REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE
ET POPULAIRE

MINISTERE DEL'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DELA RECHERCHE SCIENTIQUE

UNIVERSITE ABDELHAMIDIBNBADIS de
MOSTAGANEM

FACULTE DE SCIENCE DE LA NATURE ET DE LA VIE

# Optique Géométrique et Mécanique

# des

# Fluides

## 1ere Année Licence SNV


**Dr. BENIDRIS Mansour**

mansour.benidris@univ-mosta.dz


**Année ACADEMIQUE : 2023/2024**

# TABLE DES MATIERES

## I.1INTRODUCTION

L'observation des réalités physiques demeure imparfaite lorsqu'elle ne conduit pas à la fourniture de données quantitatives, autrement dit à la détermination des grandeurs physiques. Afin de pouvoir réaliser l'étude d'un phénomène physique, il est indispensable d'étudier les variables importantes. La relation mathématique entre ces variables donne lieu à l'élaboration d'une loi physique. Cette démarche peut être effectuée dans quelques cas, tandis que dans d'autres, il est nécessaire de faire appel à une méthode de modélisation différente, celle de l'analyse dimensionnelle. Le présent cour explique comment déterminer les dimensions de grandeurs physiques, compte tenu de la relation entre ces grandeurs et d'autres grandeurs connues. Rappelons que les mesures physiques comprennent deux parties : une valeur et une unité. La première nous renseigne sur ce que nous avons et la seconde sur la quantité que nous avons c'est-à-dire combien nous en avons. À titre d'exemple, lorsque la mesure d'une certaine grandeur est de 10 m, la valeur est de dix et l'unité est le mètre. Autrement dit, la mesure de notre grandeur représente un certain nombre de mètres, à savoir dix.

## I.2 GENERALITES SUR LES GRANDEURS PHYSIQUES

### Définition

Une grandeur physique "G" désigne chaque propriété d'une substance, d'un corps ou d'un phénomène physique, chimique ou biologique, pouvant être calculée ou mesurée. Elle désigne tout ce qui prend, dans des conditions bien déterminées, une valeur numérique définie, qui peut varier (augmenter ou diminuer) si ces conditions elles-mêmes varient. Toute grandeur physique a pour caractéristiques une valeur numérique et une unité, non séparables. Par conséquent, affecter une valeur numérique à une quantité en ne précisant pas son unité n'a pas sens.

**Exemple**: Prenons un cylindre de matière, il possède des propriétés comme la longueur, la masse, le rayon, la densité volumique…..etc.

Ils existent des propriétés non quantifiables comme : la beauté, la couleur du cylindre par exemple, on sera incapable de les quantifier. Alors la couleur et la beauté ne sont pas des grandeurs physiques. Ils existent 2 types de grandeurs physiques : grandeurs physiques mesurables et grandeurs physiques repérables.

### I.2.1 Grandeurs Physiques Repérables

On dit que la grandeur physique est localisable à condition de pouvoir établir une relation d'ordre pour chaque couple d'observation une grandeur, sans lui donner des valeurs numériques précises. Dans ce type, la somme, le produit et l'égalité de deux grandeurs de son espèce n'ont pas sens.

**Exemple:**

La température exprimée en Celsius est une grandeur repérable. Il est possible de définir l'égalité et comparer (le corps A est plus chaud que le corps B), mais le rapport n'a pas de sens : à T= 60°C, il ne fait pas deux fois plus chaud qu'à 30°C.

### I.2.2 Grandeurs Physiques Mesurables

La grandeur physique est définie comme mesurable quand on peut exprimer l'addition, le produit, l'égalité et le rapport entre deux valeurs de cette grandeur.
On distingue 2 types de grandeurs mesurables : scalaires et vectorielles.

#### I.2.2.1 Grandeur Scalaire

Toute grandeur scalaire se définit toujours par sa valeur numérique, accompagnée de l'unité qui lui correspond.

**Exemple :** Longueur, masse, temps, température,….etc.

#### I.2.2.2 Grandeur Vectorielle

La grandeur vectorielle est une grandeur qui exige une direction, un sens, un point d'application outre sa valeur numérique dite module ou intensité.

**Exemple :** Poids, vitesse, accélération, force,…..etc.

## I.3 DIMENSION

La dimension d'une grandeur « **G** » caractérise sa nature et définit les unités utilisables (par exemple le poids, sa nature est une force). Elle se note : **[G]**
Soient A, B et C 3 grandeurs physiques. On a :

$[A.B] = [A] . [B]$ ;

$[A + B . C] = [A] + [B] . [C]$

## I.4 GRANDEURS DE BASE ET FONDAMENTALES

Les grandeurs physiques se relient les unes aux autres via des équations traduisant des règles physiques. Il est ainsi possible de décrire le monde physique au moyen d'un système de grandeurs et des relations qui les lient. Quelques grandeurs sont traitées comme étant distinctes entre elles : ce sont les grandeurs de base ou fondamentales, qui permettent de déterminer d'autres grandeurs à partir des lois de la physique.

### I.4.1 Grandeurs de base

Il s'agit de trois quantités qui sont indépendantes entre elles et dont toutes les autres peuvent être déterminées, à savoir : longueur, masse et temps.

### I.4.2 Grandeurs Fondamentales

Étant donné que trois grandeurs restent insuffisantes dans la perspective de réaliser une métrologie pratique, quatre autres grandeurs sont ajoutées pour former un ensemble redondant ( quelques-unes de ces grandeurs sont équivalentes et ne sont donc pas nécessaires). Les dimensions des grandeurs physiques, chimiques ou biologiques peuvent être réduites en combinant 7 grandeurs fondamentales auxquelles correspondent 7 unités fondamentales que l'on rassemble dans le tableau ci-dessous :

**Tableau I.1 :** *Grandeurs et unités de base et fondamentales.*

| Nom de la grandeur | Symbol de la grandeur | Nom de l'unité | Symbol de l'unité |
|---|---|---|---|
| Longueur | L | Mètre | m |
| Masse | M | Kilogramme | kg |
| Temps | T | Seconde | s |
| Intensité électrique | I | Ampère | A |
| Température | ϴ | Kelvin | K |
| Quantité de la matière | N | Mole | mol |
| Intensité lumineuse | J | Candela | cd |

**Remarque :**

Une grandeur a une seule dimension mais peut s'exprimer en diverses unités.

**Exemples :**

1) La vitesse linéaire a pour dimension $LT^{-1}$ car :
   Vitesse : c'est le rapport entre la distance et le temps c-à-d vitesse = distance / temps, la dimension de la vitesse notée entre deux crochets :
   [vitesse] = [distance] / [temps] = [distance] . $[\text{temps}]^{-1}$ = $LT^{-1}$ et peut être exprimée en $m.s^{-1}$ ou $Km.h^{-1}$.
2) La longueur peut s'exprimer en mètre, en mile, en inch,……etc.

## I.5 SYSTEME INTERNATIONAL D'UNITE

Le système international d'unité (SI) est l'ensemble des unités de mesure composées des 7 des 7 unités fondamentales associées aux 7 grandeurs fondamentales citées ci-dessus. Il est complété par des unités dérivées et des préfixes.

**<u>Remarque</u> :** Il existe aussi d'autres systèmes d'unités en physique, par exemple :

- Le système C. G. S (Centimètre. Gramme. Seconde).
- Le système M. T. S (Mètre. Tonne. Seconde).
- Le système M. K. S. A (Mètre. Kilogramme. Seconde. Ampère).

## I.6 GRANDEURS DERIVEES ET UNITES DERIVEES

### I.6.1 Grandeurs Dérivées

Dans un système de grandeurs, la grandeur dérivée est exprimée sous forme d'équation en fonction d'une grandeur de base et d'une grandeur fondamentale, comme : la force, la pression, ….etc.

### I.6.2 Unités Dérivées

On appelle unité dérivée une unité de mesure composée de multiples unités fondamentales, par exemple Newton, Pascal, .....etc.

## I.7 MULTIPLES ET SOUS-MULTIPLES

Dans le cas où les valeurs d'une quantité donnée sont très importantes ou très petites pour l'unité retenue, autrement dit lorsqu'il s'agit de puissances de 10 assez grandes, il convient de faire figurer un préfixe pour éliminer ces puissances. Par exemple, on préféra d'écrire la distance entre Mostaganem et Alger sous la forme de 331 Km plutôt que 331 $10^3$ m. Dans le tableau ci-dessous on résume l'ensemble des préfixes utilisé, ainsi que le symbole correspondant.

**Tableau I.1 :** *Grandeurs et unités de base et fondamentales.*

| Coefficient (puissance de 10) | Préfixe | Symbole |
|---|---|---|
| $10^{15}$ | Péta | P |
| $10^{12}$ | Téra | T |
| $10^{9}$ | Giga | G |
| $10^{6}$ | Méga | M |
| $10^{3}$ | Kilo | K |
| $10^{2}$ | hecto | h |
| $10^{1}$ | déca | da |
| $10^{-1}$ | déci | d |
| $10^{-2}$ | centi | c |
| $10^{-3}$ | milli | m |
| $10^{-6}$ | micro | µ |
| $10^{-9}$ | nano | n |
| $10^{-12}$ | pico | p |

## I.8 ANALYSE DIMENSIONNELLE

### I.8.1 Définition

La notion d'analyse dimensionnelle désigne le secteur de la physique qui s'intéresse aux unités des grandeurs. C'est une technique qui permet de déduire l'unité d'une grandeur à partir d'une relation mathématique ou encore de vérifier l'homogénéité d'une équation. Il est donc essentiel, avant de réaliser une opération numérique sur une équation trouvée, d'en valider l'homogénéité dimensionnelle. Aussi la quantification d'une grandeur ayant une dimension nécessite de préciser l'unité ; l'analyse dimensionnelle constitue une aide pour déterminer la dimension, donc l'unité d'une grandeur calculée.

### I.8.2 Equations aux dimensions

On appelle équations aux dimensions les formules ordinaires récapitulant simplement la désignation des grandeurs dérivées des unités de base : longueur, masse et temps. Ce sont des équations mathématiques dans lesquelles, les grandeurs ont été substituées par leurs dimensions respectives qui (les dimensions) sont placées entre crochets afin d'indiquer qu'il d'indiquer que c'est une équation aux dimensions. Dans le domaine de la mécanique, l'équation aux dimensions d'une grandeur « G » est le monôme écrit sous la forme :

$$[G] = M^{\alpha} \,.\, L^{\beta} .\, T^{\gamma} \qquad (1)$$

[G] : dimension de la grandeur (G) ;

M : dimension de la masse ;

L : dimension de la longueur ;

T : dimension du temps et α, β, et γ sont des nombres réels.

### I.8.3 Utilités des Equations aux dimensions

1) L'intérêt de l'expression (1) est essentiellement l'obtention de l'unité de la grandeur dans le système international des unités (SI) qui doit être sous la forme :

$$Kg^{\alpha} \,.\, m^{\beta} .\, s^{\gamma} \text{ ; ou}$$

Kg : unité de la masse ;

L : unité de la longueur ;

T : unité du temps.

**Remarque :** Le processus de détermination des nombres réels α, β et γ se nomme l'analyse dimensionnelle de la grandeur G.

2) Les équations aux dimensions servent aussi à vérifier l'homogénéité des formules :
Ainsi ½ $m.v^2$ est homogène à une énergie (c'est-à-dire un travail), l'équation aux dimensions d'un travail est : $[W] = [F] . [d]$ car $W = F. d$
$= [m] . [a] . [d] = M . L^2 . T^{-2}$

D'autre part, $[½\ m.v^2] = [½]. [m] . [v]^2 = M . (L/T)^2 = M . L^2 . T^{-2}$ est bien une énergie.

**<u>EXERCICE</u>**

Déterminer les dimensions de la vitesse et l'accélération.

**<u>CORRIGE</u>**

<u>La vitesse</u> : Puisque $v = d / t$ donc $[v] = [d] / [t] = L / T= L.T^{-1}$

<u>L'accélération</u> : Sachant que $a = v / t$ alors $[a] = [v] / [t] = (L. T^{-1}) / T= L.T^{-2}$

**Généralisation**

Dans le cas général, l'équation aux dimensions d'une grandeur G prend la forme :

$$[G] = M^a \, . \, L^b . \, T^c \, . \, I^d \, . \, \Theta^e \, . \, N^f \, . \, J^g$$

N : symbole de la quantité de matière ;

I : symbole de l'intensité électrique ;

ϴ : symbole de la température ;

J : symbole de l'intensité lumineuse.

<u>**Remarque**</u> Les fonctions exponentielles, logarithmiques, trigonométriques ainsi que les constantes et tout ce qui se trouve à l'intérieur de ses fonctions ont pour dimension la valeur 1.

$[x] = 1$, $[\alpha] = 1$, $[\sin\alpha] = 1$, $[e^x] = 1$, $[\log x] = 1$, $[\pi] = 1$ et $[2] = 1$.

## I.9 CALCUL D'INCERTITUDE

Dans la section précédente, nous avons défini la grandeur physique comme toute propriété de la matière qui peut être mesurée ou calculée. Quantifier cette propriété, soit par calcul soit par mesure, est toujours lié à des erreurs. C'est-à-dire que la valeur de telle grandeur physique est toujours entachée d'une erreur, plus l'erreur est petite plus le calcul ou la mesure est bonne.

### I.9.1 Erreur de Mesure

Pour toute grandeur mesurable, il est possible de définir :

- Sa valeur exacte X ;

- Sa valeur mesurée $X_0$.

L'erreur de mesure correspond à l'écart du résultat de la mesure par rapport à la valeur réelle qui est due à l'appareil de mesure ou à la méthode de mesure.

### I.9.2 Erreur absolue et incertitude absolue

#### I.9.2.1 Erreur absolue

L'erreur absolue δx en valeur absolue est égale à la valeur absolue de la différence entre la valeur exacte de la grandeur et sa valeur mesurée (approchée) :

$$| \delta X | = | X_0 - X |$$

$X_0$ : valeur exacte ;

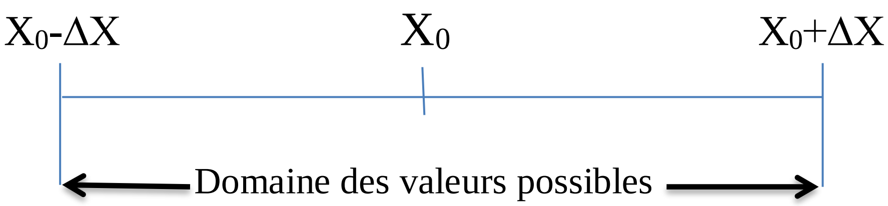
X : valeur mesurée.

#### I.9.2.2 Incertitude absolue

Puisque la valeur exacte est impossible à déterminer donc l'erreur absolue est impossible à déterminer, c'est pour ça on passe à une limite supérieure c'est-à-dire la plus grande valeur possible de l'erreur absolue qu'on note par $\Delta X$ et qu'on l'appelle l'incertitude absolue, donc :

$$| \delta X | = | X_0 - X | \leq \Delta X$$

On peut limiter la valeur exacte $X_0$ entre deux valeurs extrêmes $X-\Delta X$ et $X+\Delta X$ :




On peut écrire : $X = \overline{X} \pm \Delta X$ ($\overline{X}$ est la meilleure estimation).

$\overline{X} = (Xmax + Xmin)/2$ et $\Delta X = (Xmax - Xmin)/2$

### I.9.3 Erreur relative et incertitude relative

#### I.9.3.1 Erreur relative

L'erreur relative est définie par le rapport entre l'erreur absolue $\delta X$ et la valeur exacte $X_0$ :

Erreur relative = $\delta X / X_0$

#### I.9.3.2 Incertitude relative

L'incertitude relative est le rapport entre l'incertitude absolue et la valeur approchée, soit $\Delta X / \overline{X}$ et elle indiquée en %.

**Exercice :** On lit une mesure X comprise entre 4.5 et 4.6 cm sur une règle graduée. La plus petite subdivision est en cm.

1) Quelle est la valeur de la meilleure estimation pour X?
2) Quelle est la valeur de l'incertitude absolue?
3) Comment écrit-on la mesure?
4) Quelle est l'incertitude relative?

**Corrigé**

1) La valeur de la meilleure estimation pour X est la moyenne arithmétique entre les deux valeurs extrêmes que peut prendre notre mesure. On a :

   $\overline{X} = (Xmax + Xmin)/2 = (4.6 + 4.5)/2 = 4.55$ cm.

2) L'incertitude absolue :

   $\Delta X = (Xmax - Xmin)/2 = (4.6 – 4.5)/2 = 0.05$ cm.

3) La mesure X est :

   $X = (4.55 \pm 0.05)$ cm.

4) L'incertitude relative :

   $\Delta X / X = 0.05 / 4.55 = 0.109 = 0.11 = 11\%$.

   X vaut 4.55 à 11%.

### I.9.4 Règle de détermination de l'incertitude

Dans le cas d'une mesure indirecte d'une grandeur X exprimée en fonction de grandeurs indépendante, la détermination de son incertitude obéit aux règles suivantes :

1) Nous appliquons la fonction logarithme aux deux membres de la relation.
2) Nous appliquons la différentielle sur la formule obtenue.
3) Sachant que les erreurs absolues ou relatives s'additionnent, nous changeons tous les signes « moins » en signe « plus » et les différentielles en incertitudes.

#### I.9.4.1 Cas d'une somme ou d'une différence ($X = A + B$ ou $X = A – B$)

L'incertitude absolue sur la somme ou la différence est égale à la somme des incertitudes absolues de ces grandeurs :

Si $X = A + B$ alors $\Delta X = \Delta A + \Delta B$

Et si $X = A - B$ alors $\Delta X = \Delta A + \Delta B$.

**<u>Exercice</u> :** Soit $G_1= 102 \pm 4$ cm et $G_2= 55 \pm 3$ cm. Calculer $G + \Delta G$ si :

1) $G = G_1 + G_2$.
2) $G = G_1 - G_2$.

**<u>Corrigé</u> :**

1) G = G1 + G2.

La valeur la plus probable pour G est : 102 + 55 = 157 cm.

La valeur maximale possible est : (102 + 4) + (55 + 3) = 164 cm.

La valeur minimale possible est : (102 - 4) + (55 - 3) = 150 cm.

Donc $G= 157 \pm 7$ cm.

2) Si G = G1 - G2.

La valeur la plus probable pour G est : 102 - 55 = 47 cm.

La valeur maximale possible est : (102 + 4) - (55 - 3) = 54 cm.

La valeur minimale possible est : (102 - 4) - (55 + 3) = 40 cm.

Donc G= 47 ± 7 cm

**Concusion :**

L'incertitude absolue sur la somme ou la différence est égale à la somme des incertitudes absolues des grandeurs.

### I.9.4.2 Cas d'un produit X = A . B

$$X = A \,.\, B \quad \Rightarrow \mathrm{Ln}\, X = \mathrm{Ln}\,(A \,.\, B) = \mathrm{Ln}A + \mathrm{Ln}\, B$$

$$\Rightarrow dX/X = dA/A + dB/B$$

$$\Rightarrow \Delta X/X = \Delta A/A + \Delta B/B$$

### I.9.4.3 Cas d'un produit, d'un rapport ou d'une puissance $X = (k.\, Y^{\alpha}) / (Z + T)^{\beta}$

Supposons que la grandeur X soit le résultat du calcul suivant :

$$X = (k \,.\, Y^{\alpha}) / (Z + T)^{\beta}$$

Où : Y, Z et T sont des grandeurs physiques que l'on mesure et k est une constante. On a :

$$\mathrm{Ln}\, X = \mathrm{Ln}\,[(k \,.\, Y^{\alpha}) / (Z + T)^{\beta}] = \mathrm{Ln}k + \mathrm{Ln}\, Y^{\alpha} - \mathrm{Ln}(Z + t)^{\beta}$$

$$= \mathrm{Ln}k + \alpha.\mathrm{Ln}\, Y - \beta \mathrm{Ln}(Z + t)$$

$$\Rightarrow dX/X = dk/k + \alpha.dY/Y - \beta d(Z + t)/(Z + t)$$

$$\Rightarrow dX/X = 0 + \alpha.dY/Y - \beta dZ/(Z + t) - \beta dt/(Z + t)$$

$$\Rightarrow \Delta X/X = \alpha.\Delta Y/Y - \beta \Delta Z/(Z + t) - \beta \Delta t/(Z + t)$$

### I.9.4.3 Cas général $X = (Y^{\alpha}.\, T^{\beta}) / (Y + T)^{\gamma}$

Supposons que la grandeur cherchée X soit le résultat du calcul de plusieurs grandeurs dépendantes entre elles :

$$\mathrm{Ln}\, X = \mathrm{Ln}\,[X = (Y^{\alpha}.\, T^{\beta}) / (Y + T)^{\gamma}] = \alpha.\mathrm{Ln}\, Y + \beta \mathrm{Ln}T - \gamma \mathrm{Ln}(Y + T)$$

$$\Rightarrow dX/X = \alpha.dY/Y + \beta.dT/T - \gamma d(Y + T)/(Y + T)$$

$$\Rightarrow dX/X = \alpha.dY/Y + \beta dT/T - \gamma dY/(Y + T) - \gamma dT/(Y + T)$$

$$\Rightarrow dX/X = [(\alpha/Y) - \gamma/(Y+T)]dY + [(\beta/T) - \gamma/(Y+T)]dT$$

$$\Rightarrow \Delta X/X = |(\alpha/Y) - \gamma/(Y+T)|\Delta Y + |(\beta/T) - \gamma/(Y+T)|\Delta T$$

**Exercice :**

Pour calculer l'accélération terrestre $g$ avec un pendule simple, on mesure la longueur d'une pendule $l$. Evaluer $g$ ainsi que son incertitude absolue $\Delta g$ sachant que la période d'oscillation $T$ est donnée par :

$$T = 2.\boldsymbol{\pi}\sqrt{\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{g}}}$$

Sachant que l = 1.55 ± 0.002 m et T = 2.5 ± 0.002 s

**Corrigé :**

1) On a : $T = 2.\pi.(l/g)^{0.5} \Rightarrow T^2 = 4.\pi^2.(l/g)$

$$\Rightarrow g = (4.\pi^2.\, l) / T^2$$

A.N : $g = (4.\pi^2.\, 1.552) / (2.5)^2 = 9.8\ m.s^{-2}$

2) Incertitude absolue :

En appliquant les 3 règles du cours, on obtient :

$$Lng = Ln[(4.\pi^2.\, l) / T^2] \Rightarrow Lng = Ln4 + 2Ln\,\pi + Lnl - LnT^2$$

$$\Rightarrow dg/g = d4/4 + 2d\pi/\pi + dl/l - 2dT/T$$

$$\Rightarrow \Delta g/g = 0 + 0 + \Delta l/l - 2\Delta T/T$$

A.N : $\Delta g/g = (0.002/1.552) + 2(0.02/2.5) = 0.017 = 1.7\%$

On déduit que $\Delta g = 0.017.9.8 = 0.166\ m.s^{-2}$

## Travaux Dirigés

**Exercice 1**: Ecrire les équations aux dimensions des grandeurs physiques ci-après en précisant leurs unités associées : La vitesse($v$), l'accélération($a$), la force($F$), la masse volumique($\rho$) , la pression($P$), le travail($W$), l'énergie($E$), la puissance($Pu$) et la charge électrique($q$).

**Exercice 2** :

1. La quantité de chaleur ($Q$) représente la chaleur requise pour augmenter la température d'un objet de $T_1$ à $T_2$ (en K ou en °C). Elle représente également l'énergie exigée pour réaliser un changement d'état (exemple : passage de l'état liquide à l'état gazeux). Cette énergie se traduit par la formule :

$$Q = m \times Cp \times \Delta T$$

Déterminer l'équation aux dimensions de la capacité thermique$(Cp)$ ainsi que son unité.

2. Une force électrostatique $F$ est appliquée entre deux charges électriques $q$ et $q'$ éloignées l'une de l'autre d'une distance d. L'intensité de cette force est exprimée :

$$F = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q.q'}}{d^2}$$

Etant donné que la constante k dans le vide égale :

$$\mathrm{k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

Telle que $\boldsymbol{\varepsilon}$ représente la perméabilité absolue du vide. Trouver l'équation aux dimensions de de $\boldsymbol{\varepsilon}$.

3. On considère deux fils conducteurs rectilignes, parallèles de longueur l, éloignés l'un de l'autre d'une distance d et traversés par des courants $I$ et $I'$. Ils créent une force d'attraction dont la valeur est exprimée selon la formule ci-dessous :

$$\mathrm{F} = \mu\frac{\mathrm{I.I'}}{2\pi d}l$$

Où $\boldsymbol{\mu}$ désigne la perméabilité magnétique du vide. Déterminer la dimension de $\boldsymbol{\mu}$. Déterminer des calculs précédents la dimension du terme : $\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$. Que peut-on déduire ?

## Exercice 3 :

La vitesse$(v)$ exprimée en fonction du temps (t) se traduit par la formule suivante :

$$v = At^2 - \mathrm{Bt} + \sqrt{\boldsymbol{c}}$$

Procéder à une analyse dimensionnelle permettant la détermination les unités des paramètres *A*, *B* et *C*.

## Exercice 4 :

Dans un système à ressort-solide, on trouve la fréquence d'oscillation grâce à cette expression :

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}$$

Où *m* est la masse du solide et *k* est la constante de raideur. La force de rappel $\vec{F}$ est liée à l'allongement $\overrightarrow{\Delta L}$ par la relation : $\vec{F} = -K\overrightarrow{\Delta L}.$

Vérifier l'homogénéité de la relation de f.

**Exercice 5** :

La vitesse limite $v$, d'une sphère de rayon r et de masse volumique $\rho$ tombant dans un milieu visqueux de coefficient de viscosité dynamique η et de masse volumique $\rho'$ , est donnée par la formule :

$$v = \frac{r^2 g(\rho' - \rho)}{9\eta}$$

Avec g est l'accélération de pesanteur. Vérifiez l'homogénéité de cette formule sachant que la relation de la viscosité dynamique est donnée par :

$$F = \frac{\eta s v}{z}$$ (F: force, s: surface, $v$: vitesse et z: hauteur).

**Exercice 6** :

Prenons une boule ayant une masse *m* et un rayon *R*. La boule est lâchée avec une vitesse initiale nulle sur un tuyau rempli d'un liquide visqueux possédant un coefficient de viscosité $\eta$. Elle est sollicitée par son poids *P*, par la poussée d'Archimède *P*a ainsi que par la force de freinage imposée par le liquide sur la bille. L'intensité de cette force est donnée par la formule de Stokes :

$$F = -6\pi\eta R v$$

1. Etablir l'équation aux dimensions du coefficient de viscosité η et indiquer son unité dans le système international d'unités.
2. A l'instant $t = 0$ on lâche la bille, sa vitesse est exprimée par la formule :

$$v = a(1 - e^{\frac{-t}{b}})$$

Déterminer les dimensions des caractères a et b. (caractères dépendant du fluide)

3. Posons $\alpha = 1$, Déterminer β, γ et δ tq :

$$\mathrm{Re} = \rho^\alpha v^\beta R^\gamma \eta^\delta$$

Où $R_e$ est le nombre de Reynolds (sans dimension) et ρ est la masse volumique du fluide.

**Exercice 7** :

La masse volumique $\rho$ d'un cylindre de masse *m*, de rayon *R* et de longueur *l* est donnée par la formule ci-après :

$$\rho = \frac{m^x}{\pi . l^y . R^2}$$

1. Déterminer les deux constantes x et y.
2. En déduire la formule exacte de la masse volumique $\rho$.

## RÉFÉRENCES

UE3 Physique 5$^{eme}$ edition, Salah Belazrag, Rémy Perdriost, Jean-Yves Bounaud.

Physique et mécanique, analyse dimensionnelle et ordres de grandeurs

Calcul d'incertitudes, Mathieu Rouad.

## II.1 INTRODUCTION

On appelle optique le domaine de la physique qui étudie la lumière ainsi que ses diverses caractéristiques, le rayonnement électromagnétique, la vision ou encore les structures faisant appel à la lumière ou émettant de la lumière. Autrement dit, elle est la discipline de la physique consacrée au traitement des propriétés de la lumière. On peut définir la lumière sous forme d'onde électromagnétique observable des yeux humains. Dans le vide et dans les milieux homogènes et transparents comme l'air, elle peut se propager tout au long d'une ligne droite à une vitesse *c* égale à $3x10^8$ m.s$^{-1}$, dans l'eau elle est environ égale à 2.25 x $10^8$ m.s$^{-1}$ et dans le verre environ $2x10^8$ m.s$^{-1}$ par exemple. La vitesse de la lumière $v$ dans un milieu transparent est donné par :

$$\nu = c / n$$

c : la célérité (vitesse) de la lumière dans le vide;

n : indice de réfraction du milieu transparent étudié ($n >= 1$ et $n_{eau}$=1).

La lumière naturelle, comme la lumière du soleil, correspond à une superposition d'ondes électromagnétiques avec diverses longueurs d'onde $\lambda$.

$$\lambda = c.T = 1/ \upsilon$$

Avec : $T$ étant la période et $\upsilon$ étant la fréquence.

Seules les ondes comprises entre 380 et 780 nm (nm : nanomètre) peuvent être "visibles". Ces ondes constituent le spectre de la lumière. Il est aussi connu que les ondes sont quantifiées : il y a des "grains de lumière" dits photons.


Les ondes électromagnétiques (EM) se composent de deux champs, l'un électrique (E) et l'autre magnétique (B) :

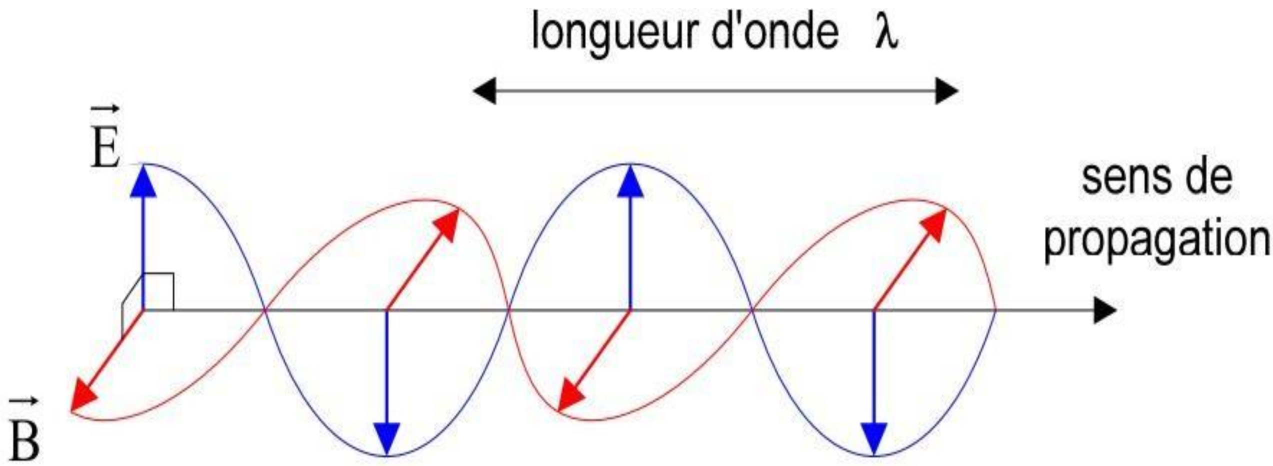



**Fig.1 Spectre visible, longueur d'ondes et ondes électromagnétique**

Dans un milieu quelconque, on peut attribuer trois paramètres de base à une onde électromagnétique monochromatique, et donc à une onde lumineuse monochromatique : une longueur d'onde $l$, une fréquence $f$ et une vitesse de propagation $v$.

L'optique géométrique permet d'étudier comment les images sont formées par les systèmes optiques (position, grossissement, qualité de l'image, etc.). La notion de rayon lumineux et celle de réflexion et de réfraction constituent les fondements de l'optique géométrique. En revanche, les phénomènes d'interférence, de diffraction, de polarisation ainsi que de diffusion y sont ignorés, de même que les processus d'émission et d'absorption de la lumière.

## II.2 Lois de réflexion et de réfraction

On appelle dioptre une surface séparant l'un de l'autre deux milieux transparents et homogènes d'indices distincts. Elle a une forme plane (Le dioptre étant appelé plat), une forme sphérique (dioptre sphérique) ou toute autre forme. Citons à titre d'exemple l'interface air/eau formée autour de la surface libre de l'eau d'un lac. Un miroir représente une surface réfléchissante telle que la quasi-totalité de la lumière incidente sera projetée par la surface. Par exemple l'air et du verre, ou l'air et de l'eau, ou du verre et de l'eau etc…

On appelle rayon incident le rayon lumineux qui arrive sur une surface réfléchissante $\Sigma$, milieu 1 le milieu où est situé le rayon incident et milieu 2 l'autre milieu. Le rayon arrive sur le dioptre en un point : celui-ci se nomme le point d'incidence. En partant de ce point, il est possible de dessiner une droite perpendiculaire au dioptre, passant par ce point : on appelle cette droite la normale.

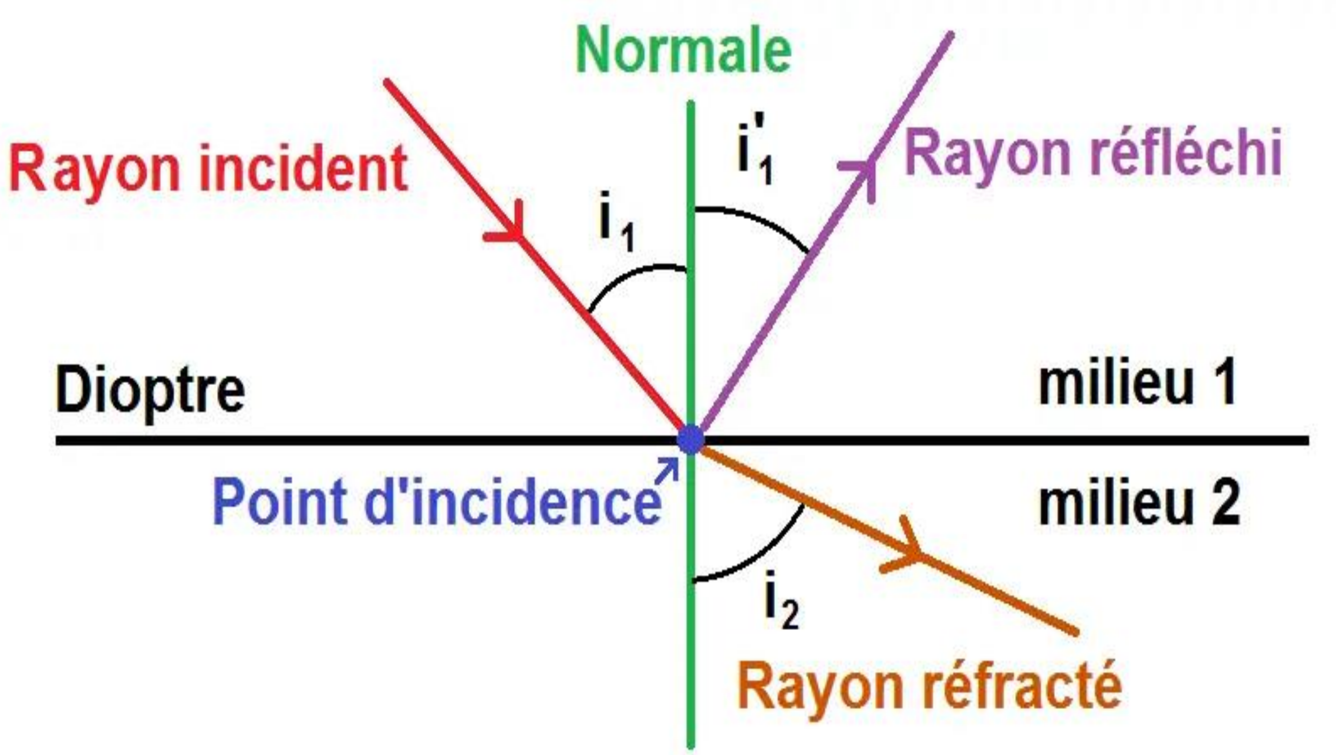



**Fig.2 réflexion et réfraction de la lumière**

Après avoir atteint le point d'incidence, le rayon a deux solutions :

- soit il va rebondir sur le dioptre et revenir vers le milieu 1 (à la manière d'un miroir) : on parle alors de rayon réfléchi, on appelle ce phénomène la réflexion

- ou bien il traverse le dioptre, tout en étant dévié : cela s'appelle un rayon réfracté, il s'agit alors d'un phénomène de réfraction.

Nous avons trois angles correspondants aux trois rayons : l'angle d'incidence, l'angle de réflexion et l'angle de réfraction (Ces angles sont toujours compris entre le rayon et la normale, et non le dioptre). Puisque les angles d'incidence et de réflexion se situent dans le milieu 1, on les note généralement $i_1$ et $i'_1$, et puisque l'angle de réfraction se trouve dans le milieu 2, on le note souvent $i_2$.
Il est possible de parler de plan d'incidence, qui est en fait juste le plan de la représentation, c'est-à-dire le plan comprenant aussi bien le rayon incident que la normale (d'où le nom de plan d'incidence).

**Lois de Snell-Descartes**

- **<u>1<sup>ère</sup>loi</u>** : Le rayon réfracté et le rayon réfléchi appartiennent au même plan que le rayon incident et la normale.

Elle ne présente aucun intérêt dans les exercices, du fait qu'elle n'implique aucun calcul. Il suffit donc de se souvenir de l'énoncé, auquel on peut être amené a répondre dans certaines questions de cours.

- **<u>2<sup>ème</sup> loi</u> (loi de la réflexion)** : l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.

$$i'_1 = i_1$$

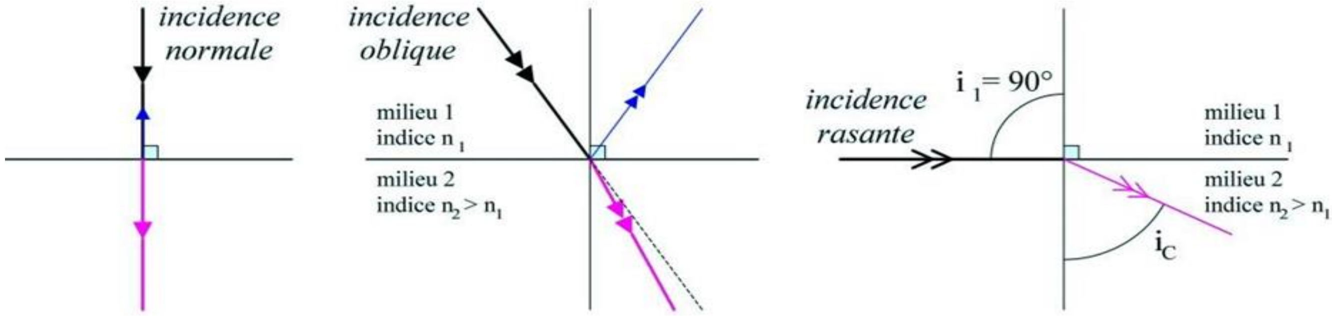
Cette loi semble assez logique, vu que le dioptre joue le rôle d'un miroir, en réfléchissant le faisceau lumineux de manière totalement symétrique par rapport à la normale. Cette 2<sup>eme</sup> loi de Descartes est très simple et ne sert pas non plus à effectuer de nombreux calculs : elle constitue plutôt une propriété que de réelles formules. La 3<sup>eme</sup> loi, en revanche, nous permettra d'effectuer des calculs mathématiques.

- **<u>3<sup>ème</sup> loi</u> (loi de la réfraction)** : Comme mentionné ci-dessus, la 3ème loi de Snell-Descartes concerne le rayon réfracté. On note que $i_1$ représente le rayon incident, $i_2$ le rayon réfracté, $n_1$ et $n_2$ les indices des milieux 1 et 2. On dispose alors de la formule ci-après, constituant la 3<sup>eme</sup> loi de Descartes :

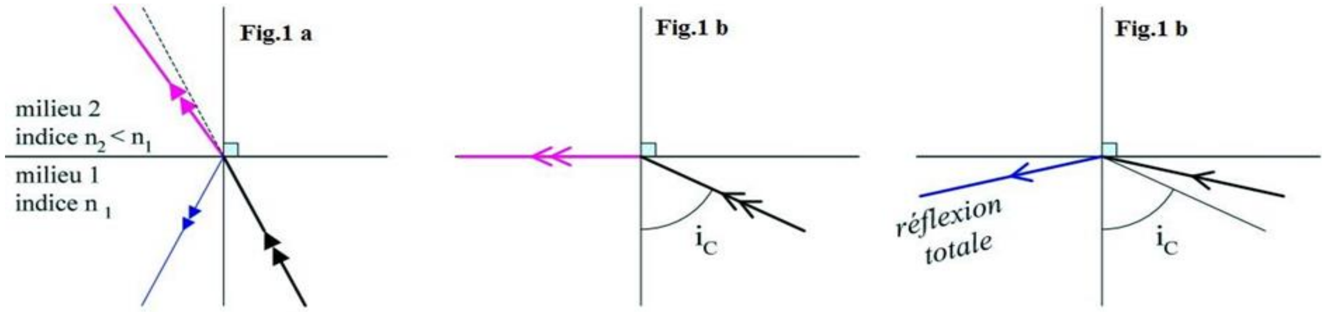
$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

On a dessiné $i_2 > i_1$ sur les schémas, si bien que le rayon réfracté s'éloigne toujours de la normale par rapport à $i_1$, mais ce n'est pas toujours le cas !
**<u>Question :</u>** Comment savoir si le rayon réfracté va se rapprocher ou s'éloigner de la normale ? Tout dépend des indices de réfraction !

### II.2.1 Passage de la lumière dans un milieu plus réfringent : $n_2 > n_1$




### II.2.2 Passage de la lumière dans un milieu moins réfringent $n_2 < n_1$




Le rayon réfracté s'écarte de la normale (fig. 1a) : $i_2 > i_1 \sin i_C$ (angle critique) = $n_2/ n_1$(fig. 1b).

Si $i_1 > i_C$ il n'y a pas de rayon réfracté : on parle de réflexion totale (fig. 1c).

### II.2.3 Réfraction limite-réfraction totale

Comme l'angle de réfraction $i_2$ vaut au plus $\pi/2$ et, au vu du ratio $n_1/n_2$, il se peut que le rayon réfracté soit inexistant. Voici les divers cas de figure rencontrés :

- ✓ $\boldsymbol{n_1 < n_2}$ :

Dans ce cas, on dit que la lumière se déplace d'un milieu vers un autre qui est plus réfringent autrement dit, le deuxième milieu est plus réfringent que le premier et on obtient :

$$n_1 < n_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} < 1$$

$$\Rightarrow \sin(i_2) < \sin(i_1)$$

$$\Rightarrow i_2 < i_1$$

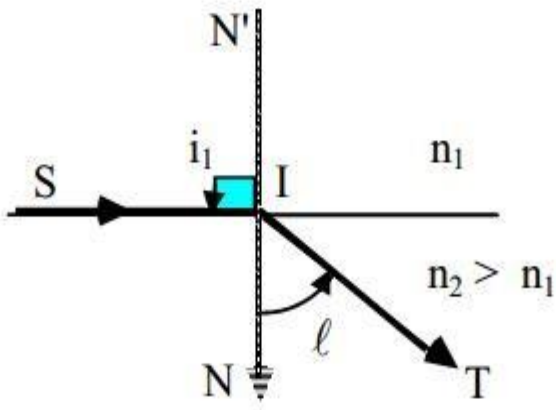
L'angle de réfraction est plus petit que l'angle d'incidence, et il y a toujours un rayon réfracté. Ce rayon s'approche de la normale.

Si π/2, $i_2$ atteindra un angle maximal $l$, dit "angle limite de réfraction", exprimé selon la formule suivante :

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 = \sin(l).\frac{n_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow \quad \sin(l) = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow \quad l = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$




**<u>Exemple</u>**

Dioptre air ($n_{air}$ =1) - verre ($n_{verre}$ = 1.5)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 = \frac{1}{1.5 \text{ x} \sin(l)} \quad \Rightarrow \quad \sin(l) = \frac{1}{1.5} \quad \Rightarrow \quad l = \arcsin\frac{1}{1.5} = 41.81 \approx 42°$$

- ✓ $\boldsymbol{n_1 > n_2}$ :

Ici, on affirme que la lumière va d'un milieu à un autre qui est moins réfringent. En d'autres termes, le second milieu est moins réfringent que le premier, ce qui donne :

$$n_1 > n_2 \Rightarrow \quad \frac{n_1}{n_2} > 1$$

$$\Rightarrow \quad \sin(i_2) > \sin(i_1)$$

$\Rightarrow \quad i_2 > i_1$ ; le rayon réfracté s'éloigne de la normale.

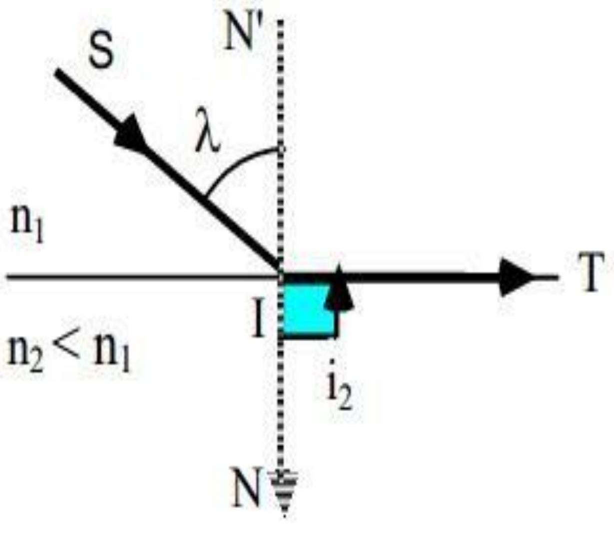
Si $i_2$ augmente de 0 à π/2, $i_1$ augmente de 0 à λ angle limite de réfraction. Pour une certaine valeur λ de l'angle d'incidence, l'angle de réfraction i2 est égal à π/2.

On pose :

$$\sin\lambda = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

λ est l'angle critique d'incidence.




Dans le cas où l'angle d'incidence $i_1$ dépasse λ, le rayon réfracté n'existe plus et on parle de "réflexion totale". Les expériences prouvent une réflexion totale du rayon incident.

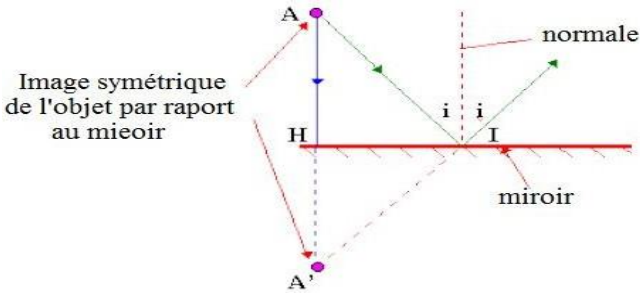
**<u>Exemple</u> :** Calcul de l'angle limite **λ** lors du passage de l'eau ($n_1$= 1,33) dans l'air ($n_2$= 1), on a :

$$n_1.\sin(\lambda) = n_2.\sin(90°) \quad \Rightarrow \quad 1.33 \text{ x } \sin(\lambda) = 1.1 \Rightarrow \quad \sin(\lambda) = \frac{1}{1.33}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = arcsin\left(\frac{1}{1.33}\right) = 48.75° \approx 49°$$

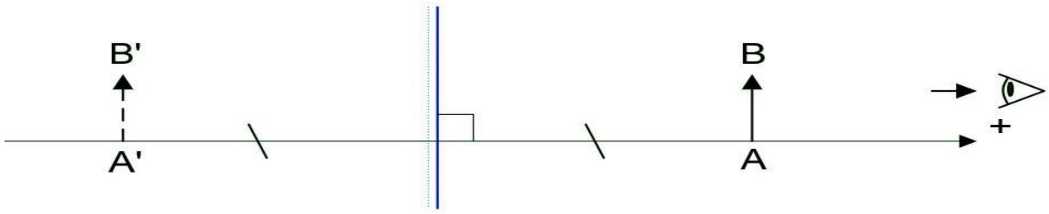
## II.3 Miroir plan

On appelle miroir plan un miroir ayant pour surface un plan de l'espace. Ses propriétés optiques sont le stigmatisme rigoureux, autrement dit l'image d'un point est un point et l'aplanatisme, c’est à dire l'image d'un plan est un plan.




Les applications du miroir plan sont multiples en optique (déviation de rayons lumineux, étalonnage d'instruments, etc.), mais aussi en usage quotidien, car il est souvent utilisé comme miroir décoratif ou à des fins cosmétiques, par exemple.

**<u>Exemple :</u>** On cherche l’image d’un objet linéaire $\overline{AB}$ à travers un miroir plan.




γ = +1 (grandissement transversal)

L’image de l’objet réel Ab est virtuelle $\overline{A'B'} \Rightarrow \; p' = -p$. Même taille et droite.

## II.4 Dioptre plan

### II.4.1 Définition

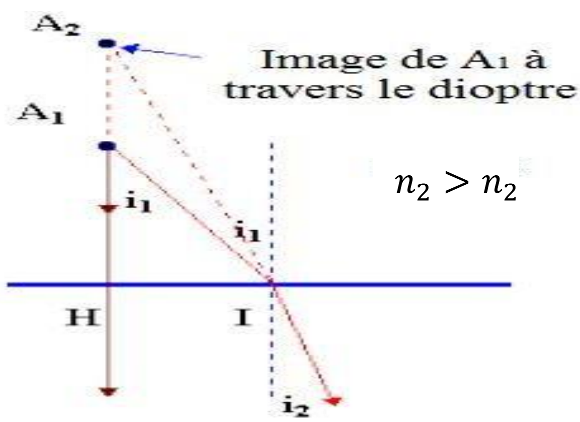
Deux milieux transparents séparés par une surface plane. La surface plane est le dioptre plan.

### II.4 2 Image d’un point

**Tan**( $i_1$) $\frac{\text{HI}}{HA_1}$ et **tan**( $i_2$) $\frac{\text{HI}}{HA_2}$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{HA_1} = \frac{n_2}{HA_2}$$

Le dioptre plan donne une image dans les conditions de stigmatisme approché (observation auvoisinage de la normale).



## II.4.3 Lame à force parallèle

### II.4.3.1 Définition

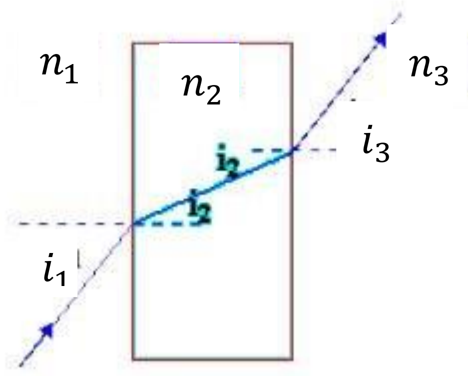
Une lame à faces planes et parallèles est un milieu transparent et homogène, limité par deux faces planes et parallèles. En d'autres termes, une telle lame peut être considérée comme l'association de deux dioptres plans parallèles entre eux, limitant un milieu intermédiaire commun, celui de la lame.

### II.4.3.2 Marche d'un rayon lumineux

La direction du rayon émergent n'est pas liée à l'indice de la lame.

Les rayons incidents et émergents sont parallèles lorsque les milieux extrêmes coïncident ( lorsque ils sont identiques).

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2) = n_3 \sin(i_3)$$




## II.4.4 Prisme

### Définition

On appelle prisme un alignement constitué à partir de trois milieux transparents, homogènes et isotropes, séparés entre eux par deux dioptres plans. Dans la pratique, les dioptres plans se limitent aux segments AB et AC formant un triangle, sur un plan de coupe ou plan de section principale. On appelle l'angle Â= (AB, AC) l'angle au sommet.

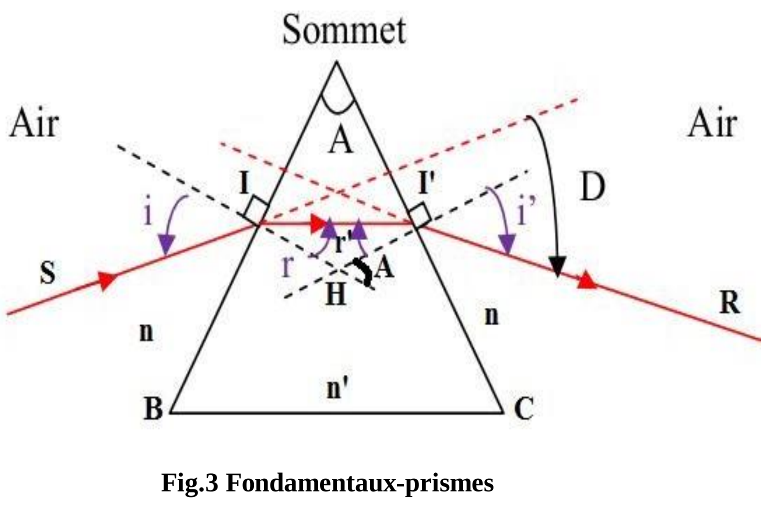



**Fig.3 Fondamentaux-prismes**

Soit n l'indice du prisme, alors en appliquant les lois de Snell-Descartes en I et I' on obtient ces deux formules :

$$\sin(i) = n.\sin(r)$$

$$\sin(i') = n.\sin(r')$$

En vertu de la définition d'un prisme, on constate que le rayon émergent ne peut être dans le prolongement du rayon incident, pas plus qu'il ne peut lui être parallèle. Ainsi, ce prisme est capable de dévier la lumière et cette déviation entraîne, pour la plupart des cas, un rabattement du rayon lumineux vers la base *BC* du prisme. L'angle de déviation *D* est par définition l'angle dont il faut faire tourner le rayon incident SI pour l'amener dans la direction du rayon émergent *I'R*. La déviation résulte donc de la somme de deux déviations consécutives ayant lieu suivant la même direction, la première étant à l'entrée et la seconde à la sortie du prisme, c'est à dire :

$$\mathrm{D} = (i - r) + (i' - r')$$

Par ailleurs, dans le triangle "IHI", on constate que

$$\pi - \mathrm{A} + \mathrm{r} + r' = \pi$$

On pose : $\mathrm{A} = \mathrm{r} + r'$

On aura : $\mathrm{D} = \mathrm{i} + \mathrm{i}' - \mathrm{A}$

On peut résumer les différentes formules de prisme de la manière suivante :

$$\sin(i) = n.\sin(r)$$

$$\sin(i') = n.\sin(r')$$

$$\mathrm{r} + r' = \mathrm{A}$$

$$\mathrm{D} = \mathrm{i} + \mathrm{i}' - \mathrm{A}$$

## II.5 Dioptre sphérique (en lumière monochromatique) :

### II.5.1 Définition

Un dioptre sphérique est une interface de forme sphérique de rayon de courbure R et de centre C constitué de deux milieux transparents, homogènes et isotropes, d'indices différents séparés par une surface sphérique. Tout diamètre de la sphère est un axe. L'axe principal est l'axe perpendiculaire au plan de base. Un dioptre sphérique est caractérisé par le sommet, le centre et l'axe optique qui passe par S et C. Le dioptre sphérique est **non stigmatique**

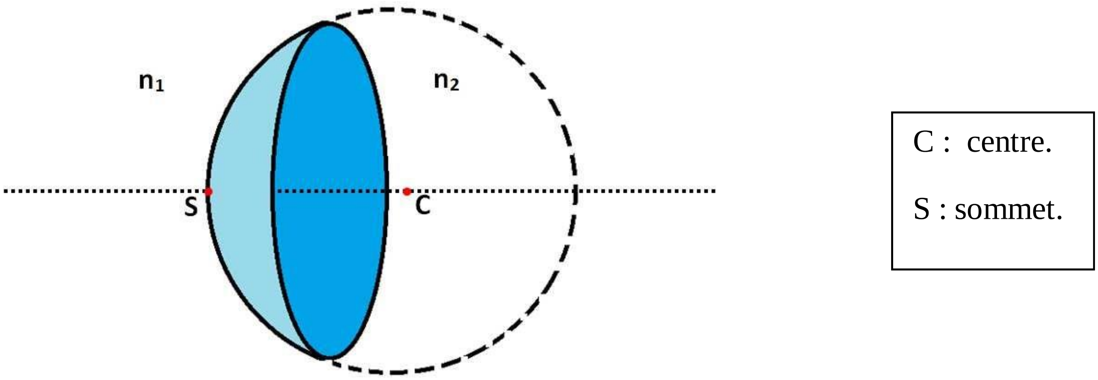



**Fig.4 dioptre sphérique.**

### II.5.2 Dioptre convexe et concave

- Un dioptre est concave si la lumière passe d'abord par le sommet ensuite par le centre (c-à-d : si R= $\overline{SC} > 0$)
- Un dioptre est convexe si la lumière passe d'abord par le centre ensuite par le sommet (c-à-d : si R = $\overline{SC} < 0$)

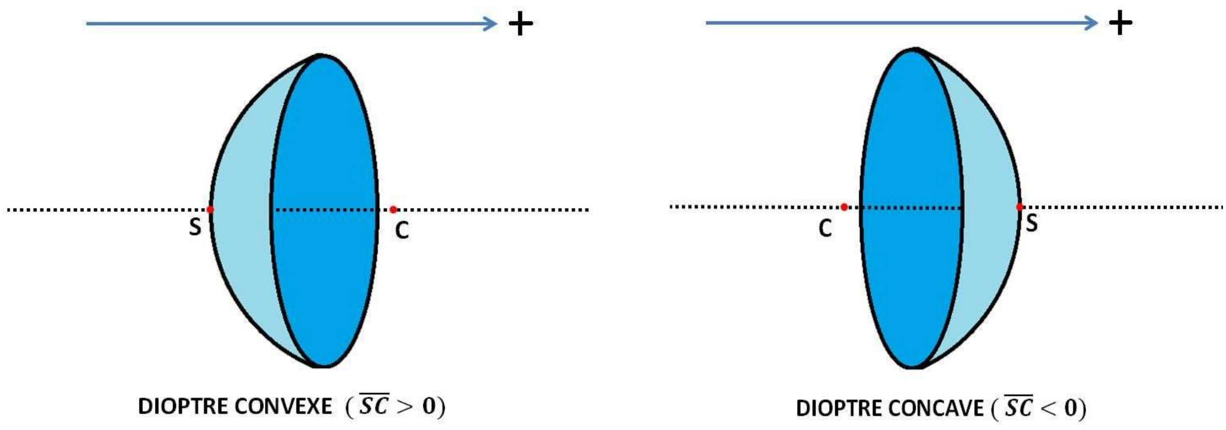



**Fig. 5 Dioptre convexe et concave.**

### II.5.3 Relation de conjugaison objet - image (sens positif conventionnel de la gauche vers la droite)

La formule de conjugaison est exprimée comme suit :

**Origine au sommet :** $\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = \mathrm{V}$ ou $\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$

**Origine au centre :** $\frac{n_1}{\overline{CA}} - \frac{n_2}{\overline{CA'}} -= \frac{n_1 - n_2}{\overline{CS}}$

Avec : **V** est la vergence ou la puissance du dioptre (unité : Dioptrie = $m^{-1}$). Elle est définie comme étant l'inverse de la distance focale image. Elle s'exprime en $m^{-1}$ ou en dioptries (noté δ). Ainsi, une lentille divergente d'une longueur focale f' = -10 cm (correction d'une forte myopie) présente une vergence égale à -10 δ. Ce chiffre est celui qui figure sur les ordonnances de lunettes.

$$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

Telle que : *f* et *f'* sont la distance focale objet et la distance focale image respectivement décrites dans le paragraphe suivant.

**Remarque :**

- Si V > 0 : Dioptre convergent
- Si V < 0 : Dioptre divergent.

### II.5.4 Foyers-distances focales

#### II.5.4.1 Foyer image F′

On appelle foyer image, l'image du point à l'infini sur l'axe. Autrement dit c'est le point de l'axe image d'un point objet situé à l'infini.

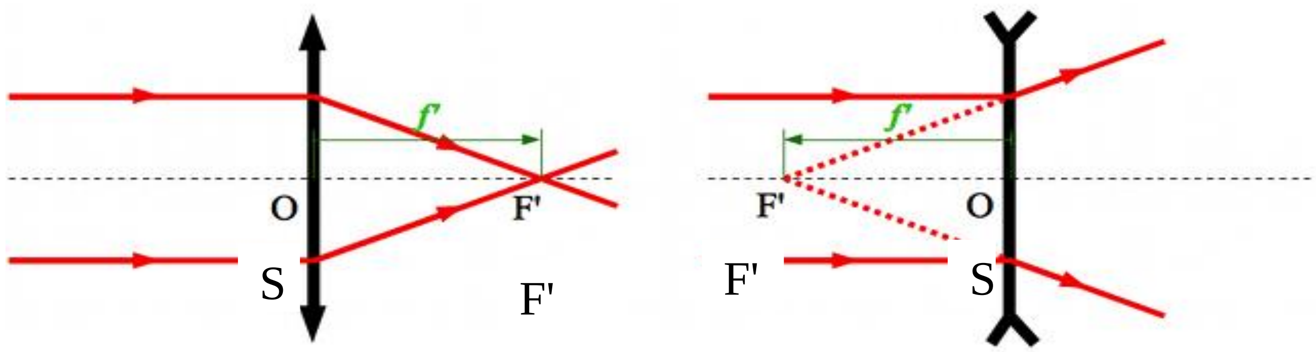



**Fig.6 Foyer image**

#### II.5.4.2 Distance focale image

La distance focale image SF correspond à la distance entre le centre de la lentille et le foyer image. Elle est notée f'. Il correspond à la distance entre le centre de l'objectif et le foyer de l'image. Cette grandeur est algébrique, à savoir qu'elle est comptée dans le sens positif de la propagation de la lumière. Cela signifie que f' est positive si la lentille est convergente et négative si la lentille est divergente. On écrit :

$$\overline{SF'} = f' = \frac{n_2.\overline{SC}}{n_2 - n_1} = \frac{n_2}{V}$$

$$\Rightarrow \quad \overline{SF'} = -\frac{n_2}{n_1 - n_2}.\overline{SC}$$

#### II.5.4.3 Foyer objet F

Le foyer objet est tel que son image soit à l'infini sur l'axe, c'est-à-dire c'est le point de l'axe auquel correspond une image à l'infini.


**Fig.7 Foyer objet**

### II.5.4.4 Distance focale objet

De même, la distance focale objet est définie en tant que distance entre le centre de la lentille et le foyer principal de l'objet. Les deux foyers F et F' étant symétriques par rapport au centre O, on a :

$$SF = f \qquad \text{et} \qquad f = -f'$$

$$SF = f = -\frac{n_1.\overline{SC}}{n_2-n_1} = -\frac{n_1}{V} \qquad \Longrightarrow \qquad SF = \frac{n_1}{n_1-n_2}.\overline{SC} = \frac{n_1}{V}$$

**Remarque :**

- $\overline{SF'} > 0,$ le dioptre est convergent.
- $\overline{SF'} < 0$, le dioptre est divergent.
- $F$ et $F'$sont toujours situés de part et d'autre du dioptre.

### II.5.5 Grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{AB} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{SA}$$

- $\gamma > 0$, l'image est droite.
- $\gamma < 0$, l'image est inversée (renversée).
- $|\gamma| > 1$, l'image est plus grande que l'objet.
- $|\gamma| < 1$, l'image est plus petite que l'objet.

### II.5.6 Construction de l'image

#### II.5.6.1 Image d'un objet par un dioptre sphérique convexe

Admettons que $\boldsymbol{n_1 < n_2}$. L'objet A est représenté par les rayons lumineux (1) et (2), alors que son image A' est représentée par l'intersection des rayons émergents (1') et (2'). Si l'on considère que $n_1 > n_2$, on définira l'image de A par les prolongements des rayons lumineux émergents.

$n_2 > n_1$

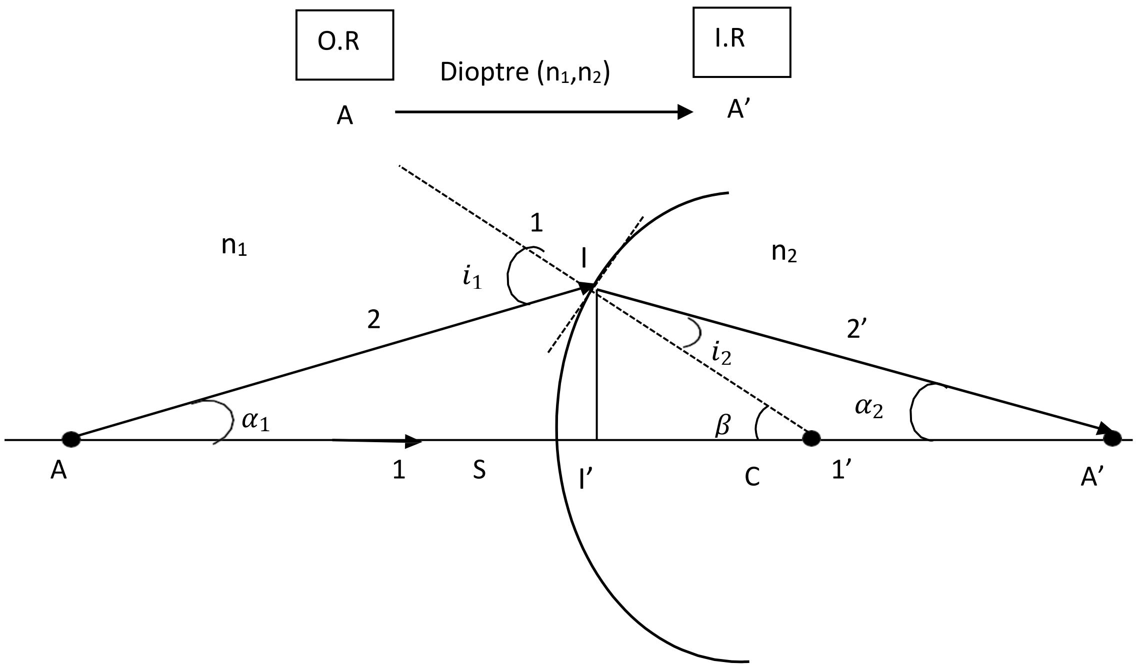



**Fig.8** Construction géométrique pour la détermination de la positon du point image A' d'un pointobjet A.( $n_2 > n_1$)

$n_2 < n_1$

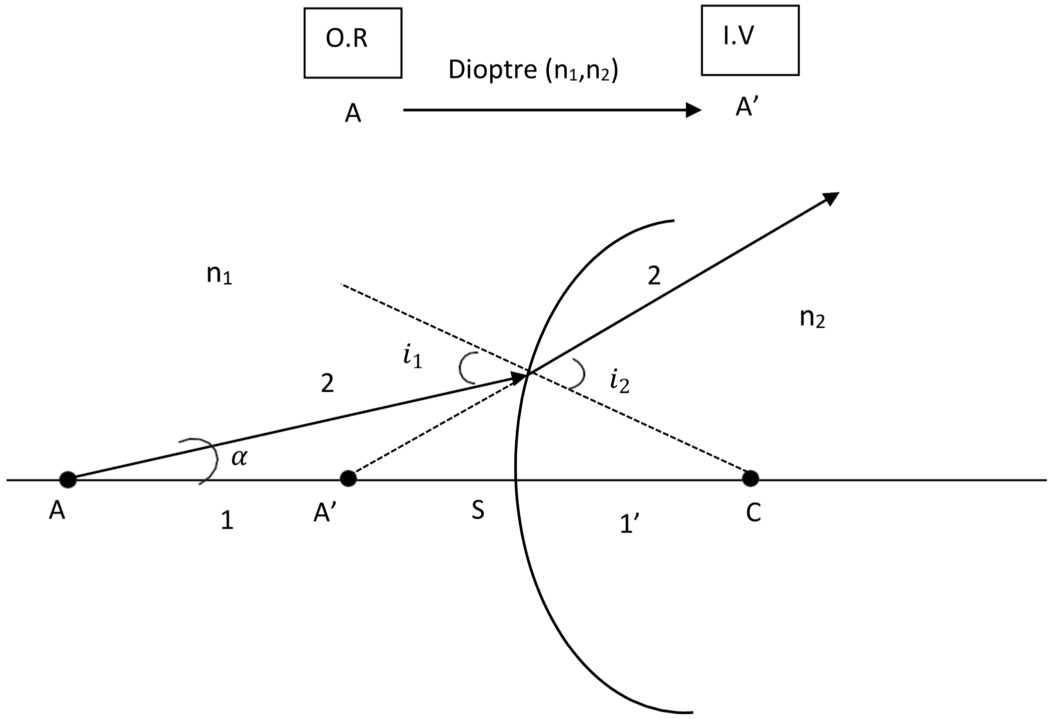



**Fig.9** construction géométrique pour la détermination de la positon du point image A' d'un pointobjet A.( $n_2 < n_1$))

**Remarque :** Dans le cas d'un dioptre sphérique, l'image A' de A est dite conjuguée de A.

### II.5.6.2 Image d'un objet par un dioptre sphérique concave

$n_2 > n_1$

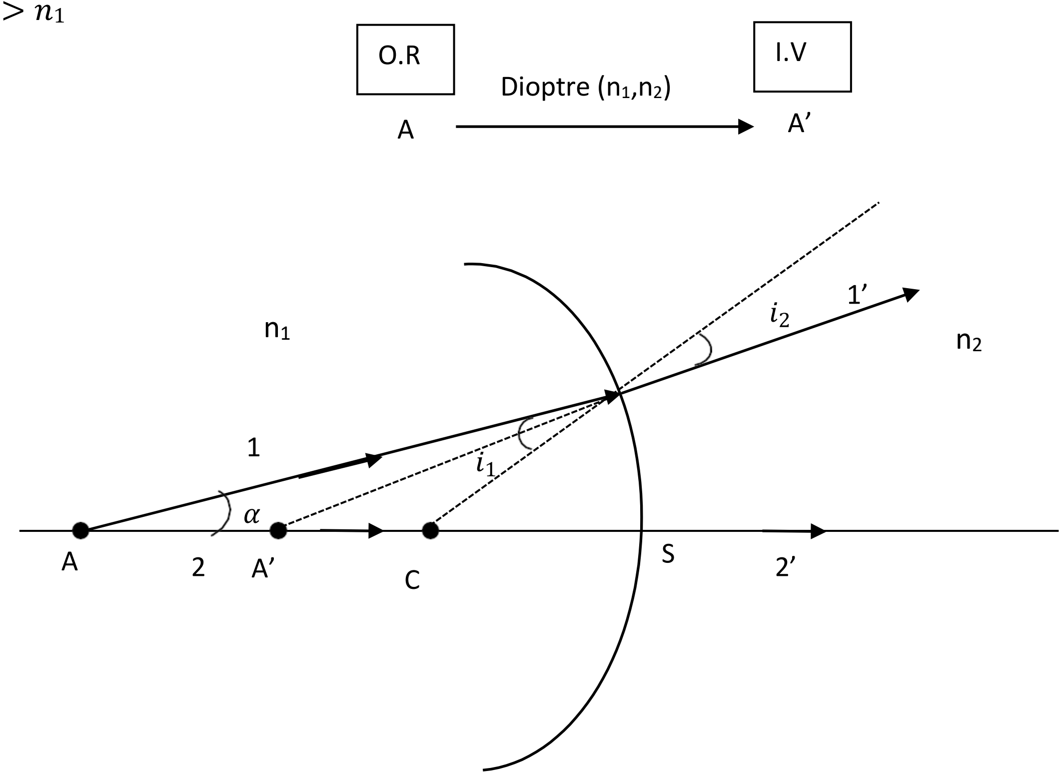
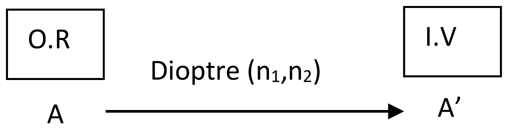



**Fig.10** construction géométrique pour la détermination de la positon du point image A' d'un pointobjet A.( $n_2 > n_1$))

$n_2 < n_1$



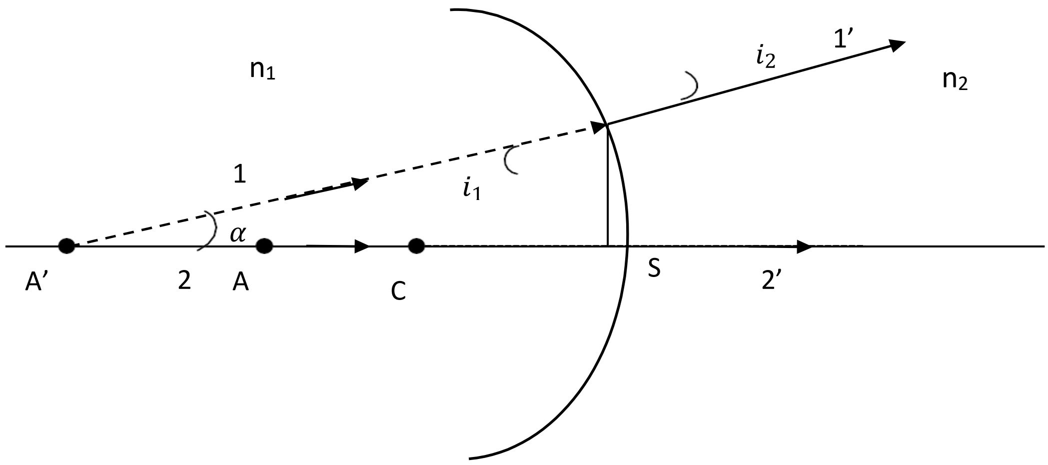




**Fig.11** construction géométrique pour la détermination de la positon du point image A' d'un pointobjet A.( $n_2$ < $n_1$))

**Grandissement**

On désigne par ce terme le ratio entre la dimension linéaire de l'image (I) et la dimension de l'objet (O) :

$$\gamma = \frac{I}{O} = \frac{\overline{A'B'}}{AB}$$

## II.6 Miroir sphérique

### II.6.1 Définition

On appelle miroir sphérique un morceau de sphère réfléchissant. Il se présente habituellement sous la forme d'une calotte sphérique bordée par une base circulaire ayant un diamètre AB nommé diamètre d'ouverture du miroir. Le miroir est un dispositif non stigmatique. Il est caractérisée par :

- Le centre C de la sphère, nommé centre du miroir.
- Le point S représente le sommet du miroir, il correspond au pôle de la calotte.
- L'axe optique CS traverse les points le centre C et le sommet S, il représente l'axe principal du miroir.
- Le rayon de la sphère R=SC , dit rayon de courbure du miroir, grandeur algébrique négative dans le cas d'un miroir concave et positive dans le cas d'un miroir convexe.

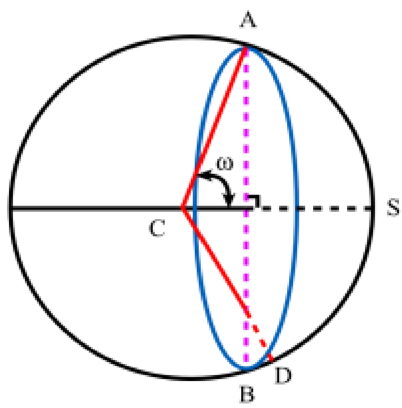



**Fig.12 Miroir sphérique**

- les autres rayons, tels que CD, sont ses axes secondaires. Étant donné que CS forme un axe de symétrie pour le miroir, on appelle plan de section principal du miroir sphérique tout plan qui le contient. L'angle d'ouverture d'un miroir sphérique est le demi-angle au sommet w du cône de sommet C, dont le directeur est le contour du miroir.

### II.6.2 Miroirs concaves

Les miroirs concaves, ou miroirs convergents, sont des calottes sphériques ayant une surface (inférieure) réfléchissante dirigée au centre C.

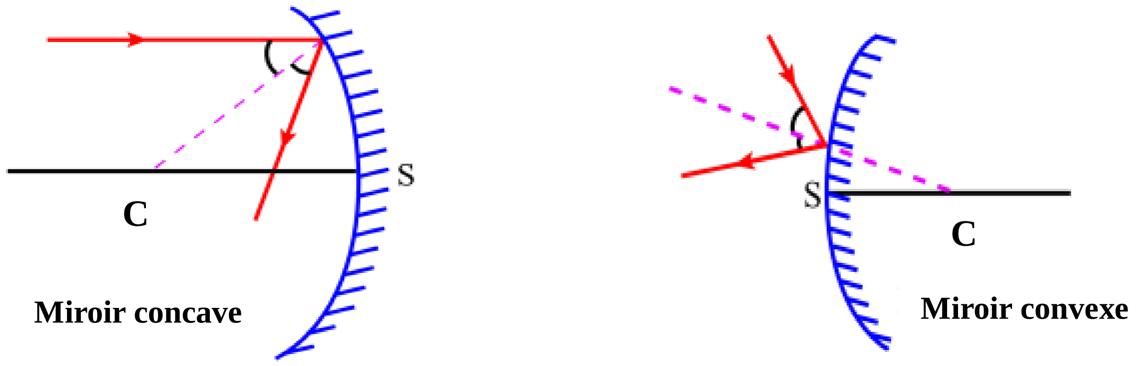



**Fig.13 Miroir convexe et miroir concave**

### II.6.3 Miroirs convexes

Les miroirs convexes également connu sous le nom de miroirs divergents, qui reflètent la lumière sur la surface extérieure de la sphère.

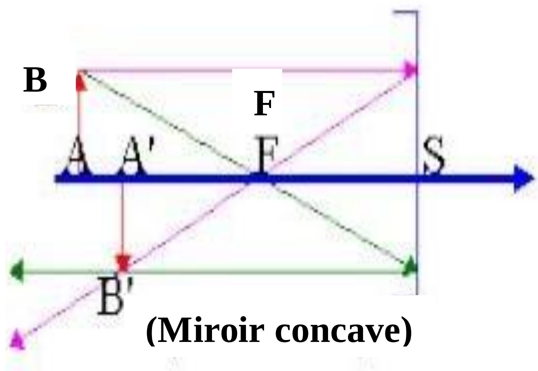
### II.6.4 Relations de conjugaison

**Origine au sommet :** $\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SA'}}=\frac{2}{\overline{SC}}=\frac{2}{\mathrm{R}}$ ou $\frac{1}{P'}+\frac{1}{P}=\frac{2}{R}$

**Origine au centre :** $\frac{1}{\overline{CA}}+\frac{1}{\overline{CA'}}-=\frac{2}{\overline{CS}}$

### II.6.5 Foyers

$$SF=f=\overline{SF'}=F'=\frac{SC}{2}=\frac{R}{2}$$



## II.6.6 Construction de l'image d'un objet plan AB

### II.6.6.1 Image d'un objet linéaire à travers un miroir concave

Dans ce cas, on considère 3 rayons incidents :

- Le 1$^{er}$ passe par B et parallèle à l'axe optique donc le faisceau réfléchi (1)' passe par F' (foyer de l'image).
- Le 2$^{ème}$ passe par B et C parallèle (i = 0 $\Longrightarrow$ i' = 0) $\Longrightarrow$ (2) // (2)' $\Longrightarrow$ passe aussi par C et B.
- Le 3$^{éme}$ passe par B et F (Foyer objet) $\Longrightarrow$ le rayon réfléchi (3) est // à l'axe optique.

L'intersection des rayons (1)', (2)' et (3)' forme une image réelle inversée et réduite.

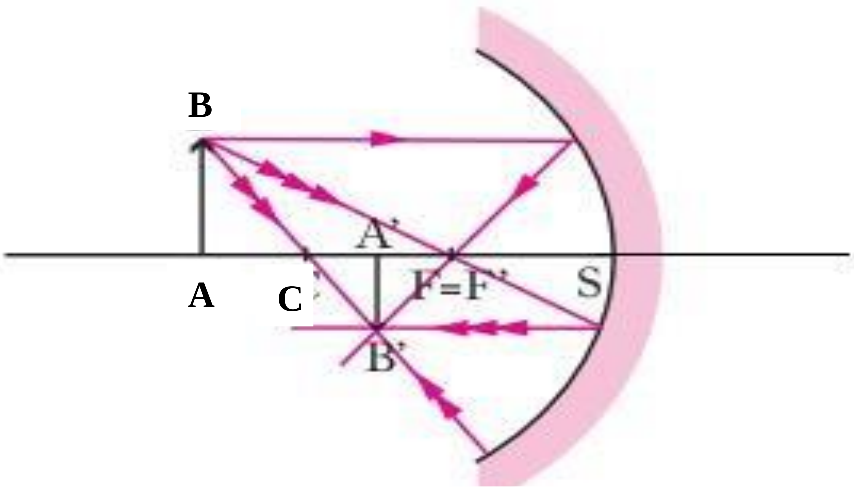



**Fig. 14 Image d'un objet linéaire par un miroir concave**

### II.6.6.2 Image d'un objet linéaire à travers un miroir convexe

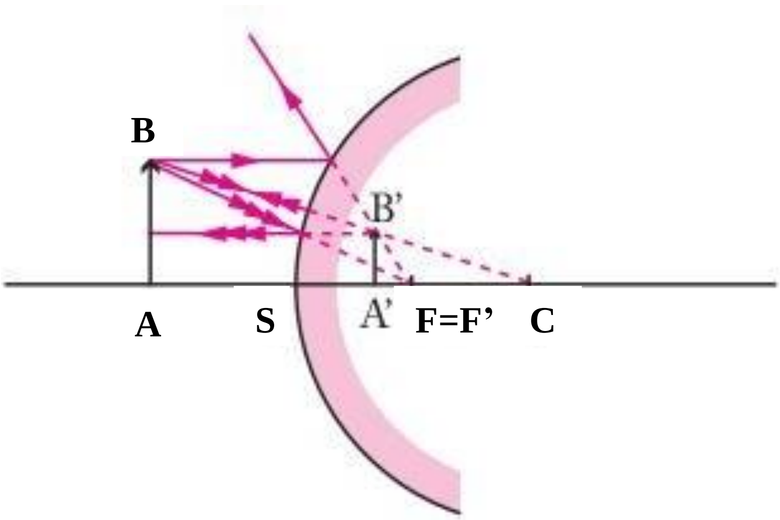



**Fig. 15 Image d'un objet linéaire par un miroir convexe**

On remarque que l'image A'B' résulte de l'intersection des prolongements des trois rayons réfléchis (1)', (2)' et (3)' $\Longrightarrow$ il s'agit d'une image virtuelle, droite et réduite.

### II.6.6.3 Grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{P'}{P}$$

### II.6.6.4 Caractéristiques de l'image

**La position :** $SA' = P'$

**La nature :**

Dire si elle est réelle ou virtuelle :

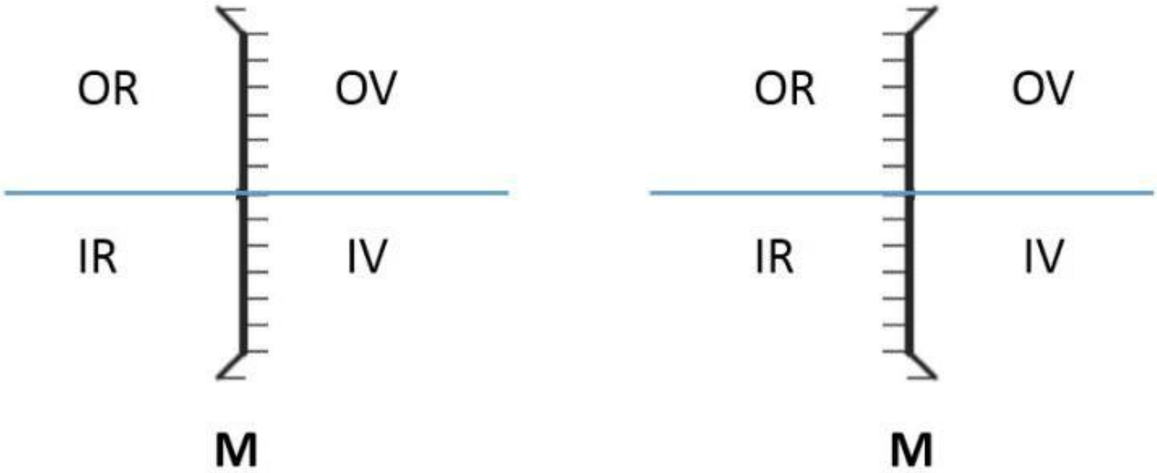



**Fig. 16 Caractéristiques de l'image**

Dire si elle est droite ou renversée :

- Si $\gamma > 0$, l'image est droite.
- Si $\gamma < 0$, l'image est inversée (renversée).

Comparer la taille de l'image par rapport à la taille de l'objet :

- $|\gamma| > 1$, l'image agrandie.
- $|\gamma| < 1$, l'image est réduite.
- $|\gamma| = 1$, la taille de l'image est égale à la taille de l'objet.

## TRAVAUX DIRIGES

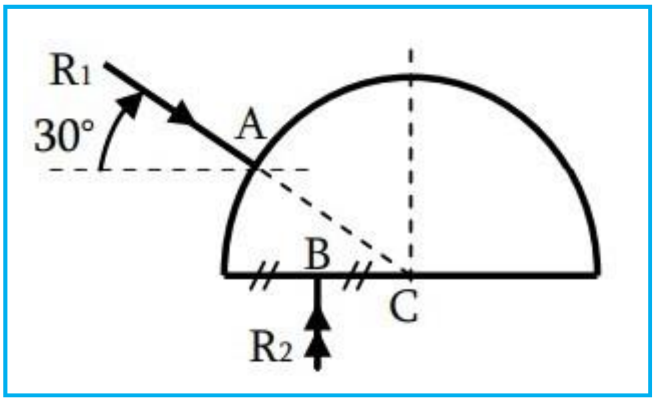
### Exercice 1 :

Dans un faisceau de lumière se propageant dans l'air, l'un des rayons frappe une plaque de verre plat. Données : indice de réfraction du verre n verre = 1.52.

1) Dessiner un diagramme représentant le phénomène de réfraction.
2) Donner l'expression de la deuxième loi de Descartes.
3) Déterminer l'angle d'incidence nécessaire pour obtenir un angle de réfraction égale à 20°.

**Exercice 2 :**

Soit un bloc de verre (indice n = 1,5), dont le centre est O et le rayon R, qui se trouve dans un air dont l'indice est équivalent à celui du vide.

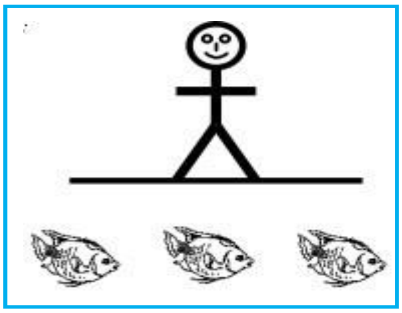



Trouver les trajectoires des deux rayons représentés dans la figure ci-après jusqu'à leur sortie du bloc.

**Remarque :** Il en est de même pour tout rayon pénétrant dans le cylindre.

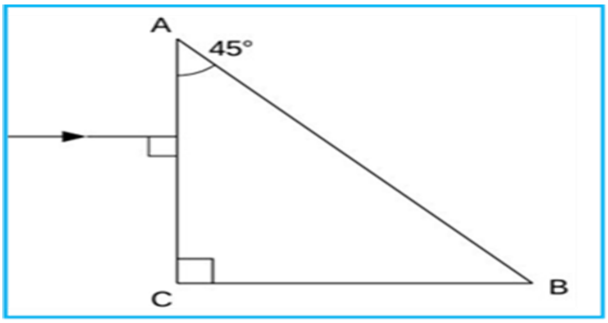
**Exercice 3 :**

Un pêcheur, avec des yeux se trouvant à 1,60 m au-dessus de l'eau, voit un petit poisson positionné à 0,60 m au-dessous de l'eau (indice n2 = 1,33) ; les rayons atteignent ses yeux à un angle de 15°.



1) Jusqu'à quelle distance le pêcheur peut-il voir le poisson?
2) Jusqu'à quelle distance le poisson peut-il voir le pêcheur ?
3) Que se passe-t-il si les rayons qui atteignent l'œil du pêcheur sont inclinés à 30° ? 45° ? 60° ? Et verticaux ? Commenter.

**Exercice 4:**

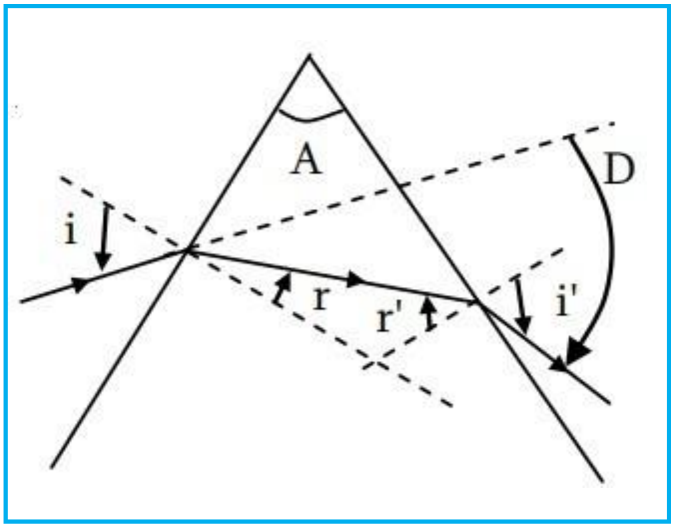



1. Terminer la trajectoire du rayon lumineux passar à travers le prisme:
   Démontrer la présence d'une réflexion totale sur la face AB.
   On donne : 1.52 : indice de réfraction du prisme
2. Le prisme est maintenant plongé dans l'eau.
   Terminer la trajectoire du rayon lumineux qui

entre dans le prisme sachant que l'indice de réfraction de l'eau est égale à 1.33.

**Exercice 5:**

Un rayon pénétrant dans un prisme ayant un indice n et un angle A est dévié à la sortie avec un angle D. Les angles étant tous positifs.




1) Donner les formules de réfraction
2) Etablir la relation qui réunit r, r' et A ( Faites attention aux signes).
3) Montrer que :

$$D = |i - r| + |i' + r'| = -(i - r) + (i' - r')$$

4) Déterminer la formule de D en fonction de n et de A, pour les angles faibles

**Exercice 6:**

Fatima travaille avec un miroir lors d'une séance de laboratoire. Elle pose un article situé à 30 cm du miroir et obtient une image réelle placée à 20 cm du miroir.

1) Quel type de miroir utilise-t-elle ? Donner une justification à votre réponse.
2) Déterminer la longueur focale de ce miroir.
3) Déterminer le grandissement de l'image.

**Exercice 7 exer 5 mir sphé:**

**Exercice 8 exer 6 mir sphé:**

**Exercice 9 exer 1 diop sphé:**

**Exercice 10 exer 2 diop sphé voir un autre exercice**

**Corrigé :**

1) On a : $T = 2.\pi.(l/g)^{0.5} \Rightarrow T^2 = 4.\pi^2.(l/g)$

$$\Rightarrow g = (4.\pi^2.\, l) / T^2$$

A.N : $g = (4.\pi^2.\, 1.552) / (2.5)^2 = 9.8\ m.s^{-2}$

2) Incertitude absolue :

   En appliquant les 3 règles du cours, on obtient :

$$Lng = Ln[(4.\pi^2.\, l) / T^2] \Rightarrow Lng = Ln4 + 2Ln\,\pi + Lnl - LnT^2$$

$$\Rightarrow dg/g = d4/4 + 2d\pi/\pi + dl/l - 2dT/T$$

$$\Rightarrow \Delta g/g = 0 + 0 + \Delta l/l - 2\Delta T/T$$

A.N : $\Delta g/g = (0.002/1.552) + 2(0.02/2.5) = 0.017 = 1.7\%$

On déduit que $\Delta g = 0.017.9.8 = 0.166\ m.s^{-2}$

## Travaux Dirigés

### Exercice 1:

Ecrire les équations aux dimensions des grandeurs physiques suivantes et déterminer leurs unités correspondantes :

La vitesse$(v)$, l'accélération$(a)$, la force$(F)$, la masse volumique$(\rho)$ , la pression$(P)$, le travail$(W)$, l'énergie$(E)$, la puissance$(Pu)$ et la charge électrique$(q)$.

### Exercice 2 :

1. La quantité de chaleur$(Q)$ est la chaleur nécessaire pour porter la température d'un corps de la température $T_1$ à $T_2$ (en K ou en °C). C'est aussi l'énergie nécessaire pour effectuer un

changement d'état (exemple : passage de l'état liquide à l'état gazeux). Cette énergie est donnée par l'expression :

$$Q = m \times Cp \times \Delta T$$

Déterminer l'équation aux dimensions de la capacité thermique$(Cp)$ ainsi que son unité.

2. Entre deux charges électriques $q$ et $q'$ séparées par une distance d s'exerce une force électrostatique d'intensité :

$$F = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q.q'}}{d^2}$$

Sachant que la constante $k$ dans le vide vaut :

$$\mathrm{k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

Où $\boldsymbol{\varepsilon}$ est la perméabilité absolue du vide. Déterminer l'équation aux dimensions de $\boldsymbol{\varepsilon}$.

3. Deux fils conducteurs rectilignes, parallèles, de longueur l, séparés par une distance d et parcourus par des courants $I$ et $I'$. La force d'attraction produite est donnée par la formule :

$$\mathrm{F} = \mu\frac{\mathrm{I.I'}}{2\pi d}\, l$$

Avec $\boldsymbol{\mu}$ est la perméabilité magnétique du vide. Calculer la dimension de $\boldsymbol{\mu}$.

Déterminer des calculs précédents la dimension du terme : $\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$. Que peut-on déduire ?

## Exercice 3 :

L'expression de la vitesse$(v)$ en fonction du temps$(t)$ est donnée par :

$$v = At^2 - \mathrm{Bt} + \sqrt{\boldsymbol{c}}$$

Effectuer une analyse dimensionnelle pour déterminer les unités des coefficients A, B et C.

## Exercice 4 :

La fréquence d'oscillation d'un système solide-ressort est donnée par la relation :

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}$$

Où m est la masse du solide et k est la constante de raideur. La force de rappel $\vec{F}$ est liée à l'allongement $\overrightarrow{\Delta L}$ par la relation : $\vec{F} = -K\overrightarrow{\Delta L}.$

Vérifier l'homogénéité de la relation de f.

## Exercice 5 :

La vitesse limite $v$, d'une sphère de rayon r et de masse volumique $\rho$ tombant dans un milieu visqueux de coefficient de viscosité dynamique η et de masse volumique $\rho'$ , est donnée par la formule :

$$v = \frac{r^2 \mathrm{g}(\rho' - \rho)}{9\eta}$$

Avec g est l'accélération de pesanteur. Vérifiez l'homogénéité de cette formule sachant que la relation de la viscosité dynamique est donnée par :

$$F = \frac{\eta s v}{\mathrm{z}}$$ (F: force, s: surface, $v$: vitesse et z: hauteur).

## Exercice 6 :

On considère une bille de masse m, de rayon R. On laisse tomber sans vitesse initiale cette bille dans un tube contenant un liquide visqueux de coefficient de viscosité η. La bille est soumise à son poids P, à la poussée d'Archimède Pa et à la force de freinage exercée par le liquide sur la bille. L'intensité de cette force est donnée par la formule de Stokes :

$$F = -6\pi\eta \mathrm{R} v$$

1. Donner l'équation aux dimensions du coefficient de viscosité η et son unité dans le système international des unités.
2. A l'instant $t = 0$ on lâche la bille, sa vitesse est donnée par l'expression :

$$v = a(1 - e^{\frac{-\mathrm{t}}{\mathrm{b}}})$$

Déterminer les dimensions des caractères a et b. (caractères dépendant du fluide)

3. Posons $\alpha = 1$, Déterminer β, γ et δ tq :

$$\mathrm{Re} = \rho^{\alpha} v^{\beta} R^{\gamma} \eta^{\delta}$$

Où $R_e$ est le nombre de Reynolds (sans dimension) et ρ est la masse volumique du fluide.

## Exercice 7 :

La masse volumique $\boldsymbol{\rho}$ d'un cylindre de masse $\boldsymbol{m}$, de rayon $\boldsymbol{R}$ et de longueur $l$ est exprimée par la formule suivante :

$$\rho = \frac{m^{\mathrm{x}}}{\pi . l^{\mathrm{y}} . R^2}$$

1. Déterminer les deux constantes x et y.

2. En déduire l'expression exacte de la masse volumique $\boldsymbol{\rho}$.

**RÉFÉRENCES**

UE3 Physique 5$^{eme}$ edition, Salah Belazrag, Rémy Perdriost, Jean-Yves Bounaud.

Physique et mécanique, analyse dimensionnelle et ordres de grandeurs

Calcul d'incertitudes, Mathieu Rouad.

# III.1 INTRODUCTION

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides. Elle est la base du dimensionnement des conduites de fluides et des mécanismes de transfert des fluides. C'est une branche de la physique qui étudie les écoulements de fluides c'est-à-dire des liquides et des gaz lorsque ceux-ci subissent des forces ou des contraintes. Elle comprend deux grandes sous branches:

- la statique des fluides, ou hydrostatique qui étudie les fluides au repos.
- la dynamique des fluides qui étudie les fluides en mouvement.

La première partie de ce chapitre présente une introduction à la mécanique des fluides, dans laquelle sont classés les fluides parfaits, les fluides réels, les fluides incompressibles et les fluides compressibles, ainsi que les principales propriétés qui seront utilisées par la suite. Cette section est également destinée à étudier les fluides au repos. On y expose les lois et théorèmes de base de la statique des fluides. On explique la notion de pression statique des fluides, le théorème de Pascal, le principe d'Archimède ainsi que la relation fondamentale de l'hydrostatique. La conception des presses hydrauliques, la détermination de la distribution de la pression dans un réservoir....etc, reposent sur les lois fondamentales et les théorèmes de la statique des fluides. Dans la deuxième partie, on étudie les équations fondamentales concernant la dynamique des fluides parfaits incompressibles, notamment l'équation de continuité et le théorème de Bernoulli. Celles-ci occupent une place très prépondérante dans plusieurs applications industrielles, incluant la majorité des appareils de mesure de pression et de débit utilisés dans de nombreux processus industriels, et plus particulièrement dans la fabrication de produits chimiques.

# III.2 STATIQUE DES FLUIDES

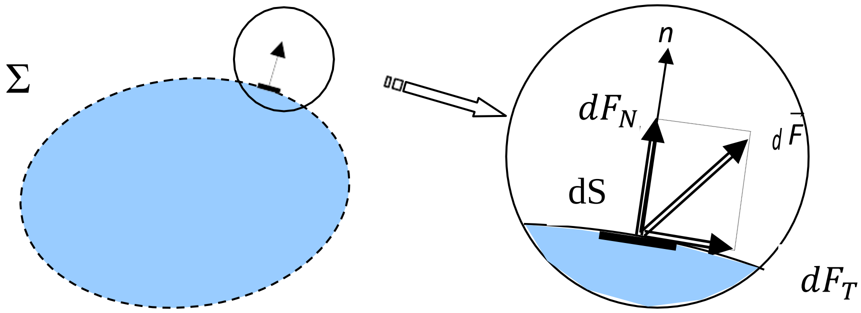
## III.2.1 DEFINITION

Un fluide se définit en tant que substance composée de plusieurs petites molécules, capables de circuler librement les unes par rapport aux autres. Il s'agit donc d'un milieu matériel continu, déformable, ductile pouvant s'écouler.

### III.2.1.1 Fluide Parfait

Prenons un petit élément de fluide et considérons $\overrightarrow{dF}$ la force d'interaction au niveau de la surface élémentaire dS de normale $\vec{n}$ entre le fluide et le milieu extérieur. Il est possible à chaque fois de décomposer $\overrightarrow{dF}$ en deux composantes :

- Une composante $\overrightarrow{dF_T}$ tangentielle à ds.
- Une composante $\overrightarrow{dF_N}$ normale à ds.




On appelle fluide parfait tout fluide dont le mouvement peut être décrit sans tenir compte des effets de frottement, autrement dit lorsque la composante $\overrightarrow{dF_T}$ est nulle.

### III.2.1.2 Fluide Réel

Par rapport à un fluide parfait, qui est simplement un concept destiné à la simplification des calculs ( quasiment inexistant en réalité), il faut tenir compte, dans le cas d'un fluide réel, les forces tangentielles de frottement interne opposées au glissement relatif des couches de fluides. Ces frottements visqueux se manifestent pendant le mouvement du fluide.

### III.2.1.3 Fluide Incompressible

On dit qu'un fluide est incompressible si le volume occupé par une masse déterminée reste constant par rapport à la pression extérieure. Les liquides constituent des fluides incompressibles.

**Exemple** : les liquides : eau, huile, …etc.

### II.2.1.4 Fluide compressible

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés commedes fluides compressibles.

Exemple : gaz : air, hydrogène, …etc.

## III.3 CARACTERISTIQUES PHYSIQUES

### III.3.1 Masse Volumique

$$\rho = \frac{m}{\mathrm{V}}$$

$\rho$ : Masse volumique en Kg.m$^{-3}$;

$m$ : Masse en Kg ;

V : Volume en m$^3$.

### III.3.2 Poids Volumique

$$\overline{\omega} = \frac{P}{V} = \frac{m.g}{V} = \rho.g$$

$m$ : Masse en Kg ;

$g$ : Accélération de la pesanteur en m.s$^{-2}$ ;

V : Volume en m$^3$.

### III.3.3 Densité

$$d = \frac{masse\ volumique\ du\ fluide}{masse\ volumique\ du\ fluide\ de\ référence} = \frac{\rho}{\rho réf}$$

Pour les liquides, l'eau est considérée comme étant la référence. Concernant les gaz, l'air constitue le fluide de référence.

$\rho eau = 10^3 kg/m^3$, $\rho air = 0.001205\ kg/m^3$.

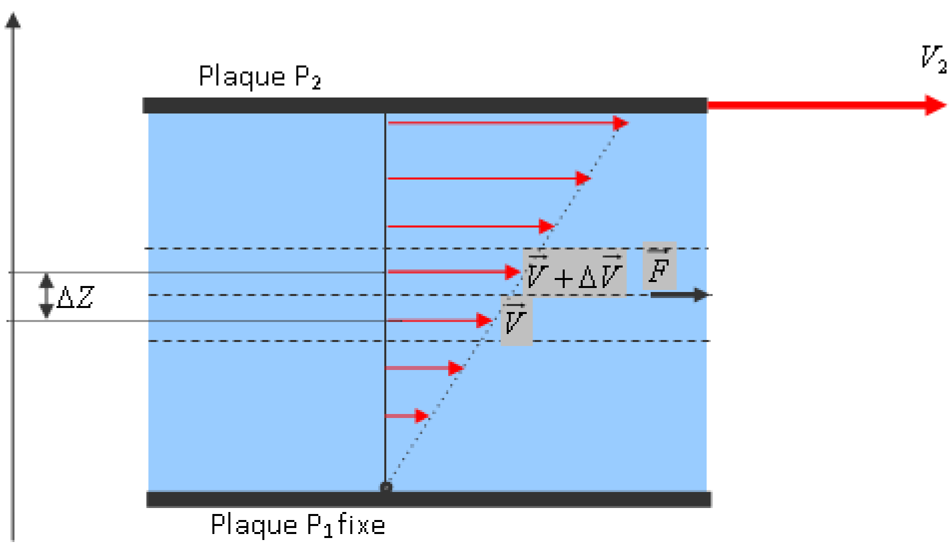
### III.3.4 Viscosité

Le terme "viscosité" désigne un paramètre déterminant le frottement interne d'un fluide, c'est-à-dire son aptitude à l'écoulement. Elle décrit sa résistance à l'écoulement sous l'effet d'une force.

On distingue 2 types :

#### III.3.4.1 Viscosité dynamique

La viscosité dynamique traduit la nature physique du comportement d'un fluide sous l'effet d'une contrainte. Autrement dit, cette propriété représente la rigidité d'un fluide à un taux de déformation par cisaillement.




La viscosité se définit par le pouvoir qu'a une couche en mouvement d'entraîner les couches djacentes. Prenons l'exemple d'un fluide visqueux situé entre deux plaques $P_1$ et $P_2$. La plaque $P_1$ étant fixe tandis la plaque $P_2$ a une vitesse $V_2$. En représentant sous forme de vecteur la vitesse de toutes les particules placées dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement, on obtient le profil de vitesse à partir de la courbe qui se trouve aux extrémités de ces vecteurs. On peut dire que l'écoulement du fluide provient du glissement des couches de fluides les unes sur les autres. Si on considère deux couches de fluides adjacentes distantes de ΔZ. Chaque couche a une vitesse qui est fonction de la distance Z. On distingue la viscosité dynamique et la viscosité cinématique. La force de frottement F appliquée dans le plan qui sépare les 2 couches empêche le glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de la vitesse Δv, leur surface S et inversement proportionnelle à ΔZ. Le facteur de proportionnalité μ exprime le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

$$F = \mu . S \frac{\Delta v}{\Delta Z}$$

F : Force de glissement entre les couches en (N).

μ : Viscosité dynamique en (Kg/m.s).

S : Surface de contact entre deux couches en ($m^2$).

Δv : Ecart de vitesse entre deux couches en (m/s).

ΔZ: Distance entre deux couches en (m).

**<u>Remarque</u> :**

Dans le système international (SI), l'unité de la viscosité dynamique est le Pascal Seconde (Pa.s) ou Poiseuille (PI), on a : 1 Pa.s = 1 PI = 1Kg/m.s.

#### III.3.4.2 Viscosité Cinématique

Elle caractérise le temps d'écoulement d'un fluide. Elle est donnée par :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

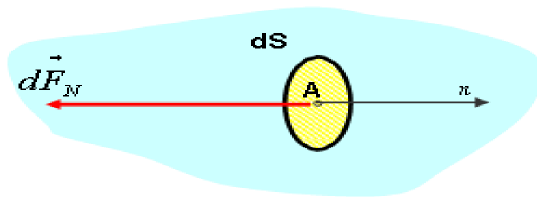
L'unité de la viscosité est le mètre au carré par seconde ($m^2/s$).

**<u>Remarque</u> :**

On utilise souvent le Stokes (St) comme unité de mesure de la viscosité cinématique. On a :
1 St = $10^{-4}$ $m^2/s$.

## III.4 PRESSION STATIQUE D'UN FLUIDE

Dans un fluide il y a des atomes et des molécules qui bougent dans tous les sens, ils sont agités de l'agitation thermique. Si on isole une petite surface qu'on l'appelle $ds$, alors tous les atomes et les molécules peuvent percuter.



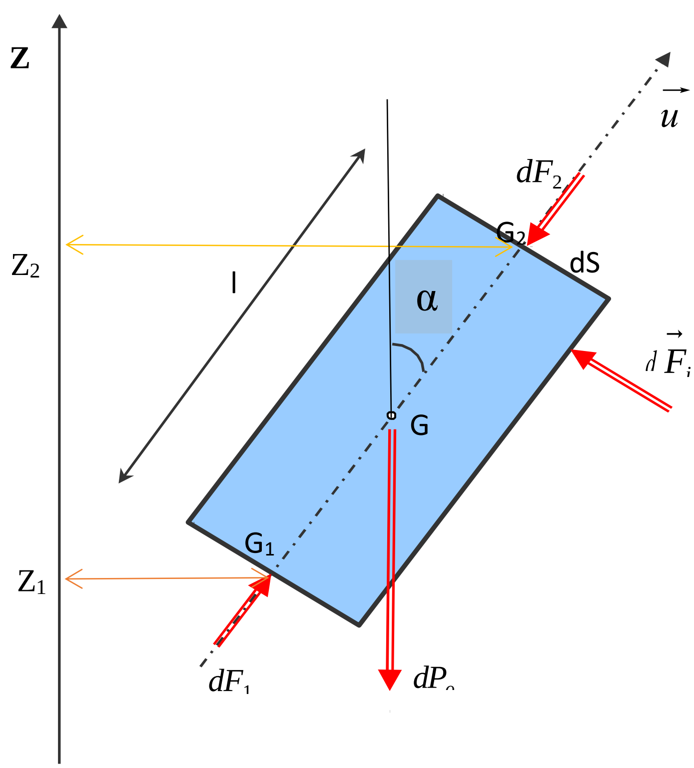

Ils vont taper sur cette surface et leur action combinée est d'exercer force sur cette surface et ils vont pousser la surface avec la force $\overrightarrow{dF_n}$ .

La pression statique : $$\vec{P} = \frac{\overrightarrow{dF_n}}{ds}\vec{Y}$$

$dF_n$ : Intensité de la force exercée par toutes les molécules qui impactent $ds$.
$ds$ : Petit élément de surface dans le fluide.

## III.5 PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE DES FLUIDES

On considère un élément de volume fictif de fluide incompressible. Cet élément a la forme d'un cylindre d'axe (G, $\vec{u}$ ) qui fait un angle α avec l'axe vertical (o, $\vec{Z}$ ) d'un repère R(O, $\vec{X}$ , $\vec{Y}$ , $\vec{Z}$ ). (Voir figure 1). Soient :$l$ la longueur du cylindre, $ds$ sa direction droite et $G_1$d'altitude $Z_1$et $G_2$d'altitude $Z_2$, les centres des sections droites extremes.



On fait un bilan de forces sur ce cylindre, celui-ci est soumis à :

1. **Force superieure $dF_2$ :** C'est une force de pression s'exercant sur la surface plane extreme :

$$\overrightarrow{dF_2} = \overrightarrow{P_2}\,.\mathrm{ds}.\,\vec{u}$$

Où : $P_2$ est la pression du fluide en $G_2$ ; C'est une force qui vient par-dessus, elle vient du choc de toute les petites molécules et les atomes du fluide qui vont taper sur la surface plane superieure et qui ont tendance à faire déscendre le cylindre.

2. **Poids du cylindre $dP$ :**

$$\overrightarrow{dP} = \overline{\omega}.dv.\vec{Z} \quad (\text{car} = \frac{P}{V})$$

$$= \overline{\omega}.l.ds.\vec{Z}$$

3. **Force superieure $dF_1$ :** Elle est opposée à $dF_2$

$$\overrightarrow{dF_1} = \overrightarrow{P_1}\,.\mathrm{ds}.\,\vec{u}$$

4. **Forces de pression s'exerçant sur la surface latérale $\Sigma\overrightarrow{dF_i}$**

Le cylindre élémentaire est en équilibre dans le fluide, si bien que la somme des forces extérieures exercées sur celui-ci est nulle :

$$\overrightarrow{dP} + \Sigma\overrightarrow{dF_i} + \overrightarrow{dF_1} + \overrightarrow{dF_2} = \vec{0}$$

La projection de ces forces sur l'axe de symétrie (G, u) du cylindre nous donne :

$$-\varpi.l.dS.\cos\alpha + P_1.dS - P_2.dS = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{P_1 - P_2 = \varpi\, l.\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_1 - P_2 = \varpi.(Z_2 - Z_1) = \rho g(Z_2 - Z_1)}$$

<u>Autre forme plus générale :</u>

En divisant les deux membres de la relation précédente par $\omega$ :

$\frac{P_1}{\omega} + Z_1 = \frac{P_2}{\omega} + Z_2$ ou encore $\frac{P_1}{\rho.g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho.g} + Z_2$

Comme $G_1$et $G_2$ont été choisis d'une façon arbitraire à l'intérieure d'un fluide de poids volumique $\varpi$, on peut écrire en un point quelconque d'altitude Z où règne la pression p :

$$\frac{P}{\omega} + Z = \frac{P}{\rho.g} + Z = \text{cste}$$

**<u>Exercice1 :</u>**

On veut connaître la nature du liquide qui se trouve dans une éprouvette (Voir la figure). Cette opération consiste à déterminer la différence de pression entre les points A et B. Celle-ci est égale à : $P_B - P_A = 774$ Pa.

1) Calculer la densité de ce liquide.
2) Indiquer le liquide présent dans l'éprouvette à partir des 7 figurant dans le tableau.

| **Liquide** | **Masse volumique en Kg.m$^{-3}$** |
|---|---|
| Eau | 1000 |
| Tétrachlorure de carbone | 1590 |
| Alcool | 790 |
| Glycérine | 1250 |
| Mercure | 13500 |
| Essence | 690 |
| Huile | 920 |

**Corrigé**

1) On applique la loi de la statique des fluides et on isole la masse volumique du fluide :

$$P_B - P_A = \rho . g . (Z_A - Z_B) \Rightarrow \rho = \frac{P_B - P_A}{g.(Z_A - Z_B)}$$

$$A.\text{N} : \rho = \frac{774 \text{ Pa}}{9.81.(0.1-0)} = 789 \text{ Kg. m}^{-3}$$

2) Le liquide dans l'éprouvette pourrait être l'alcool.

**Exercice 2 :**

Un château d'eau est un grand réservoir d'eau surélevé qui permet l'alimentation de la population en eau potable. La masse volumique de l'eau est $\rho = 1000$ Kg. m$^{-3}$. Déterminer la valeur de l'altitude $Z_B$ sachant que la surpression du point *B* par rapport au point *A* est $P_B - P_A = 3.5\ bar$.

**Corrigé :**

En appliquant la loi fondamentale de la statique des fluides, on obtient :

$$P_B - P_A = \rho . g . (Z_A - Z_B) \quad \Rightarrow \quad Z_A - Z_B = \frac{P_B - P_A}{\rho . g}$$

$$\Rightarrow Z_B = Z_A - \frac{P_B - P_A}{\rho . g} \quad \text{A.N} : Z_B = 140 - \frac{(3.2).10^5}{1000.(9.81)} = 107.4\ m$$

## III.6 TRANSMISSION DES PRESSIONS DANS LES LIQUIDES

### III.6.1 Théorème de Pascal

Dans un fluide incompressible en équilibre, chaque changement de pression en un point provoque le même changement de pression en tout autre point.

**Démonstration :**

Supposons qu'au point $G_1$intervient une variation de pression telle que celle-ci devient $P_1 + \Delta P_1$. $\Delta P_1$ étant un nombre algébrique. Déterminons le changement de pression $\Delta P_2$ obtenu dans $G_2$. En appliquant le principe fondamentale de la statique des fluides en $G_1$et $G_2$, on obtient :

A l'état initial : $P_1 - P_2 = \rho.g.(Z_2 - Z_1)$...........(1)

A l'état final : $(P_1 + \Delta P_1) - (P_2 + \Delta P_2) = \rho.g.(Z_2 - Z_1)$.........(2)

La soustraction (2) $-$ (1) nous donne :

$$P_1 + \Delta P_1 - P_2 - \Delta P_2 - P_1 + P_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \Delta P_1 - \Delta P_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \Delta P_1 = \Delta P_2$$

### III.6.2 Application : Principe de la presse hydraulique

Considérons ce schéma de conception d'une presse hydraulique (Fig 2.3). Si l'on considère que la surface d'un piston à la sortie 2 est plus grande que celle à l'entrée 1, une force significative est générée à partir d'une force comparativement faible.

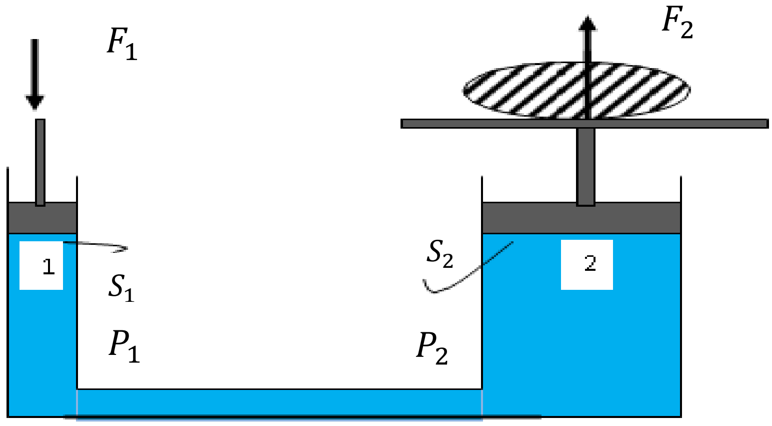



**Figure.2.3 :** Principe d'une presse hydraulique

Lorsque les deux pistons 1 et 2 sont sur le même niveau, on a : $P_1 = P_2$

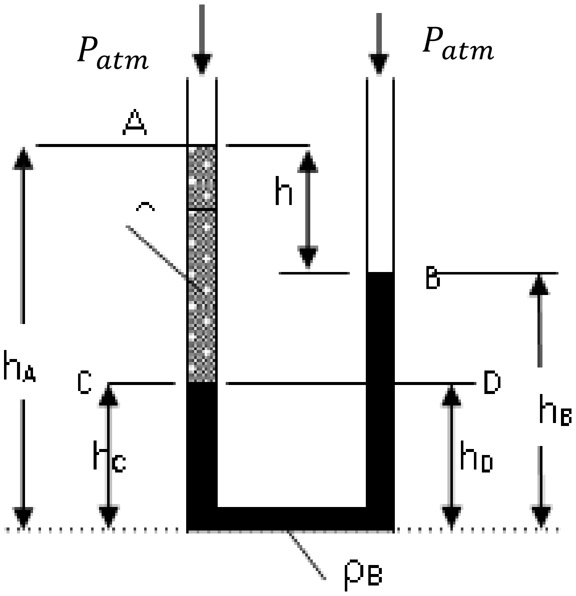
Soit : $F_1 = P_1.S_1$ et $F_2 = P_2.S_2 \Rightarrow \quad P_1 = \frac{F_1}{S_1}$ et $P_2 = \frac{F_2}{S_2}$

On obtient donc : $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$

Si $S_2 \gg S_1 \Rightarrow F_2 \gg F_1$

### III.6.3 Equilibre de deux fluides non miscibles

Soit un tube de forme U contenant un liquide ayant une densité ($\rho_B$), si on verse un autre liquide non miscible avec le premier et de densité ($\rho_A$) dans une des branches, on obtient une dénivellation entre les deux liquide donnée par : h= ($h_A$-$h_B$). Les deux surfaces du tube sontpression atmosphérique (libre). En vertu du principe de Pascal, on peut exprimer les équations suivantes :




$$\begin{cases} P_D - P_B = P_D - P_{atm} = \rho_B \,.\mathrm{g}.(h_B - h_D) \\ P_C - P_A = P_C - P_{atm} = \rho_A \,.\mathrm{g}.(h_A - h_C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_D = P_{atm} + \rho_B \,.\mathrm{g}.(h_B - h_D) \\ P_C = P_{atm} + \rho_A \,.\mathrm{g}.(h_A - h_C) \end{cases}$$

⇨ $P_{atm} + \rho_B \,.\mathrm{g}.(h_B - h_D) = P_{atm} + \rho_A \,.\mathrm{g}.(h_A - h_C)$

⇨ $\rho_B \,.\mathrm{g}.(h_B - h_D) = \rho_A \,.\mathrm{g}.(h_A - h_C)$

Et comme $h_D = h_C$ (même plan horizontal d'un même fluide)

D'où : $$\rho_A = \rho_B \frac{h_B - h_D}{h_A - h_C}$$

**Conclusion**

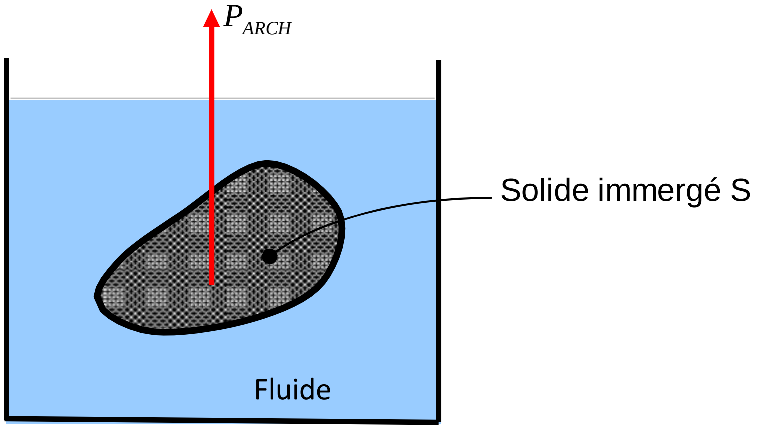
Il suffit de mesurer les hauteurs des deux fluides pour connaître la masse volumique d'un fluide. Ce principe est également appliqué pour la détermination de la pression à l'aide de manomètres à colonne de liquide ainsi que de manomètres différentiels.

## III.7 PRINCIPE D'ARCHIMEDE

### III.7.1 Définition

On met un solide quelconque dans un récipient contenant un liquide. Deux forces extérieures interviennent :

- Le poids $P$ qu'il veut que le corps descend (coule).
- Une force $P_A$ qu'elle veut que le corps remonte.




### III.7.2 Théorème

Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussé) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume du liquide déplacé (ce volume est donc égale au volume immergé du corps).

$$P_A = P = \mathrm{m} \, . \, \mathrm{g}$$

$P$ : Poids du liquide immergé avec $\mathrm{m} = \rho . V$ la masse du liquide déplacé, donc :

$$P_A = \rho_{liquide} \, . V_{imm} . \, \mathrm{g}$$

Où :

$\rho_{liquide}$ : Masse volumique du liquide en Kg.m$^{-3}$.

$V_{imm}$ : Volume du corps immergé ou volume du liquide déplacé en m$^3$(le corps a pris la place du volume du liquide.

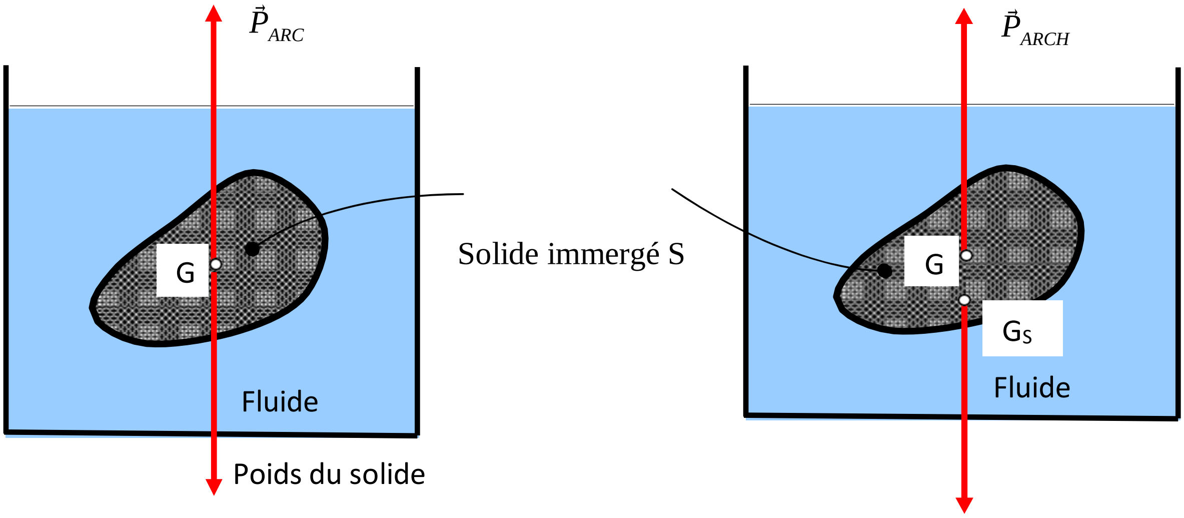
g : Accélération de la pesanteur en m.s$^{-2}$.

### III.7.3 Caractéristiques de la poussée d'Archimède

- **Point d'application (ou la force s'exerce) :** C'est le centre de gravité du liquide déplacé (lorsqu'on met un corps dans le liquide le volume va augmenter.
- **Direction :** Verticale.
- **Sens :** Du bas vers le haut.
- **Intensité (module):** $P_A = \rho_{liquide} \, . V_{imm} . \, \mathrm{g}$

**<u>Remarque</u> :**

**1^er^cas** : Dans le cas où le solide immergé est homogène alors le centre de poussée G, point d'application de la poussée d'Archimède sera confondu avec le centre de gravité du solide $(G_s)$. L'équilibre du solide est indifférent.




**2^eme^ cas** : Si le solide immergé est hétérogène alors le centre de poussée $G$ n'est pas confondu avec le centre de gravité $G_s$. L'équilibre du solide est stable si $G$ est au-dessus de $G_s$. L'équilibre du solide est instable si $G$ est au-dessous de $G_s$.

### III.7.4 Poids apparent

Le poids apparent est donné par : $p = P - P_A$ ; où

$P$ : Poids dans l'air.

$P_A$ : Poussée d'Archimède.

L'objet est plus léger dans le liquide que dans l'air, on a :

$$p < P$$

### III.7.5 Conditions de flottation

On met un solide dans une cuve qui contient de l'eau :

- Si $P$ est plus grand que la poussée d'Archimède $P_A$ le solide coule

$$\rho_{solide} > \rho_{eau} \Longrightarrow d_{solide} > 1$$

- Si la poussée d'Archimède $P_A$ est plus grand que $P$ le solide remonte

$$\rho_{solide} < \rho_{eau} \Longrightarrow d_{solide} < 1$$

- S'il y a une égalité $P_A = P$ le solide flotte

$$\rho_{solide} = \rho_{eau} \Longrightarrow d_{solide} = d_{eau}$$

**Exercice :**

Une sphère métallique de rayon $R = 3cm$ est immergée dans l'eau. Calculer $P_A$.

**Corrigé :**

On a : $R = 3cm = 3.10^{-2}\ m$, $\rho_{eau} = 1000\ kg.m^{-3}$, g $= 9.81$ m.$s^{-2}$ et $V_{imm} = \frac{4}{3}.\pi.R^3$

D'où :

$$P_A = \rho_{liquide}\ .V_{imm}.\mathrm{g}$$

A.N :

$$P_A = 1000 \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times 3.10^{-2} \times 9.81$$

$$P_A = 1232.136\ kg.\mathrm{m}.s^{-2} = 1232.136\ N$$

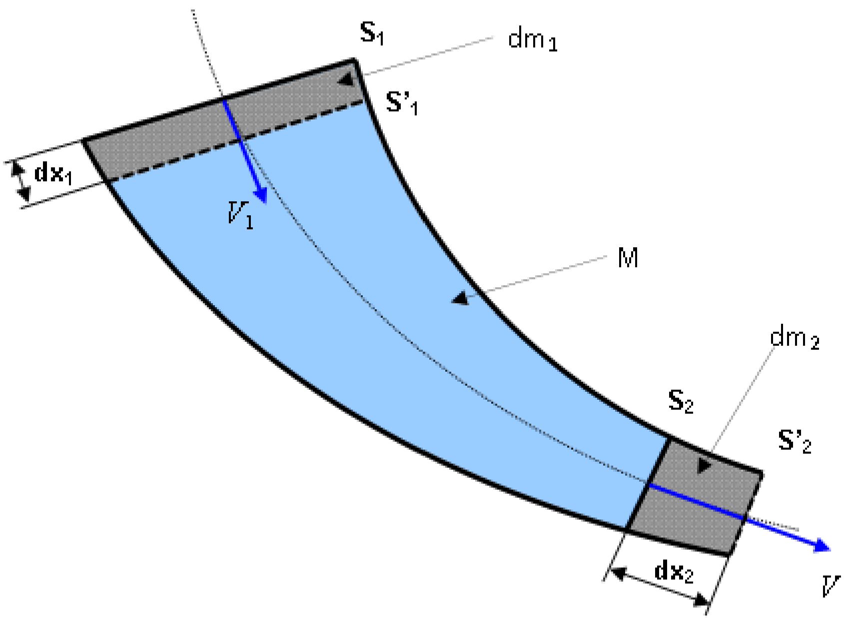
## II. DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES PARFAITS

### II.1 ECOULEMENT PERMANENT

On parle d'écoulement permanent lorsque le champ des vecteurs vitesse des substances fluides demeure inchangé au fil du temps. Toutefois, cela ne signifie pas que le champ des vecteurs vitesse est uniforme dans l'espace. Ce cours ne s'intéresse qu'à l'écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible. Pour un écoulement non permanent, il faudrait prendre en compte les influences de l'inertie de la masse du fluide.

### II.2 EQUATION DE CONTINUITE

Examinons une veine d'un fluide incompressible ayant une masse volumique ρ qui s'écoule de manière permanente.




On note ainsi :

- $S_1$ et $S_2$ correspondent aux surfaces d'entrée et de sortie du liquide respectivement à l'instant t,
- $S'_1$ et $S'_2$ sont les surfaces d'entrée et de sortie du liquide respectivement à l'instant t'= t+dt ;
- $V_1$ et $V_2$ constituent respectivement les vecteurs de vitesse de l'écoulement au niveau des sections $S_1$ et $S_2$,
- $dx_1$ et $dx_2$ désignent respectivement les déplacements des sections $S_1$ et $S_2$ durant la période de temps dt,
- $dm_1$ est la masse élémentaire qui entre dans les sections $S_1$ et $S'_1$,
- $dm_2$ est la masse élémentaire qui sort des sections dans les sections $S_2$ et $S'_2$,
- M étant la masse entre $S_1$ et $S_2$,
- $dV_1$ : volume élémentaire entrant compris entre les sections $S_1$ et $S'_1$,
- $dV_2$ : volume élémentaire sortant compris entre les sections $S_2$ et $S'_2$,

A l'instant t : le liquide entre $S_1$ et $S_2$ dispose d'une masse équivalente à ($dm_1$+ M).

A l'instant t+dt : le liquide entre $S'_1$ et $S'_2$ possède une masse égale à (M+ $dm_2$).

Du fait que la masse se conserve : $dm_1 + M = M + dm_2$

La simplification au moyen de *M* permet d'obtenir : $dm_1 = dm_2$

Par conséquent : $\rho_1.dV_1 = \rho_2.dV_2$ ou même $\rho_1.S_1.dx_1 = \rho_2.S_2.dx_2$

Si on divise ce résultat par *dt*, on trouve : $\rho_1.S_1.\frac{dx_1}{\mathrm{dt}} = \rho_2.S_2.\frac{dx_2}{\mathrm{dt}} \Longrightarrow \rho_1.S_1.V_1 = \rho_2.S_2.V_2$

Étant donné qu'il s'agit d'un liquide (un fluide incompressible) : $\rho_1 = \rho_1 = \rho$

Ceci peut être ramené à la relation de continuité suivante :

$$S_1.V_1 = S_2.V_2 \tag{1}$$

## II.3 Notion de Débit

### II.3.1 Débit Massique

On appelle débit massique d'une veine fluide la limite du ratio $\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{dt}}$ lorsque *dt* tend vers zéro.

$$q_m = \frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{dt}}$$

Tel que :

- $q_m$ : désigne la masse de fluide par unité de temps passant dans une section droite de la conduite.
- dm : étant la masse élémentaire exprimée en kilogramme parcourant la section durant la période dt.
- dm : représente un intervalle de temps exprimé en seconde.

En utilisant les équations énoncées ci-avant, on trouve :

$$q_m = \frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{dt}} = \rho.S_1.\frac{dx_1}{\mathrm{dt}} = \rho.S_2.\frac{dx_2}{\mathrm{dt}} \quad (2)$$

Où :

$\frac{dx_1}{\mathrm{dt}} = V_1 = ||\overrightarrow{V_1}||$ constitue la vitesse d'écoulement moyenne de la veine fluide parcourant $S_1$

$\frac{dx_2}{\mathrm{dt}} = V_2 = ||\overrightarrow{V_2}||$ constitue la vitesse d'écoulement moyenne de la veine fluide parcourant $S_2$

Selon (2) : $q_m = \rho.S_1.V_1 = \rho.S_2.V_2$

Dans toute section droite S de l'écoulement de fluide dans laquelle le fluide s'écoule à une vitesse moyenne v :

$$q_m = \rho.\mathrm{S}.\mathrm{V} \quad (3)$$

Avec :

- $q_m$ : Débit massique exprimé en kilogrammes par seconde.
- $\rho$ : Masse volumique exprimé en kilogrammes par mètre cube.
- S : Section de la veine fluide par mètre au carré.
- V : Vitesse moyenne du fluide traversant la section S exprimée en mètre par seconde.

### II.3.1 Débit Volumique

On appelle débit volumique d'une veine fluide la limite du quotient $\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dt}}$ lorsque dt se rapproche de zéro.

$$q_v = \frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dt}}$$

- $q_v$ : étant le volume de fluide par unité de temps passant à travers une section droite de la conduite.
- dV représente le volume élémentaire passant à travers la surface S au cours de la durée dt, exprimé en mètre cube ($m^3$).
- dt : intervalle de temps en secondes (s)

Grâce à la formule (3) et compte tenu que : $\mathrm{dV} = \frac{\mathrm{dm}}{\rho}$ il est encore possible d'écrire que :

$$q_v = \frac{q_m}{\rho}$$

Soit : $$q_v = \mathrm{S}.\mathrm{V}$$

### II.3.2 Relation entre débit massique et débit volumique

La relation qui relie le débit massique et le débit volumique ressort aisément des équations décrites ci-dessus :

$$\begin{cases} q_m = \rho.\mathrm{S.V} \\ q_v = \mathrm{S.V} \end{cases} \Rightarrow q_m = \rho.q_v$$

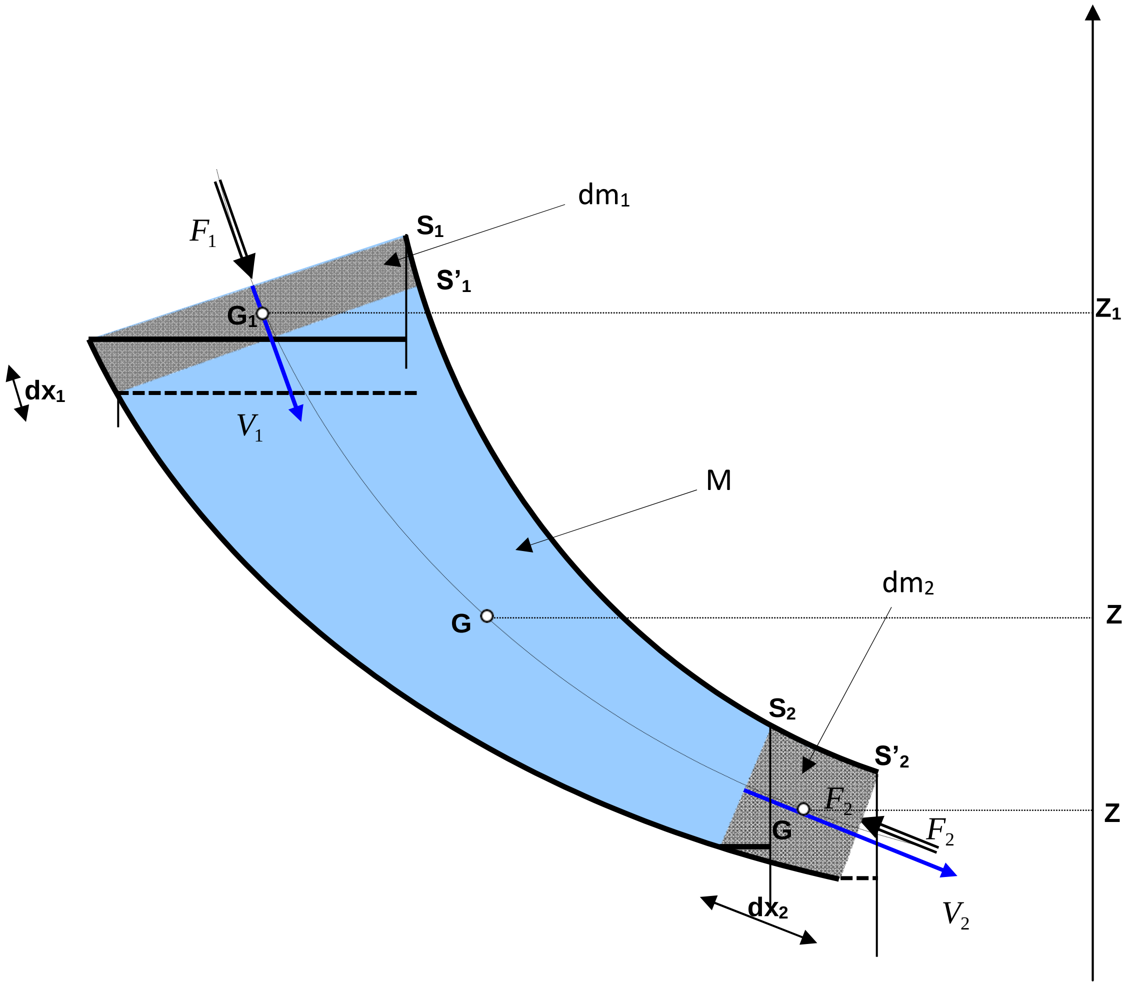
## II.4 Théorème De Bernoulli : Cas D'un Ecoulement Sans Echange De Travail

On reprend le schéma d'écoulement de la veine fluide de la section précédente, en utilisant les mêmes notations et en posant ces suppositions :

- Le fluide étant parfait et incompressible ;
- Son écoulement est permanent ;
- L'écoulement se fait dans une conduite tout à fait lisse.

Soit un axe Z vertical orienté vers le haut. Soient $Z_1$, $Z_2$ et Z respectivement la hauteur des centres de gravité correspondant aux masses $dm_1$, $dm_2$ et M respectivement.

On note que $F_1$ et $F_2$ représentent les normes des forces de pression du fluide exerçant leurs actions sur les sections $S_1$ et $S_2$ respectivement.



A l'instant t, le fluide de masse ($dm_1$ + M) se trouve entre $S_1$ et $S_2$. Son énergie mécanique correspond à :

$$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin} = (dm_1.g.Z_1 + m.g.Z) + \frac{1}{2}.dm_1.V_1{}^2 + \int_{S\prime 1}^{S2} \frac{\mathrm{dm}.V^2}{2}$$

A l'instant t'= (t+dt), le fluide de masse (M+$dm_2$) se trouve entre $S'_1$ et $S'_2$. Son énergie mécanique correspond à :

$$E'_{mec} = E'_{pot} + E'_{cin} = (M.g.Z + dm_2.g.Z_2) + \int_{S\prime 1}^{S2} \frac{\mathrm{dm}.V^2}{2} + \frac{1}{2}.dm_2.V_2{}^2$$

En appliquant le théorème de l'énergie mécanique pour le fluide entre les instants t et t' : "La variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces extérieures", on obtient :

$$E_{mec} - E'_{mec} = W_{forces\ de\ pression} = F_1.dx_1 - F_2.dx_2 \Longrightarrow E_{mec} - E'_{mec} = P_1.S_1.dx_1 - P_2.S_2.dx_2$$

$$= P_1.dV_1 - P_2.dV_2$$

La simplification nous donne :

$$dm_2.g.Z_2 + \frac{1}{2}.dm_2.V_2{}^2 - dm_1.g.Z_1 - \frac{1}{2}.dm_1.V_1{}^2 = \frac{P_1}{\rho_1}dm_1 - \frac{P_2}{\rho_2}dm_2$$

Compte tenu du principe de conservation de la masse : $dm_1 = dm_2 = dm$ et étant donné que le fluide est incompressible : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, cela conduit à établir l'équation de Bernoulli :

$$\frac{V_2{}^2 - V_1{}^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g.(Z_2 - Z_1) = 0 \qquad (4)$$

Toutes les termes de la relation (4) ont pour unité le joule par kilogramme (J/kg)., ce qui permet d'obtenir le résultat suivant :

$$\frac{V_2{}^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + g.Z_2 = \frac{V_1{}^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + g.Z_1$$

## II.5 Théorème De Bernoulli : Cas D'un Ecoulement Avec Echange De Travail

On Prend à nouveau le même schéma de circulation du fluide des deux paragraphes ci-dessus, en utilisant les mêmes données et les mêmes propositions. Par ailleurs, on admet qu'une machine hydraulique est installée entre les sections $S_1$ et $S_2$. Celle-ci possède une puissance nette $P_{net}$ échangée avec le fluide, une puissance sur l'arbre $P_a$ et un certain rendement $\eta$. Elle peut être une turbine ou une pompe.

S'il s'agit d'une pompe, son rendement s'exprime de la manière suivante : $\eta = \frac{P_{net}}{P_a}$

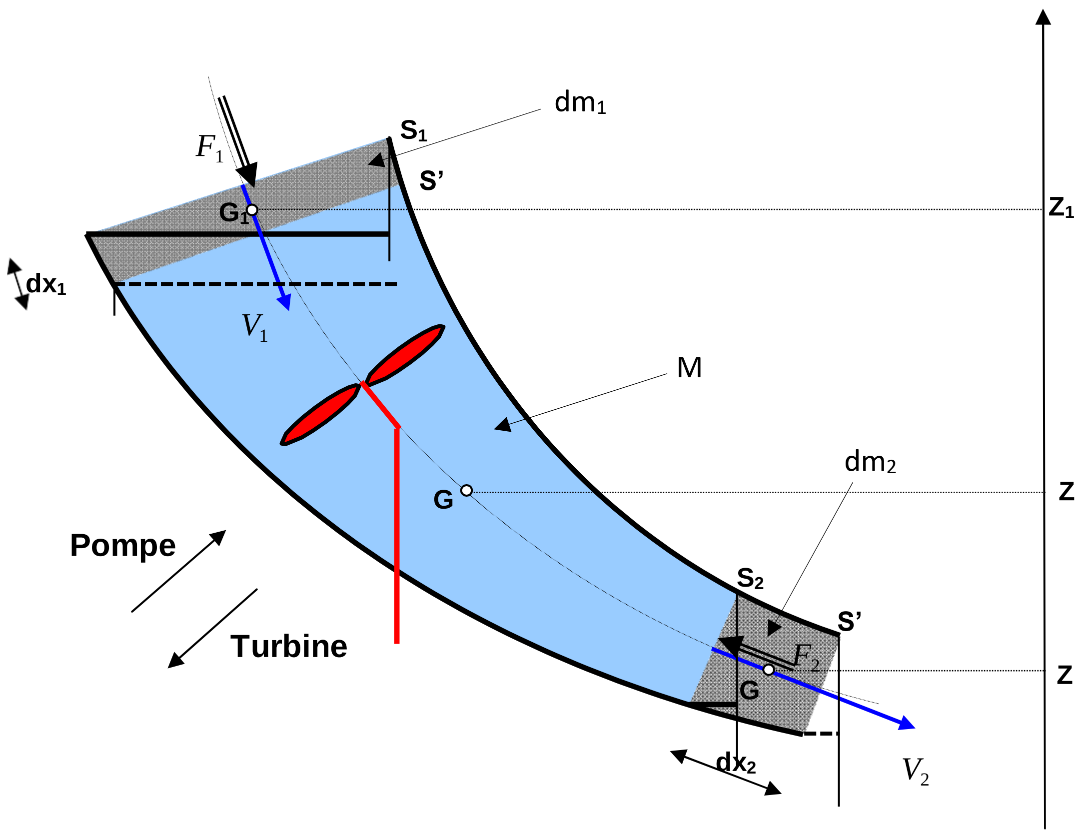
S'il s'agit d'une turbine : son rendement se traduit par la formule correspondante : $\eta = \frac{P_a}{P_{net}}$

Dans la période comprise entre t et t'= t+dt, le fluide échange du travail net $W_{net} = P_{net}.dt$ avec la machine hydraulique. On considère que $W_{net}$ est positif s'il s'agit d'une pompe et négatif s'il s'agit d'une turbine.

$F_1$ et $F_2$ sont les normes des forces de pression du fluide intervenant sur les surfaces $S_1$ et $S_2$ respectivement.

Le fluide dont la masse est de ($dm_1$ + M) se situe, à l'instant t, entre $S_1$ et $S_2$. Son énergie mécanique correspond à :

$$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin} = (dm_1.g.Z_1 + M.g.Z) + \frac{1}{2}.dm_1.{V_1}^2 + \int_{S'1}^{S2} \frac{\text{dm}.V^2}{2}$$




Le fluide dont la masse est de (M+$dm_2$) se situe, à l'instant t'= t+dt, entre $S_1$ et $S_2$. Son énergie mécanique correspond à :

$$E'_{mec} = E'_{pot} + E'_{cin} = (M.g.Z + dm_2.g.Z_2) + \int_{S'1}^{S2} \frac{\text{dm}.V^2}{2} + \frac{1}{2}.dm_2.{V_2}^2$$

En appliquant le théorème de l'énergie mécanique pour le fluide entre les instants t et t' : "La variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces extérieures", en tenant compte cette fois du travail de la machine hydraulique :

$$E'_{mec} - E_{mec} = F_1.dx_1 - F_2.dx_2 + P_{net}.dt \Longrightarrow E_{mec} - E'_{mec} = P_1.S_1.dx_1 - P_2.S_2.dx_2 + P_{net}.dt$$

$$\Rightarrow E_{mec} - E'_{mec} = P_1.dV_1 - P_2.dV_2 + P_{net}.dt$$

La simplification nous donne :

$$dm_2.g.Z_2 + \frac{1}{2}.dm_2.V_2{}^2 - dm_1.g.Z_1 - \frac{1}{2}.dm_1.V_1{}^2 = \frac{P_1}{\rho_1}dm_1 - \frac{P_2}{\rho_2}dm_2 + P_{net}.dt$$

Sachant que le principe de conservation de la masse est: $dm_1 = dm_2 = dm$ et que le fluide est incompressible : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, cela conduit à établir l'équation de Bernoulli :

$$\frac{V_2{}^2 - V_1{}^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g.(Z_2 - Z_1) = \frac{P_{net}}{q_m} \quad (5)$$

## II.5 Théorème d'Euler

La détermination des forces appliquées par les jets d'eau constitue une application directe du théorème d'Euler. Ces forces peuvent être utilisées dans de nombreux secteurs, tels que la production d'électricité grâce à l'énergie hydraulique au moyen de turbines, ou encore la coupe des matériaux. Ce théorème d'Euler découle de l'application du théorème de la quantité de mouvement à l'écoulement d'un fluide :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\overrightarrow{P}}{dt}$$ telque $P = m.\overrightarrow{V_G}$ : quantité du mouvement

Ce théorème rend possible la connaissance des forces appliquées par le fluide en mouvement sur les éléments qui l'entourent.

**Enoncé**

La résultante ( $\sum\overrightarrow{Fext}$ ) des actions mécaniques extérieures exercées sur un fluide isolé (fluide contenu dans l'enveloppe limitée par $S_1$ et $S_2$ ) est égale à la variation de la quantité de mouvement du fluide qui entre en $S_1$ à une vitesse $\overrightarrow{V_1}$ et sort par $S_2$ à une vitesse $\overrightarrow{V_2}$.

$$\boxed{\sum\overrightarrow{Fext} = q_m(\overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_1})}$$

**Exemple**

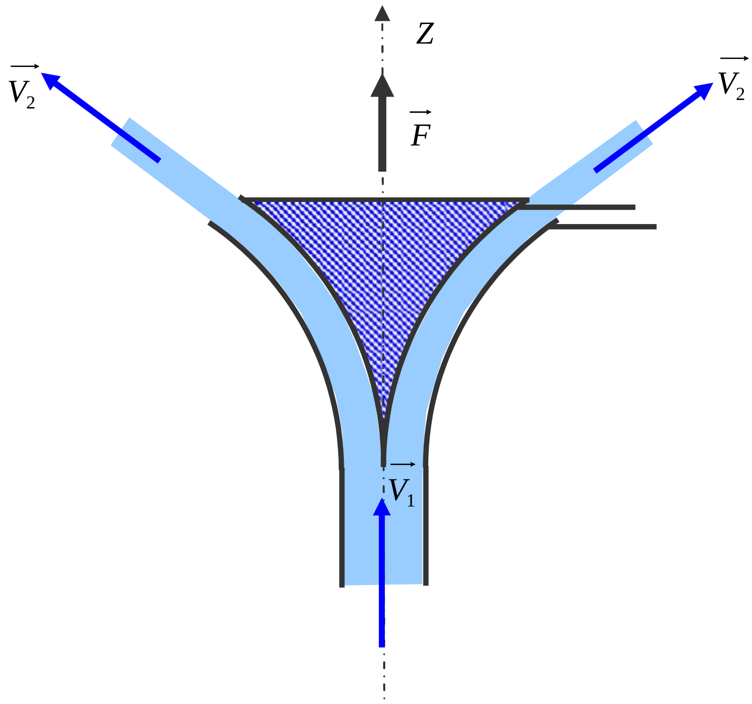
On considère un obstacle symétrique par rapport à l'axe $\overrightarrow{Z}$. Un jet ayant un débit massique $q_m$, une vitesse $\overrightarrow{V_1}$ et une direction parallèle à l'axe $\overrightarrow{Z}$ tape sur cet obstacle qui le détourne d'un angle β . Le fluide ressort de l'obstacle à une vitesse $\overrightarrow{V_2}$ en direction d'un angle β par rapport à l'axe $\overrightarrow{Z}$.

La quantité de mouvement du fluide à l'entrée de l'obstacle étant : $q_m.V_1$ portée par l'axe Z.

La quantité de mouvement du fluide à la sortie de l'obstacle est : $R = q_m.V_2.\cos(\beta)$ portée par l'axe Z.

La force qui s'oppose au jet est égale à la variation de la quantité de mouvement :

$$R = q_m.V_2.\cos(\beta) - q_m.V_1$$




La force F appliquée à l'obstacle dans la direction de Z étant équivalente et de sens inverse à cette force :

$$F = q_m(V_1 - V_2.\cos(\beta))$$

## II.6 Conclusion

Les lois et équations exposées tout au long de ce chapitre, notamment l'équation de Bernoulli, présentent en effet un immense intérêt pratique, puisqu'elles vont servir à comprendre le principe de fonctionnement de plusieurs instruments de mesure du débit, tels que le tube de Pitot, le tube de Venturi et le diaphragme…etc. Ces lois et formules, destinées aux fluides incompressibles, sont applicables sous certaines conditions particulières aux fluides compressibles présentant de faibles variations de pression. De telles variations se rencontrent dans de nombreux exemples concrets. Mais si on veut tenir compte de la compressibilité dans les calculs, il faut utiliser les formules adéquates.

## III.7 TRAVAUX DIRIGES

**Exercice 1**:

Calculer le poids $P$ d'un volume $V = 3l$ d'huile d'olive ayant une densité $d = 0.918$. On donne :

-L'accélération de la pesanteur : $g = 9.81 m/s^2$

-la masse volumique de l'eau : $\rho = 10^3 kg/m^3$

**Exercice 2**:

La densité du lait est 1.03.

1) Montrer qu'il est plus dense que l'eau.
2) Calculer la masse de $1.5l$ de lait.

**Exercice 3**:

La masse d'une bouteille de 5 litres contenant de l'eau est de 2.7 kg quand elle est à demi pleine. Elle pèse 4.145 kg lorsqu'elle contient de l'alcool.

1) Déterminer la masse de la bouteille vide, étant donné que la masse volumique de l'eau vaut 1000 $kg{\cdot}m^{-3}$.

2) Déterminer la masse de l'alcool ensuite sa masse volumique.

**Exercice 4**:

Un liquide lorsqu'il est versé dans un cylindre gradué, occupe un volume de 500 *ml* et pèse 8 *N*. Déterminer son poids volumique, sa masse volumique ainsi que sa densité.

**Exercice 5**:

1) Calculer en $g \cdot cm^{-3}$ la masse volumique d'un morceau de bois de 9,7 *g* sachant que son volume vaut 10 $cm^3$.

2) La masse volumique du morceau de bois est-elle plus petite que celle du pétrole sachant que la masse volumique du pétrole est égale à 0.8 $kg \cdot l^{-1}$ ? Où le morceau de bois va-t-il se placer par rapport au pétrole ?

**Exercice 6**:

La viscosité cinématique et la densité de l'huile d'olive sont respectivement 1,089 et 0,918 *Stokes*.

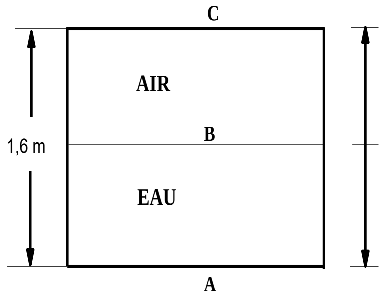
Déterminer son viscosité dynamique dans le système international des unités.

**Exercice 7 :**

Le réservoir en face est rempli à moitié d'eau. Quelle est la différence de pression entre les points A et B($\Delta P_{AB}$) ?

Déterminer la pression entre les points B et C($\Delta P_{BC}$) ?

Comparer ces résultats et conclure. On donne :

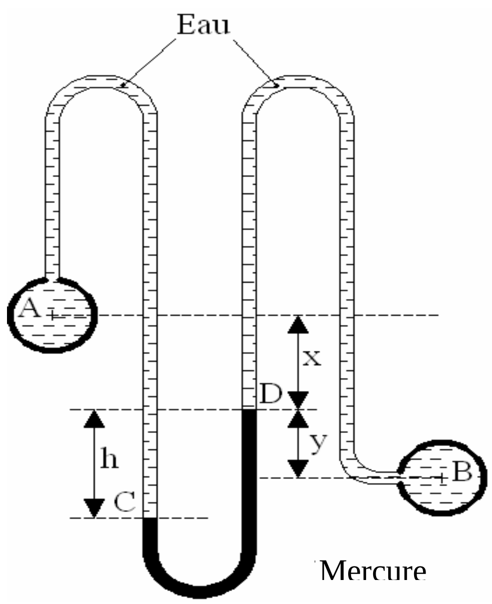



- La masse volumique de l'eau $\rho_{eau} = 1000\ Kg.m^3$
- La masse volumique de l'air $\rho_{eau} = 1.3\ Kg.m^3$

**Exercice 8** :

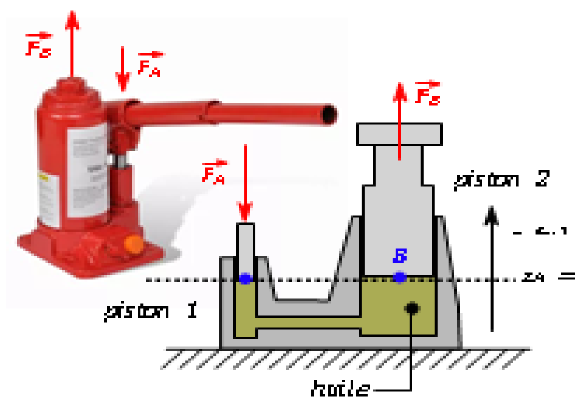
Les cuves A et B sont remplies d'eau sous des pressions égales à 2.80 et 1.40 bar respectivement. Quelle est la différence de hauteur entre les jauges de pression différentielle à mercure ?

Soit **:** **x** + **y** = 2 m ainsi que la densité du mercure : d = 13,57




**Exercice 9** :

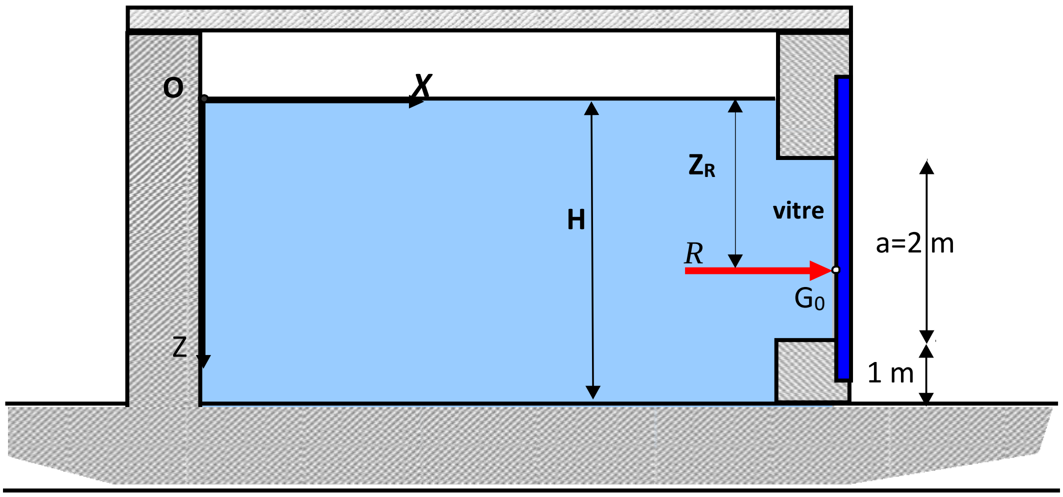
Le cric hydraulique désigne un appareil destiné à soulever un poids important (piston 2) par le biais d'un levier manipulé manuellement (voir figure). Une force de pression dont la valeur est égale à $F_A = F_{P1/h} = 100\ N$ est appliquée au piston 1 qui a un diamètre de $D_1 = 8\ mm$. Le deuxième piston possède un diamètre $D_2 = 60\ mm$. Au point B, l'huile exerce une force $F_B = F_{h/P2}$ sur le piston 2.



- Quelle est la pression de l'huile en A ($P_A$)?
- Quelle est la pression en B ($P_B$)? justifier votre réponse.
- Déterminer l'intensité de la force de pression $F_B$.
- Conclure.

**Exercice 10** :

Prenons l'exemple d'un grand aquarium qui se trouve dans les parcs d'attractions et qui est illustré dans la figure suivante :




Ce dernier est plein d'eau jusqu'à une hauteur de H= 6m et comporte une section rectangulaire en verre (2m x 3m) permettant d'observer l'intérieur.

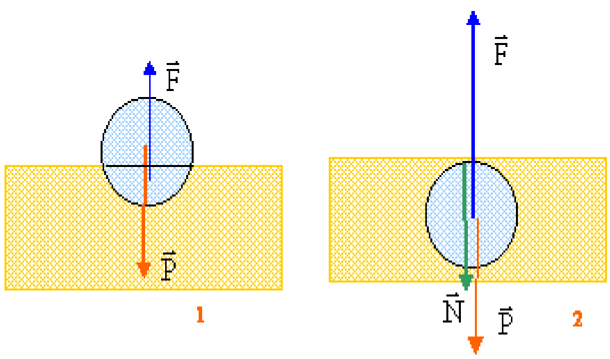
1• Illustrer le champ de pression appliqué à la section en verre.

2• Trouver l'intensité de la résultante des forces de pression *R*.

3• Déterminer la profondeur $Z_R$ du centre de poussée.

4• Répétez les deux dernières questions, en remplaçant la forme rectangulaire de la section en verre par une forme circulaire dont le diamètre est égal à 2m.

**Exercice 11** :



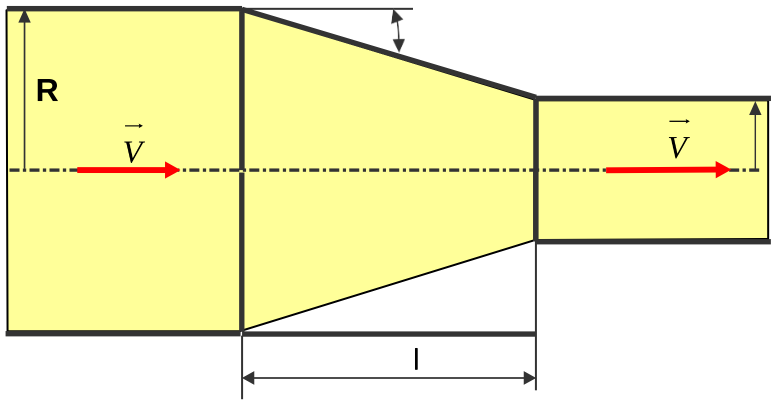

Une balle en caoutchouc possède un volume égal à 24 L et une masse égale à 2.6 kg. Elle flotte à la surface de l'eau.

1. Calculer le volume du liquide déplacé.
2. Déduire le pourcentage du volume de la balle se trouvant sous l'eau.

La balle est maintenue sans bouger sous l'eau. Déterminer les propriétés de la force appliquée (direction, sens et intensité).) ?

**Exercice 12 :**

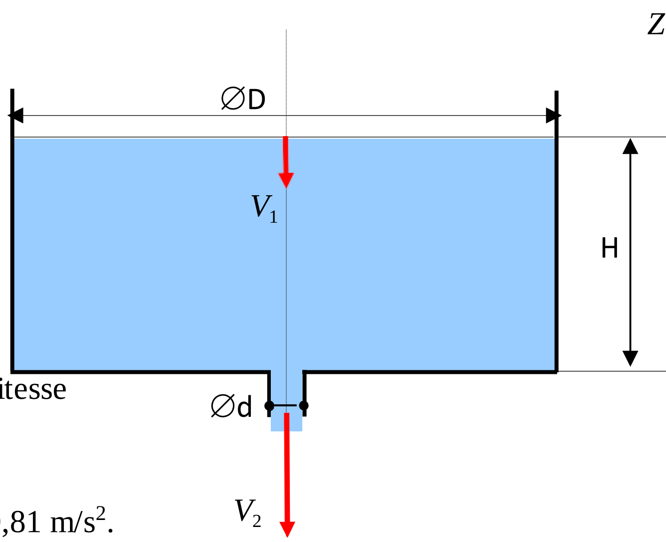
On souhaite augmenter la vitesse de circulation d'un fluide parfait dans une canalisation de façon à ce que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la canalisation possède un convergent dont l'angle est égal à $\alpha$ (voir le schéma).




1. Calculer le rapport des rayons ($R_1/R_2$).
2. Calculer ($R_1$ - $R_2$) en fonction de L et $\alpha$. En déduire la longueur L. ($R_1$ = 50 mm, $\alpha$ = 15°).

**Exercice 13 :**

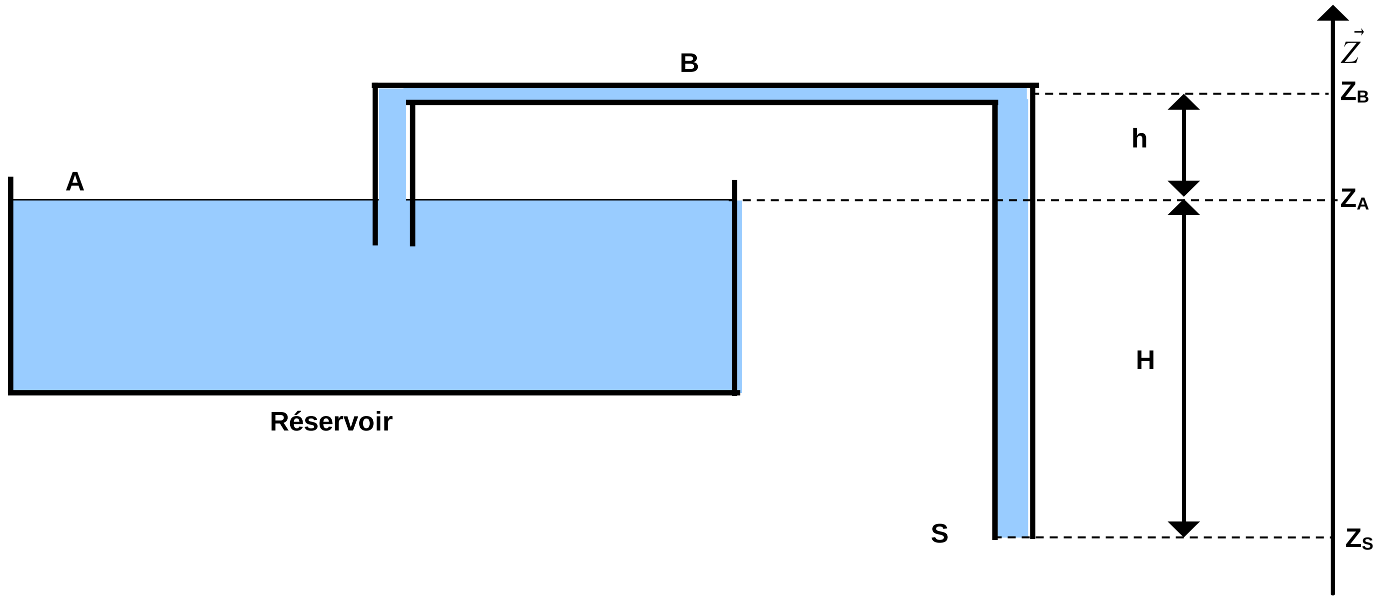
On considère un réservoir cylindrique de diamètre intérieur D = 2 m rempli d'eau jusqu'à une hauteur H = 3 m. Le fond du réservoir est muni d'un orifice de diamètre d = 10 mm permettant de faire évacuer l'eau. Si on laisse passer un temps très petit dt, le niveau d'eau H du réservoir descend d'une quantité dH. On note $V_1 = \frac{dH}{dt}$ la vitesse de descente du niveau d'eau et $V_2$ la vitesse d'écoulement dans l'orifice. On donne l'accélération de la pesanteur g =9,81 m/s$^2$.




1. Ecrire l'équation de continuité. En déduire l'expression de $V_1$ en fonction de $V_2$, D et d.
2. Ecrire l'équation de Bernoulli. On suppose que le fluide est parfait et incompressible.
3. A partir des réponses aux questions 1) et 2) établir l'expression de la vitesse d'écoulement V2 en fonction de g, H, D et d.
4. Calculer la vitesse V2. On suppose que le diamètre d est négligeable devant D. C'est-à-dire $\frac{d}{D} \ll 1$.
5. En déduire le débit volumique qV.

**Exercice 14 :**

On considère un siphon de diamètre d=10 mm alimenté par un réservoir d'essence de grandes dimensions par rapport à d et ouvert à l'atmosphère.




On suppose que :

- le fluide est parfait.

- le niveau du fluide dans le réservoir varie lentement.

- l'accélération de la pesanteur $g = 9.81\ m.s^{-2}$.

- le poids volumique de l'essence:   $= 6896\ N / m^3$ .

- $H = Z_A – Z_S = 2.5$ m.

1. En appliquant le Théorème de Bernoulli entre les points A et S, calculer la vitesse 'écoulement $V_S$ dans le siphon.
2. En déduire le débit volumique $q_V$.
3. Donner l'expression de la pression PB au point B en fonction de h, H,   et Patm. Faire une application numérique pour h = 0.4 m.
4. h peut-elle prendre n'importe quelle valeur ? Justifier votre réponse.

## Références bibliographiques

Notions de Mécanique Des Fluides: cours et exercices corrigés, Riadh Benhamouda.

Mécanique Des Fluides I: cours et applications, Youcefi Sarra.