



**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**Université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem**

**Faculté Des Sciences Exactes et de l'Informatique**

**Domaine des Sciences de la Matière**

**Département de physique**

**Projet de Fin d'Etudes**

**Pour obtenir le diplôme de Master en Physique**

**Option : Modélisation et Caractérisation des Matériaux**

**Présenté par :**

**BOUAKLECHE Ahlem**

**Sujet :**

**L'ETUDE DE L'EFFET COMPTON DANS LE CADRE DE  
L'ELECTRODYNAMIQUE QUANTIQUE.**

**Soutenu le : 25/05/2017**

Devant le jury composé de :

M <sup>f</sup>	BEGHDAD Mohammed	MCA	Université de Mostaganem	Président
M <sup>f</sup>	BOUATTOU Miloud	MAA	Université de Mostaganem	Examineur
M <sup>f</sup>	BELHOUARI Aissa	MCA	Université de Mostaganem	Encadreur

Année Universitaire: 2016/2017

# **Dédicace**

**À mes parents qui me sont les plus chers**

**Mes sœurs et mes frères**

**Toute ma famille**

**Tous mes amis**

**Tous les enseignants qui m'ont aidé de près ou de loin.**

**Et à tous ceux que j'aime.**

# Remerciements

je tiens tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

J'exprime ma reconnaissance et ma gratitude à mes très chers parents et toute ma famille pour leurs soutien et encouragements.

Je remercie mon encadreur **M<sup>r</sup> BELHOUARI Aissa** pour sa disponibilité et ses précieux conseils durant toute la période du travail.

Mes vifs remerciements vont également aux membres du jury **M<sup>r</sup> BAGHDAD Mohamed, M<sup>r</sup> BOUATTOU Miloud** pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant de l'examiner et de l'enrichir par leurs propositions.

J'exprime toute ma reconnaissance et gratitude à l'administration et à l'ensemble du corps enseignant de l'Université de Mostaganem pour leurs efforts à nous garantir la continuité et l'aboutissement de ce programme de Master.

Je remercie aussi tous les camarades de ma promotion et tous ceux que j'aime.

## Sommaire

**Remerciements**

**Dédicace**

**Listes des Figures et des Tableaux**

**Introduction générale** ..... 01

### Chapitre I : Interaction Rayonnement –matière

I. INTERACTION REYONNEMENT- MATIERE .....	02
I.1 Introduction .....	02
I.2 Le modèle standard .....	02
I.2.1 Les constituants élémentaires .....	02
I.2.1.1 Les fermions .....	03
I.2.1.2 Les bosons .....	04
I.3 Interaction photon dans la matière .....	05
I.3.1 L'effet photoélectrique .....	06
I.3.2 Effet Compton .....	07
I.3.2.1 Historique .....	07
I.3.2.2 Cinématique .....	07
I.3.3 Création de paires .....	08
I.3.4 Section efficace des interactions .....	09
I.3.4.1 Définition et notation .....	09
I.3.5 Atténuation dans la matière et absorption de photon .....	10
I.3.6 L'importance relative des trois effets .....	11

### Chapitre II: Électromagnétisme et relativité restreinte

II. Electromagnétisme et relativité restreinte .....	13
II.1 Introduction .....	13
II.2 L'électromagnétisme équation de maxwell .....	13
II.2.1 Introduction .....	13
II.2.2 Equation de Maxwell dans le vide .....	13
II.3 L'invariance sous transformation galiléen .....	15

II.4 Les postulats de la Relativité (Einstein 1905) .....	17
II.5 Transformation de Lorentz .....	18
II.6 Formulation quadri –dimensionnelle en électromagnétisme .....	19
II.6.1 L’écriture tensorielle des équations de Maxwell .....	19
II.6.1.1 Les équations de Maxwell dans le vide .....	19

### **Chapitre III : théorie quantique des champs**

III. THEORIE QUANTIQUE DESCHAMPS .....	23
III.1 Introduction .....	23
III.1.1 L’équation de Klein-Gordon .....	23
III.1.2 L’équation de Dirac .....	25
III.1.3 Quantification du champ électromagnétisme .....	29
III 1.3 Section efficace de diffusion. ....	30
III. 1.4 Les règles de Feynman .....	31
III. 1.5 Diffusion Compton .....	33
<b>Conclusion générale</b> .....	<b>38</b>
<b>Références bibliographies</b> .....	<b>39</b>

## Listes des Figures

### Chapitre I : Interaction Rayonnement –matière

Fig. I.1- Principaux processus d'interaction photon-matière .....	06
Fig. I.2- l'effet photoélectrique .....	06
Fig. I.3 – Cinématique de l'effet Compton .....	07
Fig. I.4 – créations de paires .....	09
Fig. I.5- atténuation d'un faisceau incident de photons dans une épaisseur de matière dx....	10
Fig. I.6- Prédominance des interactions photon – matière en fonction de l'énergie du photon incident ( $h\nu$ ) et du numéro atomique ( $Z$ ) .....	12

### Chapitre II: Électromagnétisme et relativité restreinte

Fig. II.1 -Représentation schématique des deux référentiels galiléens R et R' en translation rectiligne uniforme de vecteur vitesse $\vec{v}_e$ ou bien $\vec{v}$ dirigé selon l'axe O x .....	15
--	----

### Chapitre III : théorie quantique des champs

Fig.III.1- Exemple de diagramme de Feynman.....	31
Fig.III.2 -les diagrammes de Feynman de diffusion Compton.....	33
Fig. III.3 - Interaction entre électron et photon .....	34
Fig.III.4- Variation de la section efficace différentielle en fonction de l'angle de diffusion $\theta$ entre $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ .....	37

## Listes des Tableaux

### Chapitre I : Interaction Rayonnement –matière

Table. I.1- caractéristique principales des fermions du modèle standard .....	03
Table. I.2- caractéristique des bosons des trois interactions décrites par le modèle standard	05

# *Introduction générale*

---

## Introduction générale

Les équations de Maxwell et la force de Lorentz décrivent les interactions électromagnétiques à l'échelle macroscopique. A l'échelle atomique, il faut introduire la quantification du champ électromagnétique, c'est-à-dire le concept de photon. Le principe de cette quantification constitue la théorie dite de l'électrodynamique quantique. Cette dernière fut la première théorie quantique des champs dans laquelle les difficultés pour élaborer un formalisme purement quantiques permettant la création et l'annihilation de particules ont été résolues de façon satisfaisante.

Richard Feynman et autres avaient développé l'électrodynamique quantique relativiste, à savoir l'étude des interactions électromagnétiques entre particules (chargées) relativistes. On doit à Feynman une formulation lagrangienne de l'électrodynamique quantique, ainsi qu'une technique perturbative, permettant de calculer les sections efficaces d'interaction entre particules. Pour calculer sans se tromper chaque terme du développement perturbatif, Feynman proposa une technique di-agrammatique (les diagrammes de Feynman) utilisée de nos jours dans de nombreux domaines.

Nous nous intéressons dans ce mémoire à la description théorique de l'effet Compton. L'interaction entre le photon et l'électron étant purement électromagnétique, ce problème fut rapidement résolu et sa solution est fréquemment citée pour illustrer le succès de cette nouvelle mécanique. Cette interaction se traduit par une série de réactions qui peuvent être représentées par le schéma appelé graphe de Feynman.

La probabilité du phénomène en fonction de l'angle de diffusion du photon est calculable à l'aide des règles de Feynman. C'est une suite de conventions mathématiques qui permet d'associer à ce graphe une amplitude (qui est en général un nombre complexe) en donnant le carré du module qui est proportionnel à la probabilité cherchée, permet d'obtenir la section efficace différentielle du processus qui est connue par "l'équation de Klein - Nischina", et qui a une forme très simple lorsque photon incident et photon sortant ne sont pas polarisés.



# *Interaction rayonnement- matière*

---

## Sommaire

I.INTERACTION REYONNEMENT- MATIERE .....	2
I.1 Introduction.....	2
I.2 Le modèle standard.....	2
I.2.1 Les constituants élémentaires .....	2
I.2.1.1 Les fermions.....	3
I.2.1.2 Les bosons.....	4
I.3 Interaction photon dans la matière.....	5
I.3.1 L'effet photoélectrique .....	6
I.3.2 Effet Compton .....	7
I.3.2.1 Historique.....	7
I.3.2.2 Cinématique .....	7
I.3.3 Création de paires .....	8
I.3.4 Section efficace des interactions.....	9
I.3.4.1 Définition et notation .....	9
I.3.5 Atténuation dans la matière et absorption de photon .....	10
I.3.6 L'importance relative des trois effets .....	11

## **I. INTERACTION REYONNEMENT- MATIERE**

### **I.1 Introduction**

L'interaction du rayonnement avec matière est un sujet qui recouvre la plupart des domaines de la physique et chimie mais aussi de nombreuse autre discipline. A ce vaste champ d'étude s'ajoutent la variété et le grand domaine des rayonnements disponibles, et l'importance relative que prennent les divers processus d'interaction en fonction du domaine énergétique.

Dans ce chapitre nous allons décrire les différentes interactions élémentaires responsables de tous les phénomènes observés dans l'univers en se concentrant spécialement sur les différents types d'interaction des photons avec la matière.

### **I.2 Le modèle standard**

Modèle standard de la physique des particules est une théorie qui décrit les interactions forte, faible et électromagnétique, produites par l'ensemble des particules élémentaires qui constituent la matière.

#### **I.2.1 Les constituants élémentaires**

La physique des particules décrit les constituants élémentaires de la matière et leurs interactions. A partir du spin de ces particules, deux grandes catégories peuvent être distinguées, les fermions, de spin  $s = 1/2$ , qui représentent les particules de matière, et les bosons de spin  $s = 1$ , qui sont le transmetteur des différentes interactions entre les particules elles-mêmes.

### I.2.1.1 Les fermions

Les fermions sont composés de deux sous-catégories : les leptons et les quarks. Ils sont classés en trois familles (Génération) de fermions : la première génération comportent les particules élémentaires de la matière les plus connus, qui sont stables et les plus légères. Les particules appartenant à la deuxième et à la troisième famille les plus massiques et très rares. L'univers est presque constitué de la première génération. Pour toute la particule Il existe une antiparticule (anti-leptons et antiquarks) de charge opposée à la charge de la particule initiale. La table I.1 résume les caractéristiques principales des fermions.

Matière			
Familles	I	II	III
<b>Leptons</b>	$\nu_e$ (neutrino électronique) e (électron)	$\nu_\mu$ (neutrino muonique) $\mu$ (muon)	$\nu_\tau$ (neutrino tauonique) $\tau$ (tau)
<b>Quarks</b>	u (up) d (down)	c (charm) s (strange)	t (top) b (bottom)

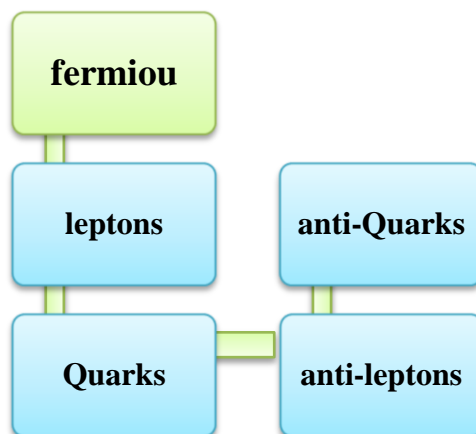


Table. I.1- caractéristique principales des fermions du modèle standard.

### I.2.1.2 Les bosons

L'interaction entre les particules de la matière (les fermions) se fait via l'échange de la particule (Bosons de jauge). Les interactions décrites par le modèle standard connues aujourd'hui sont au nombre de quatre :

✓ **l'interaction électromagnétique :**

Le photon est associé à l'interaction électromagnétisme qui se déplace à la vitesse de la lumière.

✓ **l'interaction faible**

L'interaction faible, responsable de l'instabilité ou la désintégration (exemple désintégration  $\beta^-$  : Il s'agit de l'émission d'un électron et d'un antineutrino selon réaction I.1). Les bosons vecteurs de cette interaction sont au nombre de trois : les bosons chargés  $W_{\pm}$  et le boson neutre  $Z_0$ , Elle est aujourd'hui décrite par la théorie électrofaible.

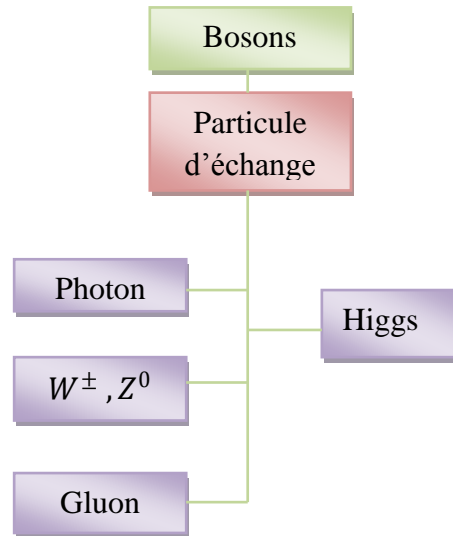


$\bar{\nu}$  : anti-neutrino (anti-particule du neutrino)

✓ **l'interaction forte**

Le Gluons est associé à l'interaction forte, elle est décrite par la théorie de la chromodynamique quantique qui fut formulée dans les années 70.

L'interaction gravitationnelle, qui régit l'attraction entre deux corps massifs, n'est pas décrite par le modèle standard. Aucune théorie à l'heure actuelle n'est capable d'inclure cette quatrième interaction fondamentale dans un formalisme qui englobe la description des trois autres forces. La table I.2 résume les caractéristiques principales des bosons en accord avec les prédictions du modèle standard.



Interaction	BOSONS
FORTE	GLUONS
ELECTROMAGNETIQUE	PHOTON
FAIBLE	Z°, W +, W-

Table. I.2- caractéristique des bosons des trois interactions décrites par le modèle standard.

### I.3 Interaction photon dans la matière

Le rayonnement électromagnétique  $\gamma$  ne possède pas de charge électrique peut être représenté comme une onde électromagnétique. Il interagit dans la matière suivant trois processus principaux : l'effet photoélectrique, l'effet Compton, et la création de paires. L'importance relative de ces trois effets dépend de l'énergie du  $\gamma$  et du numéro atomique  $Z$  du milieu (fig. I.6).

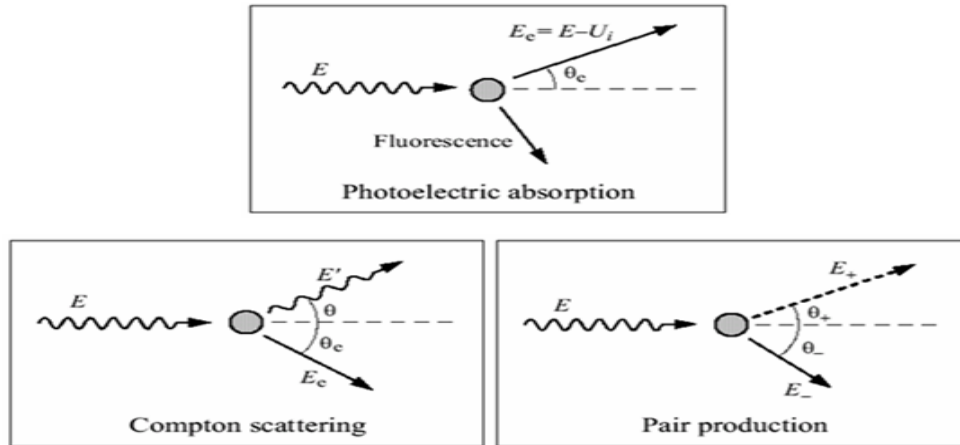


Fig. I.1- Principaux processus d'interaction photon-matière

### I.3.1 L'effet photoélectrique

L'effet photoélectrique fut découvert par Hertz en 1887 et interprété par Einstein en 1905.

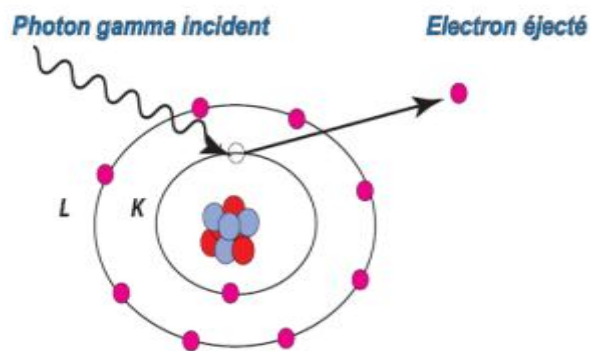


Fig. I.2- l'effet photoélectrique.

Lors du processus d'absorption photoélectrique, représenté Figure I.2, le photon incident est intégralement absorbé par un atome de la matière. Un électron qui est éjecté emportant une énergie cinétique égale la différence entre l'énergie  $h\nu$  du photon incident et son énergie de liaison  $U_i$ :

$$E_c = E - U_i \quad (I.2)$$

L'effet photoélectrique ne peut avoir lieu que si l'énergie du photon incident est supérieure à l'énergie de liaison de l'électron

### I.3.2 Effet Compton

#### I.3.2.1 Historique

Le rayonnement électromagnétique est diffusé lors de son passage à travers la matière. En 1921, A.H. Compton a observé que les rayons X diffusés dans la matière possédaient une fréquence plus petite que les rayons incidents. En décrivant l'interaction sous forme de collision entre le photon de rayonnement X et un électron de la matière diffusante, l'énergie et la quantité de mouvement devant être conservées.

Le changement observé de la longueur d'onde dépend seulement de l'angle de diffusion, pas du matériau du corps diffuseur. Du fait de l'absorption réduite dans le corps diffuseur, les matériaux appropriés pour des études sur l'effet Compton doivent avoir un numéro atomique faible comme par exemple l'aluminium.

#### I.3.2.2 Cinématique

Au cours d'un effet Compton, un photon incident d'énergie  $h\nu$  entre en collision avec un électron considéré comme libre. Contrairement à l'effet photoélectrique, le photon ne disparaît pas, il est diffusé élastiquement selon la réaction :

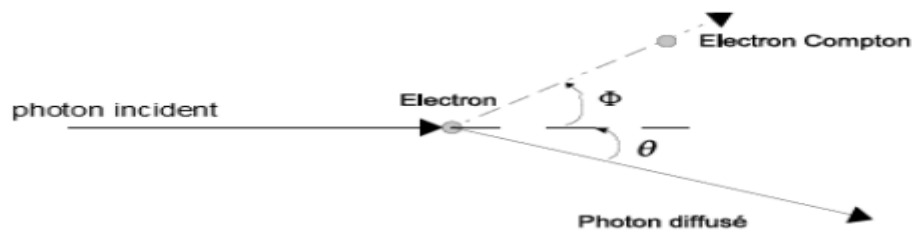


Fig. I.3 – Cinématique de l'effet Compton.

La conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie totale lors de la diffusion du photon d'énergie  $h\nu$  sur un électron au repos permet de calculer l'énergie  $h\nu'$  du photon diffusé à l'angle  $\theta$  (fig. I.3) :

$$h\nu' = h\nu \frac{\alpha(1 - \cos\theta)}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \quad (\text{I.4})$$

Et l'énergie cinétique de l'électron

$$T_e = h\nu \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \quad (\text{I.5})$$

Où  $\alpha = \frac{h\nu_0}{m_e c^2}$ ,  $m_e c^2$  est l'énergie de masse de l'électron (511 keV).

La relation (I.4) montre qu'en cas de rétrodiffusion, (i.e. lorsque le photon est diffusé avec un angle supérieur à  $90^\circ$ ), l'énergie du photon diffusé est toujours inférieure à 511 keV.

En ce qui concerne la formule de Compton donne la variation de longueur d'onde du photon en fonction de son angle d'observation  $\theta$  :

$$\lambda - \lambda' = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) \quad \text{relation de Compton – Debye} \quad (\text{I.6})$$

$\frac{h}{m_0 c}$  Est appelée longueur d'onde de Compton-Debye et vaut 2,426 pm.

La probabilité pour qu'un photon  $\gamma$  interagisse avec un atome est donc proportionnelle au nombre de charge  $Z$  du milieu pour un matériau donné, la probabilité pour qu'un photon interagisse est proportionnel à la densité d'électrons.

### I.3.3 Création de paires

L'effet de production de paire ou matérialisation est un mécanisme par lequel un photon, dans le champ coulombien du noyau, se convertit en une paire électron – électron (fig. I.4):





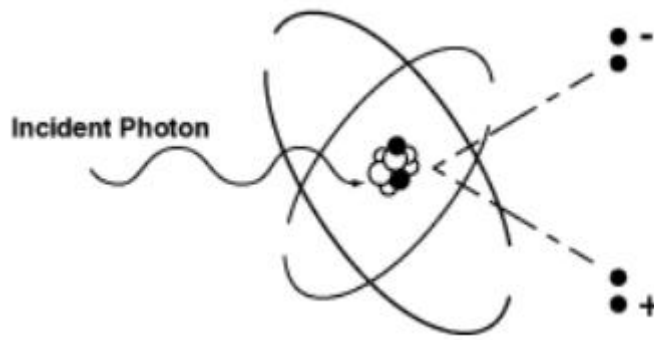


Fig. I.4 – créations de paires.

L'électron et le positon créés ont la même masse  $m_e$  et la même énergie cinétique  $T_e$ . Si  $T_\gamma$  est l'énergie incidente du photon, la conservation de l'énergie s'écrit :

$$T_\gamma = 2m_e c^2 + 2T_e \quad (\text{I.8})$$

Cette équation (I.8) montre que la création de paire est une réaction à seuil qui n'est possible que lorsque l'énergie du photon incident a une valeur supérieure à deux fois la masse de l'électron. L'excédent d'énergie étant emporté par l'électron et le positron sous forme d'énergie cinétique :

$$E_c = 2m_e c^2 + E_{e^-} + E_{e^+} \quad (\text{I.9})$$

Où,  $m_e c^2 = 511 \text{ MeV}$  est équivalent énergétique de la masse de l'électron et du positron,  $E_{e^-}$  et  $E_{e^+}$  sont l'énergie cinétique de l'électron et du positron respectivement.

### I.3.4 Section efficace des interactions

#### I.3.4.1 Définition et notation

En physique nucléaire ou en physique des particules, la section efficace est une grandeur physique reliée à la probabilité d'interaction d'une particule pour une réaction donnée. L'unité de section efficace est une unité de surface ; on utilise traditionnellement le barn (b) :

$$1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 100 \times 10^{-30} \text{ m}^2 \quad (\text{I.10})$$

A chacun de ces modes d'interaction est associée une section efficace, qui dépend de l'énergie des photons incidents et du numéro atomique  $Z$  du matériau traversé. L'importance relative de ces trois modes en fonction de  $E$  et  $Z$  est représentée sur la fig.1.6, avec  $\sigma_{ph}$ ,  $\sigma_c$ ,  $\sigma_{pair}$  les sections efficaces des effets photoélectrique, Comptons et création de paires respectivement.

L'interaction des photons avec la matière a comme section efficace la somme de toutes les sections efficaces des différents processus. Elle est donnée par :

$$\sigma_\gamma = \sigma_{ph} + \sigma_c + \sigma_{pair} \quad (\text{I.11})$$

### I.3.5 Atténuation dans la matière et absorption de photon

Dans le cas un faisceau mince unidirectionnel de photons mono énergétiques traverse un milieu matériel, une partie des photons est arrêtée, une autre déviée (diffusée) et une autre transmise restant dans la même direction de propagation du faisceau sans être déviée. Ainsi, L'énergie totale du faisceau sera diminuée ou atténuée.

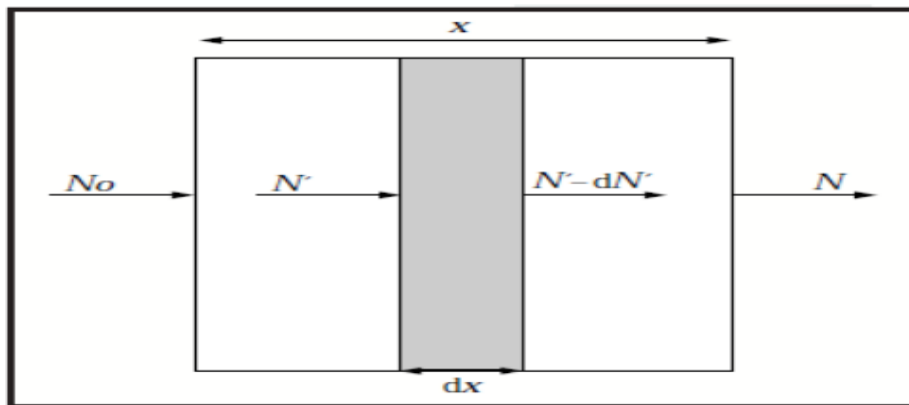


Fig. I.5- atténuation d'un faisceau incident de photons dans une épaisseur de matière  $dx$ .

L'étude de probabilités d'interaction des photons avec la matière conduit à la définition des lois d'atténuation d'un faisceau de photons, Si on considère un écran d'épaisseur  $x$  caractérisé par un coefficient d'atténuation linéique  $\mu$  et recevant  $N_0$  photons, il n'en laissera passer un nombre  $N$  tel que (fig. I.5)

$$N = N_0 e^{(-\mu x)} \quad (\text{I.12})$$

Tel que si l'épaisseur  $x$  est en cm, le coefficient d'atténuation linéique  $\mu$  est mesuré en  $\text{cm}^{-1}$ .

L'atténuation que subit un faisceau de photons en traversant la matière résulte trois interactions que peuvent subir les photons, chaque type d'interaction étant caractérisé par un coefficient d'atténuation. Ainsi le coefficient est la somme de trois d'interaction avec la matière.

$$\mu = \mu_{ph} + \mu_c + \mu_{pair} \quad (\text{I.13})$$

De même Le coefficient massique d'atténuation, proportionnel à la probabilité d'interaction totale (c'est à dire pour toutes les interactions) d'un faisceau de photons est une grandeur additive vis à vis :

✓ des diverses interactions : le coefficient d'atténuation massique total  $\mu/\rho$  est la somme des coefficients massiques d'atténuation pour chaque interaction photon - matière. Compte tenu des diverses interactions décrites, on peut donc écrire :

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu_{ph}}{\rho} + \frac{\mu_c}{\rho} + \frac{\mu_{pair}}{\rho} \quad (\text{I.14})$$

### I.3.6 L'importance relative des trois effets

La figure I.6 nous montre clairement l'importance des trois effets en fonction de l'énergie  $h\nu$  du photon incident et du numéro atomique  $Z$ , ceci permet définir trois zones de prépondérance pour chacune des trois interactions fondamentales.

- ✓ Faible énergie  $< 100$  KeV des photons et haut  $Z$  : prédominance de l'effet photoélectrique.
- ✓ Énergie moyenne (100 -1 MeV) et  $Z$  moyen : prédominance de l'effet Compton
- ✓ Énergie élevée  $>1.02$  MeV et  $Z$  élevé : prédominance de la production de paires

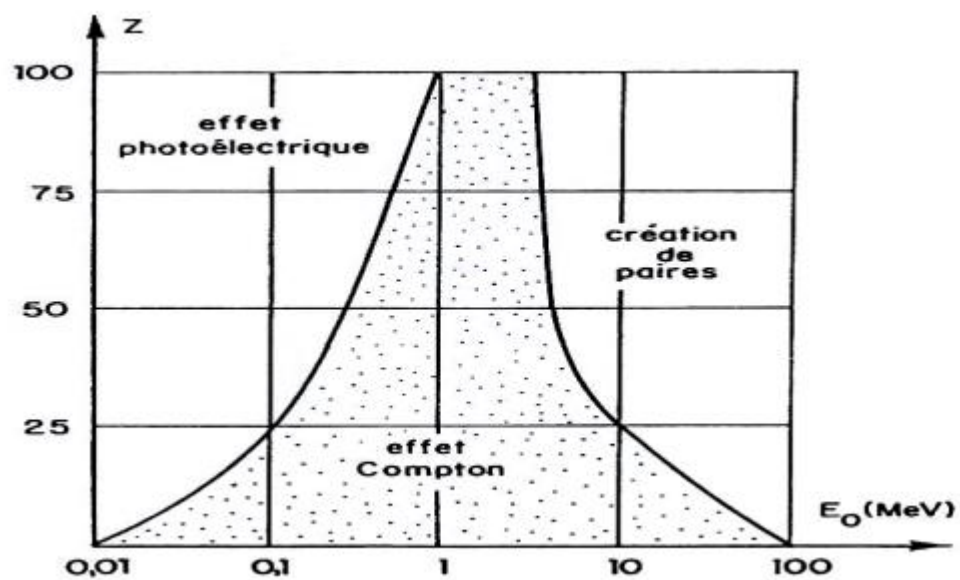


Fig. I.6- Prédominance des interactions photon – matière en fonction de l'énergie du photon incident ( $h\nu$ ) et du numéro atomique ( $Z$ ).

# *Électromagnétisme et relativité restreinte*

---

## Sommaire

II. Electromagnétisme et relativité restreinte .....	13
II.1 Introduction .....	13
II.2 L'électromagnétisme équation de maxwell.....	13
II.2.1 Introduction .....	13
II.2.2 Equation de Maxwell dans le vide.....	13
II.3 L'invariance sous transformation galiléen .....	15
II.4 Les postulats de la Relativité (Einstein 1905).....	17
II.5 Transformation de Lorentz.....	18
II.6 Formulation quadri –dimensionnelle en électromagnétisme .....	19
II.6.1 L'écriture tensorielle des équations de Maxwell.....	19
II.6.1.1 Les équations de Maxwell dans le vide .....	19

## II. Electromagnétisme et relativité restreinte

### II.1 Introduction

L'électromagnétisme a contribué à la naissance de la relativité restreinte ; il est donc logique de reformuler ses lois dans un contexte quadridimensionnel .Nous allons donner une brève description de ce formalisme dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte par l'utilisation du calcul tensoriel. Dans la suite, nous utilisons des indices ( $\mu, \nu, \sigma$ , etc.) pour numéroter des composantes spatio-temporelles (0, 1, 2, 3) des tenseurs.

### II.2 L'électromagnétisme équation de maxwell

#### II.2.1 Introduction

Bien que les phénomènes électromagnétiques soient connus depuis l'Antiquité, les premières expériences sur l'électricité et le magnétisme remontent seulement au XVII<sup>ème</sup> siècle. L'analyse scientifique de ces phénomènes commence avec les travaux de Coulomb sur l'électrisation, qui furent publiés en 1785, et qui conduisaient à la théorie dynamique du champ électromagnétique de Maxwell, publiée en 1864. Cette théorie fut validée en 1888 par Hertz, qui avait découvert des ondes électromagnétiques se propageant à la vitesse de la lumière. Par la suite qu'il était possible d'étudier tous les phénomènes électromagnétiques à partir des équations de maxwell faisant intervenir le concept de champ électrique, champ magnétique, densité de charge et de densité de courant.

#### II.2.2 Equation de Maxwell dans le vide

L'électromagnétisme repose sur les équations de maxwell et la force de Lorentz. Ces équations sont (sous forme locale).

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (\text{II.1})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.2})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.3})$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (\text{II.4})$$

Dans ces équations  $\varepsilon_0$  (permittivité électrique) et  $\mu_0$  (perméabilité magnétique) qui satisfont à la relation  $\mu_0 \varepsilon_0 = c^{-2}$ , où  $c$  est la vitesse de la lumière qui est une constante fondamentale de la physique.

A ces équations, il convient d'ajouter que toute particule de charge  $q$  est soumise à la force de Lorentz si cette charge se déplace un champ magnétique :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.5})$$

La relation qui exprime la conservation locale de la charge électrique se déduit à partir des équations de Maxwell (II.1) et (II.4), on tire :

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.6})$$

Dans le vide, en l'absence de charge électrique et de courant électrique, ces équations prennent la forme suivante

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 0 \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Puisque la divergence du champ magnétique est nulle, celui-ci est le rotationnel d'un autre champ vectoriel. On note donc :

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A} \quad (\text{II.8})$$

Et l'on appelle  $\vec{A}$  le potentiel vecteur. On en déduit

$$\begin{aligned} \text{rot}\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial(\text{rot}\vec{A})}{\partial t} = -\text{rot}\left(\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) \\ \vec{E} &= -\vec{\nabla}V - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

### II.3 L'invariance sous transformation galiléen

Considérons un référentiel galiléen R et un autre référentiel R' en mouvement de translation uniforme à la vitesse  $v$  par rapport à R dans la direction  $x$ , la transformation de coordonnées qui en résulte est la transformation de Galli lé:

$$x' = x - v_e t, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t \quad (\text{II.10})$$

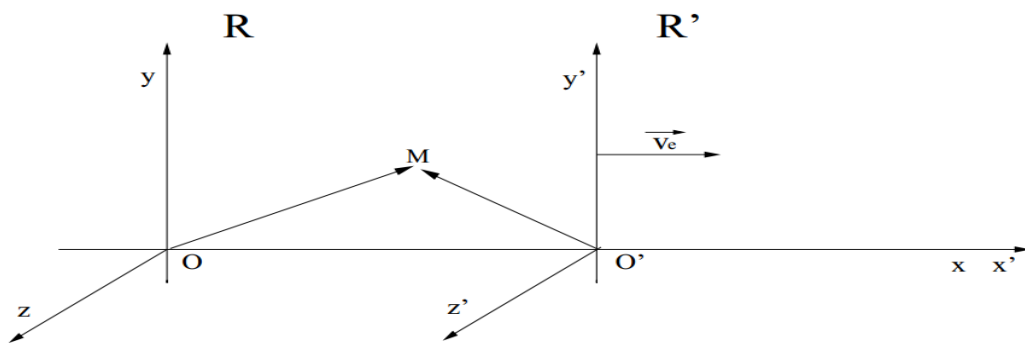


Fig. II.1 -Représentation schématique des deux référentiels galiléens R et R' en translation rectiligne uniforme de vecteur vitesse  $\vec{v}_e$  ou bien  $\vec{v}$  dirigé selon l'axe O x.



D'un référentiel inertiel (R) à un autre référentiel inertiel (R'), la représentation des grandeurs physiques, et donc de leurs composantes, est différente : les grandeurs  $m$ ,  $v$ ,  $t$ ,  $F$ , etc. .... dans (R) deviennent respectivement  $m'$ ,  $v'$ ,  $t'$ ,  $F'$  dans (R'). La théorie de la relativité restreinte permet d'expliciter les relations qui existent entre les représentations de chaque grandeur physique du référentiel (R) et du référentiel (R'). Considérons alors une loi physique, écrite dans le référentiel (R), disons la loi fondamentale de la dynamique projetée suivant l'axe des  $x$ , pour fixer les idées :

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (\text{II.11})$$

Puisque cette loi physique doit être invariante par changement de référentiel, elle doit prendre la forme suivante dans le référentiel (R') :

$$\vec{F}' = m' \vec{a}' \quad (\text{II.12})$$

Les équations de Maxwell dans R s'écrivent :

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{B} &= 0 \\ \text{rot } \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{E} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

Si les équations de Maxwell sont invariantes par la transformation de Lorentz elle auront dans R', la même forme. Ces équations sont s'écrites alors dans R'

$$\begin{aligned}
 \text{rot } \vec{E}' &= -\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t} \\
 \text{div } \vec{B}' &= 0 \\
 \text{rot } \vec{B}' &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t} \\
 \text{div } \vec{E}' &= 0
 \end{aligned}
 \tag{II.13}$$

Cependant, il apparaît que ce n'est pas le cas

$$\text{div } \vec{E} = \text{div } \vec{E}' + v_e \left( \frac{\partial B'_{x'}}{\partial y'} - \frac{\partial B'_{y'}}{\partial z'} \right)
 \tag{II.14}$$

Il apparaît alors que les équations de Maxwell n'est pas conservée (invariant) par la transformation de Galilée. Le principe de Galilée (les lois de la mécanique sont invariantes par changement de référentiel galiléen). Pour cela deux hypothèses ont été émises à l'époque :

**Hypothèse 1 :** Les équations de Maxwell sont fausses. Les équations correctes restent à être découvertes et devront être invariantes sous une transformation Galiléenne.

**Hypothèse 2 :** L'invariance Galiléenne est fautive. Il y a une transformation plus générale, qui reste à découvrir, qui préserve la forme des équations de Maxwell. La mécanique classique doit être reformulée telle qu'elle soit invariante sous cette nouvelle transformation.

#### II.4 Les postulats de la Relativité (Einstein 1905)

Historiquement, Einstein a construit la Relativité Restreinte à partir des deux postulats suivants :

✓ **Postulat 1 ou principe de relativiste**

Tous les référentiels galiléens sont équivalents pour décrire les lois fondamentales de la nature, qui conservent donc la même forme dans tout changement de référentiel galiléen. Ce principe est également appelé principe d'invariance.

✓ **Postulat 2 ou L'invariance de la vitesse de la lumière**

La lumière se propage toujours dans le vide avec une certaine vitesse  $c$  qui est indépendante de l'état de mouvement de la source lumineuse. Cela peut se traduire par le fait que la vitesse de la lumière dans le vide est une constante indépendante du référentiel d'inertie d'observation.

## II.5 Transformation de Lorentz

La transformation de Galilée étant incapable de satisfaire au principe de relativité en ce qui concerne les équations de Maxwell, la question est de savoir quelle transformation on doit utiliser pour transformer les coordonnées d'un référentiel galiléen en les coordonnées d'un autre référentiel galiléen. Afin de régler la question de la transformation des équations de Maxwell, Hendrix Antoon Lorentz a dérivé une nouvelle forme de transformation (transformation de Lorentz) rendant invariante les équations de Maxwell, il faut modifier les Formules de changement de référentiel.

$$x = \gamma (x' - v t'), \quad y = y', \quad z = z', \quad c t' = \gamma (c t - \frac{v}{c} x') \quad (\text{II.15})$$

avec : le facteur de Lorentz  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$x, y, z$  et  $t$  étant les coordonnées spatio-temporelles d'un événement dans référentiel  $R$ ,  $x', y', z'$  et  $t'$  les coordonnées spatio-temporelles même événement dans le référentiel  $R'$ .

La transformation de Lorentz est identique à la transformation de Galilée lorsque la vitesse relative  $v$  est faible par rapport à la vitesse de la lumière ( $v \ll c$ ). On peut donc affirmer que la transformation de Galilée est une approximation à basse vitesse de la transformation de Lorentz.

## II.6 Formulation quadri-dimensionnelle en électromagnétisme

Comme on l'a mentionné plus haut, les équations de Maxwell ne sont pas invariantes dans transformation galiléenne, mais elles le sont dans une transformation de Lorentz. Cela suggère que l'électromagnétisme possède une structure naturellement compatible avec la formulation quadri-dimensionnelle de la relativité, comme nous allons voir ci-dessous.

### II.6.1 L'écriture tensorielle des équations de Maxwell

Les équations de Maxwell portent sur les dérivées partielles liées à ce tenseur, il suffit d'explicitier les quatre équations, et de synthétiser la forme qu'elles prennent lorsqu'on y introduit les composantes tensorielles.

#### II.6.1.1 Les équations de Maxwell dans le vide

Ecrire les lois de la physique sous forme covariante démontre explicitement qu'elles obéissent au principe de relativité. On a déjà vu que les équations de Maxwell en termes de potentiels créés par les sources peuvent être formulées sous forme covariante :

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 j^\nu \quad (\text{II.16})$$

Dans la suite, on va écrire ces mêmes équations sous forme covariante en termes de champs E et B, c'est à dire sous forme tensorielle avec  $F_{\mu\nu}$ .

$$F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu \quad (\text{II.17})$$

Ici, le tenseur  $F_{\mu\nu}$ , qui est, précisons-le, anti symétrique, Tous ses termes diagonaux sont nuls  $F_{\mu\mu}=0$ , On peut donc s'exprime sous cette forme

$$F_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$

En fait, avec ces équations, nous disposons déjà de l'électromagnétisme au complet (sans compter la force de Lorentz) puisque les lois liant le champ électromagnétique aux sources, autrement dit les équations de Maxwell, que nous allons maintenant réécrire sous forme covariante résultent de celles-ci. Opérateurs de dérivation spatiales et temporelles y sont séparés comme champ électrique et magnétique. Il est possible de construire un formalisme qui ne distingue plus entre temps et espace, et entre électrique et magnétique. Premièrement on note  $x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z$ , et on peut aussi définir la dérivation par rapport aux coordonnées contra-variantes:

$$\partial_\mu = \nabla_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x^0} \text{ si } \mu = 0 \\ -\frac{\partial}{\partial x^\mu} \text{ si } \mu = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Un calcul élémentaire montre que :

$$\partial_\sigma F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\sigma} + \partial_\nu F_{\sigma\mu} = 0 \quad (\text{II.20})$$

La représentation des champs physiques en termes de potentiels nous fournit donc les équations manquantes.

Vérifions qu'on retrouve les équations de Maxwell (le cas système naturel  $c = 1$ )

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{E} &= \rho \\ \text{rot } \vec{B} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{B} &= 0 \\ \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

On réécrit l'équation (II.16) en termes de  $E$  et  $B$  de l'indice  $\mu, \nu$  :

$$\partial_{\mu} F^{\mu\nu} = j^{\nu} \Rightarrow \partial_0 F^{\nu 0} + \partial_1 F^{\nu 1} + \partial_2 F^{\nu 2} + \partial_3 F^{\nu 3} = j^{\nu} \quad (\text{II.22})$$

On prend  $\nu=1$

$$\Rightarrow \partial_0 F^{10} + \partial_1 F^{11} + \partial_2 F^{12} + \partial_3 F^{13} = j^1 \quad (\text{II.23})$$

$$\Rightarrow \partial_0 F^{10} + \partial_2 F^{12} + \partial_3 F^{13} = j^1$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial B_z}{\partial y} + \frac{\partial B_y}{\partial z} = j_x$$

$$\Rightarrow \frac{\partial B_y}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial y} = j_x + \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

On retrouve la seconde équation du système (II.21) :

$$\text{rot } \vec{B} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II.24})$$

On prenant  $\nu=0$ , l'équation (II.16) s'écrit :

$$\partial_{\mu} F^{\mu 0} = j^0 \Rightarrow \partial_{\mu} F^{0\mu} = \partial_1 F^{01} + \partial_2 F^{02} + \partial_3 F^{03} = j^0 \quad (\text{II.25})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \rho$$

On retrouve donc la première équation de Maxwell du système (II.21) :

$$\text{div } \vec{E} = \rho \quad (\text{II.26})$$

On peut vérifier que l'équation (II.20) donne les deux dernières équations de Maxwell.

En prenant les 3 indices ( $\sigma = 1, \mu = 2$  et  $\nu = 3$ ), on obtient :

$$\partial_1 F_{23} + \partial_2 F_{31} + \partial_3 F_{12} = \frac{\partial F_{23}}{\partial x} + \frac{\partial F_{31}}{\partial y} + \frac{\partial F_{12}}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial y} - \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad (\text{II.27})$$

On retrouve donc la troisième équation de Maxwell du système (II.21) :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II.28})$$

En prenant les 3 indices ( $\sigma = 0, \mu = 1$  et  $\nu = 2$ ), on obtient :

$$\partial_0 F_{12} + \partial_1 F_{20} + \partial_2 F_{01} = \frac{\partial F_{12}}{\partial t} + \frac{\partial F_{20}}{\partial x} + \frac{\partial F_{01}}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (\text{II.29})$$

On retrouve donc la quatrième équation de Maxwell du système (II.21) :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.30})$$

Nous venons donc de montrer que les équations de Maxwell prennent la forme.

$$\partial_\mu F^{\nu\mu} = j^\nu \Rightarrow \begin{cases} \text{div } \vec{E} = \rho \\ \text{rot } \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + j \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

$$\partial_\sigma F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\sigma} + \partial_\nu F_{\sigma\mu} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{B} = 0 \end{cases}$$

# *Chapitre III*

## *Théorie quantique des champs*

---

### Sommaire

III.	THEORIE QUANTIQUE DESCHAMPS .....	23
III.1	Introduction .....	23
III.1.1	L'équation de Klein-Gordon : .....	23
III.1.2	L'équation de Dirac .....	25
III.1.3	Quantification du champ électromagnétisme .....	29
III.1.4	Section efficace de diffusion .....	30
III.1.5	Les règles de Feynman .....	31
III.1.6	Diffusion Compton .....	33



### III. THEORIE QUANTIQUE DESCHAMPS

#### III.1 Introduction

L'outil théorique principal qui sert le mieux actuellement à comprendre le comportement des objets fondamentaux qui composent notre univers physique est la théorie des champs. Par ce formalisme, le concept de champ quantique est appliqué à la description des particules élémentaires et de leurs interactions. La théorie quantique des champs est une brillante construction qui fait le pont entre les résultats importants de la relativité et ceux de la mécanique quantique. En plus de traiter les interactions entre particules de façon covariante (invariance des lois physiques lors du passage d'un référentiel à un autre) comme l'exige la relativité, la théorie des champs permet aussi d'expliquer les processus de création et d'annihilation des particules.

On quantifie des champs les particules sont alors les excitations de ces champs (quanta).

$\varphi(x) \rightarrow$  Associé à une particule sans spin.

*(champ scalaire)*

$A^\mu(x) \rightarrow$  Associé à une particule avec spin 1.

*(champ vectoriel)*

$\psi(x) \rightarrow$  Associé à une particule avec spin  $\frac{1}{2}$ .

*(champ spinoriel)*

#### III.1.1 L'équation de Klein-Gordon :

La première idée fut de chercher un substitut à l'équation de Schrödinger qui soit compatible avec les transformations de Lorentz, sans changer le formalisme. Schrödinger avait d'abord trouvé une équation relativiste, mais elle ne donnait pas les bons résultats pour l'atome d'hydrogène. Cette équation de Schrödinger à été reprise depuis et porte le nom d'équation de Klein-Gordon, du nom des physiciens Oskar Klein et Walter Gordon. L'équation de Klein-Gordon décrit l'évolution du champ scalaire associe à une particule de spin nul. Cette equation à été obtenue par le principe de correspondance de la mecanique

quantique (à toute grandeur physique correspond un opérateur ) mais en utilisant l'expression relativité de H .

$$p \rightarrow -i\hbar\nabla \quad (\text{III.1})$$

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (\text{III.3})$$

D'abord, nous avons utilisé le système d'unités naturel ( $c = \hbar = 1$ ) pour simplifier les notations. Ainsi, Le passage aux opérateurs (III.1) et (III.2) à la relation relativiste (III.3) Permet de construire une équation différentielle du second ordre régissant l'évolution d'une fonction d'onde  $\psi$ , l'équation dite de Klein-Gordon :

$$\begin{aligned} (E^2 - p^2)\psi &= m^2\psi \\ -\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - (-i\hbar\nabla)^2 \psi &= m^2\psi \\ -\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2\right)\psi - m^2\psi &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

cette equation (III.4) est invariante sous transformations de Lorentz, mais au contraire l'équation de Schrödinger ne l'est pas. La relation énergie-impulsion relativiste dispose de deux solutions  $E = \pm \sqrt{p^2 + m^2}$ , ce qui veut dire contient qu'il existe aussi une solution d'énergie négative pour chaque solution d'énergie positive. Mais l'équation ne permet pas de définir une probabilité de présence toujours positive.

Les solutions générales de Klein Gordan c'est une superposition

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{m}{E} ( a e^{-ipx} + a^+ e^{ipx} ) \quad (\text{III.5})$$

Nous présentons maintenant les opérateurs qui connectent des états avec des nombres différents de particules. Il suffit de se concentrer sur les états  $|0_k\rangle, |1_k\rangle, |2_k\rangle, \dots |N_k\rangle$  avec une valeur fixe de  $k$ , introduire les opérateurs de connexion, puis généraliser à tout  $k$ . Nous définissons donc un opérateur d'annihilation et création de particules  $a_k$  et  $a_k^+$  par

$$\begin{aligned} a_k |n_k\rangle &= \sqrt{n_k} |n_k - 1\rangle, \\ a_k^+ |n_k\rangle &= \sqrt{n_k + 1} |n_k + 1\rangle. \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

Ces propriétés de  $a$ ,  $a^\dagger$  peuvent être résumées par les règles de commutation

$$[a, a] = 0, \quad [a^+, a^+] = 0, \quad [a, a^+] = 1 \quad (\text{III.7})$$

Avec les règles de commutation

$$[a_k, a_l] = 0, \quad [a_k^+, a_l^+] = 0, \quad [a_k, a_l^+] = \delta_{kl} \quad (\text{III.8})$$

### III.1.2 L'équation de Dirac

Dirac a introduit son équation pour remédier aux problèmes posés par l'équation de Klein-Gordon: solution d'énergie négative et densité de probabilité négative. Comme, l'a fait remarquer Dirac en 1927, la source des problèmes de l'équation de Klein-Gordon était due à la présence de dérivées de second ordre conduisant fatalement à une ambiguïté de signe. Dirac cherche donc à écrire une équation du premier ordre par rapport au temps, et donc aussi par rapport aux variables d'espace à cause du principe de relativité:

$$H\psi = i \frac{\partial}{\partial t} \psi = (-i\alpha^i \frac{\partial}{\partial x^i} + \beta \cdot m)\psi \quad (\text{III.9})$$

(Somme sur  $i$ )

$$H = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + m \cdot \beta \quad (\text{III.10})$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont déterminés en imposant que le carré du hamiltonien soit équivalent à l'expression du carré de l'énergie relativiste :

$$\begin{aligned}
H^2 &= -\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi = (\alpha_i p_i + m.\beta)(\alpha_j p_j + m.\beta)\psi \\
&= [(\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i)p_i p_j + m(\alpha_i p_i \beta + \beta \alpha_j p_j) + m^2 \beta^2]\psi \\
&= \left[ \frac{1}{2} \{ \alpha_i, \alpha_j \} p_i p_j + m \{ \alpha_i, \beta \} + m^2 \beta^2 \right] \psi \\
&= (p^2 + m^2)\psi
\end{aligned} \tag{III.11}$$

Cette relation impose donc, comme on peut le voir, des conditions anti commutation sur les coefficients  $\alpha_i$  et  $\beta$ . Ces conditions sont:

$$\{ \alpha_i, \alpha_j \} = 2\delta_{ij}, \quad \{ \alpha_i, \beta \} = 0, \quad \beta^2 = I \tag{III.12}$$

De plus, Les paramètres  $\alpha_i$  et  $\beta$  ne peuvent donc pas être des nombres ; il faut prendre des opérateurs linéaires, qu'on peut donc représenter par des matrices.

L'équation de Dirac peut être écrite plus élégamment en introduisant quatre matrices gamma de Dirac:

$$\gamma^0 = \beta, \quad \gamma^1 = \beta \alpha_x, \quad \gamma^2 = \beta \alpha_y, \quad \gamma^3 = \beta \alpha_z \tag{III.13}$$

Premièrement, l'équation de Dirac (III.9) par

$$\left[ i \left( \gamma^0 \frac{\partial}{\partial x^0} + \gamma^i \frac{\partial}{\partial x^i} \right) - m \right] \psi = 0 \tag{III.14}$$

En utilisant  $\partial_\mu = \left( \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$  Cela peut être écrit de manière compacte comme suit:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = (\gamma^\mu p_\mu - m)\psi = 0 \tag{III.15}$$

Les matrices  $\gamma^\mu$  sont appelées "matrices de Dirac". Sous forme encore plus condensée (en utilisant le « slash de Feynman »  $\not{A} = \gamma^\mu A_\mu = \gamma_\mu A^\mu$ ) l'équation de Dirac s'écrit :

$$(\not{\partial} - m)\psi = 0 \tag{III.16}$$

L'équation (III.15) et (III.16) est la forme la plus commune de l'équation de Dirac il s'agit d'une équation matricielle où  $\psi$  appelé bi-spineur possède quatre composantes.

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Les  $\gamma^\mu$  ( $\mu = 1,2,3$ ) sont les 4 matrices de Dirac, de dimension  $4 \times 4$  et  $I$  représente la matrice identité  $4 \times 4$ . Les matrices de Dirac utilisent dans leur définition les matrices de Pauli.

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \gamma^i &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \\ \beta &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} & \alpha^i &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

L'équation de Dirac (III.16) décrit le comportement des fermions (spin 1/2). Deux composantes représentent une particule, les deux autres l'antiparticule correspondante.

On cherche des solutions de (III.16) sous la forme d'ondes planes. La notation traditionnelle consiste à écrire

$$\begin{aligned} \psi^{(+)}(x) &= e^{-ipx} u(p) \quad \text{Solution de l'énergie positive} \\ \psi^{(-)}(x) &= e^{ipx} v(p) \quad \text{Solution de l'énergie négative} \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

Étant entendu que  $p^0 > 0$ , et que  $p^2 = m^2$ . Le quadrivecteur  $p^\mu$  est en effet l'énergie impulsion de la particule. Les spineurs  $u$  et  $v$  satisfont

$$(\not{p} - m) u(p) = 0 \quad (\not{p} + m) v(p) = 0 \quad (\text{III.20})$$

Pour construire explicitement  $u(p)$  et  $v(p)$ , on se place dans le référentiel où la particule (de masse  $m > 0$ ) est au repos :  $p = (m, 0)$ . Les équations ci-dessus se réduisent à

$$(\gamma^0 - 1)u(m, 0) = 0 \quad (\gamma^0 + 1)u(m, 0) = 0 \quad (\text{III.21})$$

Et une base de solution , dans la représentation dirac (III.18 ),est donnée par

$$u^{(1)}(m, 0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u^{(2)}(m, 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v^{(1)}(m, 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v^{(2)}(m, 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.22})$$

Les solutions à  $p$  quelconque s'obtiennent alors les solutions au repos, ou plus simplement en écrivant

$$u^{(\alpha)}(p) = \frac{\not{p} + m}{\sqrt{2m(m+p^0)}} u^{(\alpha)}(m, 0) \quad v^{(\alpha)}(p) = \frac{-\not{p} + m}{\sqrt{2m(m+p^0)}} v^{(\alpha)}(m, 0) \quad (\text{III.23})$$

Qui sont bien solutions (III.20) puisque  $(\not{p} - m)(\not{p} + m) = p^2 - m^2 = 0$  leurs normalisation est choisie de façon que (avec  $\alpha, \beta=1,2$ )

$$\begin{aligned} \bar{u}^{(\alpha)}(p) u^{(\beta)}(p) &= \delta_{\alpha\beta} & \bar{u}^{(\alpha)}(p) v^{(\beta)}(p) &= 0 \\ \bar{v}^{(\alpha)}(p) v^{(\beta)}(p) &= -\delta_{\alpha\beta} & \bar{v}^{(\alpha)}(p) u^{(\beta)}(p) &= 0, \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Ou  $\alpha$  et  $\beta$  sont des indices de spin et  $\delta_{\alpha\beta}$  est le symbole de Kronecker.

Comme pour les particules sans spin, le champ quantifié associé aux particules de Dirac se présente sous la forme d'un développement complet avec coefficients exprimés en terme d'opérateurs création et annihilation.

Finalement, les solutions générale de Dirac s'écrit

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{m}{E} \sum_{\alpha=1}^2 [b_{\alpha}(p) \psi_p^{(+)(\alpha)} + d_{\alpha}^+(p) \psi_p^{(-)(\alpha)}], \quad (\text{III.25})$$

$$\psi_p^{(+)(\alpha)}(x) = e^{-ipx} u^{(\alpha)}(p), \quad \psi_p^{(-)(\alpha)}(x) = e^{+ipx} v^{(\alpha)}(p). \quad (\text{III.26})$$

Les nombre  $b_{\alpha}(p)$  et  $d_{\alpha}^+(p)$  sont les coefficients de la superposition linéaire d'ondes planes, et le champ electromagnetique.

Avec les règles d'anti-commutation

$$\begin{aligned} \{d_{k,\alpha}, d_{l,\beta}^+\} &= 0, & \{d_{\alpha,k}^+, d_{\beta,l}^+\} &= 0, & \{a_{\alpha,k}, a_{\beta,l}^+\} &= \delta_{kl} \delta_{\alpha\beta} \\ \{b_{k,\alpha}, b_{l,\beta}^+\} &= 0, & \{b_{\alpha,k}^+, b_{\beta,l}^+\} &= 0, & \{b_{\alpha,k}, b_{\beta,l}^+\} &= \delta_{kl} \delta_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

### III.1.3 Quantification du champ électromagnétique

L'équation de mouvement est l'équation de Proca

$$\begin{aligned} \partial^\mu \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu (\partial_\mu V^\mu) + m^2 V_\nu &= 0 \\ \partial^\mu [\partial^\mu \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu (\partial_\mu V^\mu) + m^2 V_\nu] &= \partial^\mu m^2 V_\nu = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

Impose bien la contrainte  $\partial^\mu V_\mu = 0$  qui élimine la composante de spin 0. Elle est donc équivalente à

$$\begin{cases} \partial_\mu V^\mu(x) = 0 & (\text{champ spin } 1), \\ (\partial_\mu \partial^\mu + m^2)V^\mu(x) = 0 & (\text{klein gordon}) \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

Pour un seul champ de jauge  $A_\mu(x)$ . pour déterminer l'ensemble des solutions, considérons des ondes planes de la forme

$$a_\mu(x) = \varepsilon_\mu e^{-ipx} \quad (\text{III.30})$$

Ce sont deux vecteurs de genre espace. On le voit immédiatement dans référentiel ou  $n = (1, 0, 0, 0)$ . Leurs normalisations sont fixées par les conditions

$$\varepsilon^{(1)}(p)\varepsilon^{(1)}(p) = \varepsilon^{(2)}(p)\varepsilon^{(2)}(p) = -1 \quad (\text{III.31})$$

$$\varepsilon^{(1)}(p)\varepsilon^{(2)}(p) = 0$$

Si  $p$  est de la forme

$$p = (|\vec{p}|, 0, 0, |\vec{p}|) \quad (\text{III.32})$$

Dans un référentiel ou  $n = (1, 0, 0, 0)$ , alors on peut prendre

$$\varepsilon^{(1)}(p) = (0, 1, 0, 0), \varepsilon^{(2)}(p) = (0, 0, 1, 0). \quad (\text{III.33})$$

Il reste à définir deux vecteurs linéairement indépendants dans le plan sous tendu par  $n$  et  $p$ . on choisira  $\varepsilon^{(3)}$  orthogonal à  $n$  et normalisé :

$$n \cdot \varepsilon^{(3)}(p) = 0, \varepsilon^{(3)}(p) \cdot \varepsilon^{(3)}(p) = -1. \quad (\text{III.34})$$

Finalement  $\varepsilon^{(0)}$  est choisi égale à  $n$ . avec  $n = (1, 0, 0, 0)$  et (III.32), on a simplement

$$\varepsilon^{(3)}(p) = (0, 0, 0, 1), \varepsilon^{(0)}(p) = n = (1, 0, 0, 0) \quad (\text{III.35})$$

En ne retenant que les solutions physiquement significatives, l'expansion en onde planes du champ de jauge libre sera donc

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2p^0} \sum_{p=1}^2 [a^{(p)}(p) \varepsilon_\mu^p e^{-ipx} + a^{(p)+}(p) \varepsilon_\mu^p e^{ipx}], \quad (\text{III.36})$$

Avec

$$p^2 = 0, \quad p^\mu \varepsilon_\mu^{(p)} = 0, \quad \varepsilon_\mu^{(p)} \neq p_\mu, \quad p = 1, 2. \quad (\text{III.37})$$

### III.1.4 Section efficace de diffusion

L'interaction entre deux particules peut être décrite quantitativement en utilisant la notion de section efficace de diffusion.

$$\sigma \sim \frac{(\text{nbr de particule diffusées /seconde})}{(\text{nbr de particule incidente /seconde})(\text{nbr de centres de diffusées /m}^2)} \quad (\text{III.38})$$

On voit que  $\sigma$  est une mesure de quantité de surface par centre de diffusion. On peut la définir comme étant une grandeur de surface effective ayant la capacité de faire dévier une particule incidente lorsqu'elle se dirige vers une cible.



La raison pour laquelle cette quantité est si importante en théorie des champs est qu'elle représente à peu près la seule grandeur physique qu'on peut mesurer directement au laboratoire. Connaissant les propriétés de la cible et du faisceau incident on peut compter et identifier les particules qui sortent.

L'expression générale sections efficace différentielles est calculée directement à partir des amplitudes de diffusion, de telle sorte que nous pouvons les évaluer dans les cas des collisions. Les sections efficaces différentielles pour une diffusion élastique ou une transition inélastiques d'un état initial  $i$  vers un état final  $f$  est (le cas processus Compton).

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(lab) = \frac{|M_{fi}|^2}{64\pi^2 mk(k+m-k\cos\theta)} = \frac{|M_{fi}|^2}{64\pi^2 m^2} \left(\frac{k'}{k}\right)^2. \quad (\text{III.39})$$

$k$  et  $k'$  est le photon incident et photon diffusé.

### III.1.5 Les règles de Feynman

Une méthode efficace et originale pour obtenir rapidement l'expression de l'amplitude Pour toute forme d'interaction a été développée en 1949 par R.P.Feynman. À partir de diagrammes qui permettent de schématiser les interactions à étudier, Par exemple, le processus d'interaction  $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^-$  qu'on étudie présentement.

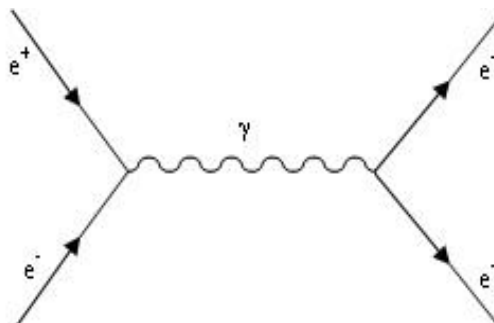


Fig.III.1- Exemple de diagramme de Feynman.

Les particules qui relient deux vertex  $x_1, x_2$  sont appelées des propagateurs. À l'origine, on calculait l'amplitude associée à un tel processus en considérant les propagateurs comme des particules réelles. Pour cela, on imposait à son quadri-impulsion de respecter la condition

$$E^2 = p^2 + m^2 \quad (\text{III.40})$$

Même si, par cette contrainte, l'énergie et l'impulsion associée au propagateur peuvent ne pas être localement conservés.

L'expression finale qui décrit l'amplitude doit cependant satisfaire à la condition que l'énergie et l'impulsion soient conservées de façon globale au cours du processus d'interaction. Proposée par Feynman, pour construire l'amplitude basée sur les règles suivantes

A chacune de ces particules, entrant ou sortant, l'on doit alors associer l'un des facteurs suivant:

- Pour chaque fermions entrant, il faut écrire le facteur  $u(p, s)$ ,
- Pour chaque fermions sortant, il faut écrire le facteur  $\bar{u}(p', s')$ ,
- Pour chaque anti fermions sortant, il faut écrire le facteur  $v(p, s)$ ,
- Pour chaque anti fermions entrant, il faut écrire le facteur  $\bar{v}(p', s')$ ,
- Pour chaque photon entrent, il faut écrire le facteur  $\varepsilon$ ,
- Pour chaque photon sortant, il faut écrire le facteur  $\varepsilon^*$ .

A chaque vertex on associe le facteur.

$$-ie\gamma^\mu \quad (\text{III.41})$$

Pour chaque ligne interne représentant un photon virtuel, il faut écrire le facteur :

$$\frac{i g_{\mu\nu}}{q^2} \quad (\text{III.42})$$

Pour chaque ligne interne représentant un fermion, il faut écrire le facteur :

$$\frac{i}{\not{p} - m} \quad (\text{III.43})$$

**III.1.6 Diffusion Compton**

Les deux diagrammes de Feynman de diffusion Compton sont représentés sur la figure (III-2)

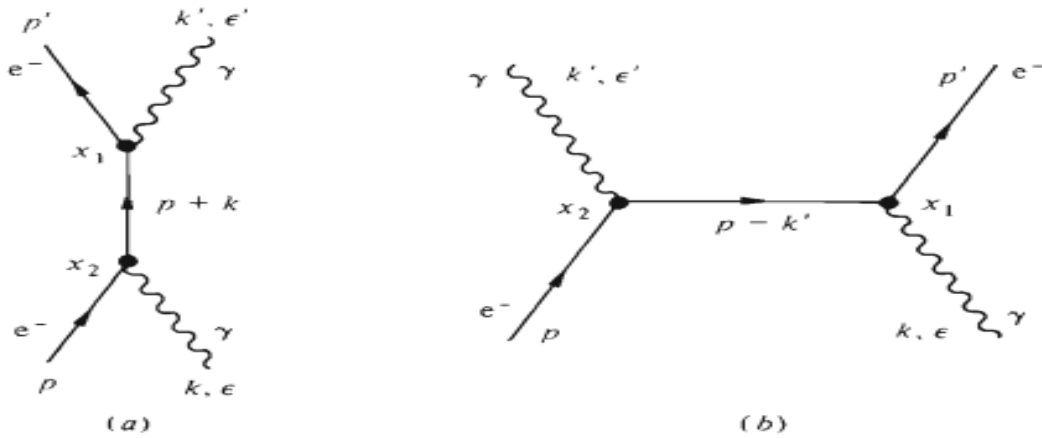


Fig.III.2 -les diagrammes de Feynman de diffusion Compton.

En choisissant les diverses fonctions, associées aux électrons et photons, les techniques habituelles de calcul de graphes de Feynman conduisent à :

$$S_{fi} = (M_{fi})^2 \delta^4 (\sum p_i - p_f) \tag{III.44}$$

Où la forme explicite de l'élément de matrice  $M_{fi}$  est utilisée pour calculer la section efficace différentielle du processus Compton.

Il est important de noter ici que l'élément de matrice  $S_{fi}$  n'est différent de zéro que lorsque les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion sont satisfaites.

La quadri-impulsion de l'électron  $e^-$  virtuel dans les diagrammes est  $q=p+k$  (diagramme (a)) et  $q'=p-k'$  (diagramme (b)). alors les amplitudes s'écrivent respectivement

$$\begin{aligned} M_1 &= \bar{u}_f(p') \epsilon'_\mu (-ie\gamma^\mu) \frac{i(\not{q}+m)}{q^2-m^2} (-ie\gamma^\nu) \epsilon_\nu u_i(p) \\ &= -\frac{ie^2}{2p.k} \bar{u}_f(p') \not{\epsilon}' (\not{q} + m) \not{\epsilon} u_i(p), \end{aligned} \tag{III.45}$$

$$\begin{aligned}
 M_2 &= \overline{u}_f(p') \varepsilon_\mu (-ie\gamma^\mu) \frac{i(\not{q} + m)}{q^2 - m^2} (-ie\gamma^\nu) \varepsilon'_\nu u_i(p) \\
 &= -\frac{ie^2}{2p \cdot k} \overline{u}_f(p') \not{\varepsilon}' (\not{q}' + m) \not{\varepsilon}' u_i(p),
 \end{aligned}
 \tag{III.46}$$

$\varepsilon$  et  $\varepsilon'$  Les vecteurs de polarisation.

Pour mieux comprendre cette dernière relation, il est intéressant d'observer l'ordre chronologique de chacun des termes la composant et de le comparer (l'ordre) au diagramme de Feynman suivant, qui représente exactement l'interaction étudiée, soit la collision entre électron et photon. De plus, il est intéressant de constater comment cette dernière relation est similaire à l'équation (III.45) trouvée plus tôt.

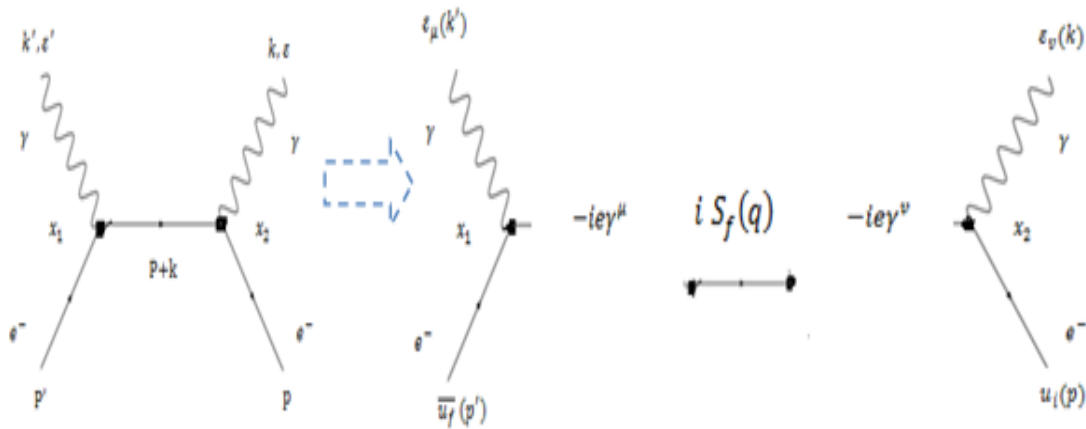


Fig. III.3 - Interaction entre électron et photon.

Pour une amplitude totale

$$\begin{aligned}
 M_{fi} &= -ie^2 \overline{u}_f \left[ \frac{\not{\varepsilon}' (\not{q}' + m) \not{\varepsilon}'}{2 p \cdot k} + \frac{\not{\varepsilon} (\not{q} - \not{k}' + m) \not{\varepsilon}'}{-2 p \cdot k'} \right] u_i \\
 &= ie^2 \overline{u}_f \left[ \frac{\not{\varepsilon}' \not{q}'}{2 p \cdot k} + \frac{\not{\varepsilon}' \not{k}'}{2 p \cdot k'} \right] u_i = M_1 + M_2
 \end{aligned}
 \tag{III.47}$$

En sommant sur la dernière et la moyenne sur les spins d'électron initial, nous pouvons écrire  $|M_{fi}|^2$  comme d'habitude en termes d'une trace comme suit

$$|M_{fi}|^2 = -\frac{e^4}{2} \text{tr} \left[ (\not{p}' + m) \left( \frac{\not{\epsilon}' \not{k}}{2 p \cdot k} + \frac{\not{\epsilon} \not{k}'}{2 p \cdot k'} \right) (\not{p} + m) \left( \frac{\not{k} \not{\epsilon}'}{2 p \cdot k} + \frac{\not{k}' \not{\epsilon}}{2 p \cdot k'} \right) \right]. \quad (\text{III.48})$$

Les propriétés des traces de matrices  $\gamma$  :  $(a_1 \dots a_n$  Quadri -vecteur)

$$\text{tr}(\not{a}_1 \not{a}_2 \not{a}_3 \not{a}_4) = 4[(a_1 a_2)(a_3 a_4) + (a_1 a_4)(a_2 a_3) - (a_1 a_3)(a_2 a_4)].$$

$$\text{tr}(\not{a}_1 \dots \not{a}_n) = (a_1 a_2) \text{tr}(\not{a}_3 \dots \not{a}_n) - (a_1 a_3) \text{tr}(\not{a}_2 \not{a}_4 \dots \not{a}_n) + \dots + (a_1 a_n) \text{tr}(\not{a}_2 \dots \not{a}_{n-1}). \quad (\text{III.49})$$

Tr (nombre impaire de  $\gamma$ ) = 0.

Cette propriété qui permet d'obtenir les relations suivant :

$$\begin{aligned} T_1 &= \text{tr}[(\not{p}' + m) \not{\epsilon}' \not{\epsilon} \not{k} (\not{p} + m) \not{k} \not{\epsilon} \not{\epsilon}'] \\ &= \text{tr}[\not{p}' \not{\epsilon}' \not{\epsilon} \not{k} \not{p} \not{k} \not{\epsilon} \not{\epsilon}'] && (m^2 \text{ terme contient } \not{k} \not{k} = k^2 = 0) \\ &= 2(k \cdot p) \text{tr}[\not{p}' \not{\epsilon}' \not{\epsilon} \not{k} \not{\epsilon} \not{\epsilon}'] && (\not{k} \not{p} \not{k} = (2k \cdot p - \not{p} \not{k}) \not{k} = 2(p \cdot k) \not{k}) \\ &= 2(k \cdot p) \text{tr}[\not{p}' \not{\epsilon}' \not{k} \not{\epsilon} \not{\epsilon}'] && (\not{\epsilon} \not{k} \not{\epsilon} = -\not{k} \not{\epsilon} \not{\epsilon} = -\not{k} \epsilon^2 = \not{k}) \\ &= 8(k \cdot p)[2(p' \cdot \epsilon')(k \epsilon') + (p' \cdot k)] \quad \text{en utilisant (III.49)} \\ &= 8(k \cdot p)[2(k \epsilon')^2 + (k' \cdot p)] && (\text{en utilisent } p' \cdot \epsilon' = \epsilon'(k + p - k') \\ & && = \epsilon' \cdot k, k = k' \cdot p) \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

De même, nous pouvons déduire

$$T_2 = \text{tr}[(\not{p}' + m) \not{\epsilon}' \not{k}' (\not{p} + m) \not{k}' \not{\epsilon}' \not{\epsilon}] = 8(k' \cdot p)[-2(k' \epsilon)^2 + (k \cdot p)] \quad (\text{III.51})$$

Ensuite, nous évaluons les termes croisés avec les facteurs dénominateurs  $4(p \cdot k)$

( $p \cdot k'$ ). Premièrement,

$$\begin{aligned} T_3 &= [(\not{p}' + m)\not{\epsilon}'\not{\epsilon}k(\not{p} + m)\not{k}'\not{\epsilon}'\not{\epsilon}] \\ &= \text{tr}[(\not{p}' + m)\not{\epsilon}'\not{\epsilon}k(\not{p} + m)\not{k}'\not{\epsilon}'\not{\epsilon}] + \text{tr}[(\not{k} - \not{k}')\not{\epsilon}'\not{\epsilon}k(\not{p} + m)\not{k}'\not{\epsilon}'\not{\epsilon}] \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

En écrivant  $M_{fi} = M_1 + M_2$  dans (III.47), alors  $T_3$  et  $T_4$  sont proportionnels à  $M_2^*M_1$  et  $M_1^*M_2$  respectivement, et ce sont égales, on tire

$$T_4 = \text{tr}[(\not{p}' + m)\not{\epsilon}'\not{\epsilon}'\not{k}'(\not{p} + m)\not{k}\not{\epsilon}\not{\epsilon}'] = T_3 \quad (\text{III.53})$$

La collecte de ces termes ensemble donne

$$|M_{fi}|^2 = e^4 \left[ \frac{k' \cdot p}{k \cdot p} + \frac{k \cdot p}{k' \cdot p} + 4(\epsilon \cdot \epsilon')^2 - 2 \right]. \quad (\text{III.54})$$

Si le photon incident n'est pas polarisé, et si la polarisation du photon sortant n'est pas observée, la formule bien connue de Klein-Nishina donne la section efficace différentielle par rapport à  $d\Omega$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{lab}) = \frac{\alpha^2}{2m^2} \left( \frac{k'}{k} \right)^2 \left[ \frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} - \sin^2\theta \right]. \quad (\text{III.55})$$

Avec ces processus élastiques, le photon conserve son énergie ( $k = k'$ ), il s'agit de la diffusion Thomson.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{lab}) = \frac{\alpha^2}{2m^2} [1 + \cos^2\theta]. \quad (\text{III.56})$$

La section efficace totale obtenue intégrale de la section efficace précédente, on obtient

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{\alpha}{m} \right)^2 = 0.665 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^{-2} \quad (\text{III.57})$$

Ceci est l'expression de la section efficace totale de Thomson qui est un résultat purement classique.

La figure III.4 montre comment varie la section efficace différentielle du processus

$$\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$$

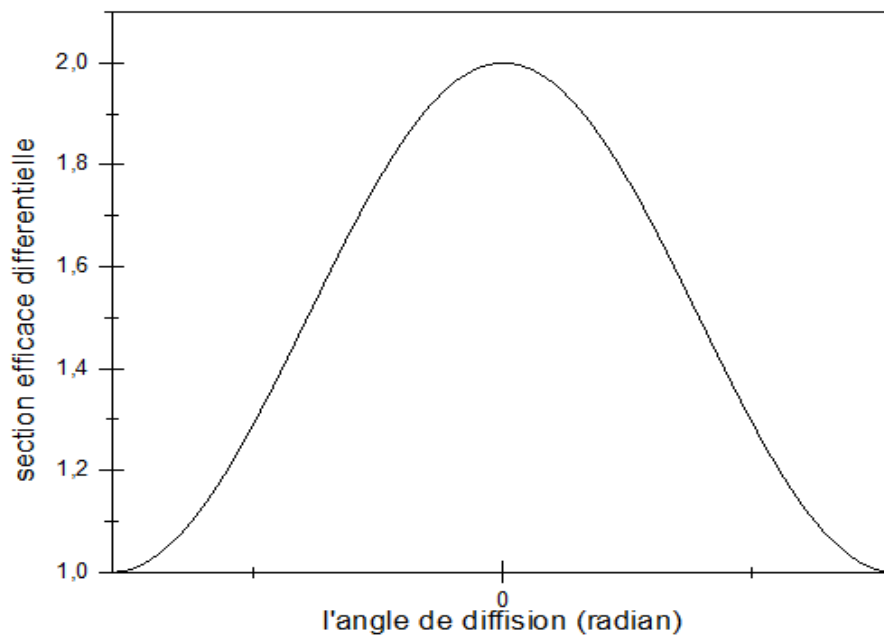


Fig.III.4- Variation de la section efficace différentielle en fonction de l'angle de diffusion  $\theta$

$$\text{entre } \frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} .$$

## Conclusion générale

Dans ce travail on a calculé la section efficace différentielle et totale de l'effet Compton dans le cadre mécanique quantique relativiste (théorie des champs quantiques).

Dans cette théorie la description l'interaction diffère radicalement de celle classique de sorte que l'interaction électromagnétisme est décrite par l'échange d'un quanta qui est le photon Cette hypothèse proposée par Einstein en 1905 pour expliquer l'effet photoélectrique à permis de résoudre plusieurs problèmes de certains phénomène aux quels étaient confrontés la physique classique du début du 20<sup>ème</sup> siècle comme l'effet Compton.



### Références bibliographiques

- [1]. Charles-Michel MARLE, « les équations de Maxwell », université Pierre et Marie Curie, cours, 2/11/2009.
- [2]. Joël SORNETTE, « Chapitre B- VI : *Cinématique Relativiste* », cours, <http://www.Joelsornette.fr/physique/ressources/textes/cours206-1d.pdf>.
- [3]. David LANGLOIS, « Relativité générale des fondements géométriques aux applications astrophysiques », VUIBERT, livre, paru le : 11/2013.
- [4]. Pierre KREMPF, « Précis-Electromagnétisme-MP », Bréal, livre, Pierre Hu gel, paru le : 09/2004.
- [5]. Jean DESFORGES, « signature de couplages anomaux dans le collisionneur électron-positron à 500 Gev », mémoire, université du Québec, décembre 1998.
- [6]. Nabila BOUFELGHA, « Les probabilités non commutatives et représentation probabiliste à la solution de l'équation de Schrödinger », Mémoire Magister, université Ferhat Abbas-Sétif, Soutenu le : 19 /9 /2013.
- [7]. Luc MARLEAU, « Introduction à la physique des particules », livre, université Laval, janvier 2000.
- [8]. Joël SORNETTE, « Chapitre C-X : Formulation relativiste de l'électromagnétisme », cours, <http://www.joelsornette.fr/physique/ressources/textes/cours310-1b.pdf>.
- [9]. « Brève introduction à la Physique Quantique », <http://www.promenadesquantiques.com/introduction/introduction.html>, le consulté : 17 mars 2017.
- [10]. Mathias ALBERT, Azzedine BENNANI, Claudie MORY, « Les débuts de la Physique Quantique », université paris, cours, 2008-2009.
- [11]. Aloine SELMI, « L'influence des impuretés sur les coefficients des transports », mémoire master, faculté des sciences de Tunis, Soutenu le juin 2011.
- [12]. Franz GROSS, « Relativistic Quantum Mechanics and Field Theory », thèse doctorat, 2004.
- [13]. el hadj DAHI, Lamia MEHERCHI, « Système de double calcul dosimétrique », Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen, 2011.
- [14]. Peter RENTON, « Electroweak interactions », canbridge university press ,1990.
- [15]. Jean-Pierre DERENDINGER, « Théorie quantique des champs»,2001.
- [16]. Hicham AGUENY, « Etude théorique des processus électroniques ayant lieu au cours de collisions atomiques et moléculaires: Approches non perturbatives », thèse doctorat, université Moulay Ismail , soutenue le 03/04/2014.

- [17]. Bertrand LAFORGE, « des processus de base aux détecteurs : interactions particules-matière », Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, Novembre 2005.
- [18]. Alain COMTET, « *l'équation de Dirac* », Université Pierre et Marie Curie, cours, 12 septembre 2006.
- [19]. Z.B-J, « Chapitre 000 Equations de Klein-Gordon et de Dirac », cours, 2007.
- [20]. Laura MESSIO, « L'équation de Dirac Notes de cours du Professeur Shaposhnikov », cours, 30 mai 2012.
- [21]. C. LONGUEMARE, « Introduction aux graphes de Feynman », cours, 11 mai 2010.