



**UNIVERSITE ABDELHAMID IBN BADIS DE MOSTAGANEM**  
**FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE**

**Département de Génie Electrique**

N°D'ORDRE : M...../2014

# **MEMOIRE**

Présenté pour obtenir

**LE DIPLOME DE MAGISTER**

**SPECIALITE: Génie Electrique**

**OPTION: Modélisation des Signaux Aléatoire et Applications**

Par :

**MEBARKI Benziane**

**Modélisation et simulation de l'effet des bras morts sur la  
conductivité électrique dans un réseau de percolation. Cas d'un  
matériau polymère isolant.**

Soutenu le : ..... / ..... / 2014 devant le jury composé de

**Président :** M. YAGOUBI Benabdellah    Professeur    U. Mostaganem

**Examineurs :** M. BOUKORTT Abdelkader    Professeur    U. Mostaganem

M<sup>me</sup>. HOCINE Rachida    M C A    U. d'Oran USTO

**Encadreur :** Mr. HADRI Baghdad    Professeur    U. Mostaganem

# Dédicace

je dédie ce travail:

A mes parents et à toute ma famille

## **REMERCIEMENTS**

Nous remercions Dieu qui nous a donné la santé, la patience et le courage de terminer ce travail jusqu' à la fin.

Je tiens à remercier mon encadreur, Monsieur **HADRI Baghdad** Professeur à l'université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem, qui m'a proposé ce sujet et m'avoir encadré, pour ses conseils.

Je tiens également à remercier M.B. YAGOUBI Professeur à l'université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem, M. A.BOUKORTT Professeur à l'université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem , M<sup>me</sup> R.HOCINE maitre de conférences à l'université U.S.T.O , M. M.REBHI de l'université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem

Je tiens aussi à remercier très sincèrement mes collègues et mes Amis.

## **Résumé**

La conductivité électrique des matériaux isolants organiques a été étudiée en utilisant plusieurs modèles théoriques associant l'approche de percolation. Les bras morts de l'amas infini ne contribuent généralement pas à la conduction électrique en présence d'un champ électrique faible.

Nous montrons dans une partie, par l'approche de percolation, que lors de l'application d'un champ électrique élevé, les bras morts diminuent la conductivité électrique suivant une loi de type exponentiel avec un exposant négatif, selon la distribution des énergies des sites, la longueur de corrélation des amas et la longueur des bras morts. Dans la deuxième partie nous vérifions par simulation l'effet négatif de ces bras morts sur la conductivité électrique.

## **Abstract**

The electrical conductivity of organic insulating materials has been investigated using several theoretical models combining the percolation approach. The dead ends of the infinite cluster do not contribute generally to the electrical conduction in the presence of a weak electric field.

We show in the first part, referring to the percolation approach, that during the application of a high electric field; the dead ends decrease the electrical conductivity according to an exponential law with a negative exponent, in dependence to the energy distribution of the sites, the correlation length of the clusters, and the length of the dead ends.

In the second part, we check by simulation the effects of these dead ends on the electrical conductivity.

## ملخص

تعني هذه الأطروحة في شقها النظري بدراسة الناقلية الكهربائية للمواد العازلة العضوية باستعمال عدة نماذج نظرية تشمل مبدأ الترشيح الإنسيابي (percolation).

الأذرع الميتة للكتلة اللامنتهية لا تساهم في الناقلية الكهربائية عند تطبيق حقل كهربائي ضعيف.

نبرهن أولاً، إستناداً إلى مبدأ الترشيح، عند تطبيق حقل كهربائي بقيمة كبيرة، الأذرع الميتة تخفض من قيمة الناقلية الكهربائية وفق قانون أسي (أس سالب) حسب التوزيع الطاقوي للمواقع، طول الارتباط الكتلي وكذا طول الأذرع الميتة.

في الجزئ الثاني، نقوم بفحص التأثيرات السلبية لهذه الأذرع الميتة على الناقلية الكهربائية باستعمال برامج محاكاة.

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>7</b>
<b>CHAPITRE I</b>	
<b>GENERALITES SUR LA THEORIE DE LA PERCOLATION</b>	
<b>I.1 La percolation.....</b>	<b>9</b>
I.1.1 Différents modèles de percolation.....	10
I.1.2 Quelques réseaux de percolation.....	11
A- Réseau carré.....	11
▪ Réseau carré des sites.....	11
▪ Réseau carré des liens.....	12
▪ Réseau carré Mixte (liens et sites) .....	13
B-Réseau cubique.....	14
I.1.3 Seuil de percolation ( $P_c$ ).....	15
I.1.3.1. Seuil de percolation (sites , liens). .....	15
I.1.3.2. Seuil de percolation (percolation Mixte).....	17
I.1.4 Les grandeurs fondamentales de la percolation	
I.1.4.1 Probabilité d'appartenir à l'amas infini $P_\infty(p)$ .....	18
I.1.4.2 Longueur de corrélation $\xi$ .....	18
I.1.4.3 Nombre d'amas de taille $s$ normalisé par site.....	19
I.1.5 lois d'échelles et exposants critiques.....	19
I.1.6 Transport électrique et percolation.....	20
I.1.6.1 Conduction d'un réseau .....	20
I.1.6.2 Conductivité et probabilité d'appartenance à l'amas infini .....	21
<b>I.2 l'isolant électrique (le polymère)</b>	
I.2.1 Définition .....	22
I.2.2 Structure chimique d'un polymère.....	22

## CHAPITRE II

### L'APPROCHE DE LA PERCOLATION APPLIQUEE A UN MATERIAU ISOLANT

<b>II.1 Introduction</b> .....	23
<b>II.2 Modèle</b> .....	24
II.2.1 Détermination du nombre total d'amas finis constituant un bras mort.....	26
II.2.2 Probabilité d'avoir un bras mort de longueur $x_0$ .....	29
II.2.3 Temps de piégeage des électrons dans un bras mort.....	30
II.2.4 La conductivité électrique d'un isolant.....	31
<b>Conclusion</b> .....	31

## CHAPITRE III

### SIMULATION : APPLICATION A L' ISOLANT ORGANIQUE

<b>III.1 Représentation d'un isolant organique par un réseau carré</b> .....	32
III.1.1 Les étapes de simulation .....	32
<b>III.2 l'intervention du champ électrique</b> .....	34
<b>III.3 La variation de la quantité de charge reçue suite à l'augmentation du champ électrique</b> .....	38
III.3.1 Nombre d' électrons arrivant a la au 2 <sup>eme</sup> électrode.....	38
III.3.2 Algorithme : le calcul du nombre d'électrons.....	40
III.3.3 Variation de la conductivité suite a l'augmentation du champ électrique.....	47
<b>Conclusion</b> .....	50

## CHAPITRE IV

### SIMULATION :CAUSE DE LA DIMINUTION DE LA CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE

<b>IV.1. Etude des bras morts</b> .....	51
IV.1.1 détermination des sous amas-infinis.....	51
IV.1.1.1 Principe des « sous amas » .....	51

IV.1.1.2 Algorithme des « sous amas » .....	52
IV.1.2 chemin le plus court.....	59
IV.1.2 .1 Principe.....	59
IV.1.2 .2 Algorithme.....	60
<b>IV.2 L'effet des bras morts sur la conductivité électrique</b>	
IV.2.1 Les différents types de bras morts.....	71
IV.2 .2 Analyse détaillé sur les bras morts responsables à la diminution de la conductivité électrique.....	72
IV.2 .3 Compensation de la diminution de la conductivité électrique.....	73
IV.2.4 L'estimation de la diminution de la conductivité électrique.....	74
IV.2.4.1 L'étude de l'estimation à partir de la courbe de la conductivité électrique...	74
IV.2.4.2 L'estimation de la diminution à partir de La consommation des bras Morts	75
Conclusion.....	78
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>79</b>
<b>LES REFERENCES.....</b>	<b>80</b>

## INTRODUCTION GENERALE

La réponse d'un matériau désordonné à une excitation extérieure (champ électrique par exemple) est nécessaire dans une application technologique.

La conductivité électrique caractérise cette réponse. Le phénomène de transport de charge dans différents matériaux tels les polymères isolants en présence de champ électrique élevé est devenu ces dernières années l'objet d'importantes recherches et d'investigations dans différentes variétés de matériaux : semi-conducteurs extrinsèques, semi conducteurs organiques, amorphes, polymères, etc.

Le phénomène de transport dans les matériaux désordonnés a été traité souvent, en faisant appel à la théorie de la percolation. Le terme de percolation est largement utilisé dans une grande variété de situation et évoque la notion de diffusion dans un milieu aléatoire partiellement interconnecté.

La théorie de la percolation s'appuie sur des considérations statistiques pour caractériser le comportement d'un ensemble d'objets incomplètement connecté.

La description mathématique de la percolation met l'accent sur la notion de « seuil » ou de valeurs critiques d'un paramètre décrivant la connectivité.

La description d'un réseau de percolation nécessite l'utilisation des termes tels que amas isolé, amas infini, qui est constitué d'un squelette et d'autres éléments : bras morts (liens inutiles du point de vue du transport électrique), les boucles (liens redondants) et les liens sensibles qui constituent le chemin le plus court (si on coupe l'un de ces liens, on coupe l'amas infini en deux).

Les bras morts sont des liens non connectés au squelette indispensable à la percolation et par conséquent si l'on souhaite appliquer le modèle de la percolation à la conductivité électrique, on considérera que ces bras morts ne participent pas au processus de conduction par saut lorsqu'un champ électrique faible est appliqué. En présence d'un champ électrique élevé, l'effet de bras morts est très souvent négligé lors de la modélisation de la conduction électrique.

La question qui se pose alors est de savoir si les bras morts ont ou non un effet sur la conductivité électrique lorsqu'un champ électrique élevé est appliqué. Cette conductivité électrique dépend-elle du nombre de bras morts et de leur longueur ? Les énergies des sites formant le bras mort affectent-elles la conductivité électrique?

Dans ce mémoire, nous étudions de point de vue théorique et simulation l'effet des bras morts sur la conductivité électrique lorsque le matériau polymère isolant (l'objet d'étude) est soumis à un champ électrique élevé.

Dans cette optique, ce mémoire de magister s'organise de la manière suivante :

Au premier chapitre, nous reviendrons sur les bases fondamentales de la théorie de la percolation.

Nous consacrons au deuxième chapitre, sur le modèle proposé relatif à l'effet négatif de la présence des bras morts sur la conductivité électrique, lorsque le matériau en question est soumis à un champ électrique élevé.

Le troisième et le quatrième chapitre, qui représentent les parties les plus importantes de ce mémoire feront l'objet de la simulation.

Le troisième chapitre est consacré à vérifier par la simulation, la diminution de la conductivité électrique vis-à-vis du champ électrique, et le quatrième chapitre est consacré aussi à vérifier si réellement la présence des bras morts affectent la conductivité électrique.

Nous concluons ce manuscrit par un résumé des principaux résultats de mémoire, des perspectives de prolongement de nos travaux seront également proposées.

# **CHAPITRE I**

## **GENERALITES SUR LA THEORIE DE LA PERCOLATION**

# I. GENERALITES SUR LA THEORIE DE LA PERCOLATION

## I.1 LA PERCOLATION :

La percolation est un modèle mathématique proposé en 1957 [1][12], présentée comme le modèle dual de la diffusion [13], elle étudie le mouvement déterministe d'un fluide dans un milieu ou sur une structure aléatoire.

Le processus de percolation aléatoire d'un fluide à travers un milieu se trouve dans de nombreux phénomènes, les termes de fluide et de milieu s'adaptant au contexte [1,2,3]. Selon la nature du problème, le mécanisme d'aléatoire peut s'appliquer au fluide ou au milieu. Deux cas peuvent alors s'envisager (Tableau I.1) [13].

	Diffusion	Percolation
Mouvement du fluide	Aléatoire	Déterministe
Structure du milieu	Déterministe	Aléatoire

Tableau I.1

La percolation appartient à la famille des transitions de phase, c'est-à-dire que le passage d'une phase à l'autre s'obtient en modifiant de façon continue la valeur d'un paramètre. Chaque phase correspond à une situation qualitative particulière déterminée par l'absence d'un amas percolant [13].

À température suffisamment élevée, un barreau de fer n'est pas magnétique. Les moments magnétiques élémentaires (comme des aimants microscopiques) de chaque atome sont orientés dans tous les sens et leur somme vectorielle est nulle. Il existe une température critique seuil-dite température de curie  $T_c$ - qui vaut  $770^\circ \text{C}$  pour le fer [14].

Le seuil percolation dépend du modèle de percolation étudié, de la géométrie et de la dimension du réseau [13].

### I.1.1 DIFFERENTS MODELES DE PERCOLATION

On peut prendre l'exemple d'un réseau de communication en montagne [4]. Sur chaque sommet, un opérateur (site) peut envoyer des signaux optiques à ses voisins. Lorsque le temps est clair, la visibilité est parfaite, on considère que toutes les liaisons entre les opérateurs sont efficaces, c'est-à-dire que tous les liens sont actifs. Si dans ces conditions tous les opérateurs sont attentifs, c'est-à-dire que tous les sites sont actifs, il est alors possible de transmettre une information à grande distance à travers le réseau figure (I.2) [13].

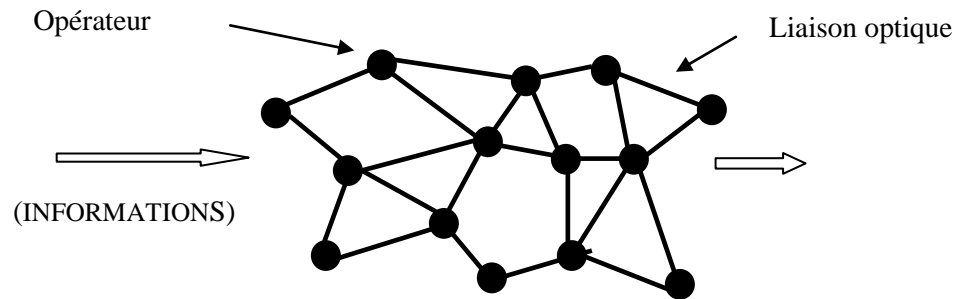


Figure (I.2) : Système de communication en montagne [13]

A partir de ce modèle idéal, la dégradation des conditions météorologiques peuvent rendre la communication plus complexe. Trois situations peuvent s'envisager [13] :

Dans le premier cas: si tous les liens sont actifs d'une façon permanente, et l'état des sites est non stable (actif ou inactif); Il s'agit du modèle de percolation de sites (figure I.3(a)).

Dans le deuxième cas: si tous les sites sont actifs d'une façon permanente, et l'état des liens est non stable (actif ou inactif). Il s'agit du modèle de percolation de liens (figure I.3(b)).

Pour le troisième cas : l'état des liens et des sites sont non stables le phénomène correspond alors au modèle de percolation mixte (figure I.3(c)).

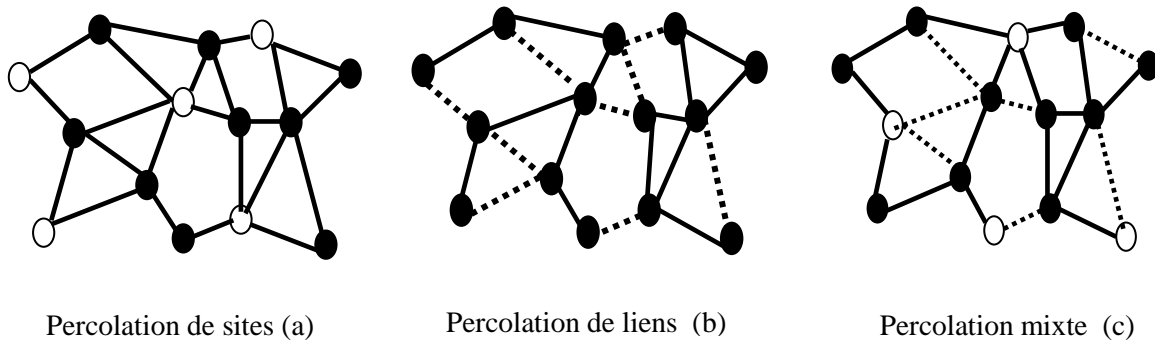


Figure (I.3): différents modèles de percolation [13]

### I.1.2 QUELQUE RESEAUX DE PERCOLATION

On peut comprendre que la valeur “ $p_c$ ” du seuil de percolation est sensible à la connexité du réseau et à la dimension de l'espace. Ainsi, plus le nombre de sites « plus proches voisins » augmente, plus la valeur critique nécessaire à la formation d'un amas infini est faible. C'est ce que nous observerons dans plusieurs types de réseaux [13]. On va s'intéresser seulement à quelques réseaux de percolation : réseau carré (site, lien et mixte) et le réseau cubique.

#### A- Réseau carré

- **Réseau carré de sites:**

Une structure de graphe fréquemment utilisée en dimension deux est celle que les physiciens appellent réseau carré et dont la collection des sites est dénotée  $Z^2$  par les mathématiciens. Elle peut se représenter de deux façons équivalentes figure (I.4 a et b) [13].

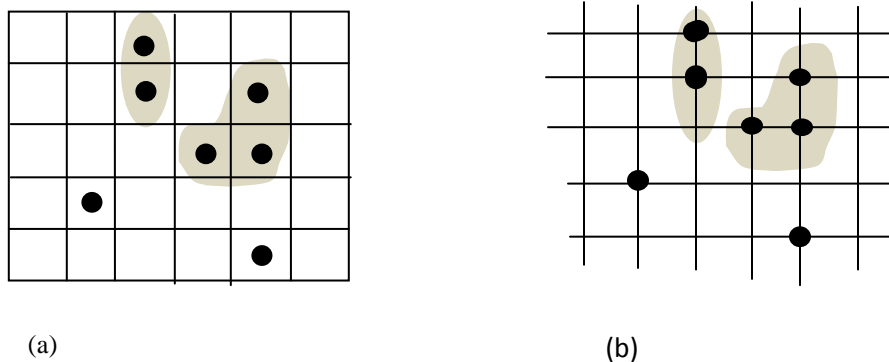


Figure (I.4) : Réseau carré [13,16]

- **Réseau carré de liens**

Tout comme en percolation de sites, le réseau carré est l'un des plus familiers. Les figures (I.5 a et b) montrent respectivement le maillage en pavé pour un réseau dont tous les liens sont actifs, et un exemple de réseau dont une partie seulement des liens sont actifs [13].

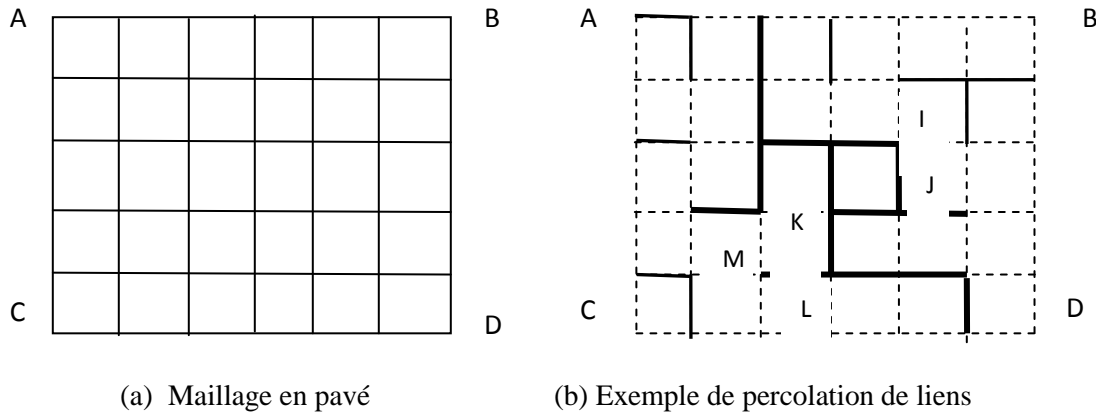


Figure (I.5) : Réseau carré de liens [13,5]

Sur la figure (I.5.b), on distingue des amas isolés (**amas finis**) ainsi qu'un gros amas qui relie les droites (AB) et (CD), que nous pourrions appeler (électrodes) par analogie avec un réseau de résistances. Cet amas (en gras sur le schéma) est appelé **amas infini** (figure I.5 b), puisqu'il relie un côté à l'autre dans la représentation. L'examen de l'amas infini nous permet de distinguer trois sortes de liens [13,5] :

- les liens formant le corps de l'amas, dont la suppression entraîne une baisse de la conductance (exemple : IJK);
- les (liens sensibles) qui fragmentent l'amas et rendent la conductance nulle lorsqu'ils sont coupés (exemple KL);
- les (**bras morts**) dont la suppression ne modifie en rien la conductance (LM) [13].

**-La trajectoire la plus courte: TRj**

La trajectoire la plus courte est définie par le chemin minimal allant du 1<sup>er</sup> milieu vers le 2<sup>ème</sup> milieu (avec une largeur qui comprend un seul site) figure (I.6.b)

**-Le squelette:** Le squelette est défini par la trajectoire la plus courte et les bras morts.

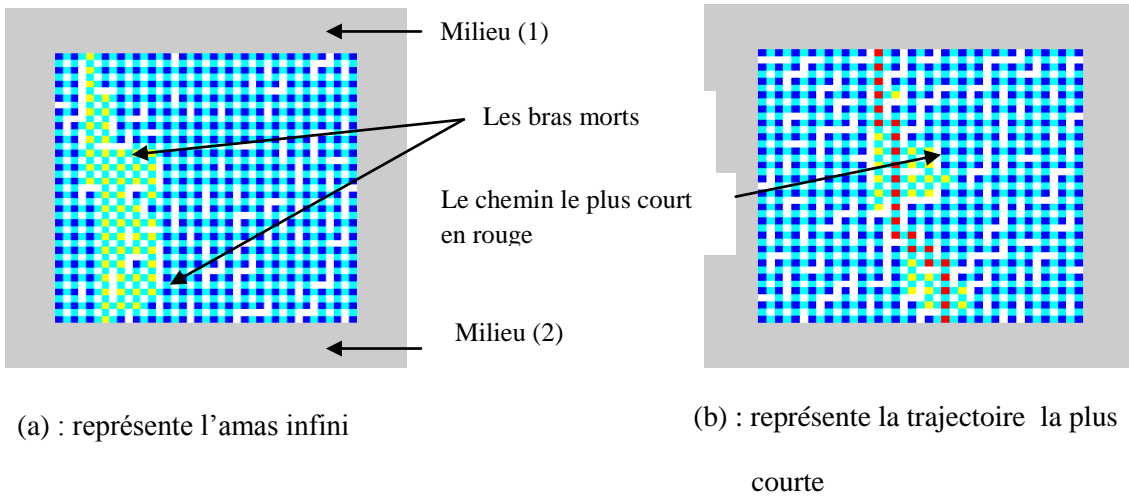


Figure (I.6.)

- Réseau carré mixte : (de liens et de sites)

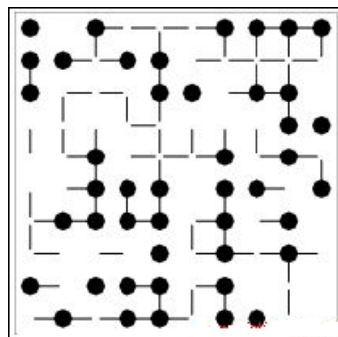


Figure (I.7) : représente un réseau carré mixte [13]

## B -Réseau cubique

En rajoutant une dimension on passe du réseau carré au réseau cubique qui correspond à  $Z^3$ . La figure (I.8) illustre le réseau qui se représente par un empilement de cubes [13].

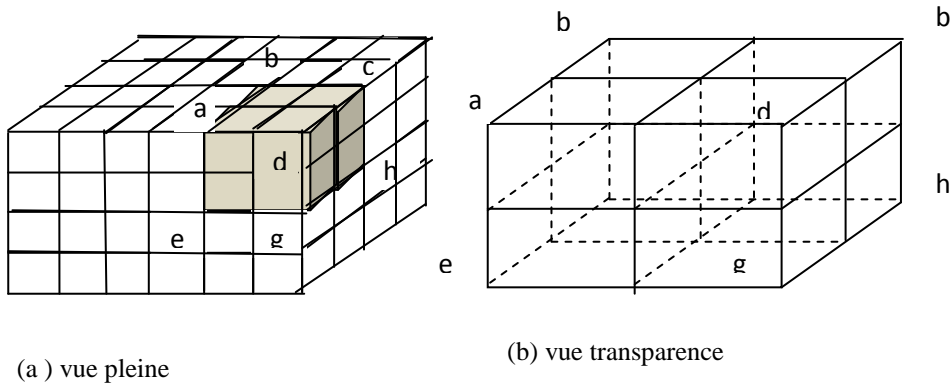


Figure (I.8) représentations de la structure cubique [13]

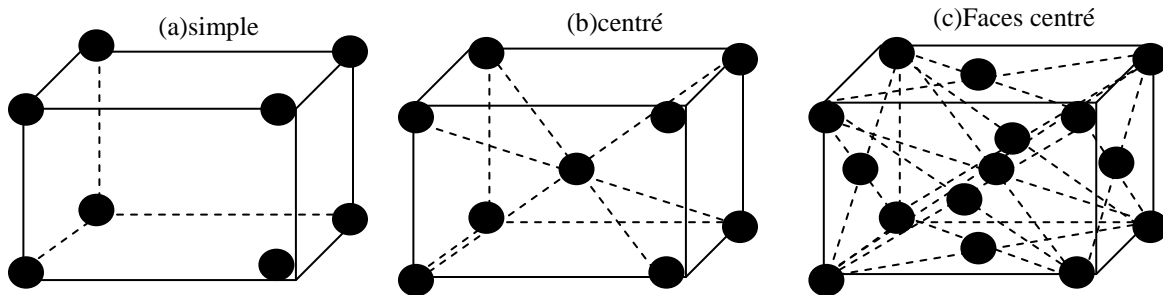


Figure (I.9) Réseaux cubique : simple, centré, faces centrées [13]

Dans la structure de la figure ( I.9 ).Le réseau cubique simple possède ses sites aux sommets des cubes (figure I.9 (a)). Le réseau cubique centré possède un site au milieu du cube en plus des sites aux sommets (figure I.9 (b)). Enfin le cube à face centrée ajoute au réseau cubique simple, un site au centre des six faces de chaque cube (figure I.9 (c)). Ces différentes formes de réseaux cubiques se retrouvent notamment dans des structures moléculaires comme par exemple le cristal [13].

### I.1.3 SEUIL DE PERCOLATION

Pendant longtemps, la recherche s'est focalisée sur l'étude du seuil de percolation. En conséquence, de nombreuses méthodes ont été développées pour calculer ou estimer la valeur de  $p_c$ . Plusieurs méthodes utilisées pour déterminer la valeur du seuil critique seront présentées avant d'énoncer les résultats obtenus sur divers réseaux. Enfin, la question du nombre d'amas finis simultanément envisageables, sur un réseau, sera abordée [13].

#### I.1.3.1 Seuil de Percolation (site , lien)

Au sein d'un réseau dans lequel les sites (ou les liens) sont actifs avec une probabilité ( $p$ ) et inactifs avec une probabilité  $q = 1 - p$ , le seuil de percolation  $p_c$  se définit comme la concentration  $p$  à laquelle un amas de taille infinie apparaît dans un réseau de taille infinie [5]. Pour tout  $p > p_c$ , une chaîne s'étend d'un côté à l'autre du système alors que pour  $p < p_c$ , il n'existe pas de « chemin » de ce type (la figure I.10.a).

La figure I.10. (b) montre l'apparition de l'amas percolant à  $p = p_c$  dans un réseau carré de sites [13].

Au fur et à mesure que la proportion d'activité  $p$  s'accroît, la taille des amas augmente mais reste de taille finie (figure I.10. (a)). À partir d'une valeur déterministe, on observe l'apparition d'un amas qui joint les bords opposés (figure I.10. (b)). Cet amas est l'amas percolant et la valeur de cette probabilité critique correspond au seuil de percolation ( $p_c \sim 0,5928$  pour un réseau carré de sites) [13],  $p_c = 0.592746$  [17].

Les sites de l'amas infini sont représentés en noir pour mettre en relief la jonction des côtés opposés.

Les sites en gris sont les sites actifs distincts de l'amas percolant. On constate que le nombre de sites séparés de l'amas infini diminue lorsque «  $p$  » augmente (figure I.10. (c)) [13].

La figure ( I.11.b) illustre l'apparition de l'amas percolant dans un réseau carré de liens ( $p_c = 0.50$  pour un réseau carré de liens) [13].

(a) ( $p=0,4$ )

(b) ( $p=0,6 \sim P_c$ )

(c) ( $p=0,8$ )



Figure (I.10) exemple de percolation sur un réseau carré  
de site pour différents « p » [13]

(a) ( $p=0,35$ )

(b) ( $p=0,5 = p_c$ )

(c) ( $p=0,65$ )

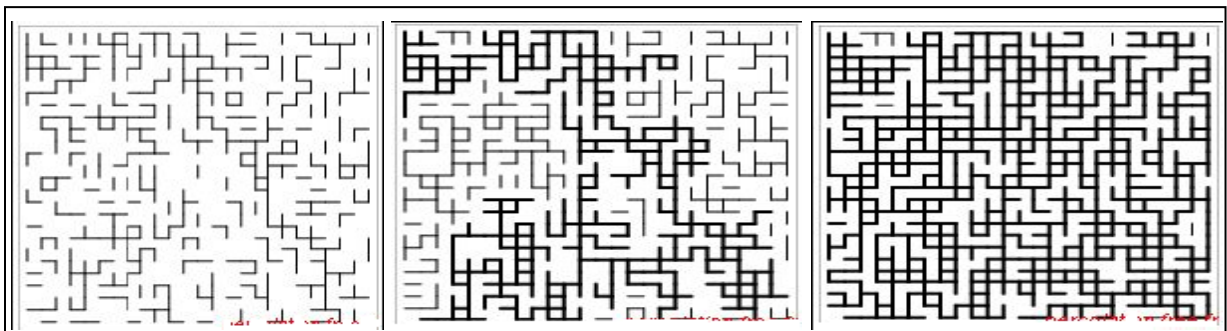


Figure (I.11): Exemple de percolation sur un réseau carré de liens  
Pour différents p [13,12]

L'amas infini est représenté en gras lorsqu'il existe. On retrouve la même évolution que pour le problème de sites : lorsque  $p < p_c$  les amas sont de taille finie et lorsque  $p > p_c$  un amas reliant les bords opposés apparaît [13].

Dans la théorie de la percolation, l'existence du seuil est fondamentale. Cette valeur critique se caractérise par [6] :

$$P(p) \begin{cases} = 0 & \text{si } p < p_c \\ > 0 & \text{si } p > p_c \end{cases} \quad (1.1)$$

Le seuil de percolation  $p_c$  se définit alors comme la première valeur de  $p$  où la probabilité de percolation  $P(p)$  n'est pas nulle, ce qui se traduit de façon formelle par :

$$P_c = \sup \{ p : P(p) = 0 \} \quad (1.2)$$

Dans les modèles de percolation de sites et de percolation de liens, on obtient intuitivement les propriétés suivantes [6].

La probabilité de percolation est nulle si le taux d'activité est nul  $P(0) = 0$

La probabilité de percolation est certaine si le taux d'activité de 100 % :  $P(1) = 1$

La probabilité de percolation est une fonction non décroissante de  $P: p / P(p) > 0$

En conséquence, la forme générale de la fonction de probabilité de percolation  $P(p)$  est de la forme (Figure I.12) [13].

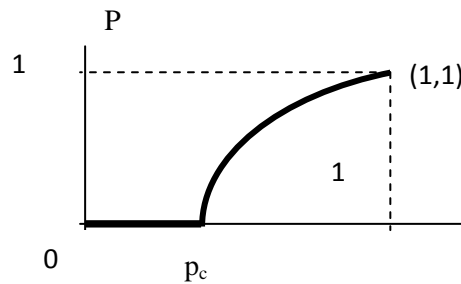


Figure (I.12) : probabilité de percolation  $P(p)$  [12,13]

### I.1.3.2 Seuil de Percolation (percolation mixte)

Le problème de percolation mixte génère une dynamique plus complexe car le seuil de percolation combine deux paramètres : probabilité d'activité des sites  $p^s$  et probabilité d'activité des liens  $p^b$  sur la figure (I.13), quatre situations sont représentées afin de distinguer les effets des variations de  $p^s$  et  $p^b$  [13].

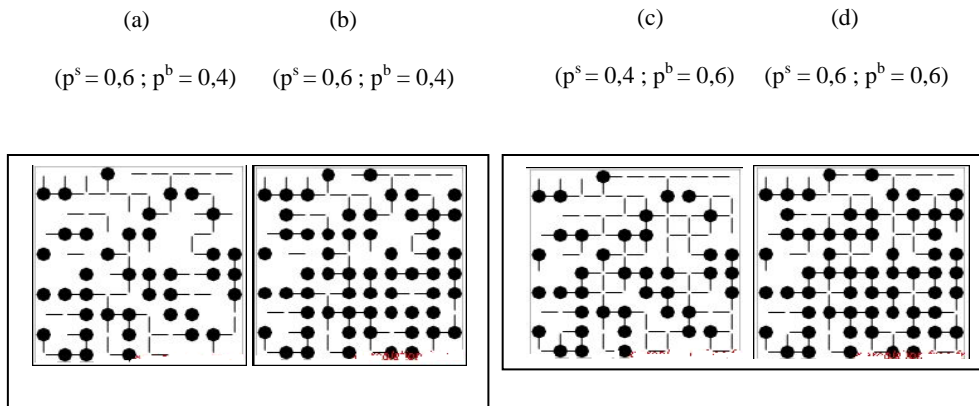


Figure I.13: Exemple de percolation sur un réseau carré mixte pour différents  $p$  [13]

## I.1.4 LES GRANDEURS FONDAMENTALES DE LA PERCOLATION:

### I.1.4.1 Probabilité d'appartenir à l'amas infini $P_\infty(p)$

La probabilité d'appartenir à l'amas infini est définie comme :

$$P_\infty(p) = \text{nombre de sites de l'amas infini} / \text{nombre de sites actifs total.}$$

### I.1.4.2 Longueur de corrélation

La taille finie des réseaux apparaît comme un inconvénient dans la précision des calculs liés au seuil de percolation et aux autres grandeurs statistiques. Lorsque  $p$  est inférieur au seuil critique, le réseau est formé d'amas de toutes tailles ( $T$ ) allant de l'unité jusqu'à une longueur maximale. Cette valeur maximale correspond à la **longueur de corrélation**  $\xi$  du système [7]. Figure (I.14)

Dans un réseau de taille infinie, la longueur de corrélation devient infinie au seuil de percolation [13].

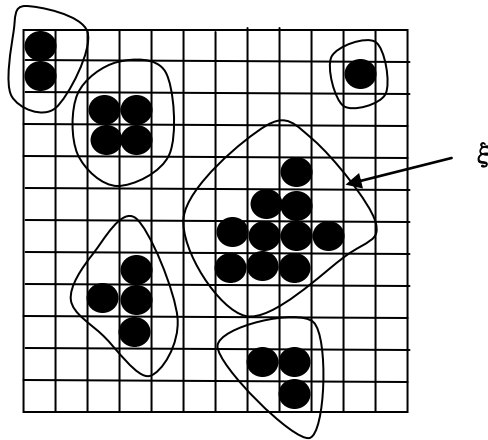


Figure (I.14) représente les différents valeurs de  $\xi$ . [13]

### I.1.4.3 Nombre d'amas de taille $s$ normalisé par site

Dans un échantillon fini de  $N$  sites :  $n_s$  est la moyenne du nombre d'amas de taille  $s$ . Pour le réseau infini,  $n_s$  est la limite de cette moyenne lorsque le nombre de sites tend vers l'infini [5]:

$$n_s = \frac{\text{Nombre total d'amas de taille } S}{N}$$

Pour un réseau de taille infinie :

$$n_s = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{Nombre total d'amas de taille } S}{N}$$

## I.1.5 LOIS D'ECHELLES ET EXPOSANTS CRITIQUES

### Lois d'échelles

1) La probabilité d'appartenir à l'amas infini  $P_\infty(p)$  se traduit en loi d'échelle par [9] :

$$P_\infty(p) \approx (p - p_c)^\beta \quad \text{pour } p \approx p_c \quad (\text{I.3})$$

2) La longueur de corrélation  $\xi(p)$  augmente selon la loi suivante [8]:

$$\xi(p) \approx |p - p_c|^{-\gamma} \quad \text{pour } p \approx p_c \quad (\text{I.4})$$

3) Le nombre d'amas de taille  $s$  normalisé à  $p \approx p_c$  par site est:

$$n(p) \approx |p - p_c|^{1-\alpha} \quad \text{pour } p \approx p_c \quad (\text{I.5})$$

Où  $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  : sont les exposants critiques de la percolation

## I.1.6 TRANSPORT ELECTRIQUE ET PERCOLATION

### I.1.6.1 Conduction d'un réseau

Dans un réseau carré, on définit chaque site actif comme un élément conducteur et chaque site inactif comme un élément isolant. À titre d'illustration, les sites actifs peuvent être assimilés à des grains de cuivre et les sites inactifs à des grains de matière isolante [10]. Dans un tel réseau, le courant électrique ne peut circuler que sur les grains de cuivre. La propagation du courant se fait uniquement entre des sites plus proches voisins. (Figure I.15 .a) [13,17].

Même résonnement pour un réseau carré des liens (le lien comme une résistance), le courant électrique ne peut circuler que sur les résistances (les liens). La propagation du courant se fait uniquement entre des liens plus proches voisins. (Figure I.15. b) [19,20].

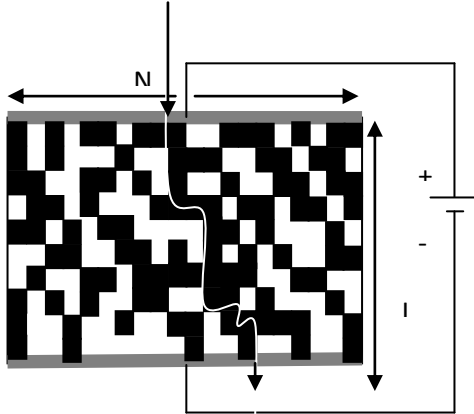


Figure (I .15 .a) Conductance sur un réseau aléatoire de résistance (sites) [13,10]

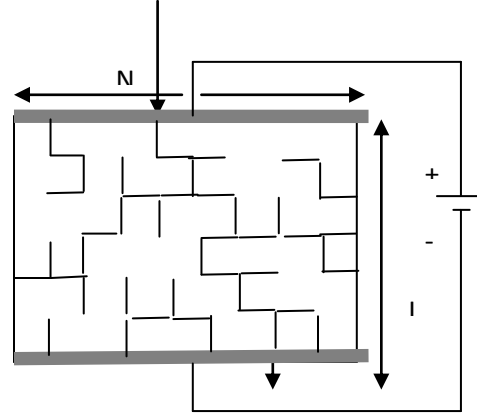


Figure (I .15.b) Conductance sur un réseau aléatoire de résistance (liens) [19,20]

### I.1.6.2 Conductivité et probabilité d'appartenance à l'amas infini

Suivant la théorie de la percolation, la probabilité d'apparition d'un amas percolant est nulle lorsque la proportion de sites conducteurs ( $p$ ) est inférieure au seuil critique ( $p_c$ ). Or, le courant ne peut pas traverser le réseau s'il n'existe pas d'amas infini. Par conséquent, la conductivité du réseau est nulle pour  $p < p_c$ .

Au contraire, lorsque la proportion de sites conducteurs est plus grande que  $p_c$ , les grains conducteurs forment un amas percolant à travers le réseau de résistances. La

conductivité ( $\Sigma$ ) et la probabilité pour un site d'appartenir à l'amas infini ( $P_\infty$ )

augmentent alors, de façon quasi-linéaire avec la concentration  $p$ . Lorsque tous les sites sont conducteurs ( $p = 1$ ), la probabilité d'appartenance à l'amas percolant est certaine pour chaque site :  $P_\infty(p) = 1$ . La conductivité du réseau atteint, en conséquence, celle d'une feuille de cuivre. Tous les sites étant conducteurs, le réseau transporte alors une unité de courant lorsqu'une tension de un volt est appliquée entre les deux électrodes [13].

Une relation semble exister entre la conductivité  $\Sigma(p)$  et la masse de l'amas percolant, c'est-à-dire la probabilité pour un site d'appartenir à l'amas infini  $P_\infty(p)$ . Malheureusement, les vérifications empiriques ne confirment pas cette hypothèse [11,10].

L'évolution schématique de la conductivité d'une feuille de graphite perforée, en fonction de la proportion d'emplacements non-perforés, est représentée par le trait plein (figure (I.16)) [13].

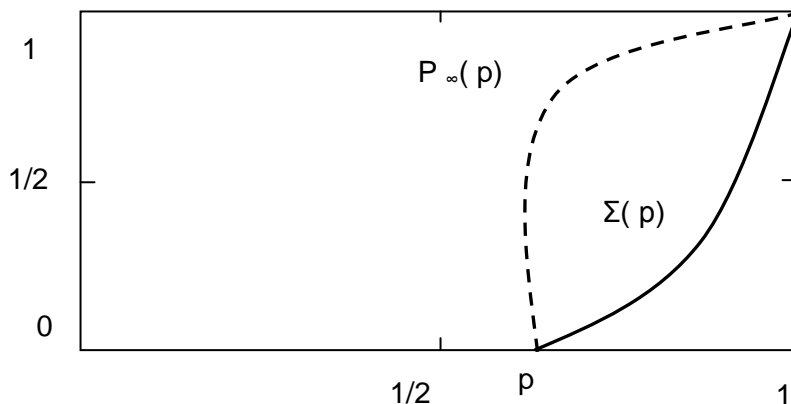


Figure (I.16)- Conductivité et probabilité d'appartenance à l'amas infini [10,11]

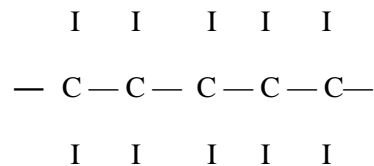
## I.2 L'ISOLANT ORGANIQUE (LE POLYMERE)

### I.2.1 DEFINITION

Les matériaux polymères appelés aussi matériaux plastiques ou simplement plastiques, sont constitués de la répétition d'un grand nombre d'unités constitutives appelées monomères. Ces derniers sont des molécules organiques comprenant un ou plusieurs atomes de carbone. L'appellation matériau polymère est une combinaison des définitions d'un polymère et d'un plastique [15].

### I.2.2 STRUCTURE CHIMIQUE D'UN POLYMERE

Les molécules de polymères sont des longues chaînes carbonées; leur nombre d'atomes constitutifs est le plus souvent supérieur à 1000, leurs masses molaires varient généralement de 104 à 107 g/mol et la longueur de la chaîne peut atteindre 10  $\mu\text{m}$ ; c'est pourquoi on les appelle souvent macromolécules. La représentation bidimensionnelle la plus simple d'une chaîne polymère est la suivante [15]:



L'élaboration d'un polymère se fait en reliant entre elles les unités de répétition (provenant elles-mêmes de l'ouverture d'une liaison dans le monomère) par des liaisons covalentes. La chaîne carbonée est appelée squelette du polymère. La figure 1.17 représente en trois dimensions la chaîne moléculaire du polyéthylène (PE). Une telle chaîne n'est pas forcément rectiligne : bien qu'un atome de carbone forme un angle de  $109,5^\circ$  avec son voisin, il peut se placer dans un plan différent de celui des atomes voisins. Dans un polymère, les liaisons entre chaînes voisines sont assurées par des forces de Van der Waals [15].

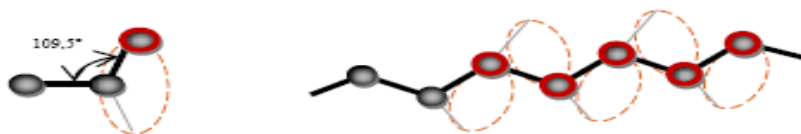


Figure 1.17 : Position des atomes de carbone dans une chaîne moléculaire [15]

## **CHAPITRE II**

### **L'APPROCHE DE LA PERCOLATION APPLIQUEE A UN MATERIAU ISOLANT**

# CHAPITRE II : L'APPROCHE DE LA PERCOLATION APPLIQUEE A UN MATERIAU ISOLANT

## II.1 INTRODUCTION

Le vingtième siècle a vu une avancée considérable dans la connaissance des polymères (isolants organiques). On a commencé par les traiter avec un formalisme de type gaz parfait, avant de bâtir un modèle géométrique qui pouvait s'appliquer à bien d'autres phénomènes physiques, qui est le modèle de percolation. A l'image de l'eau percolant dans le réseau de monomères de manière probabiliste, jusqu'à former des amas de macromolécules [21].

Le concept de percolation a été introduit en 1957 [1], il permet une description statistique des systèmes formés d'objets pouvant être reliés entre eux. La théorie de la percolation a trouvé des applications dans divers domaines, tels ceux de la physique moléculaire [1,28], de la physique des semi-conducteurs, etc. Elle est appliquée souvent quand le problème implique des connexions dans des systèmes hétérogènes et désordonnés [29,30].

Les bras morts sont des liens non connectés au squelette indispensable à la percolation et par conséquent si l'on souhaite appliquer le modèle de la percolation à la conductivité électrique, on considérera que ces bras morts ne participent pas au processus de conduction par saut lorsqu'un champ électrique faible est appliqué [31,32]. En présence d'un champ électrique élevé, l'effet de bras morts est très souvent négligé lors de la modélisation de la conduction électrique.

La question qui se pose alors est de savoir si les bras morts ont ou non un effet sur la conductivité électrique lorsqu'un champ électrique élevé est appliqué. Cette conductivité électrique dépend-elle du nombre de bras morts et de leur longueur ? Les énergies des sites formant le bras mort affectent-elles la conductivité électrique [21] ?

## II.2 MODELE

L'approche qui semble actuellement la plus utilisée dans l'étude du mécanisme de conduction par saut dans le cadre d'une évaluation de la conductivité électrique est la percolation. Les travaux effectués [23] ont permis de modéliser la résistance des échantillons dont la conduction se fait par le mécanisme dit saut à portée variable à l'échelle mésoscopique (échelle intermédiaire entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique). Ce type de mécanisme peut concerner des sites plus éloignés et se produit pour les très basses températures, l'électron a tendance à sauter plus loin sur un site ayant un écart énergétique plus faible par rapport au site de départ. En terme de conductance on peut considérer que deux sites  $i$  et  $j$ , proches l'un de l'autre, sont reliés par une conductance [23,33].

$$G_{ij} = \left(\frac{e^2}{kT}\right)\Gamma_{ij}^0 \quad (\text{II.1})$$

ou  $e$  est la charge de l'électron,  $T$  la température et  $\Gamma_{ij}^0$  est le taux de transition de  $i$  vers  $j$  en absence du champ électrique ce modèle considère le réseau réel constitué par des pièges répartis aléatoirement et reliés les uns aux autres par des conductances  $G_{ij}$ , partant d'un réseau de sites tous reliés entre eux par les conductances  $G_{ij}$  [21].

La question est de savoir comment estimer la conductance macroscopique  $G_{ij}$  variant exponentiellement avec les paramètres de saut (la distance  $r_{ij} = r_j - r_i$ ) et l'énergie  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_j - \varepsilon_i$  exclut que l'on se contente de prendre la valeur moyenne de ces paramètres pour obtenir la conductance macroscopique. La résistance totale d'un chemin de conduction n'est pas seulement déterminée par le nombre de résistances rencontrées (par sa longueur), mais aussi par la valeur des résistances les plus fortes rencontrées. Il va y avoir compétition entre des chemins directs (donc courts) mais comportant forcément quelques résistances très fortes, et des chemins très tortueux (donc longs), mais qui réussissent à éviter toute résistance trop forte. Cette optimisation se théorise au moyen de ce que l'on appelle le "modèle de percolation", les auteurs [23] commencent par classer tous les liens existant entre tous les sites par conductances décroissantes, ils enlèvent tous les liens et les rajoutent un par un en commençant par les plus conducteurs [21].

A chaque, étape, on teste pour savoir s'il existe un chemin qui traverse l'échantillon dès qu'un tel chemin existe, on stoppe le processus, car les liens que l'on pourrait rajouter ont une importance négligeable puis qu'ils se retrouvent en parallèle avec des liens qui ne dérivent qu'un faible courant [33].

Si  $G_c$  est la dernière valeur de conductance remplacée dans le réseau au seuil de percolation et si d'après ce que nous venons d'expliquer tout se passe comme si on pouvait oublier tous les liens tels que  $G_{ij} < G_c$ , nous pouvons écrire l'expression suivante de la conductance [34,35] :

$$G_{ij} \begin{cases} 0 & \xi_{ij} > \xi_c \\ G_0 \cdot \exp(-\xi_{ij}) & \xi_{ij} < \text{ou } \xi_c \end{cases} \quad (II.2)$$

$\xi_{ij}$  est une paramètre sans dimension qui caractérise la résistance entre les sites  $i$  et  $j$   $\xi_c$  est un valeur critique de  $\xi_{ij}$ , correspondant à la valeur de  $G_c$ .

Lorsqu'un champ électrique  $E$  est appliqué, les électrons ont tendance à prendre le sens inverse du champ électrique.

Les électrons peuvent être facilement piégés .mais difficilement dépiégés (figure II.1), les bras morts pourraient dans ce contexte jouer le rôle de pièges.

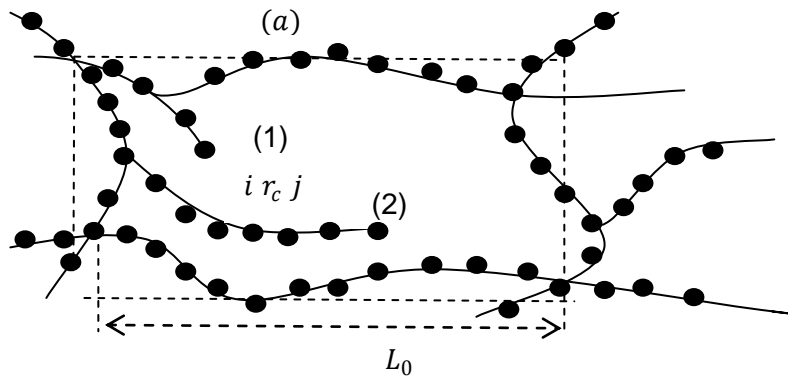


Figure II.1 Représentation schématique d'amas fini (a) et d'une portion d'amas infini de longueur  $L_0$ , contenant des bras morts (1) et (2) . $r_c$  est le rayon de percolation entre les sites  $i$  et  $j$  [21]

La probabilité qu'un électron piégé quitte le bras mort est faible et proportionnelle à [32,36]:

$$\exp\left(-E. e. L_0 / K. T\right) \quad (\text{II.3})$$

Où  $L_0$  est la longueur de corrélation représentant la taille moyenne des amas et  $K.T$  l'énergie d'activation thermique. Lorsque l'électron quitte le bras mort après y avoir passé un temps assez long, il peut tomber dans un nouveau piège et rester piégé pendant un certain temps, et le processus de piégeage et dépiégeages continue selon le nombre de bras morts existants. Pour mieux comprendre tout ceci, déterminons en premier lieu le nombre total d'amas finis peuvent former le bras mort, et leur probabilité d'existence [21].

### II.2.1 DETERMINATION DU NOMBRE TOTAL D'AMAS FINIS CONSTITUANT UN BRAS MORT

Un important nombre de liens appartenant à l'amas percolant (amas infini) sont inutiles au transport. Ce sont les bras morts (Figure II.2)

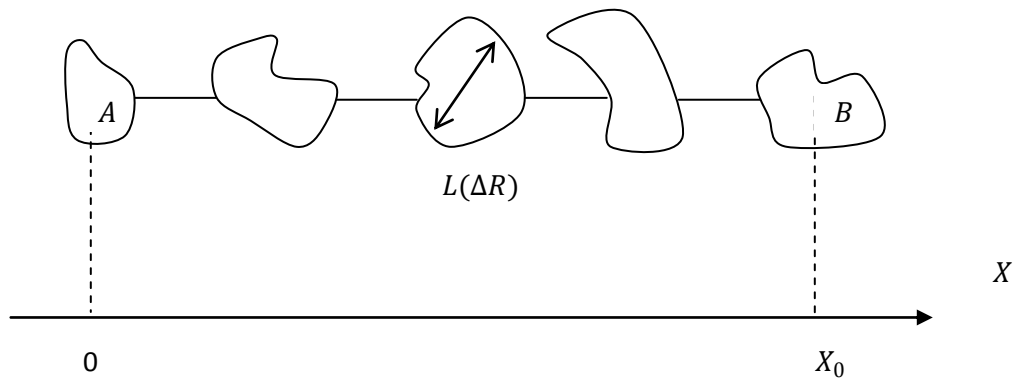


Figure II.2 : La chaîne  $AB$  représente le bras mort.  $L$  est la longueur de corrélation [21]

Près du seuil de percolation, la longueur de corrélation (la taille moyenne des amas connectés  $L$ ).obéit a la relation [22,32].

$$L = N_A^{-1/3} (p_c / (P(r) - p_c))^{\gamma} \quad (\text{II.4})$$

Où  $P(r) = (\frac{4}{3} \pi) N_A r^3$  est le nombre moyen de résistances.

$P(r_c) = (\frac{4}{3} \pi) N_A r_c^3$  est le nombre moyen de résistances au seuil de percolation

$N_A$  est la concentration des accepteurs, et  $\gamma$  est l'exposant critique de la théorie de la percolation. Il dépend uniquement de la dimension de l'espace dans lequel on se place. Il est qualifié d'universel ou d'invariant dimensionnel [22, 32, 37, 24].

En remplaçant  $P(r)$  et  $P(r_c)$  par leur expression dans la relation (II.4), on obtient:

$$L = N_A^{-1/3} \cdot (r_c^3 / (r^3 - r_c^3))^{\gamma}$$

$$L = N_A^{-1/3} \cdot (r_c^3 / (r - r_c) \cdot (r^2 + r_c^2 + r \cdot r_c))^{\gamma}$$

Près de seuil de percolation, la quantité  $r - r_c = \Delta R$  est petite et la relation précédente de «  $L$  » s'écrit :

$$L \approx N_A^{-1/3} \cdot (r_c^3 / (3 \cdot r_c^2 \cdot \Delta R))^{\gamma}$$

$$L \approx N_A^{-1/3} \cdot (r_c / (3 \cdot \Delta R))^{\gamma} \quad (\text{II.5})$$

Pour  $\Delta R = \alpha/2$  : ou  $\alpha$  est le rayon de localisation de la fonction d'onde de l'électron,  $L \approx L_0$

$$L = N_A^{-1/3} \cdot (2 \cdot r_c / (3 \cdot \alpha))^{\gamma}$$

Et la longueur critique de corrélation de l'amas infini [22]. Tout ceci permet d'exprimer  $L$  en fonction de  $L_0$  :

$$L(\Delta R) = L_0 \cdot (\alpha/2 \cdot \Delta R)^{\gamma} \quad (\text{II.6})$$

Un électron peut quitter un site  $i$  d'énergie  $\varepsilon_i$  d'un bras mort de longueur  $x$  vers un autre site  $j$  d'énergie  $\varepsilon_j$  de l'amas avec une probabilité proportionnelle à

$$\exp\left[-(\Delta\varepsilon_{ij} + e.E.x)/K.T\right] .$$

Ceci exige que chaque accepteur appartenant au bras mort soit isolé de n'importe quel autre accepteur par la distance  $\Delta R$ , de telle sorte que la probabilité d'être dépiégé par effet tunnel soit égale uniquement à la probabilité totale d'activation thermique:

$$\exp(-2.\Delta R/\alpha) = \exp\left[-(\Delta\varepsilon_{ij} + e.E.x)/K.T\right] \quad (II.7)$$

La direction et le sens du champ électrique sont choisis parallèles à la chaîne AB d'amas finis connectés entre eux, de taille moyenne  $L$  (Figure II-2).

Les énergies de sites constituant les amas finis sont distribuées selon une fonction de distribution  $D(\varepsilon)$ .

Le nombre total d'amas finis  $N_{Ta}$  est donné par:

$$N_{Ta} = \iint \frac{dx}{L} D(\varepsilon). d\varepsilon \quad (II.8)$$

Pour simplifier les calculs, prenons une distribution uniforme de type :

$$D(\varepsilon) = \begin{cases} 1/W & 0 < \varepsilon < W \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (II.9)$$

Où  $W$  représente la plage des énergies de sites du bras mort.

Généralement dans les isolants organiques, les profondeurs des pièges sont distribuées principalement entre 0.6 et 1.2 e.v [38].

Le nombre total d'amas devient:

$$N_{Ta} = \int_0^w \int_0^{X_0} \frac{dx}{L(\Delta R)} \cdot D(\varepsilon) \cdot d\varepsilon \quad (II.10)$$

Où  $X_0$  est la longueur d'un bras mort (figure 2-2).

$$N_{Ta} = \frac{X_0}{(1+\gamma).(2+\gamma).(W/K.T).(\lambda-(W/K.T)).L_0} [\lambda^{2+\gamma} - (W/K.T)^{2+\gamma} - (\lambda - (W/K.T))^{2+\gamma}] \quad (II.11)$$

Avec :  $\lambda = (e \cdot E \cdot X_0) / K \cdot T$

## II.2.2 PROBABILITE D'AVOIR UN BRAS MORT DE LONGUEUR $X_0$

Un amas fini arbitraire peut être considéré comme un bras mort est non connecté aux voisins d'un des deux coté de l'amas infini, en d'autres termes, s'il n'est pas connecté au squelette indispensable à la conduction. La probabilité d'avoir un bras mort de longueur  $X_0$  est donc égale à (1/2). Si le bras mort contient  $N_{Ta}$  amas finis, la probabilité de cet événement est alors [21]:

$$P(X_0, \Delta R) = (1/2)^{N_{Ta}} \quad (II.12)$$

Avec:  $X_0 \gg L(\Delta R)$ .

Comme  $\exp : (e) \equiv 2,718$ , on peut confondre de façon approximative 2 avec ( $\exp$ ), ce qui permet d'écrire:

$$P(X_0, \Delta R) \approx (e)^{-N_{Ta}} \quad (II.13)$$

Pour  $\gamma \sim 1$  valeur de l'exposant critique à une seule dimension [22, 25].

$$P(\lambda) \approx \exp\left(\frac{-X_0}{6.(W/K.T).(\lambda-W/K.T).L_0} \left[ \lambda^3 - (W/K.T)^3 - (\lambda - W/K.T)^3 \right]\right) \quad (\text{II. 14})$$

Après simplification on trouve :

$$P(\lambda) \approx \exp\left(-X_0 \cdot \lambda / 2 \cdot L_0\right) \quad (\text{II. 15})$$

### II.2.3 TEMPS DE PIEGEAGE DES ELECTRONS DANS UN BRAS MORT

Il est défini comme étant le temps moyen de piégeage [21]:

$$\langle t \rangle = \int t(\lambda) \cdot dp(\lambda) \quad (\text{II. 16})$$

Avec:

$$t(\lambda) = t_0 \cdot \exp(-\lambda)$$

En utilisant le modèle d'optimisation pour calculer l'expression (14) [32], on trouve :

$$\lambda_{OP} = \frac{e \cdot E \cdot L_0}{K \cdot T} + \frac{W}{2 \cdot K \cdot T} \quad (\text{II. 17})$$

$$\langle t \rangle \approx t(\lambda_{OP}) \cdot P(\lambda_{OP})$$

$$\langle t \rangle \approx t_0 \cdot \exp\left[\frac{e \cdot E \cdot L_0}{2 \cdot K \cdot T} + (W/2 \cdot K \cdot T)^2 \cdot (L \cdot T / e \cdot E \cdot L_0) + \frac{W}{2 \cdot K \cdot T}\right] \quad (\text{II. 18})$$

## II.2.4 LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE D'UN ISOLANT

Lorsque le champ électrique  $E$  est élevé, l'électron est piégé pendant un temps qui varie suivant une loi exponentielle. La conductivité électrique devient [21]:

$$\sigma(E, W) \approx \sigma_0 \cdot \exp\left[-\frac{e \cdot E \cdot L_0}{2 \cdot K \cdot T} - \left(\frac{W}{2 \cdot K \cdot T}\right)^2 - \frac{W}{e \cdot E \cdot L_0} - \frac{W}{2 \cdot K \cdot T}\right] \quad (\text{II. 19})$$

Lorsque le champ électrique est très élevé on a :

$$\sigma(E, W) \approx \sigma_0 \cdot \exp\left[-\frac{e \cdot E \cdot L_0}{2 \cdot K \cdot T} - \frac{W}{2 \cdot K \cdot T}\right] \quad (\text{II. 20})$$

Ce comportement non linéaire décrit par l'équation (II.20) est de type :

$\sigma(E, W) \propto v \cdot \exp(-\eta \cdot E)$  est attribué à l'effet de piégeage des électrons par les bras morts.

### Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que, par un modèle simple de percolation, et en tenant compte de la présence des bras morts, que la conductivité électrique peut décroître en suivant une loi exponentielle de type  $\sigma(E, W) \propto v \cdot \exp(-\eta \cdot E)$ , au fur et à mesure que le champ électrique augmente. Elle dépend des énergies de sites répartis sur les bras morts.

## **CHAPITRE III**

### **SIMULATION : APPLICATION A L'ISOLANT ORGANIQUE**

## **SIMULATION : APPLICATION A L'ISOLANT ORGANIQUE**

Cette partie de simulation s'intéresse à la diminution de la conductivité électrique des matériaux isolants organiques suite à l'intervention du champ électrique.

Nous avons vu au chapitre II, que lors de l'application d'un champ électrique très élevé, les bras morts diminuent la conductivité électrique, selon la distribution des énergies des sites.

La question qui se pose est de savoir si les bras morts jouent le rôle de pièges en effectuant la simulation.

### **III.1 REPRESENTATION D'UN ISOLANT ORGANIQUE PAR UN RESEAU CARRE**

On sait que l'isolant organique est un ensemble de sites de différentes valeurs d'énergies ( $\epsilon_i$ ) distribuées aléatoirement. Celui-ci sera représenté dans un réseau carré par une matrice 'A' carrée ( $a \times a$  sites), telles que ces valeurs sont les résultats d'une distribution aléatoire qui peut prendre deux types : La distribution uniforme ( $A = \text{rand}(a,a)$ ), et la distribution gaussienne ( $A = \text{rand}(a,a,'n')$ ) [31].

#### **III.1.1 LES ETAPES DE SIMULATION**

1- création d'une matrice carrée A ( $a \times a$ ),

2- création d'une matrice 'Z' de taille  $(2 \times a - 1) \times (2 \times a - 1)$ , de telle sorte que entre deux valeurs de la matrice A, on place des zéros.

3- création d'une matrice R qui représente uniquement les couleurs (bleue, blanche), et ayant la même taille que la matrice 'Z' ; chaque valeur non nulle de la matrice 'Z' est représentée par une couleur bleue, et la valeur nulle par la couleur blanche figure (III.1).

R(i,j) représente une matrice de telle sorte que chaque valeur non nulle de la matrice Z(i,j) implique un site actif, représenté par la couleur bleue, et le site inactif représenté par la couleur blanche dans la matrice R(i,j).

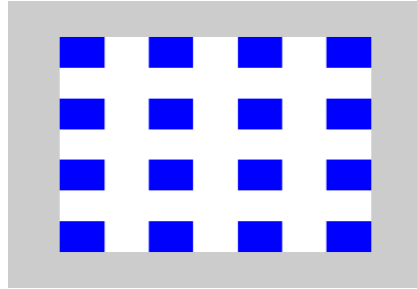


Figure (III.1) : représente la matrice R

4- Création des liens :

Entre deux sites actifs (i et i') ou (j et j') de la matrice R , on peut imaginer un lien, voir la figure (III.2) qui sera:

- actif : couleur bleu clair
- inactif : couleur blanche

Le lien est actif si  $(\epsilon_i) > \epsilon'_i$ , (en absence du champ électrique),

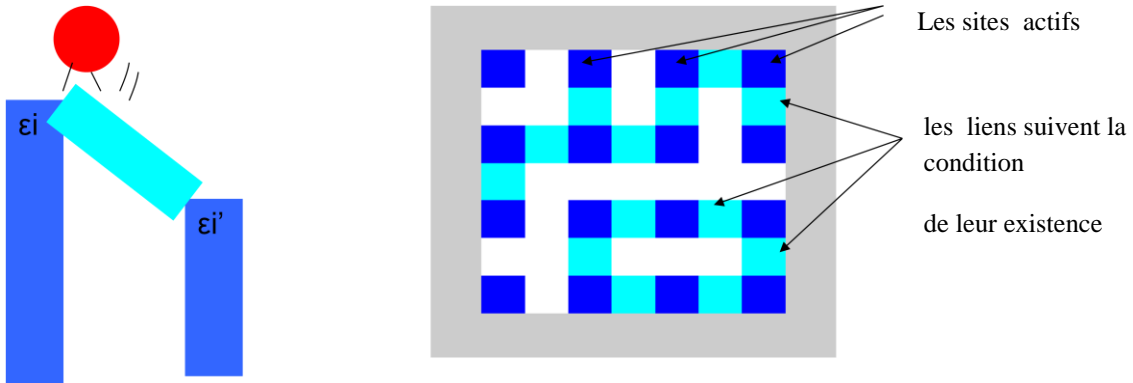


Figure (III.2) : représentation des (liens et sites) actifs

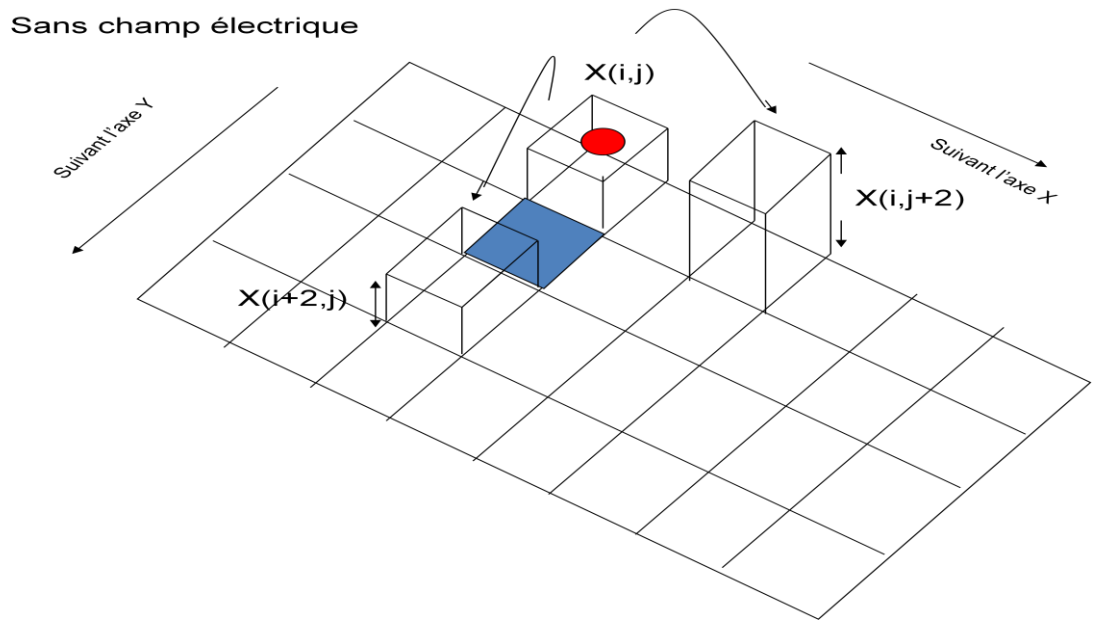


Figure (III.3): représentation schématique de la création des liens entre deux cases sans la présence du champ électrique

### III.2 INTERVENTION DU CHAMP ELECTRIQUE

La présence du champ électrique exige de suivre les étapes suivantes :

-l'électron peut entrer par tous les sites actifs (appartenant la 1<sup>ère</sup> ligne du réseau) Figure III.4

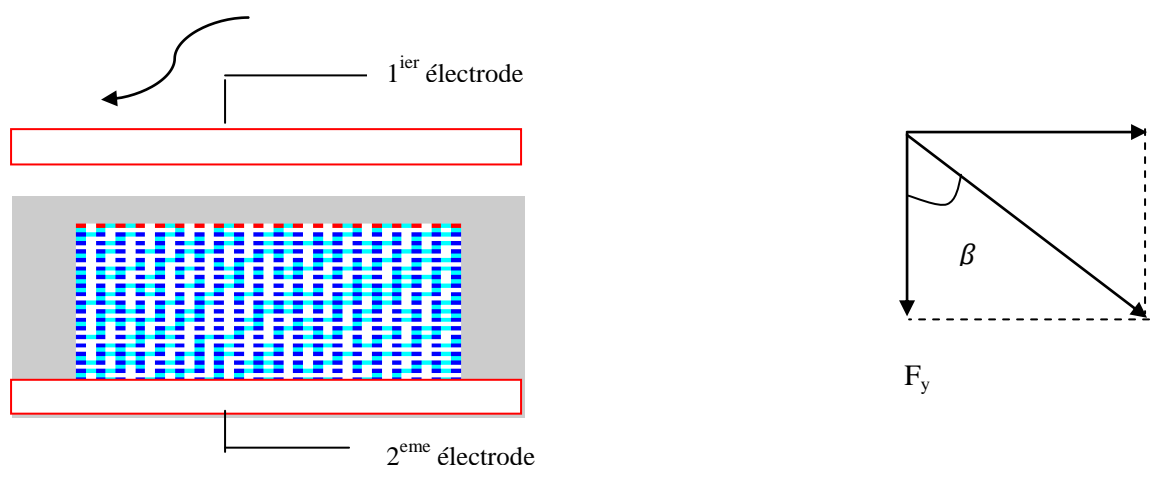


Figure (III.4) : un réseau carré entre 2 électrodes provoqué par un champ électrique

-le déplacement de l'électron résulte d'une force électrique F telle que les composantes de F sont :  $F \cdot \cos(\beta)$ ,  $F \cdot \sin(\beta)$

-La condition pour que l'électron saute du site (i) au site (i') est:

en présence du champ électrique E

$$\begin{cases} \varepsilon_j + e \cdot E_x \cdot h > \varepsilon'_j \text{ suivant l'axe } x \\ \varepsilon_i + e \cdot E_y \cdot h > \varepsilon'_i \text{ suivant l'axe } y \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où :

e: la charge de l'électron.

E: le champ électrique.

h: le pas entre le site i et le site i'.

$$E_x = E \cdot \sin(\beta)$$

$$E_y = E \cdot \cos(\beta)$$

$$X(i, j) = Z(i, j)$$

$$\begin{cases} \text{si } X(i, j) + e \cdot E_y \cdot h > X(i + 2, j) \text{ implique } R(i + 1, j) = 4 \\ \text{si } X(i, j) + e \cdot E_x \cdot h > X(i, j + 2) \text{ implique } R(i, j + 1) = 4 \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

les valeurs prises pour la simulation sont :

$\varepsilon_i$  : entre [0 et 1] e.v

h=  $10^{(-9)}$  m.

E: en (Mv/m).

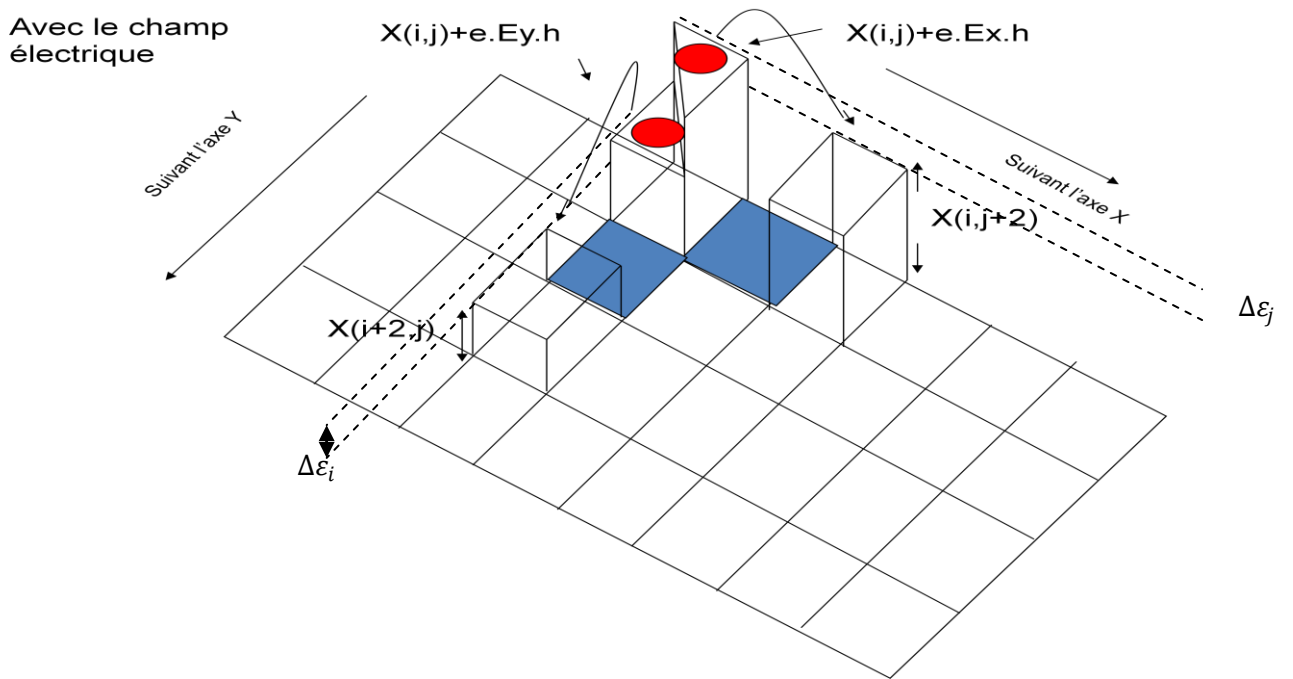


Figure (III.5) représentation schématique de la création des liens entre deux cases en présence du champ électrique

$$\text{si } X(i, j) + e.E_y.h > X(i+2, j) \text{ et } X(i, j) + e.E_x.h > X(i, j+2)$$

Dans le cas où il existe deux liens actifs pour le saut d'électron (vers i et vers j Figure III.5) alors :

$$R(i, j+1) = 4 \text{ et } R(i+1, j) = 4$$

Le choix dépend de la valeur la plus basse de  $\Delta\varepsilon_i$  ou  $\Delta\varepsilon_j$  (figure III.5).

- l'électron saute vers  $X(i, j+2)$  si  $\Delta\varepsilon_i > \Delta\varepsilon_j$ , la condition équivalente correspond à :

$$X(i, j) + e.E_x.h - X(i, j+2) < X(i, j) + e.E_y.h - X(i+2, j)$$

ou bien

$$X(i+2, j) + e.E_x.h < X(i, j+2) + e.E_y.h \quad (\text{III.3})$$

Cependant il faut vérifier que la case  $X(i - 2, j + 2)$  correspond à un site actif sans électron (une case vide) ou bien un site inactif. L'existence d'un électron dans la case  $X(i - 2, j + 2)$  lui permet de sauter vers la case  $X(i, j + 2)$  d'où l'avantage du déplacement de l'électron suivant la ligne droite. Celle-ci est appelée la condition d'avantage.

- l'électron saute vers  $X(i + 2, j)$  si  $\Delta\varepsilon_i < \Delta\varepsilon_j$ ,

la condition équivalente est:

$$X(i + 2, j) + e \cdot E_x \cdot h > X(i, j + 2) + e \cdot E_y \cdot h \quad (\text{III.4})$$

Certains liens apparaissent suite à l'augmentation de l'intensité du champ électrique figure (III.6 a et b).

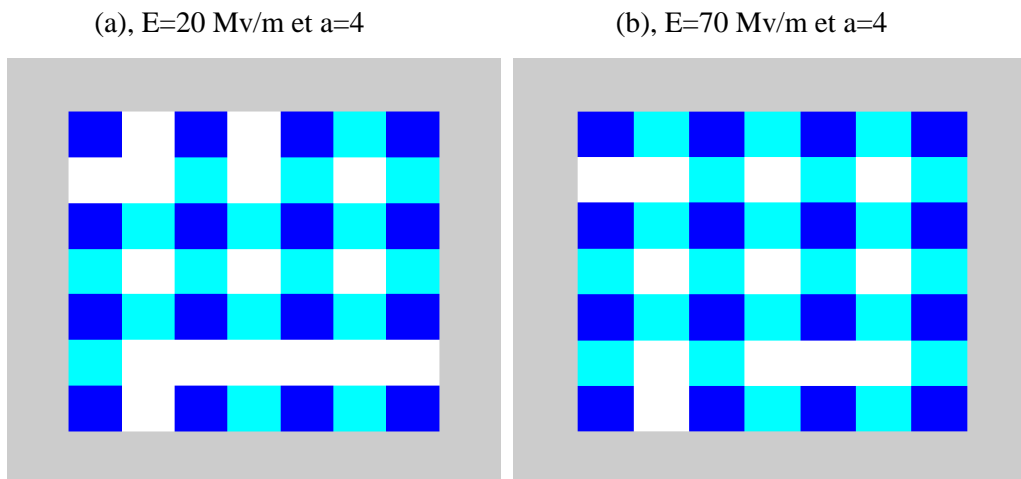


Figure (III.6) représentation schématique de l'effet du champ électrique sur la création des liens

### III.3 VARIATION DE LA QUANTITE DE CHARGE REÇUE SUITE A L'AUGMENTATION DU CHAMP ELECTRIQUE

Deux cas de figure peuvent s'imposer quant à l'augmentation du champ électrique :

- **cas discret** : lorsqu' on applique un champ électrique  $E_i$  sur un isolant organique appelé ' $P_0$ ' ; à l'instant  $t_0$ , on aura une situation ' $P_i$ '.  
En appliquant un champ électrique  $E_{i+1}$  l'isolant organique identique à ' $P_0$ ' ; à l'instant  $t_0$ , on aura une situation nouvelle ' $P_{i+1}$ '.
- **cas continu** : lorsqu' on applique un champ électrique  $E_i$  sur un isolant organique ' $P_0$ ', à l'instant  $t_0$ ; on aura une situation ' $P_i$ ', en appliquant un champ électrique  $E_{i+1}$ , sur le même isolant organique précédent ' $P_i$ ', à l'instant  $2 \times t_0$  on aura une situation ' $P_{i+1}$ '.

#### III.3.1 NOMBRE D'ELECTRONS ARRIVANT A LA 2<sup>eme</sup> ELECTRODE A L'INSTANTE $t_0$

L'électron est capable d'entrer par les sites actifs (de la 1<sup>ere</sup> ligne du réseau) (figure III.7.a).

La diffusion d'électrons se fait par saut s'il existe un lien actif. Une fois que l'électron se déplace vers un site le plus proche, il sera remplacé par un autre, et ainsi de suite jusqu'à l'apparition d'un amas. Cet amas devient un amas infini lorsque le champ électrique atteint une valeur seuil  $E_c$ ; c'est-à-dire l'électron atteint la 2<sup>eme</sup> électrode) (figure III.7.b).

Cette opération sera répétée avec un nombre d'itération  $d=d_0$  qui correspond à l'instant  $t=t_0$ .

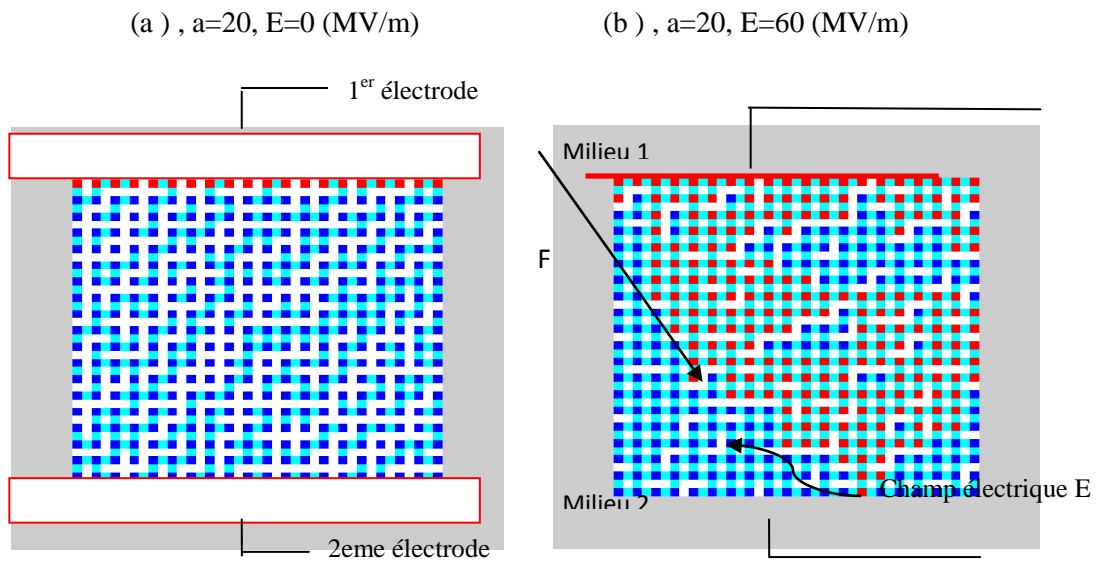


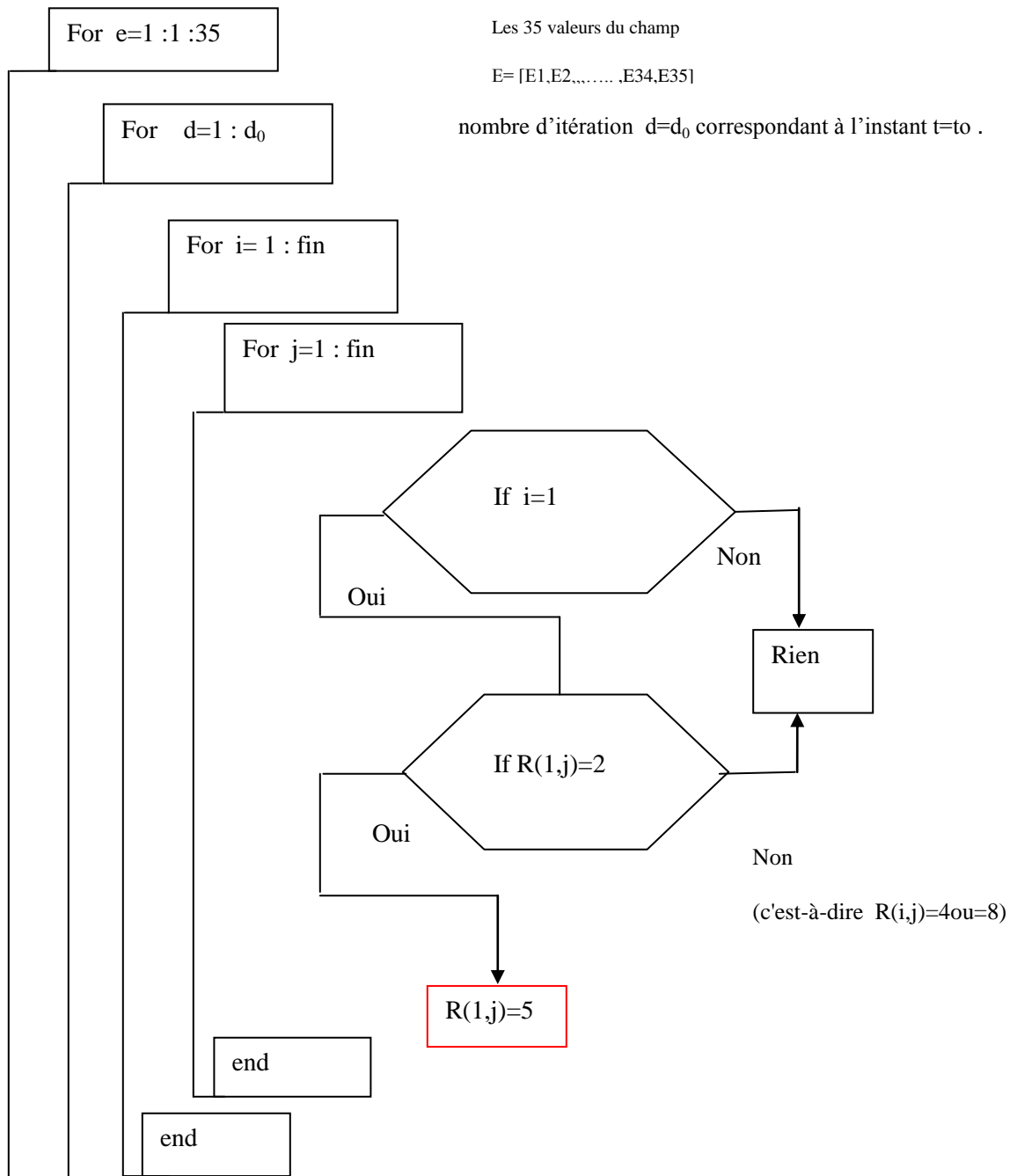
Figure (III.7) représentation schématique d'un réseau carré lorsque  $E=0$  Mv/m (a),  $E=60$  Mv/m (b)

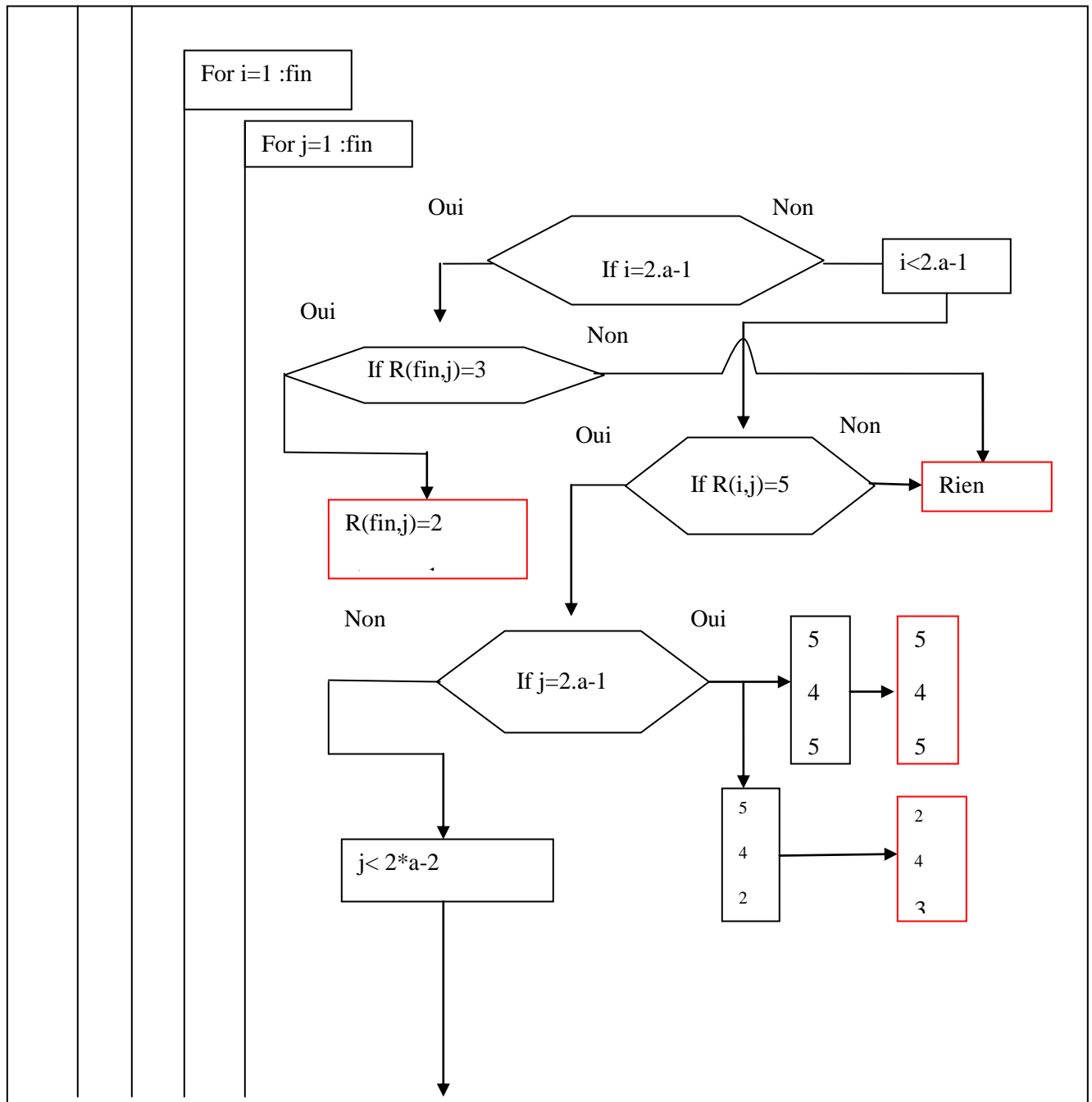
L'algorithme (III.1) explique le calcul du nombre d'électrons atteignant la 2<sup>eme</sup> électrode à l'instant  $t=t_0$  ( $d=d_0$ ), cas discret :

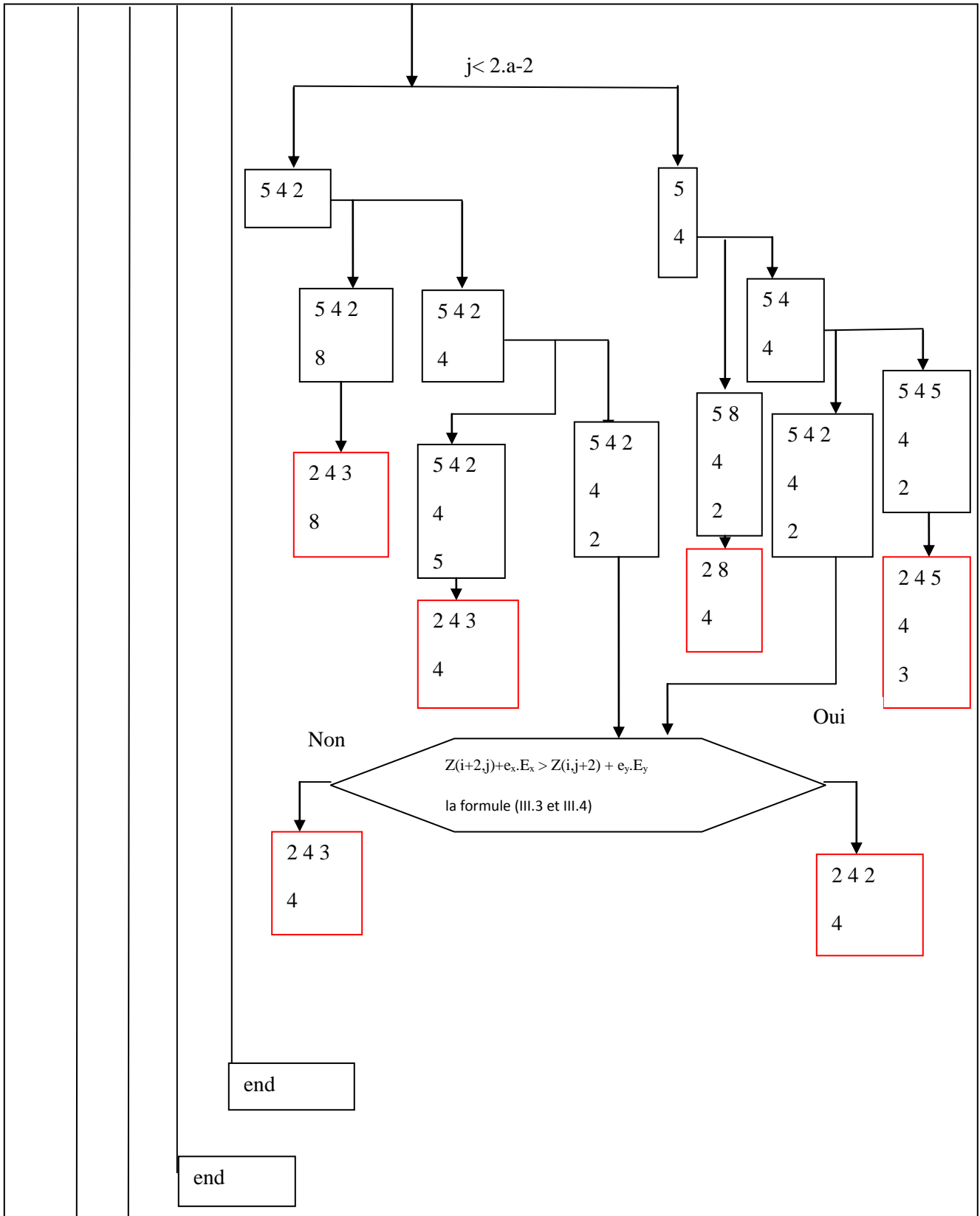
### III.3.2 L'ALGORITHME : LE CALCUL DU NOMBRE D'ELECTRONS

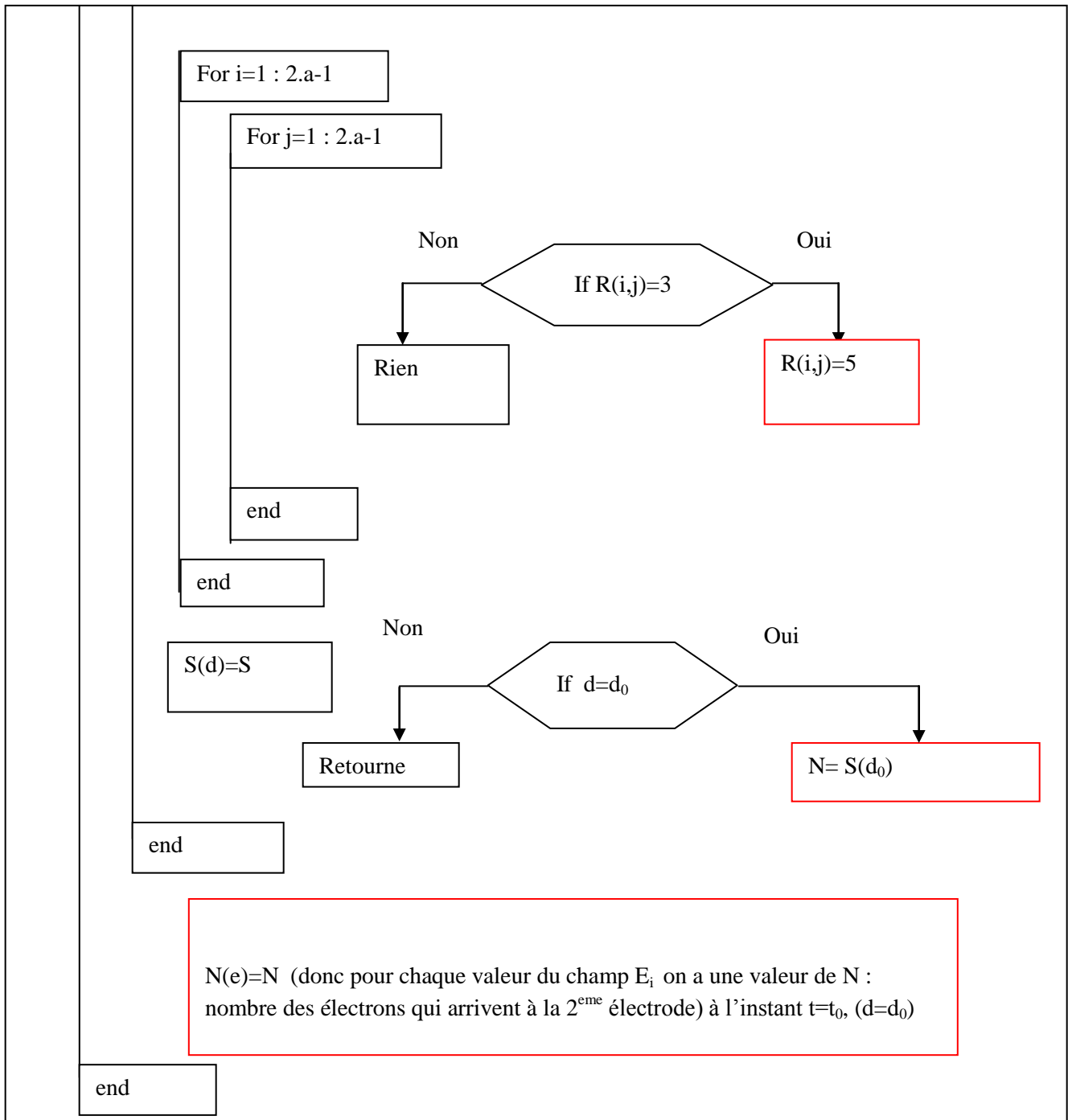
Algorithme (III.1) p1/4

S=0.(l'initialisation ;le nombre d'électrons reçus au 2<sup>ème</sup> électrode)





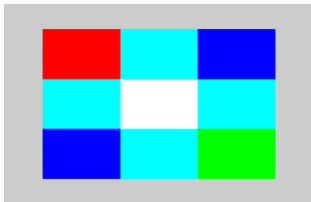




$$e \cdot E_X \cdot h = e_x \cdot E_X \text{ Suivant l'axe } X$$

$$e \cdot E_Y \cdot h = e_y \cdot E_Y \text{ Suivant l'axe } Y$$

Rappel [31]:



Équivalent à

5	4	2
4	8	4
2	8	3

### Les résultats de simulation

Cas discontinu

Le calcul du nombre d'électrons  $N_i(d)$  arrivant à la 2<sup>ème</sup> électrode à chaque instant  $t$ , est représenté dans la Figure ( III.8 a et b ). Pour chaque valeur de  $E_i$ , on a une courbe bleue

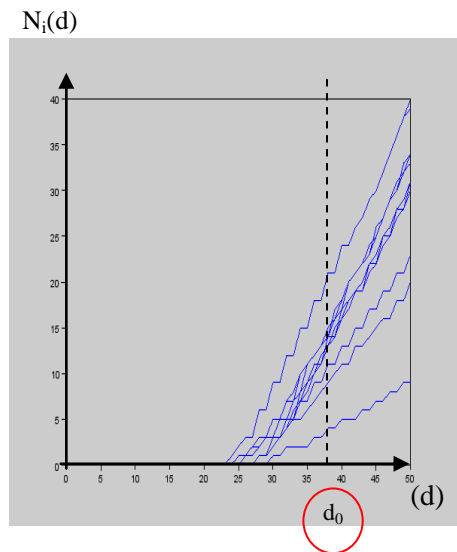
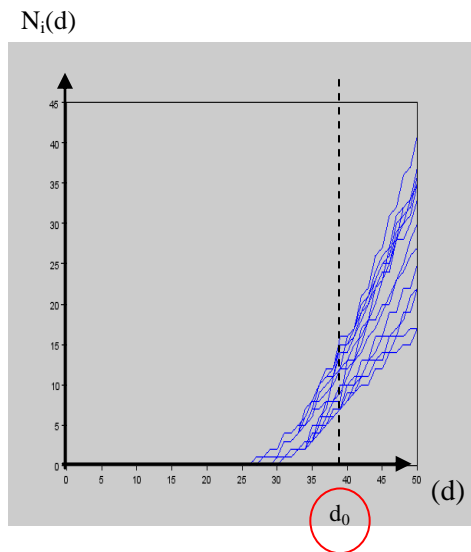


Figure (III.8) résultats obtenus par simulation : (a)  $N(d)$  avec la condition d'avantage, (b)  $N(d)$  sans la condition d'avantage

Nous remarquons que le nombre des électrons  $N$  qui atteint la 2<sup>ème</sup> électrode augmente de façon non linéaire en fonction du temps ( $d$ ).

Pour chaque valeur du champ  $E_i > E_c$ , on a obtenu une courbe de couleur bleue  $N_i=f(d)$ .

Pour observer la variation  $N(d)$  en fonction du champ électrique, on a procédé à une coupe transversale à l'instant  $t=t_0$  ( $d=d_0$ ), par le plan  $(d_0, E_i)$  (voir figure III.9).

Ce qui nous a permis d'avoir la courbe  $N(E)$  (voir figure III.9).

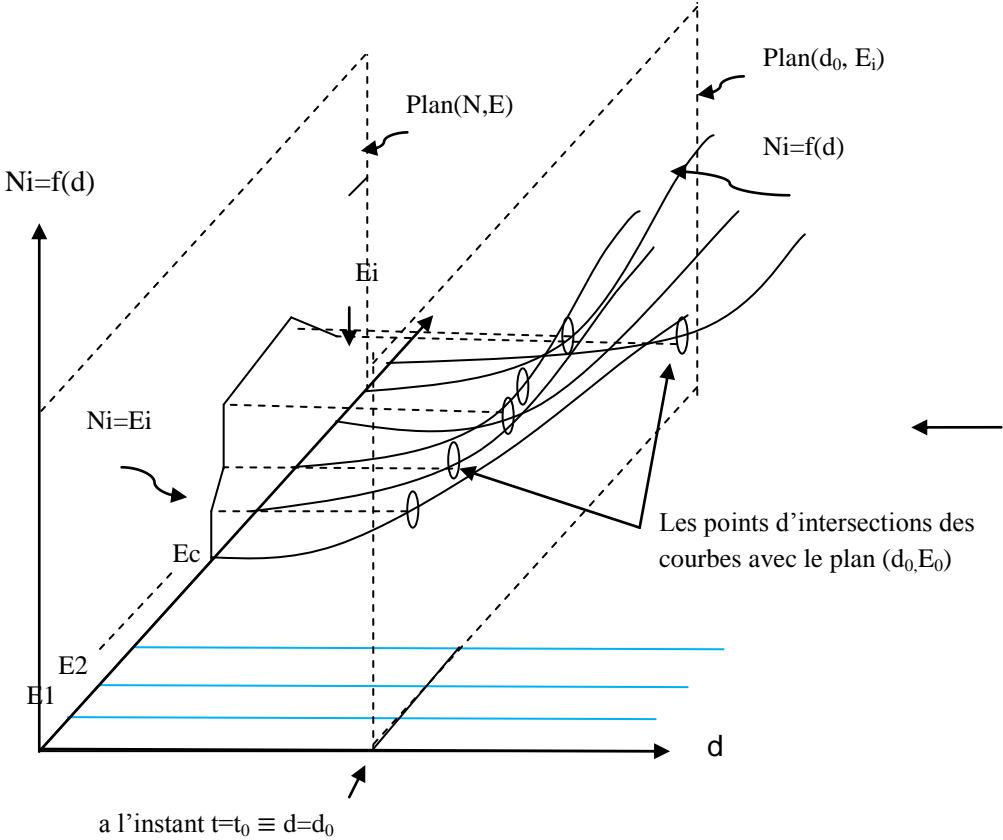


Figure (III.9) représentation graphique du passage de  $N(d)$  à  $N(E)$

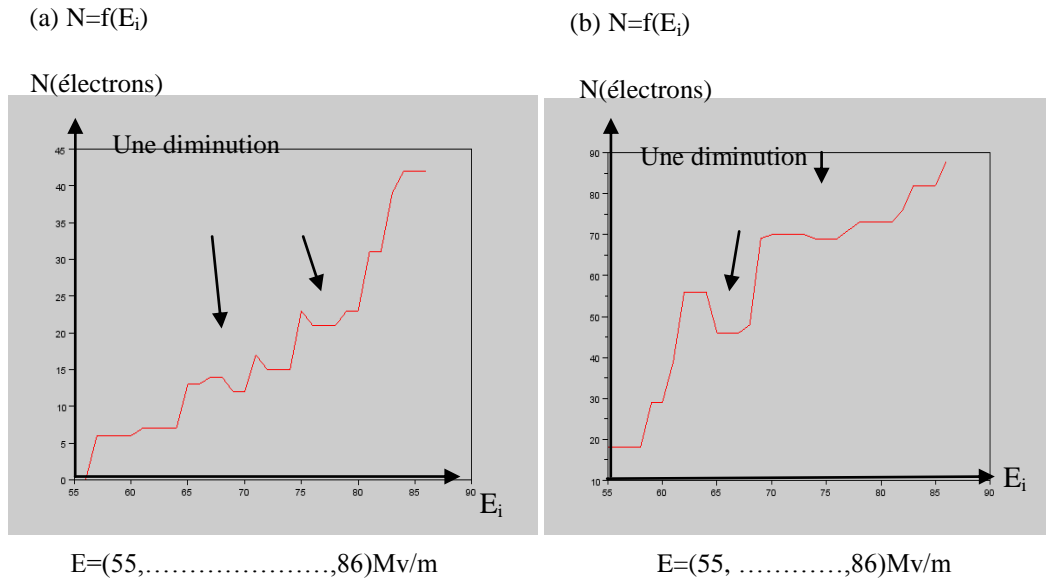
La courbe obtenue par projection, représente la quantité de la charge instantanée sur le plan  $(N, E)$ ,

$$E_i=[E_0, E_1, \dots, E_c, \dots, E_i],$$

$$N_i=[N_0, N_1, \dots, N_i], \text{ a l'instant } t_0 (d= d_0).$$

Toutes les courbes obtenues par simulation representent  $N(E)$ :

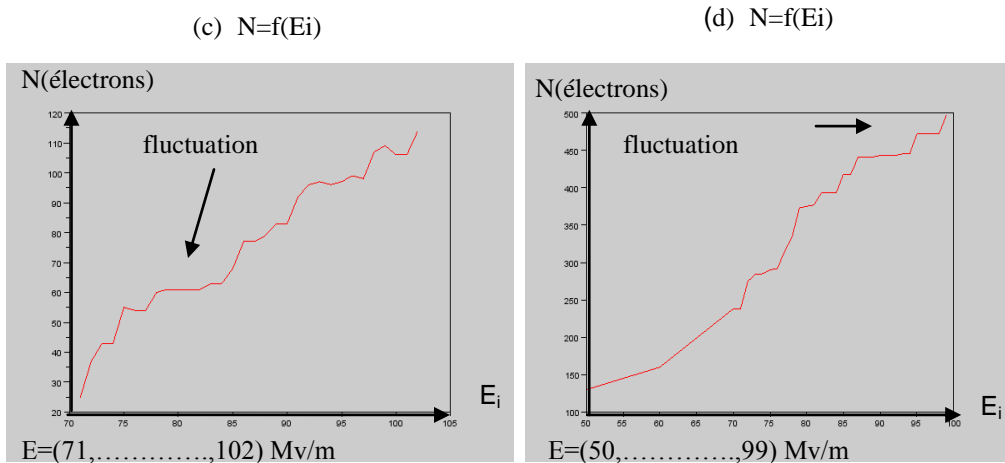
(Figure III.10.a) ,(Figure III.10.b) représentent le nombre d'électrons recus en fonction du champ électrique à  $d=40$  itérations ( $a=20$ ) avec une distribution uniforme et distribution gaussienne respectivement



Figure(III.10.a,b) (réseau carré  $a=20$ ), (a) :  $N=f(E)$  pour une distribution uniforme

(b) :  $N=f(E)$  pour une distribution gaussienne

Pour un réseau carré  $a=30$  et  $d=d_0=70$ , les résultats obtenus sont représentés sur la figure (III.10 c et d).



Figure(III.10.c,d) (réseau carré  $a=30, d=d_0=70$ ) (c) :  $N=f(E)$  pour une distribution uniforme

(d) :  $N=f(E)$  pour une distribution gaussienne

On remarque que les figures( III.10) présentent des fluctuations de la quantité d' électrons reçus  $N(E)$ . Cette fluctuation affecte la conductivité électrique induite.

### III.3.3 VARIATION DE LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE SUITE A L'AUGMENTATION DU CHAMP ÉLECTRIQUE

La conductivité en fonction du champ électrique dans cette étude ,est une valeur instantannée à l'instant ( $t_0$  ou  $d_0$ ).

Remarque :

On prend :

( $t_0 = n_0 \cdot d_0$  : le temps correspondant à un multiple du nombre d'iteration ).

$$Q = N \cdot q \quad (Q \text{ c'est la quantité de la charge totale})$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (I : \text{c'est l'intensité du courant électrique}) \text{ donc } : I = \frac{Q}{t_0} \text{ (valeur instantannée)}$$

$$= \frac{Q}{n_0 \cdot d_0}$$

$$J = I/S \quad (S: \text{c'est la surface}), \text{ avec } :$$

$$S = (2 \cdot a - 1) \cdot 1 \text{ si on prend les liens comme des cases.}$$

$$a \approx 10^{-9} \text{ m}$$

$$\sigma^* = \frac{J}{E} \text{ (la conductivité)}$$

$$\sigma^* = \frac{q \cdot N}{S \cdot E \cdot n_0 \cdot d_0} \quad \text{(III.5)}$$

Pour chaque valeur du champ  $E_i$ , on a une conductivité instantannée  $\sigma_i^*$  :  $\sigma^* = [\sigma_1^*, \sigma_2^*, \dots, \sigma_i^*]$  .

On note la conductivité  $\sigma$  comme une valeur normalisée par rapport à la conductivité  $\sigma^*$ ,

$$\sigma = \sigma^*/n \quad \text{(III.6)}$$

$$\text{avec } : n = \frac{q \cdot N}{S \cdot n_0}$$

les figures (III.11 a et b) , Les figures (III.11 c et d) représentent la conductivité  $\bar{\sigma}$  (instantannée) en fonction du champ électrique avec une distribution uniforme ( $a=20, a=30$ ) (cas discret) et (cas continu) respectivement .

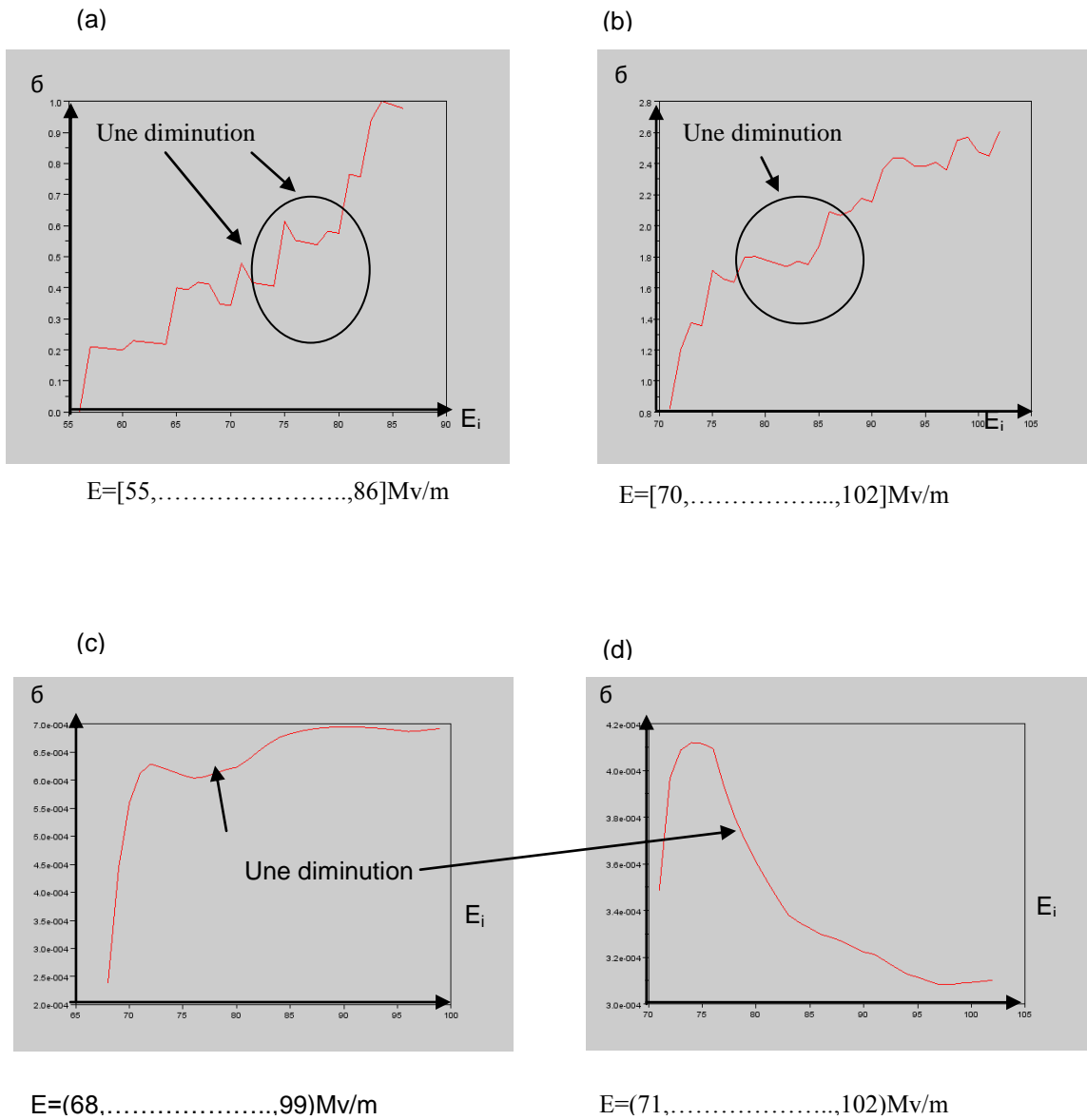


Figure (III.11) pour une distribution uniforme (a)  $\bar{\sigma}$  (E) cas discret  $a=20, d_0=40$  ;(b)  $\bar{\sigma}$  (E) cas discret  $a=30, d_0=70$  ;(c)  $\bar{\sigma}$  (E) cas continu  $a=20, d_0=40$  ;(d)  $\bar{\sigma}$  (E) cas continu  $a=30, d_0=70$

les figures (III.12 a et b), les figure (III.12 c et d) representent la conductivité  $\bar{\sigma}$  (instantanné) en fonction du champ électrique avec une distribution gaussienne ( $a=20, a=30$ ) (cas discret) et (cas continu) respectivement.

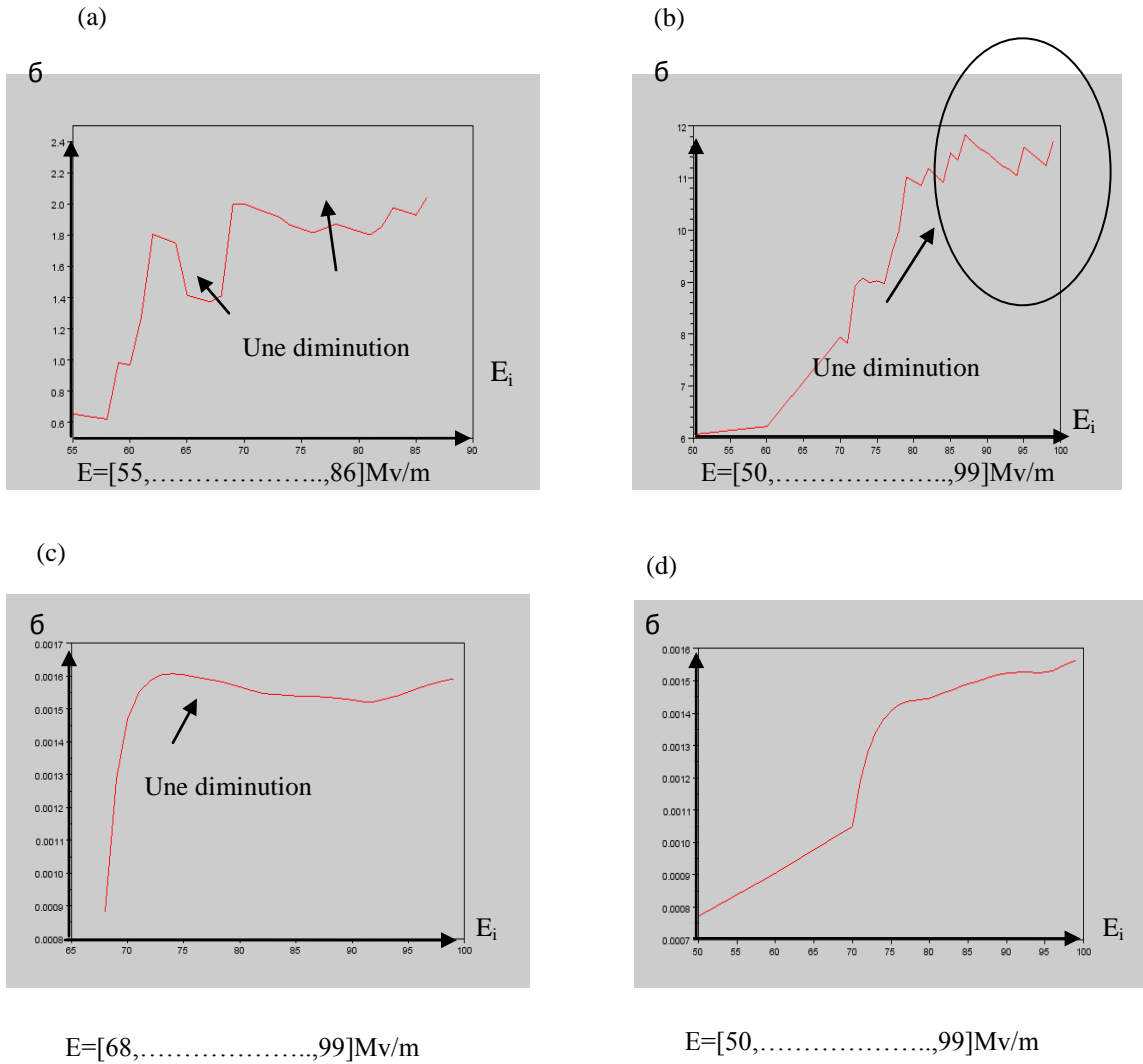


Figure (III.12 ) pour une distribution gaussienne (a)  $\bar{\sigma}$  (E) cas discret  $a=20, d_0=40$  ;(b)  $\bar{\sigma}$  (E) cas discret  $a=30, d_0=70$  ;(c)  $\bar{\sigma}$  (E) cas continu  $a=20, d_0=40$  ;(d)  $\bar{\sigma}$  (E) cas continu  $a=30, d_0=70$

## **Conclusion**

On remarque que lorsque le champ électrique est très élevé, la conductivité diminue, cette diminution dépend de la dimension de l'isolant, le type de la distribution choisie et la façon de l'augmentation du champ électrique, comme le montrent les figures précédentes.

Mais la question qui se pose alors est de savoir si les bras morts sont-ils responsables de la diminution de la conductivité électrique ?

## **CHAPITRE IV**

### **SIMULATION :**

# **CAUSE DE LA DIMINUTION DE LA CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE**

## CHAPITRE IV: CAUSE DE LA DIMINUTION DE LA CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE

### IV.1 ETUDE DES BRAS MORTS

Avant de montrer l'effet des bras morts, on doit visualiser d'abord le chemin le plus court, nos résultats de simulation obtenus concernent le 1<sup>er</sup> cas de figure (chapitre III). La même procédure sera appliquée pour le 2<sup>ème</sup> cas de figure.

Pour visualiser le chemin le plus court, on choisit la méthode qui nécessite la détermination des **sous amas infinis** (qui englobe la trajectoire la plus courte suivant une couleur).

#### IV.1.1 DETERMINATION DES SOUS AMAS INFINIS

##### IV.1.1.1 Principe des « sous amas »

On suppose que chaque électron appartenant à la 1<sup>re</sup> ligne, a une couleur différente de celle de l'électron voisin, chaque couleur ( $e_j^-$ ) se propage dans le réseau (Figure IV.1) suivant les mêmes conditions définies précédemment.

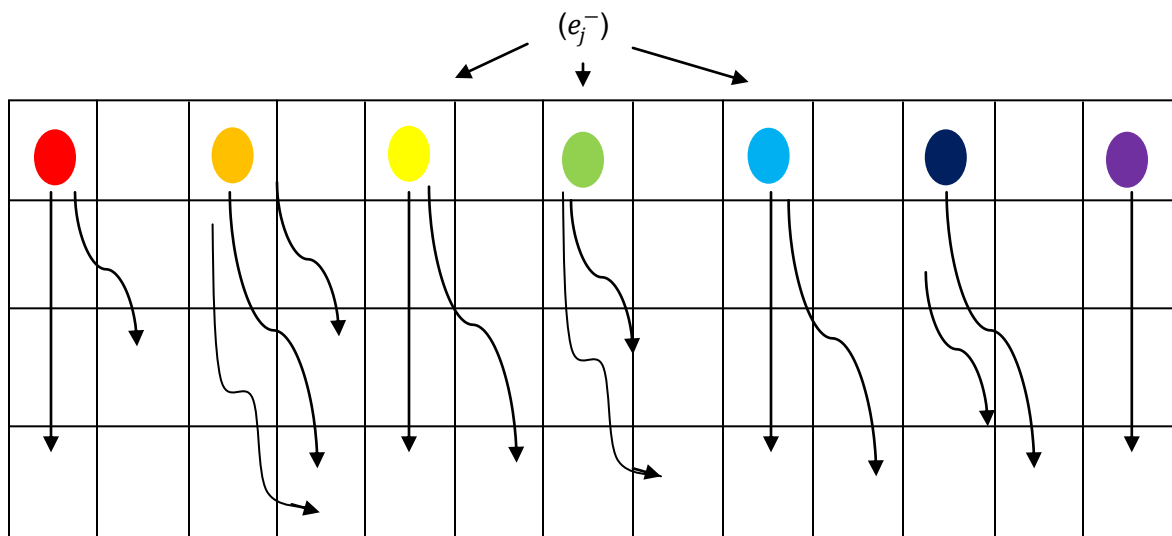


Figure IV.1 : Représentation schématique de la propagation de l'électron dans le réseau

### IV.1.1.2 Algorithme des « sous amas »

Rappel :

$R(i, j) = 2$ : site actif (existence d'une valeur énergie  $\varepsilon_{ij}$  dans cette case).

$R(i, j) = 5$ : site actif (existence d'un électron dans cette case).

$R(i, j) = 4$ : lien actif

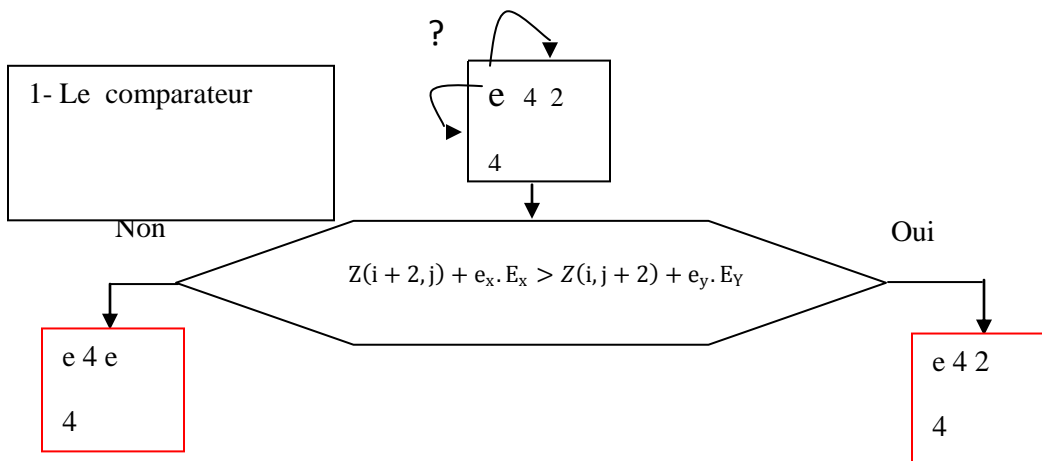
$R(i, j) = 8$ : lien inactif

si  $R(1, j) = 2$  alors  $R(1, j) = (10 + j)$ :

*Initialement on prend  $s = 0$ , le programme s'arrête lorsque  $s = 1$ .*

En cas où l'électron aura deux possibilités de sauter vers  $i$  ou vers  $j$ , l'électron sautera alors selon la valeur la plus petite entre  $\Delta\varepsilon_i$  et  $\Delta\varepsilon_j$ , et en prenant en considération la condition (d'avantage) définie précédemment.

Cette vérification est assurée par le comparateur suivant :



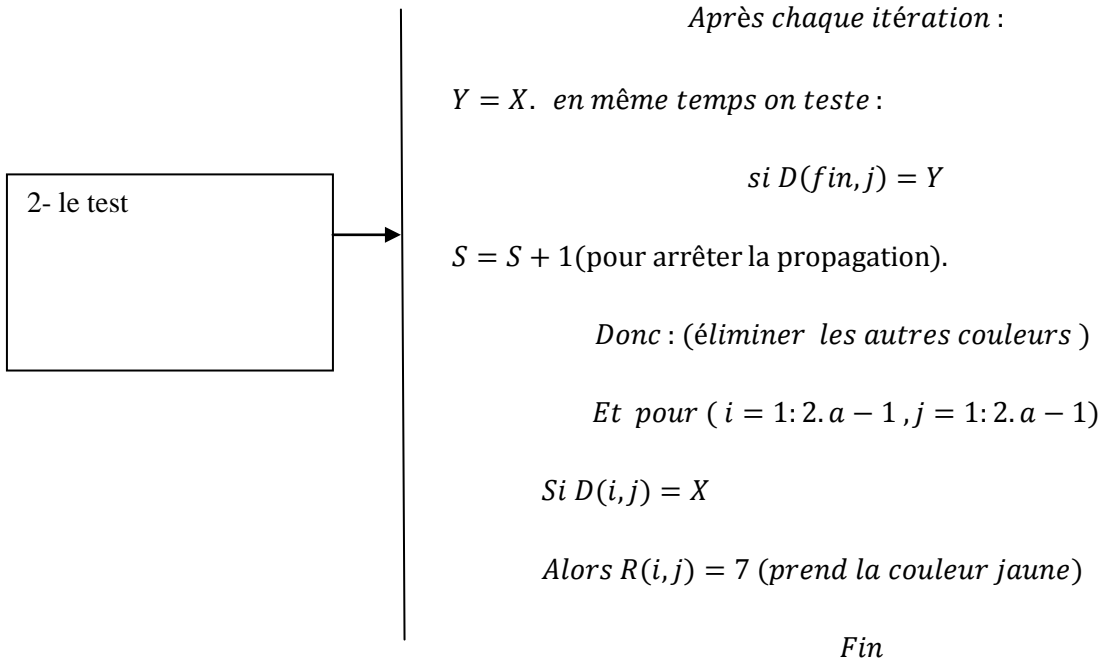
Une fois les électrons se propagent dans la matrice  $D(i,j)$  ;

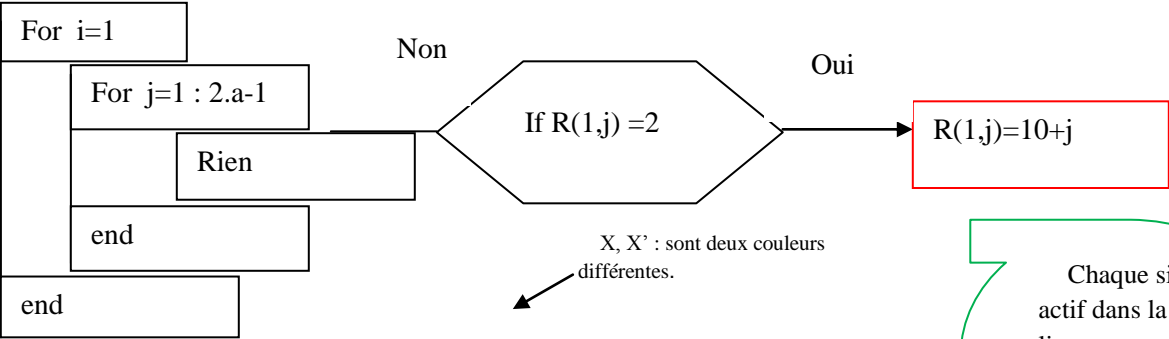
Si l'électron (de couleur X) touche la dernière ligne de la matrice, alors la diffusion s'arrête ( $s=s+1$ ).

Cet électron est déjà défini par une couleur spécifique (X), toutes les autres couleurs seront négligées par le programme ; il ne reste alors que la couleur (X).

On peut modifier la couleur restante (exemple par la couleur jaune).

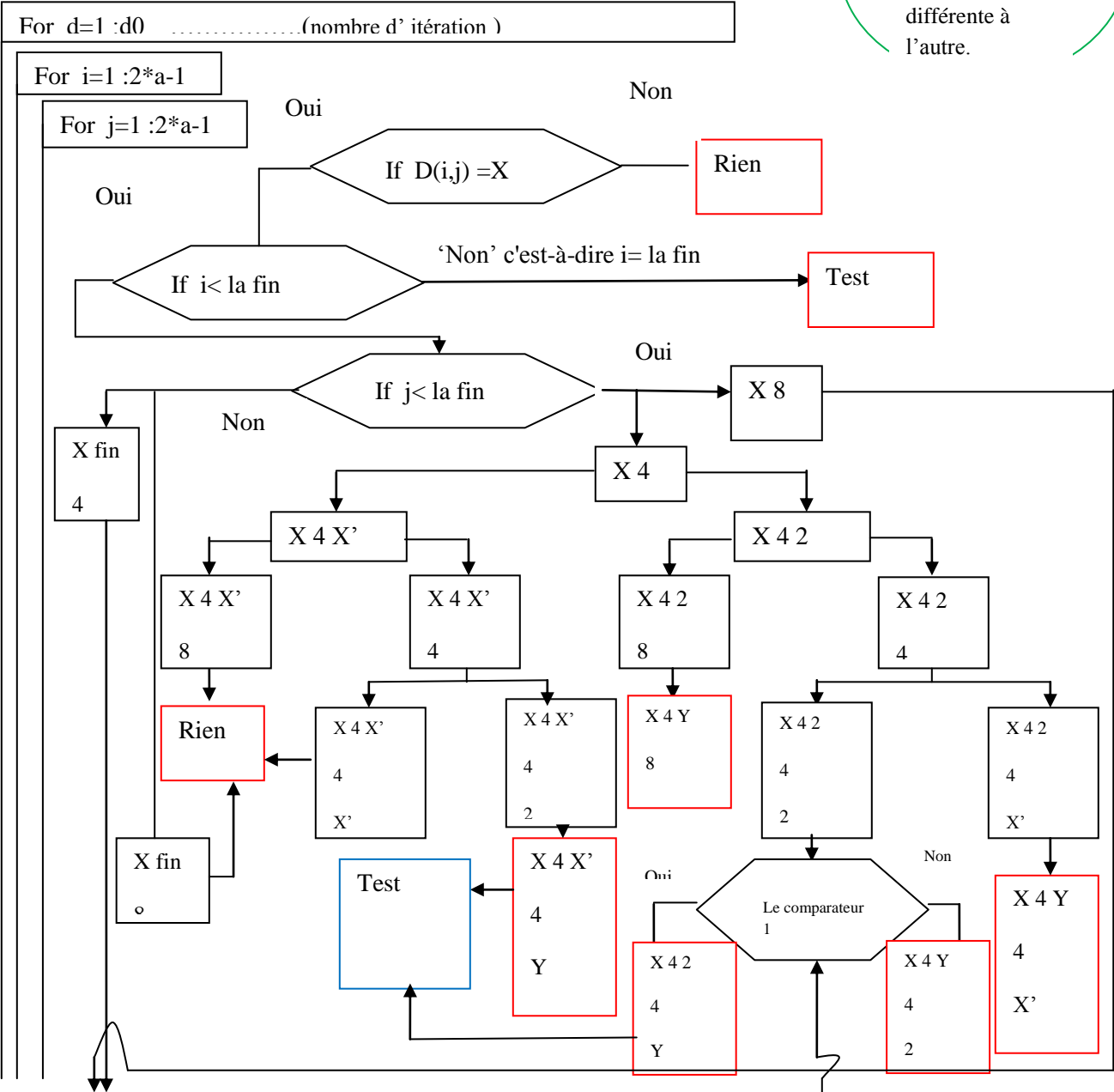
Pour assurer l'égalité des sauts effectués par les électrons, l'électron ayant sauté et possédant la couleur X et qui a laissé sa trace (de même couleur X) et doit changer sa couleur dans la prochaine case par une autre couleur Y, provisoirement jusqu'à la fin de l'itération.

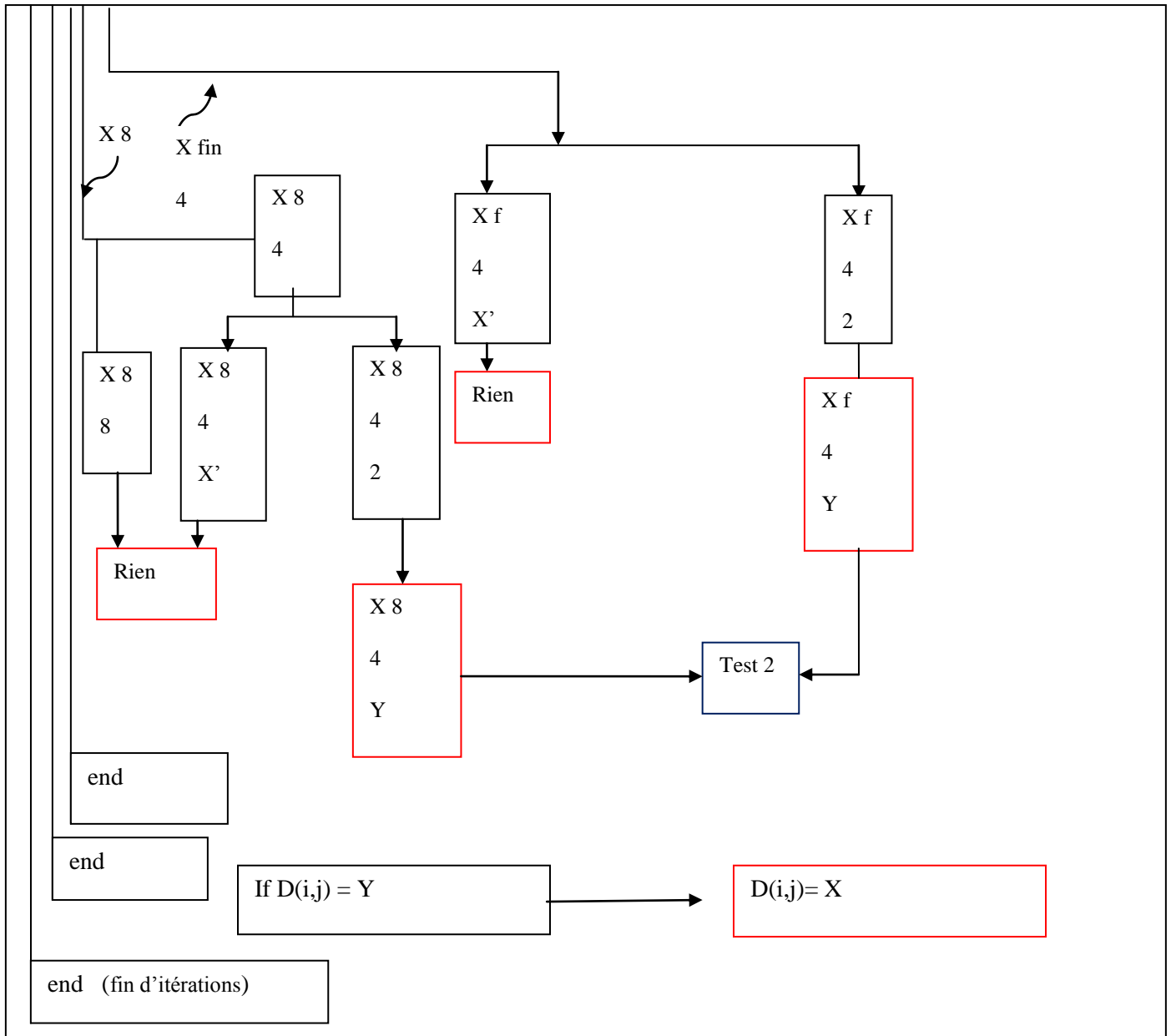




La Matrice D=R, X=10+j, Y=100+j, X'=10+j', (j, j' ne sont pas à la même Trj)

Chaque site actif dans la 1<sup>er</sup> ligne a une couleur différente à l'autre.





Les étapes explicatives de la simulation proposée pour déterminer les sous amas sont:

Lorsque l'électron saute d'un site (case) à l'autre, il laisse derrière lui une trace (représentée par une couleur) afin d'empêcher son remplacement par un autre électron (de couleur différente).

La figure (IV.2) représente les résultats obtenus de la propagation des électrons pour différentes valeurs du champ électrique.

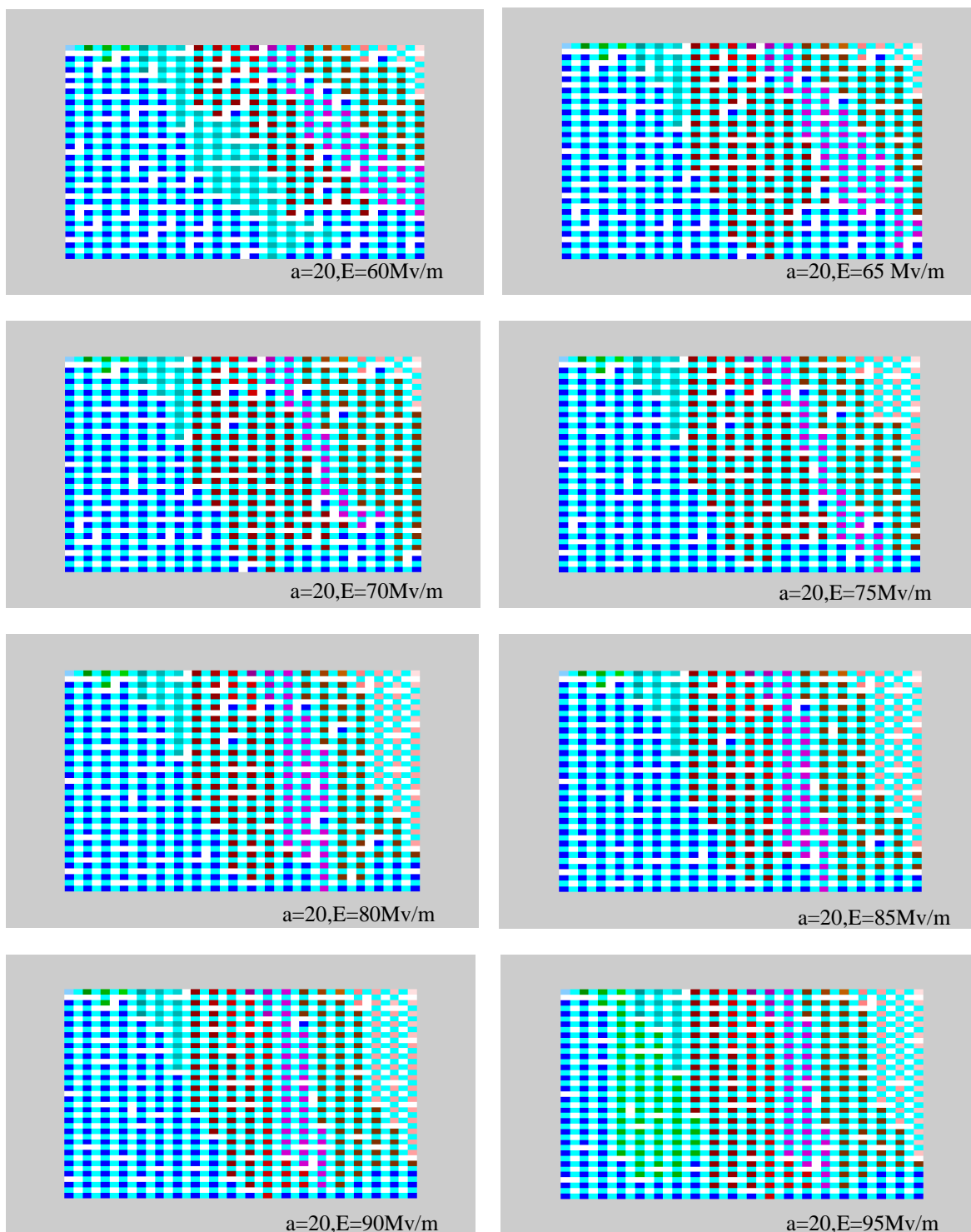


Figure (IV.2) représente les résultats de la propagation des(e-) pour différentes valeurs du champ électrique.

On remarque que chaque couleur forme un sous amas, c'est le 1<sup>er</sup> sous amas (le plus rapide) qui nous intéresse (celui qui touche la 2<sup>eme</sup> électrode).

La figure( IV.3), la figure (IV.4) montrent ce phénomène en appliquant une distribution uniforme et gaussienne normalisée respectivement.

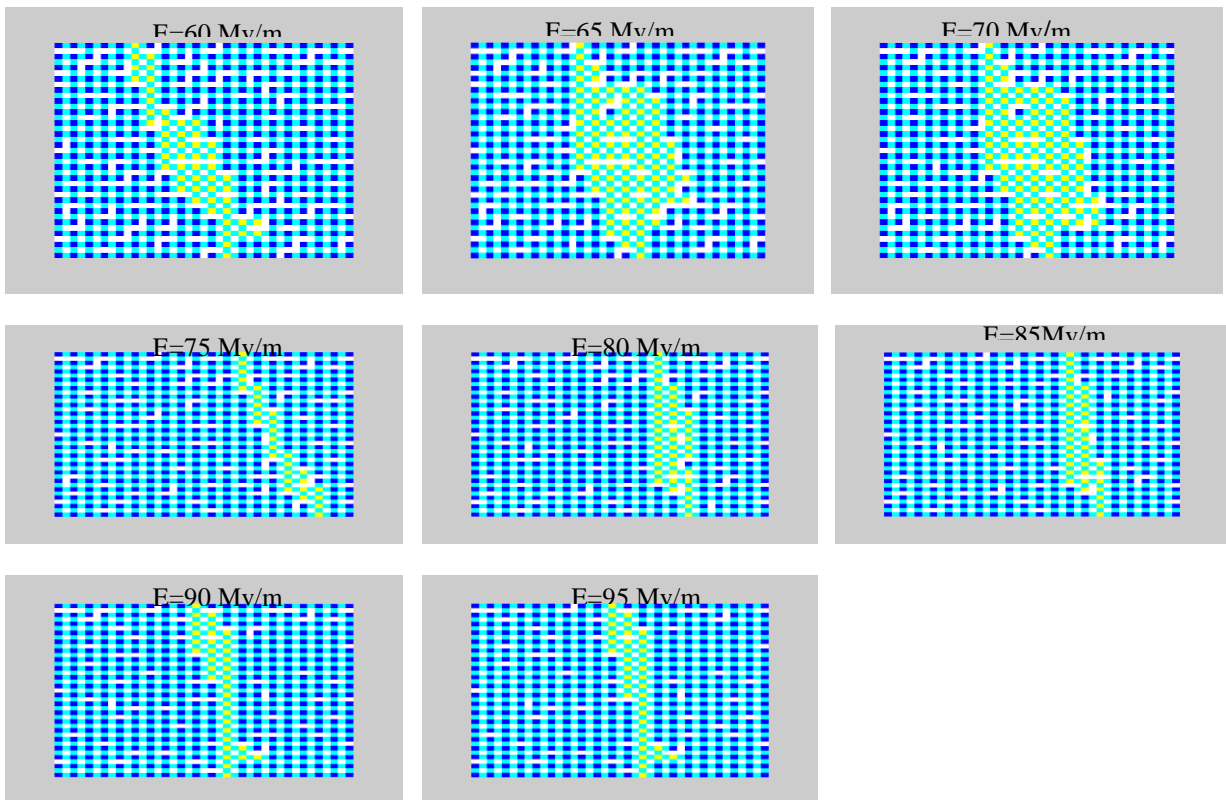


Figure (IV.3) : représentation des sous amas infinis pour les valeurs des champ électriques  $E_i = [60,65,70,75,80,85,90,95]:(\text{Mv/m})$  dans le cas d'une distribution uniforme

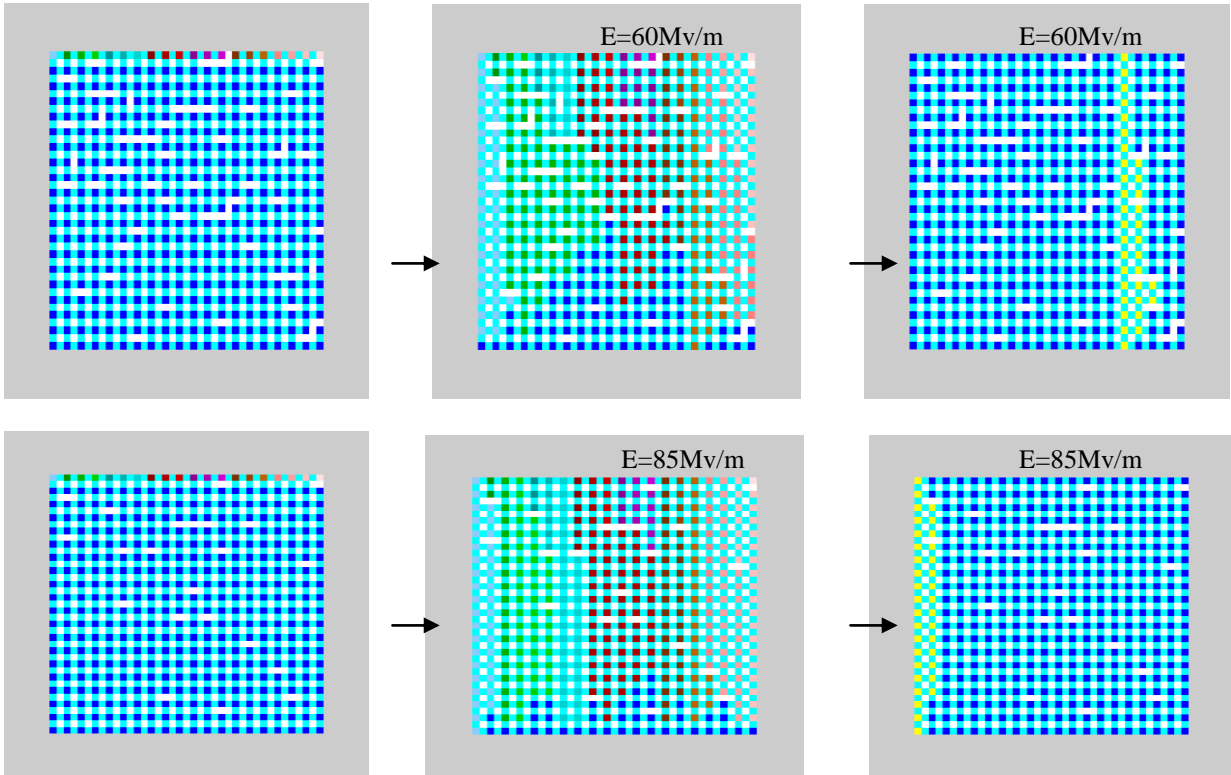


Figure (IV.4) représentation des sous amas infinis pour les valeurs de champ électrique  $E=60\text{Mv/m}$ , et  $E=85\text{Mv/m}$ , dans le cas d'une distribution Gaussienne Normalisée.

On déduit que les sous amas infinis changent leurs formes et leurs positions lorsque le champ électrique augmente.

## IV.1.2 CHEMIN LE PLUS COURT

### IV.1.2 .1 Principe

Les résultats précédents relatifs au sous amas ont montré que seule la couleur jaune ( chiffre 7). est représentative.

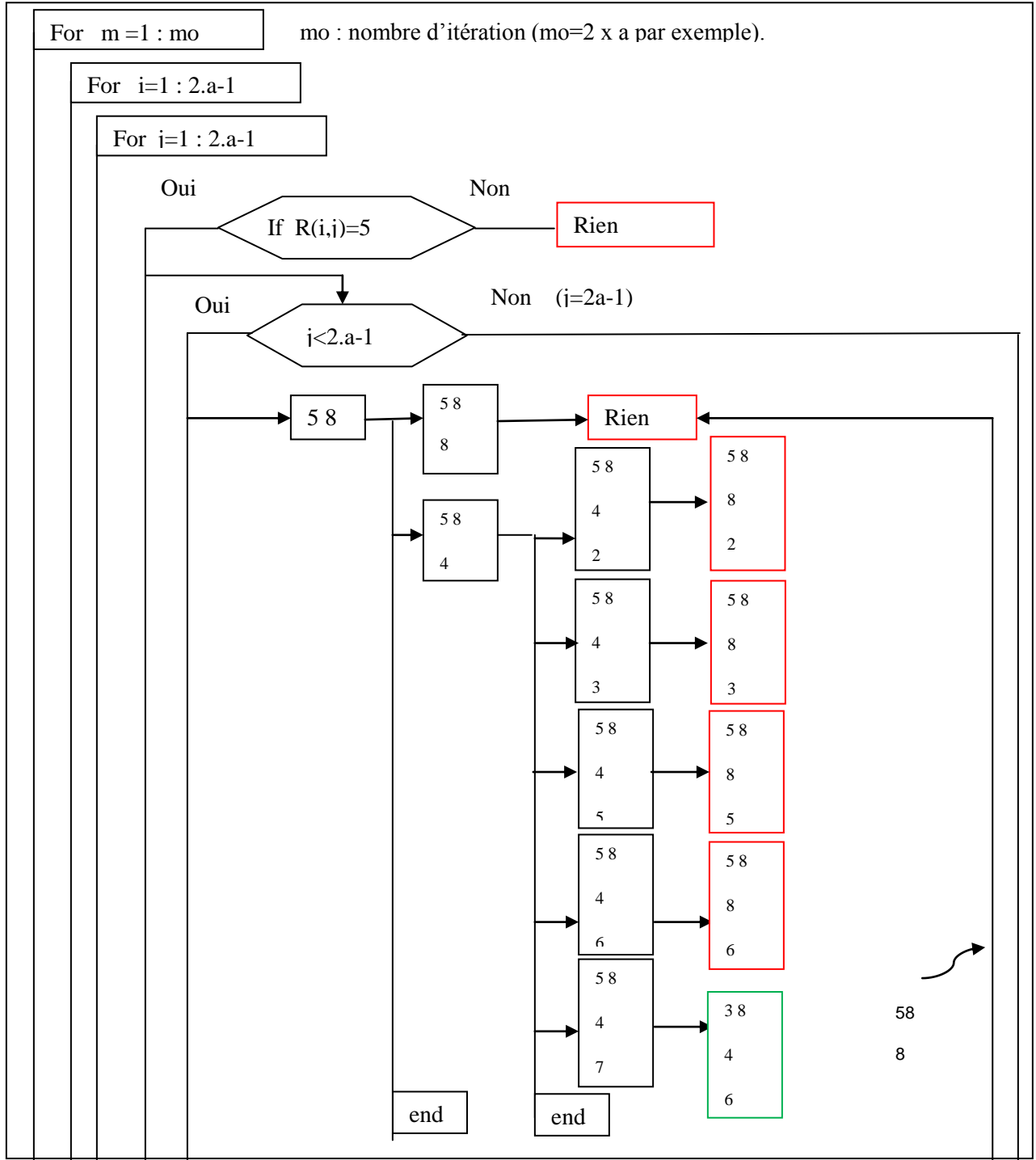
On remplace le site actif ayant la couleur jaune appartenant à la 1<sup>iere</sup> ligne par la couleur rouge (un électron), c'est-à-dire  $R(1,j)=5$ .

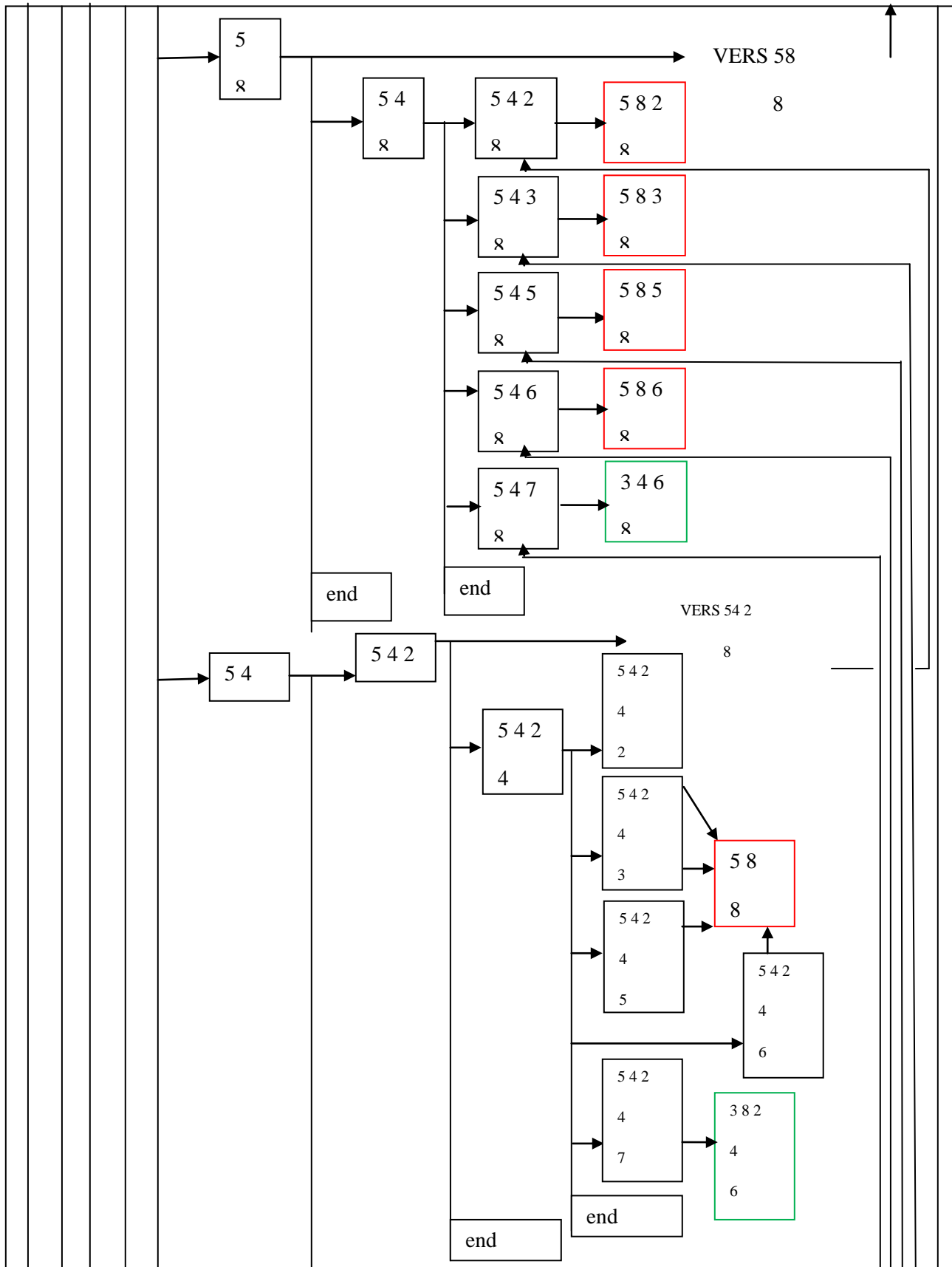
On propage cette couleur de telle sorte que l'électron peut sauter vers la case ayant la couleur jaune, l'électron laisse sa trace avec une couleur verte (chiffre 3) , et la nouvelle place a une couleur mauve (chiffre 6) – afin d' assurer l'égalité des sauts- ,cette case récupèrera sa couleur d'origine rouge à la fin de chaque itération voir l'algorithme (IV.2).

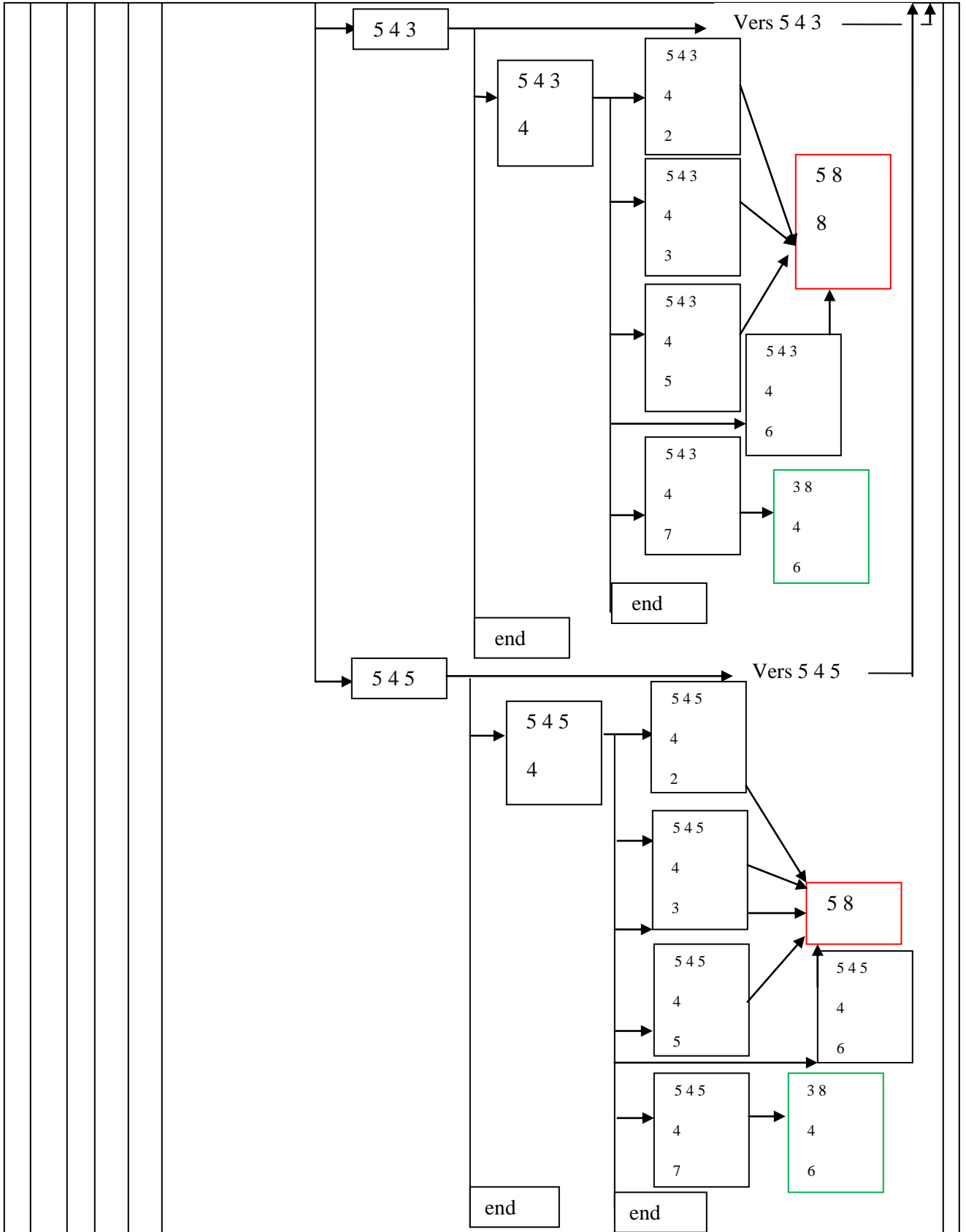
Donc la trace laissée par l'électron est importante afin de déterminer le chemin le plus court. Cette méthode (dite la trace ) permet d'ouvrir les boucles et les boucles redondantes, on supprimera ensuite les sites non reliés (en air).

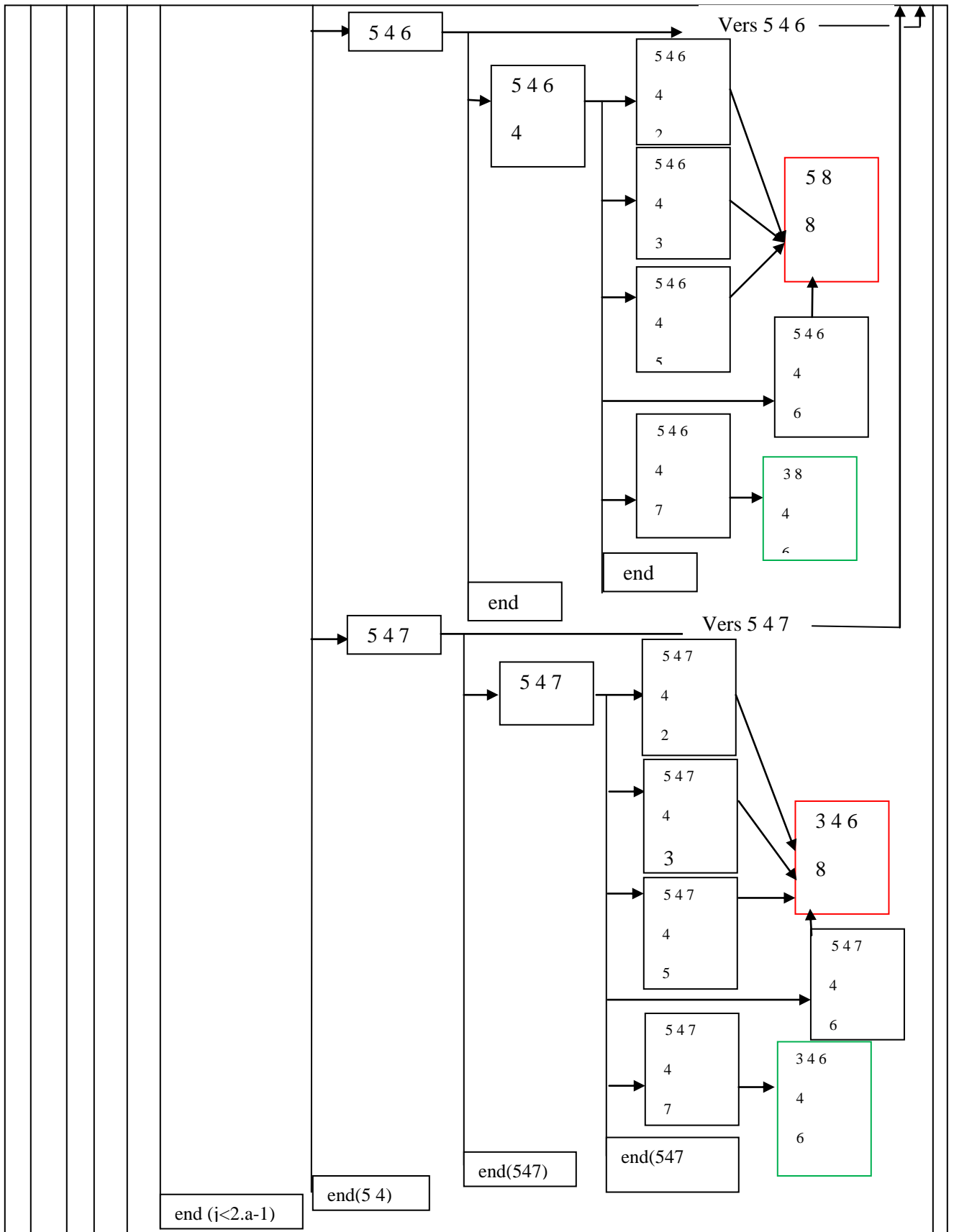
**IV.1.2.2 Algorithme pour la détermination du chemin le plus court (la trajectoire Trj) à partir des sous amas infinis)**

L'Algorithme IV.2 de détermination (Trj) 1/5

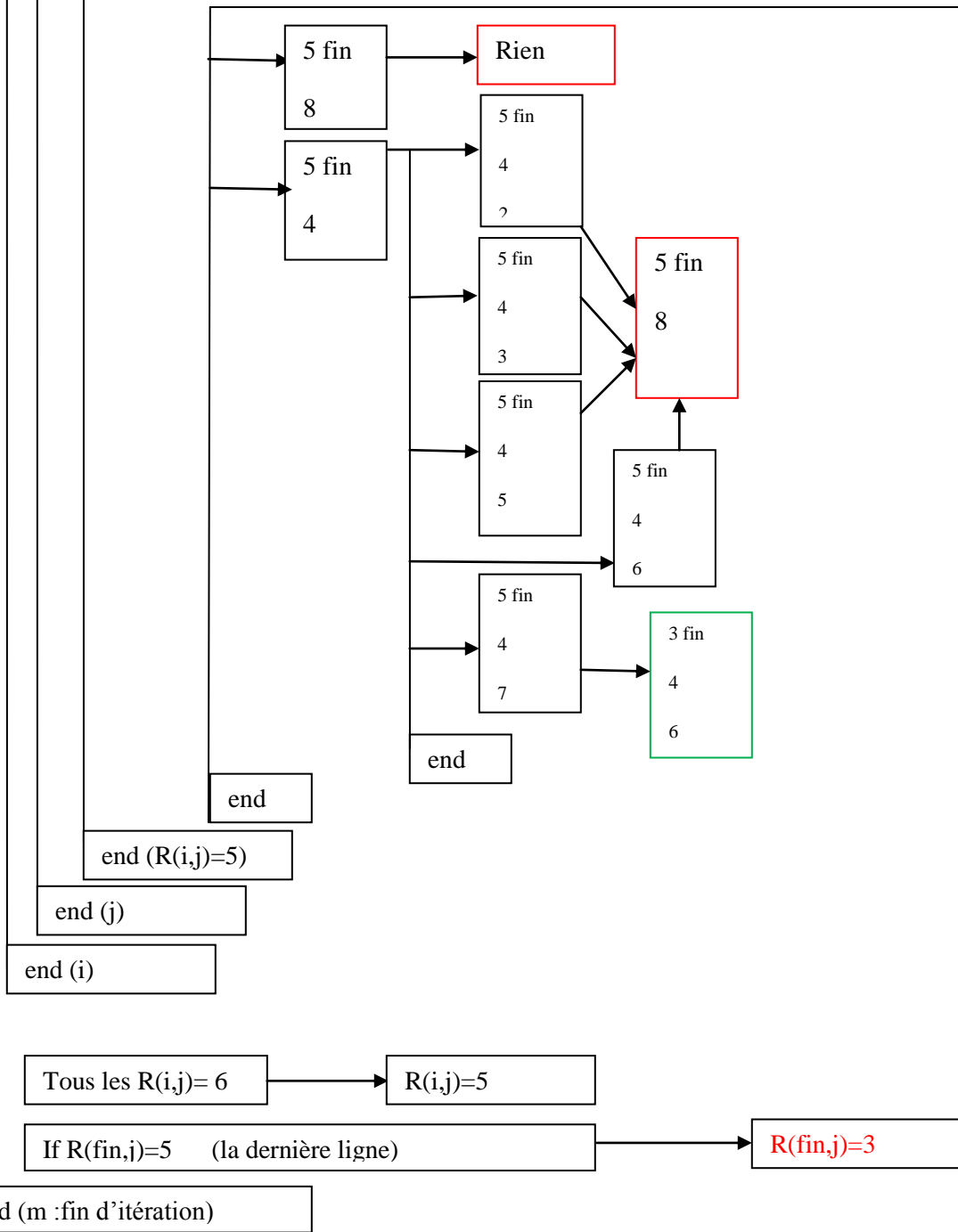








$j=2.a-1$



Le résultat est représenté par la figure (IV.5 a et b)

L'exécution d'algorithme IV.2 permet de visualiser le chemin le plus court avec quelques bras morts, pour deux valeurs du champ électrique ( $E_1, E_2$ ),

La couleur rouge désigne l'extrémité d'un bras mort. Figure (IV.5 a et b)

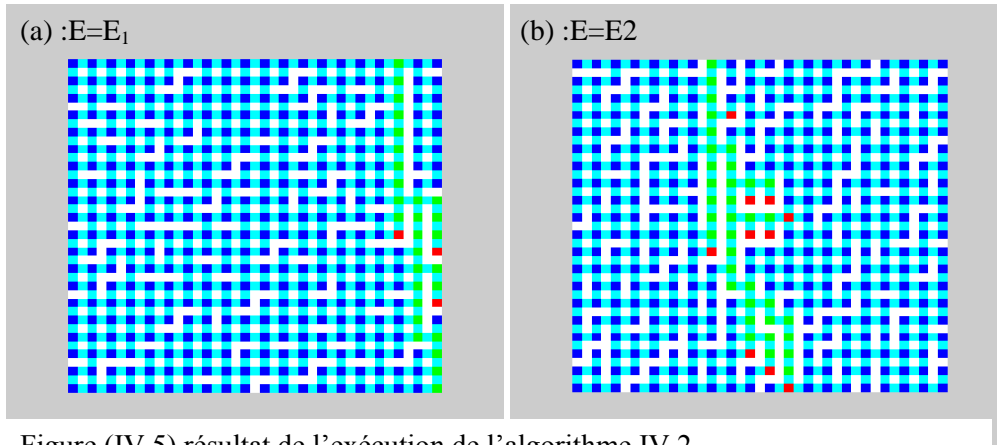
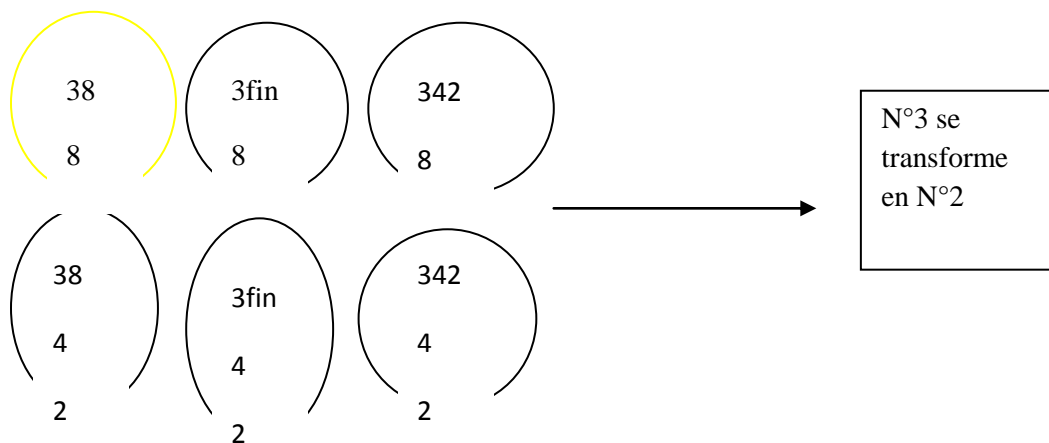


Figure (IV.5) résultat de l'exécution de l'algorithme IV.2

Afin d'obtenir le chemin le plus court sans bras mort, on est censé de les enlever, et ceci en donnant à leurs extrémités une couleur bleue. L'exécution de l'algorithme suivant permet de supprimer tous les sites en « air ».



Tous les sites isolés de couleur N°3 prennent la couleur N°2

Donc il ne reste que la couleur verte désignant la trajectoire Trj. (on peut modifier les couleurs à la fin). L'exécution du deux algorithmes ci-dessus permettent d'avoir la figure (IV.6) qui représente le chemin le plus court, appartenant au sous amas infini.

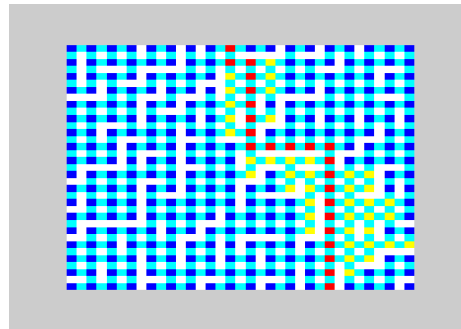


Figure IV.6 représentation du chemin le plus court (rouge)

La Figure (IV.7) représente les différentes étapes qui déterminent le chemin le plus court (cas d'une distribution gaussienne normalisée, pour une valeur du champ électrique  $E=45\text{Mv/m}$  et  $a=20$ ).

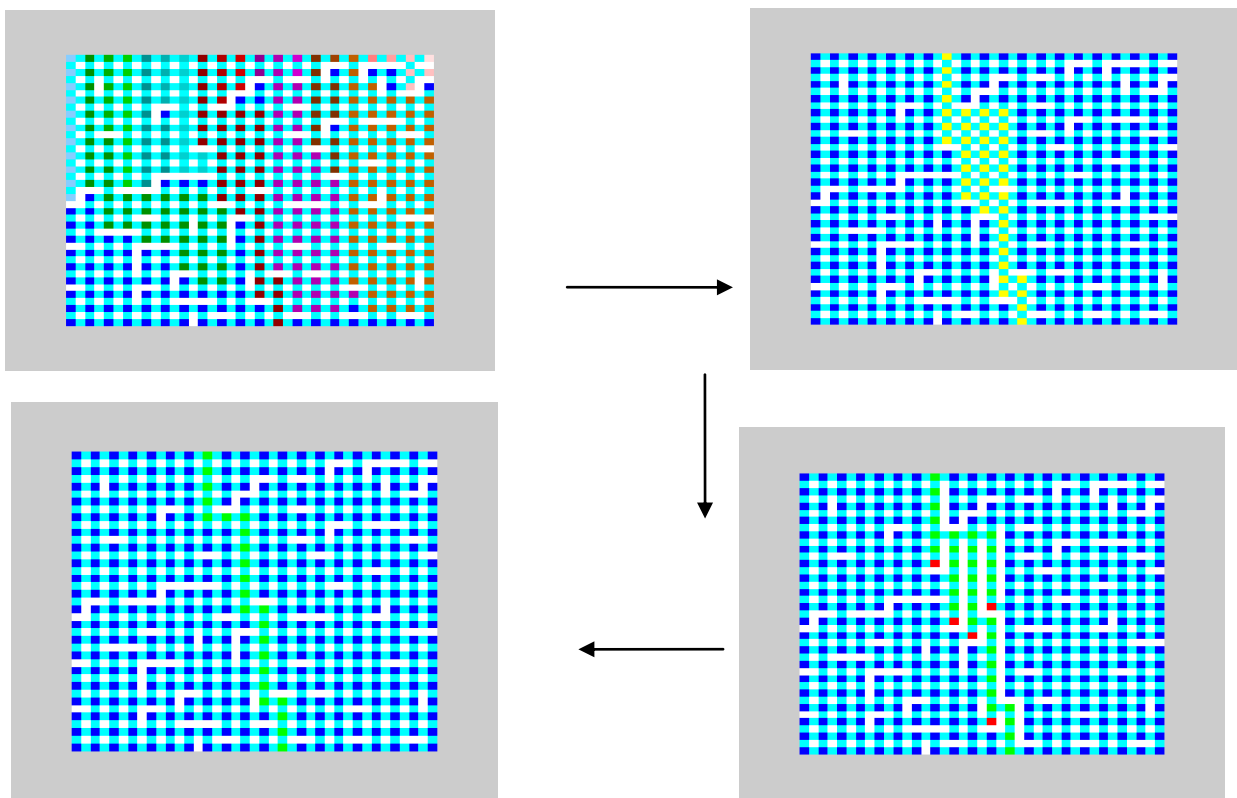


Figure (IV.7) les étapes à suivre pour visualiser le chemin le plus court.  $E=45\text{ Mv/m}$  et  $a=20$ .

A chaque fois qu'on augmente la valeur du champ électrique on trouve une forme différente de la trajectoire.

la figure (IV.8 ), la figure (IV.9) représentent la trajectoire la plus courte pour différentes valeurs du champ électrique ( cas d'une distribution uniforme et gaussienne) respectivement.

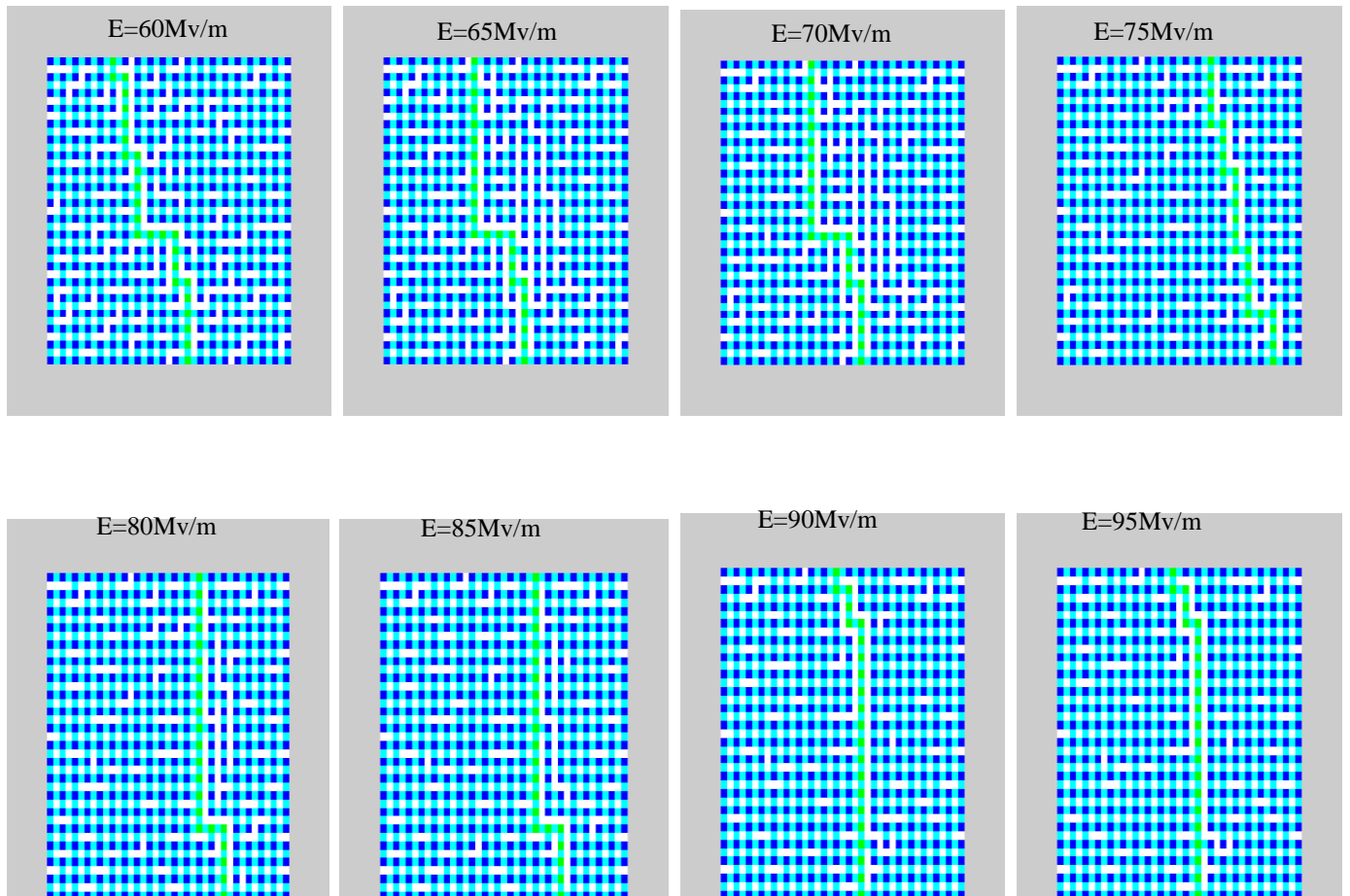


Figure (IV.8) : représentation du chemin le plus court pour différentes valeurs du champ électrique

$E = \{60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95\}$  Mv/m. Cas d'une distribution uniforme et  $a=20$  )

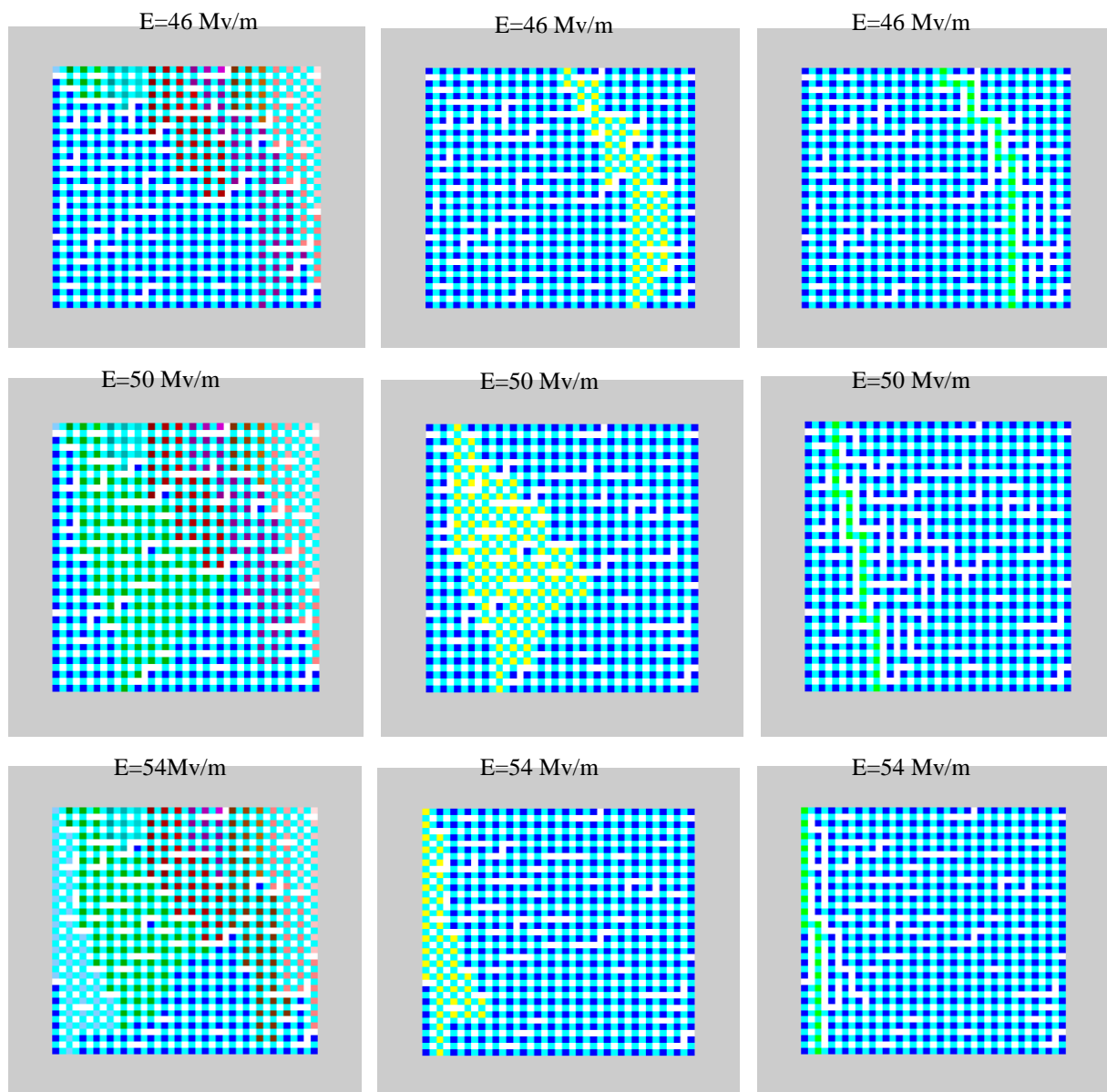


Figure (IV.9) page :1/2

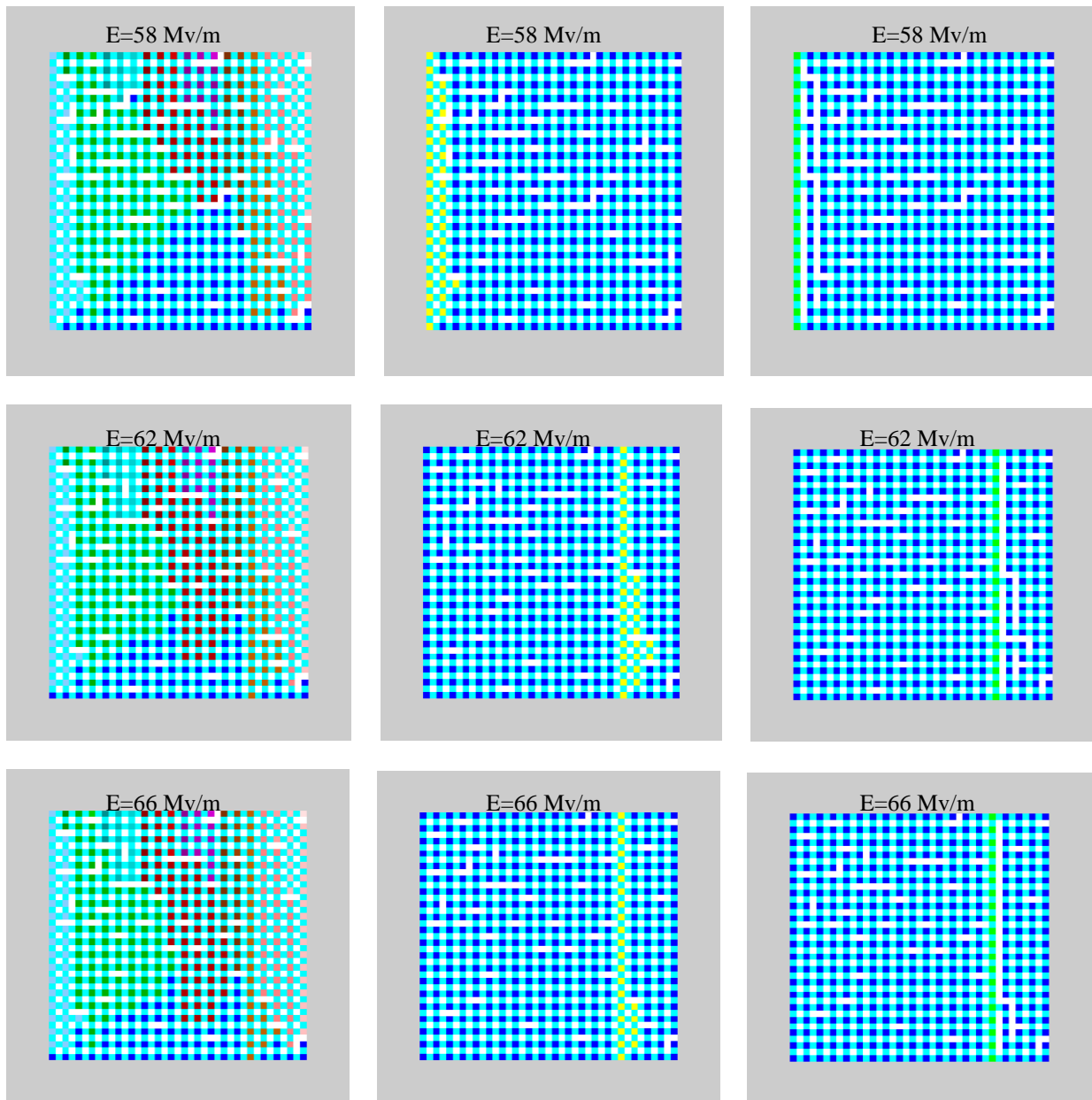


Figure (IV.9): représentation du chemin le plus court pour différentes valeurs du champ électrique  $E=[46\ 50\ 54\ 58\ 62\ 66]$  Mv/m, cas d'une distribution gaussienne Normalisée et  $a=20$

### Remarque

Lorsque le champ électrique augmente, la forme du chemin le plus court change, et sa longueur diminue jusqu' à atteindre la taille du réseau (a) (c'est-à-dire tous les liens deviennent actifs) .figure (IV.10) et (IV.11)

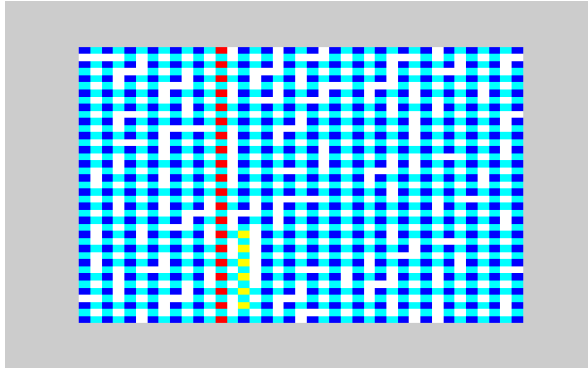


Figure IV.10 : le chemin le plus court pour une valeur du champ électrique très élevé

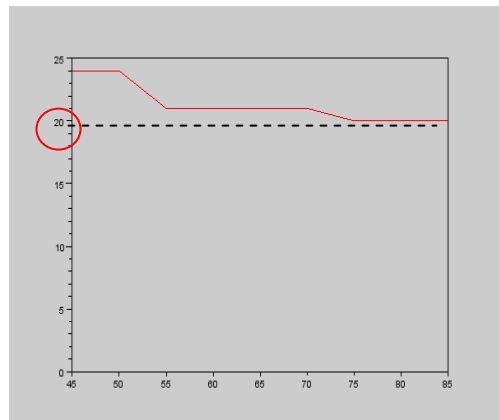


Figure (IV.11 ) la variation de la longueur du chemin le plus court en fonction du champ

## IV.2 L'EFFET DES BRAS MORTS SUR LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE

### IV.2.1 DIFFERENT TYPE DE BRAS MORTS

On a montré précédemment que :

A chaque augmentation du champ électrique on a un sous amas infini et un chemin plus court différent.

Chaque trajectoire (le chemin le plus court) possède ses propres bras morts,

Mais la question qui se pose est de savoir si ces bras morts sont-ils responsables de la diminution de la conductivité électrique.

Pour énumérer les différents types de bras morts qui peuvent être connecté à la trajectoire on doit suivre les étapes suivantes :

1 : chaque site appartenant à la trajectoire doit être représenté par une couleur rouge ( $R(i, j) = 5$ )

2 : si [ $R(i, j) = 5$  et  $R(i + 1, j) = 4$  et  $R(i + 2, j) = 2$ ] alors  $R(i + 2, j)$

ceci prendra une couleur différente (violette) ( bras morts nommé DRb).

3 : si [ $R(i, j) = 5$  et  $R(i, j + 1) = 4$  et  $R(i, j + 2) = 2$ ] alors  $R(i, j + 2)$

ceci prendra une couleur différente (verte) ( bras morts nommé DRa).

4 : si [ $R(i, j) = 5$  et  $R(i, j - 1) = 4$  et  $R(i, j - 2) = 2$ ] alors  $R(i, j - 2)$

ceci prendra une couleur différente (grise) ( bras morts nommé AR).

5 si [ $R(i, j) = 5$  et  $R(i - 1, j) = 4$  et  $R(i - 2, j) = 2$ ] alors  $R(i - 2, j)$

ceci prendra une couleur différente exemple (marron) .

(ce dernier type de bras morts n'existe pas dans notre exemple).

L'exécution de cet organigramme a donné la figure (IV.12).

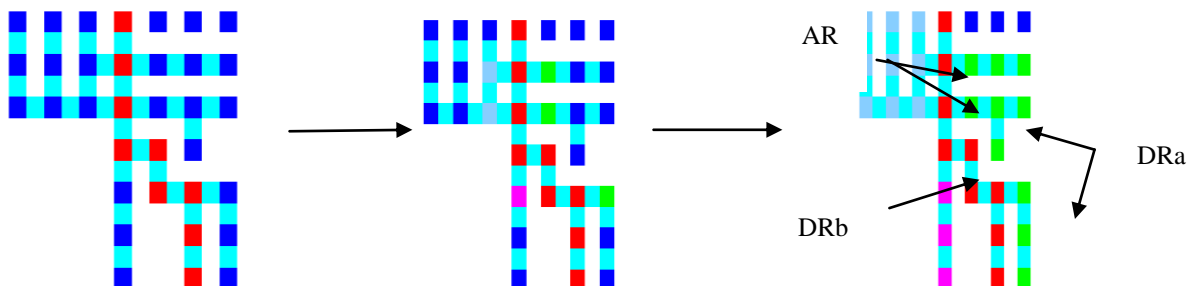
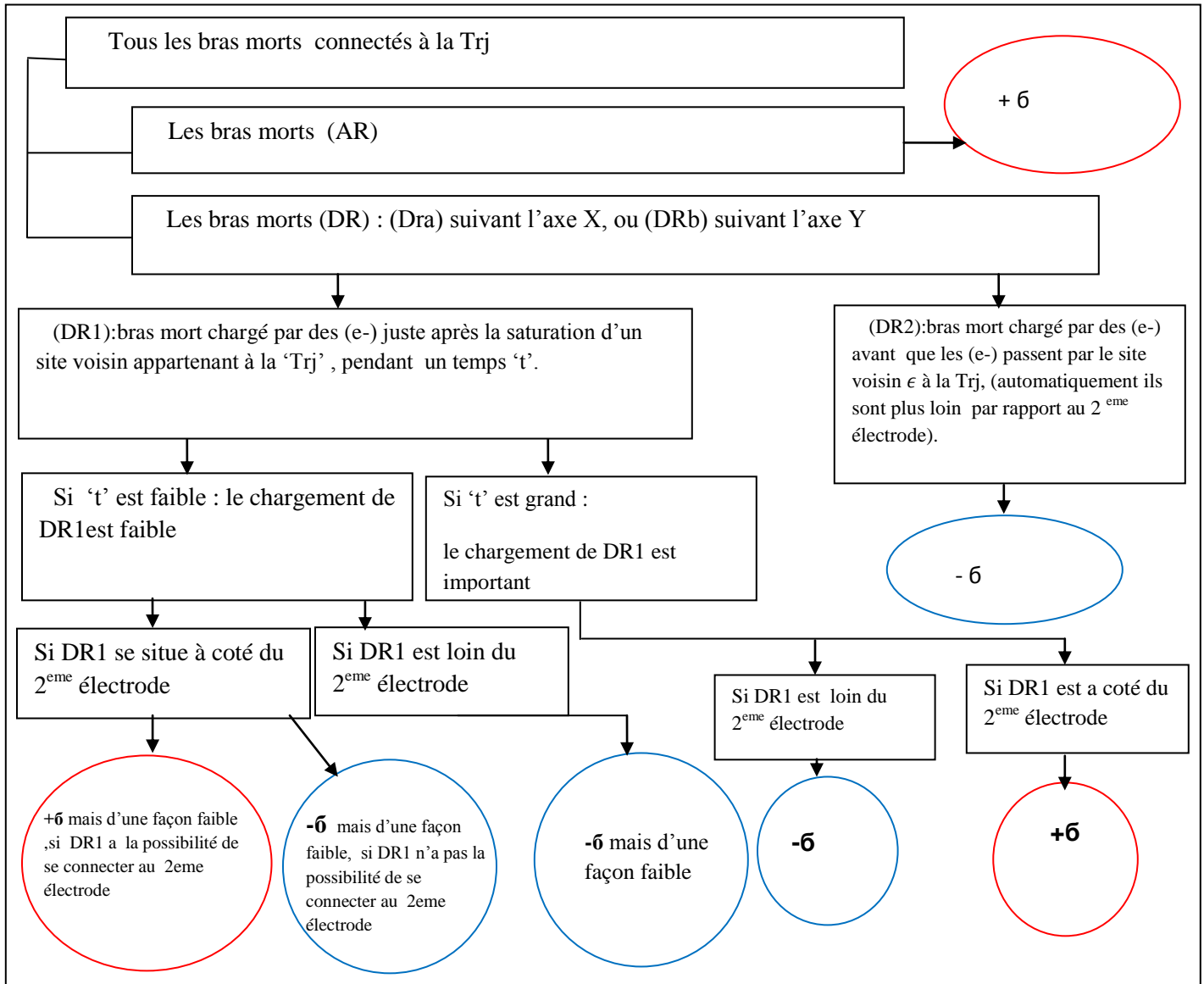


Figure IV.12 différents types de bras morts.

## IV.2.2 ANALYSE DETAILLE SUR LES BRAS MORTS RESPONSABLES DE LA DIMINUTION DE LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE



Remarque :

Les bras morts qui provoquent la diminution de la conductivité peuvent être plus loin par rapport à la 2<sup>ème</sup> électrode. (Dans la partie supérieure de la matrice).

Suite à l'analyse précédente, on en déduit que certains bras morts influent négativement sur la conductivité (certains DR), d'autres sont neutres et d'autres favorisent la conductivité électrique.

### IV.2.3 COMPENSATION DE LA DIMINUTION DE LA CONDUCTIVITE

#### ELECTRIQUE

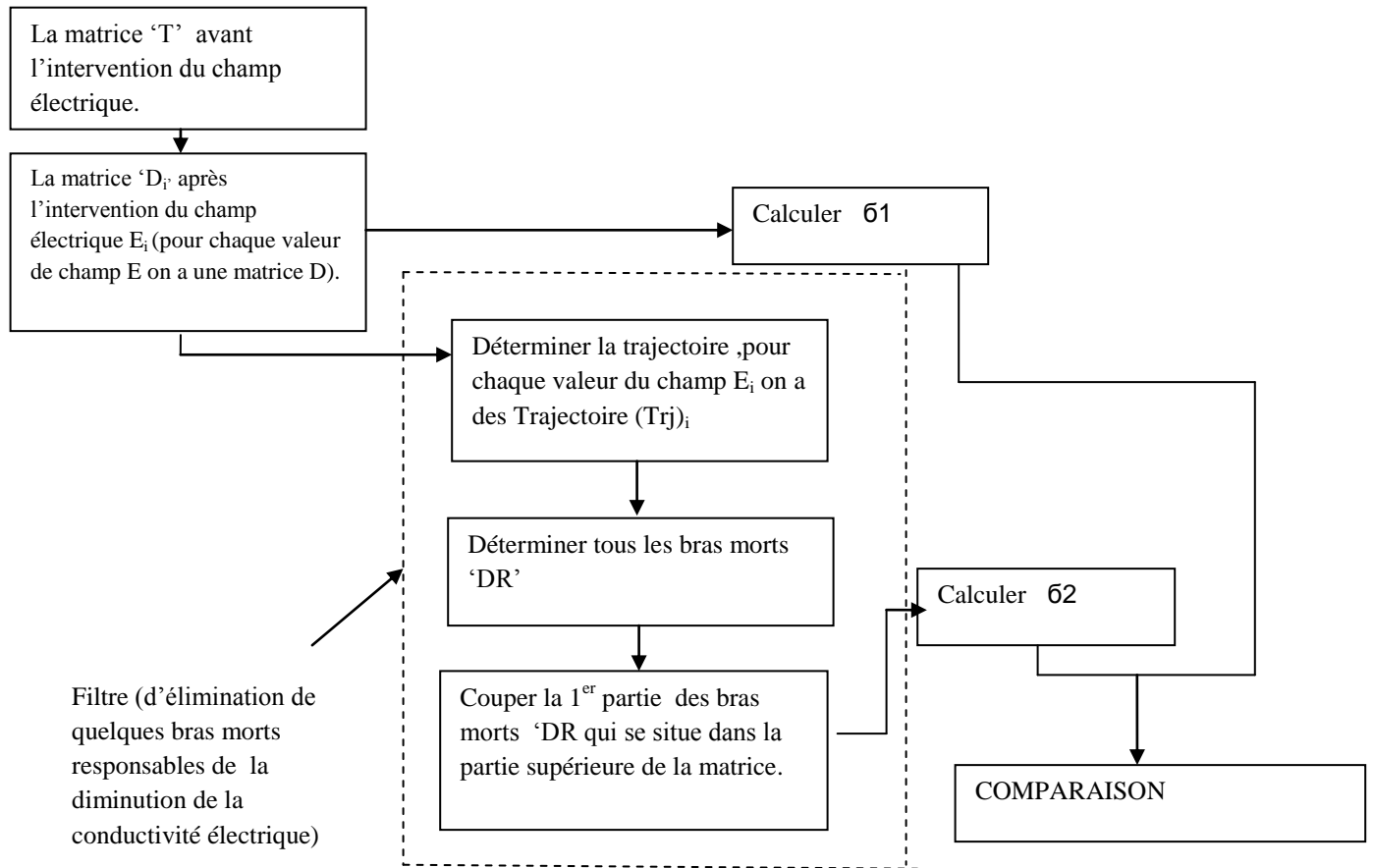
Pour vérifier si les bras morts de type (certains DR) affectent la conductivité, on doit les couper et voir la compensation de cette diminution.

L'algorithme (IV.3), ci-dessous représente la méthode de compensation.

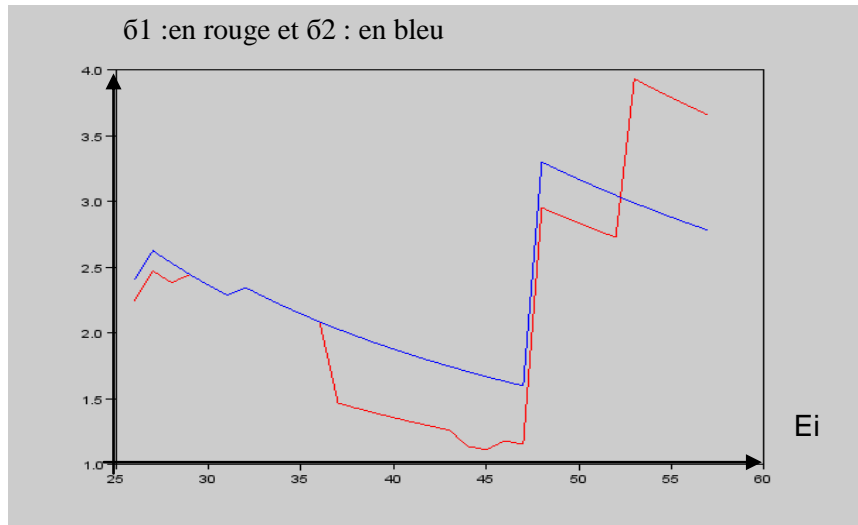
La figure (IV.13), représente la conductivité en fonction du champs électrique  $\sigma_1=f(E_i)$  et  $\sigma_2=f(E_i)$  :

$\sigma_1 = f(E_i)$  la conductivité électrique

$\sigma_2 = f(E_i)$  la conductivité lorsqu'on coupe quelques bras morts



(Organigramme :IV.3) relatif à la compensation de la diminution de la conductivité électrique



(Figure IV.13) représentation de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$

## IV.2.4 L'ESTIMATION DE LA DIMINUTION DE LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE

### IV.2.4.1 L'étude de l'estimation de la diminution à partir de la courbe $\sigma(E)$

Après avoir confirmé que les bras mort sont les responsables de la diminution de la conductivité électrique, on doit estimer cette diminution par rapport à la courbe la plus proche comparativement à la courbe (a) dans l'intervalle du champ [89 Mv/m , 99 Mv/m], comme le montre les figures (IV.14) et (IV.15) .

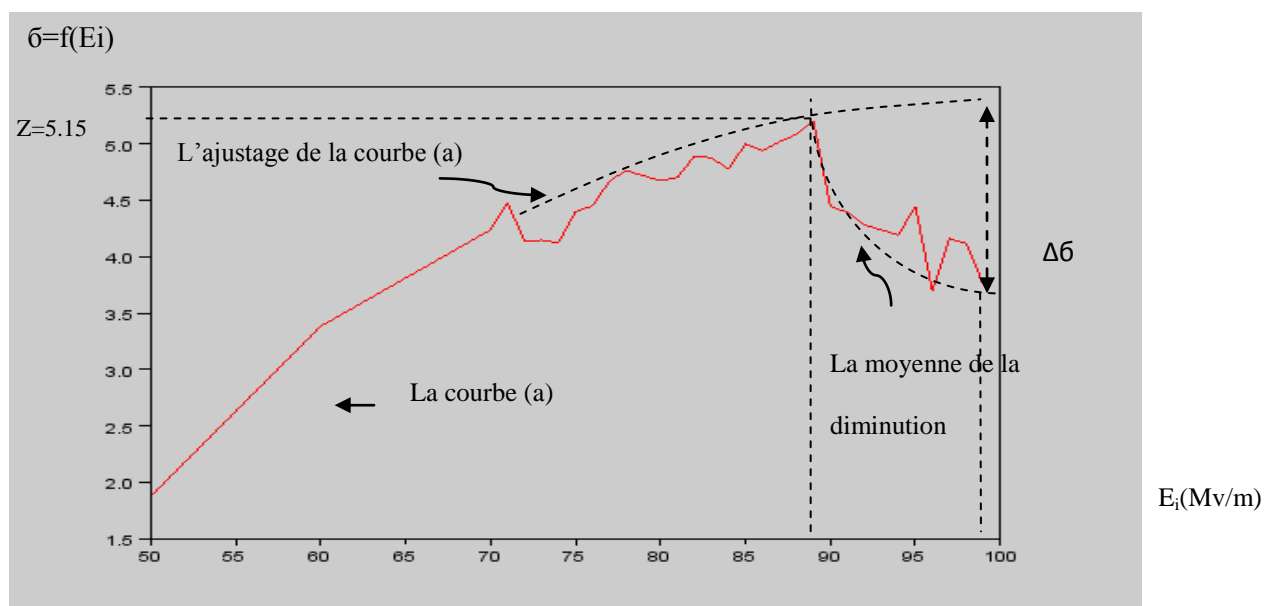


Figure (IV.14) : l'estimation de la diminution de la conductivité électrique

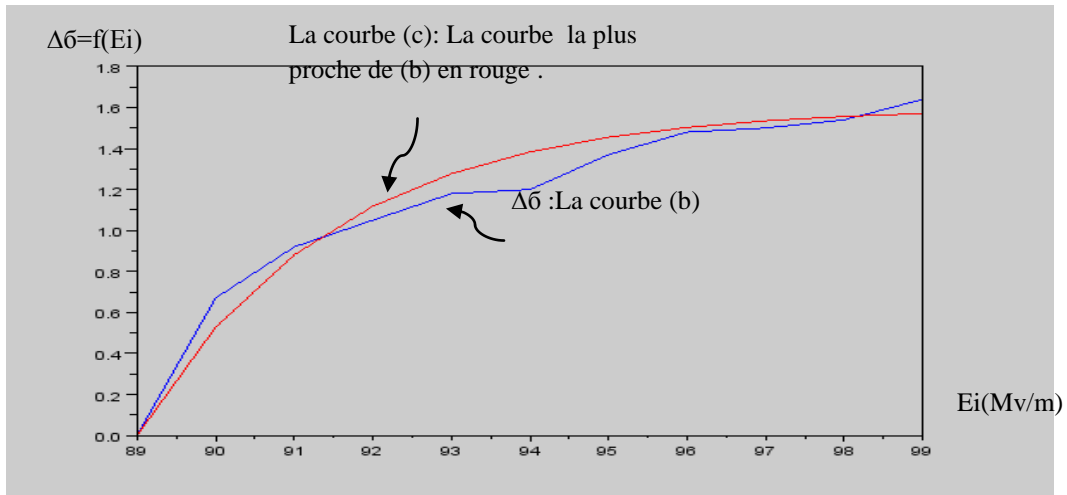


Figure (IV.15) : représentation de la courbe  $\Delta\sigma=f(E_i)$

Soit  $S$  la fonction mathématique qui représente la courbe (c) la plus proche de la courbe (b), l'expression de celle-ci est :

$$S(E) = c. [1 - \exp (b. (E_0 - E))] \quad (IV.1)$$

Avec:  $c = 1.6$  ,  $b = 0.4$  ,  $Z = 5.15$  ,  $E_0 = 89 \text{ Mv/cm}$  .

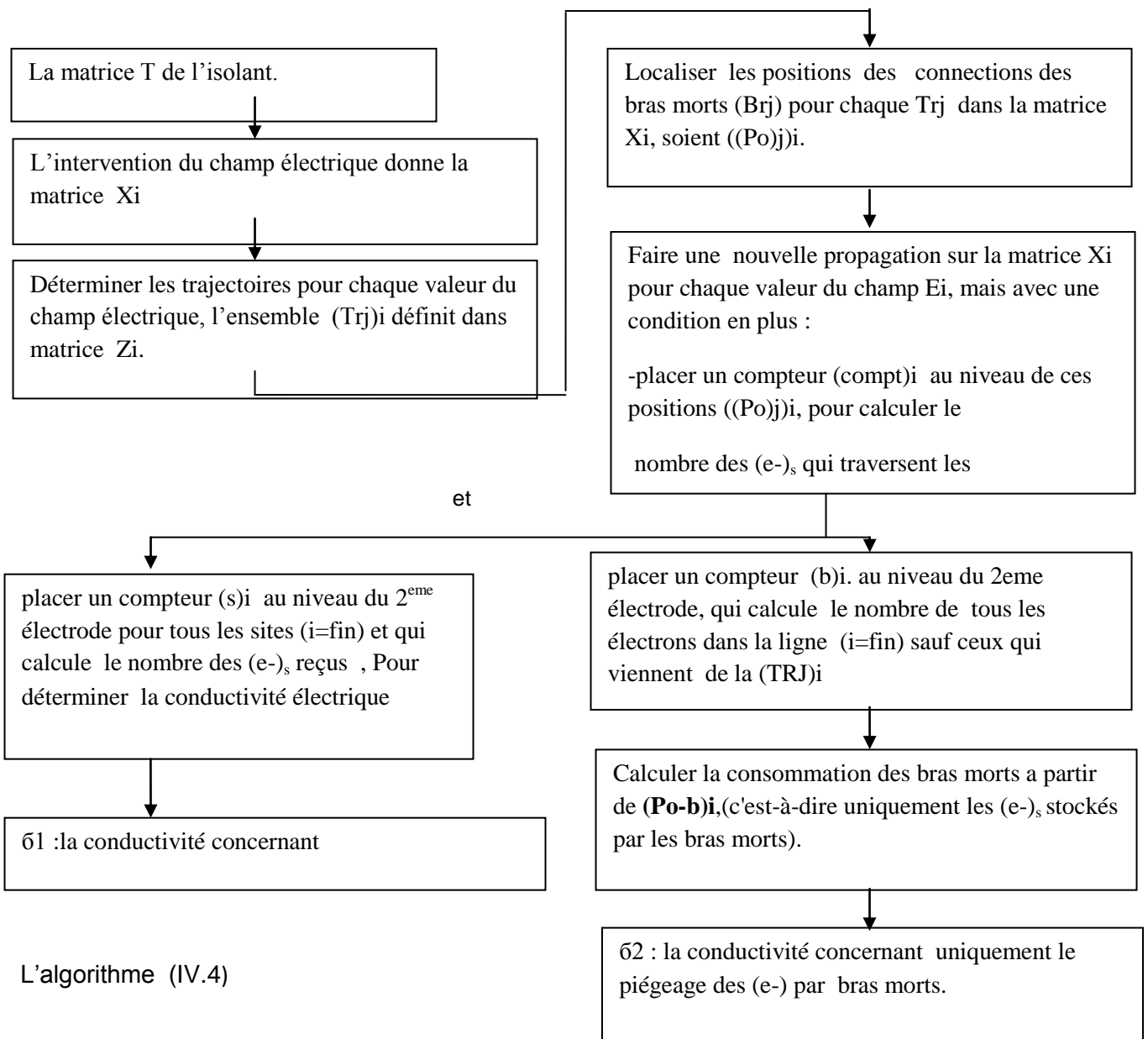
#### IV.2.4.2 L'estimation de la diminution de la conductivité à partir de la consommation

##### des bras morts

Dans le cas où on augmente le champ électrique – d'une façon continue ou discontinue - on propose deux méthodes pour déterminer la consommation des bras morts.

1<sup>er</sup> Méthode :

L'algorithme (IV.4) : expliquant la méthode de calcul de la conductivité électrique lorsque on tient compte du piégeage des (e-) par les bras morts.:



L'algorithme (IV.4)

**2<sup>ème</sup> méthode :** L'électron piégé pendant un certain temps  $t_0$  (temps de séjour) par le bras mort peut être représenté par une couleur quelconque, ensuite on calcule le nombre d'électrons (piégés) pour chaque valeur de champ électrique  $E_i$ .

La Figure (IV.16 a et b) représente la courbe de la conductivité électrique du polymère en fonction du champ électrique ( $\sigma_1$ ) et la conductivité électrique due au piégeage les électrons par les bras morts ( $\sigma_2$ ): cas discontinu.

La Figure (IV.17 a et b) représente la courbe de la conductivité électrique du polymère en fonction du champ électrique ( $\sigma_1$ ) et la conductivité électrique due au piégeage les électrons par les bras morts ( $\sigma_2$ ): cas continu.

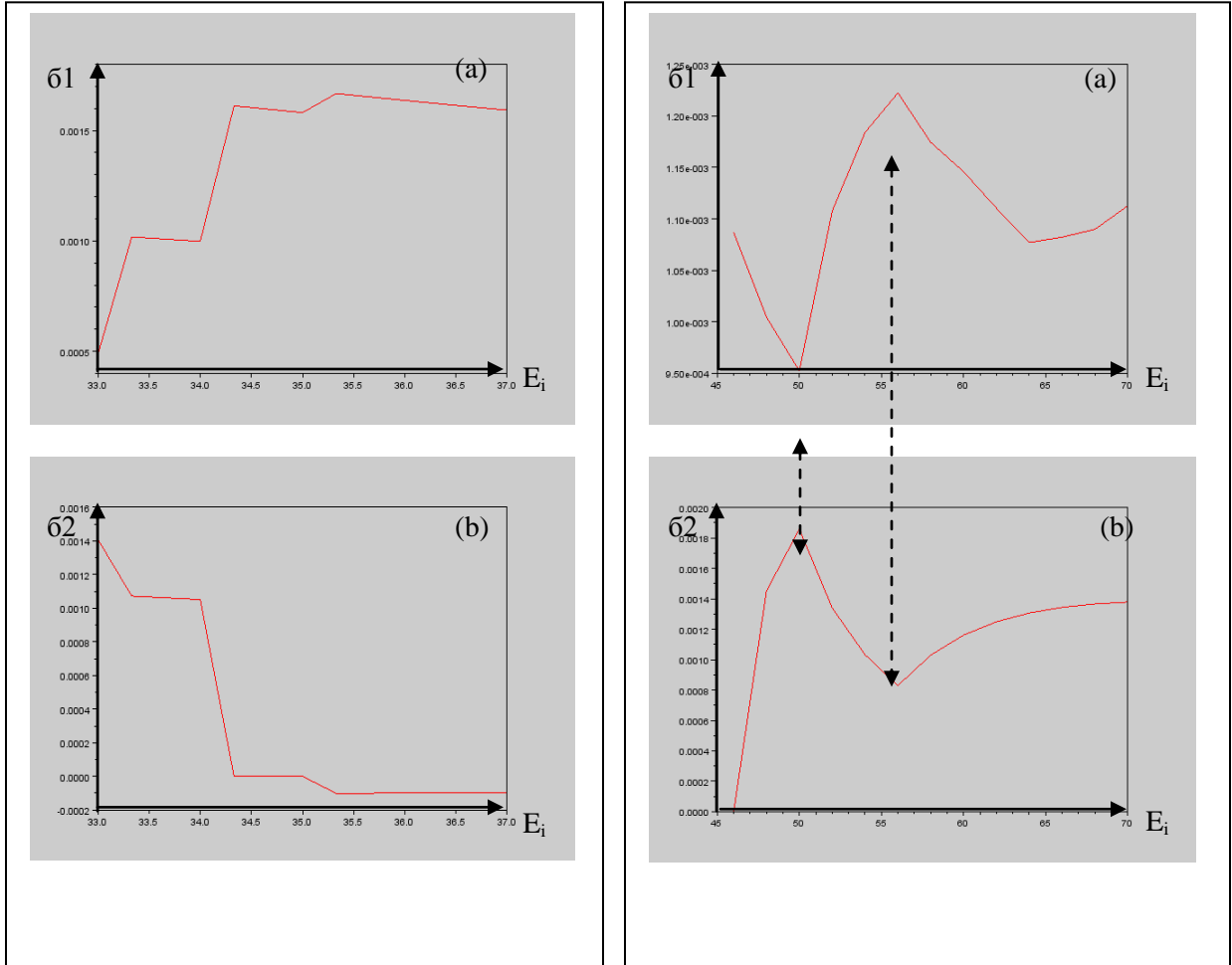
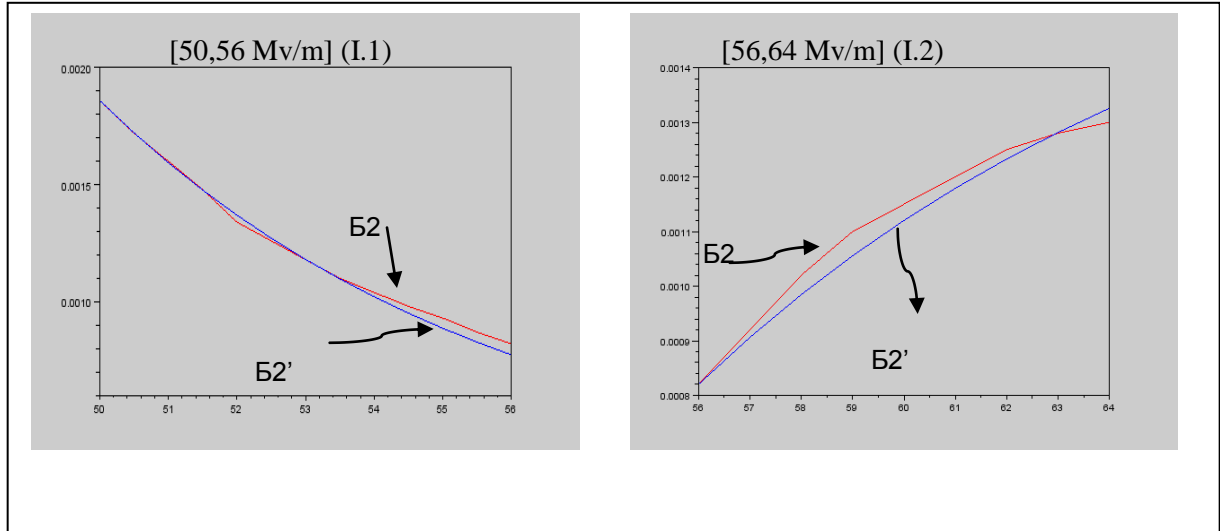


Figure (IV.16) : variation  $\sigma_1(E_i)$  et  $\sigma_2(E_i)$

Cas discontinu

Figure (IV.17) variation  $\sigma_1(E_i)$  et  $\sigma_2(E_i)$

Cas continu



dans l'intervalle (I1 :[50,56 MV/m]), la fonction la plus proche de B2 est : B2' ( de couleur bleue )

$$B_2' = B_0 - (\eta \cdot 10^{-2}) [1 - \exp(\eta \cdot (E_0 - E_i))] \quad (IV.2)$$

$$\eta = 0.17$$

$$B_0 = 0.00186.$$

$$E_0 = 50 \text{ MV/m}.$$

Dans l'intervalle (I2 :[56,64MV/m]), la fonction la plus proche est :

$$B_2' = B_0 + (\eta \cdot 10^{-2}) [1 - \exp(\eta \cdot (E_0 - E_i))] \quad (IV.3)$$

$$\eta = 0.095.$$

$$B_0 = 0.00082.$$

$$E_0 = 56 \text{ MV/m}$$

## Conclusion

On peut conclure que lorsque le champ électrique devient très élevé, la conductivité électrique du polymère isolant présente des fluctuations (augmentation et diminution), et que la conductivité électrique due au piégeage des électrons par les bras morts présente aussi des fluctuations de sens opposé. Le comportement asymptotique est alors de la forme :

$$B = B_0 \mp (a) [1 - \exp(b \cdot (E_0 - E_i))] \quad (IV.4)$$

## CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire se rapporte au thème général sur la modélisation et la simulation de l'effet des bras morts sur la conductivité électrique lorsque le matériau (polymère isolant) est soumis à un champ électrique élevé.

Le travail et son originalité présenté dans ce mémoire consiste à proposer un modèle permettant d'expliquer le piégeage et le dépiégeage par les bras morts. Ce modèle statistique repose sur la théorie de la percolation.

Nous nous sommes efforcés de présenter dans le premier chapitre les bases fondamentales du modèle géométrique de la percolation ; ce qui nous a permis de comprendre les grandeurs importantes de la percolation (probabilité de percolation, le seuil de percolation, longueur de corrélation, la conductivité électrique, etc.. ).

Nous avons montré dans le deuxième chapitre, par un modèle simple de percolation, et en tenant compte de la présence des bras morts, que la conductivité électrique peut décroître en suivant une loi exponentielle de type  $\sigma(E) = \beta \cdot \exp(-\eta \cdot E)$ , au fur et à mesure que le champ électrique augmente. Elle dépend des énergies de sites répartis sur les bras morts.

Le comportement de la conductivité électrique vis-à-vis du champ électrique type  $\sigma(E) = \beta \cdot \exp(-\eta \cdot E)$  a été vérifié par la simulation. C'est l'objet du chapitre (IV) : nous avons prouvé que certains bras morts contribuent efficacement à la diminution de la conductivité globale du polymère isolant. Nous avons remarqué d'après les résultats de simulation que lorsque le champ électrique augmente les bras morts changent en terme de longueur, de telle sorte que certains bras morts se transforment en boucles ou carrément en liens reliant à la deuxième électrode. D'où l'effet du champ électrique sur la structure du matériau.

Il est souhaitable de s'étendre sur la variation de la conductivité électrique du matériau isolant et celle des bras morts lors de piégeage et dépiégeage de ceux-ci sur des intervalles égaux de champ électrique et de prévoir si le comportement est de type exponentiel.

Autre perspectives il est intéressant d'appliquer un champ électrique sinusoïdal et de voir comment varie la conductivité électrique vis-à-vis de ce champ.

## LES REFERENCES

### Chapitre I

- [1] : Broadbent S.R.,Hammersky, « percolation processes,Crystals and mazes»,Proc.Cambridge Philos.Soc.,vol.53,1957,p.629-641.
- [2] : Frisch et Hammersley, 1963, p.894
- [3] : Hammersley et Welsh, 1980, p.593
- [4] : Roussenq, 1992, p. 838
- [5] : Clerc JR, Giraud G, Roussenq J, Blanc R, Carton JR, Guyon E, Ottavi H, Stauffer fl, (1983), « La percolation modèles, simulations analogiques et Numériques», Annales de Physiques, vol. 8, 105 p.
- [6] : Kesten 11, « Percolation Theorv and First-Passage Percolation », Annals of Probability, vol. 15, n° 4. (1987),
- [7] : Guyon et Roux, 1987, p. 1053
- [8] : Bunde A, Havlin S, « Percolation I », Fractals and Disordered Systems, Berlin, Springer-Verlag, pp. 51 95. (1991).
- [9] : Grimmett G, « Percolation », New York, Springer-Verlag, 296 p. (1989)
- [10] : Stauffer D, Aharony A, Introdution to Percolation Theory, second Edition, London, Taylor et Francis. (1992),
- [11] : Last B.J and Thouless D. J., Phys. Rev. Lett. , 27, 1719 (1971).
- [12] : Daniel Genin « Percolation: Theory and Applications », NIST Octobre 17, 2007 Percolation \_ slides %5B1%5D (42) site web.....
- [13] : S. PAJOT « percolation et économie », thèse de doctorat d'université de Nantes 2001 (IMPR)
- [14] : E.GUYON, J.PAUL TROADEC, « du sac de billes au tas de sable », Edition Odile Jacob. Septembre 1994 (14)

- [15] : N.LAHOUD. « Modélisation du vieillissement des isolants organiques sous Contrainte électrique .Application à la fiabilité des matériaux » Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse, spécialité : Génie Electrique, 25/03/2009 (10)
- [16] : D. Stauffer et A. Aharony, « introduction de percolation » 2<sup>nd</sup> Revised Edition 2003 p 10. (Documm imp)
- [17] : W.G. Wanzeller<sup>1</sup>, A. Cucchieri<sup>2</sup>, T. Mendes<sup>2</sup>, and G. Krein<sup>1</sup> « Percolation of Monte Carlo Clusters ».Brazilian Journal of Physics, vol. 34, no. 1A, March, 2004 (2)
- [18] : D.Bideau, J. P. Troadec et L. Oger, « Percolation site-lien dans les Empilements 2D », J. physique — lettres 44 (1983) L-279-L-283 (24)
- [19] : G. Grimmett. « Percolation » second edition with 121 Figures Springer .1999
- [20] : R. Leturcq, « Étude expérimentale de la transition métal-isolant en dimension deux ». p 192, Ann. Phys. Fr. **29** • No 2-3 • 2004 (<http://www.annphys.org>)  
Article published by EDP Sciences and available at. <http://www.annphys.org> or [http://dx.doi.org/10.1051/anphys:2005001\(3\)](http://dx.doi.org/10.1051/anphys:2005001(3))

## Chapitre II

- [21]: B.hadri, j. Martinez-vega, « Diminution de la conductivité électrique observée Dans certains polymères à champ électrique élevé ». Approche par la théorie De la percolation. RS-RIGE Volume 11-n°4-5/2008, pages 409 à 421.
- [22] : B.I.Shklovskii, A.L.Efors, « Electronic Properties of Doped semi conductors », Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo 1984
- [23] : V.Ambegaokar, B.I.Halperin, J.S.Langer, « Hopping Conductivity in Disordered Systems ».1971.p4/9
- [24] : M.Sahimi, « Heterogeneous Mterials II, Nonlinear Breakdown Properties and Atomistic Modeling» .1996
- [25] : D.Stauffer, « Introduction to percolation théory »,Taylor and Francis, London and Philadelphia,1985.....

- [26] : P.Stallinga,« Electrical Characterization of Organic Electronic Materials and Devices »,Center for Electronics,Optoelectronics and Telecommunications University of The Algarve,WILEY.A John and sons,Ltd.,Publication .2009 p.7 et 123. (Hopping,conduc)
- [27]: Y.Segui « diélectrique courants de conduction », technique d'ingénieur Web . 2000 Réf D2301
- [28] : Gennes P.G.de, « La percolation : un concept unificateur»,La recherche,n°72,novembre 1975,p.919.
- [29] : David S. Mclachlan, Mivhael Blaszkiewicz, « Electrical resistivity of composites », J.Am.Ceram.Soc.,73,8,1990,p.2187-2203.
- [30] : Grannan M.,Garland J.C., Tanner D.B., « Critical behavior of the dielectric constant of a random composite near the percolation threshold», Physical Review Letters, vol.46,n°5, 1981,p.375.
- [31] : Hadri B., « Etude de la conductivité électrique en régime non linéaire dans les matériaux inhomogènes »,Thèse de magister, Université d'oran Es-Sénia,Algérie,1994,p.57.
- [32] : Aladashvili D.I.,Adamiya Z.A,Lavadovskii K.G.,Levin E.,Shkloskii B.I., « Nonohmic hopping conductivity of weakly compensated semiconductors », Sov. Phys Semicond, vol.24,n°2,February 1990,p.234-249
- [33] : Ladiou F.,Sanquer M., « Pertinence et limitation de la loi de Mott dans les isolants désordonnés» . Ann.Phys.Fr,vol 21,1996,p.267-336.
- [34] : Miller A.,Abrahams E., « Impurity conduction at low concentration»,Phys.Rev., vol.120,1960,p.745.
- [35] : Baranovskii S.D.,Zvyagin I.P.,Cordes H., Yamasaki S., Thomas P., « Electronic transport in disordered organic and inorganic semiconductors »,Journal of Non-Crystalline Solids, 299-302,2002,p.416-419..

- [36] : Aladashvili D.I.,Adamiya Z.A,Lavadovskii K.G.,Levin E.,Shkloskii B.I., « High field hopping and negative differential conductance in weakly compensated silicon »,Hopping and Related l'henomena.1990,p.283-297.
- [37] : Trembley A. M. S., Fourcade B.,Breton P., « Famille d'exposants pour les Propriétés électriques des fractales », Ann.Sc.Math.Québec,vol.11,n°1,1987,p.183-204
- [38] : Wu.K.,Dissado L.A., «Percolation model for electrical breakdown in insulating polymers » Applied Physics Letters,vol.85,n°19,2004

### Chapitre III

- [39] :Help Browser (Scilab version 5) ([WWW.Scilab.Org](http://WWW.Scilab.Org))
- [40] : free software (scilab version 5) ([WWW.Scilab.Org](http://WWW.Scilab.Org))

### Chapitre IV

- [39] :Help Browser (Scilab version 5) ([WWW.Scilab.Org](http://WWW.Scilab.Org))
- [40] : free software (scilab version 5) ([WWW.Scilab.Org](http://WWW.Scilab.Org))

