité carrée avec un bloc solide concentrique en utilisant le modèle diphasique de Buongiorno. Le coin inférieur gauche de la cavité carrée est maintenu à une température chaude constante tandis que le coin supérieur droit est maintenu à une température froide constante. Les autres parties des murs sont maintenues adiabatiques. L'effet des paramètres tels que la fraction volumique de nanoparticules ( $0 \leq \phi \leq 0.04$ ), le nombre de Rayleigh ( $10^2 \leq Ra \leq 10^6$ ), la conductivité thermique du bloc solide ( $kw = 0.28, 0.76, 1.95, 7$  et  $16$ ) et l'épaisseur de celui-ci ( $0.1 \leq D \leq 0.7$ ) a été exploré. Les résultats montrent que le rapport de conductivité thermique et la taille du bloc solide sont de

très bons paramètres de contrôle pour optimiser le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité partiellement chauffée et refroidie.

**Wang et al.** [106] ont utilisé le modèle diphasique de Buongiorno pour étudier la convection naturelle dans une enceinte partiellement chauffée et remplie de nanofluides en tenant compte des propriétés dépendantes de la température. La méthode de Boltzmann sur réseau a été utilisée pour le champ d'écoulement et de température, tandis que l'équation de fraction volumique est résolue par la méthode TVD (à variation totale décroissante). L'effet de plusieurs paramètres, tels que le nombre de Rayleigh, le diamètre de nanoparticules, la différence de température entre les parois latérales, l'emplacement et la longueur de la source de chaleur, sur le taux de transfert de chaleur et la distribution de nanoparticules ont été analysés. Les résultats indiquent que l'amélioration du transfert de chaleur augmente avec la fraction volumique de nanoparticules pour des faibles nombres de Rayleigh, tandis qu'il existe une fraction volumique optimale pour laquelle le maximum de transfert de chaleur est atteint aux nombres de Rayleigh élevés. De plus, l'amélioration du transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de la longueur de la source de chaleur.

**Alsabéry et al.** [107] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle d'un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau dans une cavité carrée contenant un cylindre circulaire solide en utilisant le modèle diphasique de Buongiorno. Des parties des surfaces verticales de la cavité sont maintenues à température constante (paroi gauche  $T_H$  et paroi droite  $T_C$ ) tandis que les parois horizontales et les autres parties sont considérées comme adiabatiques. Les effets de certains paramètres tels que le nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ), la fraction volumique de nanoparticules ( $0 \leq \phi \leq 0.04$ ), la conductivité thermique du cylindre solide ( $k_w = 0.28, 0.76, 1.95, 7$  et  $16$ ), le rayon du cylindre solide ( $0.1 \leq R \leq 0.4$ ), la longueur de la source de chaleur et le dissipateur de chaleur ( $0.2 \leq D \leq$

0.8) et leurs positions ( $0.2 \leq B \leq 0.8$ ) sur l'écoulement de fluide et le transfert de chaleur ont été étudiés. Les résultats montrent que le transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticules pour tous les nombres de Rayleigh. De plus, la conductivité thermique, le rayon du cylindre solide, les paramètres D et B constituent des facteurs clés pour contrôler et optimiser le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité partiellement chauffée et refroidie.

**Cho** [108] ont étudié la convection naturelle et la génération d'entropie dans une cavité carrée à paroi ondulée partiellement chauffée et remplie de nanofluide  $Al_2O_3$ -eau. Les effets de la fraction volumique, du nombre de Rayleigh et des paramètres géométriques de la surface ondulée sur le nombre de Nusselt moyen, la génération d'entropie totale et le nombre de Bejan ont été examinés. Les résultats révèlent que le nombre de Nusselt moyen augmente et la génération d'entropie totale diminue à mesure que la fraction volumique de nanoparticules d' $Al_2O_3$  augmente. En revanche, le nombre de Nusselt moyen diminue et la génération totale d'entropie augmente à mesure que l'amplitude et la longueur d'onde de la surface ondulée augmentent. De plus, le nombre de Bejan augmente avec l'augmentation de l'amplitude et de la longueur d'onde de la surface ondulée. En outre, pour tous les nombres de Rayleigh, le nombre de Nusselt augmente et la génération d'entropie diminue à mesure que le pic de la surface ondulée se rapproche du plan central horizontal de la cavité.

**Akhter et al.** [109] ont étudié l'écoulement convectif mixte d'un nanofluide hybride dans une cavité carrée partiellement chauffée en présence d'un champ magnétique externe sous différents angles d'inclinaison. Deux cylindres rugueux sont placés à différents endroits à l'intérieur de la cavité. Pour prendre en compte le mouvement brownien de nanoparticules hybrides, le modèle de conductivité thermique de Maxwell a été modifié. Les effets de différents paramètres tels que la

vitesse de rotation des cylindres ( $0 \leq \omega \leq 50$ ), le nombre de Hartmann ( $0 \leq Ha \leq 50$ ), la fraction volumique solide ( $0 \leq \phi \leq 5\%$ ) et l'angle d'inclinaison du champ magnétique ( $0^\circ \leq \gamma \leq 135^\circ$ ) sur les champs dynamique et thermique ont été explorés. Les résultats montrent que l'écoulement convectif mixte s'accélère avec la vitesse de rotation des cylindres mais diminue avec l'intensité de champ magnétique et la fraction volumique solide. Une amélioration du transfert de chaleur de 261.29 % a été enregistrée à la vitesse de rotation la plus élevée des cylindres rugueux ( $\omega : 0-50$ ,  $\phi = 1\%$ ,  $Ha = 10$ ). Cependant, cette amélioration diminue lorsque l'intensité du champ magnétique augmente. Le taux de transfert de chaleur le plus bas se produit lors de l'application du champ magnétique le plus élevé ( $Ha = 50$ ), soit 144.62 % de moins que celui du transfert de chaleur en absence du champ magnétique. Le transfert de chaleur optimal est obtenu pour une fraction volumique solide de 5 %, soit 101.2 % de plus que dans le cas de fluide de base. En outre, 48.89% de plus de transfert de chaleur est obtenu pour les cylindres rugueux en rotation par rapport aux cylindres lisses. D'autre part, le transfert de chaleur maximal est obtenu à un angle d'inclinaison magnétique de  $90^\circ$ . Il a également été observé que l'écoulement et le champ thermique dépendent fortement de la disposition des cylindres.

**Bouamoud et al.** [110] ont étudié numériquement la convection naturelle bidimensionnelle d'un nanofluide eau- $Al_2O_3$  dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Un code basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau à double population a été validé et utilisé pour simuler l'écoulement et le transfert de chaleur pour les valeurs du nombre de Rayleigh de  $10^4$  et  $10^5$  et une fraction volumique solide allant de 0 à 8 %. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur dans la cavité est influencé par la fraction volumique solide et le nombre de Rayleigh.

**Toosi et al.** [111] ont étudié la convection naturelle d'un nanofluide Cu-eau dans une cavité carrée partiellement remplie de milieu poreux à l'aide d'un modèle de mélange diphasique. Les parois

horizontales de l'enceinte sont adiabatiques et ses parois verticales sont exposées à des températures chaude et froide constantes. Les effets de la concentration de nanoparticules, des nombres de Rayleigh et de Darcy et du rapport de l'épaisseur de la couche poreuse sur le taux de transfert de chaleur ont été étudiés. Les résultats révèlent que l'utilisation des nanofluides avec des milieux poreux n'est pas recommandée aux nombres de Rayleigh élevés, car ils peuvent affaiblir la convection et également renforcer la conduction. Les auteurs ont rapporté qu'il existe une fraction volumique et une épaisseur de couche poreuse optimales pour optimiser le taux de transfert de chaleur.

**Geridonmez et al.** [112] ont présenté une étude numérique sur l'écoulement de nanofluides et le transfert de chaleur dans une cavité sous l'effet de champs magnétiques partiels croisés et d'un chauffage partiel. Les résultats montrent que transfert de chaleur par convection augmente avec la longueur de la source de chaleur, la concentration de nanoparticules et le nombre de Rayleigh alors qu'il diminue avec l'augmentation de la force de Lorentz.

**Bouamoud et al.** [113] ont présenté une analyse numérique de l'amélioration du transfert de chaleur par convection naturelle de nanofluides dans une enceinte carrée partiellement chauffée. Des simulations bidimensionnelles ont été réalisées à l'aide d'un code de calcul basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau à double population. Les effets de paramètres tels que le nombre de Grashof  $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ , la fraction volumique solide  $0 \% \leq \phi \leq 3 \%$ , la longueur adimensionnelle de la portion chauffée  $0.2 \leq l/H \leq 0.8$  et l'angle d'inclinaison  $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$  sur les caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur ont été analysés. Les résultats indiquent que le nombre de Nusselt augmente à mesure que les paramètres de contrôle augmentent, à l'exception de l'angle d'inclinaison. Les améliorations les plus élevées en matière de transfert de chaleur ont été observées

aux angles  $\gamma = 45^\circ$  et  $\gamma = 30^\circ$  pour  $Gr = 10^3$  et  $Gr > 10^3$ , respectivement. Une corrélation pour le nombre de Nusselt moyen a été établie spécifiquement pour le cas de  $\gamma = 0^\circ$ .

## 2.3 Conclusion

En conclusion, il convient de souligner que des incohérences entre les résultats de littérature ont été constatées. Concernant l'effet du chauffage partiel, certains auteurs [104,112] ont rapporté que le transfert de chaleur augmentait avec la longueur de la source de chaleur, alors que d'autres [68,70] ont rapporté une diminution du transfert de chaleur. Par ailleurs, il n'est pas encore clair quel modèle de conductivité thermique constitue le meilleur choix.

L'objectif principal du présent travail est de mettre en œuvre un modèle de Boltzmann sur réseau, capable de prédire avec précision l'écoulement et le transfert de chaleur dans une cavité carrée inclinée remplie de nanofluide. Nous effectuons une validation du modèle numérique par rapport aux résultats expérimentaux obtenus pour un fluide pur par **Bairi** [2] et **Krane et Jessee** [7] ainsi que pour un nanofluide, en particulier avec les études de **Khanafer et al.** [10] et **Jahanshahi et al.** [11]. Le travail de validation va être suivi d'une étude paramétrique des effets du chauffage partiel et l'angle d'inclinaison sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur dans la cavité. Afin d'obtenir des résultats proches de la réalité, le nanofluide sera traité dans notre étude comme une phase liquide effective, d'après **Sagir et al.** [62,64]. Quant aux modèles de prédiction de la conductivité thermique et la viscosité dynamique, les modèles de **Maxwell** et de **Brinkman** ont été choisis sur la base des études de **Dubyk et al.** [61], **Hanafizadeh et al.** [63] et **Khanafer et al.** [54].

## Chapitre 3 :

# **Formulation Mathématique et procédure de résolution**

### 3 Chapitre 3 Formulation mathématique et procédure de résolution

#### 3.1 Description du problème :

L'objectif principal de notre travail s'articule autour de l'étude du transfert de chaleur par convection naturelle de nanofluides en utilisant la méthode de Boltzmann sur réseau. Le problème physique considéré consiste en l'étude d'écoulement d'un nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau) à l'intérieur d'une cavité carrée avec un rapport géométrique  $A=1$  Figure 3.1. Une source chaude, de longueur  $l$ , est située sur le mur gauche de la cavité, tandis qu'une le mur droit est totalement refroidi. Les murs horizontaux et les portions non chauffées sont adiabatiques.

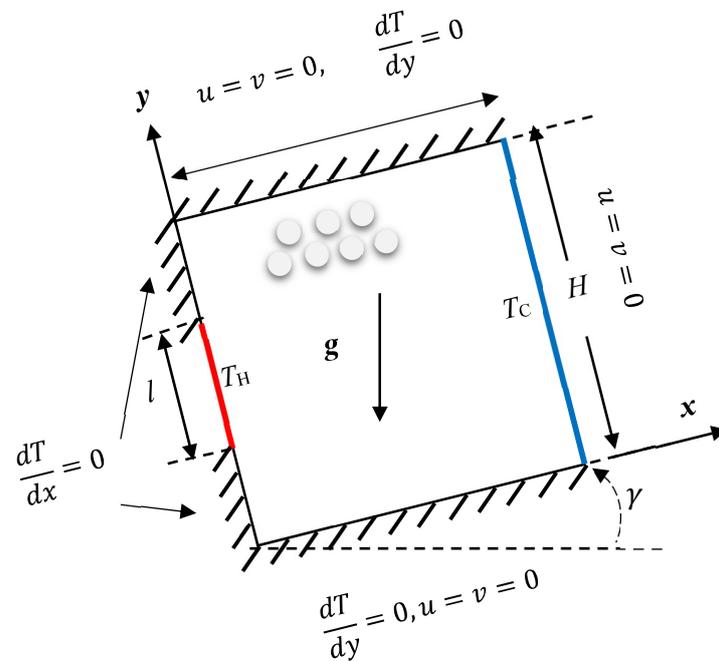


Figure 3.1 : Configuration géométrique du problème physique.

Phases	$\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	$C_p$ ( $\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$ )	$K$ ( $\text{W}/\text{mK}$ )	$\beta \times 10^{-5}$ ( $\text{K}^{-1}$ )
Eau	997.1	4179	0.613	21
$\text{Al}_2\text{O}_3$	3970	765	40	0.85

Tableau 3.1 : Propriétés thermophysiques des phases solide et liquide [88,92].

Les effets de la variation de la longueur de la source de chaleur  $0.2 \leq L \leq 0.8$ , nombre de Grashof  $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ , et la concentration de nanoparticules  $0 \leq \phi \leq 3\%$  ont été étudiés à un nombre de Prandtl  $Pr = 6.2$  cas de l'eau [10]. L'influence de l'angle d'inclinaison sur le transfert de chaleur est également explorée pour  $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$ ,  $L = 0.8$ , ( $\phi = 0$  and  $2\%$ ). La cavité se trouve dans un champ de gravité. Les propriétés thermophysiques des phases solide et liquide sont données dans le tableau 3.1.

### **3.1.1 Hypothèses simplificatrices :**

Pour simuler l'écoulement de nanofluide et le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité, les hypothèses suivantes ont été prises en considération :

- Les murs sont rigides avec une condition aux limites sans glissement.
- Les phases solide et liquide sont en équilibre thermique et se déplacent à la même vitesse.
- Le nanofluide est incompressible et Newtonien.
- Le problème est résolu pour un écoulement bidimensionnel en régime permanent.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Les nanoparticules  $Al_2O_3$  sont de forme sphérique.
- Le nanofluide est une suspension monophasique.
- La variation de densité au sein du nanofluide est approximée à l'aide du modèle standard de Boussinesq.

### **3.1.2 Formulation mathématique du problème**

#### **3.1.2.1 Modèle en deux dimensions :**

Sous ces hypothèses-là, les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour la convection naturelle laminaire dans un système de coordonnées cartésiennes bidimensionnelles s'écrivent sous forme dimensionnelle comme suit :

- Équation de Continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

- Équations de quantité de mouvement :

*Suivant l'axe ox :*

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{nf} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_{nf}} (\rho\beta)_{nf} g(T - T_C) \sin\gamma \quad (3.2)$$

*Suivant l'axe oy :*

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{nf} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_{nf}} (\rho\beta)_{nf} g(T - T_C) \cos\gamma \quad (3.3)$$

- Équation d'énergie :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.4)$$

### 3.1.2.2 Modélisation sous forme adimensionnelle :

En introduisant les variables adimensionnelles suivantes,

$$\begin{aligned} X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{uH}{\alpha_f}, \quad V = \frac{vH}{\alpha_f}, \quad \theta = \frac{T-T_C}{T_H-T_C}, \\ P = \frac{pH^2}{\rho_{nf}\alpha_f^2}, \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \quad Gr = \frac{g\beta_f H^3 \Delta T}{\nu_f^2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Les équations (3.1) - (3.4) peuvent être converties en une forme adimensionnelle comme suit :

- Équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.6)$$

- Équation de quantité de mouvement :

*Suivant ox :*

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} GrPr^2 \theta \sin\gamma \quad (3.7)$$

*Suivant oy :*

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} GrPr^2 \theta \cos\gamma \quad (3.8)$$

- Équation d'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.9)$$

La fonction de courant est donnée par :

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.10)$$

Les propriétés effectives du Nanofluide sont évaluées en utilisant les équations suivantes :

Conductivité thermique  $k_{nf}$  : modèle de Maxwell      Éq. (1.10)

Viscosité dynamique  $\mu_{nf}$  : modèle de Brinkman      Éq. (1.24)

Densité  $\rho_{nf}$       Éq. (1.32)

Chaleur spécifique  $(\rho cp)_{nf}$       Éq. (1.33)

Diffusivité thermique  $\alpha_{nf}$       Éq. (1.34)

Coefficient d'expansion thermique  $(\rho\beta)_{nf}$       Éq. (1.35)

### 3.1.2.3 Conditions aux limites :

Les conditions aux limites adimensionnelles utilisées dans cette étude sont données par :

- Mur gauche:

$$U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad \text{à} \quad X = 0 \quad \text{pour les portions}$$

$$0 \leq Y < \frac{(1-L)}{2}, \frac{(1+L)}{2} < Y \leq 1$$

- Mur gauche:

$$U = V = 0, \quad \theta = 1 \quad \text{à} \quad X = 0 \quad \text{pour la portion} \quad \frac{(1-L)}{2} \leq Y \leq \frac{(1+L)}{2} \quad (3.11)$$

- Mur droit:

$$U = V = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{à} \quad X = 1, \quad \text{pour} \quad 0 \leq Y \leq 1$$

- Murs horizontaux:

$$U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad \text{à} \quad Y = 0, 1 \quad \text{pour} \quad 0 \leq X \leq 1$$

Le nombre de Nusselt moyen le long de la portion chauffée peut être exprimé comme suit :

$$Nu = -\frac{1}{L} \int_{\frac{(1-L)}{2}}^{\frac{(1+L)}{2}} \left( \frac{K_{nf}}{K_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0} dY \quad (3.12)$$

## 3.2 Procédure de résolution

Dans notre travail, les équations gouvernantes, Eqs. (3.6) - (3.9), vont être résolus en utilisant la méthode de Boltzmann sur réseau (*en anglais Lattice Boltzmann method ou LBM*). Cette méthode est basée sur la théorie cinétique des gaz et les automates cellulaires avec une description moléculaire simplifiée. La méthode LBM est capable de reproduire les écoulements de fluides en

construisant un modèle de gaz à partir d'un ensemble de particules identiques, ayant une propriété appelée la fonction de distribution de particules. Ces dernières sont placées dans un réseau dans lequel elles se déplacent d'un nœud à un autre de ses voisins à chaque pas de temps. Lorsque les particules se rencontrent, elles entrent en collision et changent donc de direction sur le réseau en obéissant à une règle donnée. Des modèles mathématiques permettant d'approximer les variations de la fonction de distribution dues aux collisions de particules peuvent être utilisés. Par ailleurs, l'application de la LBM nécessite un traitement spécial sur les nœuds des frontières physiques et l'incorporation de forces externes comme terme source de quantité de mouvement. En d'autres termes, la nature cinétique de la LBM est basée sur un processus séquentiel de collision et de propagation. Par conséquent, la fonction de distribution de particules doit être mise à jour à chaque pas de temps. Les équations NS peuvent être dérivées de la LBM via des développements mathématiques donnés. Cependant, les équations régissant les grandeurs macroscopiques ont été formulées pour modéliser la convection naturelle stationnaire (Éqs. (3.6) - (3.9)). D'autre part, dans le cadre du fondement de la méthode LBM, les équations doivent être ajustées pour inclure la dépendance au temps. Cela pourrait impliquer d'introduire des termes temporels dans les équations régissant la masse, la quantité de mouvement et l'énergie, afin de capturer l'évolution du système au fil du temps. Cela rendra la méthode numérique compatible avec l'approche temporelle de la LBM. Pour résoudre le problème stationnaire étudié dans ce travail, une discrétisation des équations de Boltzmann sur un réseau régulier doit être effectuée ; suivie d'une initialisation du système avec les conditions initiales appropriées et le laissant évoluer jusqu'à l'atteinte d'un état stable correspondant à l'équilibre stationnaire recherché. La procédure de résolution avec la méthode de Boltzmann sur réseau thermique à simple temps de relaxation va être présentée en détail dans cette section.

### **3.2.1 Théorie cinétique des gaz**

L'élaboration de la théorie cinétique des gaz a été mise en jeu par plusieurs scientifiques : Bernoulli, Herapath, Waterston, Clausius, Maxwell et Boltzmann. Si elle commença en 1738, elle ne fut développée par Rudolf Clausius, James Clerk Maxwell et Ludwig Eduard Boltzmann que dans les années 1860 en introduisant des mathématiques sophistiquées dans la physique pour la première fois depuis Newton. Les trois physiciens ont supposé que les particules de gaz étaient en mouvement constant, qu'elles étaient petites par rapport à leur espace et que leurs interactions étaient très brèves. En 1860, Maxwell a utilisé la théorie des probabilités pour produire sa fameuse fonction de distribution de vitesses des molécules de gaz. Quant à Boltzmann, il a présenté sa célèbre équation baptisée en son honneur douze ans plus tard. Cette équation a permis de décrire le comportement d'un ensemble de particules ayant une propriété, appelée fonction de distribution de particules qui évolue dans l'espace et le temps en présence et/ou en absence d'une force externe. Le mouvement de particules avait ensuite été associé à la température, à la pression, et au volume. Dans ce qui suit, nous présentons un aperçu historique sur le développement de la méthode de Boltzmann sur réseau.

### **3.2.2 L'automate cellulaire (CA)**

L'automate cellulaire (CA) a été introduit dans les années 1940 par Stanislaw Ulam et John von Neumann, tous deux travaillant au laboratoire national de Los Alamos. Ulam étudiait la croissance cristalline à l'aide de réseaux, tandis que von Neumann s'intéressait aux systèmes autorépliants.

L'automate cellulaire est un espace bidimensionnel divisé en cellules dont chacune peut passer d'un état à un autre en obéissant à des règles de voisinage : à chaque unité de temps, l'application des mêmes règles à toutes les cellules de la grille ainsi obtenue, produit une nouvelle génération ( $t+1$ ) de cellules dépendant entièrement de la génération précédente ( $t$ ). Les automates cellulaires

sont sortis des laboratoires en 1970 avec le célèbre jeu de la vie (Game of Life) de John Horton Conway [114].

### 3.2.3 Le gaz sur réseau (LGA)

Grace à quoi le comportement microscopique d'un fluide peut être simulé par un automate cellulaire dans lequel l'espace, le temps et les vitesses de particules sont tous discrétisés. Le fluide est modélisé par des particules booléennes, identiques et qui peuvent se déplacer d'un nœud à un autre (voisin) du réseau.

L'évolution du gaz sur réseau consiste en deux étapes :

- Étape de propagation, dans laquelle les particules se déplacent vers les nœuds voisins du réseau.
- Étape de collision : suite à la propagation, il arrive que deux particules se trouvent au même nœud simultanément, les nouvelles directions de particules sont donc déterminées par des règles de collision. La conservation de nombre de particules, la quantité de mouvement et l'énergie avant et après collisions doit être satisfaite.

L'équation d'évolution du gaz sur réseau est définie comme suit [115] :

$$n_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i, t + 1) = n_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(n(\mathbf{x}, t)), i = 0, 1, \dots, m \quad (3.13)$$

Où :  $n_i(\mathbf{x}, t)$  représente une variable booléenne,

$\mathbf{c}_i$  est la vitesse de la particule sur le réseau,

$\Omega_i(n(\mathbf{x}, t))$  représente l'opérateur de collision.

### **3.2.4 Modèles de gaz sur réseau**

#### **3.2.4.1 Le modèle HPP**

Historiquement, Ce modèle a été introduit pour la première fois en 1973 par Hardy, Pomeau et De Pazis (HPP) [116]. Il s'agissait d'un simple automate cellulaire qui se développe sur une grille quadratique en obéissant à des règles de collisions et aux lois de conservation au niveau microscopique. Bien qu'il soit facile à coder sur ordinateur, ce modèle présente l'inconvénient d'être anisotrope.

#### **3.2.4.2 Le modèle FHP**

En 1986, Frish, Hasslacher, Pomeau [117] ont remplacé la grille quadratique utilisée dans le modèle HPP par une grille hexagonale. Ce modèle appelé FHP a réussi à contourner l'inconvénient d'anisotropie. Bien qu'il parvienne à simuler l'écoulement de fluide, ce modèle présente un inconvénient de bruit statistique.

### **3.2.5 La Méthode de Boltzmann sur réseau**

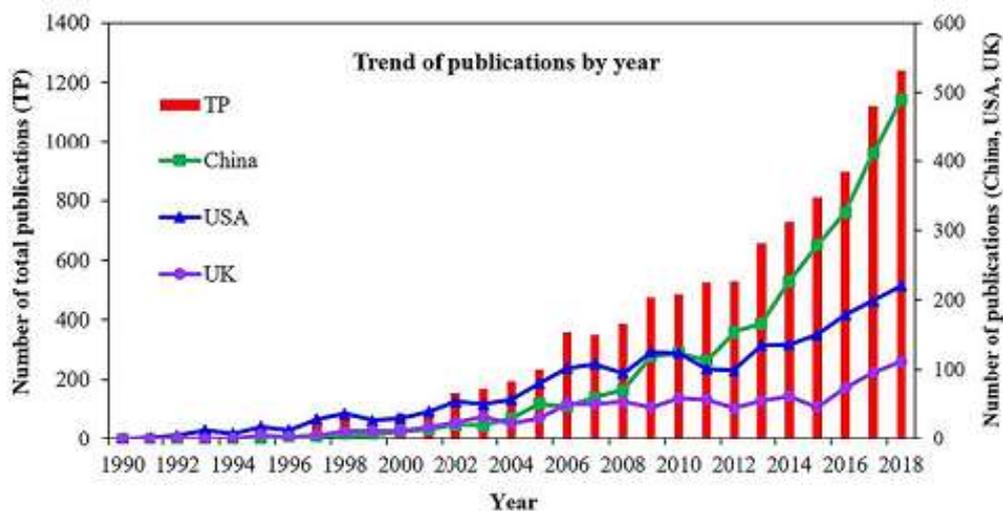
La méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) découle des modèles de gaz sur réseau (LGA) brièvement décrits plus haut. En 1988, McNamara et Zanetti [118] ont proposé d'introduire la fonction de distribution au lieu de la variable booléenne, ce qui a permis d'éliminer le bruit statistique constaté chez le modèle FHP et conduire à la méthode de Boltzmann sur réseau. Higuera et Jiménez [119] ont apporté une simplification importante à la méthode en introduisant l'équation de Boltzmann sur réseau avec une matrice de collision. Qian et al. [120] ont remplacé la matrice de collision par le modèle BGK pour approximer le terme de collision. Notre étude sera basée sur le modèle de Bhatnagar – Gross – Krook (BGK) [121].

### 3.2.6 Avantages de la méthode de Boltzmann sur réseau :

La méthode de Boltzmann sur réseau est fondée sur la théorie cinétique des gaz et les lois de la physique statistique. Cette méthode jouit de nombreux avantages tels que :

- Simplicité de l'algorithme.
- Approche purement explicite.
- Stabilité.
- Efficacité.
- Manipulation directe des géométries complexes.
- Localité des données.
- Les codes basés sur la LBM sont très bien adaptés au calcul parallèle.

Ces avantages ont permis un fort développement de la LBM et une utilisation de plus en plus répandue dans la communauté scientifique. La Figure 3.2 reflète l'intérêt croissant pour l'utilisation de la méthode LBM au cours des dernières décennies.



**Figure 3.2 :** L'utilisation de la méthode de Boltzmann sur réseau aux cours des dernières décennies [122].

### 3.2.6.1 L'équation de transport de Boltzmann :

En absence d'une force externe, l'équation de transport de Boltzmann pour un système, s'écrit :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{c} \nabla f = \Omega(f) \quad (3.14)$$

Où :  $\mathbf{c}, \nabla f$  sont des vecteurs et  $f$  est la fonction de distribution de particules.

A cause de la nonlinéarité de l'opérateur de collision  $\Omega(f)$ , l'équation (3.14) est difficile à résoudre.

### 3.2.6.2 Modèles de temps de relaxation :

Pour pouvoir résoudre l'équation (3.14), le terme de collision a besoin d'être déterminé. Différents modèles ont été proposés dans la littérature [123,124] à savoir : simple temps de relaxation (*en anglais Single Relaxation Time*), temps de relaxation multiples (*en anglais Multiple Relaxation Time*) et deux temps de relaxation (*en anglais Two Relaxation Time*).

### 3.2.6.3 Modèle à simple temps de relaxation - Approximation BGK :

Le modèle BGK a été introduit en 1954 par Bhatnagar, Gross et Krook [121], ce modèle simplifié permet d'approximer le terme de collision, comme suit :

$$\Omega(f) = -\frac{1}{\tau}(f - f^{eq}) \quad (3.15)$$

### 3.2.6.4 La fonction de distribution à l'équilibre :

Dans l'équation (3.15),  $(f_i^{eq})$  représente la fonction de distribution à l'équilibre. La forme générale de cette fonction est donnée par :

$$f_i^{eq} = \emptyset w_i [a + b \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u} + c (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 + d \mathbf{u}^2] \quad (3.16)$$

Où :  $\emptyset$  représente un paramètre scalaire comme la densité ou la température et  $w_i$  représentent les facteurs de poids dont les valeurs dépendent du type de modèle réseau,

a, b, c, d : sont des constantes proprement liées au modèle de réseau,  
 et  $\mathbf{u}$  : est la vitesse d'écoulement du fluide.

### 3.2.6.5 Modèles de réseaux LBM :

En plus l'approximation du terme de collision, l'équation de Boltzmann a besoin d'être discrétisée. Pour ce faire, on aura besoin d'un réseau de discrétisation spatiale. Les réseaux LBM ont la forme  $D_n Q_m$  [125].

Où :  $n$  représente la dimension du domaine, et  $m$  le nombre de vitesses discrètes.

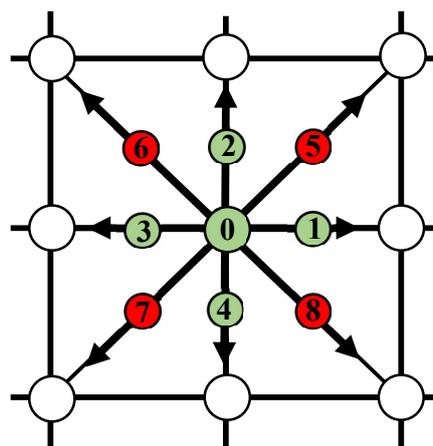
Selon la géométrie du problème à étudier, différents modèles de réseaux LBM peuvent être trouvés dans la littérature, à savoir : D1Q3, D2Q5, D2Q9, D3Q15, D3Q19 ... etc.

- **Modèle à neuf vitesses D2Q9 :**

Ce modèle est utilisé pour simuler l'écoulement de fluide dans le cas d'un problème en deux dimensions Figure 3.3, les vitesses discrètes sont définies comme suit :

$$\begin{aligned}
 c_i &= (0,0) & , i = 0 \\
 c_i &= \left( \cos \left[ (i-1) \frac{\pi}{2} \right], \sin \left[ (i-1) \frac{\pi}{2} \right] \right) c & , i = 1-4 \\
 c_i &= \sqrt{2} \left( \cos \left[ (2(i-5) + 1) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[ (2(i-5) + 1) \frac{\pi}{4} \right] \right) c & , i = 5-8
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$

Où :  $c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 1$



**Figure 3.3:** modèle d'une cellule de réseau bidimensionnel. Modèle à cinq vitesses D2Q5 (en vert) et le modèle à neuf vitesses D2Q9 (en vert et rouge).

- **Modèle à cinq vitesses D2Q5 :**

Ce modèle Figure 3.3 est généralement utilisé pour simuler le comportement d'une quantité scalaire, à savoir la température, la concentration, ... etc. Les vitesses  $\mathbf{c}_i$  sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_i &= (0,0) & , i = 0 \\ \mathbf{c}_i &= \left( \cos \left[ (i-1) \frac{\pi}{2} \right], \sin \left[ (i-1) \frac{\pi}{2} \right] \right) & , i = 1-4 \end{aligned} \quad (3.19)$$

### 3.2.6.6 Discrétisation de l'équation de Boltzmann :

La discrétisation spatio-temporelle de l'équation de Boltzmann (3.14) en utilisant un réseau D2Q9 peut conduire à :

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} (f - f^{eq}) \quad (3.20)$$

L'équation (3.20) dite équation de Boltzmann sur réseau (*en anglais Lattice Boltzmann Equation*) se résout en premier avant qu'il soit possible d'en dériver les équations de Navier-Stokes (NS) en utilisant un développement mathématique comme celui de Chapman-Enskog [126]. Cela permet de déterminer les quantités macroscopiques telles que :

- La densité:

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (3.21)$$

- La vitesse:

$$\mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^8 f_i \cdot \mathbf{c}_i \quad (3.22)$$

### 3.2.6.7 Conditions aux limites en LBM :

Les fonctions de distribution pointées vers l'extérieur du domaine Figure 3.5 sont connues à partir du processus de propagation. Cependant, les fonctions de distribution orientées vers l'intérieur du

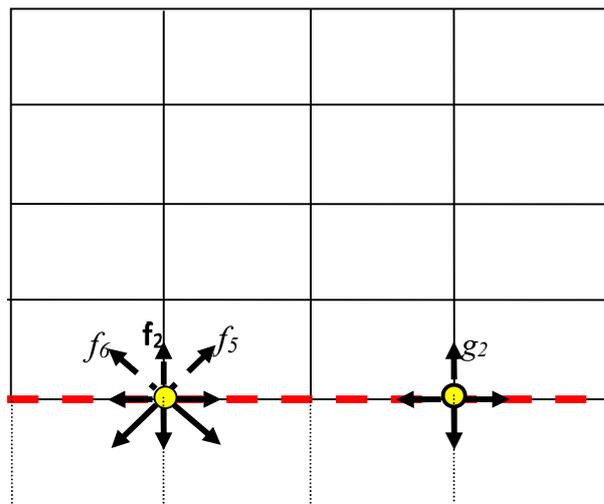
domaine sont inconnues et doivent être déterminées. Cela nécessite l'application de certaines conditions aux limites [127,128].

- **Condition aux limites de non glissement - le rebond en arrière**

Aux frontières solides, les fonctions de distribution entrantes ( $f_6, f_2, f_3$ ) sont remplacées par les fonctions de distribution sortantes et qui sont connues à partir du processus de propagation Figure 3.5.

- **Condition aux limites de type Dirichlet**

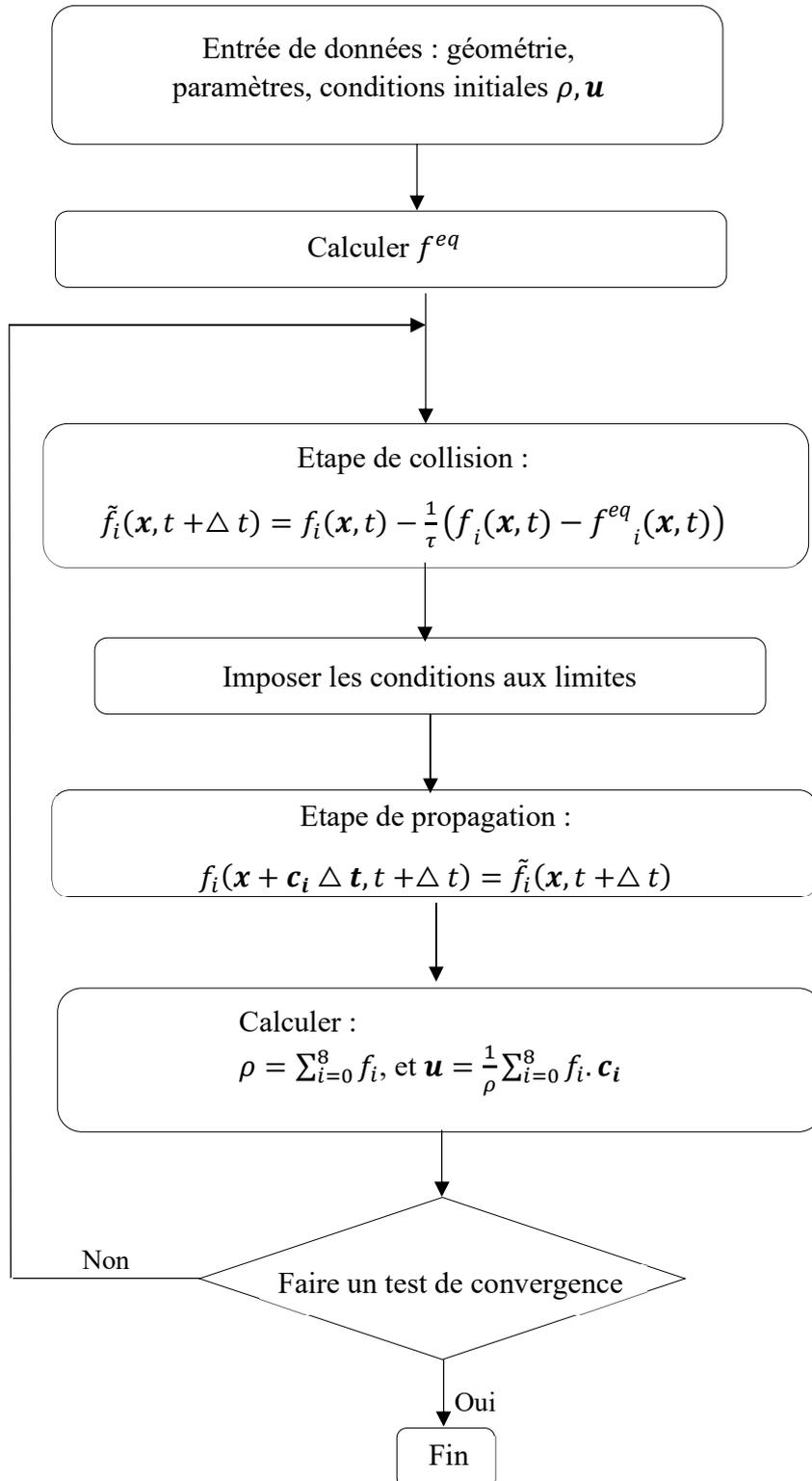
Cette condition peut être utilisée pour modéliser les parois différemment chauffées. Supposons qu'une condition de type Dirichlet de température est imposée à la paroi inférieure  $\theta|_{y=0} = 1$ . D'après la Figure 3.5, une fonction de distribution est manquante  $g_2$  (cas du réseau D2Q5).



**Figure 3.5 :** Fonctions de distribution inconnues sur la frontière inférieure en cas des modèles D2Q9 et D2Q5.

Celle-ci peut se calculer par l'équation suivante :

$$\theta = \sum_{i=0}^4 g_i \tag{3.23}$$



**Figure 3.4** : Organigramme de la méthode de Boltzmann sur réseau.

### ▪ Condition aux limites de Neumann

Cette condition permet de modéliser une paroi adiabatique. Pour la frontière inférieure, la fonction de distribution manquante peut être déterminée par :

$$g_0 = \frac{4g_1 - g_2}{3} \quad (3.24)$$

Où l'indice 0 représente le nœud frontière, et les indices 1 et 2 représentent les nœuds fluides voisins.

#### 3.2.6.8 Algorithme de la méthode de Boltzmann sur réseau :

Vu qu'elle est développée à partir des gaz sur réseau (LGA), la méthode de Boltzmann sur réseau est également basée sur une règle de mise à jour : les fonctions de distribution ont besoin d'être actualisées à chaque pas de temps suite des interactions entre les particules.

Comme déjà indiqué plus haut, les quantités macroscopiques recherchées sont déterminées à partir de la propriété ( $f_i$ ) qui à son tour est calculée en suivant l'algorithme Figure 3.4 [131].

### 3.3 Méthode à double population de Boltzmann sur réseau (TLBM) :

Dans le présent travail, nous allons utiliser la méthode à double population de Boltzmann sur réseau (TLBM) pour résoudre les champs dynamique et thermique.

Les équations gouvernantes, Eqs. (3.6) - (3.9), sont résolues en utilisant la méthode de Boltzmann sur réseau, qui est appliquée avec un modèle à double population [129-132]. Dans ce modèle, on utilise deux fonctions de distribution de particules : une fonction de distribution standard  $f$  pour la masse et la quantité de mouvement, et une fonction de distribution indépendante  $g$  pour la température. La discrétisation des fonctions  $f$  et  $g$  est faite dans des espaces de vitesses discrètes appelés réseaux, pour pouvoir suivre l'évolution de ces fonctions à chaque pas de temps. Dans cette étude, nous allons utiliser des modèles de réseau bidimensionnels : le modèle à neuf vitesses

(D2Q9) pour le champ dynamique et le modèle à cinq vitesses (D2Q5) pour le champ thermique  
Figure 3.3.

### 3.3.1 Modélisation du fluide :

L'équation de Boltzmann utilisée pour résoudre le champ d'écoulement en présence d'une force externe peut être écrite sous la forme [130-132] :

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_v} \left( f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) \right) + \Delta t \cdot \mathbf{F}_i \quad (3.25)$$

Où  $f_i$  est la fonction de distribution de particules pour le fluide et  $\mathbf{F}_i$  représente la force de flottabilité qui est donnée par [110,113] :

$$\mathbf{F}_i = 3w_i \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i \quad \text{where:} \quad \mathbf{G} = \beta (\theta - \theta_0) \mathbf{g} \quad (3.26)$$

Où  $\theta_0$  est la température de référence et est donnée par :  $\theta_0 = \frac{\theta_H + \theta_C}{2}$

$\tau_v$  est le temps de relaxation pour le champ dynamique et est donné par :

$$\nu = \left( \tau_v - \frac{1}{2} \right) c_s^2 \Delta t \quad (3.27)$$

Où  $c_s = c \sqrt{3}/3$  est la vitesse du son sur le réseau, et  $\nu$  est la viscosité cinématique

La fonction de distribution de particules à l'équilibre  $f_i^{eq}$  pour le modèle D2Q9 est donnée par :

$$f_i^{eq}(\rho, \mathbf{u}) = \rho w_i \left( 1 + 3 \cdot \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2} (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2} \mathbf{u}^2 \right) \quad (3.28)$$

Où les facteurs de poids  $w_i$  sont donnés par :

$$w_0 = 4/9, \quad w_1 = \dots = w_4 = 1/9, \quad w_5 = \dots = w_8 = 1/36 \quad (3.29)$$

### 3.3.2 Modélisation du transport de chaleur :

L'équation de Boltzmann pour la résolution du champ thermique est [130-132] :

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_\alpha} \left( g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t) \right) \quad (3.30)$$

Où  $g_i$  est la fonction de distribution de particules pour la température,  $\tau_\alpha$  est le temps de relaxation pour le champ thermique, et est donné par :

$$\alpha = (\tau_\alpha - \frac{1}{2})c_s^2 \Delta t \quad (3.31)$$

Où  $\alpha$  est la diffusivité thermique.

La fonction de distribution de particules  $g_i^{eq}$  pour le champ thermique est donnée par :

$$g_i^{eq}(\theta, \mathbf{u}) = \theta \cdot w_i^T (1 + 3 \cdot \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}) \quad (3.32)$$

Où les facteurs de poids sont donnés par :

$$w_0^T = 1/3, \quad w_1^T = \dots = w_4^T = 1/6 \quad (3.33)$$

La vitesse d'écoulement  $\mathbf{u}$  et la température  $\theta$  sont calculées à partir des fonctions de distribution de particules comme suit [129- 132] :

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (3.34)$$

$$\mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^8 f_i \cdot \mathbf{c}_i \quad (3.35)$$

$$\theta = \sum_{i=0}^4 g_i \quad (3.36)$$

### 3.3.3 Conditions aux limites :

L'introduction des frontières avec la méthode de Boltzmann sur réseau se fait de la manière suivante [127,128] :

- **Pour le champ dynamique**

La condition de non glissement est appliquée à tous les murs solides en utilisant la règle de rebond en arrière [131], comme suit :

$$f_i(x, y) = \tilde{f}_i(x, y) \quad (3.37)$$

Où  $f_i$  désigne les fonctions de distribution entrantes inconnues, et  $\tilde{f}_i$  désigne les fonctions de distribution après collision et propagation.

- **Pour le champ thermique**

La température au niveau de la portion chauffée de la paroi gauche et de la paroi froide est maintenue constante et la condition aux limites de Dirichlet est imposée. Par conséquent, les inconnues à la frontière avec LBM peuvent être trouvées comme suit [110]:

- Pour la portion chaude sur le mur de gauche

$$\theta_h = 1, \quad \theta_h = g_0 + g_1 + g_2 + g_3 + g_4 \quad (3.38)$$

- Pour le mur froid

$$\theta_c = 0, \quad \theta_c = g_0 + g_1 + g_2 + g_3 + g_4 \quad (3.39)$$

La condition aux limites de Newman (dans l'absence de flux) peut être imposée sur la partie non chauffée et les parois adiabatiques [113] comme suit :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{x,0} = \frac{-3\theta_{x,0} + 4\theta_{x,1} - \theta_{x,2}}{2\Delta y} \quad (3.40)$$

### 3.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté la configuration géométrique du modèle physique ainsi que les équations modélisant le problème étudié dans cette thèse. La formulation mathématique a été basée sur les lois de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, où le nanofluide est traité comme une phase liquide effective. Dans la deuxième partie, nous avons présenté la méthode de Boltzmann sur réseau. Cette méthode va être mise en œuvre avec une approche à double population avec un simple temps de relaxation (SRT) pour simuler les champs dynamique et thermique. L'application des conditions aux limites

appropriées au problème traité dans cette thèse, et les étapes à suivre pour l'implémentation de la méthode LBM ont également été présentées.

Chapitre 4 :

**Résultats et discussions**

## 4 Chapitre 4 Résultats et discussions

### 4.1 Etude de maillage

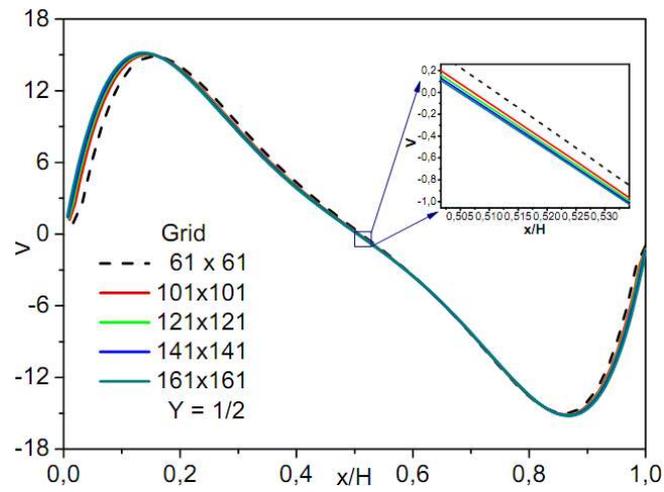
Un code informatique basé sur la TLBM avec le modèle bidimensionnel décrit ci-dessus a été développé. Tout d'abord, une étude de convergence de maillage a été effectuée afin de déterminer la meilleure résolution spatiale permettant d'acquérir des résultats avec la meilleure précision. A cet effet, le problème de convection naturelle est résolu pour une cavité carrée partiellement chauffée et remplie d'un nanofluide ( $Al_2O_3$ -eau) avec une fraction volumique solide de 2% pour différents nombres de Grashof  $Gr = 10^3, 10^4, 10^5$ . Le source de chaleur se situe au milieu de la paroi gauche avec une longueur adimensionnelle de 0.8. Le critère de convergence a été défini comme suit :

$$Erreur = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m |\phi_{i,j}^{new} - \phi_{i,j}^{old}|}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m |\phi_{i,j}^{new}|} < 10^{-6} \quad (4.1)$$

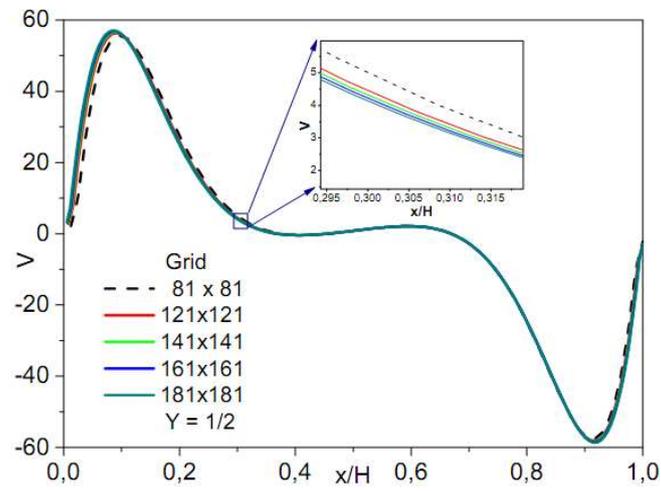
Où  $\phi_{i,j}^{new}$ ,  $\phi_{i,j}^{old}$  représentent respectivement, la nouvelle et l'ancienne valeurs des quantités macroscopiques recherchées.

Le domaine géométrique est divisé en une grille ayant des cellules uniformes. Afin d'acquérir les meilleurs résultats possibles, un raffinement de maillage est utilisé dans cette étude à mesure que le nombre de Grashof augmente. Les résultats des profils de vitesse calculés à mi-hauteur de la cavité pour différentes tailles de maillage allant de  $61 \times 61$  à  $221 \times 221$  sont présentés sur la Figure 4.1. Les résultats de la comparaison montrent qu'à un maillage donné, les résultats ne sont plus dépendants du maillage. Par conséquent, les tailles de grille optimales de  $141 \times 141$ ,  $161 \times 161$  et  $201 \times 201$  sont suffisantes et vont être choisies pour résoudre le problème traité pour des valeurs de  $Gr = 10^3, 10^4$  et  $10^5$  respectivement.

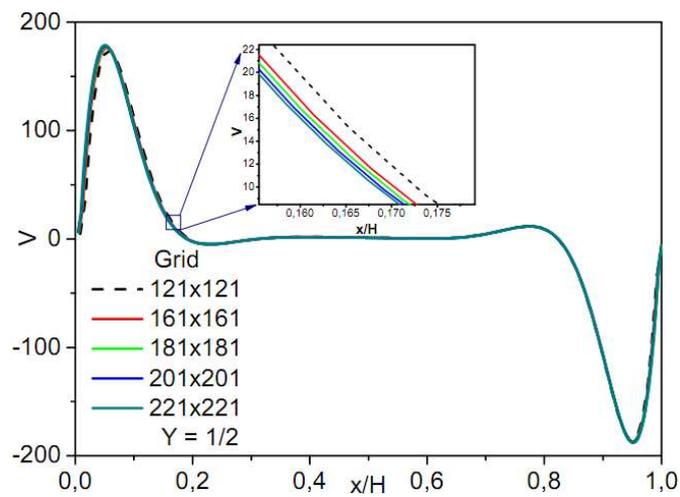
(a)



(b)



(c)



**Figure 4.1 :** Etude de maillage. (a)  $Gr = 10^3$ , (b)  $Gr = 10^4$ , (c)  $Gr = 10^5$ .

## 4.2 Problème de référence : convection naturelle dans une cavité carrée

Vu l'existence de données expérimentales et solutions numériques dans la littérature [2] et [7-11], la simulation du problème de la cavité carrée Figure 1.5 a été choisie comme test de référence. L'objectif de cette première étape de ce travail est de reproduire le problème pour un écoulement laminaire à différentes valeurs du nombre de  $Ra$  ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ). Ce test aura pour but de vérifier et de valider le code numérique implémenté sur la base de la méthode de Boltzmann sur réseau thermique. Dans cette étape, notre travail consistera à comparer nos résultats avec les résultats de la littérature tant pour le nanofluide que pour le fluide pur.

### ▪ Validation Physique du code numérique

Les résultats de notre code numérique ont été confrontés à la solution obtenue par Wang et al. [9] sur la base 'd'un modèle de Boltzmann sur réseau à temps de relaxation multiples pour un fluide pur. Comme l'illustrent les figures Figure 4.2 et Figure 4.3. On peut observer que la solution du présent code numérique est en excellente concordance avec les résultats numériques de Wang et al. [9] pour différents nombres de Rayleigh. La comparaison de la solution avec les travaux antérieurs pour différents nombres de Rayleigh est présentée dans le tableau 4.1. Cette comparaison concerne le nombre de Nusselt moyen le long du mur chaud, les vitesses maximales et leurs positions. Ce tableau montre un excellent accord entre nos résultats et les autres solutions de référence. Une erreur maximale est de 4.7% a été constatée pour le nombre de Nusselt moyen et de 3.96% pour la vitesse.

En plus, une comparaison du nombre de Nusselt moyen entre nos résultats et ceux de la littérature est présentée dans la (Figure 4.4 - (a)). On peut observer que nos résultats sont en excellent accord avec ceux des auteurs notamment ceux de Baïri [2] qui ont été trouvés en très bon accord avec des résultats expérimentaux. En outre, le présent code numérique a été validé avec les résultats expérimentaux de Krane and Jessee [7] pour la convection naturelle dans une enceinte contenant

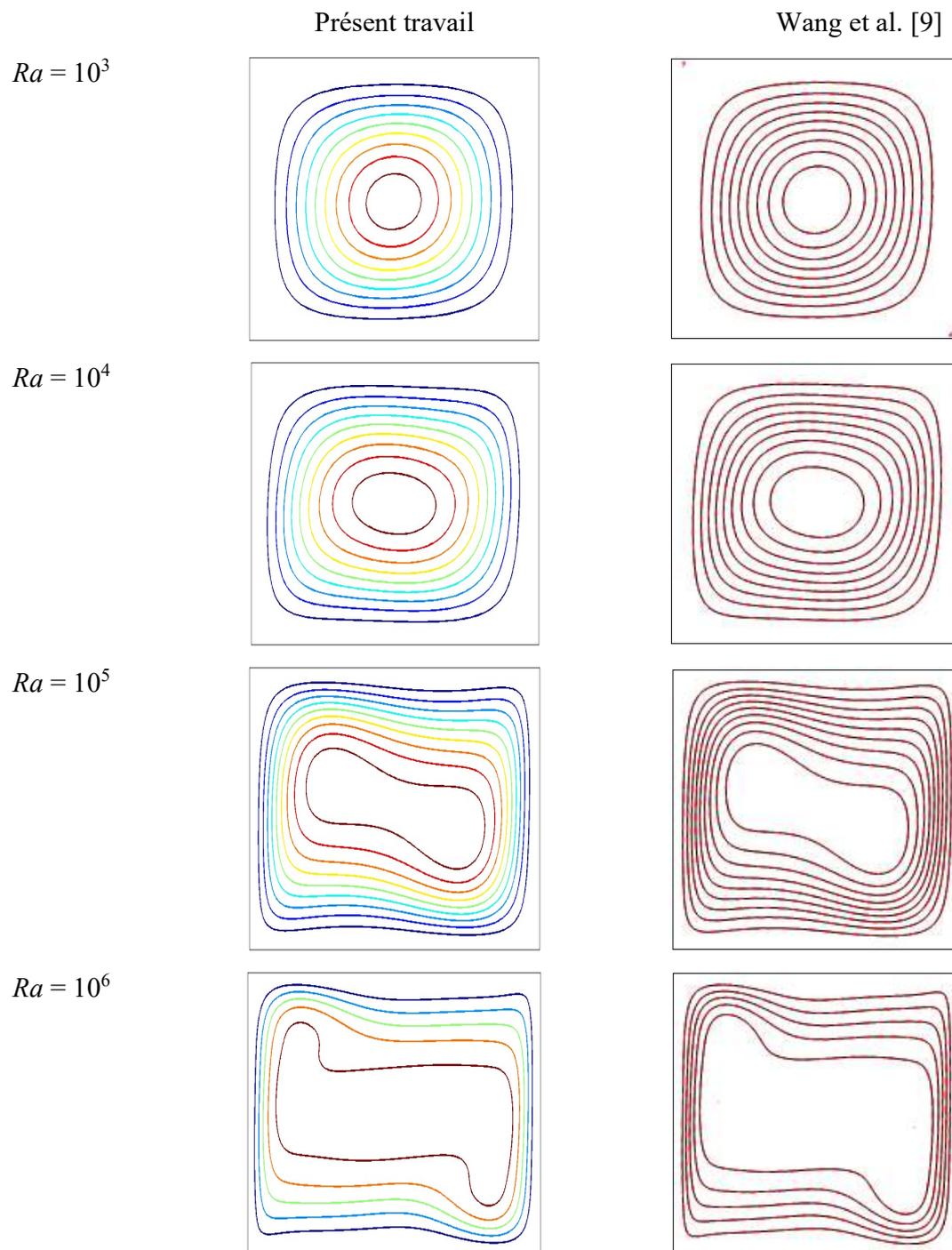
de l'air. Comme le montre la Figure 4.5, on peut voir à partir des comparaisons que les deux solutions sont en très bon accord.

Le modèle physique Figure 1.5 a été largement étudié. Khanafer et al. [10] et Jahanshahi et al. [11] ont présenté des résultats numériques pour la convection naturelle des nanofluides. Ces résultats ont été comparés avec les présents résultats numériques concernant les profils de température et de vitesse comme le montre la Figure 4.6. On peut observer qu'il y a un très bon accord entre les solutions. En outre, comme le montre la Figure 4.4 – (b), les présents résultats sont globalement en bon accord avec ceux, obtenus par Jahanshahi et al. [11] sur la base de la conductivité thermique expérimentale.

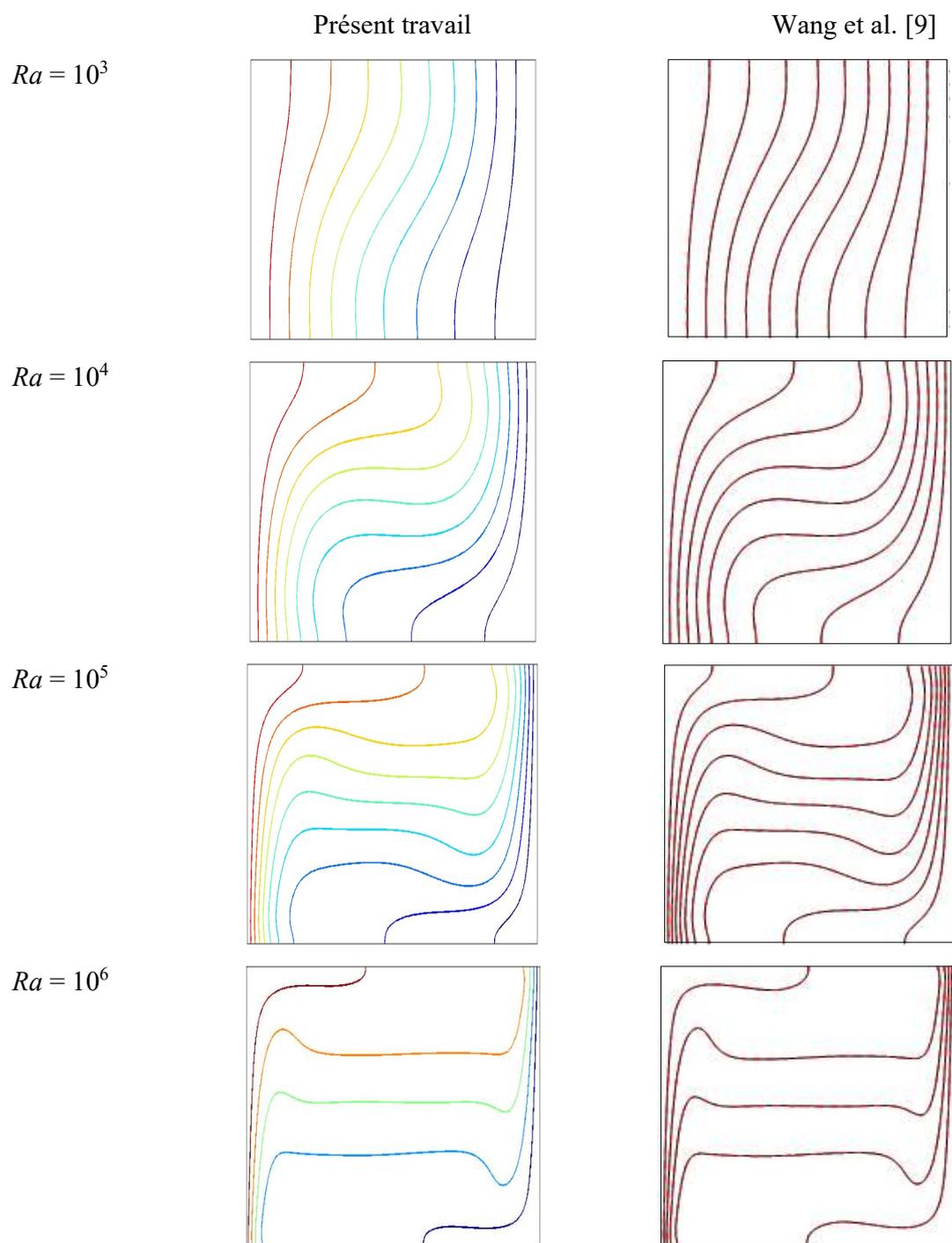
En conclusion, on peut dire que nos résultats numériques indiquent clairement la fiabilité numérique du code de calcul développé au cours de ce travail.

<i>Ra</i>	<i>Méthode</i>	<i>Nu</i>	<i>U<sub>max</sub></i>	<i>Y</i>	<i>V<sub>max</sub></i>	<i>X</i>
$10^3$	Présent	1.115	3.642	0.811	3.697	0.188
	FVM [10]	1.118	-	0.812	-	0.173
	FDM [8]	1.118	3.649	0.813	3.697	0.178
	FVM [2]	1.112	3.613	0.803	3.539	0.185
	LBM [9]	1.1178	3.6494	0.8132	3.6974	0.1783
$10^4$	Présent	2.221	16.189	0.823	19.614	0.124
	FVM [10]	2.245	-	0.827	-	0.123
	FDM [8]	2.243	16.178	0.823	19.617	0.117
	FVM [2]	2.168	15.950	0.816	19.390	0.115
	LBM [9]	2.2448	16.1833	0.8232	19.6282	0.1189
$10^5$	Présent	4.441	34.904	0.854	68.205	0.068
	FVM [10]	4.522	-	0.854	-	0.065
	FDM [8]	4.519	34.730	0.855	68.590	0.066
	FVM [2]	4.228	35.110	0.860	68.920	0.063
	LBM [9]	4.5216	34.7424	0.8546	68.6358	0.06586
$10^6$	Présent	8.615	65.013	0.858	214.205	0.039
	FVM [10]	8.826	-	0.854	-	0.039
	FDM [8]	8.800	64.630	0.850	219.360	0.039
	FVM [2]	8.243	66.410	0.858	222.700	0.038
	LBM [9]	8.8253	64.8336	0.8499	220.5658	0.03776

**Tableau 4.1:** Comparaison des résultats numériques obtenus par la présente étude avec ceux des études antérieures basées sur différentes méthodes pour un fluide pur  $Pr = 0.71$ .

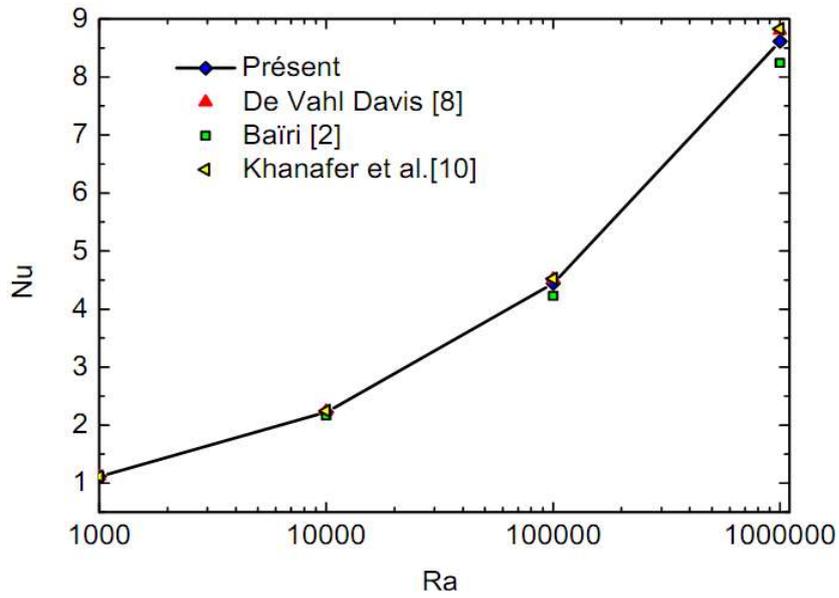


**Figure 4.2 :** Comparaisons des lignes de courant entre le présent travail et les résultats de la littérature pour différents nombres de  $Ra$ .

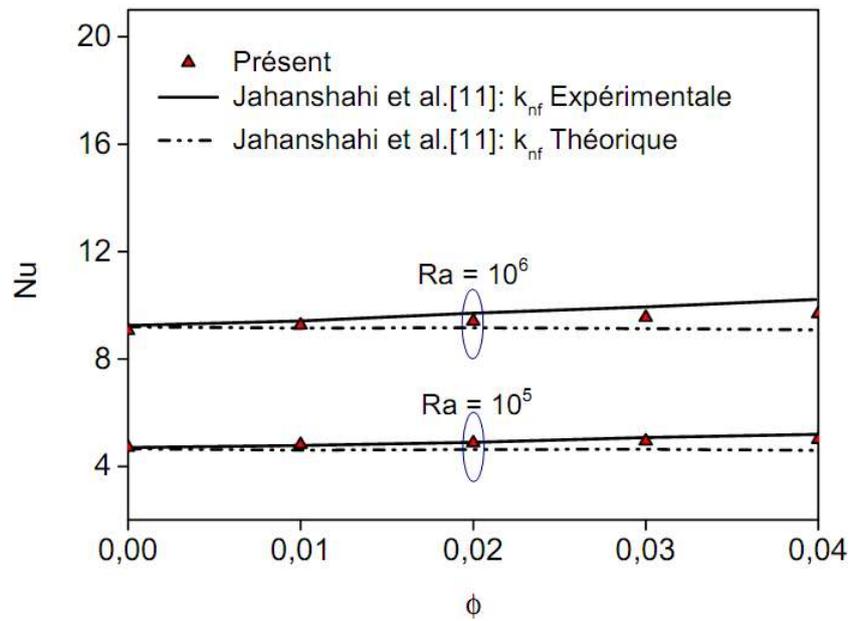


**Figure 4.3:** Comparaisons des isothermes entre le présent travail et les résultats de la littérature pour différents nombres de  $Ra$ .

(a)



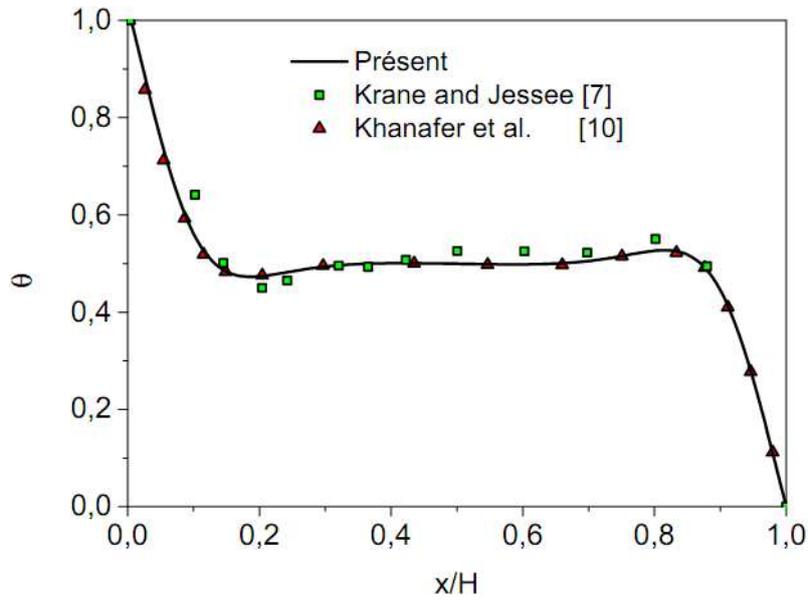
(b)



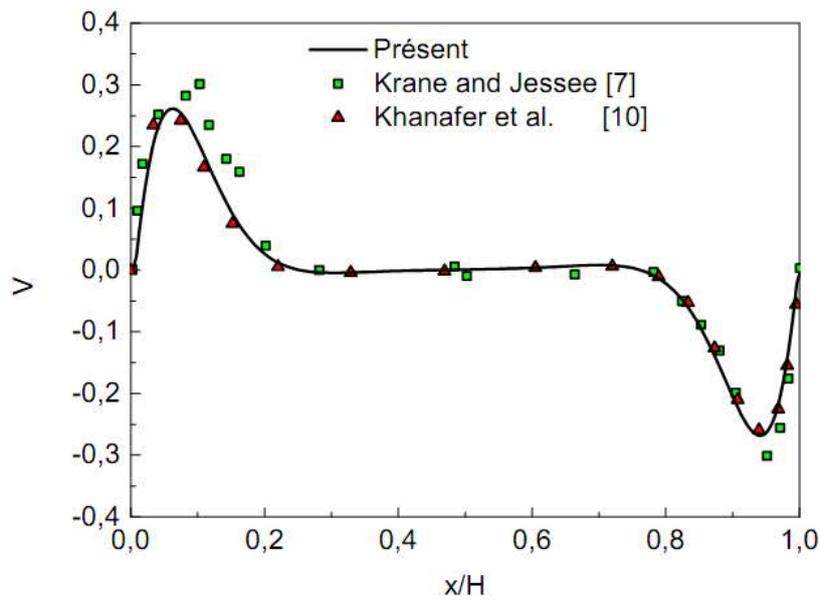
**Figure 4.4** : Validation des résultats du nombre de Nusselt moyen avec les résultats antérieurs.

(a) fluide pur  $Pr = 0.71$ , et (b) nanofluide  $Pr = 6.2$ ,  $\phi = 10\%$ .

(a)

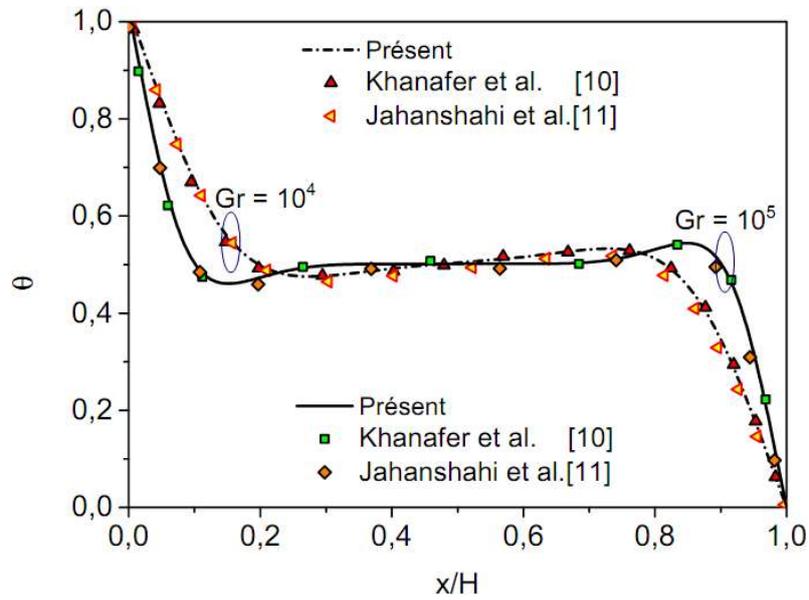


(b)

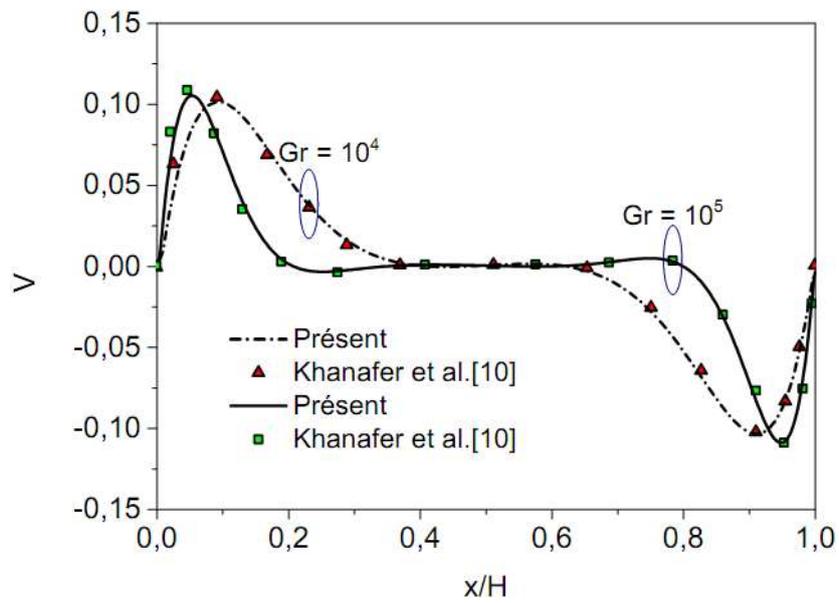


**Figure 4.5 :** Validation du profil de (a) température, (b) vitesse, calculés à  $Y = \frac{1}{2}$  avec les résultats de la littérature.  $Ra = 1.89 \times 10^5$  et  $Pr = 0.71$ .

(a)



(b)



**Figure 4.6 :** Validation du profil de (a) température, (b) vitesse, calculés à  $Y = \frac{1}{2}$  avec les résultats de la littérature pour  $Pr = 6.2$  et  $\phi = 10\%$ .

### **4.3 Étude paramétrique**

Dans cette section, la convection naturelle dans une cavité carrée avec deux parois verticales actives est d'abord étudiée, puis l'effet d'inclinaison de la cavité est traité pour  $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$ . Les propriétés thermophysiques de l'eau et des nanoparticules d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  sont présentées dans le tableau 3.1.

#### **4.3.1 Cavité carrée partiellement chauffée remplie d'un nanofluide**

L'étude du transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée partiellement chauffée est d'une grande importance en raison des applications industrielles, telles que les collecteurs solaires, refroidissement des équipements électroniques, ... etc.

##### **4.3.1.1 Convection naturelle dans une cavité carrée à parois verticales actives ( $\gamma=0^\circ$ )**

- **L'effet du nombre de Grashof**

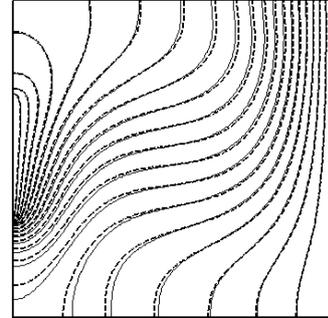
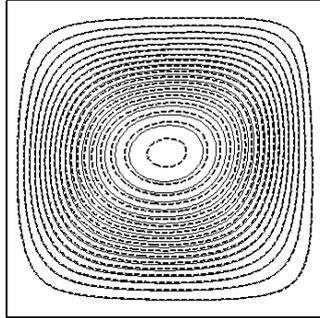
L'étude consiste à fixer la longueur de la source de chaleur à 0.4 pour différentes valeurs du nombre de Grashof. Les résultats de simulation sont présentés en termes de lignes de courant, isothermes, profils de vitesse verticale et de température. Comme le montre la Figure 4.7, l'écoulement est caractérisé par un vortex central qui conserve une forme à peu près circulaire à  $\text{Gr} = 10^3$ . À mesure que le nombre de Grashof augmente, le vortex principal s'allonge suivant la direction horizontale, ce qui rend les lignes plus serrées près de la portion chauffée et la paroi refroidie, indiquant ainsi une amélioration de convection naturelle. À  $\text{Gr}=10^5$ , le vortex se déplace vers la paroi froide, conduisant finalement au développement de couches limites plus fines au voisinage des frontières actives. Ceci se caractérise par l'augmentation de la valeur maximale de la fonction de courant, ce qui reflète la domination du mécanisme de convection. Parallèlement, les contours montrent des isothermes serrées au niveau des parois latérales et une stratification verticale dans la région centrale.

De plus, comme l'illustre la Figure 4.8, pour toute valeur de  $Gr$ , les vitesses dans la partie centrale de la cavité sont très inférieures à celles des parois verticales où se trouvent tous les gradients de vitesse à l'intérieur des couches limites. Ceci peut s'expliquer par le fait que la chaleur est transportée vers le haut par un écoulement accéléré des couches fluides adjacentes à la portion chauffée, en raison du fort gradient thermique et de la force de flottabilité, puis elle est transférée avec l'écoulement le long de la paroi supérieure vers la paroi froide où le fluide descend pour remplacer le fluide montant, en raison du changement de densité et ainsi de suite. Par conséquent, les températures les plus élevées sont celles des couches fluides qui s'écoulent parallèlement à la portion chauffée, tandis que les températures les plus basses sont celles des couches fluides qui circulent parallèlement à la paroi froide. De plus, comme le montre la Figure 4.8, à mesure que  $Gr$  augmente, les profils de température ont tendance à être des lignes horizontales au centre de la cavité alors qu'ils deviennent des lignes presque verticales dans une région plus mince près de la source de chaleur et de la paroi froide où d'importants gradients thermiques ont été développés, indiquant ainsi la domination du mode de transfert convectif.

$$Gr = 10^3$$

$$|\Psi_f| = 3.65,$$

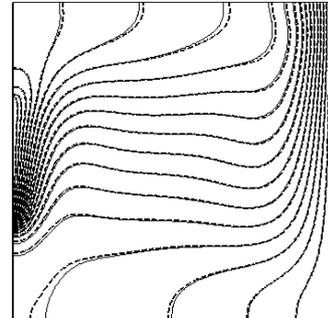
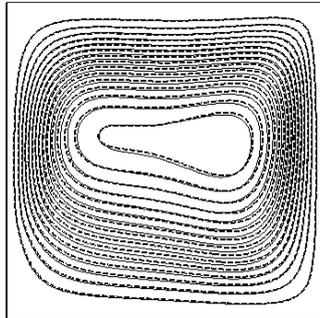
$$|\Psi_{nf}| = 3.85$$



$$Gr = 10^4$$

$$|\Psi_f| = 7.98,$$

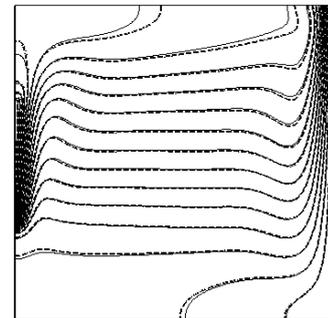
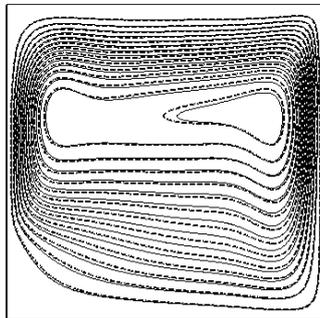
$$|\Psi_{nf}| = 8.51$$



$$Gr = 10^5$$

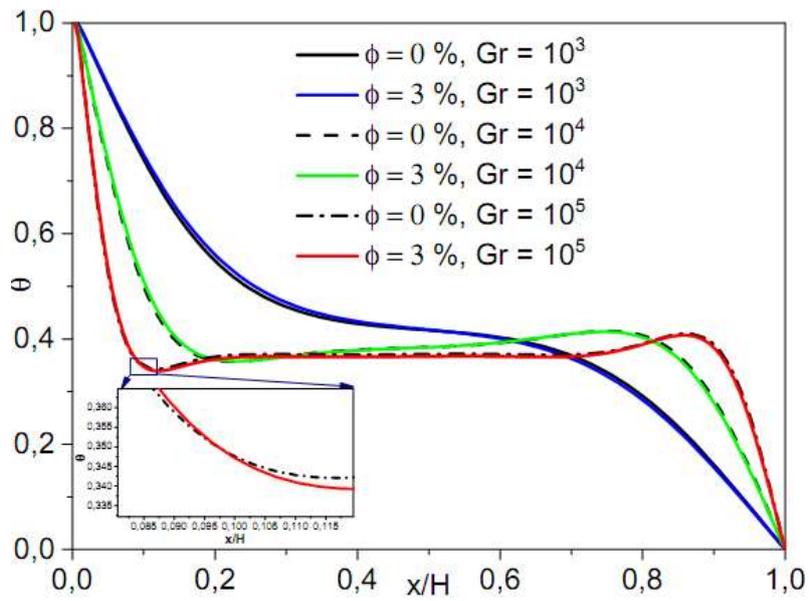
$$|\Psi_f| = 14.85,$$

$$|\Psi_{nf}| = 15.78$$

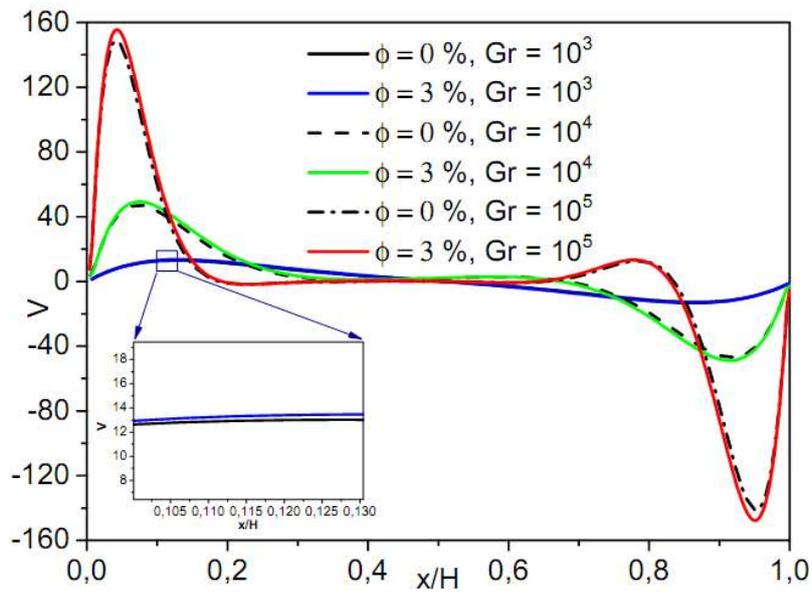


**Figure 4.7 :** Contours des champs d'écoulement : les lignes de courant (à gauche) et les isothermes (à droite).  $l/H = 0.4$ , fluide de base (en pointillés), nanofluide (continues).

(a)



(b)



**Figure 4.8 :** Profils de (a) température , (b) vitesse à  $Y = 1/2$  .  $\phi = 3\%$ ,  $1/H = 0.4$ .

#### ▪ L'effet de la fraction volumique solide

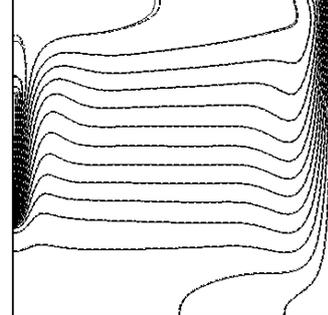
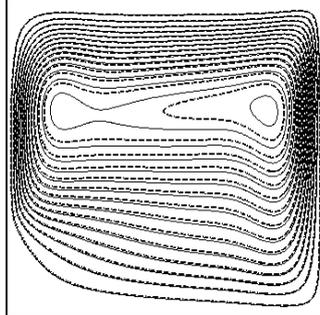
L'impact de la concentration de nanoparticules sur les lignes de courant et les isothermes est présenté dans la Figure 4.9 pour une valeur du nombre de Grashof de  $10^5$ . Comme l'illustre la figure, l'augmentation de la fraction volumique entraîne une augmentation de la taille des cellules convectives qui s'étendent vers les parois. Par ailleurs, les valeurs maximales de la fonction de courant qui augmentent avec la fraction volumique solide, reflètent une amélioration de la convection.

De plus, on peut observer à quel point les isothermes sont affectées par la présence de nanoparticules par rapport à celles du fluide de base. Cet effet est plus prononcé avec l'augmentation de la concentration de nanoparticules. Les profils de température et de vitesse sont calculés à mi-hauteur et à mi-largeur de la cavité et sont présentés dans les figures Figure 4.10 et Figure 4.11 respectivement. Comme le montre les figures, lorsque la concentration de nanoparticules augmente, les profils de température des nanofluides présentent un comportement croissant à proximité de la partie chauffée. Cela peut être attribué à une légère augmentation de la diffusivité thermique. En effet, augmenter la concentration de nanoparticules conduit à augmenter la conductivité thermique et la densité, mais à diminuer la chaleur spécifique du nanofluide. Par conséquent, la diffusivité thermique exprimée selon l'équation Éq. (1.34) sera augmentée, permettant ainsi à plus de chaleur de se propager de la partie chauffée, et par conséquent, le nanofluide devient plus chaud. En outre, les figures montrent que les profils de vitesse du nanofluide augmentent avec la concentration de nanoparticules en raison d'une augmentation du transfert de chaleur à travers le nanofluide.

$$\phi = 1\%$$

$$|\Psi_f| = 14.85,$$

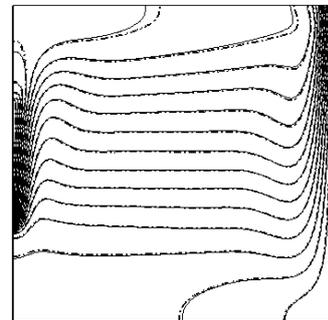
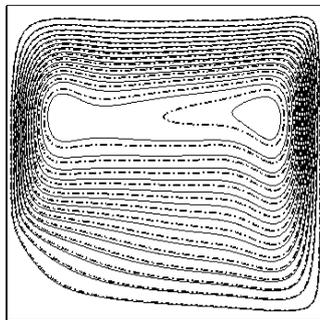
$$|\Psi_{nf}| = 15.25$$



$$\phi = 2\%$$

$$|\Psi_f| = 14.85,$$

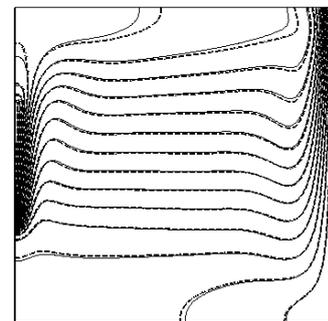
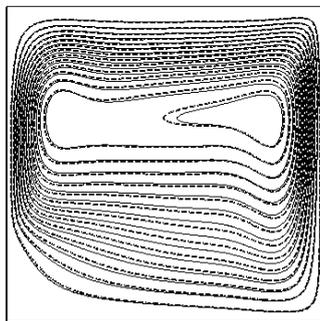
$$|\Psi_{nf}| = 15.52$$



$$\phi = 3\%$$

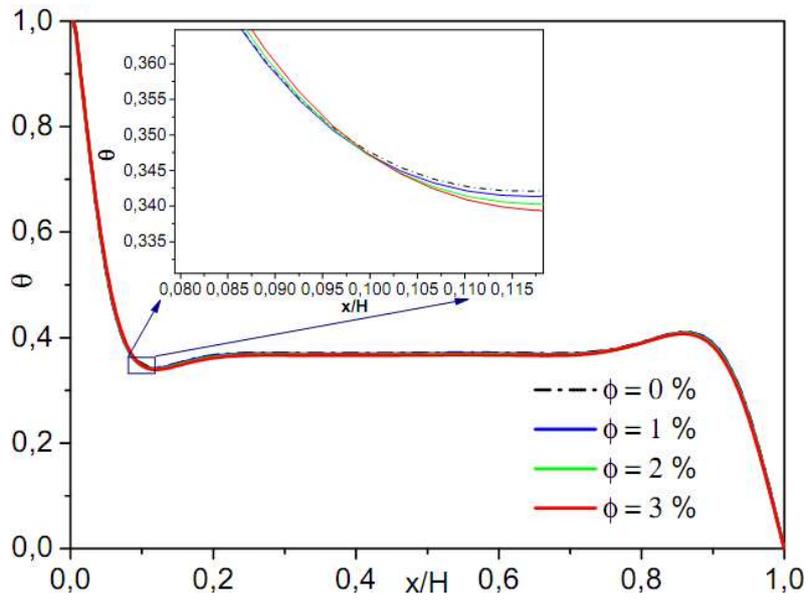
$$|\Psi_f| = 14.85,$$

$$|\Psi_{nf}| = 15.78$$

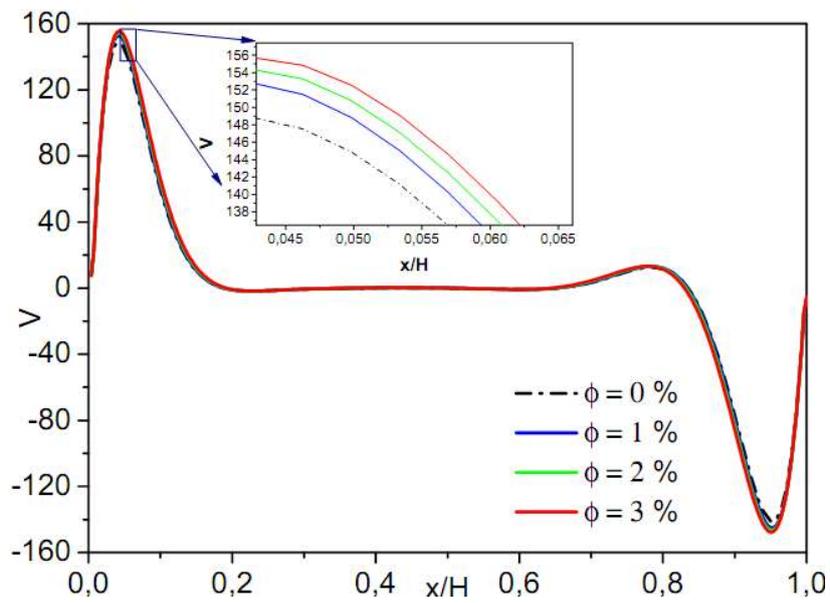


**Figure 4.9 :** Contours des champs d'écoulement : les lignes de courant (à gauche) et les isothermes (à droite).  $l/H = 0.4$ ,  $Gr = 10^5$ , fluide de base (en pointillés), nanofluide (continues).

(a)

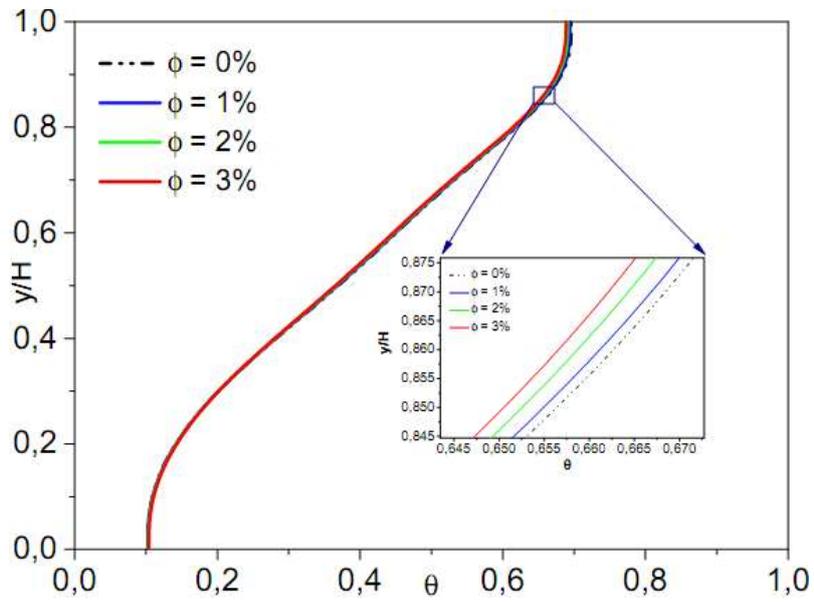


(b)

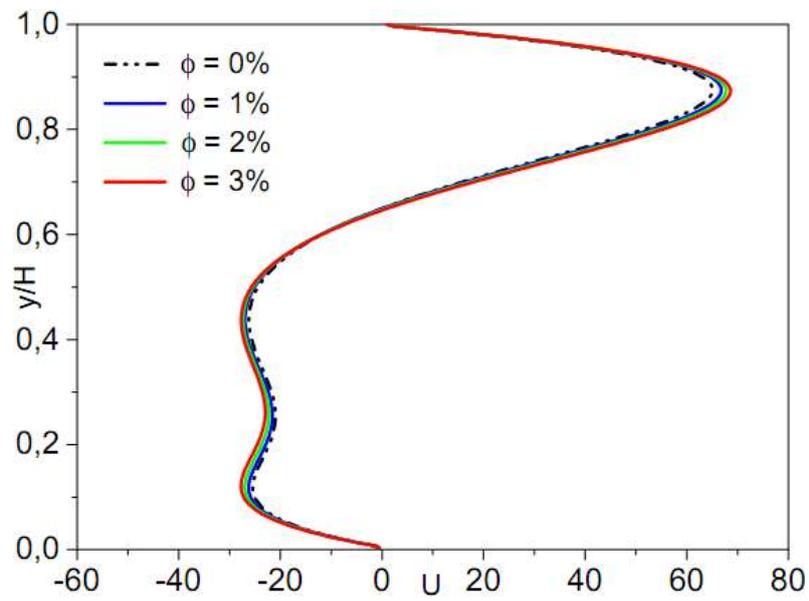


**Figure 4.10** : Profils de (a) température , (b) vitesse à  $Y = \frac{1}{2}$  .  $l/H = 0.4$  et  $Gr = 10^5$  .

(a)



(b)



**Figure 4.11** : Profils de (a) température , (b) vitesse à  $X = \frac{1}{2}$  .  $l/H = 0.4$  and  $Gr = 10^5$ .

### ▪ L'effet de la longueur de la portion chauffée

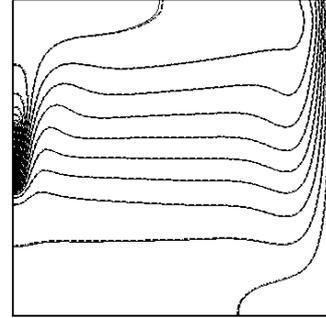
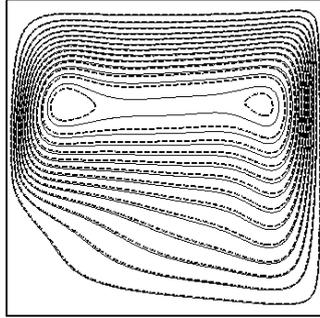
L'évolution des lignes de courant et des isothermes avec l'augmentation de la longueur de la source de chaleur est présentée dans la Figure 4.12. Comme le montre la figure, pour un rapport de longueur de source de chaleur de 0.2, on peut observer quelques lignes de courant largement espacées près du coin gauche de la moitié inférieure de la cavité, indiquant ainsi une zone stagnante. En outre, l'augmentation de la longueur de la source de chaleur entraîne une augmentation de la densité des lignes de courant qui s'étendent davantage vers le coin inférieur gauche, accompagnée d'une réduction de l'espacement des lignes mentionné ci-dessus. À un rapport de longueur de source de chaleur de 0,8, la moitié inférieure de la cavité devient entièrement occupée par des lignes de courant plus serrées, indiquant ainsi une circulation de fluide améliorée. L'augmentation de la longueur de la source de chaleur affecte également la répartition des isothermes dans la cavité.

Les profils de température et de vitesse calculés le long des lignes médianes sont présentés dans les Figure 4.13 et Figure 4.14, respectivement. D'après ces figures, on peut observer que la température augmente avec la longueur de la source chaude. En fait, l'augmentation de la longueur de la portion chauffée permet à plus de chaleur de se diffuser depuis la partie chauffée, ce qui augmente la température du nanofluide dans la cavité. On peut également voir que, à mesure que la longueur de la source de chaleur augmente, les deux pics de vitesse verticale près des parois augmentent considérablement. Une telle augmentation est également observée sur le profil de vitesse horizontale, en particulier dans la moitié inférieure de la cavité, en raison d'une convection intensifiée et d'une diffusion de chaleur plus élevée.

$$l/H = 0.2$$

$$|\Psi_f| = 13.47,$$

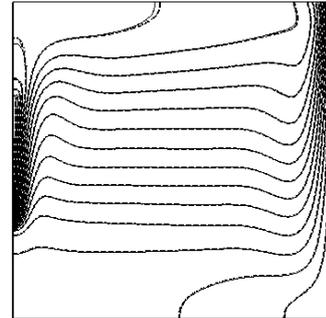
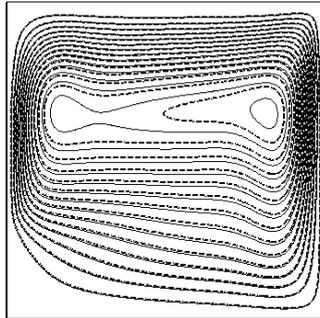
$$|\Psi_{nf}| = 13.85$$



$$l/H = 0.4$$

$$|\Psi_f| = 14.85,$$

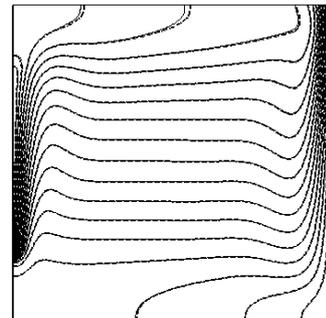
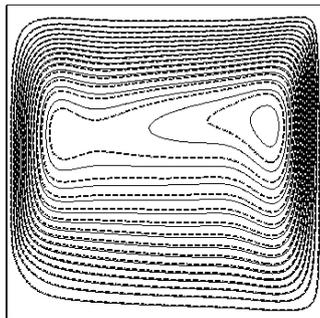
$$|\Psi_{nf}| = 15.25$$



$$l/H = 0.6$$

$$|\Psi_f| = 15.90,$$

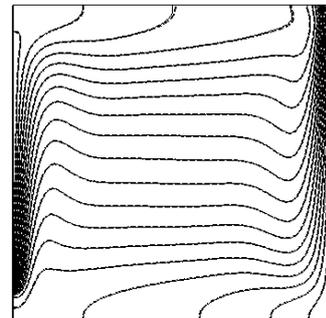
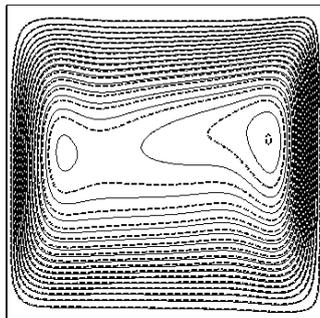
$$|\Psi_{nf}| = 16.33$$



$$l/H = 0.8$$

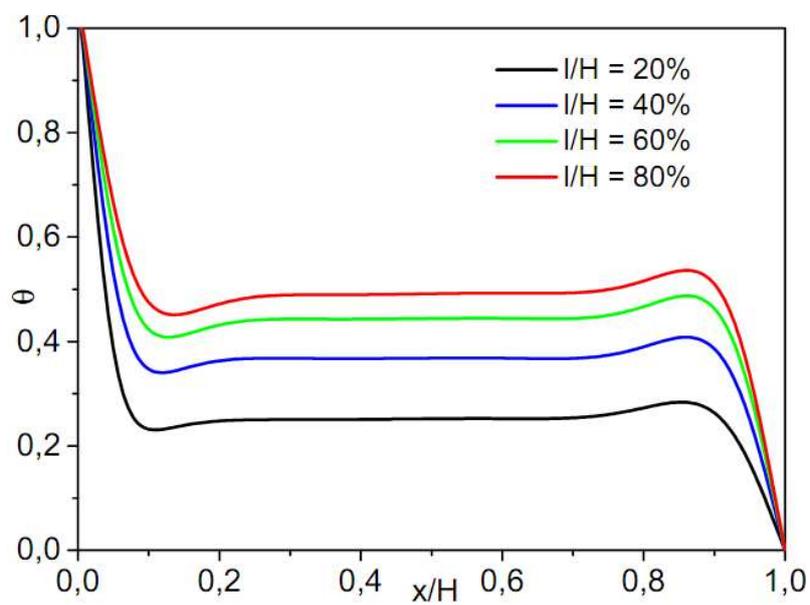
$$|\Psi_f| = 17.01,$$

$$|\Psi_{nf}| = 17.49$$

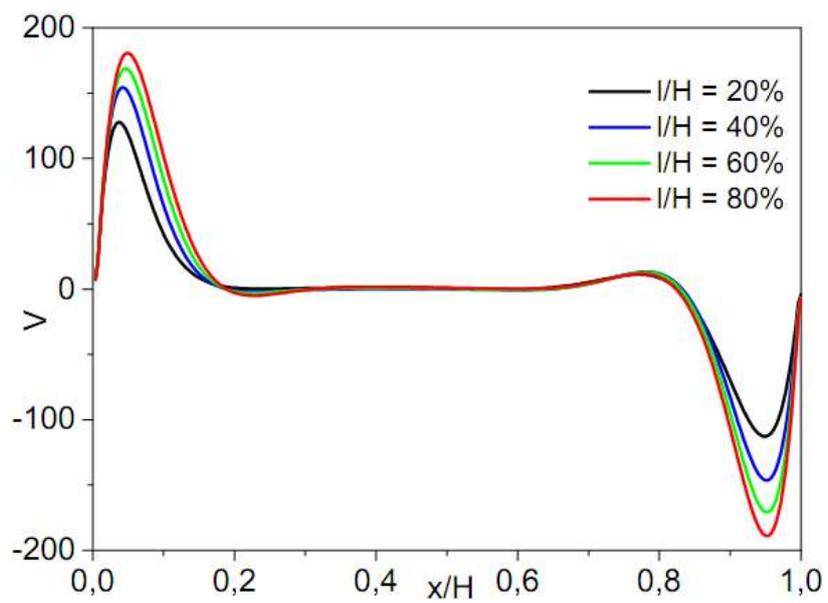


**Figure 4.12 :** Contours des champs d'écoulement : les lignes de courant (à gauche) et les isothermes (à droite).  $Gr = 10^5$ ,  $\phi = 1\%$ , fluide de base (en pointillés), nanofluide (continues).

(a)

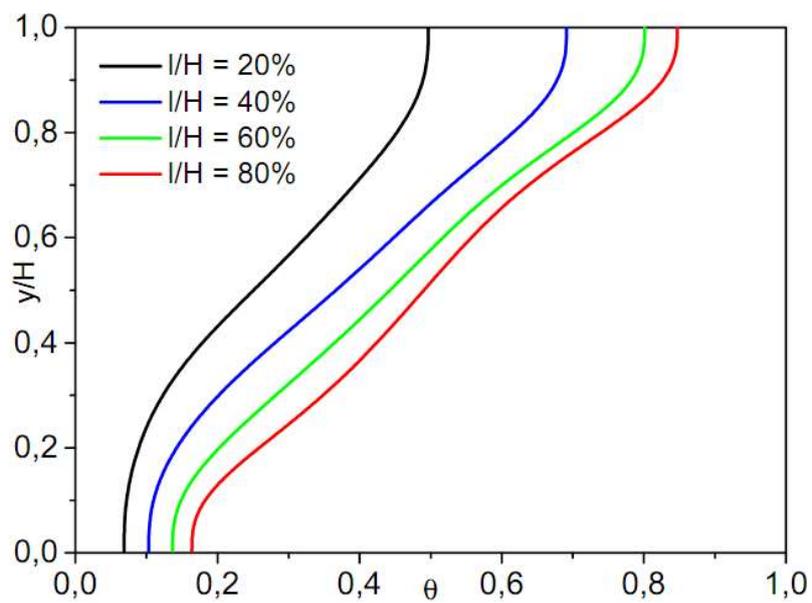


(b)

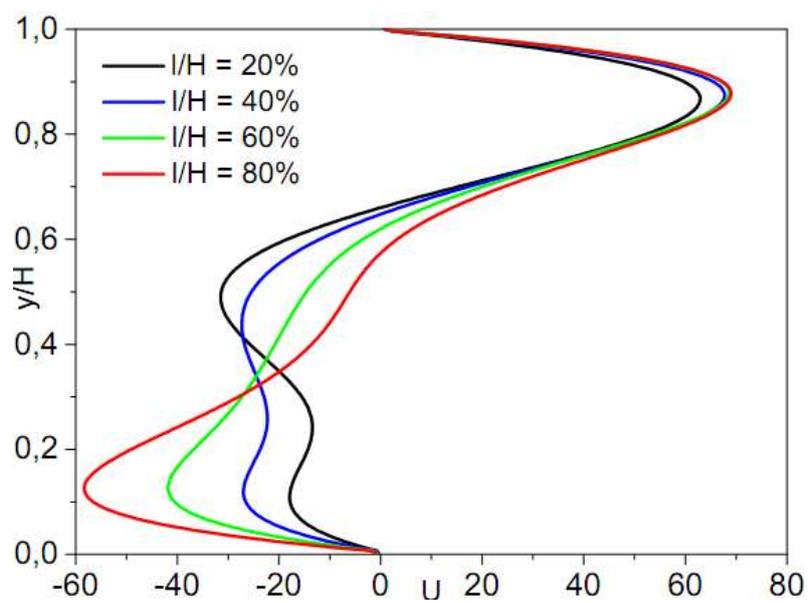


**Figure 4.13:** Profils de (a) température , (b) vitesse à  $Y = \frac{1}{2}$  .  $\phi = 2\%$ , et  $Gr = 10^5$ .

(a)



(b)



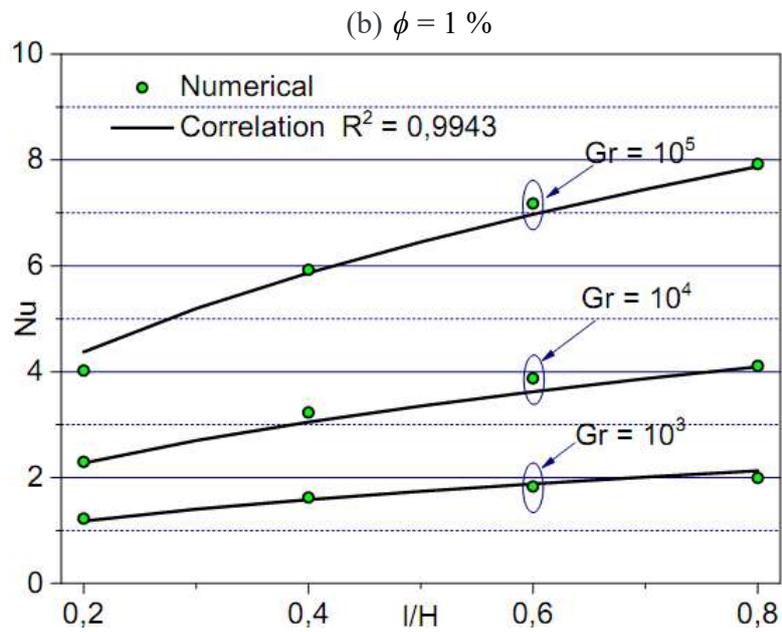
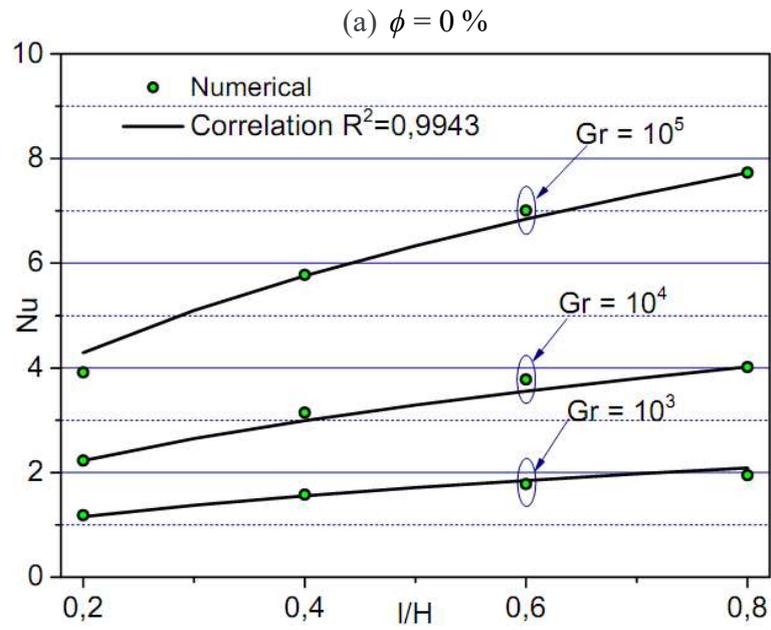
**Figure 4.14:** Profils de (a) température , (b) vitesse à  $X = \frac{1}{2}$  .  $\phi = 2\%$  et  $Gr = 10^5$ .

#### ▪ Corrélation de transfert de chaleur

En utilisant les résultats LBM obtenus dans le présent travail pour un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Eau, une corrélation de transfert de chaleur (Éq. (4.2)) est établie avec un coefficient  $R^2$  de 99,43 % entre la fraction volumique solide ( $0 \leq \phi \leq 3\%$ ), le nombre de Grashof ( $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ ), et la longueur adimensionnelle de la source de chaleur ( $0.2 \leq L \leq 0.8$ ) comme suit :

$$Nu = 0.3225 (1 + \phi)^{1.889} Gr^{0.2842} \left(\frac{l}{H}\right)^{0.425} \quad (4.2)$$

La Figure 4.15 présente les comparaisons entre les résultats numériques et ceux obtenus en utilisant l'équation de corrélation Éq. (4.2) pour une fraction volumique solide de 0 %, 1 %, 2 %, et 3 % respectivement. Comme le montre les figures, les nombres de Nusselt moyen calculé et prédit indiquent un niveau élevé de concordance. De plus, le nombre de Nusselt moyen augmente avec la longueur de la source de chaleur pour toutes les fractions volumiques solides et les nombres de Grashof. Cette augmentation de nombre de Nusselt moyen pourrait jouer un rôle prépondérant dans les applications de transfert de chaleur basées sur ce type de cavités. Ainsi, la corrélation du nombre de Nusselt développée dans ce travail peut être utile dans la gestion thermique pour les applications utilisant cette configuration particulière.



**Figure 4.15 :** Comparaisons des résultats numériques de la présente étude pour le nombre de Nusselt moyen avec ceux obtenus par l'équation de corrélation Eq. (4.2).

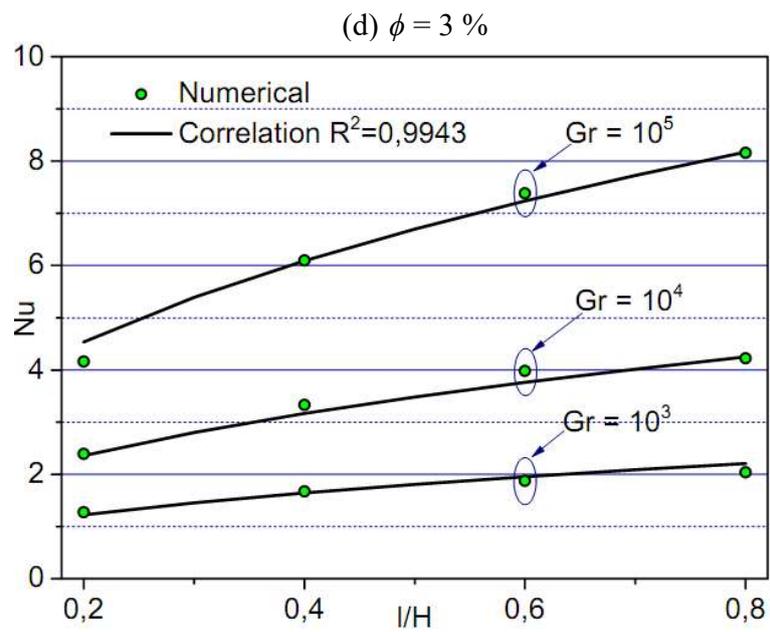
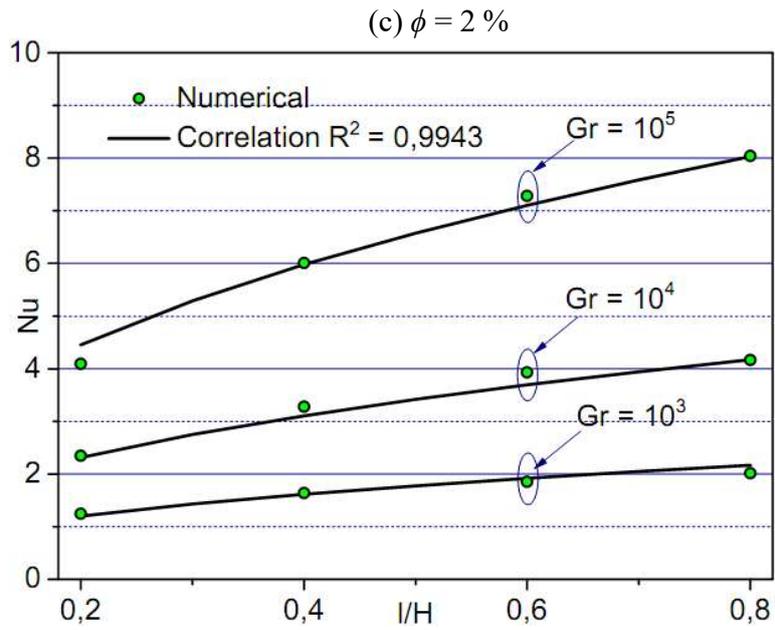


Figure 4.15: (suite).

### 4.3.2 L'effet de l'angle d'inclinaison de la cavité

Ce problème est une extension de celui traité dans la section précédente. L'étude de ce problème est très importante en raison de ses applications, notamment la gestion thermique des composants électroniques et les applications de l'énergie solaire.

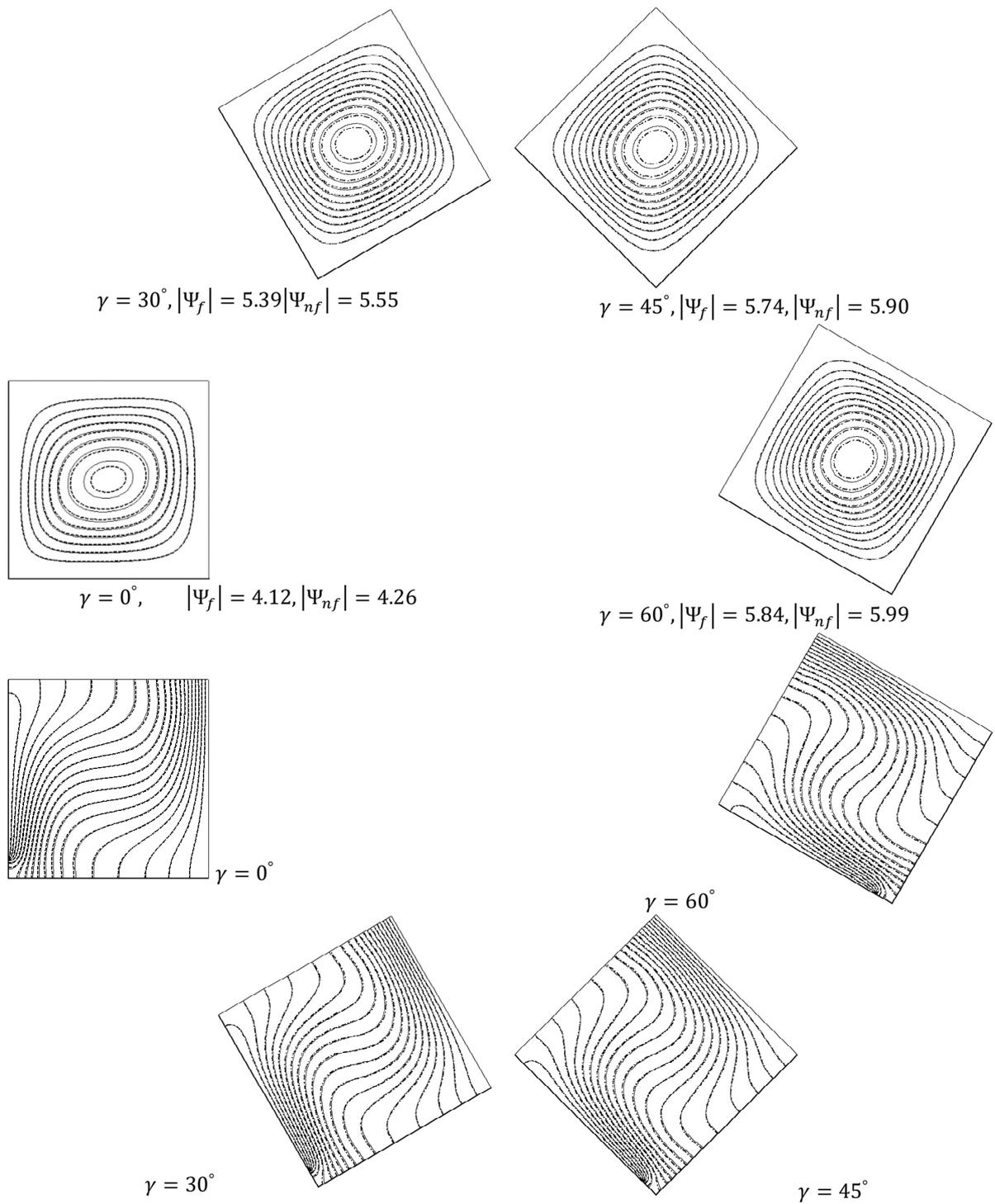
L'influence de différents angles ( $\gamma = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ) sur les lignes de courant, isothermes est présentée dans les figures Figure 4.16, Figure 4.17, et Figure 4.18 pour un rapport de longueur de source de chaleur fixe de  $L = 0.8$  et différentes valeurs pour le nombre de Gr. Les contours sont tracés pour  $\phi=0\%$  (avec des lignes en pointillées),  $2\%$  (avec des lignes continues). D'après la (Figure 4.16), à  $Gr = 10^3$  et  $\gamma = 0^\circ$ , un vortex elliptique apparaît au centre de la cavité comme caractéristique dominante de l'écoulement. Lors de la rotation de la cavité dans le sens antihoraire de  $\gamma = 30^\circ$  à  $60^\circ$ , le vortex central conserve une forme presque ronde. À  $Gr = 10^4$ , comme le montre la Figure 4.17, à mesure que  $\gamma$  augmente, le vortex central change de forme. À  $Gr = 10^5$ , après avoir incliné la cavité avec un angle d'inclinaison  $\gamma = 30^\circ$ , le vortex principal se divise en deux vortex situés près des coins supérieur gauche et inférieur droit de la cavité. Comme l'illustre la Figure 4.18, à mesure que l'angle d'inclinaison augmente, les deux vortex changent continuellement de forme, de taille et de position. Il convient de noter que l'inclinaison de la cavité à un nombre Gr plus élevé  $\geq 10^4$  s'accompagne d'une augmentation de la densité des lignes de courant. En effet, les lignes de courant sont plus rapprochées en raison d'écoulement rapide. D'autre part, les valeurs maximales de la fonction de courant révèlent une intensification de la convection avec l'angle d'inclinaison.

Les profils de température et de vitesse calculé au niveau des plans médians de la cavité pour une fraction volumique de  $2\%$  sont calculés et présentés dans Figure 4.19 et Figure 4.20.

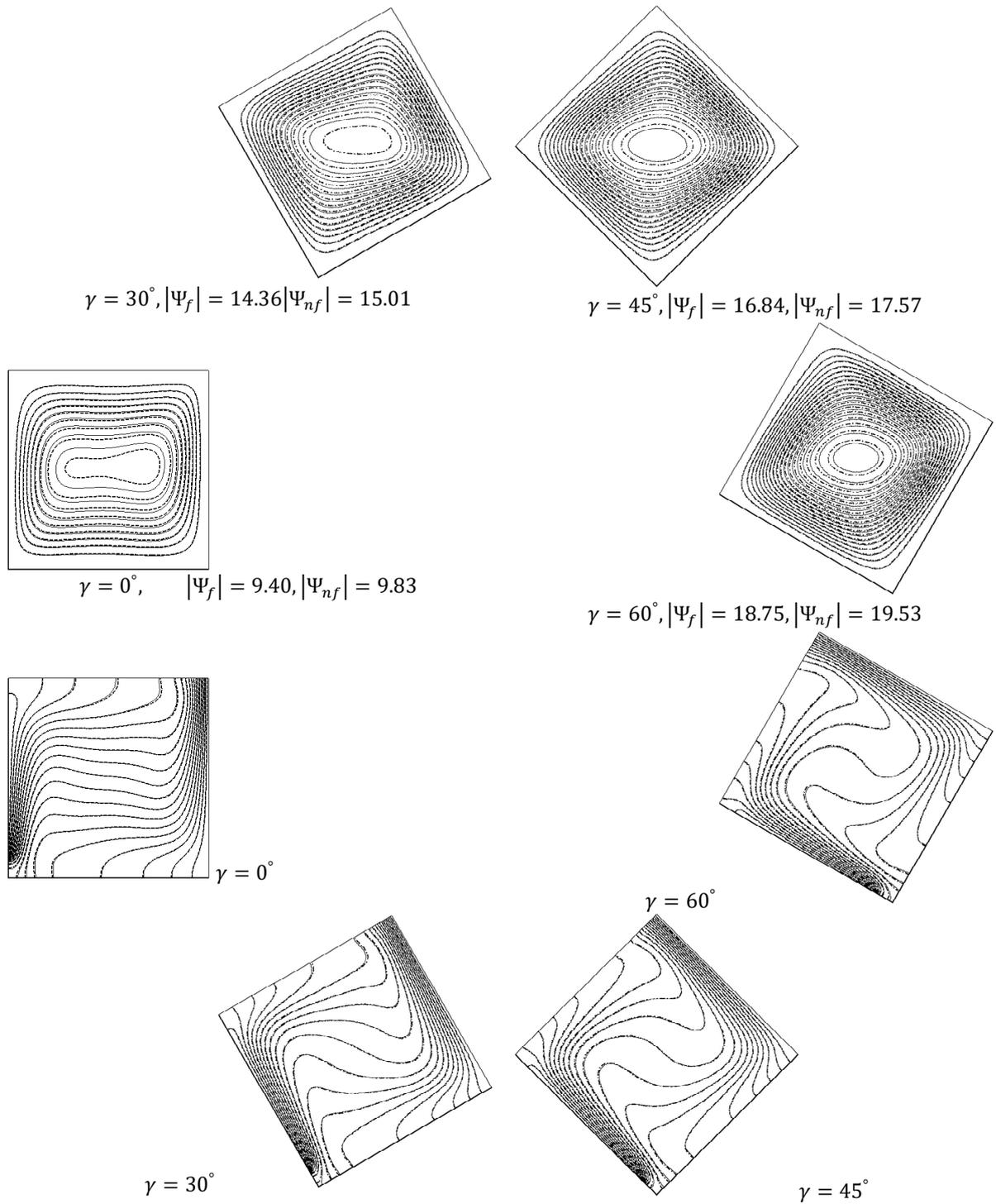
De la Figure 4.20, on peut constater une tendance croissante de la vitesse avec l'angle d'inclinaison  $\gamma$ . Cela peut être physiquement justifié par la présence d'une force dans la direction horizontale, de sorte que la cavité est davantage affectée par les forces de flottabilité. Par ailleurs, l'inclinaison de la cavité entraîne une déformation des lignes de courant et de la stratification isotherme dans la région centrale. En dehors de cela, les isothermes se resserrent dans les régions adjacentes de la portion chauffée et la paroi refroidie où de forts gradients thermiques se sont établis. De la Figure 4.19, on peut voir que la valeur maximale de vitesse se forme à  $\gamma = 30^\circ$ .

La Figure 4.21 montre les variations du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'angle d'inclinaison pour un nombre de Grashof  $10^3 \leq Gr \leq 10^5$ , une concentration de nanoparticules  $\phi = 0\%$  et  $2\%$ , un rapport de longueur de source de chaleur  $L = 0.8$ . Comme le montre la figure, lorsque  $Gr = 10^3$ , l'augmentation de l'angle d'inclinaison de  $\gamma = 0^\circ$  à  $\gamma = 45^\circ$  conduit à l'augmentation du nombre de Nusselt moyen, alors qu'une tendance inverse est observée lorsque l'angle d'inclinaison augmente de  $\gamma = 45^\circ$  à  $\gamma = 60^\circ$ . À  $Gr = 10^4$  et  $10^5$ , le nombre de Nusselt s'améliore avec un angle d'inclinaison qui varie de  $0^\circ$  à  $30^\circ$ , alors qu'il montre une baisse avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison de  $\gamma = 30^\circ$  à  $\gamma = 60^\circ$ . Il convient également de noter que les valeurs les plus élevées du nombre de Nusselt, sont obtenues pour une cavité remplie de nanofluide.

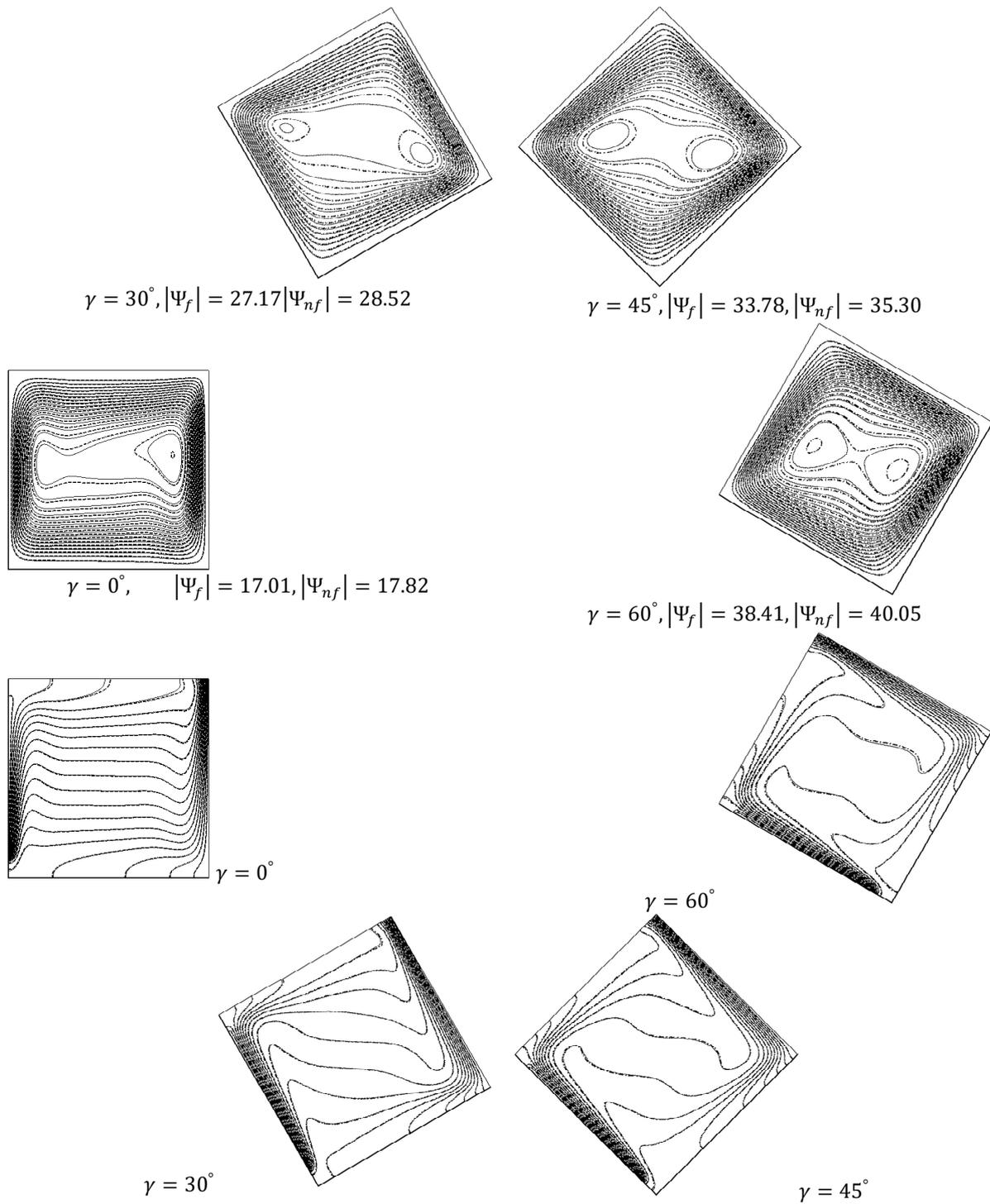
De plus, les résultats numériques du nombre de Nusselt moyen, Les vitesses maximales et leurs positions sont présentés dans le tableau 4.2 et le tableau 4.3 pour le fluide de base et le nanofluide, respectivement.



**Figure 4.16:** Contours des champs d'écoulement dans une cavité inclinée : lignes de courant (en haut), isothermes (en bas).  $l/H = 0.8$ ,  $Gr = 10^3$ ,  $\phi = 0\%$  (en pointillés),  $\phi = 2\%$  (continues).

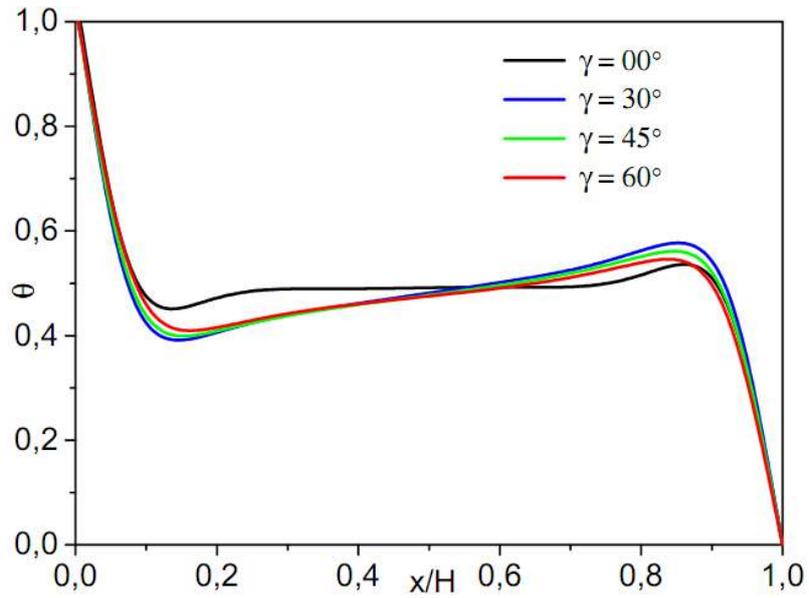


**Figure 4.17:** Contours des champs d'écoulement dans une cavité inclinée : lignes de courant (en haut), isothermes (en bas).  $l/H = 0.8$ ,  $Gr = 10^4$ ,  $\phi = 0\%$  (en pointillés),  $\phi = 2\%$  (continues).

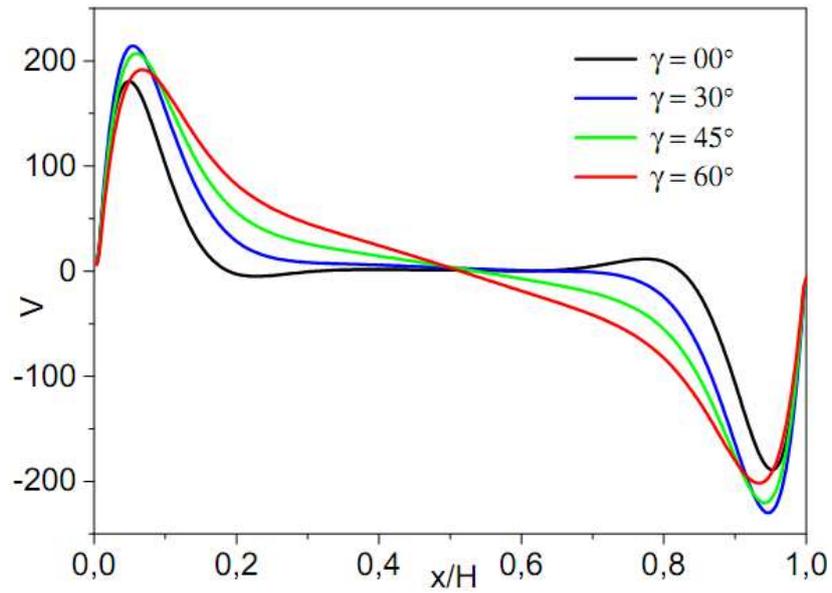


**Figure 4.18:** Contours des champs d'écoulement dans une cavité inclinée : lignes de courant (en haut), isothermes (en bas).  $l/H = 0.8$ ,  $Gr = 10^5$ ,  $\phi = 0\%$  (en pointillés),  $\phi = 2\%$  (continues).

(a)

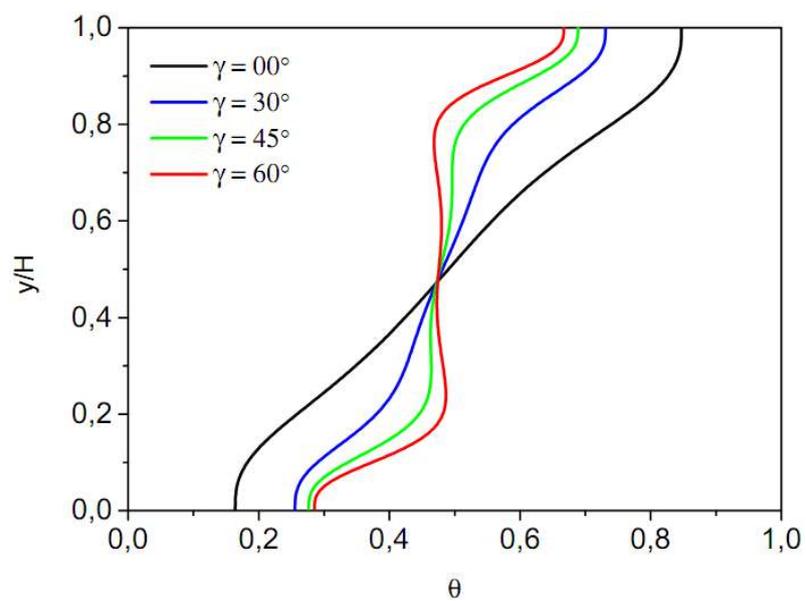


(b)

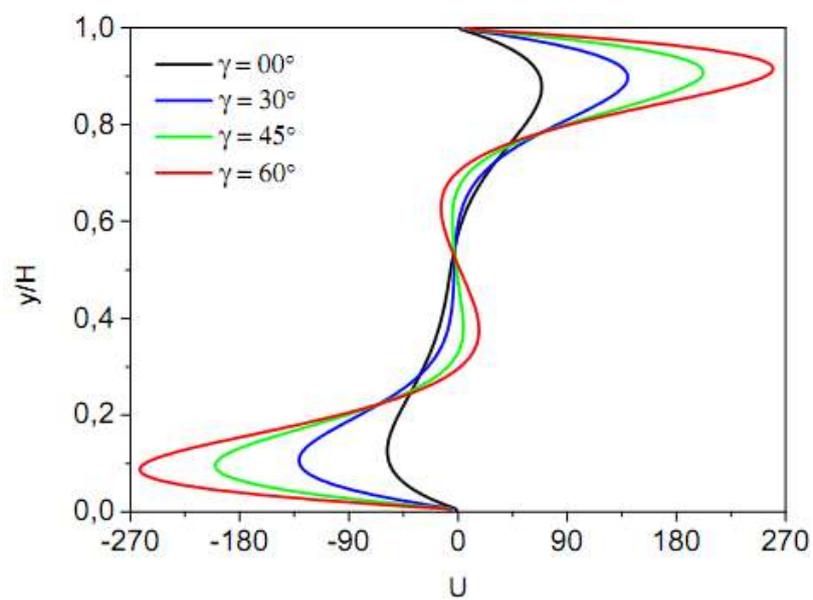


**Figure 4.19:** Profils de (a) température , (b) vitesse à  $Y = \frac{1}{2}$  .  $\phi = 2\%$  ,  $l/H = 0.8$  and  $Gr = 10^5$  .

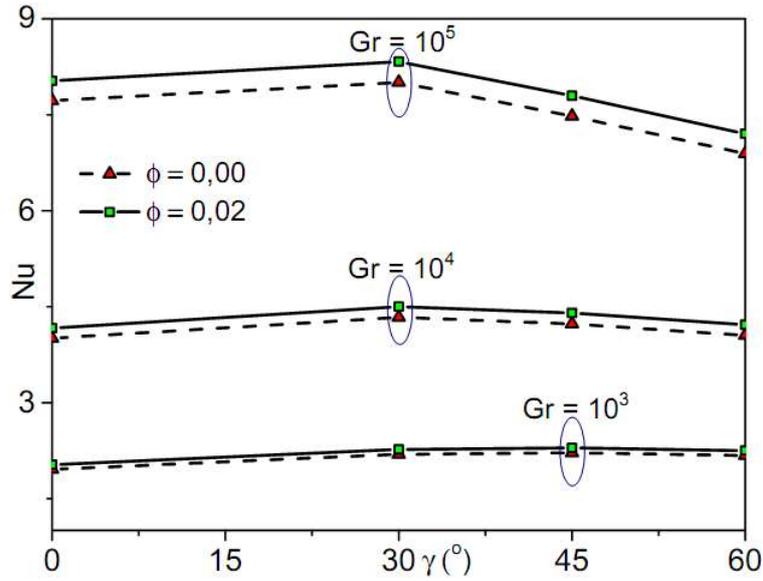
(a)



(b)



**Figure 4.20:** Profils de (a) température , (b) vitesse à  $X = \frac{1}{2}$  .  $\phi = 2\%$  ,  $l/H = 0.8$  and  $Gr = 10^5$ .



**Figure 4.21:** Effet de l'angle d'inclinaison de la cavité sur le nombre de Nusselt moyen,  $l/H = 0.8$  pour différentes valeurs de  $Gr$ .

<b>Gr</b>		$\gamma = 0^\circ$	$\gamma = 30^\circ$	$\gamma = 45^\circ$	$\gamma = 60^\circ$
$10^3$	Nu	1.9565	2.1899	2.2118	2.1722
	$V_m$ ( at $x/H$ )	14.7115 (0.1348)	18.5763 (0.1418)	19.2558 (0.1489)	19.0249 (0.1631)
	$U_m$ ( at $y/H$ )	12.9166 (0.8156)	16.8329 (0.8156)	17.9921 (0.8156)	18.3368 (0.8085)
$10^4$	Nu	4.0060	4.3310	4.2307	4.0489
	$V_m$ ( at $x/H$ )	55.3017 (0.0846)	67.7722 (0.0896)	68.4659 (0.0995)	67.6521(0.1144)
	$U_m$ ( at $y/H$ )	30.4874 (0.8358)	52.3472 (0.8557)	64.7474 (0.8607)	74.3791(0.8706)
$10^5$	Nu	7.7213	8.0088	7.4788	6.8928
	$V_m$ ( at $x/H$ )	173.789 (0.0498)	206.4028(0.0534)	199.1328(0.0676)	183.8944(0.0676)
	$U_m$ ( at $y/H$ )	66.3138 (0.8790)	135.2279(0.9004)	193.9281(0.9075)	249.6620(0.9146)

**Tableau 4.2:** Dépendance du nombre de Nusselt moyen, vitesses maximales et leurs positions de l'angle d'inclinaison de la cavité.  $L = 0.8$  et  $\phi = 0\%$ .

<b>Gr</b>		$\gamma = 0^\circ$	$\gamma = 30^\circ$	$\gamma = 45^\circ$	$\gamma = 60^\circ$
	Nu	2.0267	2.2654	2.2886	2.2486
$10^3$	$V_m$ ( at x/H)	15.1337(0.1418)	19.0562(0.1418)	19.7515(0.1489)	19.4915(0.1631)
	$U_m$ ( at y/H)	13.3804(0,8156)	17.3397(0.8085)	18.4833(0.8085)	18.7842(0.8085)
	Nu	4.1611	4.4977	4.3991	4.2164
$10^4$	$V_m$ ( at x/H)	57.2554(0.0846)	70.2169(0.0945)	70.9726(0.1045)	70.2342(0.1144)
	$U_m$ ( at y/H)	31.8784(0.8358)	54.5662(0.8507)	67.2562(0.8607)	76.9980(0.8657)
	Nu	8.0309	8.3325	7.7947	7.2044
$10^5$	$V_m$ ( at x/H)	180.6368(0.0498)	214.2852(0.0534)	206.9173(0.0605)	191.7263(0.0676)
	$U_m$ ( at y/H)	68.9767(0.8790)	139.8926(0.8968)	201.8671(0.9039)	259.6960(0.9146)

**Tableau 4.3:** Dépendance du nombre de Nusselt moyen, vitesses maximales et leurs positions de l'angle d'inclinaison de la cavité.  $L = 0.8$  et  $\phi = 2\%$ .

## Conclusion générale

## Conclusion générale :

L'étude présentée dans ce travail s'est intéressée à l'amélioration du transfert thermique dû à la convection naturelle laminaire de nanofluides  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau dans une cavité carrée partiellement chauffée. Le code numérique est construit sur la base de la méthode de Boltzmann sur réseau thermique bidimensionnel ainsi que d'une approche à double population à simple temps de relaxation. Les effets de paramètres tels que la fraction volumique solide, le nombre de Grashof, la longueur de la source de chaleur et l'angle d'inclinaison de la cavité sur les caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur ont été étudiés. Les remarques finales peuvent être formulées comme suit :

- En utilisant le modèle théorique de conductivité thermique de Maxwell, les résultats de la TLBM sont globalement en excellent accord avec la littérature utilisée dans ce travail de validation, et qui sont basés sur la solution avec les méthodes conventionnelles.
- Le taux de transfert de chaleur (nombre de Nusselt) s'avère être une fonction croissante du nombre de Grashof, de la longueur de la source de chaleur et de la fraction volumique solide.
- Les nombres de Nusselt les plus élevés sont obtenus pour une cavité carrée remplie de nanofluide avec un rapport de longueur de source de chaleur de  $L = 0.8$  et inclinée dans le sens inverse des aiguilles d'une montre avec  $\gamma = 45^\circ$  pour  $\text{Gr} = 10^3$  et  $\gamma = 30^\circ$  pour  $\text{Gr} > 10^3$ .
- Les paramètres de contrôle étudiés dans cette étude constituent des facteurs clés pour la gestion thermique des applications basées sur ce type de cavités. À cette fin, une corrélation a été développée entre la fraction volumique solide, le nombre de Grashof et la longueur de la source de chaleur.

## **Références Bibliographiques**

## Références bibliographiques

- [1] S. Ostrach. Natural convection in enclosures. *Americ. Society of Mech. Engineers J. Heat Trans.*, 110 (1988), pp.1175-1190.
- [2] A. Baïri. Nusselt-Rayleigh correlations for design of industrial elements: experimental and numerical investigation of natural convection in titled square cavity filled air enclosures, *Energy Conversion and Management*, 49 (2008), pp.771-782.
- [3] A. Baïri. A review on natural convection in enclosures for engineering applications. The particular case of the parallelogrammic diode cavity. *Appl. Therm. Eng.*, 63 (2014), pp.304-322.
- [4] T. Nishimura, F. Nagasawa, Y. Kawamura. Natural convection in horizontal enclosures with multiple partitions. *International Journal of Heat and Mass Transfer* Volume 32, Issue 9, September 1989, Pages 1641-1647
- [5] C.J. Ho, J.Y. Chang. A study of natural convection heat transfer in a vertical rectangular enclosure with two-dimensional discrete heating: Effect of aspect ratio. *International Journal of Heat and Mass Transfer* Volume 37, Issue 6, April 1994, Pages 917-925
- [6] Ramón L. Frederick. Natural convection in an inclined square enclosure with a partition attached to its cold wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer* Volume 32, Issue 1, January 1989, Pages 87-94
- [7] R. J. Krane, J. Jessee. Some detailed field measurements for a natural convection flow in a vertical square enclosure. *Proceedings of the first ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference*, 1, 1983, pp.323-329.
- [8] G. De vahl Davis. Natural convection of air in a square cavity, a benchmark solution. *International Journal of Numerical Methods for Fluids*, 3, 1983, pp.249-264.
- [9] J. Wang, D. Wang, P. Lallemand, L-S. Luo. Lattice Boltzmann simulations of thermal convective flows in two dimensions, *Computers and Mathematics with Applications* 65 (2013) 262–286.
- [10] K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone. Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids. *International Journal of heat and mass transfer*, 46 (2003), pp.3639-3653.
- [11] M. Jahanshahi, S. F. Hosseinizadeh, M. Alipanah, A. Dehghani, G. R. Vakilinejad. Numerical simulation of free convection based on experimental measured conductivity in a square

cavity using Water/SiO<sub>2</sub> nanofluid. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37 (2010), pp.687-694.

[12] S. M. Elsherbiny, E. H. Ragab. Laminar natural convection in inclined rectangular cavities with a localized heat source. *Alex. Eng. J.* Volume 52, Issue 3, September 2013, Pages 249-257.

[13] I. Aliouane, N. Kaid, H. Ameer, H. Laidoudi. Investigation of the flow and thermal fields in square enclosures: Rayleigh-Bénard's instabilities of nanofluids. *Therm. Sci. and Eng. Progress* Volume 25, 1 October 2021, 100959.

[14] I. Sezai, A.A Mohamad. Natural convection from a discrete heat source on the bottom of a horizontal enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer* Volume 43, Issue 13, 1 July 2000, Pages 2257-2266

[15] B. Calcagni, F. Marsili, M. Paroncini. Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below. *Applied Thermal Engineering* Volume 25, Issue 16, November 2005, Pages 2522-2531.

[16] V. P. M. Senthil Nayaki, S. Saravanan, X. D. Niu, P. Kandaswamy. Natural convection cooling of an array of flush mounted discrete heaters inside a 3D cavity, *Adv. in Appl. Math. and Mechanics*, 9 (2017), pp.771-782.

[17] X. H. Ren, R. Z. Liu, Y. H. Wang, L. Wang, F. Y. Zhao. Thermal driven natural convective flows inside the solar chimney flush-mounted with discrete heating sources: Reversal and cooperative flow dynamics, *Renew. Energy*, 138 (2019), pp.354-367.

[18] A. Dadvand, S. H. Saraei, S. Ghoreishi, A. J. Chamkha. Lattice Boltzmann simulation of natural convection in a square enclosure with discrete heating. *Math. and Computers in Simulation* Volume 179 (2021), Pages 265-278.

[19] J. Liu, J. Liu, J. Li. PIV experimental study on natural convective flows at high Rayleigh numbers in industrial buildings, *Building and Environment*, 256 (2024) 111460.

[20] H. Faraji, M. Teggari, A. Arshad, M. Arıcı, E. Berra, K. Choukairy, Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer phenomenon for thermal management of multiple electronic components, *Therm. Sci. and Eng. Progress* 45 (2023) 102126.

[21] M. Hissouf, M. Najim, A. Charef. Numerical study of a covered Photovoltaic Thermal Collector (PVT) enhancement using nanofluids. *Sol Energy*, 199 (2020) 115–27.

[22] A. A. Akbar, N. A. Ahammad, A. U. Awan, A. K. Hussein, F. Gamaoun, E. M. Tag-Eldin, B. Ali, Insight into the Role of Nanoparticles Shape Factors and Diameter on the Dynamics of Rotating Water-Based Fluid. *Nanomaterials*, 12(16) 2022, 2801.

- [23] M. M. Tawfik, Experimental studies of nanofluid thermal conductivity enhancement and applications: A review, *Renew. and Sust. Energ. Rev.* 75 (2017) 1239–1253.
- [24] H. Younes, M. Mao, S.M. S. Murshed, D. Lou, H. Hong, G. P. Peterson, Nanofluids: Key parameters to enhance thermal conductivity and its applications, *Appl. Therm. Eng.* 207 (2022) 118202.
- [25] K. Wong, O. De Leon. Applications of nanofluids: current and future, *Adv. in Mech. Eng.* 2 (2010): 519659. <https://doi.org/10.1201/9781315163574-6>
- [26] L. Syam Sundar, E. Venkata Ramana, M.K. Singh, A.C.M. Sousa, Thermal conductivity and viscosity of stabilized ethylene glycol and water mixture  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanofluids for heat transfer applications: An experimental study, *Int. Commun. Heat Mass Transf.* 56 (2014) 86–95.
- [27] A. Kumar, S. Subudhi, Preparation, characterization and heat transfer analysis of nanofluids used for engine cooling, *Appl. Therm. Eng.*, 160 (2019) 114092
- [28] S.U.S. Choi, J.A. Eastman, Enhanced Heat Transfer Using Nanofluids. USA Patent 6,221,275, 24 April 2001.
- [29] F. Yilmaz, D-J. Lee, J-W. Song, H-S Hong, H-T Son, J-S Yoon, S-J. Hong, Fabrication of cobalt nano-particles by pulsed wire evaporation method in nitrogen atmosphere, *Pow. Techn.* Vol. 235 (2013), Pages 1047-1052
- [30] R. Torres-Mendieta, R. Mondragon, ' E. Julia, ' O. Mendoza-Yero, J. Lancis, G. Mínguez-Vega, Fabrication of high stable gold nanofluid by pulsed laser ablation in liquids, *Adv. Mater. Lett.* 6 (2015) 1037–1042.
- [31] C.-H. Lo, T.-T. Tsung, L.-C. Chen, C.-H. Su, H.-M. Lin, Fabrication of copper oxide nanofluid using submerged arc nanoparticle synthesis system (SANSS), *J. Nanopart. Res.* 7 (2005) 313–320.
- [32] M. Sahooli, S. Sabbaghi, CuO nanofluids: The synthesis and investigation of stability and thermal conductivity, *J. Nanofluids* 1 (2013) 155–160.
- [33] M.A. Behnajady, H. Eskandarloo, N. Modirshahla, M. Shokri. Investigation of the effect of sol-gel synthesis variables on structural and photocatalytic properties of  $\text{TiO}_2$  nanoparticles. *Desalination* 2011, 278, 10–17.
- [34] Y. Suzuki, S. Yoshikawa. Synthesis and thermal analyses of  $\text{TiO}_2$ -derived nanotubes prepared by the hydrothermal method. *J. Mater. Res.* 2004, 19, 982–985.
- [35] H. Yu, S. Hermann, S.E. Schulz, T. Gessner, Z. Dong, W.J. Li, Optimizing sonication parameters for dispersion of single-walled carbon nanotubes, *Chem. Phys.* 408 (2012) 11–16.

- [36] X.J. Wang, X.F. Li, Influence of pH on nanofluids' viscosity and thermal conductivity, *Chin. Phys. Lett.* 26 (5) (2009) 1–4.
- [37] M. Farahmandjou, S.A. Sebt, S.S. Parhizgar, P. Aberomand, M. Akhavan, Stability investigation of colloidal FePt nano-particle systems by spectrophotometer analysis, *Chin. Phys. Lett.* 26 (2) (2009) 027501
- [38] R. Walvekar, A.F. Ismail, I. Sopyan, A.T. Jameel, F. Yusof, M. Khalid, N.M. Mubarak, Stability and thermal conductivity enhancement of carbon nanotube nanofluid using gum arabic, *J. Exp. Nanosci.* (6) (2011) 567–579
- [39] T. Kavitha, A Rajendran, A., Durairajan. Synthesis, characterization of TiO<sub>2</sub> nano powder and water based nanofluids using two step method. *Eur. J. Appl. Eng. Sci. Res.*, 1 (2012) 235–240.
- [40] L. Fedele, L. Colla, S. Bobbo, S. Barison, F. Agresti, Experimental stability analysis of different water based nanofluids, *Nanoscale Res. Lett.* 6 (2011) 1–8.
- [41] M. G. Habbeb, A. H. Yaseen, A.M. Hussien. Impact of surfactant on Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluids stability for cooling the central processing unit of computer, *Case Studies in Thermal Engineering* 54 (2024) 104094
- [42] P. Keblinski, S.R. Phillpot, S.U.S. Choi, J.A. Eastman, Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids), *Int. J. Heat Mass Transf.*, 45 (2002) 855-863.
- [43] R. D. Selvakumar, S. Dhinakaran. A multi-level homogenization model for thermal conductivity of nanofluids based on particle size distribution (PSD) analysis, *Powder Technology*, 301 (2016) 310-317.
- [44] P. Eneren, Y. T. Aksoy, M. R. Vetrano. Experiments on Single-Phase Nanofluid Heat Transfer Mechanisms in Microchannel Heat Sinks: A Review, *Energies*, (15) 2022, 2525. <https://doi.org/10.3390/en15072525>
- [45] M. Ahmed, M. Eslamian. Natural convection in a differentially-heated square enclosure filled with a nanofluid: Significance of the thermophoresis force and slip/drift velocity, *I. Comm. Heat and Mass Trans.* Vol. 58 (2014), Pages 1-11
- [46] M. Eslamian, M. Ahmed, M.F. El-Dosoky, M.Z. Saghir. Effect of thermophoresis on natural convection in a Rayleigh–Benard cell filled with a nanofluid, *I. J. of Heat and Mass Trans.*, 81 (2015), Pages 142-156
- [47] J.C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Vol. 1 (Clarendon Press, 1873).
- [48] R.L. Hamilton, O.K. Crosser, Thermal conductivity of heterogeneous twocomponent systems, *I&EC Fundam.* 1 (1962) 182–191.

- [49] J. Koo, C. Kleinstreuer, Laminar nanofluid flow in microheat-sinks, *Int. J. Heat Mass Transfer* 48 (2005) 2652–2661.
- [50] W. Yu, S.U.S. Choi, The role of interfacial layers in the enhanced thermal of nanofluids: a renovated Maxwell model, *J. Nanopart. Res.* 5 (1–2) (2003) 167–171.
- [51] Y. Xuan, Q. Li, W. Hu, Aggregation structure and thermal conductivity of nanofluids, *AIChE J.* 49 (4) (2003) 1038–1043.
- [52] S. Maiga, S.J. Palm, C.T. Nguyen, G. Roy, N. Galanis, Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows, *Int. J. Heat Fluid Flow* 26 (2005) 530–546.
- [53] M. Corcione. Empirical correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids. *Energy Conversion and Management*, 52 (2011) pp.789-793.
- [54] K. Khanafer, K. Vafai. A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54 (2011) pp.4410-4428.
- [55] A. Einstein, Eine neue bestimmung der molekuldimensionen, *Ann. Phys., Leipzig* 19 (1906) 289–306.
- [56] H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *J. Chem. Phys.* 20 (1952) 571.
- [57] C.J. Ho, W.K. Liu, Y.S. Chang, C.C. Lin. Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in vertical square enclosures: An experimental study, *International Journal of Thermal Sciences* 49 (2010) 1345e1353.
- [58] H. Masuda, A. Ebata, K. Teramae, N. Hishinuma. Alteration of Thermal Conductivity and Viscosity of Liquid by Dispersing Ultra-Fine Particles. *Dispersion of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub> and TiO<sub>2</sub> Ultra-Fine Particles. Netsu Bussei* 1993, 7, 227–233.
- [59] S.U.S. Choi, J.A. Eastman. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. *ASME Int. Mech. Eng. Congr. Expos.* 66 (1995), 99–105.
- [60] M. Zafar, H. Sakidin, M. Sheremet, et al. The Impact of Cavities in Different Thermal Applications of Nanofluids: A Review, *Nanomaterials* 2023, 13(6), 1131.
- [61] K. Dubyk, M. Isaiev, S. Alekseev, R. Burbelo, V. Lysenko. Thermal conductivity of nanofluids formed by carbon flurooxide mesoparticles. *SN Applied Sciences*, 1 (2019), 1440.
- [62] M. Z. Saghir, A. Ahadi, T. Yousefi, B. Farahbakhsh. Two-phase and single-phase models of flow of nanofluid in a square cavity: Comparison with experimental results. *International Journal of Thermal Sciences*, 100 (2016), pp.372-380.

- [63] P. Hanafizadeh, M. Ashjaee, M. Goharkhah, K. Montazeri, M. Akram. The comparative study of single and two-phase models for magnetite nanofluid forced convection in a tube, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 65 (2015), pp.58-70.
- [64] M. Z. Saghir, A. Mohamed. Effectiveness in incorporating Brownian and thermophoresis effects in modelling convective flow of water-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanoparticles, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, ISSN: 0961-5539 (2018) doi/10.1108/HFF-10-2016-0398/
- [65] Z. Haddad, E. Abu-Nada, H. F. Oztop, A. Mataoui. Natural convection in nanofluids: Are the thermophoresis and Brownian motion effects significant in nanofluid heat transfer enhancement? *International Journal of Thermal Sciences*, 57 (2012), Pages 152-162.
- [66] H. Eshgarf, A. A. Nadooshan, A. Raisi. A review of multi-phase and single-phase models in the numerical simulation of nanofluid flow in heat exchangers. *Eng. Analys. Bound. Elem.* 146 (2023) Pages 910-927.
- [67] H. F. Oztop, E. Abu-Nada, Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (2008) 1326–1336.
- [68] E. B. Ögut. Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source. *International Journal of Thermal Sciences*, 48 (2009), pp.2063-2073.
- [69] T. Islam, Md. Fayz-Al-Asad, M.A. Khatun, N. Parveen, H. Ahmad, S. Askar. Natural convection heat transport performance of nanofluids under the influence of inclined magnetic field, *Results in Physics*, 58 (2024), 107365.
- [70] S. Gümgüm, M. Tezer-Sezgin. DRBEM solution of natural convection flow of nanofluids with a heat source, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 34 (2010), pp.727-737.
- [71] M. Hosseini, M. T. Mustafa, M. Jafaryar, E. Mohammadian, 2014. Nanofluid in tilted cavity with partially heated walls. *International Journal of Molecular liquids*, 199, pp.545-551.
- [72] M. A. Mansour, R. A. Mohamed, S. E. Ahmed. Natural convection cooling of a heat source embedded on the bottom of an enclosure filled with Cu-water nanofluid: effects of various thermal boundary conditions. *Heat and Mass Transfer*, 47 (2011), pp.1479-1490.
- [73] G.A. Sheikhzadeh, A. Arefmanesh, M.H. Kheirkhah, R. Abdollahi, Natural convection of Cu–water nanofluid in a cavity with partially active side walls, *European Journal of Mechanics B/Fluids* 30 (2011) 166–176.

- [74] H. F. Oztop, M. Mobedi, E. Abu-Nada, I. Pop, A heatline analysis of natural convection in a square inclined enclosure filled with a CuO nanofluid under non-uniform wall heating condition, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 55 (2012) 5076–5086.
- [75] GH. R. Kefayati, Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid-filled cavity with sinusoidal temperature distribution, *Powder Technology* 243 (2013) 171–183.
- [76] R. Jmai, B. Ben-Beya, T. Lili, Heat transfer and fluid flow of nanofluid-filled enclosure with two partially heated side walls and different nanoparticles, *Superlattices and Microstructures* 53 (2013) 130–154.
- [77] G.C. Bourantas a , V.C. Loukopoulos b, MHD natural-convection flow in an inclined square enclosure filled with a micropolar-nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 79 (2014) 930–944.
- [78] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, D. D. Gani, S. Soleimani, MHD natural convection in a nanofluid filled inclined enclosure with sinusoidal wall using CVFEM, *Neur. Comput. And Appli.*, 24 (2014) pp873-882.
- [79] A. A. Abbasian Arani, E. Kakoli, N. Hajjaligol, Double-diffusive natural convection of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid in an enclosure with partially active side walls using variable properties, *J. Mech. Sci. and Tech.*, 28 (2014) pp4681-4691.
- [80] G. M. Bouhaleb, H. Abbassi, Natural convection in an inclined rectangular enclosure filled by CuO-H<sub>2</sub>O nanofluid, with sinusoidal temperature distribution, *I. J. Hydrogen Energy* 40 (2015) 13676 -13684.
- [81] M. Ahmed, M. Eslamian, Numerical Simulation of Natural Convection of a Nanofluid in an Inclined Heated Enclosure Using Two-Phase Lattice Boltzmann Method: Accurate Effects of Thermophoresis and Brownian Forces, *Ahmed and Eslamian Nanoscale Research Letters* (2015) 10:296.
- [82] E. Abu-Nada, H. F. Oztop, I. Pop. Effects of surface waviness on heat and fluid flow in a nanofluid filled closed space with partial heating. *Heat and Mass Transfer*, 52 (2016) pp.1909-1921.
- [83] S. Y. Motlagh, S. Taghizadeh, H. Soltanipour, Natural convection heat transfer in an inclined square enclosure filled with a porous medium saturated by nanofluid using Buongiorno's mathematical model, *Advanced Powder Technology* 27 (2016) 2526–2540.

- [84] M. Esfandiary, B. Mehmandoust, A. Karimipour, H. A. Pakravan, Natural convection of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid in an inclined enclosure with the effects of slip velocity mechanisms: Brownian motion and thermophoresis phenomenon, *I. J. Therm. Sci.* 105 (2016) 137-158.
- [85] M. Arıcı, E. Tütüncü, Kan M., H. Karabay. Melting of nanoparticle-enhanced paraffin wax in a rectangular enclosure with partially active walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 104 (2017) pp.7-17.
- [86] A. I. Alsabery, A. J. Chamkha, H. Saleh, I. Hashim, Natural convection flow of a nanofluid in an inclined square enclosure partially filled with porous medium, *Scientific Reports*, 7 (2017) 2357.
- [87] A. Rahimi, A. Kasaeipoor, E. H. Malekshah, L. Kolsi, Natural convection analysis by entropy generation and heatline visualization using lattice Boltzmann method in nanofluid filled cavity included with internal heaters-Empirical thermo-physical properties, *I. J. Mech. Sci.*, 133 (2017) 199-216.
- [88] M. Salari, E. H. Malekshah. Natural convection in a rectangular enclosure filled by two immiscible fluids of air and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid heated partially from side walls. *Alex. Eng. J.*, 57 (2018) pp.1401-1412.
- [89] L. Wang, B. Shi, Z. Chai. Effects of temperature-dependent properties on natural convection of nanofluids in a partially heated cubic enclosure, *Applied Thermal Engineering* 128 (2018) 204–213.
- [90] M. A. Sheremet, R. Trîmbitas, T. Grosan, I. Pop, Natural convection of an alumina-water nanofluid inside an inclined wavy-walled cavity with a non-uniform heating using Tiwari and Das' nanofluid model, *Appl. Math. And Mech.*, 39 (2018) pp1425-1436.
- [91] K. S. Al-Kalbani, M. M. Rahman, Convective heat transfer in the flow of a nanofluid in an inclined square enclosure, *J. Eng. Phys. And Thermophys.*, 92 (2019) pp1150-1170.
- [92] M. Sobhani, H. Ajam. Taguchi optimization for natural convection heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid in a partially heated cavity using LBM. *J. Therm. Analys. Calorim.*, 138 (2019), pp.889-904.
- [93] Y. Li, M. Firouzi, A. Karimipour, M. Afrand. Effect of an inclined partition with constant thermal conductivity on natural convection and entropy generation of a nanofluid under magnetic field inside an inclined enclosure: Applicable for electronic cooling, *Advanced Powder Technology* 31 (2020) 645–657.
- [94] R. Zhang, A. Ghasemi, A. A. Barziniv, M. Zareei, S. M Hamad, M. Afrand, Simulating natural convection and entropy generation of a nanofluid in an inclined enclosure under an angled magnetic

field with a circular fin and radiation effect, *J. Therm. Analys. And Calorim.*, 139 (2020) pp3803-3816.

[95] M. Li, C. Zheng, F. Feng, X. Chen, W. T. Wu. Natural convection and anisotropic heat transfer of shear-thinning in a ferro-nanofluid in partially heated rectangular enclosures under magnetic field. *Thermal Sciences and Engineering Progress*, 25 (2021) 100992.

[96] K. U. Rehman, W. Shatanawi, H. M.S. Bahaidarah, S. Abbas, A.U. Khan. Thermal case study of nanofluid flow in partially heated rectangular enclosure rooted with sinusoidal heated rods and inclined magnetic field, *Case Stud. Therm. Eng.* 45 (2023) 102982.

[97] B. El hadoui, M. Kaddiri. Aspect ratio's critical role in enhancing natural convective heat transfer with temperature-dependent nanofluids within rectangular enclosures, *I. J. Thermofluids* 20 (2023) 100501.

[98] M. Torki, N. Etesami, Experimental investigation of natural convection heat transfer of SiO<sub>2</sub>/water nanofluid inside inclined enclosure, *J. of Therm. Analys. And Calorim.*,139 (2020) pp1565-1574.

[99] S. Kuharat, O. Anwar Bég, A. Kadir, B. Vasu, Computation of metallic nanofluid natural convection in a two-dimensional solar enclosure with radiative heat transfer, aspect ratio and volume fraction effects, *Arab. J. for Sci. and Eng.*, 45 (2020) pp 9075-9093.

[100] A. Chattopadhyay, R. Malo, H. F. Oztop, S. K. Pandit, K. D. Goswami, Simulation of magneto mixed convective flow and thermal behavior of hybrid nanofluid in a partially heated wavy cavity, *J. Magn. Magn. Mat.*, `575 (2023) 170713.

[101] R. Akhter, M. M. Ali, M. A. Alim, Entropy generation due to hydromagnetic buoyancy-driven hybrid-nanofluid flow in partially heated porous cavity containing heat conductive obstacle, *Alex. Eng. J.*, 62 (2023) 17-45.

[102] N. Rehman, R. Mahmood, A. H. Majeed, W. Shatanawi, K. U. Rehman, Finite element analysis on entropy generation in MHD Iron (III) Oxide-Water nanofluid equipped in partially heated fillet cavity, *J. Magn. Magn. Mat.*, 565 (2023) 170269.

[103] S. A. Khan, S. Yasmin, M. Imran, T. Muhammad, A. Alhushaybary, U. Farooq, H Waqas, Computational analysis of natural convection with water based nanofluid in a square cavity with partially active side walls: Applications to thermal storage, *J. Molec. Liq.*, 382 (2023) 122003.

[104] C. C. Cho, Effects of porous medium and wavy surface on heat transfer and entropy generation of Cu-water nanofluid natural convection in square cavity containing partially-heated surface, *I. Comm. Heat Mass Trans.*, 119 (2020) 104925.

- [105] A. I. Alsabery, M. A. Sheremet, A. J. Chamkha, I. Hashim, Conjugate natural convection of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid in a square cavity with a concentric solid insert using Buongiorno's two-phase model, *I. J. Mech. Sci.*, 136 (2018) 200-219.
- [106] L. Wang, X. Yang, C. Huang, Z. Chai, B. Shi, Hybrid lattice Boltzmann-TVD simulation of natural convection of nanofluids in a partially heated square cavity using Buongiorno's model, *Appl. Therm. Eng.*, 146 (2019) 318-327.
- [107] A. I. Alsabery, E. Gedik, A. J. Chamkha, I. Hashim, Effects of two-phase nanofluid model and localized heat source/sink on natural convection in a square cavity with a solid circular cylinder, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 346 (2019) 952-981.
- [108] C. C. Cho, Heat transfer and entropy generation of natural convection in nanofluid-filled square cavity with partially-heated wavy surface, *I. J. Heat Mass Trans.*, 77 (2014) 818-827.
- [109] R. Akhter, M. M. Ali, M. M. Billah, M. N. Uddin, Hybrid-nanofluid mixed convection in square cavity subjected to oriented magnetic field and multiple rotating rough cylinders, *Results in Eng.*, 18 (2023) 101100.
- [110] B. Bouamoud, S. Houat. Mesoscopic study of natural convection in a square cavity filled with alumina-based nanofluid. *Energy Procedia*, 139 (2017), pp.758-765.
- [111] M. H. Toosi, M. Siavashi, Two-phase mixture numerical simulation of natural convection of nanofluid flow in a cavity partially filled with porous media to enhance heat transfer, *J. Molec. Liq.*, 238 (2017) 553-569.
- [112] B. P. Geridonmez, H. F. Oztop, MHD natural convection in a cavity in the presence of cross partial magnetic fields and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid, *Comp. Math. With Appl.*, 80 (2020) 2796-2810.
- [113] B. Bouamoud, S. Houat, Numerical investigation of natural convection in a partially heated square cavity and at different inclinations filled by (water-Al<sub>2</sub>O) nanofluid, using the thermal lattice Boltzmann method, *Int. J. Appl. Comput. Math* (2024) 10:97 <https://doi.org/10.1007/s40819-024-01731-7>.
- [114] S. Wolfram. Statistical mechanics of cellular automata, *Rev. Mod. Phys.* 55, 601 – Published 1 July 1983.
- [115] D. Wolf-Gladrow, *Lattice-gas cellular automata and Lattice Boltzmann models*, Springer Berlin (2000).
- [116] J. Hardy, Y. Pomeau & O. de Pazzis, Time evolution of two-dimensional model system, *J. math. Phys.* 14(1973) 1746-1759.

- [117] U. Frish, B. Hasslacher & Y. Pomeau, Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation, *Physical review letters*, 56 (1986) 1505- 1508.
- [118] G. R. McNamara & G. Zanetti, Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata. *Physical review letters*, 61(1988) 2332-2335.
- [119] F. Higuera, J. Jimenez, Boltzmann approach to lattice-gas simulations, *Europhys. Lett.* 9 (1989) 663-668.
- [120] Y.H. Qian, D. d'Humières, P. Lallemand, Lattice BGK models for Navier-Stokes equation. *Europhys. Lett.* 17 (1992) 479-484.
- [121] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross & M. Krook, A model for collision processes in gases, *Physical review*, 94(1954) 511-525.
- [122] L. Li, J. Lu, H. Fang, Z. Yin, T. Wang, R. Wang, X. Fan, L. Zhao, D. Tan, Y. Wan. Lattice Boltzmann method for fluid-thermal systems: Status, Hotspots, Trends and Outlook, *IEEE Access* 8 (2020) 27649 – 27675. <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=8981964>.
- [123] S. Osaki, K. Hayashi, E. Kohmura, A. Tomiyama. Numerical simulations of flows in cerebral aneurysms using the lattice Boltzmann method with single-and multiple-relaxation time collision models. *Computers and Mathematics with Applications*, 78 (2019), pp.2746-2760.
- [124] E. Ezzatneshan. Comparative study of the lattice Boltzmann collision models for simulation of incompressible fluid flows. *Mathematics and Computers in Simulation*, 456 (2019), pp.158-177.
- [125] L. Li, R. Mei, J. F. Klausner. Lattice Boltzmann models for the convection-diffusion equation: D2Q5 vs D2Q9. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 108 (2017), pp.41-62.
- [126] R. Du, Z. Liu. A lattice Boltzmann model for the fractional advection-diffusion equation coupled with incompressible Navier-Stokes equation. *Applied Mathematics Letters*, 101(2020), 106074.
- [127] C. H. Liu, K. H. Lin, H. C. Mai, C. A. Lin. Thermal boundary conditions for thermal lattice Boltzmann simulations. *Computers and Mathematics with Applications*, 59 (2010), pp.2178-2193.
- [128] M. Nazari, M. H. Kayhani. A comparative solution of natural convection in an open cavity using different boundary conditions via the lattice Boltzmann method. *Journal of Heat and Mass Transfer Research*, 3 (2016), 115-129.
- [129] Y. Peng, C. Shu, Y. T. Chew. Simplified thermal lattice model for incompressible thermal flow. *Physical Review E*, 68 (2003), 026701.

- [130] F. Kuznik, J. Vareilles, G. Rusaouen, G. Kraus. A double population lattice Boltzmann method with non-uniform mesh for the simulation of natural convection in a square cavity, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28 (2007), pp.862-870.
- [131] A.A. Mohamad, A. Kuzmin. A critical evaluation of force term in lattice Boltzmann method, natural convection problem, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53 (2010) 990–996.
- [132] A.A. Mohamad, M. El-Ganaoui, R. Bennacer. Lattice Boltzmann simulation of natural convection in an open-ended cavity, *International Journal of Thermal Sciences* 48 (2009) 1870-1875.