

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE DE MOSTAGANEM**

**FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE**

**THESE**

Pour obtenir le grade de  
Docteur en Génie mécanique  
Spécialité: Sciences des Matériaux

**Etude et modélisation du comportement mécanique  
des matériaux composites**

Présenté et soutenue publiquement par

**Mahmoudi Nouredine**

Le : 27 juin 2010, devant les membres de jury:

Pr. Samir Bentata	Professeur	Université de Mostaganem	Président
Pr. Bachir Aït Saadi	Professeur	Université USToran	Examineur
Dr. Nouredine Boualem	M.C	Université USToran	Examineur
Dr. Djamel Ouinas	M.C	Université de Mostaganem	Examineur
Pr. Ahmed Hebbar	Professeur	Université de Mostaganem	Rapporteur
Dr. Ramdane Zenasni	M.C	Université de Mostaganem	Co- rapporteur

**Année 2009/2010**

## ***Dédicaces***

***Je dédie ce travail à mes parents qui m'ont toujours soutenu, ma femme Nawal pour sa compréhension, la famille MAHMOUDI, MOUFFOKES et ABADI.***

***Sans oublier mon nouveau né MOHAMED EL AMINE.***

# **Remerciements**

*Mes plus vifs remerciements vont aux personnes qui ont contribué au bon déroulement et l'aboutissement de cette thèse de doctorat.*

*Je tiens à remercier mon Directeur de thèse Monsieur Ahmed HEBBAR, Professeur au département de mécanique (Université de Mostaganem), et mon Co-directeur Monsieur Ramdane ZENASNI, Maître de conférences A au département de mécanique (Université de Mostaganem), de m'avoir accordé leurs confiances tout au long de la réalisation de ce travail.*

*Je remercie Monsieur Samir BENTATA, Professeur à l'université de Mostaganem, d'avoir accepté la présidence du jury de soutenance.*

*Ma gratitude va également à Messieurs les membres de jury:*

<i>Pr. Bachir AÏT SAADI</i>	<i>Professeur</i>	<i>Université USToran</i>	<i>Examineur</i>
<i>Dr. Nouredine BOUALEM</i>	<i>M.C</i>	<i>Université USToran</i>	<i>Examineur</i>
<i>Dr. Djamel OUINAS</i>	<i>M.C</i>	<i>Université de Mostaganem</i>	<i>Examineur</i>

*Une thèse ne peut pas être menée sans l'aide de nombreuses personnes. C'est à ce titre que je tiens à remercier vivement tous les membres du Laboratoire de modélisation numérique et expérimentale des phénomènes mécaniques, tous le personnel de l'usine des composites E.N.P.C (Chlef), Monsieur Jaime OLAY, Professeur à l'université de Oviedo (Espagne).*

*MAHMOUDI Nouredine*

# SOMMAIRE

	<b>Pages</b>
<b>RESUME</b> .....	I
<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	01
<b>CHAPITRE I</b> .....	03
<b>1. GENERALITES SUR LES MATERIAUX COMPOSITES</b> .....	03
<b>1.1. HISTORIQUE</b> .....	03
<b>1.2. CLASSIFICATION DES MATERIAUX COMPOSITES</b> .....	04
1.2.1. Composites à phase dispersée.....	04
1.2.2. Composites à particules.....	05
1.2.3. Composites à fibres .....	05
<b>1.3. CARACTERISTIQUES GENERALES</b> .....	06
<b>1.4. AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES MATERIAUX COMPOSITES</b> .....	07
<b>1.5. LES ELEMENTS CONSTITUANTS D'UN MATERIAU COMPOSITE</b> .....	09
1.5.1. La matrice .....	09
1.5.2. Le renfort.....	10
1.5.2.1. Formes linéiques .....	11
1.5.2.2. Formes surfaciques.....	11
1.5.3. Structures multidimensionnelles.....	12
<b>1.5.4. PRINCIPALES FIBRES</b> .....	14
1.5.4.1. Les fibres de verre.....	14
1.5.4.2. Les fibres de carbone.....	16
1.5.4.3. Les fibres aramides .....	18
1.5.4.4. Les fibres céramiques.....	19
<b>1.5.5. LES RESINES</b> .....	22
<b>1.5.6. LES CHARGES ET LES ADDITIFS</b> .....	25
1.5.6.1. Les charges .....	26
1.5.6.2. Les additifs .....	28
<b>1.6. ARCHITECTURES DES COMPOSITES</b> .....	29
<b>1.7. TRAVAUX EFFECTUES</b> .....	31
<b>CHAPITRE II</b> .....	39
<b>2. COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX COMPOSITES</b> .....	39
<b>2.1. INTRODUCTION</b> .....	39

<b>2.2. CONCEPT D’HOMOGENEISATION</b> .....	39
<b>2.3. ELEMENTS SUR LA MECANIQUE DES MATERIAUX</b> .....	40
2.3.1. Changement de base.....	40
2.3.2. Etat de contrainte dans un solide .....	42
2.3.3. Contraintes principales.....	43
2.3.4. Déformation en un point.....	44
2.3.5. Matrice de rigidité.....	45
2.3.6. Caractérisation de matériaux .....	46
<b>2.4. METHODES DE CALCUL</b> .....	50
2.4.1. Méthodes statistiques de planification des expériences .....	51
2.4.2. Méthode des éléments finis .....	54
<b>2.5. CALCUL DU FACTEUR DE CONCENTRATION DE CONTRAINTES</b> .....	69
<b>2.6. DETERMINATION DU FACTEUR D’INTENSITE DE CONTRAINTES</b> .....	71
2.6.1. Introduction .....	71
2.6.2. La méthode des déplacements .....	71
2.6.3. La méthode du taux de restitution d'énergie.....	72
<b>CHAPITRE III</b> .....	74
<b>3. EXPERIMENTATION ET SIMULATION</b> .....	74
<b>3.1. INTRODUCTION</b> .....	74
<b>3.2. EXPERIMENTATION</b> .....	74
3.2.1. Matériaux utilisés.....	74
3.2.4. Processus de fabrication du matériau.....	79
3.2.5. Essai de traction.....	79
3.2.6. Essai de Charpy .....	85
<b>3.3. SIMULATION</b> .....	89
3.3.1. Modélisation par éléments finis.....	90
<b>CHAPITRE IV</b> .....	93
<b>4. RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES</b> .....	93
<b>4.1. INTRODUCTION</b> .....	93
<b>4.2. DISCUSSION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX</b> .....	93
4.2.1. Essai de traction .....	93
4.2.2. Essai de Charpy .....	108
<b>4.3. RESULTATS NUMERIQUES</b> .....	114

4.3.1. Premier essai .....	114
4.3.2. Deuxième essai .....	116
4.3.3. Troisième essai .....	119
<b>4.4. COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET LES RESULTATS NUMERIQUES</b> .....	122
4.4.1. Premier essai .....	122
4.4.2. Deuxième essai .....	123
4.4.3. Troisième essai .....	124
<b>4.5. ÉTUDE FRACTOGRAPHIQUE</b> .....	125
4.5.1. Essai de traction .....	126
4.5.2. Essai de Charpy .....	128
<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES</b> .....	130

## ***Résumé***

Les matériaux composites sont utilisés dans une large variété d'application; tel que: Le secteur automobile, l'aéronautique, l'aérospatial, la construction civile...etc.

Un matériau composite est constitué de deux ou plusieurs constituants différents par leurs natures et leurs formes et possède des propriétés mécaniques améliorées par rapport à celles de chacun de ses constituants. Les matériaux composites fournissent des prestations bénéfiques incluant: Résistance élevée, poids léger, longue durée de vie, haute résistance à la corrosion, à la chaleur et à l'influence du milieu ambiant.

Le but de cette étude est la caractérisation expérimentale du comportement à l'endommagement de quelques matériaux composites renforcés en forme de textiles. La méthode expérimentale consistera à soumettre les matériaux composites à des essais de rupture et de résilience sous l'effet de plusieurs paramètres (fibres, matrices, charge, dureté, etc...). La variation simultanée des paramètres influents permettra d'obtenir le modèle décrivant l'endommagement des matériaux composites. En dernier lieu, on procédera à la simulation de l'endommagement au moyen de logiciels des éléments finis.

Avant de commencer les expériences, il est nécessaire de se poser un certain nombre de questions pour orienter le choix du plan initial et des éventuels plans (ou essais) complémentaires.

Le choix du plan sera guidé par la discussion de tous les points suivants:

- le nombre de facteurs,
- les interactions pouvant être significativement différentes de zéro,
- plan complet ou plan fractionnaire en fonction des contraintes expérimentales,
- l'ordre des essais qui sera défini,
- un point de contrôle qui sera le plus souvent prévu avec répétitions.

La solution d'analyse par éléments finis optimise la simulation numérique en utilisant les hypothèses de la mécanique de la rupture en élasticité et de la dynamique. Ainsi elle simule et améliore les performances des composants, des matériaux et des produits sujets à de fortes exigences opérationnelles (sécurité, endommagement...). La simulation et l'analyse numérique ont un impact direct sur la qualité et le temps de mise sur le marché des produits; de plus, elles accroissent les performances des solutions de gestion du cycle de vie du produit. Elles sont apparues, dans le désir de minimiser le coût d'une étude avec un nombre d'essais optimisés. La difficulté est de créer un modèle de conception assistée par ordinateur (C.A.O) se rapprochant au maximum de la réalité (matériaux, conditions

aux limites...). L'étude ne sera validée qu'à partir d'essais physiques entraînant des mesures pour la comparaison entre la réalité et la numérique.

L'objectif de notre travail est l'étude du comportement des matériaux composites présentant des entailles circulaires centrales et latérales pré-fissurées. Ce travail, expérimental d'une part et numérique d'autre part, permettra d'avoir des modèles mathématiques décrivant les lois de comportement. Cette étude expérimentale nous a permis d'identifier les phénomènes dissipatifs importants au sein des matériaux étudiés et, par l'analyse de régression, on a obtenu un modèle mathématique décrivant la résistance à la rupture en fonction des paramètres influents.

Par l'utilisation du code de calcul ABAQUS, on a procédé aux calculs de facteur de concentration de contraintes et facteur d'intensité de contraintes pour des éprouvettes entaillées en matériaux composites (polyester fibre de verre et poly-étherimide fibre de carbone). Les résultats obtenus ont été comparés à ceux issus de l'expérimentation.

Une analyse fractographique des surfaces a été effectuée. Cette analyse a permis de voir la coupure totale des fibres et la création des poches de résine au niveau des surfaces après rupture à la traction et une rupture interlaminaire et un endommagement microstructural dans le cas des essais de résilience.

Une comparaison entre les différents résultats obtenus (expérimentaux et numériques) a été effectuée et nous a amenés à constater que la différence entre eux n'est guère significative. Par ailleurs, nous pouvons dégager les constatations suivantes:

- la contrainte maximale augmente avec la croissance du rayon de l'entaille et l'augmentation de la dureté des matériaux,

- le facteur de concentration de contraintes pour les entailles demi-circulaires latérales est supérieur à celui des trous centraux, ce qui nous permet de dire que les entailles demi-circulaires latérales sont plus dangereuses et constituent plus de risque d'amorçage des fissures,

- le facteur de concentration de contraintes dépend de la dureté des matériaux, ce qui nous permet de dire que le polyester fibre de verre sera endommagé plus facilement que le poly-étherimide fibre de carbone,

- le facteur d'intensité de contraintes en mode I est plus important dans le cas des fissures se trouvant à un angle  $0^\circ$  (fissure perpendiculaire à la charge) que celles à  $45^\circ$  et à  $90^\circ$ .

- La variation de la température, quant à elle, a une influence significative sur la sensibilité du matériau composite.

- l'orientation des fibres et des entailles joue un rôle essentiel sur le comportement mécanique des matériaux composites.

## تلخيص

تستعمل المواد المركبة في عدة مجالات واسعة من التطبيقات كصناعة السيارات والطيران والبناء... الخ. تتكون المادة المركبة من عنصرين أو أكثر، حيث شكل وطبيعة وخصائص هذه المادة تختلف عن شكل وطبيعة وخصائص مكوناتها. تمتاز المواد المركبة بعدة مزايا من بينها: الخفة في الوزن ومقاومة عالية للتآكل والحرارة وطول دورة الحياة.

الهدف من هذه البحث هو دراسة تجريبية لسلوك بعض المواد المركبة المعززة بنسيج بعد الإضرار. باستعمال الطريق الإحصائية لتنظيم التجارب، نخضع هذه المواد إلى تجربتي التمزق والمرونة تحت تأثير عدة عوامل كالإلياف وراتنج والجهد والصلابة... الخ. إن الاختلاف المستمر للخصائص المؤثرة يمكننا من الحصول على نموذج رياضي يعبر عن تضرر المواد المركبة. في الأخير نستعمل المحاكاة بالحاسوب للحصول على نتائج رقمية بواسطة برنامج خاص بطريقة العناصر المنتهية.

قبل البدء في التجارب يجب مراعاة عدة خصائص للحصول على المخطط الصحيح للتجربة ومن بين هذه النقط:

- عدد العوامل.
- يجب أن تكون التفاعلات مختلفة عن الصفر.
- مخطط كامل أو عملي بدلالة العوامل المؤثرة.
- ترتيب التجارب.
- نقطة المراقبة والتي غالبا ما يتم توفيرها مع التكرار.

إن التحليل بواسطة العناصر المنتهية يتم فيه استعمال فرضيات الكسر في الميكانيك. للمحاكاة والتحليل العددي تأثير مباشر على نوعية ووقت تسويق المنتجات، إضافة إلى ذلك أنها تعزز حلول إدارة الأداء من دورة حياة المنتج. إن الصعوبة تكمن في إنشاء نموذج تصميم بواسطة جهاز الإعلام الآلي يقربنا نوعا ما من الحقيقة، إذن الدراسة لا تتم إلا عن طريق التجارب الفيزيائية من خلال معرفة المقادير للمقارنة بين النتيجة الحقيقية والرقمية.

الهدف من عملنا هو دراسة سلوك المواد المركبة ذات شقوق دائرية وسطى ونصف دائرية تحتوي على تصدعات مفتعلة. هذا العمل هو من نوع تجريبي من جهة ورقمي من جهة أخرى، يمكننا من الحصول على نماذج رياضية التي تعبر عن سلوك هذه المواد. هذه الدراسة التجريبية تسمح لنا بالتعرف على الظواهر الهامة في المواد المركبة، وتمكننا من الحصول على نموذج رياضي يصف الشد وفقا لمعايير مؤثرة. باستعمال برنامج محاكاة الكمبيوتر (ABAQUS) أجرينا

حسابات حول معامل تركيز الجهد ومعامل كثافة تشديد الجهد لعينتين من المواد المركبة ( بوليستر مع الألياف الزجاجية و أثير أيميد مع ألياف الكربون). وقورنت النتائج مع نتائج التجارب.

كما استعملت عملية تحليل السطوح المتضررة بواسطة الميكروسكوب الالكتروني، هذا التحليل أظهر لنا بعد التضمر، انكسار الألياف وخلق جيوب في الراتنج وظهور تشققات عرضية جانبية في تجربة المرونة.

بمقارنة النتائج المختلفة (التجريبية والعديدية) نستنتج أن الفارق بينهما ليس كبيراً. وعلاوة على ذلك ، يمكننا استخلاص الاستنتاجات التالية :

- يزيد الجهد الأعظمي بزيادة صلابة المادة و زيادة القطر.
- الشقوق النصف دائرية هي أكثر خطورة للتعرض للأضرار من الشقوق المركزية الدائرية.
- معامل كثافة تشديد الجهد يتعلق بصلابة المادة.
- معامل كثافة تشديد الجهد هو أكبر في حالة الشقوق بزواوية  $0^\circ$  (شق عمودي على حامل قوة الشد) و أقل في حالة  $45^\circ$  و مهمل في حالة  $90^\circ$ .
- التغير في درجة الحرارة لها تأثير على المواد المركبة وحساسيتها.
- توجيه الألياف المكونة للمواد المركبة له تأثير على السلوك الميكانيكي لها.

## **INTRODUCTION GENERALE**

La rupture est un problème auquel l'homme aura à faire face aussi longtemps qu'il construira des édifices ou fabriquera des structures. Ce problème est actuellement plus crucial avec le développement de structures complexes liées au progrès technologique.

Les avancées dans la connaissance de la mécanique de la rupture permettent aujourd'hui et plus précisément depuis le milieu du 20<sup>ème</sup> siècle, de mieux prévenir le risque de rupture. Cependant, beaucoup de mécanismes de rupture sont encore mal connus, notamment lorsqu'on utilise de nouveaux matériaux comme les matériaux composites qui présentent des solutions à de nombreux problèmes.

Les matériaux composites occupent aujourd'hui une place importante dans la production et leur utilisation a connu et continue de connaître une large application dans la vie quotidienne.

Cette importance a orienté l'intention de nombreux chercheurs au cours de ces dernières décennies.

En outre, il est nécessaire d'étudier leur comportement mécanique afin de pouvoir les adapter, au mieux, aux diverses conditions de service.

Dans un sens large, le mot «composite» signifie «constitué de deux ou plusieurs parties différentes». Un matériau composite est constitué d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. La phase discontinue, appelée renfort ou matériau renforçant est, elle, plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue, celle-ci étant appelée matrice.

Les matériaux composites sont des matériaux qui présentent la particularité d'avoir un comportement mécanique différent de celui de leurs constituants pris individuellement; à ce propos il est primordial d'étudier le comportement mécanique de ces matériaux.

Pour pouvoir comprendre le comportement mécanique de ces matériaux, une démarche expérimentale s'avère nécessaire en utilisant la méthode expérimentale et une simulation pour la comparaison à l'aide de la méthode des éléments finis par l'utilisation du code ABAQUS.

Le présent travail est une analyse expérimentale et numérique pour étudier le comportement mécanique des matériaux composites en rupture. La procédure expérimentale consiste à réaliser des essais de traction selon la norme ASTM D3039 sur des éprouvettes entaillées pré-fissurées sur deux types de composites (polyester fibre de verre et poly-

intherimide fibre de carbone) afin de calculer le facteur de concentration de contrainte et le facteur d'intensité de contraintes.

La procédure expérimentale consiste aussi à réaliser un essai de résilience sur des éprouvettes normalisées (ASTM 399/81) en matériau composite (polyester fibre de verre) pour calculer l'énergie de résilience.

Ces expériences suivant un plan d'expériences, permettent d'obtenir un modèle mathématique décrivant la résistance à la rupture en fonction des paramètres influents.

Une simulation de l'évolution du comportement mécanique du composite par la méthode des éléments finis a été établie permettant d'aboutir à un état comparatif des résultats.

Cette thèse s'articule autour de quatre grands chapitres

- Tout d'abord le chapitre 1 constitué d'une étude bibliographique sur les matériaux composites, leur caractérisation et les diverses recherches effectuées dans le domaine de la rupture (traction – résilience).
- Le second chapitre décrit une étude bibliographique sur les lois du comportement mécanique des matériaux et les méthodes de calcul, à savoir les méthodes statistiques de planification des expériences et les méthodes des éléments finis.
- Tout le long du chapitre 3, sont présentés une exposition de la méthode expérimentale sur les essais de traction et de résilience ainsi que le code ABAQUS sur l'essai de traction.
- Le dernier chapitre est consacré à la discussion des résultats expérimentaux et numériques ainsi qu'à un état comparatif entre ces résultats, suivi d'une étude fractographique des différentes zones de rupture.
- Des conclusions et des perspectives issues de ce travail sont finalement développées.
- L'ensemble des références bibliographiques est regroupé à la fin.

## CHAPITRE I

### 1. GENERALITES SUR LES MATERIAUX COMPOSITES

#### 1.1. HISTORIQUE

L'utilisation des matériaux composites remonte à la nuit des temps et a suivi les évolutions permanentes des différentes civilisations qui se sont succédées à travers l'histoire de l'humanité. Les gens utilisaient, en effet, les composites inconsciemment alors que le terme «composite» n'existait même pas [1].

Dans un sens large, le mot «composite» signifie «constitué de deux ou plusieurs parties différentes» [2].

Le terme «matériaux composites» veut dire un matériau différent des matériaux macroscopiquement homogènes habituels.

On peut aussi définir un matériau composite, tout alliage ou matière première comportant un renfort sous forme filamentaire. Il nécessite l'association intime d'au moins deux composants: le renfort et la matrice, qui doivent être compatibles entre eux et se solidariser, ce qui introduit la notion d'un agent de liaison: l'interface. Contrairement aux matières premières classiques, dont on connaît à l'avance les caractéristiques mécaniques, celles des composites ne sont réellement connues qu'après fabrication, car on réalise, en même temps, le matériau et le produit [3].

Ainsi un matériau composite est un assemblage de deux matériaux différents, dont les performances sont supérieures à celles des composants pris séparément.

Un matériau composite est constitué d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. La phase discontinue, appelée renfort ou matériau renforçant est, elle, plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue, cette phase est appelée matrice [4].

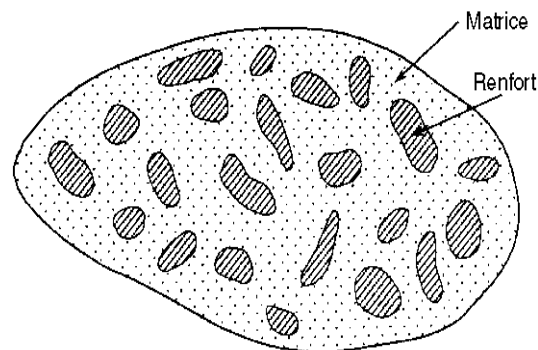


Figure 1.1. Matériau composite [2]

A partir de ces définitions, la nature nous donne un exemple sur les composites, le bois, fut le premier matériau composite naturel utilisé, il est constitué de fibres flexibles de cellulose, plongée dans une matrice appelée la ligime, l'homme à utilise ce composite dans la construction depuis son évaluation, le torchis a été utilisé en construction pour ses propriétés d'isolation et de coût [5-7], ensuite il a été utilisé le torchis en construction pour ses propriétés d'isolation et de coût, On trouve également les arcs Mongols (2000 ans av. J.-C.), leur âme en bois était contrecollée de tendon au dos et de corne sur sa face interne. Les sabres japonais traditionnels sont aussi un exemple de matériaux composites très ancien [7]. En 1823, Charles Macintosh crée l'imperméable avec du caoutchouc sur des tissus comme le coton et en 1892 François Hennebique dépose le brevet du béton armé [8].

Dès la deuxième guerre mondiale, la nécessité de trouver de nouveaux matériaux pour répondre aux nouveaux besoins de l'ingénierie militaire et civile s'imposa avec acuité.

Les recherches scientifiques menées pour faire face à l'urgence de cette situation ont conduit à la mise au point de nouveaux composites.

Dans le même temps, apparut l'utilisation de la technologie des fibres de verre et de carbone, ce qui a eu pour effet d'activer ces recherches et de faire évoluer la fabrication de nouveaux matériaux composites associés à cette technologie.

A partir des années soixante, le développement des matériaux composites modernes a commencé avec des pas accélérées, cette nouvelle génération se caractérise par ses excellentes propriétés (module de YOUNG, poids léger, haute résistance et rigidité...).

Mais le grand obstacle technique qui limite l'utilisation vaste du composite est le manque de base de données complète qui nous permettra de les comparer aux matériaux conventionnels.

## **1.2. CLASSIFICATION DES MATERIAUX COMPOSITES**

Les matériaux composites se divisent selon leurs formes ou la nature de leurs composants en trois catégories: les composites à phase dispersée, les composites à particules et les composites à fibres [9].

### **1.2.1. Composites à phase dispersée**

Cette catégorie contient une fine dispersion de particules dures, leur taille est inférieure au dixième de micron. Ces particules se trouvent au noyau de la matrice, cette dernière est généralement métallique, son rôle est de supporter la charge; les particules sont aux oxydes, aux carbures ou aux borures.

L'avantage de cette dispersion est de diminuer la capacité de déformations matricielles.

Les avantages des composites se résument dans la résistance et la stabilité à très haute température, c'est la raison pour laquelle elle est utilisée dans l'industrie.

### **1.2.2. Composites à particules**

La structure de ces composites est similaire à celle des composites à phase dispersée, mais les particules noyées dans la matrice sont ici de tailles supérieures au micron. Se sont en général des particules cubiques centrées qui renforcent des matrices cubiques à faces centrées. La matrice ne supporte dans ce cas qu'une partie de la charge, contrairement aux composites à phase dispersée. Dans cette catégorie de composites, on retrouve les cermets (particules céramiques et matrice métallique), les plastiques armés, ou encore les mélanges de métaux. Les composites à particules sont obtenus par les techniques de métallurgie des poudres. Ces matériaux présentent de nombreux avantages en dehors de leurs résistances et ont par conséquent de nombreuses applications dans l'industrie: tuyères de fusée, outils de coupe et de forage, contacts électriques, écrans anti-radiation, etc...

### **1.2.3. Composites à fibres**

Ces matériaux ont pour but d'utiliser la plasticité de la matrice pour transférer la contrainte aux fibres à cause de leur grande résistance et leur bonne ténacité. Ces composites sont classés à la première place dans l'utilisation industrielle, car ils sont très peu sensibles aux entailles.

Dans ce genre de composites la résistance dépend du type de renfort, de sa géométrie et de la matrice. Le tableau 1.1 nous montre les classes des matériaux avec leurs propriétés mécaniques et leur conductivité.

On peut conclure alors que la fabrication des composites à fibre dépend du type de la matrice. Les composites à matrice organique par exemple sont obtenus par pré-imprégnation des fibres dans la résine, suivie d'un traitement de polymérisation effectué ou non sous charge.

On appelle maintenant de façon courante «matériaux composites» des arrangements de fibres (continues ou non) d'un matériau résistant (**renfort**) qui est noyé dans une **matrice** dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible. La matrice conserve aux fibres leurs dispositions géométriques et leur transmet les sollicitations auxquelles est soumise la pièce [4].

Type de matériau (Exemple)	Densité $\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	Modul e de Young E (GPa)	Résist- ance à la traction $\sigma$ (MPa)	Ténacité à la fracture K <sub>c</sub> (MPa√m)	Condu ctivité thermi- que K (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	Coeffic ient de dilata- tion $\alpha$ 10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup>
Résine thermostable (Epoxy)	1.25	3.5	50	0.5	0.3	60
Thermoplastique (Nylon)	1.1	2.5	80	4	0.2	80
Gomme (Polyerethane)	1.2	0.01	20	0.1	0.2	200
Acier (Céramique)	7.8	208	400	140	60	17
Construction	2.4	40	20	0.2	2	12
Céramique (Alumine)	3.9	380	500	4	25	8
Bois (∥ au grain)	0.6	16	80	6	0.5	3
Bois (⊥ au grain)	0.6	1	2	0.5	0.3	10
PMC général (renfort mat)	1.8	20	300	40	8	20
PMC avancé (Charge//fibres)	1.6	200	1500	40	200	0
MMC (Al-20%SiC)	2.8	90	500	15	140	18

**Tableau 1.1. Propriétés des différents matériaux [10]**

### 1.3. CARACTERISTIQUES GENERALES:

Les propriétés des matériaux composites sont différentes et dépendent de beaucoup de facteurs. Ces caractéristiques résultent [11] :

- des propriétés, de la nature et de la quantité des matériaux constituants,
- de la géométrie et de la distribution du renfort,
- de leurs interactions, de la nature de l'interface matrice-renfort, etc.

Les principales caractéristiques des pièces fabriquées en matériaux composites sont:

- la bonne tenue en fatigue (durée de vie augmentée),
- l'absence de corrosion,

- l'absence de plasticité (leur limite élastique correspond à la limite de rupture)
- la résistance au vieillissement sous l'action de l'humidité et de la chaleur,
- l'insensibilité à certains produits chimiques courants (solvants, peinture, huiles, pétroles...).

Pour construire les composites, il est demandé les conditions suivantes [12]:

- la nature, la texture et la forme du renfort
- le taux de renforcement
- la nature de la résine et les charges ou additifs
- la qualité de l'interface renfort matrice
- la géométrie de la pièce à réaliser
- le procédé de mise en œuvre utilisé.

On distingue deux types de composites: les composites grandes diffusions (GD) et les composites hautes performances (HP).

- Les grandes diffusions représentent 95% des composites utilisés. Généralement ce sont les plastiques armés, le taux de renfort converge à 30%. Ils contiennent les résines polyesters (95% des résines thermodurcissables) avec des fibres de verre (plus de 99% des renforts utilisés).

- Les hautes performances, on les retrouve dans le domaine de l'aéronautique, ils sont d'un coût élevé. Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50% [12].

#### **1.4. AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES MATERIAUX COMPOSITES**

Chaque organe a des avantages et des inconvénients, il en est ainsi pour les matériaux composites. Bahlouli a fixé des avantages comme suit [3]:

- Gain de masse.
- Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombre d'interfaces (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques).
- Grande résistance à la fatigue.
- Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf en cas de contact entre de l'aluminium et des fibres de carbone).
- Insensibilité aux produits chimiques "mécaniques" comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants.

On peut ajouter d'autres avantages à ces matériaux [13] comme:

- L'optimisation du design, impliquant un possible diminution du nombre d'éléments.
- L'adaptation au processus de design.
- La réduction du poids.
- La longue durée de vie.

En outre ils sont disponibles sous toutes les formes (fil, stratifié, mat, tissu...), ils ont aussi une excellente propriété mécanique qui leur apporte une résistance aussi bien à la rupture et à la traction qu'à la compression, une très grande rigidité et une très bonne tenue en température en atmosphère non oxydant. En plus de ces avantages, il a été prouvé qu'ils ont de bonnes propriétés tribologiques, moins de contamination acoustique et une possibilité de travailler dans des milieux agressifs.

Néanmoins, les composites présentent des inconvénients comme [12]:

- Vieillesse sous l'action de l'eau et de la température
- Faible résistance aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes
- Si on peut constater une meilleure tenue au feu (classement M) que les alliages légers il faut également citer une forte émission de fumées (classement F) parfois toxiques pour certaines matrices.
- Prix élevé
- Tenue au choc faible.

Les matériaux composites œuvrent dans beaucoup de secteurs d'industrie pour résoudre les problèmes qui y sont rencontrés: la résistance mécanique; le problème de poids et surtout le vieillissement, le tableau 1.2 montre quelques exemples de secteurs d'application des matériaux composites:

	Constituants	Domaines d'application
<b>1. Composites à matrice organique</b> Papier, carton Panneaux, de particules Panneaux de fibres ? Toiles enduites Matériaux d'étanchéité Pneumatiques Stratifiés Plastiques renforcés	Résine/charges/fibres cellulosiques Résine/copeaux de bois Résine/fibres de bois Résines sou pies/ tissus Elastomères/bitume/textiles Caoutchouc/toile/acier Résine/charges/fibres de verre, de carbone, etc. Résines/microsphères	Imprimerie, emballage, etc. Menuiserie Bâtiment Sports, bâtiment Toiture, terrasse, etc. Automobile Domaines multiples
<b>2. Composites à matrice minérale</b> Béton Composite carbone-carbone	Ciment/sable/granulats Carbone/fibres de carbone Céramique/fibres céramiques	Génie civil Aviation, espace, sports, bio-médecine, etc. Pièces thermo-mécaniques
<b>3. Composites à matrice métallique</b>	Aluminium/fibres de bore Aluminium/fibres de carbone	Espace
<b>4. Sandwiches</b> { Peaux Ames	Métaux, stratifiés, etc. Mousses, nids d'abeilles, balsa, plastiques renforcés, etc.	Domaines multiples

Tableau 1.2. Exemples de matériaux composites, pris au sens large [14]

## 1.5. LES ELEMENTS CONSTITUANTS D'UN MATERIAU COMPOSITE

Nous avons vu précédemment qu'un matériau composite est formé d'une matrice et d'un renfort, conçu de fibres. On peut définir ces deux éléments comme suit :

**1.5.1. La matrice** est une composition d'une résine composée (polyester, époxyde, etc.) et de charges et ce pour exploiter les caractéristiques de la résine tout en diminuant le coût de production [2-5]. Quand on applique des efforts de compression et de flexion la matrice diminue l'effet de ces efforts grâce à sa liée les fibres renfort, en plus de cette fonction elle assure la protection chimique [2,13]. Le rôle essentiel de la matrice en plus de ce qui a été cité est d'offrir aux fibres les sollicitations mécaniques extérieures et de défendre les fibres en face

aux charges extérieures [13]. Ainsi la matrice est une sorte d'intermédiaire entre l'effort et la fibre [12].

**1.5.2. Le renfort**, c'est l'armature ou le squelette du matériau composite [7], car grâce à lui, il assure la discipline mécanique (rigidité et résistance à la traction) [2].

Les éléments filamenteux qui constituent le renfort sont appelés les fibres ou les textiles et peuvent être d'origine animale, végétale, minérale ou synthétique. Le diamètre moyen de ces fibres est inférieur à 0,05 cm. Distribué, entre autres, dans les textiles, ces éléments filamenteux sont classés selon leur origine, leur composition chimique ou les deux à la fois [13].

Généralement nous retrouvons les renforts sous diverses configurations: linéique, surfacique, et multidirectionnelle.

<b>Matériau</b>	<b>Module d'Young (GPa)</b>	<b>Résistance en traction (MPa)</b>	<b>Massr volumique (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Température d'utilisation max (°C)</b>	<b>Allongement à rupture (%)</b>
<b>Verre R</b>	80	2500	2500	650	3
<b>Kelver 49</b>	130	3600	1450	200	
<b>Carbone HM</b>	400	2000	1900	2500	2
<b>Bore</b>	400	3500	2650	700	0.8
<b>SiC (fibre)</b>	480	2300	3200	900	0.5
<b>SiC (trichite)</b>	840	21000	3200	1600	2.5

**Tableau 1.3. Propriétés mécaniques des renforts [2]**

Les structures composites sont anisotropes, pour cela les renforts exécutent bien en traction, mais offrent de moins bonnes performances en compression et cisaillement. Il est donc impératif de jouer sur la texture et la géométrie des renforts pour créer une architecture adaptée.

On trouve les renforts fibres sous forme de différentes géométries et textures et ils se présentent sous diverses formes commerciales [15]: linéique (fils, mèches, etc.), tissus surfaciques (tissus simples, mats, etc.) et sous forme multidirectionnelle (tresses, tissus complexes, etc.).

1.5.2.1. Formes linéiques :

Une fibre (diamètre environ de 10  $\mu\text{m}$ ) est trop petite pour l'utilisation unitaire. On trouve en général des fils ou mèches qui sont assemblés à partir de plusieurs fibres. L'unité de masse linéique est le tex (1 tex = 1 g/km) [10].

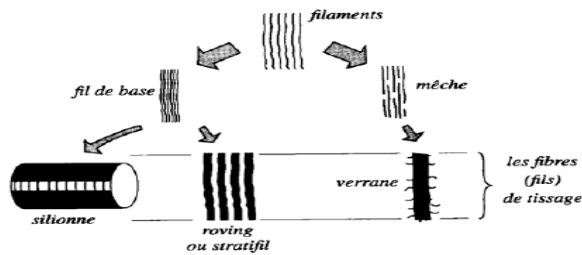


Figure I.2. Formes linéiques [5]

1.5.2.2. Formes surfaciques :

a). Tissus et rubans

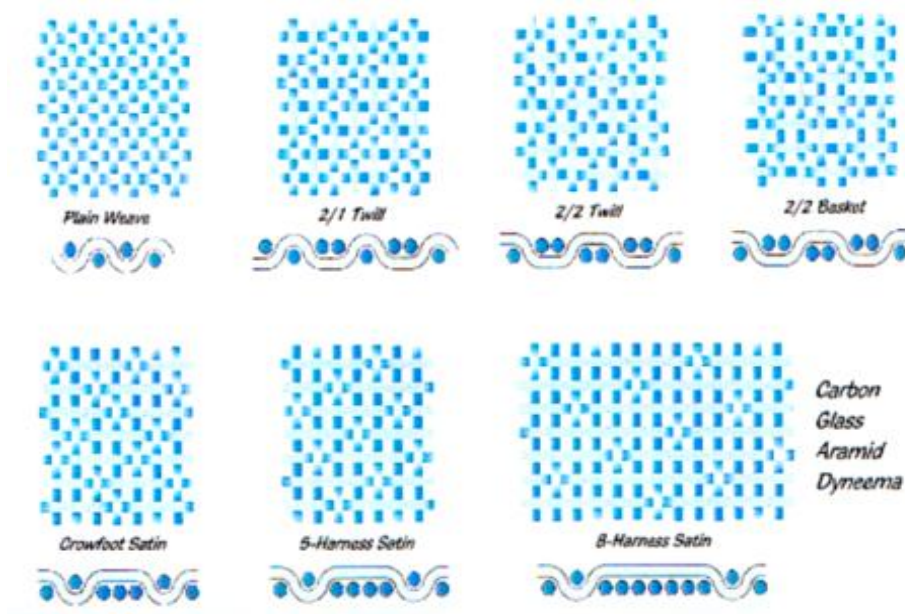


Figure I.3. Différents types de renforts en forme de tissu [7]

b). **Mats** : Ce sont des nappes formées de fils continus ou coupés, débouffés dans un plan suivant une direction aléatoire. Ces fils sont maintenus ensemble par un liant "le mat est isotrope à cause de l'absence d'orientation préférentielle des fibres"[2].

### 1.5.3. Structures multidimensionnelles :

#### a). Tresses et préformes

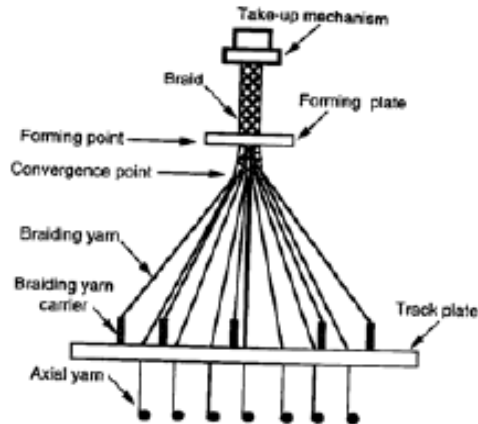


Figure I.4. Tresses et préformes [2]

#### b). Tissus multidirectionnels :

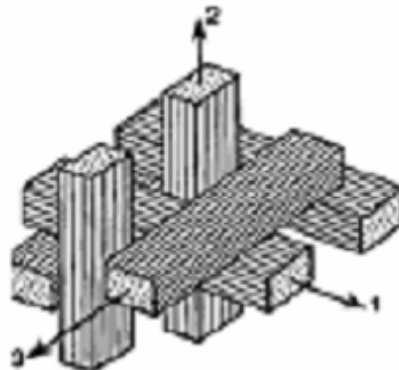


Figure I.5. Tissus multidirectionnels [5]

L'ensemble résine-charges se comporte comme un matériau homogène et le composite est considéré comme constitué d'une matrice et d'un renfort [13].

Pour transmettre les contraintes sans déplacement relatif dans les matériaux composites, il faut ajouter une interface qui assure la comptabilité fibre-matrice. Cette interface est un produit chimique qui pourra jouer sur la balance du comportement mécanique, et est négligée dans le calcul de la structure composite pour des considérations purement pratiques.

Les constituants principaux de cette interface sont des additifs ou charges nécessaires pour asseoir une bonne collaboration entre le renfort fibreux et la matrice. Par ailleurs ils

permettent de modifier les caractéristiques de la matière à laquelle ils sont ajoutés: pigments de coloration, agents anti-UV, charges ignifugeantes, isolation thermique ou acoustique.

Pour construire la structure d'un matériau composite N. Bahlouli [12] a proposé des conditions:

- la nature, la texture et la forme du renfort
- le taux de renforcement
- la nature de la résine et des charges ou additifs
- la qualité de l'interface renfort-matrice
- la géométrie de la pièce à réaliser
- le procédé de mise en œuvre utilisé

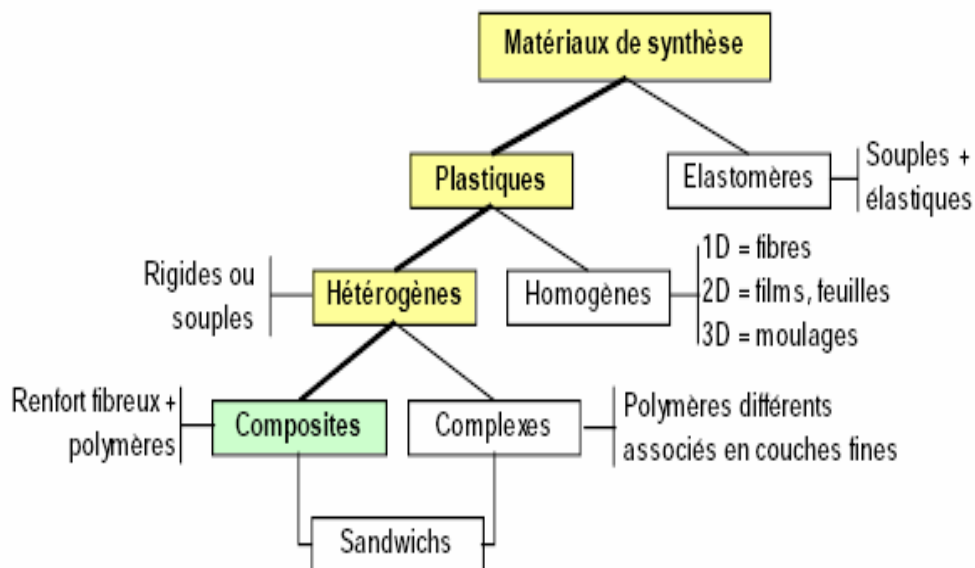


Figure I.6. Arborescence des matériaux de synthèse [3]

La figure I.7 met en évidence les propres constituants de matériau composite

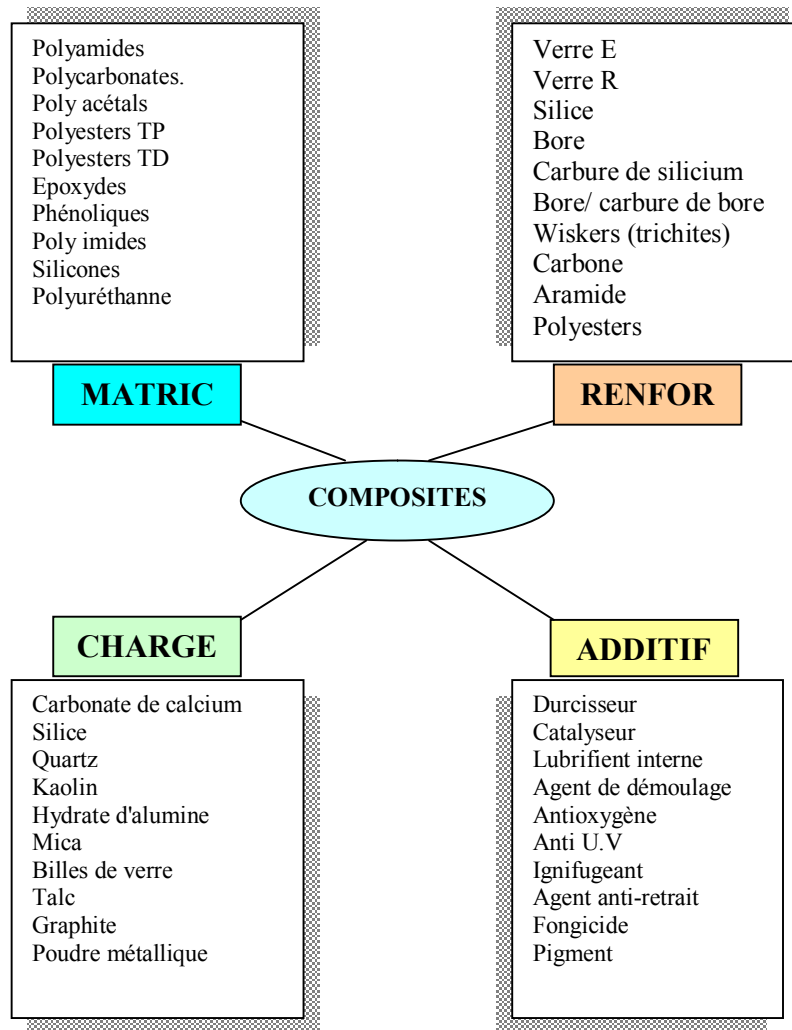


Figure 1.7. Les différents types de constituants de base [4]

#### 1.5.4. PRINCIPALES FIBRES

La rigidité, la résistance à la rupture, la dureté, etc... sont des caractéristiques mécaniques assurées par le renfort au composite, comme ils peuvent améliorer certaines propriétés physiques comme le comportement thermique, la tenue en température, la tenue au feu, la résistance à l'abrasion, d'autres propriétés électriques, etc.

##### 1.5.4.1. Les fibres de verre

La fragilité du verre quand il est sous forme massive, le converge à une très grande sensibilité de fissuration; pour qu'il possède des bonnes caractéristiques mécaniques, il faut que nous l'élaborions sous forme de fibres de faible diamètre (quelques dizaines de micromètres). Berthelot [2] a proposé aussi que les fibres de verre soient élaborées à partir d'un verre filable, appelé verre textile, composé de silice, alumine, chaux, magnésie, etc.

On peut dire que les fibres de verre sont classées parmi les premiers renforts pour leur utilisation dans les matériaux composites.

Par une concentration de vue sur les compositions des fibres de verre on conclut qu'il y a différents types de fibres de verre, ces types sont cités au tableau 1.4

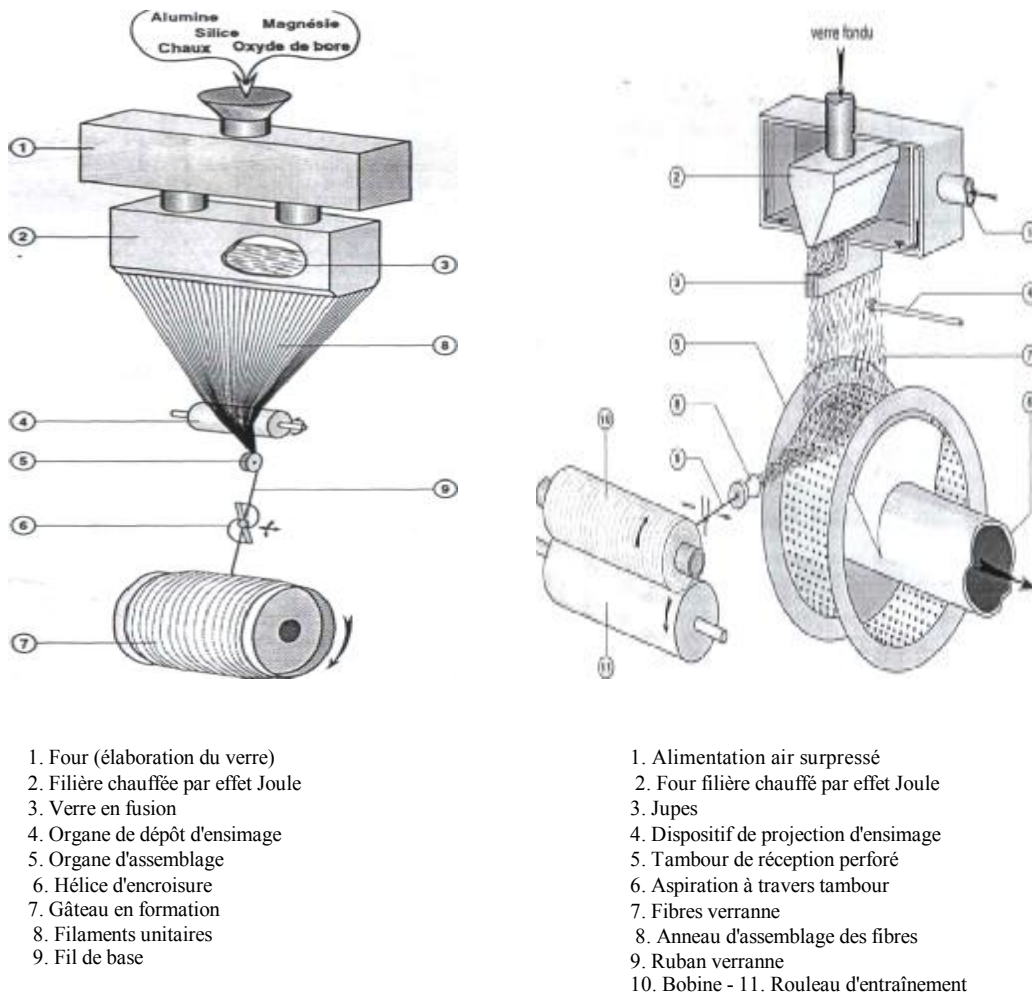
Type	Caractéristiques générales
E	à usage général ; bonnes propriétés électriques
D	hautes propriétés diélectriques
A	haute teneur en alcali
C	bonne résistance chimique
R,S	haute résistance mécanique

**Tableau I.4. Différents types de verres filables [2]**

A cause de leurs compositions, les modèles E et R sont les plus utilisés (tableau .I.5)

Constituants		Composition en masse (%)		
		Verre E	Verre D	Verre R
Silice	SiO <sub>2</sub>	53-54	73-74	60
Alumine	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	14-15,5	0,5 - 0,6	25
Chaux CaO	MgO	20-24	22-23	96
Magnésie	B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	6,5-9	0,1 -0,2	
Oxyde de bore	F	0 - 0,7	1.3	
Fluor	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<1	1.5	
Oxyde de fer	TiO <sub>2</sub>			
Oxyde de titane	Na <sub>2</sub> O	<1		
Oxyde de sodium	K <sub>2</sub> O			
Oxyde de potassium				

**Tableau I.5. Compositions des verres de type E, D et R [2]**



**Figure 1.8. Fabrication des fibres de verre [5]**

#### 1.5.4.2. Les fibres de carbone

Les fibres de carbone sont des fibres synthétiques organiques [2]. Leur production demande une température de 1200°C avec un procédé de carbonisation en y associant les trois matières premières suivantes :

- la rayonne (cellulose régénérée),
- le brai (goudron de houille ou résidu du pétrole),
- le polyacrylonitrile (PAN) le plus souvent.

Si on poursuit la pyrolyse et l'étirage jusqu'à 1800°C, on obtient des fibres graphitisées, appelés fibres à haut-module et couramment appelées fibres de graphite.

Cette fibre peut encore être améliorée grâce au traitement thermique suivant [16]:

- chauffée entre 1500 et 2000°C, elle offrira une grande résistance à la tension (de l'ordre de 5 kN/mm<sup>2</sup>),
- chauffée entre 2500 et 3000°C, elle offrira une grande élasticité (de l'ordre de 500 kN/mm<sup>2</sup>).

Pour améliorer leur comportement au sein des matériaux composites, on oxyde ces fibres ou on les ensime par l'alcool polyvinylique ou une résine époxy. Leurs diamètres varient entre 5 à 15 microns (7 à 8 microns en moyenne) et elles auront ainsi une faible densité et une bonne résistance à la traction et à la compression et résisteront également à la corrosion et à l'usure.

Mais l'une de leurs principaux inconvénients est leur sensibilité aux chocs. En revanche, elles possèdent de très bonnes caractéristiques mécaniques, d'autant plus que leur masse volumique est faible (généralement inférieure à 2000 Kg/m<sup>3</sup>), et ont une excellente tenue en température, en atmosphère non oxydante [2].

Les fibres de carbone sont utilisées pour la fabrication de matériaux composites renforcés, les véhicules à hautes performances, les équipements sportifs, et toutes les applications exigeant une grande résistance mécanique pour un poids réduit [16].

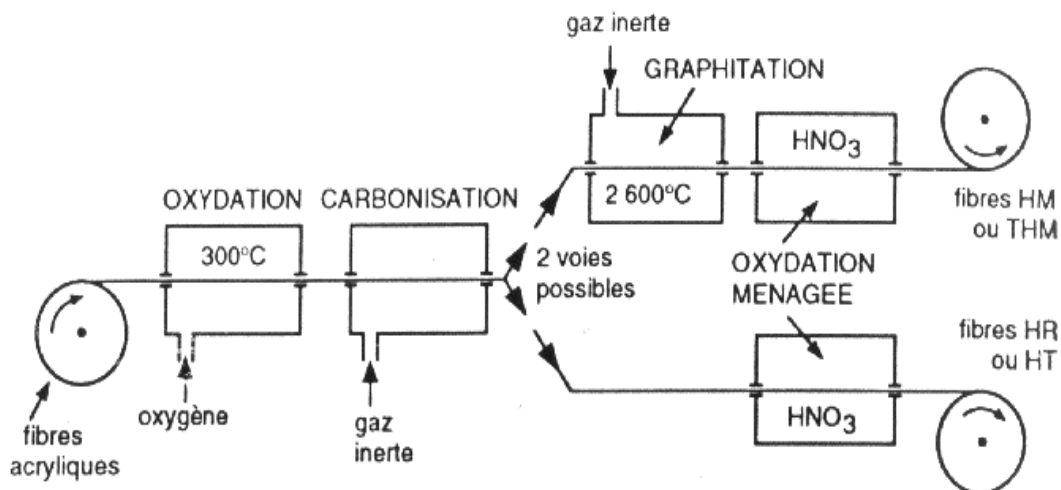


Figure 1.9. Elaboration des fibres de carbone [5]

Caractéristiques	Verre E	Carbone HR	Carbone HM	Carbone THM	Carbone HM (brai)
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2 600	1750	1810	1950	2000
Diamètre ( $\mu\text{m}$ )	10 a 20	5à7	5à7	5à7	12
Module d'Young $E_f$ (GPa)	73	230	400	600	280
Module spécifique $E_f/\rho$ (MN m/kg)	28	130	210	310	140
Contrainte à la rupture $\sigma_u$ (MPa)	3 400	3 000	2 800	2 000	2 000
Contrainte spécifique $\sigma_u/\rho$ (kN m/kg)	1 3000	1 710-2 290	1 550	1 030	1000-1200
rapporté aux fibres de verre E	1*	10- 15	30 - 50	200 - 400	50 - 100

1\* = 15 F/kg en 1996

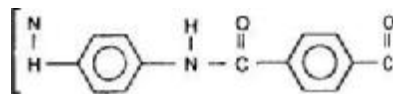
HM (brai) : fibres élaborées à partir du brai

**Tableau I.6. Caractéristiques des fibres de carbone, comparées à celles des fibres de verre E [2]**

#### 1.5.4.3. Les fibres aramides

Le "Kevlar" est le nom commercial de cette fibre qui fut commercialisée en 1972 par Nmours (U.S.A), il a des caractéristiques mécaniques élevées présentant une couleur jaune paille.

Les fibres aramides sont des fibres polyaramides ou polyamides aromatiques de synthèse dont la structure est constituée de noyaux benzéniques reliés par des groupes CO et HN [2,12]:



L'élaboration des fibres est effectuée par synthèse à basse température (-10°C), puis par filage en solution. Les fibres sont ensuite étirées et traitées thermiquement pour augmenter leur module d'élasticité [12].

Concernant les fils mono filament, les caractéristiques sont portées dans le tableau ci-dessous (quant aux fils multi filaments on pourrait dire que leurs caractéristiques sont insuffisantes).

Caractéristiques	Kevalr 29	Kevalr 49	Kevalr 149	Twaron	technora
Masse volumiques (Kg/m <sup>3</sup> )	1440	1450	1470	1440	1390
Diamètre ( $\mu\text{m}$ )	12	12	12	12	12
Module d'Young (GPa)	30	120	160	60	90
Module spécifique (MN m/kg)	42	83	110	42	65
Contrainte à la rupture (Mpa)	3000	3000	2400	2600	2800
Contrainte spécifique (KN m/kg)	2080	2070	1630	1800	2010
Allongement à la rupture (%)	3.6	1.9	1.5	3	4

**Tableau I.7. Caractéristiques de la fibre aramide [2]**

A cause de leurs faiblesses à la compression, à la flexion, au flambement et leur sensibilité au cisaillement inter laminaire, ces fibres sont rarement utilisées car ces faiblesses engendrent une mauvaise adhérence à la fibre matrice.

Pour y remédier, on utilise l'ensimage adapté comme (verre Kevlar, carbone Kevlar).

Ces fibres se présentent sous forme stratifiés, de tissus et de rubans; elles remplacent les armatures d'acier dans les pneumatiques, les courroies et les tuyaux.

Et grâce à leur légèreté et leur bonne résistance au choc, à l'impact et l'abrasion, elles sont utilisées dans la fabrication des articles de sport [5].

#### 1.5.4.4. Les fibres céramiques

Ce sont des fibres de gros filaments (diamètre de l'organisation de 100  $\mu\text{m}$ ) [13]. Elles se constituent d'un fil de support appelé âme, en tungstène ou en carbone avec un diamètre de 10  $\mu\text{m}$ , ces fibres sont protégées d'une couche de bore (épaisseur environ 40  $\mu\text{m}$ ), d'une strate de bore (épaisseur environ 40  $\mu\text{m}$ ) et une autre de carbone de bore (épaisseur environ 4  $\mu\text{m}$ ) [2]. Leur utilisation reste toujours limitée à cause du prix élevé, mais malgré cela on les retrouve dans l'utilisation des matrices métalliques ou céramiques comme les fibres de SiC et BorSiC, qui se trouvent dans les matériaux relativement chers (aube de compresseur, les turbines...) [12,14].

Ces dernières années, et à l'aide de l'élaboration des fibres de carbone, une nouvelle génération apparut, il s'agit de "SiCTi" carbotitanate de silicium, ces fibres présentent une bonne stabilité de leurs propriétés jusqu'à des températures allant de 1200°C à 1600°C, leurs

caractéristiques mécaniques sont portées au tableau 1.8 [8]. D'autres fibres céramiques furent produites, il s'agit notamment de fibres d'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), fibres aluminosilicate ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$ ), et fibres de broaluminosilicate ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{B}_2\text{O}_3$ ). Les spécificités mécaniques de ces fibres sont figurées dans les tableaux 1.8 et 1.9.

Caractéristiques	SiC	SiNC	SiCTi
Masse volumiques ( $\text{Kg/m}^3$ )	2550	2350	2400
Module d'Young (GPa)	180 – 200	170	200
Module spécifique (MN m/kg)	70 – 80	70	85
Contrainte à la rupture (Mpa)	3000	2400	3000
Contrainte spécifique (KN m/kg)	1200	1000	1250

**Tableau I.8. Caractéristiques mécaniques des fibres de SiC, SiNC et SiCTi [5]**

Caractéristiques	$\text{Al}_2\text{O}_3$	$\text{Al}_2\text{O}_3, \text{SiO}_2$	$\text{Al}_2\text{O}_3, \text{SiO}_2, \text{B}_2\text{O}_3$
Masse volumiques ( $\text{Kg/m}^3$ )	3400 - 3950	3100 – 3200	2700 – 3100
Module d'Young (GPa)	300 – 390	190 -250	150 -200
Module spécifique (MN m/kg)	30 – 100	60 – 80	55 – 65
Contrainte à la rupture (Mpa)	1500 – 2000	2100 – 2200	1700 – 1800
Contrainte spécifique (KN m/kg)	440 - 500	685	580 -630

**Tableau I.9. Caractéristiques mécaniques des fibres céramiques à base d'aluminium [2]**

En plus de ces types de fibres, on retrouve d'autres fibres appelées fibres synthétiques thermostables, se sont des fibres organiques traitées par synthèse, ayant une bonne conservation des caractéristiques mécaniques à hautes températures et elles sont généralement réunies aux résines thermostables [13]. Les caractéristiques mécaniques de ces fibres sont plus fiables que d'autres (plus usuelles), c'est pourquoi on les retrouve dans les isolants électriques et thermiques et dans les protections thermiques: boucliers de missiles, cônes de rentrée de véhicule spatial...

Parmi ces fibres on peut citer :

- **fibre kermel** qui est une fibre de polyamide-imide.
- **fibre Nomex** qui est une fibre de polyamide aromatique dont la formule converge de celle de Kevlar.

- **fibre de Kynol** qui est une association de groupes phénoliques et des unités méthylène.
- **fibre PBI** qui est constituée de groupes aromatiques cycliques.
- **fibre Apyeil** ou pomymétaphénylène téréphtalamide qui est proche de Kevlar.

Par ailleurs, il existe d'autres fibres mais leur utilisation demeure limitée à des applications particulières, car ils ont un faible module et présentent des contraintes à la température. On peut classer ces fibres comme suit :

- **fibres d'origine végétale** comme le bois qui est utilisé sous forme de fibres orientées, feutre, papiers imprégnés, le sisal, le jute, le lin, etc.
- **fibres d'origine minérale** comme l'amiante, la silice, etc.
- **fibres synthétiques** : comme le polyester (tergal, dacron...), polyamides, polyéthylène, etc.
- **fibres métalliques** : ces fibres sont faiblement utilisées dans les applications à cause de leur prix de revient élevé, la non isolation thermique, leur transmission d'électricité et leur faible absorption acoustique. Parmi ces fibres on peut citer l'acier, le cuivre et l'aluminium. Ces fibres sont utilisées avec des matrices métalliques pour leur bonne conductibilité thermique et électrique.

Fibre	Densité	Charge de rupture en traction (en Mpa)	Charge de rupture en compression (en Mpa)	Allongement a la rupture (en %)	Module d'élasticité longi (en Mpa)	Diamètre du filam- ant élémentaire (en mm)
Verre E	2.54	3400	1200	4.8	73000	3-30
Verre R	2.48	4400	1300	5.4	86000	3-30
Aramide bas module	1.54	3100	500	2	70000	12
Aramide haut module	1.54	3100	500	1	130000	12
Carbone haute ténacité	1.78	2800	1800	0.5	200000	8
Carbone haute module	1.8	2200	1300		400000	8
Bore	2.63	3500	3500	0.8	400000	100-200
Acier XC10	7.85	1000			210000	

**Tableau I.10. Principales caractéristiques mécaniques des fibres de base : [12]**

### 1.5.5. LES RESINES

Les résines ont un rôle à jouer : celui de transférer les sollicitations mécaniques aux fibres, elles doivent être assez déformables [5,9]. Elles présentent une bonne convenance avec les fibres mais elles doivent avoir une masse volumique faible pour qu'elles conservent les caractéristiques mécaniques aux matériaux composites [17].

On retrouve ces contraintes dans les polymères modifiés par des adjuvants et des additifs, ces polymères se retrouvent sous forme de solution [3].

Les différentes familles de Matrices sont présentées selon l'organigramme suivant :

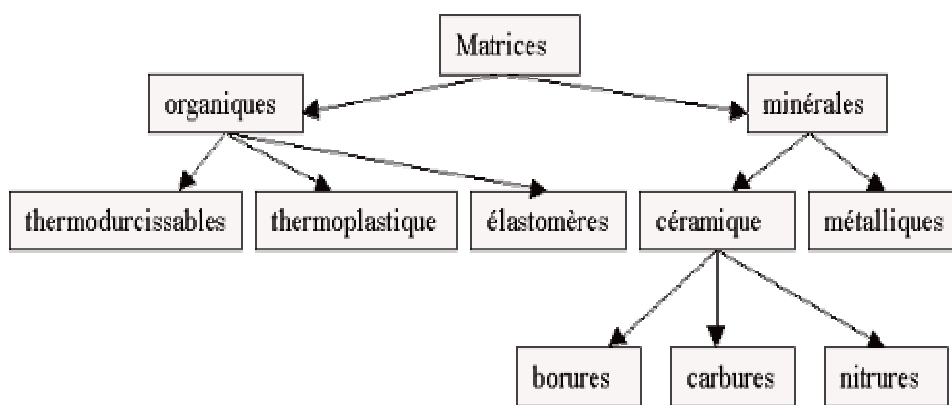


Figure I.10. Les différentes familles de Matrices [17]

Parmi les résines, on distingue deux types, les plus utilisées:

#### a). Les résines thermodurcissables (TD)

Les polymères thermodurcissables ont la forme d'un réseau tridimensionnel [5,9], leur utilisation s'accompagne toujours avec des fibres longues [17]. Parmi ces résines en trouvent:

- **les polyesters insaturés** qui sont les résines les plus utilisées dans les applications GD [13]. Elles se présentent sous la forme d'une solution polyacide + polyalcool qui se rigidifie sous l'action d'un catalyseur et de l'action de la chaleur [13]. Elles présentent le grand défaut d'émettre des vapeurs de styrène au cours de la polymérisation et d'être difficiles à stocker.
- **les vinylesters** ce sont des variantes des polyesters obtenues à partir d'acide acrylique. Elles ont une bonne tenue à la fatigue et un bon comportement à la corrosion mais sont combustibles [15].
- **les résines époxy** (ou époxydes) constituent la résine type des composites HP [18].

- **les résines phénoliques** sont obtenues par la polycondensation du phénol et du formol; elles présentent une très bonne tenue au feu, sans fumée (d'où leur utilisation dans le ferroviaire). Cependant elles sont fragiles, sensibles à l'humidité et difficiles à mettre en œuvre [2,5].
- **les polyuréthanes** ont une faible viscosité ce qui facilite un bon remplissage du moule [18]. D'autres résines TD sont utilisées pour des applications particulières comme la silicone (bonnes qualités électriques, thermiques et chimiques).

#### **b). Les résines thermoplastiques (TP)**

Ces résines se développent fortement [16], leur association se fait avec des fibres courtes (parfois avec des fibres longues). Les polymères thermoplastiques ont une structure linéaire, sont mis en forme par chauffage (les chaînes se plient), et durcissent au cours du refroidissement (les chaînes se bloquent) [12]. Là aussi, toute transformation est réversible [3].

Les thermoplastiques (TP) présentent à l'état vierge de bonnes caractéristiques mécaniques [12]. Un renforcement de fibres courtes leur confère une tenue mécanique et thermique améliorée et une bonne stabilité dimensionnelle. Toutefois, l'appellation «composite» n'est pas interprétée d'une manière uniforme, et certains industriels n'y incluent pas les thermoplastiques renforcés de fibres courtes qui représentent pourtant 90% des composites à matrice thermoplastique. Les principales résines thermoplastiques utilisées dans les composites sont:

- les polyamides (PA).
- les polytéréphtalates éthyléniques (PET) et butyléniques (PBT).
- les polycarbonates (PC)
- les polyoxides de phénylène (PPO ou PPE)
- les polyoxyméthylène (POM)
- le polypropylène (PP)
- le polyamide-imide (PAI)
- le polyéther-imide (PEI)
- le polyéther-sulfone (PES)
- le polyéther-éther-cétone (PEEK).

Matrice	TD	TP
Etat de base	Liquide visqueux à polymériser	Solide prêt a l'emploi
Stockage	Réduit	Illimité
Mouillabilité des renforts	Aisée	Difficile
Moulage	Chauffage continu	Difficile
Cycle	Long (polymérisation)	Court
Tenue au choc	Limitée	Assez bonne
Tenue thermique	Meilleure	Réduite (sauf nouveau TP)
Chutes et déchets	Perdus ou utilisés en charge	Recyclables
Conditions de travail	Emanations de solvants	Propreté

**Tableau I.12. Principales différences entre matrices thermoplastiques TP et thermodurcissables TD [12]**

Résine	Nom	P(Kg/m <sup>3</sup> )	E (MPa)	N	R(MPa)	$\alpha(\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C})$
TD	Polyester	1300	3800	0.37	88	100
	vinylester	1200	3500	0.35	81	65
	Epoxyde	1220	5200	0.38	121	40
	Silicone	1550	1000	0.45	3	30
	Polyamide	1217	3450	0.35	80	36
	Phénolique	1350	3000	0.36	70	80
	Polyamide	1130	1900	0.33	70	85
TP	Polycarbonate	1100	2300	0.33	60	70
	Polyester saturé	1310	2800	0.33	55	90
Métaux	Aluminium	2630	69000	0.33	358	23
	Acier XC10	7850	210000	0.29	1000	1000
	Cuivre	8940	119000	0.30	350	17
	magnésium	1660	42000	0.30	280	25

**Tableau I.13. Principales caractéristiques mécaniques des résines [5]**

Il est désormais connu, qu'il existe trois types de résine organique, céramique et métallique [17] :

Dans le cas des composites à matrices organiques (CMO), les principales matrices utilisées sont :

- Les résines polyester peu onéreuses et qui sont généralement utilisées avec les fibres de verre et que l'on retrouve dans de nombreuses applications de la vie courante.
- Les résines vinylester sont surtout utilisées pour des applications où les résines polyester ne sont pas suffisantes. Elles sont issues d'une modification d'une résine époxyde et demeurent excellentes pour des applications de résistance chimique.

- Les résines époxy qui possèdent de bonnes caractéristiques mécaniques et qui sont généralement utilisées avec les fibres de carbone pour la réalisation de pièces de structure et d'aéronautique.
- Les résines phénoliques utilisées dans les applications nécessitant des propriétés de tenue au feu et flammes imposées par les normes dans les transports civils.
- Les résines thermoplastiques comme le polypropylène ou le polyamide.

Dans le cas des composites à matrices céramiques (CMC), la matrice peut être constituée de carbone ou de carbure de silicium. Ces matrices sont déposées soit par dépôt chimique en phase vapeur (CVD) par densification d'une préforme fibreuse, soit à partir de résines cokéifiables comme les résines phénoliques (dans le cas des matrices de carbone).

Dans le cas des composites à matrice métallique (CMM), le matériau composite est constitué :

- d'une matrice métallique (aluminium, magnésium, zinc, nickel,...)
- d'un renfort métallique ou céramique (fils d'acier, particules de SiC, carbone, alumine, poudre de diamant...)

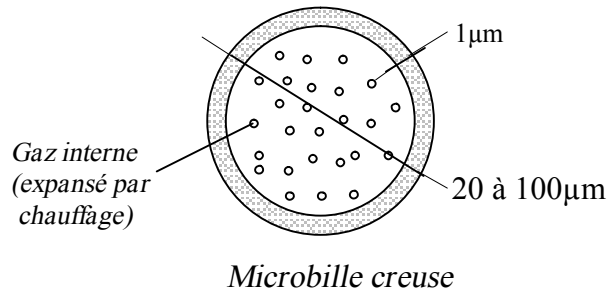
### **1.5.6. LES CHARGES ET LES ADDITIFS**

Leur rôle est de modifier les caractéristiques des matériaux, elles s'utilisent beaucoup dans les composites de grande diffusion [16]. Différents produits peuvent être incorporés à la résine pour lui conférer des caractéristiques particulières ou en réduire le coût [2]. Si l'on ajoute quelques dizaines de pourcentages à la résine, cet ajout s'appellerait charge, avec quelques pourcentages en moins, nous aurons affaire aux additifs [16].

#### **1.5.6.1. Les charges**

On trouve deux types principaux de charges: renforçantes et non renforçantes. L'intérêt des premières réside dans la répartition des contraintes dans la masse du composite [12]. Elles se divisent en deux types selon leur forme géométrique: sphérique et non sphérique, cet aspect donne des avantages à chaque classe. En effet la forme sphérique des charges leur fait éviter les concentrations de contraintes, diminuant ainsi la susceptibilité à la fissuration de la matrice contrairement aux charges non sphériques. Parmi les charges sphériques, les

microbilles de verre creuses ayant une masse volumique faible ( $100$  à  $400 \text{ kg/m}^3$ ) tandis que les charges non sphériques sont incorporées sous forme d'écaillés de dimensions transversales de  $100$  à  $500 \mu\text{m}$ , comme le mica qui est ajouté aux résines TD ou TP dans les applications électriques et électroniques [5].



**Figure I.11. Microbilles de verre creuses [5]**

Pour diminuer le coût des résines tout en conservant leurs performances, ou d'en améliorer certaines propriétés, on utilise les charges non renforçantes. Parmi ces charges on pourrait citer les charges de faible coût et qui sont d'origine rocheuse ou minérale. L'incorporation de ces dernières conduit à une augmentation de la masse volumique de la matrice, du module d'élasticité, de la dureté, de la viscosité, de la stabilité dimensionnelle et une diminution du prix de la résistance à la traction et à la flexion [8]. Les principales charges sont : les carbonates. La craie ou *blanc de Champagne* peut contenir jusqu'à 99 % de calcite, de silice et d'autres corps minéraux. La taille moyenne de ses particules varie de  $1$  à  $3 \mu\text{m}$  [15]. Parmi ces types de charges on pourrait citer:

- Le **calcaire** et le **marbre** qui contiennent 80 à 90 % de calcite et des quantités variables d'oxyde de magnésium et de silice. La taille des particules se situe entre  $0,5$  et  $30 \mu\text{m}$ .
- Le **carbonate de calcium-magnésium** ( $\text{MgCO}_3 \cdot \text{CaCO}_3$ ) préparé à partir des minerais de dolomite. Ajouté au trioxyde d'antimoine, il est utilisé comme charge et aussi comme retardateur de flamme. Le **carbonate de calcium précipité** est un mélange pratiquement pur à 99,00 % de calcite et d'aragonite, obtenu sous forme de particules très fines ( $0,05$  à  $16 \mu\text{m}$ ).
- **Les silicates** : talc, kaolin, feldspath, wollastonite. Les talcs sont utilisés pour améliorer l'isolation thermique, la résistance à l'eau et faciliter l'opération de moulage. Le talc est la charge la plus utilisée dans les thermoplastiques. Il leur confère une meilleure

résistance au fluage ainsi qu'une plus grande rigidité. Notons également que l'introduction de talc facilite l'usinage des produits finis.

- **La wollastonite** cette charge se présente sous différentes formes : aiguilles, granulés, fibres. Elle est surtout utilisée dans les polyamides, les ABS et les polysulfones, également en remplacement des fibres de verre dans les SMC et les BMC. [15]
- **Les argiles et alumino-silicates** ces substances minérales sont en grande partie constituées par de la **silice** (42 à 70 %) et de l'**alumine** (14 à 45 %). Le kaolin contribue à une meilleure résistance chimique et électrique, et diminue l'absorption d'eau. Il peut être ajouté à des taux atteignant 60 % dans les compositions à base d'esters polyvinyliques. Habituellement les poudres à mouler en contiennent de 20 à 45 %.
- Le **kaolin calciné** est utilisé dans les mélanges pour l'isolation de câbles et dans les isolants. Mélangé à de l'alumine et de la silice, le kaolin calciné est utilisé pour assurer la résistance aux acides.
- La **silice** ( $\text{SiO}_2$ ), à l'état pur ou combinée avec des oxydes métalliques, est utilisée comme charge sous différentes formes, suivant son origine, sa cristallinité, sa dureté et la taille des particules [15].

On retrouve également les charges ignifugeantes qui, ajoutées aux résines, auront pour rôle de réduire ou d'empêcher les phénomènes de combustion. Parmi les charges solides utilisées dans les résines thermodurcissables, nous citons l'**hydrate d'alumine**, produit le plus utilisé dans les résines thermodurcissables, et l'**oxyde d'antimoine**.

Un dernier type, il s'agit de la **charge conductrice et antistatique** et qui sont des poudres ou paillettes métalliques : cuivre, fer, aluminium, etc., des microbilles de verre métallisées (cuivre, argent), des particules de carbone (noir de carbone), ou des filaments métalliques [14].

#### 1.5.6.2. Les additifs

Sous le terme « adjuvant », on retrouve tous les produits que l'on ajoute à une résine pour en modifier les caractéristiques [14].

Un des additifs de grande importance est l'agent d'interface qui assure la cohésion et l'adhérence entre les différents constituants. Cet agent est en général

déposé sur les fibres de renfort (ensimage du verre) ou sur les charges (carbonate de calcium enrobé) [15].

D'autres adjuvants primordiaux sont, dans le cas des matrices thermodurcissables, les catalyseurs et accélérateurs de durcissement.

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % voire moins) et interviennent comme :

- lubrifiants et agents de démoulage, Ces additifs ont pour objet de faciliter le façonnage de la résine et de réduire la tendance de la résine à adhérer aux moules, aux mandrins, etc... [14,15].
- Les pigments sont des produits insolubles se présentant sous forme de poudre ou de paillettes. A partir de ces pigments, il est également possible d'obtenir des pâtes colorantes constituées de dispersions de pigments dans une pâte (résine, plastifiant), de manière à avoir une utilisation aisée.
- Les colorants sont des composés organiques solubles dans l'eau ou dans un solvant organique. Leur emploi est généralement limité, compte tenu d'une mauvaise tenue chimique et thermique.

Le choix d'un pigment ou d'un colorant est fonction de sa compatibilité avec la résine du composite et de l'utilisation du matériau composite [2].

La polymérisation des résines conduit à une diminution des distances interatomiques du monomère de départ [13,14]. Il s'ensuit un retrait de la résine polymérisée, qui peut aboutir à un mauvais état de surface, à un gauchissement ou à des microfissurations des pièces moulées. Bien que l'incorporation des charges à la résine en limite le retrait, il est souvent nécessaire d'ajouter des produits spécifiques anti-retrait (additifs dits « low profile» et «low shrink»), qui diminuent ou annulent le phénomène de retrait. Ces produits améliorent également l'écoulement de la matière dans certaines techniques de moulage. Ces agents anti-retraits sont généralement les produits à base de thermoplastiques ou d'élastomères, se présentant sous forme de poudre ou solution dans du styrène [8].

**Remarque:**

Le principal adjuvant pour l'époxy est le durcisseur, comme il existe d'autres fabricants qui proposent plusieurs adjuvants pour l'époxy. En revanche, on dénombre plusieurs adjuvants pour le polyester, comme le styrène qui est ajouté à l'état pur pour liquéfier la résine. Ajouté au gel coat de moulage, il lui permet de sécher à l'air et donc d'être utilisé

comme gel coat de finition afin d'effectuer des retouches une fois la coque démoulée; Le durcisseur (catalyseur), ajouté à la résine accélérée, déclenche l'effet de chaleur qui va engendrer le durcissement. Il doit être incorporé à la résine à raison d'environ 2% ( $\pm 0,5\%$ ). La résine pré-accelérée permet de déclencher l'effet de catalysation. Le xylène est en général un diluant pour le polyuréthane, que ce soit en enduit ou en peinture (jusqu'à 50%) [19].

### 1.6. ARCHITECTURES DES COMPOSITES

La réalisation des pièces en matériaux composites s'effectue par surface (plaque, coque) et par stratification de couches successives [15]. La structure composite est basée sur les monocouches, appelées parfois plis, et qui se caractérisent par la forme du renfort (fibre longue, courte, tissu); une superposition de plis unidirectionnels, tissés ou mats forme le stratifié, «chaque empilement ayant une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié» [12]. La désignation des stratifiés dépend de l'angle d'orientation ou de la nature des fibres, le premier type est appelé stratifié à base de fils ou de tissus et le second est appelé stratifié hybride [2]. (Figure I.12 et I.13).

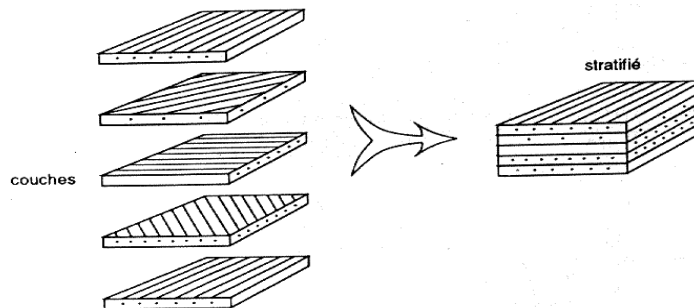


Figure I.12. Constitution d'un stratifié [2]

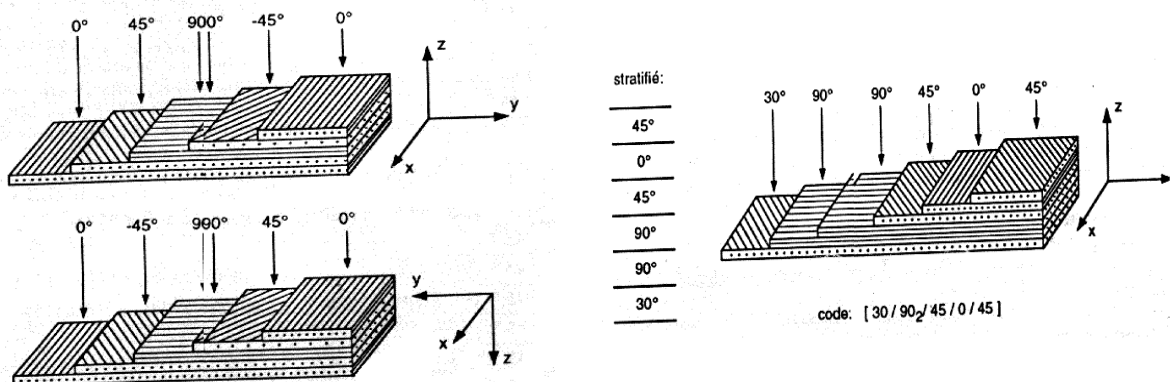


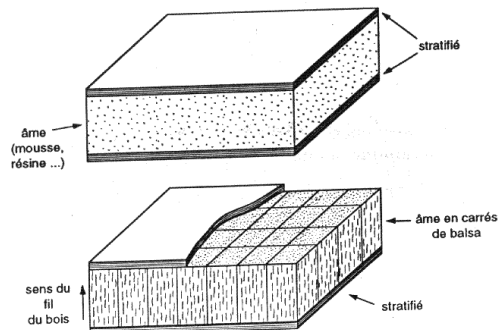
Figure I.13. Désignation et convention de signe de stratifié [12]

**Remarque:**

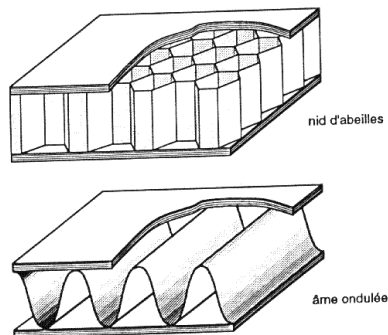
On pourrait avoir des stratifiés de type:

1. Equilibré: stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction  $+0$  que de couches orientées suivant la direction  $-0$ .
2. Symétrique: stratifié comportant des couches disposées symétriquement par rapport à un plan moyen.
3. Orthogonal: stratifié comportant autant de couches à  $0^\circ$  que de couches à  $90^\circ$ .

Pour constituer une structure légère et rigide, nous devons parler de composites sandwichs, ce sont des matériaux composés de deux semelles (peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (cœur) de forte épaisseur et faible résistance. Cette âme se trouve soit pleine (balsa ou bois cellulaire, mousses cellulaires, etc.), ou creuse (alliage métallique, papier kraft, etc.). L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion et demeure un excellent isolant thermique.



**Figure I.14. Matériaux sandwichs à âme pleine [12]**



**Figure I.15. Matériaux sandwichs à âme creuse [5]**

Il y a aussi d'autres architectures de composites comme les plastiques renforcés. Leurs

matrices sont introduites de renforts de type (fibres courtes, billes pleines ou creuses, poudre métallique, graphite). Le comportement mécanique de ce genre peut être homogénéisé d'après Bertholo.

D'autres structures appelées composites volumiques ont été élaborées à partir de tissage volumique, elles ont la particularité d'être très onéreuses [2].

### **1.7. TRAVAUX EFFECTUES**

J. Fitoussi et al [20] ont étudié le comportement mécanique à l'endommagement des matériaux composites sous sollicitations dynamiques. Une gamme de vitesse de déformation a été appliquée de l'ordre de 200/s à deux familles de matériaux composites: le SMCR26 et un stratifié constitué d'un tissu de 5 plis de fibres de carbone et de matrice époxy. Cette étude vise à minimiser l'amplitude des perturbations de mesures afin d'obtenir un champ de contrainte et de déformation homogène et une vitesse de déformation constante dans l'éprouvette testée.

T. Lorient et al [21] ont proposé une méthode simple permettant de prédire l'amorçage du délaminage au bord des structures stratifiées. Cette dégradation est due à la présence au voisinage des bords des contraintes interlaminaires hors plan, dont le calcul est réalisé à partir du logiciel CLEOPS couplé à un modèle d'endommagement intralaminaire. Des essais d'amorçage du délaminage réalisés en traction et en compression sur des empilements de référence ont permis de mettre en évidence l'influence de la contrainte normale interlaminaire sur l'amorçage du délaminage. Une formulation du critère en accord avec ces observations est proposée. L'identification des paramètres intrinsèques au matériau à partir des résultats d'essais permet par la suite l'utilisation du critère. Enfin, la validation de la formulation consiste à confronter les prédictions du critère aux contraintes d'amorçage obtenues expérimentalement sur d'autres empilements.

C. Hochard et al [22] ont modélisé le champ de déformation du composite de fibres de carbone et de matrice époxy. Les stratifiés constitués de plis tissés résistent davantage aux dommages provoqués par des contraintes extérieures et encore plus aux fissures de petites tailles parallèles aux fibres. Pour les plis tissés, un modèle d'endommagement continu a été proposé et identifié sur des essais homogènes. Pour valider ce modèle sur des structures plus complexes, il a été programmé dans un code par éléments finis et des mesures de champs de

déformations ont permis de comparer les simulations aux essais dans le cas de plaques trouées en traction. Ces comparaisons ont conduit à définir un critère de rupture.

V. Gantchenko et al [23] ont testé à la traction de grande vitesse un composite de matrice le polyamide. La vitesse de déformation est de l'ordre de  $180 \text{ s}^{-1}$ . Le composite présente des élévations de température qui doivent être prises en compte dans la loi de comportement: + 20 °C dans la zone des déformations homogènes et + 90 °C dans la zone de striction. Ces élévations de température ont été calculées dans une éprouvette de traction de façon analytique dans les zones où la déformation est homogène, et par éléments finis dans la zone de striction, correspondant aux valeurs expérimentales mesurées par caméra infrarouge rapide.

R. Zenasni et al [24] ont mené une étude expérimentale sur l'influence combinée de l'humidité et la température sur la résistance au délaminage de deux matériaux composites à matrice thermoplastique renforcée par tissu de verre (ST220 tissu 2/2 Twill et SS303 (8H Satin)). Les deux composites ont été soumis dans une chambre climatique à une température de 70 °C et un taux d'humidité relative de 95 % HR durant des périodes d'exposition de 0, 60 et 120 jours. Les essais à la rupture ont été réalisés sur des éprouvettes de type DCB en mode I. Les valeurs critiques de l'énergie de délaminage ont été calculées selon la théorie des poutres corrigées. Les résultats des essais en mode I ont montré que le tissu SS303 améliore sa résistance à la rupture interlaminaire par rapport à l'état initial. La diminution de l'énergie de rupture est plus importante pour le matériau ST 220. Par l'application des plans d'expériences ils ont présenté un modèle mathématique décrivant non seulement l'énergie de délaminage, mais il montre aussi l'interaction des paramètres influents.

H.M.S. Belmonte et al. [25] ont étudié la croissance et la rupture du composite laminé soumis à la sollicitation de traction. Le matériau est formé de quatre couches en forme de tissu de fibre de verre. Des entailles circulaires ont été mécanisées sur les cotés du composite. Des résultats expérimentaux, il a été observé que l'initiation et la propagation de l'endommagement du coté entaillé comporte la rupture de la matrice, rupture de la chaîne orientée à 0°, la délamination et un dédoublement longitudinale.

A. Godara et al. [26] ont utilisé la technique (DIC) pour caractériser le comportement micro-mécanique à la traction d'un composite de résine époxy renforcée par des fibres de

verre courtes en borosilicate de taux de renfort de l'ordre de 35%. La méthode DIC utilise le principe par corrélation de l'image digitale de la surface avant et après déformation. Le matériau montre un comportement anisotrope aigu au deux macro et mesoscale, qui dépendent de l'alignement des fibres par rapport à la charge extérieure. La microstructure du matériau montre la formation d'un gradient de contrainte. Aussi, l'analyse par SEM montre de multiples mécanismes de rupture du composite en fonction de l'orientation des fibres.

N. Baral et al. [27] ont procédé à la caractérisation expérimentale de la rupture interlaminaire en mode I et à la traction transversale d'un composite unidirectionnel de matrice époxy renforcée par des fibres de carbone. Le composite est utilisé dans la fabrication des bateaux de loisirs. Le module de Young de la fibre varie de 380 à 640 GPa. L'analyse des résultats expérimentaux montre que la résistance à la délamination  $G_{Ic}$  et  $G_{Ip}$  et la déformation transversale à la rupture diminuent en fonction de l'augmentation du module de la fibre. Le composite fabriqué à base de fibre de module élevé montre une déformation transversale supérieure par rapport au composite de module bas. Plusieurs mécanismes de rupture ont été observés dans le matériau de module élevé. Le test de traction transversale permet d'estimer un module de Young de l'ordre de 11.5 GPa pour le PAN et de 9 GPa pour le faible.

J.R.M. et al. [28], ont étudié l'influence de l'absorption de l'eau sur le comportement mécanique d'un composite de fibres de verre utilisé pour le transport des hydrocarbures. Les résultats montrent que l'absorption de l'eau induit une plastification de la résine réduisant la rigidité du pipeline en composite. Les résultats montrent que la rupture des pipes après avoir été exposés à l'action de l'eau est plus probable par les charges mécaniques à cause des changements élevés dans les dimensions que le phénomène d'absorption de l'eau.

X.F. Yao et al. [29] ont étudié l'influence de l'entaille circulaire située au centre sur le comportement à la rupture à la traction d'un composite de fibres de verre en forme de textile. Les mécanismes d'endommagement et de rupture pour les différents diamètres de l'entaille ont été analysés.

A. Fujita et al. [30] ont analysé l'influence du tissage sur le comportement à la traction d'un composite de fibres de carbone en forme de textile tridimensionnelle. Les propriétés mécaniques à la traction d'un composite fabriqué à base de textile tridimensionnel sont supérieures à celles au bidimensionnelle et au biaxiale. Les mécanismes de rupture du

composite triaxiale varient en fonction de l'orientation de la fibre. Il a été observé à partir des mesures expérimentales par l'émission acoustique et l'analyse numérique.

F. Zaixia et al. [31] ont étudié l'influence du type de tissage sur la résistance à la traction d'un composite de matrice le polypropylène renforcée par des fibres de verre en forme de tissu. Le coefficient de précontrainte est défini comme le rapport de la rigidité et la contrainte à la traction. En augmentant ce rapport, la rigidité et la résistance augmentent. La déformation à la rupture du composite diminue en augmentant le rapport de précontrainte.

Z. Tian et al. [32] ont mené une étude expérimentale sur un composite soumis à une sollicitation d'impact. Les contraintes d'impact sur un composite laminé provoquent un endommagement surfacique ou interne sous forme de rupture de fibres, délamination et rupture de la matrice; un tel endommagement réduit la contrainte de traction. L'endommagement a été modélisé à travers l'épaisseur d'endommagement et la contrainte résiduelle a été déterminée en examinant le comportement individuel de chaque pli. Le composite contient une fibre interne coupée. La contrainte résiduelle a été calculée en utilisant un modèle d'élément fini tridimensionnel.

I. Eriksson et al. [33] ont étudié un composite sollicité à la traction. Le matériau contient des entailles circulaires et des pré-fissures. La zone endommagée est supposée être situé dans la région de contrainte maximale du laminé quand la contrainte de traction atteint la résistance du laminé non entaillé. En prenant en considération la redistribution des contraintes suivie par l'endommagement, une expression analytique de la résistance est alors obtenue à partir des conditions d'équilibre de l'éprouvette. La résistance du composite laminé contenant des trous et des pré-fissures est évaluée en se basant sur les deux paramètres fondamentales, non entaille résistance ( $\sigma_0$ ) et la longueur de la zone critique endommagée ( $d_i^*$ ).

D. F. Adams [34] a mené une étude expérimentale pour caractériser le comportement de deux matériaux composites de matrice époxy de type 3501-6, renforcée par des fibres unidirectionnelles. Les composites ont été sollicités à la contrainte d'impact. Le premier composite est de fibres de carbone de type AS4, le deuxième de fibres de verre de type S2. Les résultats expérimentaux montrent que la vitesse statique d'impact a peu d'influence sur la résistance à l'endommagement.

W. P. Lin et al. [35] ont mené une étude paramétrique sur la rupture d'un composite laminé contenant une seule couche, soumis à un chargement bi axiale. Un modèle constitutif a été développé incluant la relation non linéaire de contrainte déformation, et le critère de rupture mixte. Le modèle permet de prédire la résistance limite du composite sous l'action bi axiale. Le modèle a été validé par des données expérimentales. De plus, une étude paramétrique des composites constitués de plusieurs couches sollicitées à un chargement bi axiale est réalisée.

S. R. Hallett et M. R. Wisnom [36] ont étudié numériquement de l'endommagement progressif et l'effet d'empilement sur la contrainte à la traction d'un composite entaillé. L'approche par éléments finis a été utilisée pour modéliser l'endommagement. Les éléments d'interface ont été utilisés pour la discrétisation. Cette technique permet de calculer la contrainte de rupture d'un composite ayant les côtés entaillés. Le matériau étudié est fabriqué de quatre plis de fibres de verre est de matrice époxy. Les résultats analytiques ont été comparés avec ceux obtenus par le test expérimental.

J. Viña et al. [37] ont étudié l'influence des directions de l'impact et le vieillissement sur la résistance d'un composite de fibres de verre est de matrice époxy. Le matériau est utilisé dans la fabrication des pâles des aérogénérateurs éoliques. Ce type de matériau présente une structure anisotrope, dont les propriétés mécaniques ne sont pas égales dans toutes les directions. Pour évaluer sa résistance à l'impact, on a procédé aux essais mécaniques, réalisés à partir du matériau selon des directions perpendiculaires. Pour évaluer l'effet de conditions d'environnement, des éprouvettes ont été submergées dans de l'eau chaude à une température de 70 °C, durant différents temps d'exposition. Les résultats des essais ont permis de calculer la ténacité dynamique à la rupture dynamique (Kid) et la résilience (KCV), d'où il a été constaté une différence importante de la résistance des éprouvettes extraites suivant la direction de la pôle et de celles obtenues selon la direction transversale. Dans le cas des éprouvettes vieilles, il a été enregistré des pertes continues de la ténacité dynamique comme la résilience à partir de la première période d'immersion de 15 jours jusqu'à 180 jours.

F. Lachaud et al. [38] ont élaboré un modèle mathématique décrivant le comportement élastoplastique à l'endommagement d'un matériau composite à fibres courtes soumis à l'impact à base vitesse. Le modèle est implanté dans un code de calcul. Les effets des déformations résiduelles sont introduits par un couplage endommagement-plasticité à

écrouissage cinématique non linéaire. Ces lois ont été introduites dans des codes de calcul par éléments finis non linéaires implicites.

Z. Aboura et al. [39] ont étudié l'influence du vieillissement sur la rupture interlaminaire en mode mixte (I+II) d'un composite à armure tissée, cette étude porte sur la mesure du taux de restitution d'énergie (TRE) au sens de la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER) en mode I, mode II et mode mixte (I+II), sur un matériau composite à matrice organique dont le renfort est un tissu sergé hybride et ayant subi un vieillissement artificiel. Il s'agit d'analyser l'impact du vieillissement sur la résistance à l'amorçage et la propagation d'une fissure.

A. Argüelles et al. [40] ont analysé l'effet du vieillissement hygrothermomécanique sur la résistance à l'impact d'un composite de matrice thermoplastique renforcée par des fibres de carbone. Les éprouvettes ont été positionnées de manière à ce que le marteau du mouton Charpy frappe directement sur les plis transversaux du composite. Cette condition contribue à la délamination le long du plan d'interface. L'énergie obtenue a deux composantes: l'initiation et la propagation. Ces composantes doivent être calculées indépendamment et sont utilisées pour évaluer le comportement du matériau exposé au vieillissement. A partir des résultats obtenus, la résistance à la rupture n'est pas affectée profondément.

J. Rossignol, A. Thionnet [41] ont utilisé la technologie micro-onde pour la détection de l'endommagement dans les composites. Cette méthode de contrôle non destructive est fondée sur l'observation et l'analyse des modifications des propriétés diélectriques d'un milieu, dues à un endommagement. Plus précisément, son originalité réside dans le fait que le diagnostic cherché est obtenu via un circuit résonant micro-bande, soumis à un champ électromagnétique dans la gamme des micro-ondes.

H. Tetsuya et al. [42] ont étudié l'influence des radiations et la variation de la température sur la résistance à la flexion et à la rupture interlaminaire en mode I d'un composite de matrice époxy. Le matériau est de matrice époxy renforcée par des fibres de carbone de module d'élasticité élevé de l'ordre de 120MPa. La résistance à la rupture interlaminaire  $G_{Ic}$  a été améliorée pour le composite exposé aux radiations. Les surfaces de rupture du composite soumis à la flexion à trois points et la traction en mode I ont été observées afin d'étudier les différents mécanismes de rupture.

Fukuda et al [43] ont élaboré une approche micromécanique pour la détermination de la contrainte à la traction des composites unidirectionnels. Un mécanisme permettant d'obtenir la courbe charge/élongation pour un mono filament a été développé. Le diamètre du filament est mesuré par la diffraction laser. La distribution des contraintes est similaire avec la distribution de Weibull. L'interaction fibre/matrice a été aussi examinée.

S. Motahhari et John Cameron [44] ont étudié l'influence des fibres prétendues durant le processus de curation du composite sur la résistance à l'impact. Au cours de curation du matériau, les fibres ont été soumises à une contrainte de traction appropriée, La ténacité à l'impact du composite en fibres de verre-époxy c'est améliorée de l'ordre de 33%. La résistance à l'impact augmente jusqu'à un certain niveau. Dépassant ce niveau, l'augmentation de la tension de précontrainte réduit la résistance à l'impact. Les éprouvettes ayant les fibres prétendues montrent des fissures à l'intérieur du polymère qui génèrent de nouvelles surfaces comparées au composite non prétendu.

Takeda et al [45] ont mené une étude expérimentale pour la caractérisation de la rupture interlaminaire de deux composites en fibres de verre ayant les configurations  $[0/45/90/-45]_{s2}$  et  $[0/45/90/-45]_s$ . Les essais ont été réalisés sur des éprouvettes avec et sans entaille circulaire. L'observation par le microscope optique et le microscope acoustique, montre les divers mécanismes de ruptures générés lors de la délamination dans les composites.

Dileep et Kumar [46] ont présenté une méthode analytique, basée sur le principe de contrainte de rupture des sous stratifiés pour le calcul de la ténacité à la rupture interlaminaire d'un composite multicouche.

Yoshimura et al. [47] ont présenté une étude expérimentale et numérique sur l'influence du mode de tissage dans les composites sur la progression de l'endommagement. L'étude expérimentale confirme que les plis fissurés et la délamination apparaissent sous un chargement indépendant du tissage. Un modèle par éléments finis, basé sur le principe d'élément couche a été développé pour la simulation de la croissance de l'endommagement dans un stratifié.

Ji, F.S, Dharani, L.R.et Mall,S. [48] ont développé un modèle analytique, basé sur le principe de l'énergie potentielle minimale pour la détermination des propriétés thermo élastique bidimensionnels d'un composite contenant plusieurs fissures transversales régulièrement espacées dans les plis, orientés à 90° et sollicité à un chargement de traction selon la direction longitudinale. Le modèle fourni les résultats des déplacements et des contraintes pour le calcul du taux de restitution de l'énergie de déformation. Le modèle analytique prend en compte les effets des contraintes résiduelles.

## CHAPITRE II

### 2. COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX COMPOSITES

#### 2.1. INTRODUCTION

L'étude du comportement mécanique des matériaux a pour but de connaître leur réponse à une sollicitation donnée [4]. L'architecture des structures de matériaux composites facilite l'étude du comportement mécanique [49,50]. Elle comporte deux phases : l'une, micromécanique, l'autre, macromécanique [51,52].

La connaissance de la rupture des matériaux par l'étude des phénomènes d'amorçage et de propagation des fissures est nécessaire à la compréhension du comportement mécanique des composites. Etant donné que les zones de concentration de contraintes, en particulier les entailles, sont les principales causes d'amorçage des fissures, il est important de procéder à l'étude de la distribution des contraintes au voisinage de l'entaille, à l'analyse de la variation du facteur de concentration de contraintes pour expliquer le phénomène d'amorçage, et de quantifier, enfin, le facteur d'intensité de contraintes.

Il est bon de rappeler que c'est expérimentalement à partir de la méthode statistique de planification des expériences et numériquement par l'application de la méthode des éléments finis que tous les résultats ont pu être obtenus.

#### 2.2. CONCEPT D'HOMOGENEISATION

Au point de vue d'échelle atomique, tous les matériaux sont hétérogènes même les homogènes, parce que les propriétés physiques ou mécaniques du matériau sont des fonctions du point. Pour résoudre ce problème, il faut passer de l'échelle des atomes et introduire l'hypothèse de continuité de la matière, car les variations des propriétés peuvent être continues ou discontinues comme le cas des matériaux composites, ce qui nous permet de dire que chaque phase dans le matériau composite est supposé être homogène et isotrope, dans le cas où il existe, le matériau peut alors être considéré comme étant effectivement homogène, et s'il existe une échelle intermédiaire entre l'échelle microscopique (celle des constituants) et l'échelle de la structure, on dit que l'on peut homogénéiser le matériau, sans oublier d'analyser à chaque région d'homogénéité la continuité des contraintes et les déplacements au passage de chaque interface [53, 54].

## 2.3. ELEMENTS SUR LA MECANIQUE DES MATERIAUX

### 2.3.1. Changement de base

L'orientation d'un espace géométrique ( $S$ ) par rapport à un système de référence ( $R$ ), est caractérisée par les vecteurs de base  $(\vec{e}) = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  d'un system d'axe (1,2,3) lié à l'espace ( $S$ ),  $(\vec{e})$  étant une base de l'espace vectoriel  $\mathcal{R}^3$  (figure.II.2). Tout changement de ce système d'axes est caractérisé par une matrice de changement de base  $A = [a_{ij}]$ , permettant de décrire les nouveaux vecteurs de base  $(\vec{e}') = (\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3)$  en fonction des anciens, suivant la formule:

$$\begin{aligned}\vec{e}'_1 &= a_{11}\vec{e}_1 + a_{12}\vec{e}_2 + a_{13}\vec{e}_3 \\ \vec{e}'_2 &= a_{21}\vec{e}_1 + a_{22}\vec{e}_2 + a_{23}\vec{e}_3 \\ \vec{e}'_3 &= a_{31}\vec{e}_1 + a_{32}\vec{e}_2 + a_{33}\vec{e}_3\end{aligned}\quad (\text{II-1})$$

Si on écrit (II.1) Sous la forme matricielle, devient:

$$\begin{bmatrix} \vec{e}'_1 \\ \vec{e}'_2 \\ \vec{e}'_3 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{bmatrix}\quad (\text{II-2})$$

La relation inverse est:

$$\begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} \vec{e}'_1 \\ \vec{e}'_2 \\ \vec{e}'_3 \end{bmatrix}\quad (\text{II-3})$$

$A^{-1}$  est la matrice inverse de la matrice  $A$

Dans le cas de bases orthonormées directes, la matrice de changement de base est symétrique et unitaire. La relation inverse est comme suit:

$$\begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{bmatrix} = A^t \begin{bmatrix} \vec{e}'_1 \\ \vec{e}'_2 \\ \vec{e}'_3 \end{bmatrix}\quad (\text{II-4})$$

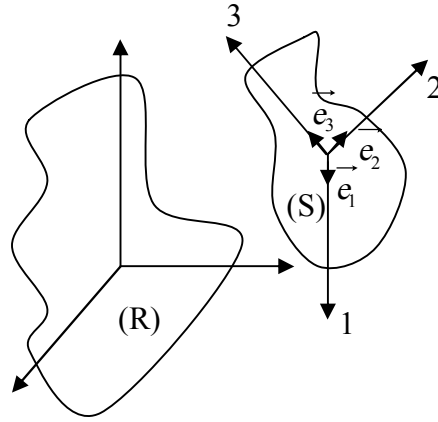


Figure II.1. Orientation d'un espace géométrique [55]

Dans le cas d'une rotation  $\theta$  autour de la direction  $\vec{e}_3$ , la relation entre les bases  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  et  $(\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3)$  s'écrit:

$$\begin{aligned}\vec{e}'_1 &= \vec{e}_1 \cos \theta + \vec{e}_2 \sin \theta \\ \vec{e}'_2 &= -\vec{e}_1 \sin \theta + \vec{e}_2 \cos \theta \\ \vec{e}'_3 &= \vec{e}_3\end{aligned}\quad (\text{II-5})$$

D'où la matrice de changement de base est:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\quad (\text{II-6})$$

Et la matrice inverse est :

$$A^t = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\quad (\text{II-7})$$

D'une manière générale pour changer la base en utilise la relation suivante:

$$T' = ATA^t\quad (\text{II-8})$$

$T$  est le tenseur de rang deux, représenté dans la base  $(\vec{e})$  par un tableau d'éléments  $T_{kl}$  appelé tableau des composantes du tenseur dans la base  $(\vec{e})$ , ce tableau est constitué de 9 nombres ( $k, l = 1, 2, 3$ ).

$T'$  dans la base  $(\vec{e}')$ , ce même tenseur est représenté par un tableau d'éléments  $T'_{ij}$  reliés aux précédents par la relation:

$$T'_{ij} = a_{ik} a_{jl} T_{kl} \quad (II-9)$$

$$i, j, k, l = 1, 2, 3$$

L'état des déformations et l'état de contrainte en un point d'un solide soumis à un changement mécanique sont définis à partir de matrices carrées  $3 \times 3$ .

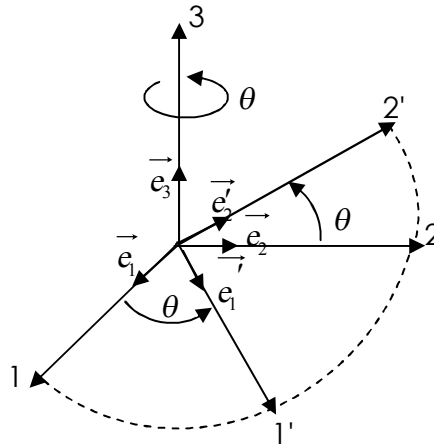


Figure II.2. Rotation autour de la direction 3 [55]

### 2.3.2. Etat de contrainte dans un solide

En tout point  $M$  d'un milieu continu, l'état de contrainte est déterminé par la connaissance du tenseur des contraintes  $\sigma(M)$ , ce dernier est un tenseur de rang 2, symétrique, représenté par la matrice :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (II-10)$$

$$\sigma_{21} = \sigma_{12} \quad \sigma_{31} = \sigma_{13} \quad \sigma_{32} = \sigma_{23}$$

L'action mécanique exercée sur la surface unité d'orientation  $\vec{n}$ , par la matière située du côté de l'orientation positive définie par  $\vec{n}$  est une force dont la résultante  $\vec{t}(M, \vec{n})$ , appelée vecteur contrainte, donnée par la relation:

$$\vec{t}(M, \vec{n}) = \vec{t} = \sigma(M) \vec{n} \quad (II-11)$$

La force  $\overline{dF}$  exercée sur l'élément  $ds$  de surface de même orientation est :

$$\overline{dF} = \vec{t} ds \quad (II-12)$$

L'expression (II-12) peut s'écrire sous la forme

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II-13})$$

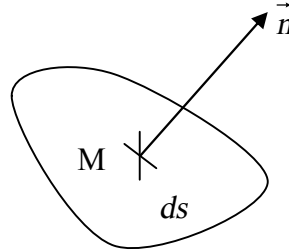


Figure II.3. Élément de surface en un point M [55]

### 2.3.3. Contraintes principales

Le tenseur des contraintes étant de rang 2, alors il y a au moins une base, dite base principale du tenseur des contraintes, dans laquelle la matrice représentant ce tenseur est diagonale:

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^{(3)} \end{bmatrix} \quad (\text{II-14})$$

Car  $\sigma^{(1)}, \sigma^{(2)}, \sigma^{(3)}$  sont les contraintes principales.

Si le tenseur de contrainte est exprimé dans une base non principal, les contraintes principales sont les racines de l'équation :

$$\det[\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}] = 0 \quad (\text{II-15})$$

Où  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  et  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$

Dans le cas où la surface au point  $M$  est normal à une direction principale  $\vec{e}^{-(i)}$ , on trouve:

$$\begin{aligned} t_{ni} &= \sigma^{(i)} \\ t_{ij} &= 0 \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

Le changement de base entre les contraintes  $\sigma_{ij}$  exprimées dans la base  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  et les contraintes  $\sigma'_{ij}$  exprimées dans la base  $(\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3)$  est comme suit:

$$\begin{aligned}
\sigma'_{11} &= \sigma_{11} \cos^2 \theta + 2\sigma_{12} \sin \theta \cos \theta + \sigma_{22} \sin^2 \theta \\
\sigma'_{12} &= (\sigma_{22} - \sigma_{11}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{12} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\
\sigma'_{13} &= \sigma_{13} \cos \theta + \sigma_{23} \sin \theta \\
\sigma_{21} &= \sigma'_{12} \\
\sigma'_{22} &= \sigma_{11} \sin^2 \theta - 2\sigma_{12} \sin \theta \cos \theta + \sigma_{22} \cos^2 \theta \\
\sigma'_{23} &= -\sigma_{13} \sin \theta + \sigma_{23} \cos \theta \\
\sigma_{31} &= \sigma'_{13} \\
\sigma_{32} &= \sigma'_{23} \\
\sigma_{33} &= \sigma'_{33}
\end{aligned} \tag{II-17}$$

Dans le cas de contraintes planes en un point, une des contraintes principales est nulle [56].

### 2.3.4. Déformation en un point

Allongement unitaire d'un élément quelconque  $MN$  est :

$$\varepsilon_\alpha = \alpha_1^2 \varepsilon_{11} + \alpha_2^2 \varepsilon_{22} + \alpha_3^2 \varepsilon_{33} + 2\alpha_1 \alpha_2 \varepsilon_{12} + 2\alpha_1 \alpha_3 \varepsilon_{13} + 2\alpha_2 \alpha_3 \varepsilon_{23} \tag{II-18}$$

Où :  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  les composantes du vecteur directeur unitaire  $\vec{u}_\alpha$  du bipoint  $(M, N)$

$\varepsilon_{ij}$  les composantes du tenseur des déformations dans la base  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

$$\text{L'expression (II-18) devient finalement : } \varepsilon_\alpha = \vec{u}_\alpha \cdot [\varepsilon(M) \vec{u}_\alpha] \tag{II-19}$$

Dans le cas des déformations dans les directions principales le tenseur des déformations s'écrit :

$$\begin{bmatrix}
\varepsilon^{(1)} & 0 & 0 \\
0 & \varepsilon^{(2)} & 0 \\
0 & 0 & \varepsilon^{(3)}
\end{bmatrix} \tag{II-20}$$

Où  $\varepsilon^{(1)}, \varepsilon^{(2)}, \varepsilon^{(3)}$  sont les déformations principales

Pour une rotation autour de la direction  $\vec{e}_3$ , les relations de transposée des expressions (II-17), seront:

$$\begin{aligned}
\varepsilon'_{11} &= \varepsilon_{11} \cos^2 \theta + 2\varepsilon_{12} \sin \theta \cos \theta + \varepsilon_{22} \sin^2 \theta \\
\varepsilon'_{12} &= (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11}) \sin \theta \cos \theta + \varepsilon_{12} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\
\varepsilon'_{13} &= \varepsilon_{13} \cos \theta + \varepsilon_{23} \sin \theta \\
\varepsilon'_{21} &= \varepsilon'_{12} \\
\varepsilon'_{22} &= \varepsilon_{11} \sin^2 \theta - 2\varepsilon_{12} \sin \theta \cos \theta + \varepsilon_{22} \cos^2 \theta \\
\varepsilon'_{23} &= -\varepsilon_{13} \sin \theta + \varepsilon_{23} \cos \theta \\
\varepsilon'_{31} &= \varepsilon'_{13} \\
\varepsilon'_{32} &= \varepsilon'_{23} \\
\varepsilon'_{33} &= \varepsilon'_{33}
\end{aligned} \tag{II-21}$$

### 2.3.5. Matrice de rigidité

Pour caractériser le comportement mécanique des matériaux composites d'un milieu, on utilise les champs de déformations et des contraintes dans un milieu qui sont liés par les lois de comportement. Pour rendre compte au mieux des phénomènes observés, il y a des axiomes qui décrivent ces lois de comportement. L'expérience donne une réalité que nombreux milieux solides déformables ont un comportement élastique linéaire, sous l'effet d'une température donnée [50].

La relation d'élasticité linéaire peut s'écrire sous la forme de la loi de Hooke généralisé :

$$\sigma = C \varepsilon \tag{II-22}$$

Ou sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \tag{II-23}$$

$C_{ij}$  ce sont les constantes de rigidités.

La relation d'élasticité peut être écrite sous forme inverse  $\varepsilon = S \sigma$  où  $S = C^{-1}$  est la matrice de flexibilité ou souplesse.

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II-24})$$

A ces deux matrices, correspond un matériau qui ne possède aucune propriété de symétrie, mais les matériaux composites possèdent une structure présentant une ou plusieurs symétries, ces propriétés de symétrie géométriques réduisent le nombre de constants indépendants nécessaires pour décrire le comportement du matériau [50].

### 2.3.6. Caractérisation de matériaux

Un matériau monoclinique possède un plan de symétrie, l'expression de la matrice de passage ne change pas pour tout changement de repère symétrique par rapport à ce plan. La matrice de rigidité est sous la forme suivante [56-57]:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{54} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II-25})$$

Un matériau orthotrope est un matériau à 3 plans de symétrie orthogonaux deux à deux. En pratique, c'est le cas des tissus noyés dans un polymère. La même démarche que précédemment conduite aux expressions dans un repère défini par les axes d'orthotrope [56-57]:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II-26})$$

Un composite unidirectionnel est constitué de fibres parallèles disposées dans une matrice, alors le matériau se comporte comme un matériau orthotrope possédant de plus un axe de révolution, le matériau est appelé matériau orthotrope de révolution, il en résulte qu'un

changement de base effectué par rotation quelconque autour de cette axe doit laisser inchangée la matrice de rigidité, cette propriété nous a conduit aux résultats suivants (Figure.II.5):

$$\begin{aligned}
 C_{13} &= C_{12} & C_{33} &= C_{22} \\
 C_{55} &= C_{66} & C_{44} &= \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) \\
 \text{et} & & & \\
 S_{13} &= S_{12} & S_{33} &= S_{22} \\
 S_{55} &= C_{66} & S_{44} &= 2(S_{22} - S_{23})
 \end{aligned}
 \tag{II-27}$$

Donc la loi de HOOKE prend la forme:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{22} - C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}
 \tag{II-28}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(S_{22} - S_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}
 \tag{II-29}$$

Le matériau composite orthotrope, est un stratifié constitué de couches de matériau composite unidirectionnel ou de composite à base de tissus. Ces couches contiennent trois plans de symétrie orthogonaux deux a deux [56,57] (Figure.II.6). La loi de HOOKE dans ce cas s'écrit suivant la forme:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}
 \tag{II-30}$$

Où:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II-31})$$

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{S_{22}S_{33} - S_{23}^2}{\Delta S} & C_{12} &= \frac{S_{13}S_{23} - S_{11}S_{33}}{\Delta S} \\ C_{22} &= \frac{S_{33}S_{11} - S_{13}^2}{\Delta S} & C_{13} &= \frac{S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}}{\Delta S} \\ C_{33} &= \frac{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}{\Delta S} & C_{23} &= \frac{S_{12}S_{13} - S_{23}S_{11}}{\Delta S} \\ C_{44} &= \frac{1}{S_{44}} & C_{55} &= \frac{1}{S_{55}} & C_{66} &= \frac{1}{S_{66}} \end{aligned}$$

avec

$$\Delta S = S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}^2 - S_{22}S_{13}^2 - S_{33}S_{12}^2 + 2S_{12}S_{23}S_{13}$$

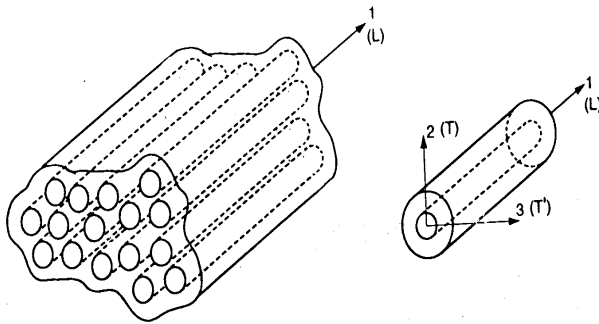


Figure II.4. Composite unidirectionnel [3].

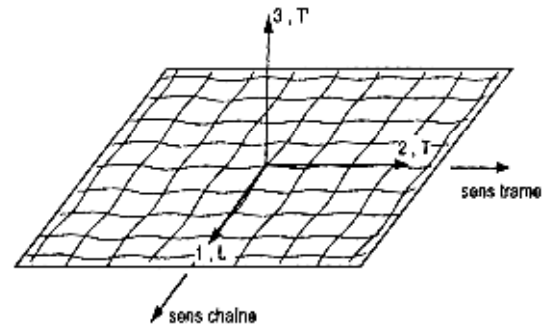


Figure II.5. Couche de matériau composite orthotrope [3].

La discontinuité locale de matière est appelée fissure, l'initiation de la rupture à l'échelle microscopique, à partir d'un défaut, est considérée comme une création de microfissures. La propagation de la rupture est le résultat de la création d'une nouvelle surface à l'échelle macroscopique, à partir des microfissures existantes [56].

Dans le cas des matériaux composites, l'initiation de la rupture se produit généralement bien avant l'observation d'un changement du comportement macroscopique [58].

Dans le cas du matériau composite unidirectionnel, la rupture finale est le résultat de divers mécanismes élémentaires comme la rupture des fibres et celle transversale et/ou

longitudinale de la matrice, ainsi la rupture de l'interface fibre-matrice [59]. La rupture des fibres intervient lorsque la contrainte de traction  $\sigma_f$  dans une fibre aboutit la contrainte à la rupture  $\sigma_{fu}$  de la fibre (Figure II.7 et II.8), lorsque la contrainte en traction  $\sigma_m$  dans la matrice atteint la contrainte à la rupture  $\sigma_{mu}$  de la matrice, on dit que c'est une fissuration de la matrice produite par fissuration transverse, et pour la fissuration de la matrice produite par fissuration longitudinale, c'est la contrainte de cisaillement à la rupture  $\tau_m$  atteint la contrainte en cisaillement à la rupture  $\tau_{mu}$  de la matrice.

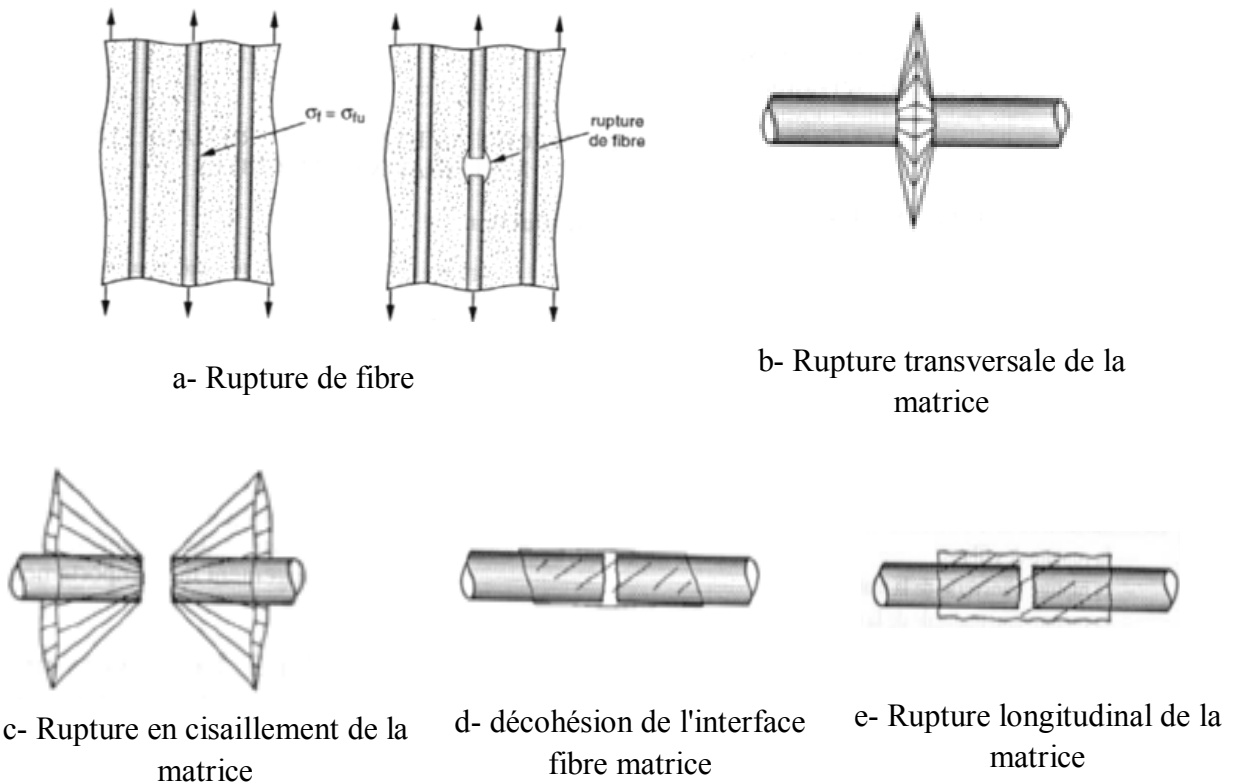
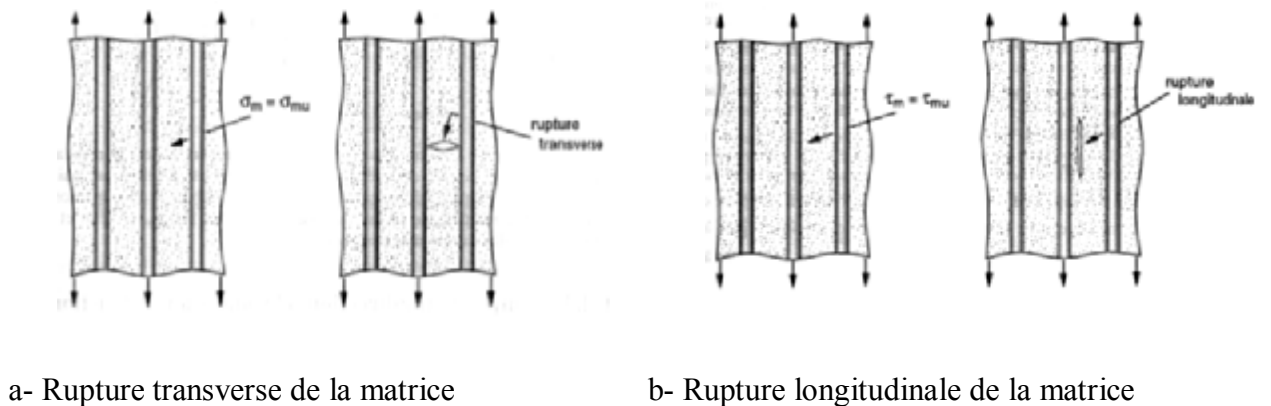
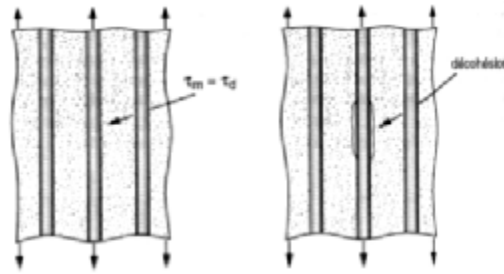


Figure II.6. Différents modes de rupture de la matrice associés à la rupture d'une fibre [2,3 et 60]





c- Décohésion fibre–matrice

Figure II.7. Différents modes de rupture [2-3 et 60]

Dans le cas de stratifiés, aux mécanismes élémentaires décrits précédemment (décohésion fibre-matrice, rupture longitudinale de la matrice, rupture transversale de la matrice, rupture de fibres), s'ajoute (Figure.II.8) un mécanisme de rupture entre couches, appelé rupture par délaminage [60].

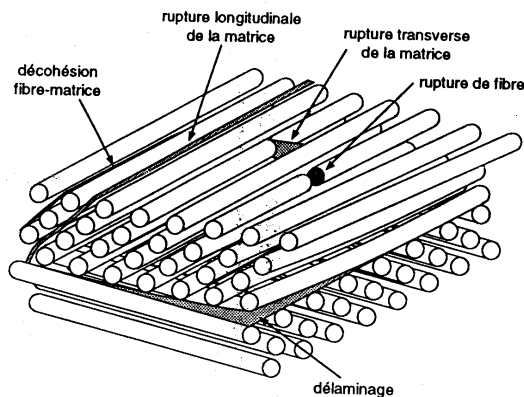


Figure II.8. Mécanismes de rupture observés dans la stratifié [60]

#### 2.4. METHODES DE CALCUL

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour les calculs, certaines sont relativement simples et d'autres sont plus complexes. Les composites fondent leur règle de calcul sur les états limites ultimes. Deux méthodes seront exposées, Méthodes statistiques de planification des expériences et la méthode des éléments finis.

### **2.4.1. Méthodes statistiques de planification des expériences**

#### **4.1.1. Introduction**

Lors d'une conception ou d'une production d'objet, il faut amener une série d'essais rigoureusement choisis appelés plans d'expériences [61]. Si on cherche à établir des relations entre les causes (facteurs) et les effets (réponses), la planification des essais vise à tirer le maximum de résultats pour une dépense aussi faible que possible. C'est un moyen de rationaliser les essais et de ne pas "tourner en rond". Car la méthode " Une variable à la fois " qui consiste à fixer tous les facteurs sauf un, pour connaître son effet sur la réponse, est coûteuse en nombre d'essais, et inefficace: elle ne permet pas d'optimiser le processus ni de trouver un modèle prédictif s'il existe des interactions entre les facteurs (couplage de paramètres). Dans un plan d'expériences au contraire, toutes les données sont utilisées simultanément pour calculer chaque effet; d'où une précision accrue et un faible nombre d'essais. Le résultat de l'essai peut être expérimental ou découler d'une simulation numérique [62]. Les plans d'expériences constituent des stratégies efficaces pour concevoir l'expérimentation de manière à minimiser le nombre d'essais à réaliser et, simultanément, à maximiser le nombre " facteurs ou paramètres étudiés". Ils permettent aussi la simplification des analyses statistiques et l'interprétation claire et nette des résultats [63].

Un plan d'expériences vise à modéliser divers paramètres sur le résultat d'une expérience. Cette démarche peut se décomposer en 4 étapes [61]:

- Lister les facteurs susceptibles d'avoir une influence, les réponses et les contraintes, puis définir le domaine expérimental.
- Etablir une stratégie d'expérimentation (ou plan d'expérimentation).
- Effectuer les expériences.
- Exploiter les résultats des expériences.

#### **2.4.1.2. Historique:**

Dès les années 1919, la méthode des plans d'expériences a été mise au point, par Ronald Aylmer Fisher, chercheur du laboratoire statistique de Rothamstead en Grande Bretagne. En 1924, il développât l'analyse de variance comme procédé d'exploitation, puis il publia son premier livre «the design of experiments» en 1935 [64].

Entre 1950 et 1960, plusieurs scientifiques proposent de nouvelles études sur les méthodes de planification parmi les quelles, celle pour la première fois effectuée par Wilson et Box, qui traitait les problèmes d'optimisation.

En 1959, Kiefer a présenté une base théorique pour la constitution des plans d'expériences.

En 1965, Nalimov entama les méthodes statistiques extrémales de planification des expériences, suivies d'une centaine de travaux de chercheurs soviétiques [64].

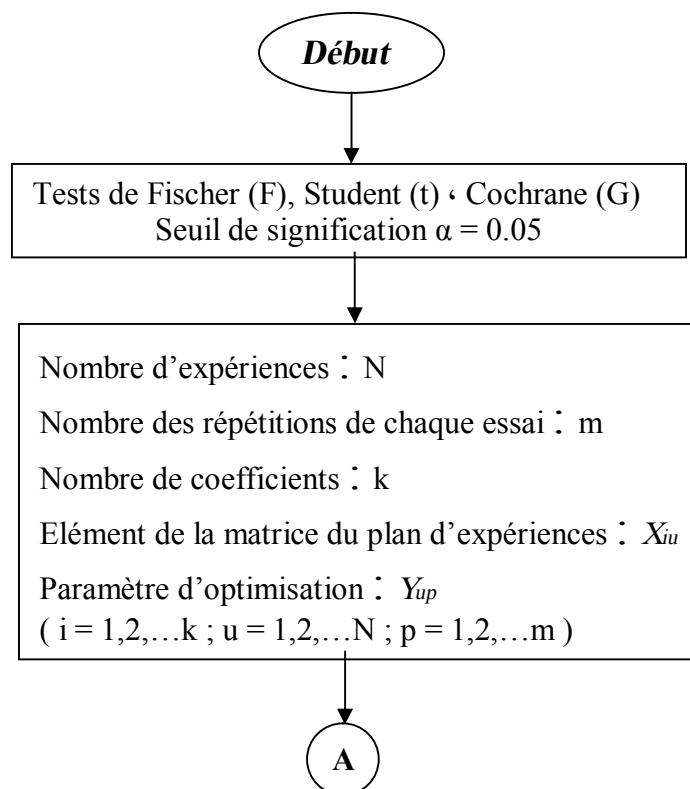
L'objectif des plans d'expériences est de connaître la loi reliant le phénomène aux variables considérées. Pour y répondre, une expérimentation est nécessaire. Bien entendu, lors de l'expérimentation, différentes valeurs seront données aux variables envisagées afin de connaître l'influence de ces variations sur le phénomène.

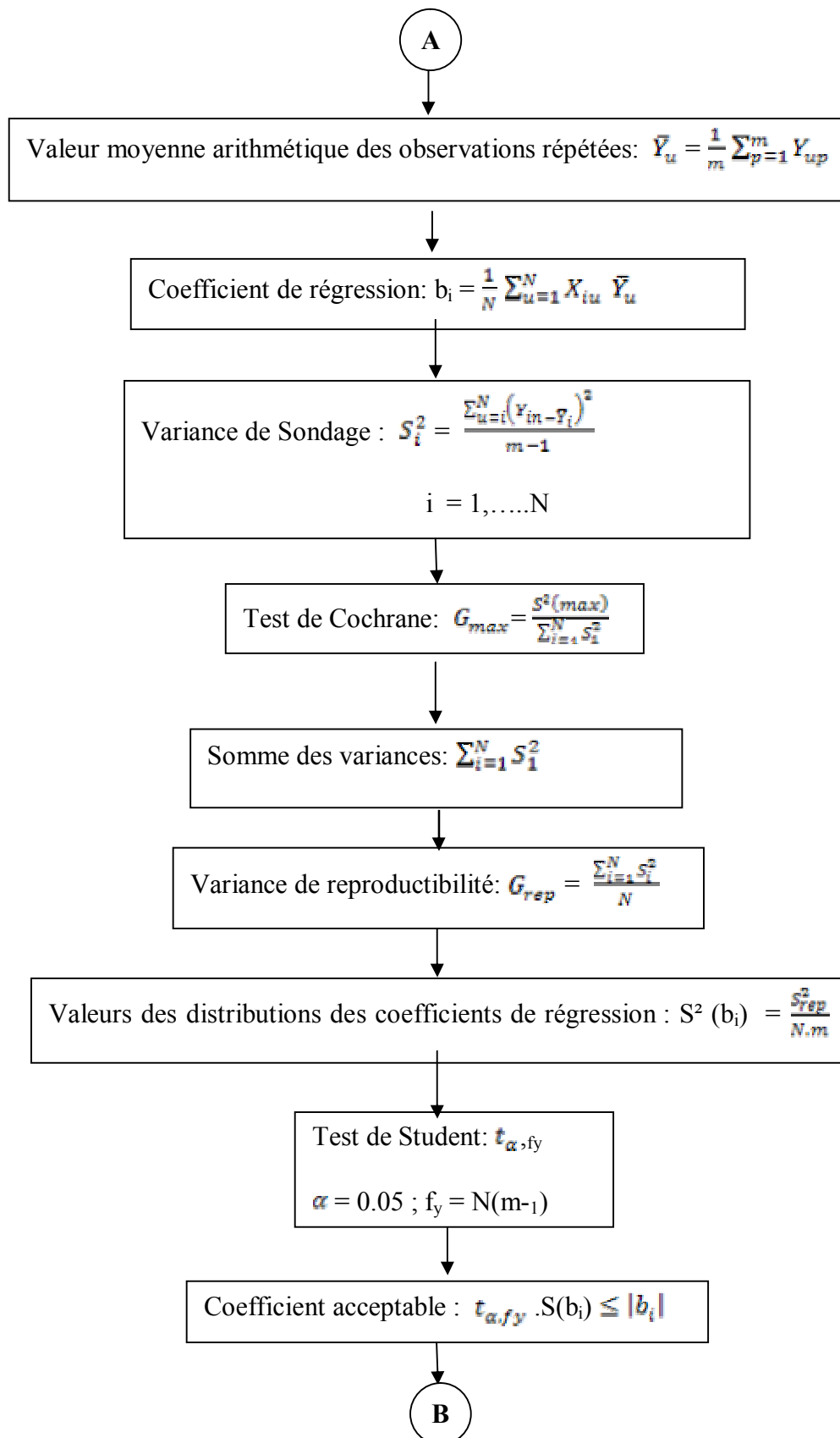
A cause des conséquences suivantes tout résultat d'expérience est entaché d'erreur [65]:

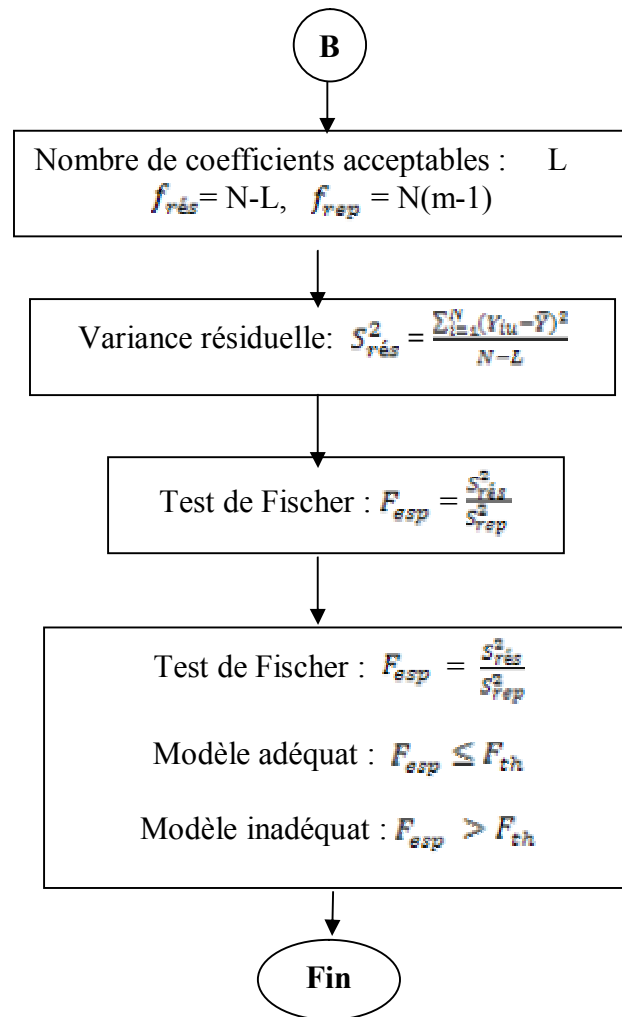
- Seuls les variables importantes, qualifiées de principales, sont examinées.
- L'appareil de mesure n'est pas parfait.
- Les valeurs données aux variables ne sont pas connues avec une précision infinie.

De ce fait l'expérimentateur est confronté par le choix d'un plan d'expériences, lui permettant d'aboutir au résultat cherché sans exiger un nombre élevé d'essais.

#### 2.4.1.3. Algorithme de calcul [65]:







## 2.4.2. Méthode des éléments finis

### 2.4.2.1. Introduction:

La majorité des problèmes de physique et de mécanique peuvent se formuler pour trouver un champ (scalaire, vectoriel, ou tensoriel)  $u(M,t)$ , satisfaisant à un ensemble d'équations ordinaires en tout point  $M$  d'un domaine et à tout instant  $t$ , et respectant des conditions aux limites sur la frontière du domaine.

Les conditions aux limites sont des relations ou des valeurs imposées à  $u$  et/ou à ses dérivées sur la frontière.

La subdivision du domaine en certains nombres d'éléments finis séparés par des lignes ou des surfaces imaginaires, s'appelle le maillage, on trouve un nombre fini de points nodaux sur la frontière de ces éléments, dont leurs déplacements seront les inconnues du problème.

Pour résoudre numériquement le problème en analyse numérique avec conditions aux limites, on utilise la méthode des éléments finis [66,67], cette méthode a été largement utilisée

dans l'analyse des procédés de mise en forme [68]. En utilisant la méthode, formant diverses conditions de comportements non linéaires, durcissement, limite la friction, limite la géométrie et le chargement peut être considéré comme instable et procédés de mise en forme peut être simulée pour les très grandes déformations [69].

La méthode d'éléments finis est une technique numérique la plus puissante jamais conçue pour résoudre des problèmes de mécanique solides et structurels des régions géométriquement compliquées. L'analyse d'élément finie d'un problème est si systématique qu'il peut être divisé en un ensemble de pas logiques qui peuvent être exécutés sur un ordinateur numérique et peuvent être utilisés pour résoudre une large gamme de problèmes en changeant simplement la saisie de données définissant le domaine, ses corrections physiques et conditions initiales et qui marque la limite. C'est cette caractéristique qui a donné un tel succès remarquable à la méthode d'éléments finis dans le fait de modéliser et de simuler de problèmes pratiques de construction mécanique. Selon Garrigues [67], les éléments finis seraient de petits bouts de métal munis d'une loi de comportement.

La solution d'analyse par éléments finis optimise la simulation numérique en utilisant les hypothèses de la mécanique de la rupture en élasticité et de la dynamique. Ainsi elle simule et améliore les performances des composants, des matériaux et des produits sujets à de fortes exigences opérationnelles (sécurité, endommagement...). La simulation et l'analyse numérique ont un impact direct sur la qualité et le temps de mise sur le marché des produits; de plus, elles accroissent les performances des solutions de gestion du cycle de vie du produit. Elles sont apparues, dans le désir de minimiser le coût d'une étude avec un nombre d'essais optimisés. La difficulté est de créer un modèle de conception assistée par ordinateur (C.A.O) se rapprochant au maximum de la réalité (matériaux, conditions aux limites...). L'étude ne sera validée qu'à partir d'essais physiques entraînant des mesures pour la comparaison entre la réalité et la numérique [70].

#### **2.4.2.2. Formes d'éléments classiques**

Les domaines à une ou deux dimensions se présentent sous les formes de quelques éléments classiques, chacun de ces éléments est identifié par un nom précisant sa forme. De plus, nous donnons le nombre de nœuds géométriques nécessaires pour définir l'élément (Figure.II.9).

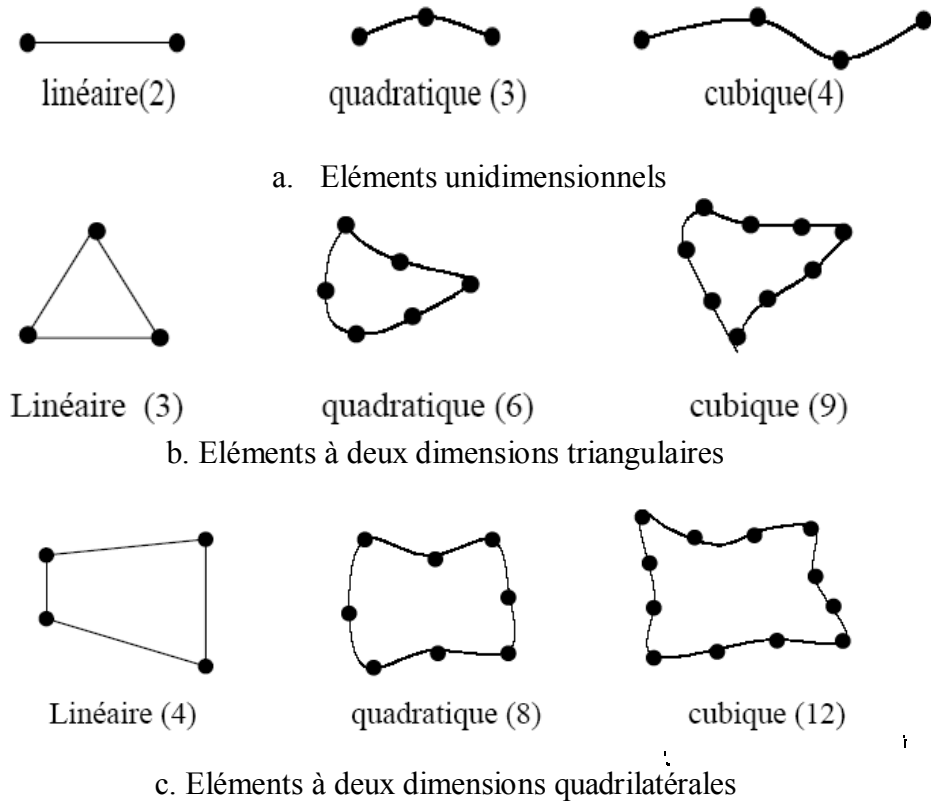


Figure II.9. Formes d'éléments classiques

2.4.2.3. Eléments de références

On dit qu'un élément de forme simple, repéré dans un espace de référence, qui peut être transformé en chaque élément réel, est un élément de référence. La transformation définit les coordonnées cartésiennes de chaque point de l'élément réel à partir des coordonnées du point correspondant de l'élément de référence.

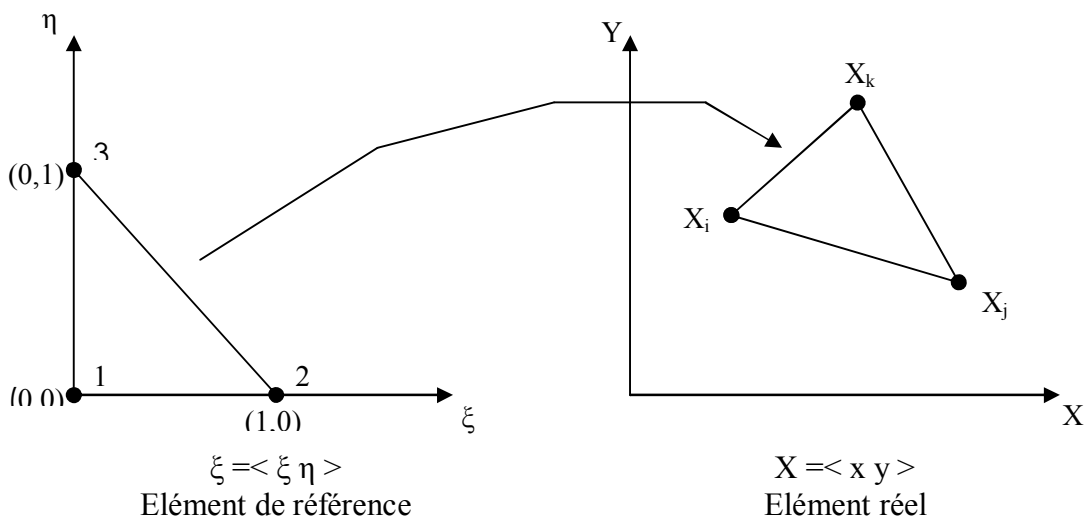


Figure II.10. Eléments de références

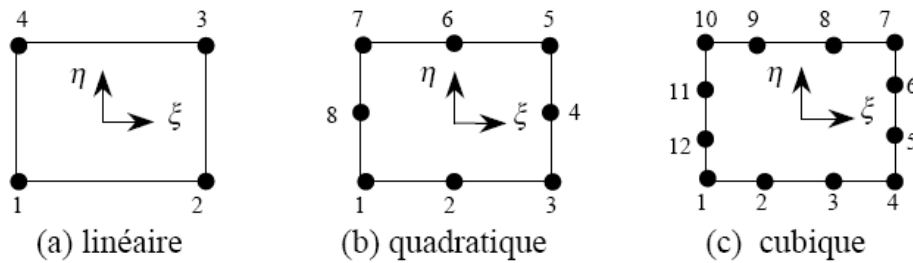
La transformation de coordonnées cartésiennes en éléments curvilignes des éléments unis, bi ou tridimensionnels, veut dire que les relations de transformation peuvent s'écrire sous la forme suivante:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = f \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{Bmatrix} \quad (\text{II-32})$$

Une fois de telles relations entre coordonnées déterminées, les fonctions de forme sont écrites dans un système de coordonnées locales, puis par transformation adéquate, les propriétés de l'élément sont établies dans le système de référence global.

**2.4.2.3.a. Eléments rectangulaires**

Considérons par exemple les éléments de la figure II.11 pour chacun d'entre eux, un nombre égal et croissant de nœuds est placé sur les côtés de l'élément.



**Figure II.11. Eléments rectangulaires**

Pour obtenir les fonctions de forme du premier élément, remarquons qu'un produit de la

forme [50]: 
$$\frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) \quad (\text{II-33})$$

Vaut 1, au sommet en haut à droite où  $\xi = \eta = 1$  et vaut zéro par contre en tous les autres sommets.

**Elément linéaire :**

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) \quad (\text{II-34})$$

Les valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  sont données au tableau.II.1 pour chaque nœud.

Numéro du nœud	4.N	$\xi$	$\eta$
1	$(1-\xi)(1-\eta)$	-1	-1
2	$(1+\xi)(1-\eta)$	+1	-1
3	$(1+\xi)(1+\eta)$	+1	+1
4	$(1-\xi)(1+\eta)$	-1	+1

**Tableau II.1. Valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  pour un élément quadratique isoparamétrique à 4 nœuds [71].**

**Elément quadratique à 8 nœuds:**

Pour les nœuds aux sommets:  $N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(\xi\xi_i + \eta\eta_i - 1)$  (II-35)

Noeuds au milieu des côtés: 
$$\begin{cases} \xi_i = 0 \wedge \wedge \wedge N_i = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta\eta_i) \\ \eta_i = 0 \wedge \wedge \wedge N_i = \frac{1}{2}(1 - \xi\xi_i)(1 + \eta^2) \end{cases}$$
 (II-36)

Les valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  pour l'élément à 8 nœuds sont données par le tableau.II.2 pour chaque nœud.

Numéro du nœud	N	$\xi$	$\eta$
1	$-1(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta)/4$	-1	-1
2	$(1-\xi)(1-\eta)/2$	0	-1
3	$-1(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi+\eta)/4$	1	-1
4	$(1+\xi)(1-\eta^2)/2$	1	0
5	$-1(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi+\eta)/4$	1	1
6	$(1+\xi^2)(1+\eta)/2$	0	1
7	$-1(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta)/4$	-1	1
8	$(1-\xi)(1-\eta^2)/2$	-1	0

**Tableau II.2. Valeur de  $\xi$  et  $\eta$  pour l'élément à 8 nœuds [71,73].**

**Elément cubique :**

Pour les nœuds aux sommets:  $N_i = \frac{1}{32}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)[-10 + 9(\xi^2 + \eta^2)]$  (II-37)

Noeuds au milieu des côtés: 
$$\begin{cases} \xi_i = \pm 1 \text{ et } \eta_i = \pm \frac{1}{3} \\ N_i = \frac{9}{32}(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2)(1 + 9\eta\eta_i) \end{cases}$$
 (II-38)

Les valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  pour l'élément à 12 nœuds sont données par le tableau.II.3 pour chaque nœud.

Numéro du nœud	N	$\xi$	$\eta$
1	$(1-\xi)(1-\eta)\lambda$	-1	-1
2	$(1-3\xi)(1-\xi^2)(1-\eta)$	-1/3	-1
3	$(1+3\xi)(1-\xi^2)(1-\eta)$	1/3	-1
4	$(1+\xi)(1-\eta)\lambda$	1	-1
5	$(1+\xi)(1-\eta^2)(1-3\eta)$	1	-1/6
6	$(1+\xi)(1-\eta^2)(1+3\eta)$	1	1/6
7	$(1+\xi)(1+\eta)\lambda$	1	1
8	$(1+3\xi)(1-\xi^2)(1+\eta)$	1/6	1
9	$(1-3\xi)(1-\xi^2)(1+\eta)$	-1/6	1
10	$(1-\xi)(1+\eta)\lambda$	-1	1
11	$(1-\xi)(1-\eta^2)(1+3\eta)$	-1	1/6
12	$(1-\xi)(1-\eta^2)(1-3\eta)$	-1	-1/6

Tableau II.3. Valeur de  $\xi$  et  $\eta$  pour l'élément à 12 nœuds [71-73].

2.4.2.3.b. Éléments triangulaires:

Considérons par exemple les éléments de la figure II.12 pour chacun d'entre eux, un nombre égal et croissant de nœuds est placé sur les côtés de l'élément.

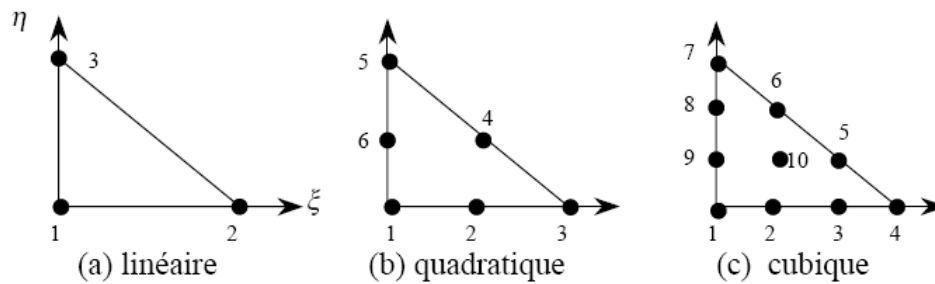


Figure II.12. Éléments triangulaires

**Élément linéaire**

Pour cet élément les fonctions de formes ainsi que les valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  sont données par le tableau II.4.

Numéro du nœud	N	$\xi$	$\eta$
1	$1-\xi-\eta$	-1	-1
2	$\xi$	1	0
3	$\eta$	0	1

Tableau II.4. Fonctions de formes et valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  pour l'élément triangulaire à 3 nœuds [73].

**Élément triangulaire à 6 nœuds.**

Pour cet élément les fonctions de formes ainsi que les valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  sont données par le tableau.II.5.

Numéro du nœud	N	$\xi$	$\eta$
1	$-\lambda(1-2\lambda)$	0	0
2	$4\xi\lambda$	$\frac{1}{2}$	0
3	$-\xi(1-2\xi)$	1	0
4	$4\xi\eta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
5	$-\eta(1-2\eta)$	0	1
6	$4\eta\lambda$	0	$\frac{1}{2}$
$\lambda=1-\xi-\eta$			

**Tableau II.5. Fonctions de formes et valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  pour l'élément triangulaire à 6 nœuds [71,73].**

Pour cet élément les fonctions de formes ainsi que les valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  sont données par le tableau.II.6.

Numéro du nœud	N	$\xi$	$\eta$
1	$\lambda(-1+3\lambda)(-2+3\lambda)$	0	0
2	$9\lambda\xi(-1+3\lambda)$	$\frac{1}{3}$	0
3	$9\lambda\xi(-1+3\xi)$	$\frac{2}{3}$	0
4	$\xi(-1+3\xi)(-2+3\xi)$	1	0
5	$9\xi\eta(-1+3\xi)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
6	$9\xi\eta(-1+3\eta)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
7	$\eta(-1+3\eta)(-2+3\eta)$	0	1
8	$9\lambda\eta(-1+3\lambda)$	0	$\frac{2}{3}$
9	$9\lambda\eta(-1+3\eta)$	0	$\frac{1}{3}$
10	$54\xi\eta\lambda$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\lambda=1-\xi-\eta$			

**Tableau II.6. Fonctions de formes et valeurs de  $\xi$  et  $\eta$  pour l'élément triangulaire à 10 nœuds [73].**

#### 2.4.2.4. Méthode des éléments finis en élasticité :

L'objectif est de l'obtention d'une expression pour un élément sous la forme suivante:

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (\text{II-39})$$

Tel que :  $\{F\}$  est la force, et  $\{u\}$ , les déplacements aux nœuds par l'intermédiaire de la matrice de rigidité  $[K]$ .

Les déplacements inconnus  $\{u\}$  sont représentés par une combinaison linéaire de fonction de base :

$$\{u\} = [f]\{\alpha\} \quad (\text{II-40})$$

Où :  $\{u\}$  est le vecteur de coefficient constant et  $[f(x,y,z)]$  est une matrice.

Pour formuler un système d'équation exprimant les composantes de déplacement en chaque nœud en fonction des coordonnées nodales du nœud particulier considéré, on utilise l'équation (II-40) pour donner la forme suivante :

$$\{u^e\} = [A]\{\alpha\} \quad (II-41)$$

Où: [A] est une matrice carrée de coordonnées nodales.

L'équation (II-41) nous donne:  $\{\alpha\} = [A]^{-1}\{u^e\}$  (II-42)

Si l'expression (II-42) est substituée dans (II-40) on obtient :

$$\{u\} = [f][A]^{-1}\{u^e\} \quad (II-43)$$

Le produit  $[f][A]^{-1}$  nous donne les fonctions de forme [N], qui sont données par les coordonnées locales  $N = N(\xi, \eta, \zeta)$ .

L'équation (II-43) s'écrit :  $u = \sum_{i=1}^n N_i u_i \equiv Nu$  et  $\delta u = \sum_{i=1}^n N_i \delta u_i$  (II-44)

Où la transformation est définie en fonction des coordonnées des nœuds selon :

$$x = \sum_{i=1}^n N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^n N_i y_i, \quad z = \sum_{i=1}^n N_i z_i \quad (II-45)$$

Avec:  $\sum N_i = 1$

Où: n est le nombre de nœuds par élément,

$u_i$  : vecteur des déplacements nodaux pour un élément particulier,

$N_i$  : fonction de formes définies pour chaque élément de telle sorte que nous obtenions les bons déplacements nodaux.

A partir des équations (II-40) et (II-43) on peut déterminer la distribution des déformations à travers l'élément, sachant que ces composantes sont les dérivées des composantes de déplacement.

D'où :  $\{\varepsilon\} = [B]\{\alpha\}$  (II-46)

Où:  $\{\varepsilon\} = [B][A]^{-1}\{u^e\}$  (II-47)

Avec :  $B=SN$  où S est un opérateur linéaire.

Pour un problème plan d'élasticité, la matrice B est donnée par :

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (\text{II-48})$$

Les composantes des contraintes dans l'élément sont reliées à celles des déformations par l'expression suivante :

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (\text{II-49})$$

$\{\sigma\}$  est le vecteur des composantes de contraintes et  $[D]$  une matrice de coefficients constants qui dépend du matériau considéré.

Si l'expression (II-47) est substituée dans (II-49) la relation suivante est obtenue :

$$\{\sigma\} = [D][B][A]^{-1}\{u^e\} \quad (\text{II-50})$$

Ainsi la matrice de rigidité  $[K_e]$  de l'élément peut être obtenue en égalisant le travail externe  $W_{ext}$  de forces  $\{F\}$  appliquées aux nœuds au travail interne  $W_{int}$  dû à un déplacement virtuel  $\{du\}$ .

$$\text{Soit} \quad W_{ext} = \{du\}^T \{F\} \quad (\text{II-51})$$

Le travail interne est le travail des composantes de contraintes dû à un chargement de déformation  $\{d\varepsilon\}$  qui est le résultat d'un déplacement virtuel :  $W_{ext} = \int_V \{d\varepsilon\}^T \{\sigma\} dv$  (II-52)

Si les expressions (II-47) et (II-50) sont substituées dans (II-52), on obtient l'équation suivante :

$$W_{int} = \int_V \{du\}^T \{[B][A]^{-1}\}^T [D][B][A]^{-1}\{u\} dv \quad (\text{II-53})$$

$$\text{Or} \quad W_{int} = W_{ext}$$

$$\text{D'où:} \quad \{F\} = [A^{-1}]^T \int_V [B]^T [D][B][A]^{-1}\{u\} dv \quad (\text{II-54})$$

En comparant les équations (II-54) et (II-39), la matrice de rigidité  $[K]$  devient

$$\text{comme suit :} \quad [K] = \int_V [B]^T [D][B] dv \quad (\text{II-55})$$

Quant la matrice de rigidité  $[K]$  est déterminée pour un élément, les équations pour tous les éléments doivent être assemblées pour la matrice de rigidité globale.

Dans les problèmes d'élasticité, la matrice  $[B]^T [D][B]$  est donc fonction des dérivées premières de  $N_i$ . Pour calculer ces matrices, deux transformations sont nécessaires :

Premièrement comme  $N_i$  est exprimée en fonction des coordonnées locales, nous devons déterminer les dérivées globales analogues à celles de l'équation (II-48), en fonction des dérivées locales.

Deuxièmement, l'élément de volume (ou surface) sur lequel l'intégration s'effectue, doit être exprimé en fonction des coordonnées locales, en modifiant de manière appropriée les bornes d'intégration.

Considérons, le triplet de coordonnées locales  $\xi, \eta, \zeta$  et le triplet correspondant de coordonnées globales  $x, y, z$ . Selon les règles de calcul des dérivées partielles [50], nous écrivons :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = J \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-56})$$

Où  $[J]$  est la matrice jacobéenne.

Afin d'effectuer la transformation des variables et du domaine d'intégration, l'élément de volume ou de surface s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} dv &= dx.dy.dz = \det J . d\xi . d\eta . d\zeta \\ ds &= dx.dy = \det J . d\xi . d\eta \end{aligned}$$

Pour une épaisseur  $e$  bien définie l'élément de volume sera :

$$dv = e.dx.dy = e.\det J . d\xi . d\eta$$

Le calcul des propriétés de l'élément d'équation (II-55) se ramène au calcul de l'intégrale suivante :

$$[K] = e. \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D][B]. \det . J . d\xi . d\eta \quad (\text{II-57})$$

#### 2.4.2.5. Méthode des éléments finis en élastoplasticité

Les déplacements sont infiniment petits et les conditions aux limites restent inchangeables au cours de l'application du chargement, pour un matériau élastique linéaire. L'expression a conduit à l'équation (II-39) décrite auparavant  $\{F\} = [K]\{u\}$ . Pour cela les déplacements sont introduits dans l'évaluation de  $[K]$ , puisque les intégrales se sont faites sur le volume initial des éléments considérés et que la matrice  $[B]$  est supposée constante et indépendante des déplacements.

Le fait de supposer qu'un matériau est élastique linéaire revient à considérer que la relation contrainte-déformation (matrice [D]) est linéaire, et que les conditions aux limites restent inchangées pendant l'application de la charge. Si l'une des trois hypothèses n'est pas respectée, le problème devient non linéaire.

La modélisation du comportement élasto-plastique nécessite l'introduction d'une fonction d'écoulement définie par une équation de la forme [74]:

$$f(\sigma, k) = f(\sigma) - f(k) = 0 \quad (\text{II-58})$$

Où:  $\sigma$  est le vecteur des contraintes,  $k$  le paramètre d'écrouissage gouvernant la fonction d'écoulement.

Dans ce régime, le tenseur de déformation et le tenseur de l'incrément de déformation peuvent être décomposés en composants de déformation élastique et plastique, soit:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \\ d\varepsilon_{ij} &= d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \end{aligned} \quad (\text{II-59})$$

En substituant l'équation (I-96) à l'équation (II-59), on obtient l'équation suivante [74]:

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{d} d\sigma_{kk} \delta_{ij} + (d\varepsilon_{ij})^p \quad (\text{II-60})$$

Afin de déterminer les déformations totales à partir de l'équation (II-29), il restera à déterminer les composantes de la déformation plastique.

$$\text{En différenciant l'équation (II-59) on aura: } df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial k} dk = 0 \quad (\text{II-61})$$

$$\text{Ou bien: } df = a^T \cdot d\sigma - A d\lambda = 0 \quad (\text{II-62})$$

$$\text{D'où: } a^T d\sigma = A d\lambda \quad (\text{II-63})$$

$$\text{avec: } a^T = \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \left[ \frac{\partial f}{\partial \sigma_x}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_y}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_z}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{yz}}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{xz}} \right] \quad (\text{II-64})$$

$$\text{Et } A = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial f}{\partial k} dk \quad (\text{II-65})$$

$$\text{De l'équation (II-62) on peut écrire: } d\varepsilon = [D]^{-1} \cdot d\sigma + d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (\text{II-66})$$

Où:  $D$  est la matrice usuelle des constants élastiques. En multipliant l'équation (II-66) par

$$a^T \cdot D \text{ et en substituant l'équation (II-63) on obtient [74]: } d\lambda = \frac{a^T \cdot D \cdot a}{A + a^T \cdot D \cdot a} d\varepsilon \quad (\text{II-67})$$

67)

$$\text{Si on pose: } a^T \cdot D = dD^T. \text{ Tel que } dD = D \cdot a \quad (\text{II-68})$$

L'expression (II-67) devient : 
$$d\lambda = \frac{dD^T}{A + dD^T \cdot a} d\varepsilon \quad (\text{II-69})$$

En substituant la relation (II-69) dans l'équation (II-66) on aura:

$$d\varepsilon = [D]^{-1} d\sigma + \frac{a \cdot dD^T}{A + dD^T \cdot a} d\varepsilon \quad (\text{II-70})$$

En élasto-plasticité la relation entre l'incrément de contraintes et déformations est de la forme [74] :

$$d\sigma = D_T \cdot d\varepsilon \quad (\text{II-71})$$

Où:  $D_T$  est la matrice élastique tangente.

De l'équation (II-70), on a: 
$$d\sigma = \left[ D - \frac{dD \cdot dD^T}{A + dD^T \cdot a} \right] d\varepsilon \quad (\text{II-72})$$

Par conséquent  $D_T$  est identifié par: 
$$D_T = D - \frac{dD \cdot dD^T}{A + dD^T \cdot a} \quad (\text{II-73})$$

Pour le cas d'un matériau à comportement élasto-plastique, les composantes des contraintes et déformations sont non linéaires reliées par l'expression:

$$\{\sigma\} = [D]_T \{\varepsilon\} \quad (\text{II-74})$$

Avec:  $[D]_T$  est la matrice élastique tangente.

La matrice de rigidité  $[K]_T$  tangente est déterminée par : 
$$[K]_T = \int_V [B]^T [D]_T [B] dv \quad (\text{II-75})$$

#### 2.4.2.6. Modélisation de la singularité:

En mécanique des ruptures, on parle sur le point de singularité quand des grandeurs telles que les contraintes deviennent (mathématiquement) infinies.

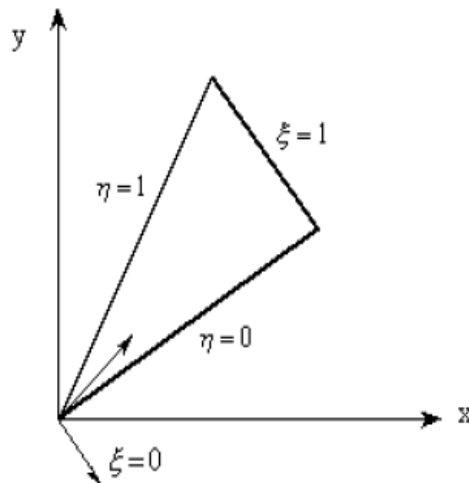
La méthode des éléments finis traite différentes géométries ainsi que différentes conditions aux limites, mais l'un des problèmes ardu est le maillage qui doit rendre compte du champ singulier des contraintes au voisinage de la pointe de fissure.

Pour éviter un maillage raffiné des structures fissurées, des éléments spéciaux ont été proposés en pointe de fissure ayant des fonctions de formes compatibles avec la singularité du champ de déplacement.

Blackburn [75] a proposé un élément triangulaire (Figure II.13) avec un champ de déplacement singulier qui s'écrit sous forme:

$$u = b_1 + b_2 \xi + b_3 \eta + \frac{b_4 \xi + b_5 \eta + b_6 \xi \eta}{\sqrt{\xi + \eta}} \quad (\text{II-76})$$

$b_i$  : peuvent être interprétés comme des déplacements nodaux.



**Figure II.13. Élément triangulaire isoparamétrique proposé par Blackburn.**

Hellen [76] a proposé un élément similaire à celui de Blackburn [75], dont le champ de déplacement est donné par la relation suivante:

$$u = b_1 + b_2\xi + b_3\eta + \frac{b_4\xi + b_5\eta}{\sqrt{\xi + \eta}} + b_6 \frac{\xi\eta}{\xi + \eta} \quad (\text{II-77})$$

Stern et Beckler [76], ont utilisé une fonction de déplacement pour ce type d'élément sous la forme:

$$u = b_1 + \frac{b_2\xi + b_3\eta}{\sqrt{\xi + \eta}} + b_4 \frac{\xi\eta}{(\xi + \eta)^{3/2}} + b_5\xi + b_6\eta \quad (\text{II-78})$$

Barsoum, Henshel et Shaw [75] ont proposé de remplacer les éléments singuliers par des éléments quadrilatères isoparamétriques. Ils procèdent par une simple translation des points au milieu du côté d'un élément isoparamétrique vers des points situés au quart de l'arête (voir la figure.II.14).

Avec ces transformations on peut modéliser la singularité  $r^{-1/2}$  des champs de déformations, où  $r$  est la distance au noeud situé au coin où la singularité prend naissance.

De bons résultats sont obtenus avec ce type d'éléments, mais la singularité n'est en fait correctement modélisée que le long des arêtes des éléments.

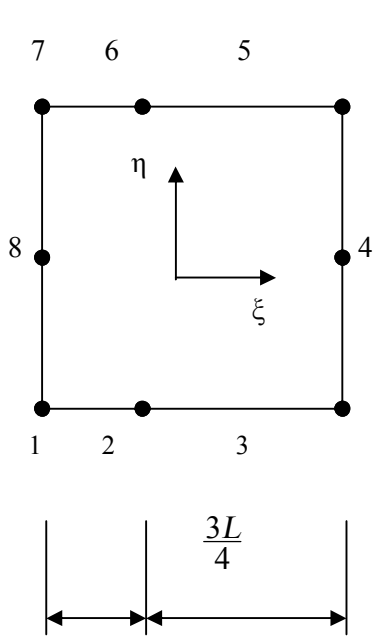


Figure II.14. Eléments quadratiques.

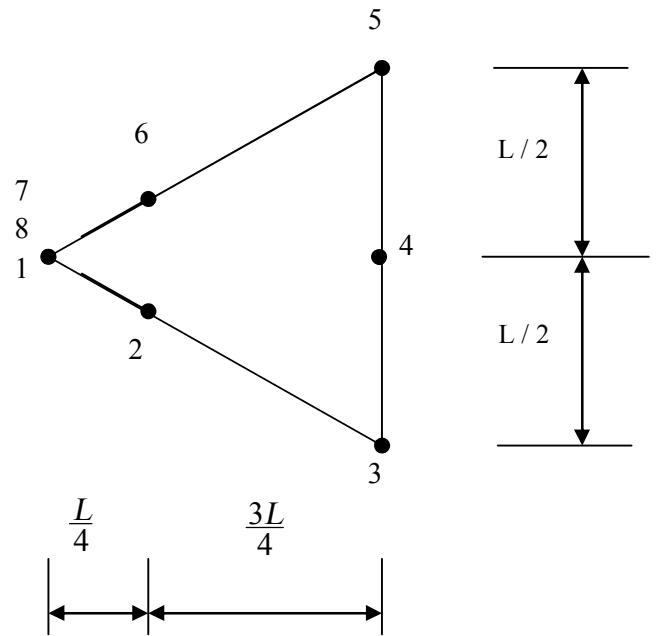


Figure II.15. Eléments triangulaires.

Hibbitt [76] a amélioré les résultats par l'utilisation d'éléments isoparamétriques dont les fonctions polynomiales d'interpolation sont d'ordre supérieur ou égal à 2. Cet auteur a montré qu'une variété de singularité de déformation dépendant de l'ordre n du polynôme d'interpolation peut être introduite (Figure II.15).

Benzeley [77] a proposé un élément quadratique isoparamétrique, enrichi dont les fonctions de forme sont de types C0, en plus il a utilisé des fonctions de déplacements prenant en compte la singularité r-1/2, celles-ci s'écrivent sous la forme suivante:

$$\begin{aligned}
 u &= K_I Q_{II}(\theta, r, \alpha, \chi, \mu) + K_{II} Q_{III}(\theta, r, \alpha, \chi, \mu) \\
 u &= K_I Q_{I2}(\theta, r, \alpha, \chi, \mu) + K_{II} Q_{II2}(\theta, r, \alpha, \chi, \mu)
 \end{aligned}
 \tag{II-79}$$

Où:  $K_I$  et  $K_{II}$  sont les facteurs d'intensité de contraintes et les Q sont des fonctions de r et  $\theta$  telles que :

$$\begin{aligned}
 Q_{II} &= \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \frac{\chi-1}{2} + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \\
 Q_{III} &= \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ \frac{\chi-1}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \\
 Q_{I2} &= \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ \frac{\chi-1}{2} - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \\
 Q_{II2} &= \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \frac{\chi-1}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{II-80}$$

Avec : 
$$\begin{cases} \frac{(3-\nu)}{(1+\nu)} & : \text{ en contrainte plane} \\ 3-4\nu & : \text{ en déformation plane.} \end{cases}$$

L'application de ces champs en éléments finis peut être réalisée en procédant d'une façon classique et en identifiant les paramètres nodaux avec les déplacements dans l'équation suivante: 
$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \Lambda + K_I Q_{I1} + K_{II} Q_{II1} \tag{II-81}$$

Ainsi les fonctions de formes s'expriment aussi en fonction des variables nodales  $u_i$ , et des facteurs d'intensité de contraintes  $K_I$  et  $K_{II}$ .

Sih et Liebowitz [78] ont utilisé un élément singulier circulaire (noyau de rayon  $r$  suffisamment petit) dont le centre est la pointe de la fissure (Figure II.16).

Cet élément n'est utilisé qu'en pointe de la fissure. Le reste de la structure étant modélisé par des éléments quadratiques isoparamétriques.

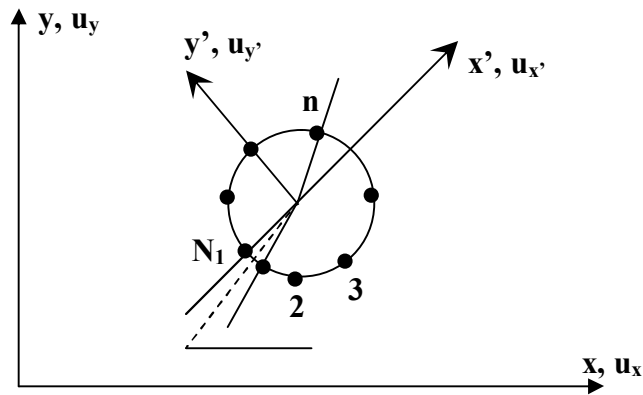


Figure II.16. Élément noyau autour de la pointe de fissure.

Dans cet élément, le champ de déplacement s'exprime en fonction des facteurs d'intensité de contraintes et de déplacements à fond de fissure.

D'où: 
$$\begin{aligned} u &= u_0 + K_I f_1(\theta, r, \alpha, \chi, \mu) + K_{II} g_1(\theta, r, \alpha, \chi, \mu) \\ v &= v_0 + K_I f_2(\theta, r, \alpha, \chi, \mu) + K_{II} g_2(\theta, r, \alpha, \chi, \mu) \end{aligned} \tag{II-82}$$

Avec:  $u_0$  et  $v_0$  sont les déplacements de la pointe de fissure dans les directions  $x'$  et  $y'$ . Les fonctions  $f$  et  $g$  dépendent de  $r$  et  $\theta$ , ainsi que de l'angle d'inclinaison de la fissure.

Il faut signaler que la continuité en déplacement entre le noyau et les éléments finis isoparamétriques, est assurée uniquement à travers les nœuds entourant le noyau [78].

Zienkiewicz [77] a utilisé un élément quadrilatéral iso paramétrique à douze nœuds (noté QUAD-12) enrichi, dont l'un d'eux correspond à la pointe de fissure (Figure II.17).

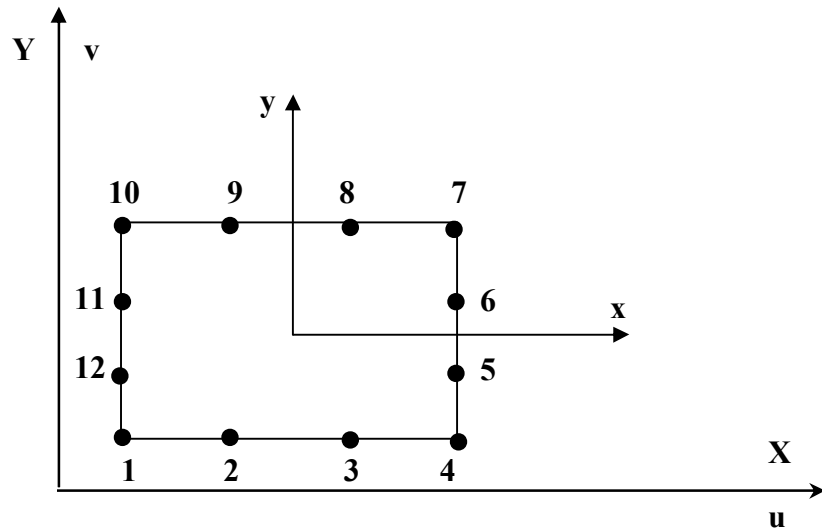


Figure II.17. Élément quadratique à 12 noeuds.

Pour cet élément, le champ de déplacement est augmenté par les termes de la solution locale près de la fissure. Il s'écrit sous la forme suivante:

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \Lambda + \alpha_{12} xy^3 + K_I f_1 + K_{II} g_1 \quad (\text{II-83})$$

$$v = \alpha_{13} + \alpha_{14} x + \alpha_{15} y + \Lambda + \alpha_{24} xy^3 + K_I f_2 + K_{II} g_2$$

En introduisant les fonctions de forme, le champ de déplacement s'écrira:

$$u = \sum N_i u_i + K_I \left[ f_1 - \sum_{i=1}^{12} N_i f_{1i} \right] + K_{II} \left[ g_1 - \sum_{i=1}^{12} N_i g_{1i} \right] \quad (\text{II-84})$$

$$v = \sum N_i v_i + K_I \left[ f_2 - \sum_{i=1}^{12} N_i f_{2i} \right] + K_{II} \left[ g_2 - \sum_{i=1}^{12} N_i g_{2i} \right]$$

Où: les indices sur  $f_{1i}$  et  $g_{1i}$ , indiquent que  $f_1$ ,  $g_1$  sont évaluées au nœud  $i$ .

## 2.5. CALCUL DU FACTEUR DE CONCENTRATION DE CONTRAINTES:

Le facteur de concentration de contraintes ( $K_t$ ) est défini de deux façons différentes [79-81]:

- La première est le rapport entre la contrainte maximale  $\sigma_{\max}$  en fond d'entaille et la contrainte nominale  $\sigma_N$  au droit d'entaille, calculé sans tenir compte de l'acuité du fond

$$\text{d'entaille } K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_N}. \quad (\text{II-85})$$

- La seconde est le rapport entre la contrainte maximale  $\sigma_{max}$  et la contrainte appliquée  $\sigma$

ou globale (Figure 1) 
$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma} \tag{II-86}$$

La deuxième formule est la plus utilisée.

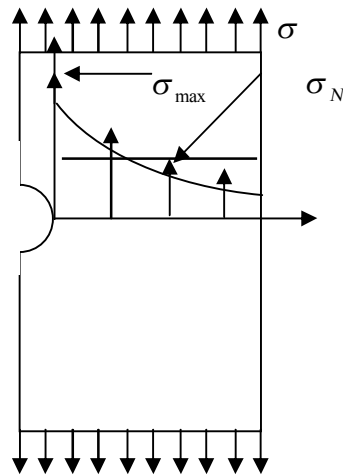


Figure II.18. Contrainte maximale au fond d'entaille

La figure II.19 montre les différents facteurs de concentration de contraintes pour des éprouvettes de différentes formes et d'entailles sollicitées en traction sous une tension uniforme [82].

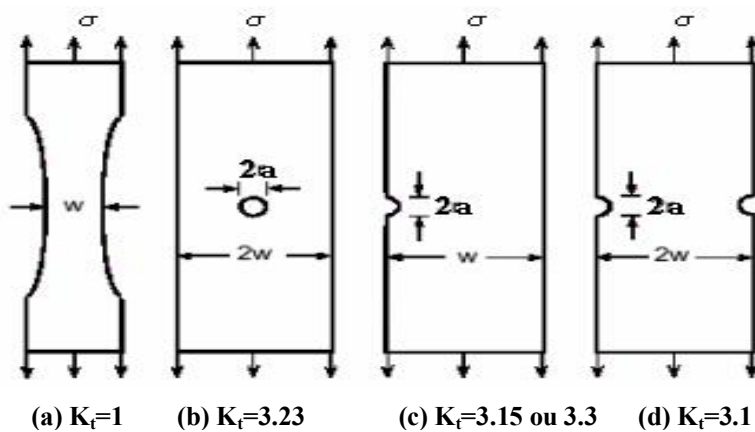


Figure II.19. Différents types d'éprouvettes à entailles

## 2.6. DETERMINATION DU FACTEUR D'INTENSITE DE CONTRAINTES

### 2.6.1. Introduction

Dans le cadre de l'analyse des fissures en élasticité linéaire bidimensionnelle est introduit le facteur d'intensité de contrainte,  $K$

Irwin établit que le premier terme du développement limité des contraintes devant une fissure est le même pour tous les problèmes correspondant à un mode de sollicitation donné (mode I : ouverture, mode II : glissement dans le plan, mode III : glissement anti-plan). La résolution du problème revient à déterminer  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ , respectivement appelés facteurs d'intensité de contrainte en mode I, II ou III. Seule la connaissance du facteur d'intensité de contrainte  $K$ , qui est fonction à la fois du chargement et de la géométrie, permet de décrire la distribution des contraintes en pointe de fissure.

Le plus souvent, c'est le mode d'ouverture de la fissure – mode I – qui est principalement étudié. Ainsi, le facteur d'intensité de contraintes a été calculé à partir des différentes méthodes.

### 2.6.2. La méthode des déplacements:

Cette méthode est la plus simple pour la déclaration des facteurs d'intensité de contraintes, l'équation (II-87) déterminera le facteur d'intensité de contraintes en pointe de fissure pour les matériaux orthotropes en fonction de la longueur de la fissure et l'orientation de la l'angle d'attaque [83-84].

$$\begin{aligned}\sigma_y &\approx \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left( \frac{1 + \cos\theta}{2} \right)^{1/2} \left[ 1 + \sin^2\theta - \frac{1}{2} \frac{\sin^2\theta}{1 + \cos\theta} \right] \\ \sigma_y &\approx \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \left[ 1 + \sin^2\theta - \sin^2\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right] \\ &\approx \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{1}{2}\theta \left[ 1 + \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) - \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right]\end{aligned}\quad (\text{II-87})$$

$r$  : est la longueur de la fissure

$\theta$  : angle d'orientation de la fissure par rapport à l'axe de charge.

### 2.6.3. La méthode du taux de restitution d'énergie

Dans une approche globale, on étudie le bilan des énergies mises en jeu dans le processus d'accroissement de fissure, en caractérisant la singularité du champ des contraintes au voisinage de la pointe des fissures.

Considérons une fissure traversante de largeur  $2a$  dans une plaque de grande largeur et d'épaisseur  $B$ , soumise à une contrainte de traction  $\sigma$ , (Figure II.20).

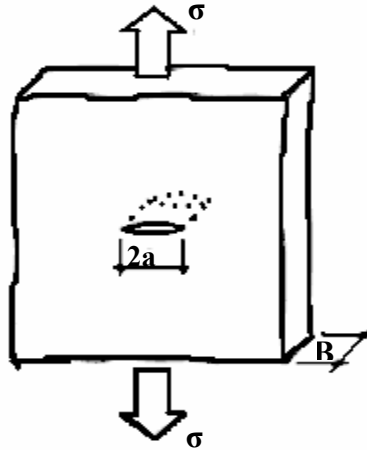


Figure II.20. Fissure traversante dans une large plaque

En appliquant le premier principe de la thermodynamique, la conservation de l'énergie totale contenue dans ce système est donnée par l'équation suivante :

$$G = G_0 - G_r + G_s \quad (\text{II-88})$$

$G$  : énergie totale du système ;

$G_0$  : énergie élastique de la plaque non fissurée ;

$G_r$  : énergie due à la relaxation des contraintes résultant de l'introduction d'une fissure dans la plaque ;

$G_s$  : énergie de surface due à la formation de surfaces de rupture.

$$G = K_I^2 a_{22} \left[ \frac{(\chi + \lambda)^{1/2}}{\sqrt{2\lambda}} \right] \quad \text{Mode I} \quad (\text{II-89})$$

$$G = K_{II}^2 a_{11} \left[ \frac{(\chi + \lambda)^{1/2}}{\sqrt{2}} \right] \quad \text{Mode II}$$

Avec:

$$a_{11} = \frac{1}{E_{11}}, \quad a_{22} = \frac{1}{E_{22}}, \quad a_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} = -\frac{\nu_{21}}{E_{22}}, \quad a_{66} = 2 \frac{1+\nu}{E}$$
$$\chi = \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}}, \quad \lambda^2 = \frac{a_{22}}{a_{11}}$$

**CHAPITRE III****3. EXPERIMENTATION ET SIMULATION****3.1. INTRODUCTION**

L'objectif de notre travail est l'étude du comportement des matériaux composites présentant des entailles circulaires centrales et latérales pré-fissurées. Ce travail, expérimental d'une part et numérique d'autre part, permettra d'étudier des modèles mathématiques décrivant les lois de comportement.

**3.2. EXPERIMENTATION**

L'étude expérimentale nous a permis d'identifier les phénomènes dissipatifs importants au sein des matériaux étudiés et, par l'analyse de régression, on a obtenu un modèle mathématique décrivant la résistance à la rupture en fonction des paramètres influents.

**3.2.1. Matériaux utilisés**

Les matériaux soumis à l'essai de traction sont deux composites.

Le premier est renforcé par un tissu de verre RT 440, sous forme de Toile ou Taffetas (figure III.1-a et III.4-b) avec une matrice thermoplastique en polyester insaturé. Il est à noter que celui-ci est fabriqué par l'entreprise nationale algérienne FIPEXPLAST, Groupe E.N.P.C [85].

Le deuxième est, quant à lui, renforcé avec des fibres de carbone sous la forme 8H Satin (Figure III.1-b et III.4-c) avec une matrice thermoplastique en poly-intherimide (PEI). Il est également à noter que celui-ci est fabriqué par l'entreprise TEN CATE ADVANCED COMPOSITE MATERIALS [86], avec pour dénomination industrielle CD342.

Pour l'essai de la résilience " Charpy", le matériau utilisé est une plaque fabriquée en résine -polyester insaturé- et 21 couches de tissu de verre -fibre RT 270-. (Figure III.1-a et III.4-a).

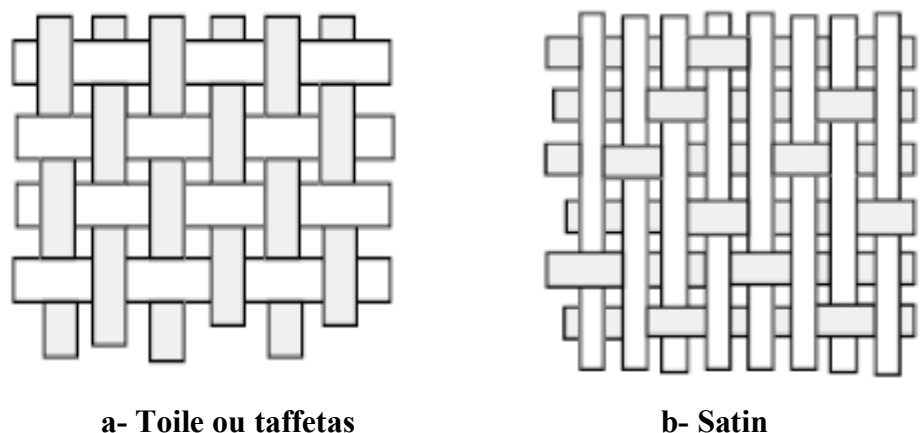


Figure III.1. Différents types de tissu [87]

### 3.2.2. Matrice utilisée

La matrice utilisée pour les matériaux composites en fibre de verre est en résine polyester insaturé d'usage général, à base d'acide orthophtalique, à faible réactivité dénommé industriellement NCS 985.

Le NCS 985 est désigné pour une application à la main ou à la projection simultanée (pistolet) sans aucune modification. Il a de bonnes propriétés mécaniques, une bonne résistance à l'eau d'où la recommandation pour son utilisation dans la construction nautique ainsi que dans les éléments de carrosserie (automobile, etc) et dans diverses autres applications. La structure chimique est représentée sur la figure III.2 [88].

PROPRIETES	AVANTAGE
Couleur claire	Facile à colorer
Viscosité faible	Bonne mouillabilité des renforts
Résistance à O <sub>2</sub>	Bonne polymérisation
Faible exotherme	Bonne pour un moulage multicouche

Tableau III.1. Propriétés et avantages de la résine réticulée [88]

Dureté BARCOL (GYZJ934-1)	40
Température de déformation sous charge °C	64
Allongement à la rupture %	2.5
Charge de rupture en traction Mpa	65
Module de tension Mpa	3500
Module de flexion Mpa	6000
Retrait volumique %	7.9
Résistance à la flexion Mpa	150
Résistance à la tension	150
Résistance à la compression Mpa	170
Taux de renfort%	30

Tableau III.2 Propriétés de la résine réticulée NCS 985 [88]

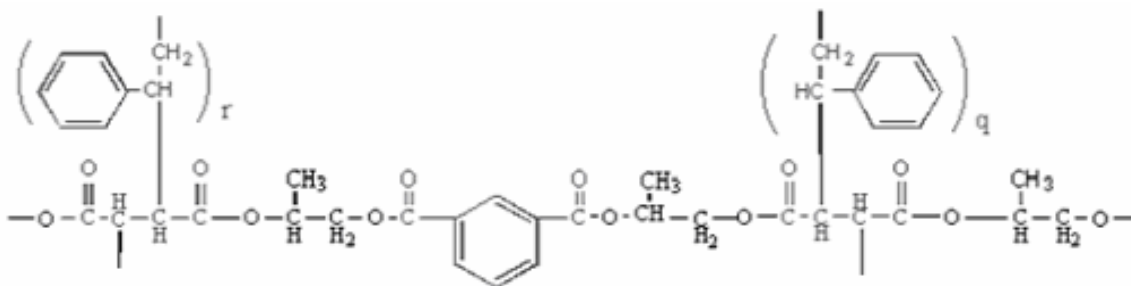


Figure III.2. Structure chimique de la résine de polyester insaturé [88]

Pour le matériau CD342, la matrice utilisée est un polymère thermoplastique dénommé Poly-éther imide (PEI). Sa structure chimique est représentée sur la figure III.3.

Le tableau III.3 représente ses propriétés mécaniques.

Cette matrice se caractérise par une haute résistance ainsi qu'une rigidité à la température ambiante tout comme à de hautes températures pouvant atteindre les 200°C.

Elle a, par ailleurs, une bonne résistance aux agents chimiques et une bonne stabilité. Elle résiste, également, aux dissolvants, aux radiations de type gamma, aux rayons ultraviolets et aux micro-ondes. Elle a, enfin, une bonne résistance au feu et une faible toxicité.

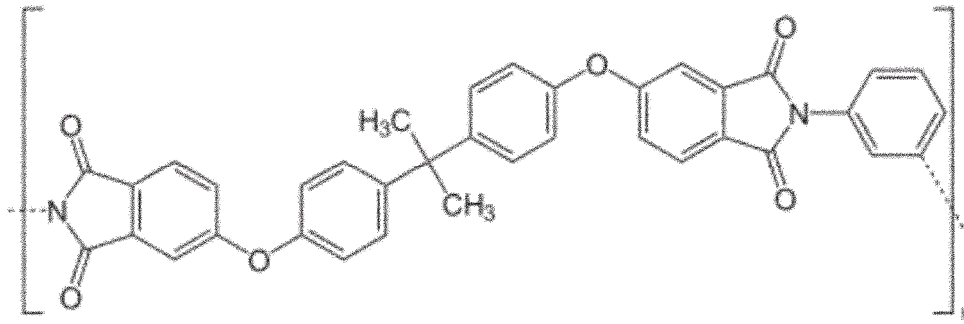


Figure III.3. Structure chimique de la résine Poly-éther imide [86]

Propriétés physiques		Propriétés mécaniques	
Couleur	Marron	Module de Young (23°C) MPa	3000
Densité (g/cm <sup>3</sup> )	1.27	Résistance à la traction (23°C) MPa	105
Absorption d'eau (%) 24H à 23°C	0.25	Déformation à la rupture (%) en traction	60
Equilibre à 23°C	1.25		
Rang de température de fabrication (°C)	350-425	Impact Izod (J/m)	
Poids moléculaire		Avec entaille	50
M <sub>n</sub>	12.000	Sans entaille	1300
M <sub>w</sub>	30.000		

Tableau III.3 Propriétés de la matrice PEI [13]

### 3.2.3. Matériaux de renfort

Les renforts utilisés sont :

-1 et 2 le Rovings Tissé (RT270 et RT 440).

Le Rovings Tissé (RT270 et RT 440), (R : « renfort tissé bidirectionnel », T : « Tisser T = plat », 270 et 400 : « poids approximatif (g/m<sup>2</sup>) »). Il est vendu dans la même forme que le mat et également classé par poids (figure III.4-a et 4-b). Le RT comporte un plus grand volume de fibre de verre à l'unité que le mat, ce qui réduit les besoins en résine. Le rapport approximatif résine/fibre de verre pour le mat est 2,5 : 1 en poids (30% de fibre de verre) alors que pour le RT il est de 1,25 : 1 (45% de fibre de verre) [88].

Les tableaux III.4 et III.5, montrent les caractéristiques de fibre de verre RT 270 et RT 440 :

Épaisseur	0,5 ± 0,2 mm
Poids	290 gr/m <sup>2</sup> ± 5%
Contenu de résine	15% - 21%
Résistance à la traction	360 N/cm

**Tableau III.4. Caractéristiques de la fibre de verre RT 270 [85]**

Épaisseur	1,3 ± 0,2 mm
Poids	565 gr/m <sup>2</sup> ± 5%
Contenu de résine	12% - 18%
Résistance à la traction	900 - 1.100 N/cm

**Tableau III.5. Caractéristiques de la fibre de verre RT 440 [85]**

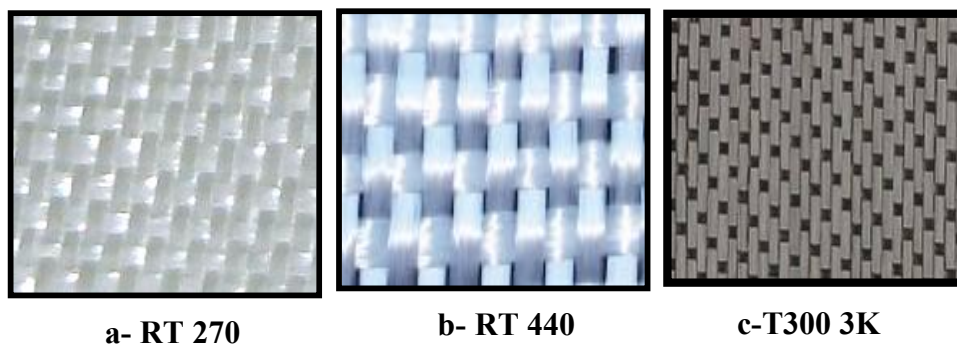
- 3 Le tissu 8 H satin de carbone T300 3K

Le tissu 8 H satin de carbone T300 3K sert à fabriquer le matériau CD 342 , voir la figure III.4-c.

Le tableau III.6 montre les caractéristiques de la fibre de carbone T300 3K.

Épaisseur	0.18 mm
Poids	160 g/m <sup>2</sup>
Contenu de résine	58%
Résistance à la traction	460 N/cm

**Tableau III.6. Caractéristiques de la fibre de verre RT 440 [86]**



**Figure III.4. Types de tissus de Verre et du Carbone utilisés [85-86]**

### 3.2.4. Processus de fabrication du matériau

Pour les deux matériaux de fibre de verre, leur fabrication est comme suit :

Le mélange est constitué de 100g de résine NCS 985 qui est un polyester insaturé à base d'acide ortho phtalique et de l'accélérateur de durcissement (1% peroxyde de méthyle éthyle cétone + 1% d'octoat de cobalt). Au mélange obtenu est ajouté le catalyseur CUROX M300. Le mélange s'effectue assez lentement afin d'éviter la formation de bulles d'air. Le moule est constitué de deux plaques en acier inoxydable. Les dimensions sont de 350x350x50mm pour les éprouvettes de l'essai de traction, et 200x200x60mm pour l'essai de résilience. La cire de démoulage est appliquée sur la plaque inférieure au moyen d'un pinceau. Aussitôt après et avec la précision qui s'impose, le mélange est versé sur la plaque. La fibre de verre est ensuite déposée sur le mélange qui est, après cela, étalé au moyen d'un rouleau. L'opération est alors répétée jusqu'à obtention de l'épaisseur requise "2 mm d'épaisseur" (05 couches de fibres RT 440) et pour la résilience jusqu'à l'épaisseur de 10 mm « 21 couches de fibres RT 270 ». La plaque supérieure est enfin déposée sur l'ensemble obtenu. Des serrages sont appliqués sur les cotés et le tout placé dans une chambre à 315 ° C et une pression de 2 bars pendant 20 min, et enfin 10 min à 20 bar à 140 ° C, pour le durcissement.

Enfin on obtient un mélange d'aspect solide présentant une surface plane et lisse.

Pour ce qui est du matériau CD 342, il est à rappeler qu'il est fabriqué par l'entreprise TEN CATE ADVANCED COMPOSITE MATERIALS (Pays-Bas), et usiné au département des matériaux à l'université de Oviedo (Espagne).

### 3.2.5. Essai de traction

Pour l'essai de traction, trois éprouvettes de chaque type ont été testées selon la norme ASTM D3039 à l'aide d'une machine de traction à un taux de chargement de 0,5 mm / min. L'expérience consiste à placer l'éprouvette à étudier entre les mâchoires de la machine de traction qui tire sur l'éprouvette jusqu'à sa rupture. On enregistre l'allongement et la force, que l'on convertit ensuite en déformation et contrainte.

#### 3.2.5.1. Préparation de l'éprouvette

Les essais de traction demandent des éprouvettes en forme d'haltère ou de forme droite avec talons, (figure III.5). En effet, la charge est généralement appliquée sur les têtes de l'éprouvette par l'intermédiaire des mors auto-serrants.

Les éprouvettes ont été coupées selon la norme ASTM D3039 [89,90], et à ses extrémités on met des talons en Aluminium collés à la colle 3M.

Trois essais seront menés avec des éprouvettes toutes de mêmes dimensions (200x20x2mm).

-première expérience.

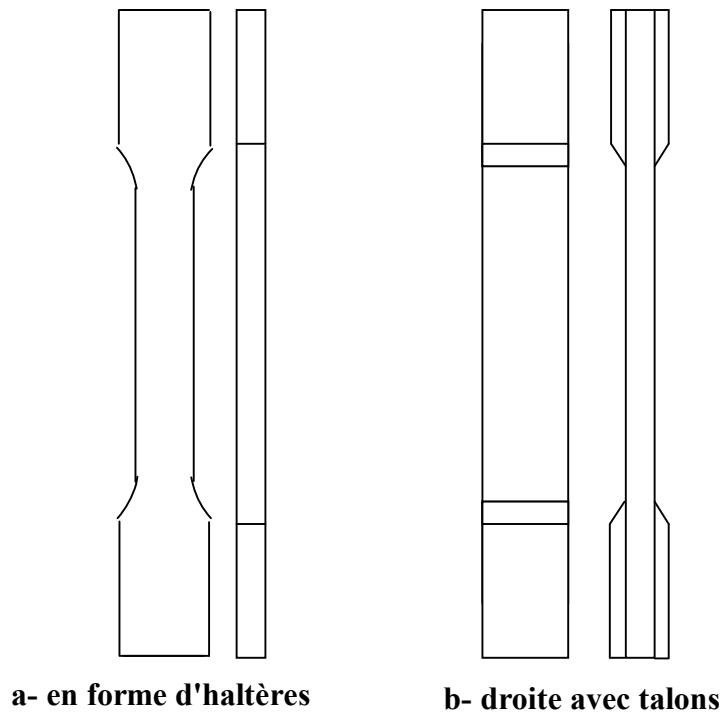
Les éprouvettes utilisées, dans cette expérience, sont de deux types, le premier type entaillées avec un trou au centre avec des différents diamètres de 1, 2, et 3 mm, et le deuxième avec une entaille demi circulaire latérale, avec les mêmes diamètres que le premier.

- deuxième expérience

Celui-ci est effectué avec des éprouvettes possédant des préfissurations sur les diamètres (1, 2 et 3 mm de longueur) perpendiculaires à la charge appliquée.

-troisième expérience

Le troisième essai est fait avec des éprouvettes préfissurées ayant des entailles circulaires centrales de 2, 3 et 4 mm de longueur et de 2 et 4 mm de diamètre, avec un angle d'orientation de 0°, 45° et 90° pour chaque longueur et de diamètre.



**Figure III.5. Epreuve de traction [2].**

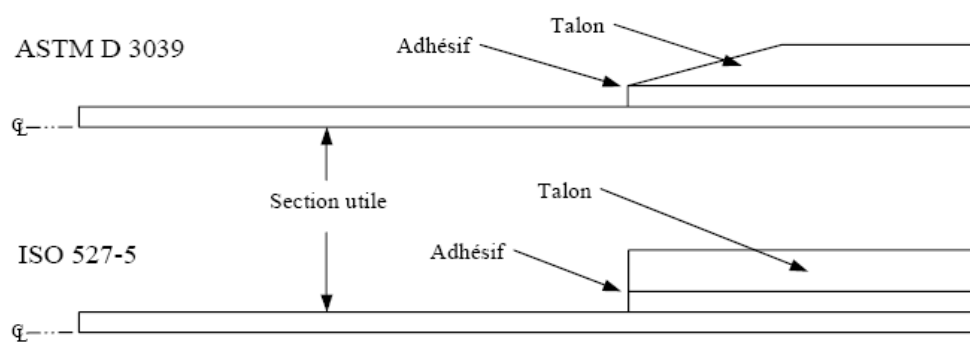


Figure III.6. Talons proposés par ASTM et ISO [90]

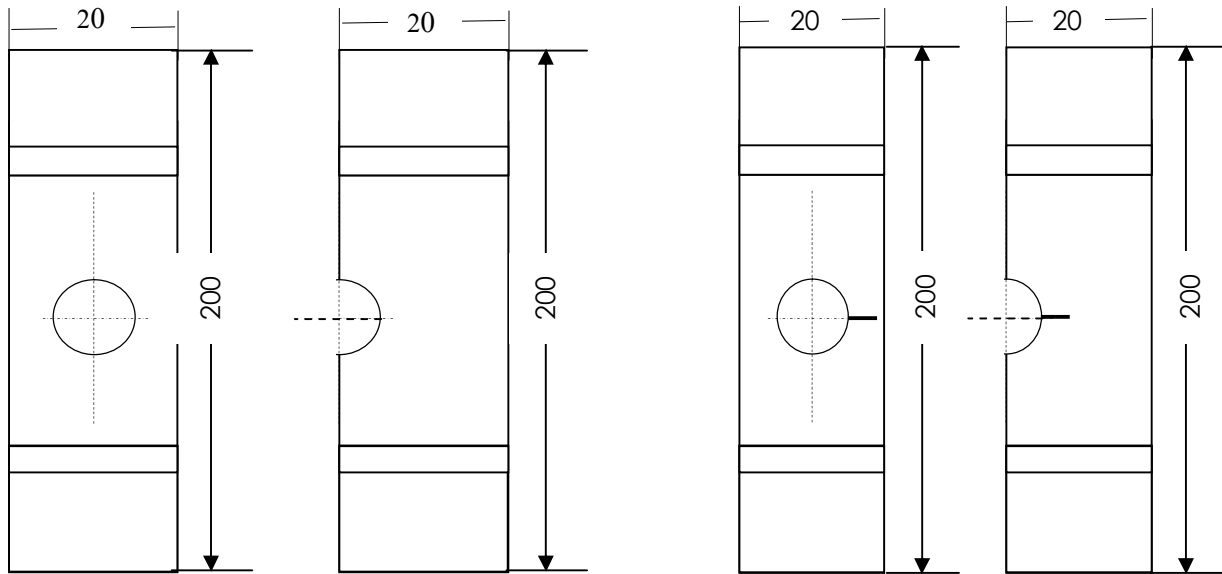


Eprouvettes en forme (a). (forme d'haltère)



Eprouvettes en forme (b), (droite avec talons)

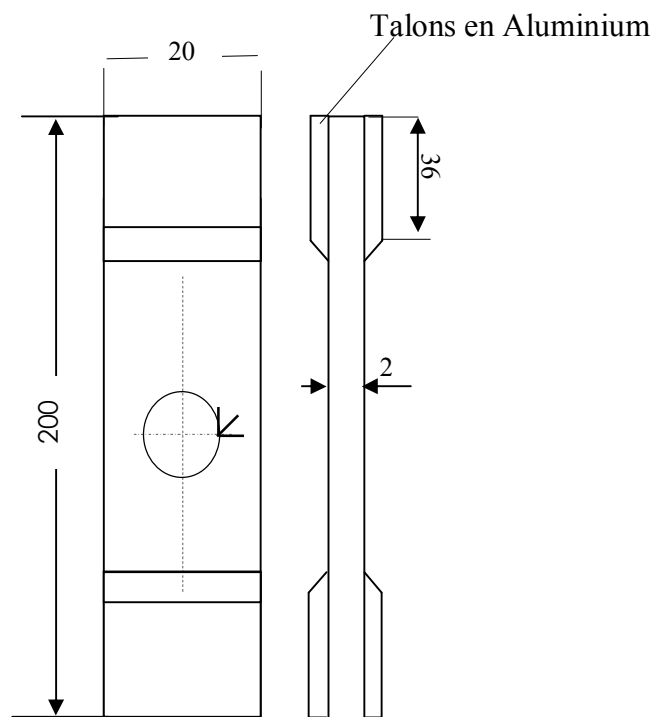
Figure III.7. Types d'éprouvettes utilisées



a- Eprouvette avec entaille centrée

b- Eprouvette avec entaille latérale demi circulaire

c- Eprouvette pré fissurée



d- Orientation de la fissure

Figure III.8. Différents types d'éprouvettes pour l'essai de traction

### 3.2.5.2. Appareillage

Les essais de traction sont réalisés sur une machine de traction universelle "IBERTEST" pilotée par ordinateur, avec une force maximale de 60 KN; Cette machine consiste en une base plane et un piston hydraulique ayant un mouvement linéaire perpendiculairement à cette même base. De plus, des mors (serrage manuel) se trouvent sur le piston ainsi que sur la base. Ces dernières sont installés de sorte à ce que leurs axes soient colinéaires avec celui du piston. Alors, une fois l'éprouvette insérée dans les mors, le piston est déplacé verticalement. La force axiale nécessaire à ce déplacement, les déformations et les autres caractéristiques sont ensuite mesurées et enregistrées par un logiciel installé dans l'ordinateur relié à cette machine (Figure III.9).

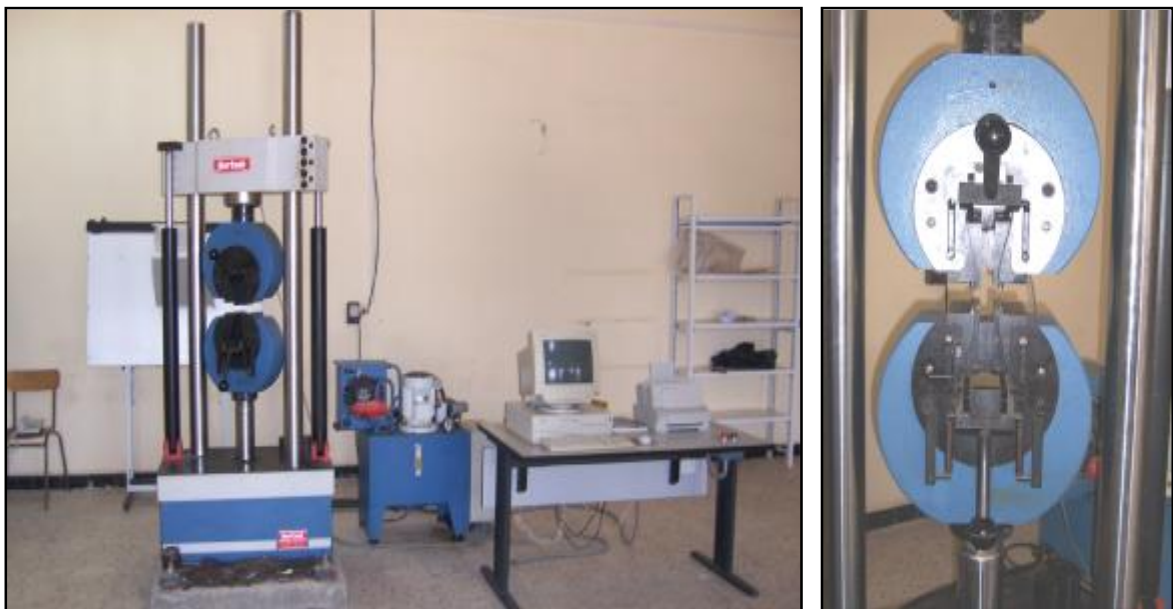


Figure III.9. La machine de traction " IBERTEST", pilotée par un ordinateur

### 3.2.5.3. Essai de traction

Pour le test de résistance à la traction de rupture, trois éprouvettes de chaque type ont été testés selon la norme ASTM D3039 en utilisant un taux de charge constante de 0,5 mm / min.

Le premier essai, précédemment décrit, nous aura permis de déterminer le facteur de concentration de contraintes  $K_t$  en utilisant les formules (II-86).

Le facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  l'aura été grâce aux deuxième et troisième essais en utilisant la méthode de déplacement (équation II.84).

Pour l'application de méthodes statistiques de planifications des expériences, nos essais ont été effectués en codant les variables d'entrée par la relation suivante [64]:

$$X_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i}$$

Pour le premier essai nous avons 3 variables d'entrée, les deux premières avec chacune deux niveaux et la troisième avec à 3 niveaux, alors que le plan d'expérience sera de type  $2^2.3^1$ .

Variables indépendantes	Unité	Niveau Supérieur	Niveau intermédiaire	Niveau Inférieur
Matériau (la dureté) $x_1 (X_1)$	[daN/mm <sup>2</sup> ]	CD 342 918,4		PFV 463
Type d'entaille $x_2 (X_2)$		Centrale (+1)		Latérale (-1)
Diamètre de l'entaille $x_3 (X_3)$	[mm]	4 (+1)	3 (0)	2 (-1)
Facteur de concentration de contraintes $Y (X_i, \beta_i)$		Paramètre de sortie $Y_1, Y_2$ et $Y_3$		

Tableau III.7. Variation des paramètres du 1<sup>er</sup> essai

Pour le deuxième essai nous avons 3 variables d'entrée, deux variables qui sont à deux niveaux et une autre à 3 niveaux, alors que le plan d'expérience sera lui aussi de type  $2^2.3^1$

Le troisième essai contient 4 variables d'entrée, trois variables qui sont à deux niveaux et une à 3 niveaux, alors que le plan d'expérience sera de type  $2^3.3^1$ .

Variables indépendantes	Unité	Niveau supérieur	Niveau intermédiaire	Niveau inférieur
Matériau (la dureté) $x_1$ ( $X_1$ )	[daN/mm <sup>2</sup> ]	CD 342 918,4		PFV 463
Type d'entaille $x_2$ ( $X_2$ )		Centrale (+1)		Latérale (-1)
Diamètre de l'entaille $x_3$ ( $X_3$ )	[mm]	3 (+1)		1 (-1)
Longueur de la fissure $x_4$ ( $X_4$ )	[mm]	3 (+1)	2 (0)	1 (-1)
Facteur d'intensité de contraintes $Y$ ( $X_i, \beta_i$ )		Paramètre de sortie $Y_1, Y_2$ et $Y_3$		

Tableau III.8. Variation des paramètres du 2<sup>ème</sup> essai

Variables indépendantes	Unité	Niveau supérieur	Niveau intermédiaire	Niveau inférieur
Matériau (la dureté) $x_1$ ( $X_1$ )	[daN/mm <sup>2</sup> ]	CD 342 918,4		PFV 463
Diamètre de l'entaille $x_2$ ( $X_2$ )	[mm]	4 (+1)		2 (-1)
Longueur de la fissure $x_3$ ( $X_3$ )	[mm]	3 (+1)		1 (-1)
Angle d'attaque $x_4$ ( $X_4$ )	[°]	90 (+1)	45 (0)	0 (-1)
Facteur d'intensité de contraintes $Y$ ( $X_i, \beta_i$ )		Paramètre de sortie $Y_1, Y_2$ et $Y_3$		

Tableau III.9 Variation des paramètres du 3<sup>ème</sup> essai

### 3.2.6. Essai de Charpy

#### 3.2.6.1. Préparation de l'éprouvette

Les éprouvettes ont été réalisées selon la norme ASTM 399/81 [91], de dimensions 55x10x10 mm avec des entailles à 45° sur une profondeur de 2 mm et de 0,25 mm de rayon à la pointe de la fissure.

Comme le montre la figure III.10 et III.11, les éprouvettes ont été découpées suivant la direction 0° (éprouvette de type 1) et suivant la direction 45° pour les éprouvettes de type 2.

Les éprouvettes présentent des entailles orientées selon deux directions différentes par rapport aux couches constitutives, et perpendiculaires entre elles, voir la Figure III.13.

Les éprouvettes ont été préfissurées à partir de la profondeur de l'entaille de longueur 1 et 3mm, voir la Figure III.14 et 15.

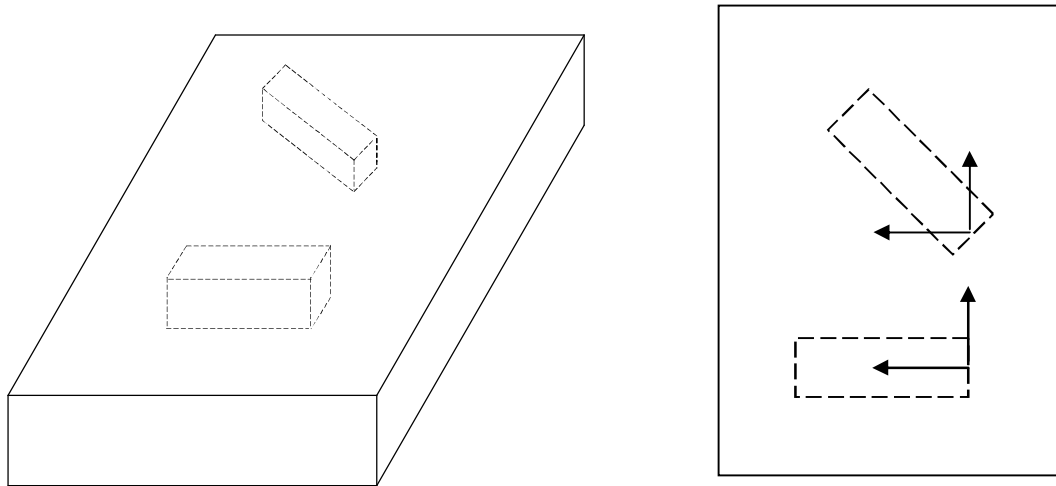


Figure III.10. Disposition des éprouvettes dans la plaque réalisée

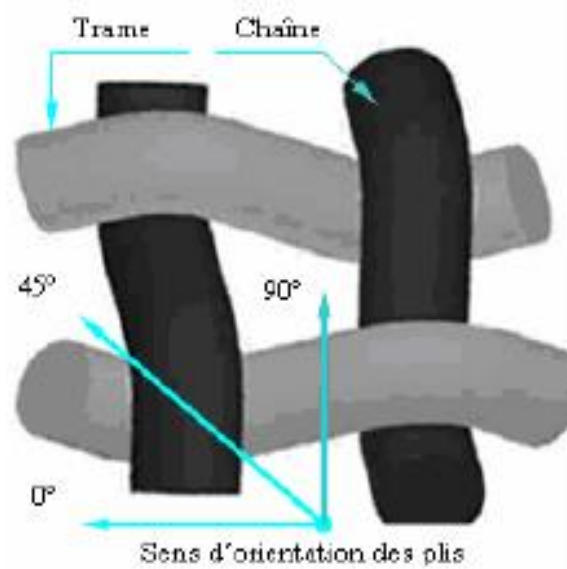


Figure III.11. Sens d'orientation du tissu [92]

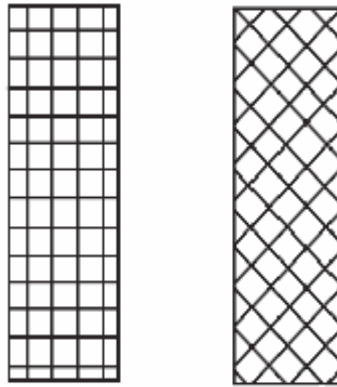


Figure III.12. Orientation des fibres par rapport à l'axe.

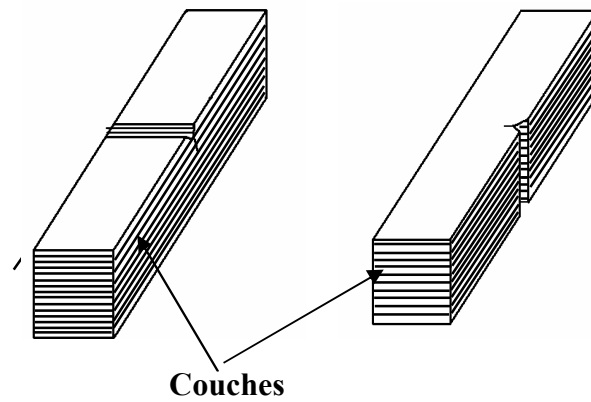


Figure III.13. Orientation des entailles pré fissurés par rapport aux couches: "fissure frontale" à gauche, "fissure latérale" à droite.

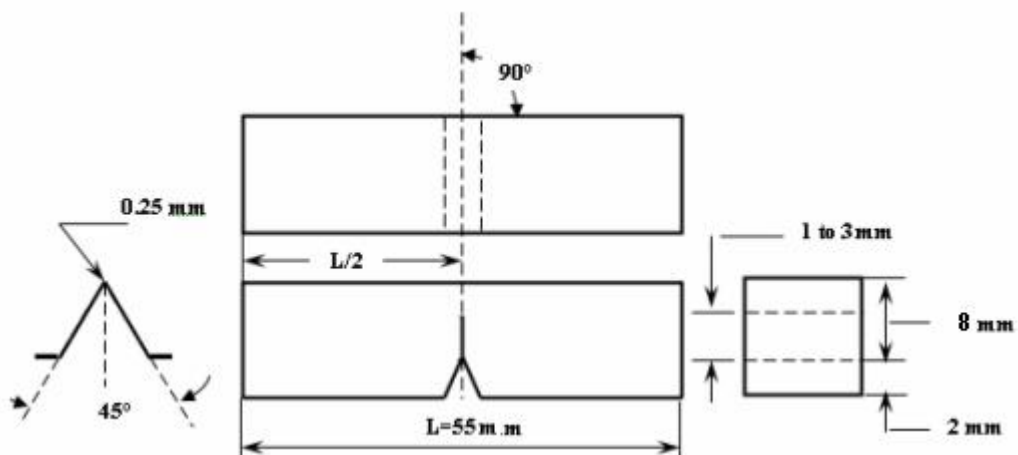


Figure III.14 Dimensionnement de l'éprouvette Charpy [91]

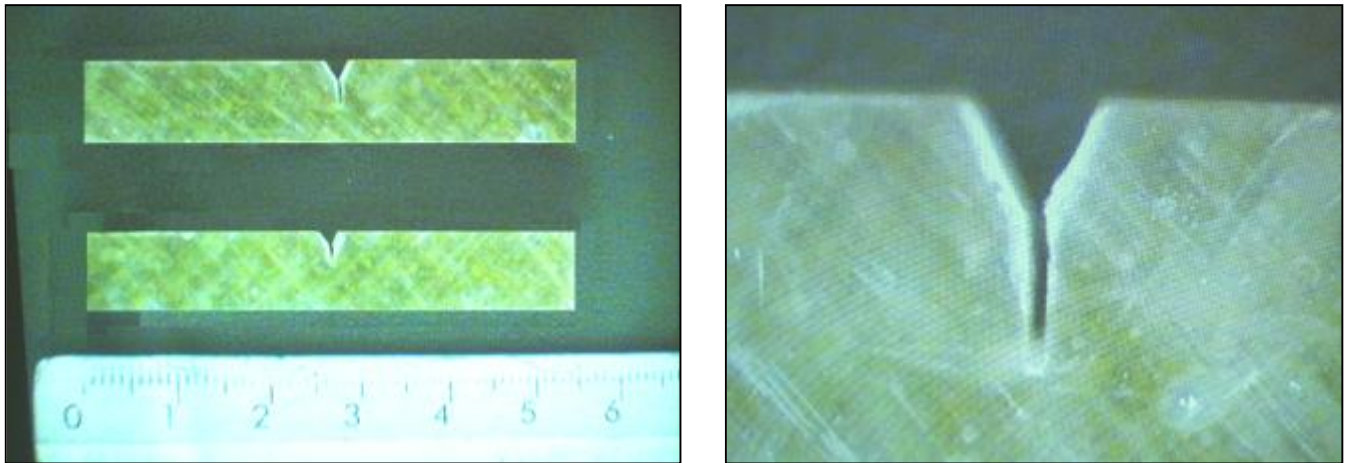


Figure III.15. Fissuration de l'éprouvette

### 3.2.6.2. Appareillages

L'essai de Charpy est destiné à mesurer l'énergie nécessaire pour rompre en une seule fois une éprouvette préalablement entaillée. Les essais ont été effectués en utilisant le mouton de Charpy "Zwich et Roell RKP 450", équipé d'une chambre fermée sous température variable. Le matériel utilisé est une plaque en résine de polyester insaturé et 21 couches de tissu de fibres de verre RT 270.



Figure III.16. Disposition de l'éprouvette dans la machine

### 3.2.6.3. Essai de Charpy

Pour le test de Charpy, trois éprouvettes de chaque type ont été testées à des températures différentes pour chacun d'eux (-30, 0, +30°C). On détermine, dans tous les cas, la résilience KCV selon la formule habituelle, en divisant l'énergie par la section résistante (largeur multipliée par l'épaisseur de laquelle on soustrait la profondeur de l'entaille plus la longueur de la fissure).

Le tableau III.10 présente les valeurs limites réelles et (codées) des paramètres influents. Nous avons 4 variables d'entrée, trois qui ont deux niveaux et une qui a 3 niveaux, alors que le plan d'expérience sera de type  $2^3.3^1$ . Les valeurs ont été codées suivant la méthode Scheffler, 1986,  $X_i = (x_i - x_{i0}) / \Delta x_i$  [64 et 93-94].

Variables indépendantes		Unité	Niveau supérieur	Niveau intermédiaire	Niveau inférieur
Matériau	$x_1$ ( $X_1$ )	$\alpha$ [°]	45 (+1)		0 (-1)
Orientation de l'entaille	$x_2$ ( $X_2$ )		Latérale (+1)		Frontale (-1)
Longueur de la fissure	$x_3$ ( $X_3$ )	[mm]	3 (+1)		1 (-1)
Température	$x_4$ ( $X_4$ )	[°C]	30 (+1)	0 (0)	-30 (-1)
KCV	$Y$ ( $X_i, \beta_i$ )	[J/mm <sup>2</sup> ]	Paramètre de sortie (trois répétitions: $Y_1, Y_2$ et $Y_3$ )		

Tableau III.10 Variation des paramètres

### 3.3. SIMULATION

Le code de calcul par éléments finis ABAQUS a servi de support à l'ensemble des travaux réalisés dans cette thèse.

Fondé en 1978, ABAQUS, est l'un des premiers fournisseurs mondiaux de logiciels et services pour l'analyse par éléments finis. La gamme de logiciels d'ABAQUS est particulièrement réputée pour sa technologie, sa qualité et sa fiabilité. Elle s'est imposée comme partie intégrante des processus de conception de sociétés de renommée mondiale dans tous les secteurs industriels. ABAQUS offre les meilleures solutions pour des problèmes linéaires, non linéaires, explicites et dynamiques. Le logiciel fournit un environnement inégalé pour l'analyse

par éléments finis et propose un grand nombre d'alternatives aux opérations impliquant des fournisseurs et des produits multiples [70].

ABAQUS est un logiciel très général de calcul en mécanique, adapté en particulier aux calculs non linéaires. Il est principalement composé d'un moteur de calcul, et d'un outil de post-traitement des résultats [95].

### 3.3.1. Modélisation par éléments finis

Dans cette modélisation, on considère une plaque d'une épaisseur  $e = 2\text{mm}$ , de longueur  $H = 200\text{mm}$  et de largeur  $w = 20\text{mm}$ .

Dans une première approche on étudie la variation du facteur de concentration de contraintes en fonction du rayon d'un trou situé au centre de la plaque puis dans une plaque qui contient une entaille demi circulaire latérale voir la figure III.17.

Dans la seconde, on étudie l'effet du diamètre de l'entaille plus la longueur de la fissure sur la variation du facteur d'intensité de contraintes, sur les mêmes plaques voir la figure III.18.

Dans la troisième et dernière approche, on étudie l'effet du diamètre d'entaille, de la longueur et de l'orientation de fissure dans une plaque munie d'une entaille circulaire sur la variation du facteur d'intensité de contraintes voir la figure III.19.

Les plaques considérées sont sollicitées en traction uni axiale dans la direction verticale Y avec une contrainte appliquée égale à  $1000\text{ daN/mm}^2$  sur une face, la face opposée à celle-ci étant supposée encastree. Les structures sont maillées par des éléments triangulaires à 6 nœuds.

Ces modélisations sont appliquées sur deux matériaux composites, le polyester fibre de verre (RT440) et le CD342. Les caractéristiques mécaniques de ces derniers sont reportées dans le tableau suivant :

	E1	E2	E3	Nu12	Nu13	Nu23	G12	G13	G23
Unité	[daN/mm <sup>2</sup> ]			—			[daN/mm <sup>2</sup> ]		
PFV	208000	25440	25440	0,17	0,17	0,04	7240	7240	4940
CD342	3250	555	555	0,34	0,34	0,4	250	250	200

**Tableau III.11 caractéristiques mécaniques des deux matériaux**

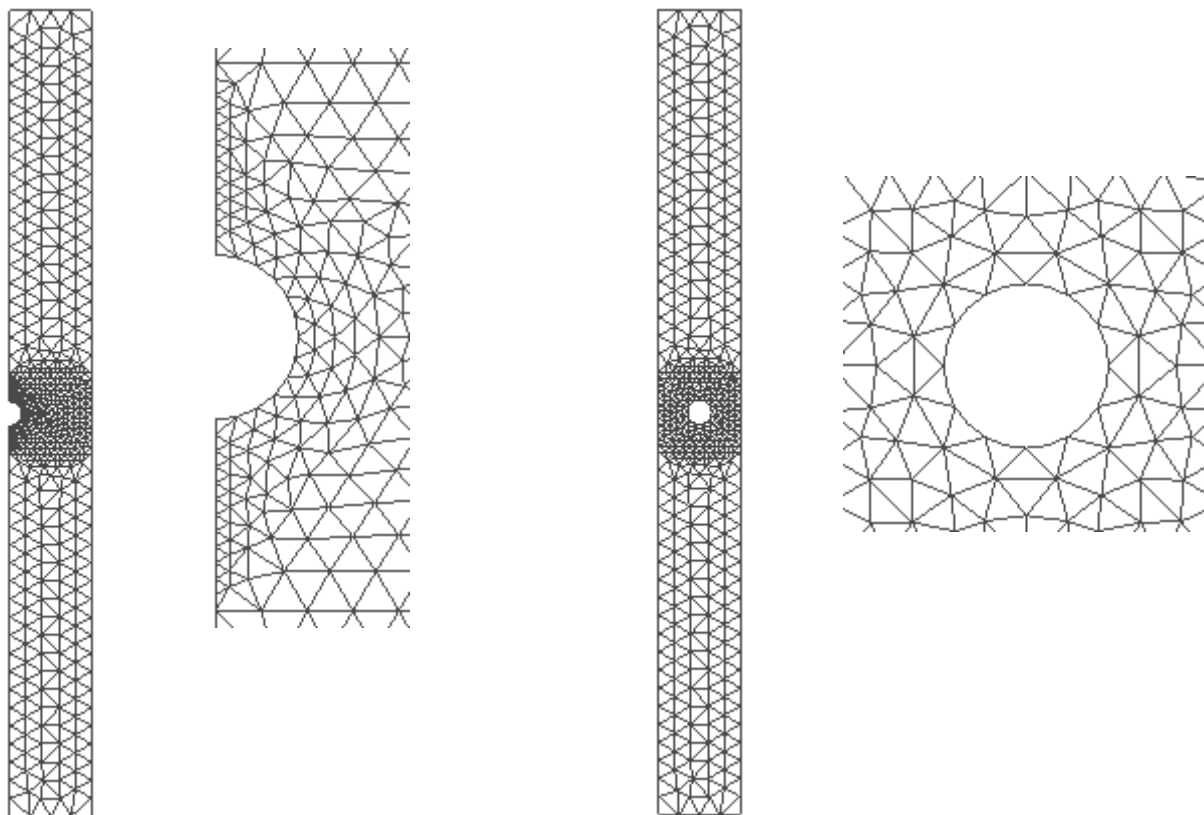


Figure III.17. Maillage des éprouvettes par des éléments triangulaires à 6 nœuds.

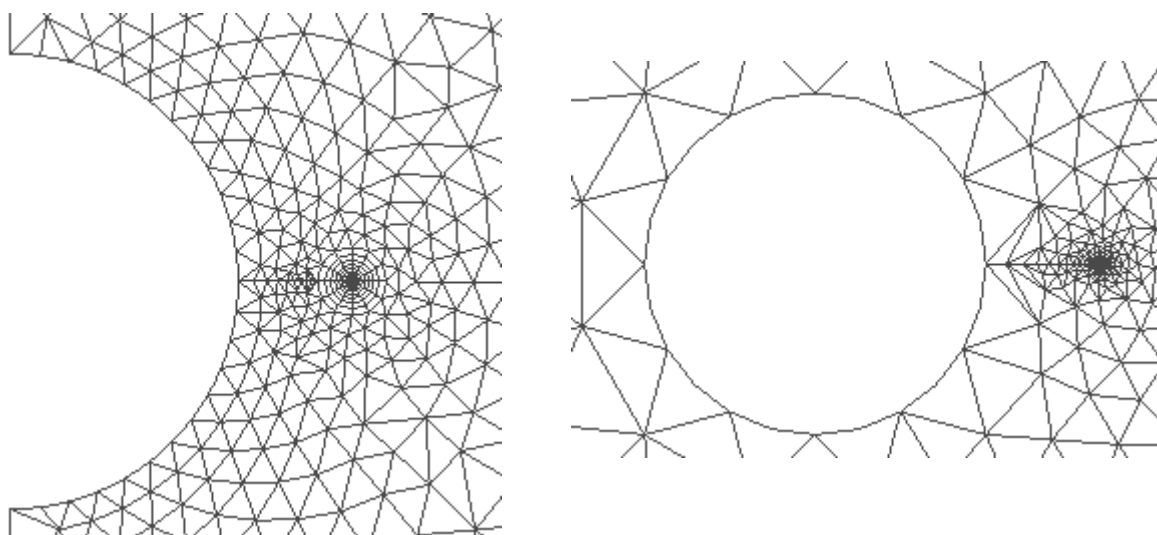


Figure III.18. Présentation des fissures

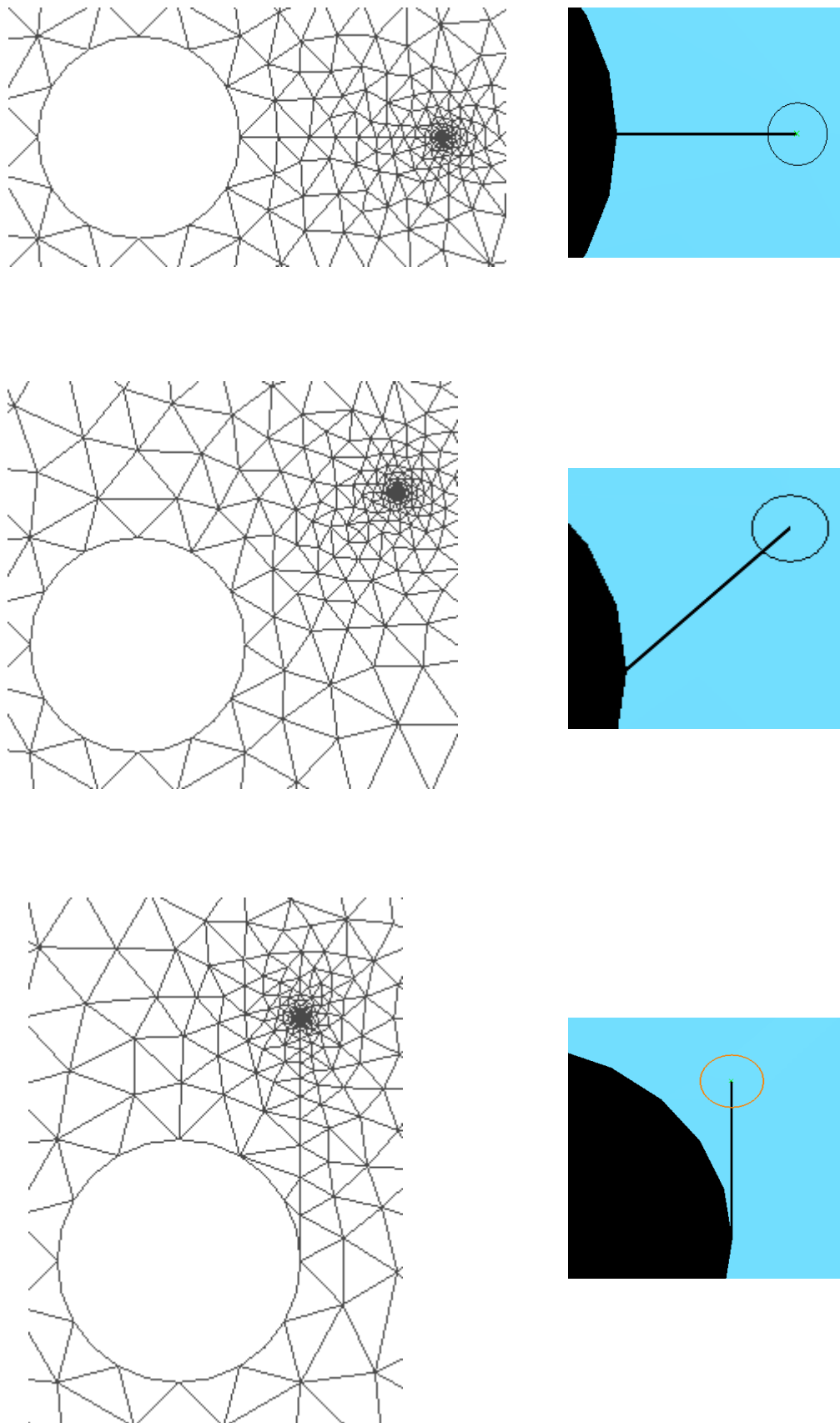


Figure III.19. Orientation des fissures

## CHAPITRE IV

## 4. RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES

## 4.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, on présente et on discute les résultats expérimentaux et numériques des essais réalisés en traction uni-axial pour le CD342 et PFV, ainsi que les résultats expérimentaux en résilience pour le PFV (RT270 et RT 440).

## 4.2. DISCUSSION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Pour pouvoir analyser les résultats, on doit procéder à la détermination des modèles mathématiques à coefficients significatifs issus de la présente expérimentation, en suivant l'organigramme [64] du chapitre II précédent.

## 4.2.1. Essais de traction

Premier essai

Trois éprouvettes sont extraites à partir de chacun des deux matériaux composites. Les éprouvettes utilisées, dans cet essai, sont de deux types, le premier type entaillée avec un trou au centre avec des différents diamètres de 1, 2, et 3 mm, et le deuxième avec une entaille demi-circulaire latérale, avec les mêmes diamètres que ceux indiqués dans le premier type.

Les essais sont réalisés dans le but d'étudier le facteur de concentration de contraintes.

Le tableau IV.1 regroupe les valeurs du facteur de concentration de contraintes calculées en fonction de trois variables d'entrée (la dureté du matériau, l'entaille et le diamètre).

Par l'analyse de régression, les coefficients de régression seront :

$$\beta_0 = 3,1169444; \beta_1 = 0,2791667; \beta_2 = 0,1386111; \beta_3 = 0,0595833; \beta_{12} = 0,0558333; \\ \beta_{13} = 0,0029167; \beta_{23} = 0,02125; \beta_{123} = -0,0020833; \beta_{33} = 0,0120833.$$

L'intervalle de confiance des coefficients ( $|\Delta\beta_i| = S(b_i) \cdot t_{\alpha, f_y}$ ) est égal à 6.68.

Avec :  $\alpha = 0,05$  et  $f_1 = N(m-1) = 24$ , avec  $t(0,05; 24) = 1,711$

Considérant uniquement les coefficients de régression significatifs répondant aux conditions du test de Student [64, 93-94 et 96], le modèle aura la forme :

$$Y(X_i, \beta_i) = 3,1169444 + 0,2791667X_1 + 0,1386111X_2 + 0,0595833 X_3 + 0,0558333 X_1X_2 \\ + 0,02125X_2X_3 \quad (IV-1)$$

N° Exp.	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>3</sub> *	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	$\bar{Y}$
1	-	-	-	+	+	+	-	1/3	2,69	2,65	2,66	2,67
2	+	-	0	-	0	0	0	-2/3	3,17	3,11	3,13	3,14
3	-	+	+	-	-	+	-	1/3	2,92	2,95	2,97	2,95
4	+	+	-	+	-	-	-	1/3	3,50	3,24	3,61	3,45
5	-	-	0	+	0	0	0	-2/3	2,65	2,71	2,69	2,68
6	+	-	+	-	+	-	-	1/3	3,15	3,18	3,23	3,19
7	-	+	-	-	+	-	+	1/3	2,83	2,78	2,75	2,79
8	+	+	0	+	0	0	0	-2/3	3,48	3,56	3,54	3,53
9	-	-	+	+	-	-	+	1/3	2,69	2,77	2,74	2,73
10	+	-	-	-	-	+	+	1/3	3,09	3,07	3,14	3,10
11	-	+	0	-	0	0	0	-2/3	2,86	2,79	2,89	2,85
12	+	+	+	+	+	+	+	1/3	3,62	3,58	3,64	3,61

**Tableau IV.1. Plan d'expériences de type 2<sup>2</sup>.3<sup>1</sup>**

Si on maintient le matériau (X<sub>1</sub>) avec sa valeur moyenne, le modèle mathématique (IV-1) aura la forme :

$$Y(X_i, \beta_i) = 3,1169444 + 0,1386111X_2 + 0,0595833 X_3 + 0,02125X_2X_3 \quad (\text{IV-2})$$

ayant comme surface de réponse celle représentée dans la figure IV.1.

Pour une variation croissante du diamètre d'entaille allant de 1 à 1,5 mm, le facteur de concentration des contraintes (K<sub>t</sub>) croît linéairement. Au-delà de 1,5 mm, il croît non linéairement.

Les valeurs du (K<sub>t</sub>) dans le cas d'une entaille demi-circulaire latérale sont plus importantes que celles dans le cas d'une entaille circulaire centrale.

Si on maintient le type de l'entaille (X<sub>2</sub>) constant avec sa valeur moyenne, le modèle mathématique (IV-3) aura la forme :

$$Y(X_i, \beta_i) = 3,1169444 + 0,2791667X_1 + 0,0595833 X_3 \quad (\text{IV-3})$$

La figure IV.2 montre sa surface de réponse.

Le ( $K_t$ ) croît linéairement pour une variation croissante du diamètre de l'entaille et de la dureté du matériau. Cela nous permet de dire que le diamètre de l'entaille et la dureté du matériau ont une grande influence sur le facteur de concentration de contraintes.

Pour une valeur moyenne et constante du diamètre de l'entaille ( $X_3$ ), le modèle devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 3,1169444 + 0,2791667X_1 + 0,1386111X_2 + 0,0558333 X_1X_2 \quad (\text{IV-4})$$

Il prendra la surface de réponse présentée dans la figure IV.3.

Avec une variation croissante de la dureté du matériau allant de 463 à 609 daN/mm<sup>2</sup>, le facteur de concentration de contraintes croît linéairement dans le cas d'une entaille circulaire centrale, puis il croît non linéairement dans le cas d'une entaille latérale et pour une dureté allant de plus de 609 à 918,4 daN/mm<sup>2</sup>.

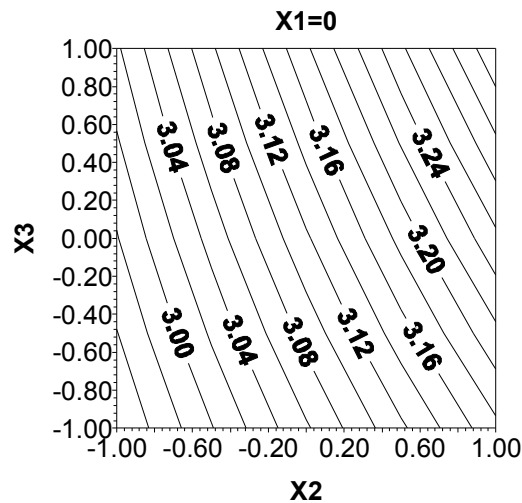


Figure IV.1. Effet du type et du diamètre de l'entaille sur le facteur de concentration de contraintes

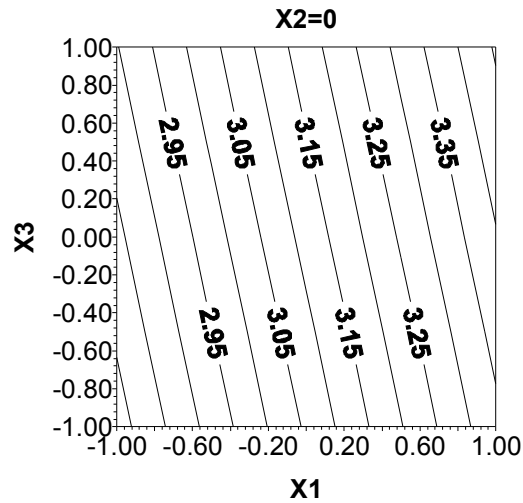


Figure IV.2. Effet du type de matériau et du diamètre d'entaille sur le facteur de concentration de contraintes

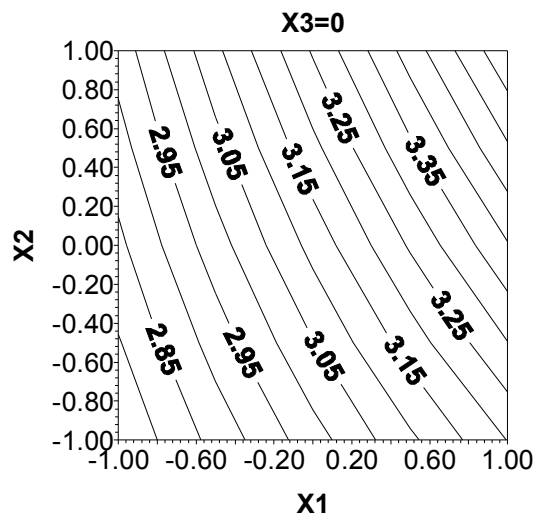


Figure IV.3. Effet du type de matériau et du diamètre de l'entaille sur le facteur de concentration de contraintes

### Deuxième essai

Celui-ci est effectué avec des éprouvettes possédant des pré-fissurations sur les diamètres (1, 2 et 3mm de longueur) perpendiculaires à la charge appliquée. Trois éprouvettes sont aussi testées selon le protocole de la mécanique de la rupture.

Le tableau IV.2 donne les valeurs du facteur d'intensité de contraintes en fonction de la dureté du matériau, de l'entaille, du diamètre et de la longueur de la fissure.

N° exp.	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>4</sub> *	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	$\bar{Y}$
1	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	1/3	174,89	175,9	173,75	174,85
2	+	-	-	0	-	-	0	+	0	0	+	0	0	0	-2/3	191,94	193,77	192,69	192,80
3	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	1/3	4211,8	4213,52	4212,49	4212,60
4	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	1/3	2452,9	2453,92	2452,65	2453,16
5	-	-	+	0	+	-	0	-	0	0	+	0	0	0	-2/3	296,64	296,96	295,86	296,49
6	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	1/3	280,53	281,56	281,22	281,10
7	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	-	1/3	3272,29	3270,93	3271,36	3271,53
8	+	+	+	0	+	+	0	+	0	0	+	0	0	0	-2/3	4262,86	4264,12	4263,81	4263,60
9	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+	1/3	241,83	241,96	243,35	242,38
10	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	1/3	153,56	151,92	151,72	152,40
11	-	+	-	0	-	+	0	-	0	0	+	0	0	0	-2/3	3307,96	3309,32	3309,36	3308,88
12	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	1/3	4271,1	4271,86	4271,72	4271,56
13	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	+	1/3	264,15	264,19	263,42	263,92
14	+	-	+	0	-	+	0	-	0	0	-	0	0	0	-2/3	248,09	247,41	276,42	257,31
15	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	1/3	5210,67	5209,95	5209,86	5210,16
16	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-	1/3	3343,95	3343,93	3345,86	3344,58
17	-	-	-	0	+	+	0	+	0	0	-	0	0	0	-2/3	209,96	208,01	207,29	208,42
18	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	1/3	228,52	228,61	228,97	228,70
19	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	1/3	2423,18	2420,15	2421,11	2421,48
20	+	+	-	0	+	-	0	-	0	0	-	0	0	0	-2/3	3321,15	3321,26	3322,63	3321,68
21	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	1/3	326,95	328,06	327,94	327,65
22	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	1/3	214,91	215,8	214,9	215,20
23	-	+	+	0	-	-	0	+	0	0	-	0	0	0	-2/3	4213,98	4216,94	4215,95	4215,62
24	+	+	+	+	+	+	0	+	+	+	+	+	+	+	1/3	5268,28	5266,92	5266,64	5267,28
																		Σ	48403,34

Tableau IV. 2. Plan d'expériences de type 2<sup>3</sup>.3<sup>1</sup>

Par l'analyse de régression [93-94 et 96], les coefficients de régression seront:

$$\beta_0 = 2008.1, \beta_{44} = 13,06020833, \beta_1 = 3.98, \beta_2 = 1780.03, \beta_3 = 251.06, \beta_4 = 484,02, \beta_{12} = 19.5, \beta_{13} = -0.33, \beta_{14} = 1.4, \beta_{23} = 214.22, \beta_{24} = 449.84, \beta_{34} = 14.85, \beta_{123} = 6.56, \beta_{124} = 0.02, \beta_{134} = -3.12, \beta_{234} = 16.63.$$

L'intervalle de confiance est  $(|\Delta\beta_i| = S(b_i).t_{\alpha, f_y})$  et est égal à 0.70

Avec:  $\alpha=0.05, f_y = N(m-1) = 24$  et  $t(0.05, 24) = 1,68.$

$$S_{reg}^2 = 12.70, S(\beta_i) = 0.42, S_{rés}^2 = 2100953.03, F_{esp} = 165398.42$$

Considérant uniquement les coefficients de régression répondant aux conditions du test de Student [64, 93-94 et 96], le modèle aura la forme:

$$Y(X_i, \beta_i) = 2008.1 + 3.97X_1 + 1780.03X_2 + 251.06X_3 + 484.02X_4 + 19.5X_1X_2 + 1.4X_1X_4 + 214.22X_2X_3 + 449.84X_2X_4 + 14.85X_3X_4 + 6.56X_1X_2X_3 - 3.12X_1X_3X_4 + 16.63X_2X_3X_4 + 13,06X_4^* \quad (IV-5)$$

$$Y(X_i, \beta_i) = 2008.1 + 3.97X_1 + 1780.03X_2 + 251.06X_3 + 484.02X_4 + 19.5X_1X_2 + 1.4X_1X_4 + 214.22X_2X_3 + 449.84X_2X_4 + 14.85X_3X_4 + 6.56X_1X_2X_3 - 3.12X_1X_3X_4 + 16.63X_2X_3X_4 + 13,06(X_4^2 - 2/3). \quad (IV-6)$$

$$Y(X_i, \beta_i) = 1999.39 + 3.97X_1 + 1780.03X_2 + 251.06X_3 + 484.02X_4 + 19.5X_1X_2 + 1.4X_1X_4 + 214.22X_2X_3 + 449.84X_2X_4 + 14.85X_3X_4 + 6.56X_1X_2X_3 - 3.12X_1X_3X_4 + 16.63X_2X_3X_4 + 13,06X_4^2. \quad (IV-7)$$

Si on maintient pour la dureté du matériau ( $X_1$ ) et le type de l'entaille ( $X_2$ ) constantes avec leurs valeurs moyennes, le modèle mathématique (IV-7) aura la forme:

$$Y(X_i, \beta_i) = 1999.39 + 251.06X_3 + 484.02X_4 + 14.85X_3X_4 + 13,06X_4^2. \quad (IV-8)$$

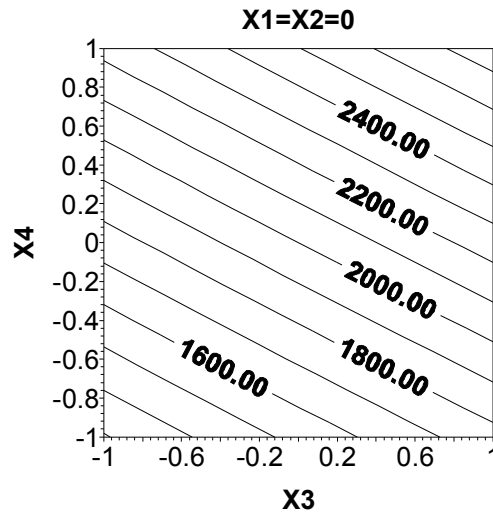
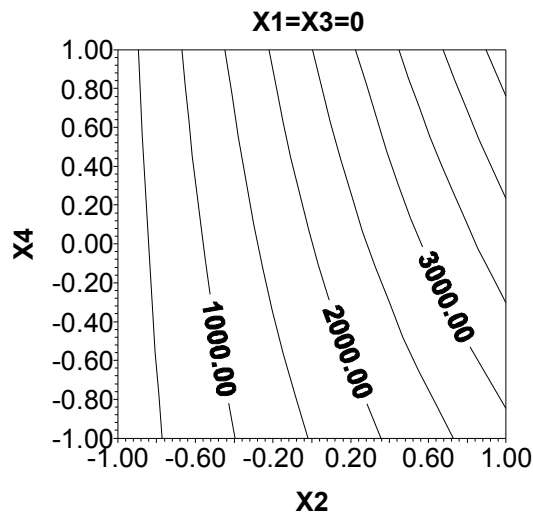


Figure IV.4. Effet du diamètre de l'entaille et de la longueur de la fissure sur le facteur d'intensité de contraintes

La figure IV.4 nous montre que l'augmentation du diamètre de l'entaille avec l'augmentation de la longueur de la fissure engendrent une augmentation du facteur d'intensité de contraintes d'une façon linéaire.

Pour des valeurs moyennes et constantes de la dureté du matériau ( $X_1$ ) et du diamètre de l'entaille ( $X_3$ ), le modèle (IV-7) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 1999.3925 + 1780.03X_2 + 484.02X_4 + 449.84X_2X_4 + 13.06X_4^2 \quad (IV-9)$$

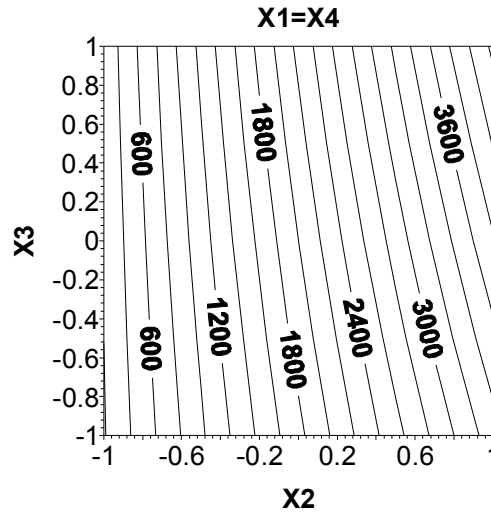


**Figure IV.5. Effet du type de l'entaille et de la longueur de la fissure sur le facteur d'intensité de contraintes**

La représentation graphique de l'équation (IV-9), relatée la figure IV.5, montre une lente croissance linéaire du facteur d'intensité de contraintes en fonction de la croissance de la longueur de la fissure jusqu'à 1.72 mm. A partir de cette valeur, le facteur d'intensité de contraintes décroît non linéairement et faiblement, ce que signifie que le comportement des fissures courtes ne dépend pas beaucoup du type de l'entaille. La figure IV.5 nous montre aussi que le facteur d'intensité de contraintes pour une fissure émanant d'entaille demi-circulaire latérale est plus important que pour la fissure émanant d'entaille circulaire centrale.

Pour des valeurs moyennes et constantes de la dureté du matériau ( $X_1$ ) et de la longueur de la fissure ( $X_4$ ), le modèle (IV-7) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 1999.3925 + 1780.03X_2 + 251.063X_3 + 214.22X_2X_3 \quad (IV-10)$$



**Figure IV.6. Effet du type de l'entaille et de la longueur de la fissure sur le facteur d'intensité de contraintes**

La figure IV.6 montre que le facteur d'intensité de contraintes décroît linéairement et rapidement avec la décroissance du diamètre de l'entaille.

La figure IV.6 montre aussi que le comportement pour les petits diamètres ne dépend pas beaucoup du type de l'entaille, et que ce facteur est plus important dans le cas d'une entaille demi-circulaire latérale que dans celui d'une entaille circulaire centrale.

Pour des valeurs moyennes et constantes du type de l'entaille ( $X_2$ ) et du diamètre de l'entaille ( $X_3$ ), le modèle (IV-7) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 1999.3925 + 3.97X_1 + 484.02X_4 + 1.4X_1X_4 + 13.06X_4^2 \quad (\text{IV-11})$$

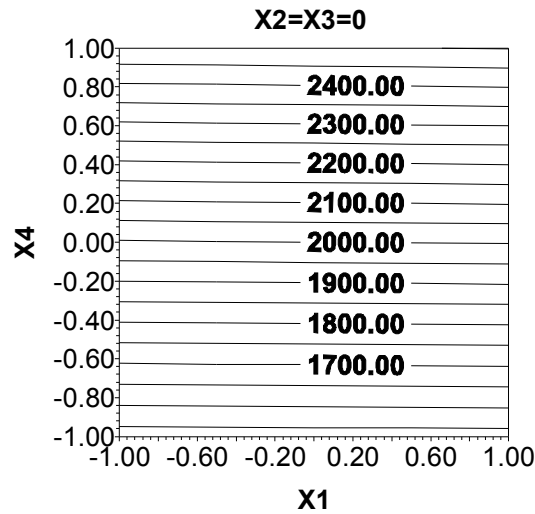
ayant comme surface de réponse celle représentée dans la figure IV.7.

Le facteur d'intensité de contraintes croît linéairement et rapidement avec la croissance de la longueur de la fissure. Sur la base de cette constatation, nous avons conclu que la longueur de la fissure joue un rôle capital sur la variation du facteur d'intensité de contraintes..

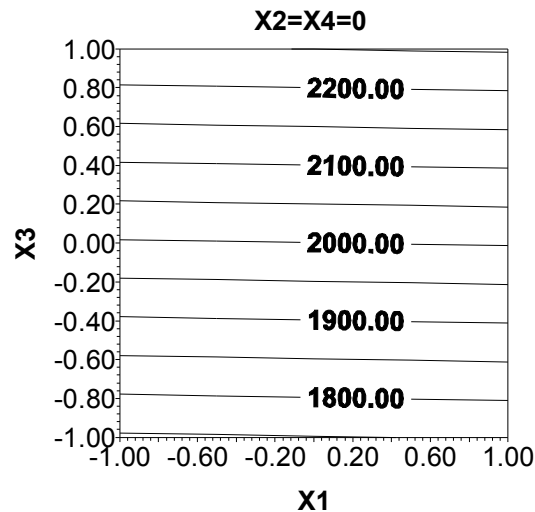
Pour des valeurs moyennes et constantes du type de l'entaille ( $X_2$ ) et de la longueur de la fissure, le modèle (IV-7) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 1999.3925 + 3.97X_1 + 251.063X_3 \quad (\text{IV-12})$$

La figure IV.8 montre sa surface de réponse.



**Figure IV.7. Effet de la dureté du matériau et de la longueur de la fissure sur le facteur d'intensité de contraintes**

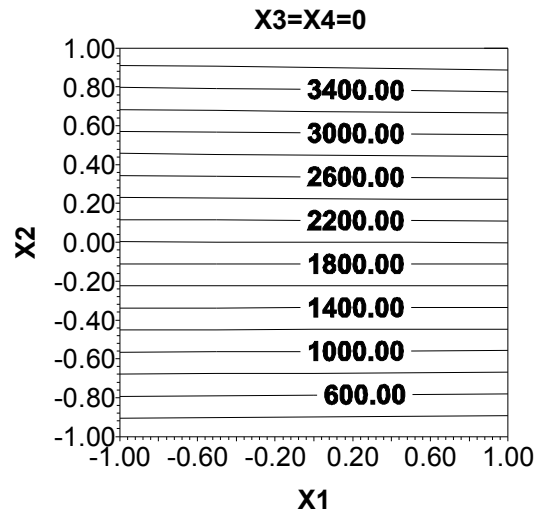


**Figure IV.8. Effet de la dureté du matériau et du diamètre de l'entaille sur le facteur d'intensité de contraintes**

Le graphe IV.8 montre que l'influence de la dureté du matériau est négligeable, au contraire de celle du diamètre de l'entaille, et dès que ce dernier augmente, le facteur d'intensité de contraintes croît linéairement et lentement.

Pour des valeurs moyennes et constantes du diamètre de l'entaille ( $X_3$ ) et de la longueur de la fissure ( $X_4$ ), le modèle (IV-7) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 1999.3925 + 3.97X_1 + 1780.03X_2 + 19.5X_1X_2 \quad (\text{IV-13})$$



**Figure IV.9. Effet de la dureté du matériau et du type de l'entaille sur le facteur d'intensité de contraintes**

Dans la figure IV.9, on constate que l'effet de la dureté du matériau est négligeable sur la variation du facteur d'intensité de contraintes, et que les valeurs du facteur d'intensité de contraintes dans le cas d'une entaille demi-circulaire latérale sont supérieures à celles enregistrées dans le cas d'une entaille circulaire centrale.

### Troisième essai

Le troisième essai est fait avec des éprouvettes préfiessurées ayant des entailles circulaires centrales de 1, 2 et 3 mm de longueur, avec pour chaque longueur un diamètre de 2 et 4 mm, et un angle d'orientation de 0°, 45° et 90°.

Les résultats obtenus sont au tableau IV.3.

Par l'analyse de régression [93-94 et 96], les coefficients de régression seront:

$$\beta_0=169.64875, \beta_{44} = -21.380625, \beta_1 = -10.175, \beta_2 = 28.105, \beta_3 = 2.999166667, \\ \beta_4 = -132.139375, \beta_{12} = -2.435, \beta_{13} = 1.324166667, \beta_{14} = 9.401875, \beta_{23} = -5.995833333, \\ \beta_{24} = -12.975625, \beta_{34} = -23.485625, \beta_{123} = 0.319166667, \beta_{124} = 0.850625, \beta_{134} = 2.088125, \\ \beta_{234} = -7.294375$$

L'intervalle de confiance est  $(|\Delta\beta_i| = S(b_i).t_{\alpha, f_y})$  et est égal à 0.70 Avec:  $\alpha=0.05$  et  $f_y = N(m-1) = 24$ ;  $t(0.05, 24) = 1,68$ ;  $S^2_{rés} = 11549004059$ ;  $F_{exp} = 11956728501$ .

Considérant uniquement les coefficients de régression significatifs répondant aux conditions du test de Student [64, 93-94 et 96], le modèle aura la forme:

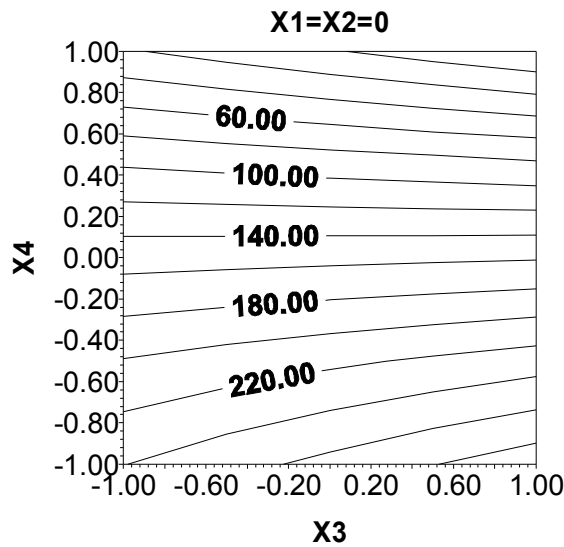
$$\begin{aligned}
 Y(X_i, \beta_i) = & 155,215 - 10.175X_1 + 28.105X_2 + 2.999166667X_3 - 132.139375X_4 - 2.435X_1X_2 \\
 & + 1.324166667X_1X_3 + 9.401875X_1X_4 - 5.995833333X_2X_3 - 12.975625X_2X_4 \\
 & - 23.485625X_3X_4 + 0.319166667X_1X_2X_3 + 0.850625X_1X_2X_4 + 2.088125X_1X_3X_4 \\
 & - 7.294375X_2X_3X_4 - 21.380625X_4^2.
 \end{aligned}
 \tag{IV-14}$$

N° exp.	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>4</sub> *	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Ȳ
1	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	1/3	228,15	227,48	228,22	227,95
2	+	-	-	0	-	-	0	+	0	0	+	0	0	0	-2/3	127,14	124,42	125,12	125,56
3	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	1/3	62,37	64,89	63,99	63,75
4	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	1/3	264,96	268,86	268,83	267,55
5	-	-	+	0	+	-	0	-	0	0	+	0	0	0	-2/3	139,69	139,76	139,95	139,80
6	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	1/3	0,06	0,02	0,01	0,03
7	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	-	1/3	381,36	378,12	378,42	379,30
8	+	+	+	0	+	+	0	+	0	0	+	0	0	0	-2/3	184,33	185,18	183,12	184,21
9	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+	1/3	6,36	5,66	6,85	6,29
10	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	1/3	196,56	196,75	196,67	196,66
11	-	+	-	0	-	+	0	-	0	0	+	0	0	0	-2/3	232,96	232,23	232,43	232,54
12	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	1/3	52,75	50,96	53,55	52,42
13	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	+	1/3	289,11	289,53	289,05	289,23
14	+	-	+	0	-	+	0	-	0	0	-	0	0	0	-2/3	136,82	136,05	136,24	136,37
15	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	1/3	0,07	0,02	0,03	0,04
16	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-	1/3	324,02	324,59	324,47	324,36
17	-	-	-	0	+	+	0	+	0	0	-	0	0	0	-2/3	147,22	146,44	146,98	146,88
18	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	1/3	7,02	6,45	5,82	6,43
19	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	1/3	304,58	308,25	305,05	305,96
20	+	+	-	0	+	-	0	-	0	0	-	0	0	0	-2/3	196,52	196,71	197,05	196,76
21	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	1/3	0,07	0,01	0,01	0,03
22	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	-2/3	250,56	252,96	253,23	252,25
23	-	+	+	0	-	-	0	+	0	0	-	0	0	0	1/3	196,05	194,68	194,48	195,07
24	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1/3	0,09	0,01	0,02	0,04
																		Σ	3729,48

Tableau IV.3. Plan d'expériences de type 2<sup>3</sup>.3<sup>1</sup>

Si on maintient le matériau (X<sub>1</sub>) et le diamètre de l'entaille (X<sub>2</sub>) constants avec leurs valeurs moyennes, le modèle mathématique (IV-14) aura la forme:

$$Y(X_i, \beta_i) = 155.215 + 2.999166667X_3 - 132.139375X_4 - 23.485625X_3X_4 - 21.380625X_4^2 \quad (\text{IV-15})$$



**Figure IV.10. Effet de la longueur de la fissure et de l'angle d'attaque sur le facteur d'intensité de contraintes**

La figure IV.10 nous montre que le facteur d'intensité de contraintes décroît linéairement et lentement avec la décroissance de la longueur de la fissure de 3 mm à 1.24 mm, ainsi qu'avec l'augmentation de l'angle d'attaque de 0° jusqu'à 17.1°.

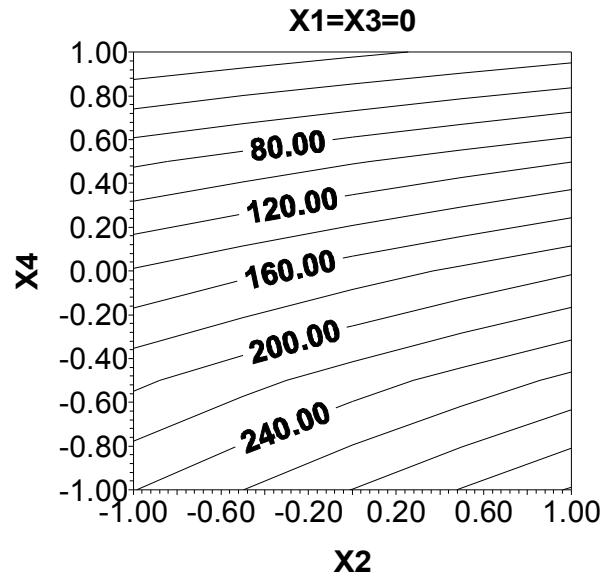
A partir de 17.1° jusqu'à 67.5°, le facteur d'intensité de contraintes décroît non linéairement et lentement avec la décroissance de la longueur de la fissure de 1.24 mm à 1 mm.

Dès 67.5° et jusqu'à 88.65°, le facteur d'intensité de contraintes décroît linéairement et rapidement quand la longueur de la fissure devient très courte.

Le facteur d'intensité de contraintes décroît linéairement et rapidement avec la décroissance de la longueur de la fissure, et de l'augmentation de l'angle d'attaque de 88.65° à 90°.

Pour des valeurs moyennes et constantes du matériau ( $X_1$ ) et de la longueur de la fissure ( $X_3$ ), le modèle (IV-14) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 155.215 + 28.105X_2 - 132.139375X_4 - 12.975625X_2X_4 - 21.380625X_4^2 \quad (\text{IV-16})$$



**Figure IV.11. Effet du diamètre de l'entaille et de l'angle d'attaque sur le facteur d'intensité de contraintes**

Le facteur d'intensité de contraintes décroît linéairement et lentement avec la décroissance du diamètre de l'entaille de 4mm à 2.52 mm et de la croissance de l'angle d'attaque de 0° à 25.2°; et non linéairement avec la décroissance du diamètre de l'entaille entre 2.52 mm et 2 mm et de l'angle d'attaque entre 25.2° et 28.8. A partir de l'angle 28.8° jusqu'à 45°, le facteur d'intensité de contraintes décroît non linéairement avec la croissance du diamètre de l'entaille, et il décroît linéairement et rapidement avec la croissance de l'angle d'attaque entre 45° et 90°.

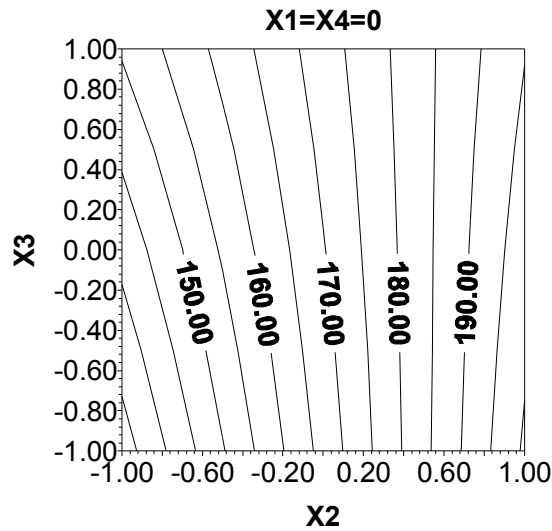
Pour des valeurs moyennes et constantes du matériau ( $X_1$ ) et de l'orientation de la fissure ( $X_4$ ), le modèle (IV-14) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 155.215 + 28.105X_2 + 2.999166667X_3 - 5.995833333X_2X_3 \quad (\text{IV-17})$$

La figure IV.12 montre que le facteur d'intensité de contraintes croît linéairement avec la croissance du diamètre de 2mm à 2,36mm, et de l'augmentation de la longueur de la fissure de 1mm à 2.4mm, et non linéairement avec la croissance du diamètre (de 2.36mm à 3.4mm) et de la longueur de la fissure (de 2.4mm à 3mm).

Avec la variation du diamètre entre 3.4 mm à 3.84 mm, et une longueur très courte de la fissure, le facteur d'intensité de contraintes croît linéairement avec la longueur jusqu'à

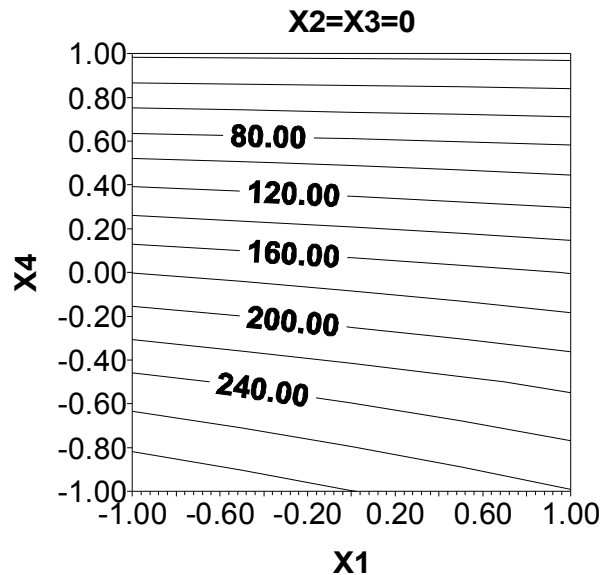
3.84mm; et non linéairement avec la croissance de la longueur de la fissure, à partir de 3.84 mm jusqu'à 4mm.



**Figure IV.12. Effet du diamètre de l'entaille et de la longueur de la fissure sur le facteur d'intensité de contraintes**

Pour des valeurs moyennes et constantes du diamètre de l'entaille ( $X_2$ ) et de la longueur de la fissure ( $X_3$ ), respectivement  $X_2 = 3\text{mm}$  et  $X_3 = 2\text{mm}$ , le modèle (IV-14) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 155.215 - 10.175X_1 - 132.139375X_4 + 9.401875X_1X_4 - 21.380625X_4^2 \quad (\text{IV-18})$$

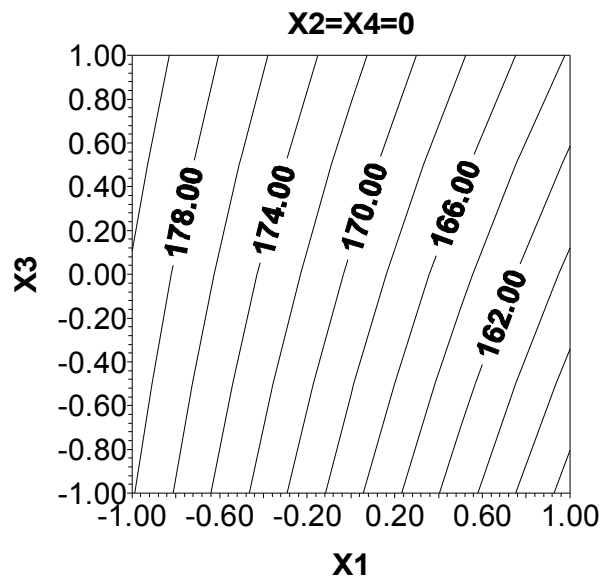


**Figure IV.13. Effet de l'angle d'attaque et de la dureté des matériaux sur le facteur d'intensité d contraintes**

Avec une augmentation de l'angle d'attaque entre  $0^\circ$  et  $57.6^\circ$ , le facteur d'intensité de contraintes décroît linéairement avec la croissance de la dureté des matériaux. A partir de  $57.6^\circ$  il décroît linéairement et rapidement sans aucune influence de la dureté.

Si le diamètre de l'entaille et l'orientation de la fissure sont maintenus constantes avec leurs valeurs moyennes, le modèle (IV-14) prend la forme:

$$Y(X_i, \beta_i) = 155.215 - 10.175X_1 + 2.999166667X_3 + 1.324166667X_1X_3 \quad (\text{IV-19})$$

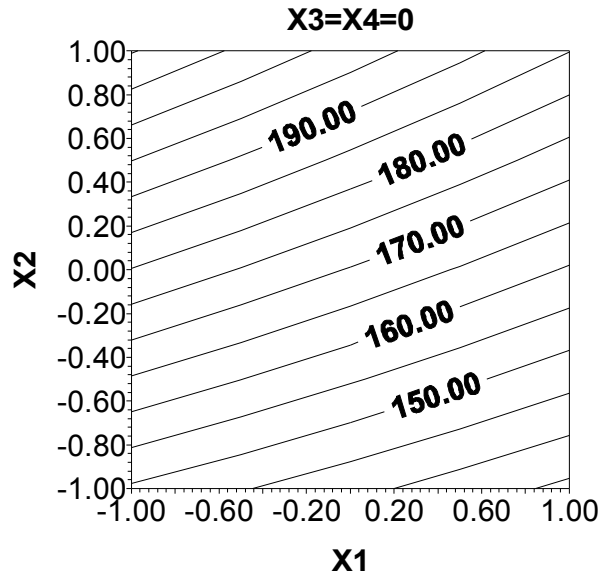


**Figure IV.14. Effet de la longueur de la fissure et de la dureté des matériaux sur le facteur d'intensité de contraintes**

Le facteur d'intensité de contraintes croît linéairement avec la croissance de la longueur de la fissure de 1mm jusqu'à 2.6mm et la décroissance de la dureté de  $918.4 \text{ daN/mm}^2$  à  $781.78 \text{ daN/mm}^2$ . A partir de cette valeur, il croît non linéairement et lentement avec la croissance de la longueur de la fissure de 2.6mm à 3mm, et la décroissance de la dureté de  $781.78 \text{ daN/mm}^2$  à  $463 \text{ daN/mm}^2$ .

Si on maintient la longueur de la fissure ( $X_3$ ) et l'orientation de la fissure ( $X_4$ ) constantes avec leurs valeurs moyennes, le modèle mathématique (IV-14) aura la forme:

$$Y(X_i, \beta_i) = 155.215 - 10.175X_1 + 28.105X_2 - 2.435X_1X_2 \quad (\text{IV-20})$$



**Figure IV.15. Effet du diamètre de l'entaille et de la dureté des matériaux sur le facteur d'intensité de contraintes**

Le facteur d'intensité de contraintes croît linéairement et lentement avec la décroissance de la dureté de  $918.4 \text{ daN/mm}^2$  à  $590.5 \text{ daN/mm}^2$ , et la croissance du diamètre entre  $2 \text{ mm}$  et  $2.44 \text{ mm}$ . Dès  $2.44 \text{ mm}$  il croît linéairement avec la décroissance de la dureté de  $590.5 \text{ daN/mm}^2$  à  $463 \text{ daN/mm}^2$ .

#### 4.2.2. Essai de Charpy

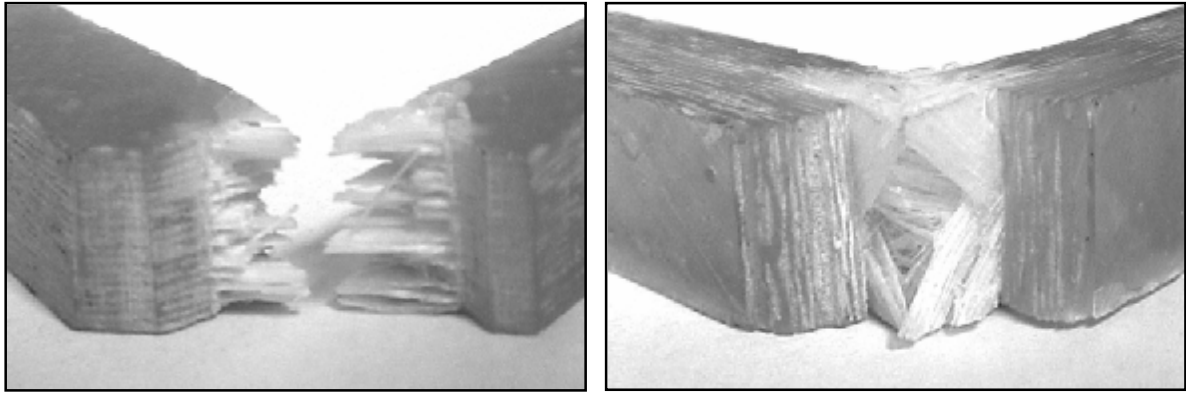
Pour l'essai de Charpy trois éprouvettes sont également testées pour chaque type de matériau composite.

La figure IV.16 montre qu'il y a une rupture complète de ces éprouvettes, quelle que soit l'orientation de l'entaille.

La figure IV.16.a présente l'éprouvette entaillée latéralement après un essai d'impact. La rupture s'est produite principalement le long du ligament de l'éprouvette.

La figure IV.16.b montre l'entaille frontale après l'endommagement. Dans ce cas, la rupture ne s'est pas produite le long du ligament et on observe un processus de délamination qui n'affecte qu'un des côtés de l'éprouvette seulement.

Le tableau IV.4 donne les valeurs de l'énergie de résilience.



a

b

**Figure IV.16. Eprouvette de Charpy après l'endommagement.**

Par l'analyse de régression, on calcule les coefficients de régression

$$\beta_0 = 0.131, \beta_1 = -0.0228, \beta_2 = 0.003, \beta_3 = -0.0212, \beta_4 = 0.0435, \beta_{12} = 0.00236, \beta_{13} = 0.00416, \\ \beta_{14} = -0.0155, \beta_{23} = -0.00264, \beta_{24} = -0.00346, \beta_{34} = -0.00484, \beta_{123} = 0.00188, \beta_{124} = 0.00189, \\ \beta_{134} = 0.00311, \beta_{234} = -0.00332, \beta_{1234} = 0.00433, \beta_{44} = 0.0175$$

$$\text{Variance de reproductibilité: } S^2_{\text{rep}} = 2.1635\text{E-}04, S^2(b_i) = 30.05\text{E-}07, S(b_i) = 17.33\text{E-}04$$

L'intervalle de confiance des coefficients ( $|\Delta\beta_i| = S(b_i) \cdot t_{\alpha, f_y}$ ) pour  $\alpha=0.05$  et  $f_y = N(m-1) = 48$  est égal à  $29.12\text{E-}04$ , avec:  $t(0.05, 24) = 1.68$

Considérant uniquement les coefficients de régression significatifs répondant aux conditions du test de Student [64, 93-94 et 96], le modèle aura la forme:

$$Y(X_i, \beta_i) = 0.131 - 0.0228X_1 + 0.00301X_2 - 0.0212X_3 + 0.0435X_4 + 0.00416X_1X_3 - 0.0155X_1X_4 \\ - 0.00346X_2X_4 - 0.00484X_3X_4 + 0.00311X_1X_3X_4 - 0.00332X_2X_3X_4 \\ + 0.00433X_1X_2X_3X_4 + 0.0175X_4^* \quad (\text{IV-21})$$

Par conversion, le modèle aura la forme:

$$Y(X_i, \beta_i) = 0.119 - 0.0228X_1 + 0.00301X_2 - 0.0212X_3 + 0.0435X_4 + 0.00416X_1X_3 \\ - 0.0155X_1X_4 - 0.00346X_2X_4 - 0.00484X_3X_4 + 0.00311X_1X_3X_4 - 0.00332X_2X_3X_4 \\ + 0.00433X_1X_2X_3X_4 + 0.0175X_4^2 \quad (\text{IV-22})$$

La valeur expérimentale du critère de Fischer est  $F_{exp} = 1,575$  et le modèle (IV-22) décrit donc le phénomène d'une manière adéquate.

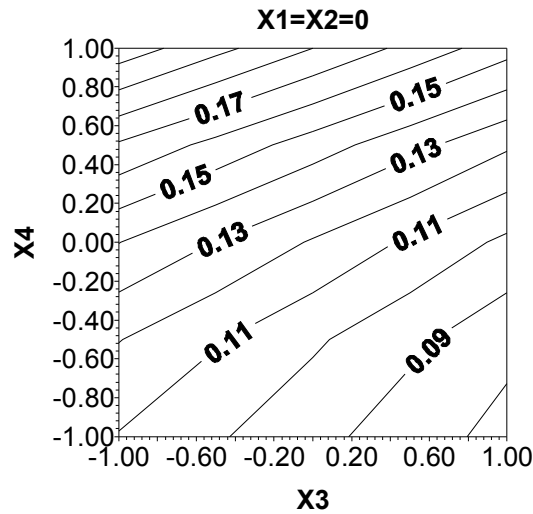
N° exp.	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>3</sub>	X <sub>2</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>	X <sub>4</sub> *	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	$\bar{Y}$
1	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	-	+	1/3	0,125	0,1205	0,1525	0,1350	
2	+	-	-	0	-	-	0	+	0	0	+	0	0	0	-2/3	0,1198	0,1289	0,1374	0,1284	
3	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	+	1/3	0,2802	0,2604	0,2943	0,2783	
4	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	1/3	0,109	0,1102	0,1423	0,1205	
5	-	-	+	0	+	-	0	-	0	0	+	0	0	0	-2/3	0,106	0,1204	0,13	0,1188	
6	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	1/3	0,11	0,123	0,1393	0,1241	
7	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	-	1/3	0,0987	0,0958	0,1169	0,1038	
8	+	+	+	0	+	+	0	+	0	0	+	0	0	0	-2/3	0,1184	0,1008	0,115	0,1114	
9	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+	1/3	0,2656	0,2507	0,2805	0,2656	
10	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	1/3	0,082	0,107	0,1104	0,0998	
11	-	+	-	0	-	+	0	-	0	0	+	0	0	0	-2/3	0,1756	0,152	0,1905	0,1727	
12	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	1/3	0,1809	0,1901	0,157	0,1760	
13	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	+	1/3	0,105	0,0742	0,1025	0,0939	
14	+	-	+	0	-	+	0	-	0	0	-	0	0	0	-2/3	0,086	0,099	0,1159	0,1003	
15	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	1/3	0,196	0,1845	0,1556	0,1787	
16	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-	1/3	0,0764	0,101	0,0662	0,0812	
17	-	-	-	0	+	+	0	+	0	0	-	0	0	0	-2/3	0,1565	0,1502	0,167	0,1579	
18	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	1/3	0,1688	0,1502	0,1778	0,1656	
19	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	1/3	0,1591	0,1298	0,1266	0,1385	
20	+	+	-	0	+	-	0	-	0	0	-	0	0	0	-2/3	0,125	0,1337	0,1436	0,1341	
21	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	1/3	0,2148	0,2109	0,2367	0,2208	
22	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	1/3	0,069	0,062	0,0844	0,0718	
23	-	+	+	0	-	-	0	+	0	0	-	0	0	0	-2/3	0,129	0,1337	0,1207	0,1278	
24	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1/3	0,1432	0,1202	0,1305	0,1313	
																			Σ	0,1432

Tableau IV.4. Plan d'expériences de type 2<sup>3</sup>.3<sup>1</sup>

Si on maintient le matériau (X<sub>1</sub>) et l'orientation de l'entaille (X<sub>2</sub>) constants avec leurs valeurs moyennes, le modèle mathématique (IV-22) aura la forme:

$$Y(X_i, \beta_i) = 0.119 - 0.0212X_3 + 0.0435X_4 - 0.00484X_3X_4 + 0.0175X_4^2 \tag{IV-23}$$

la figure IV.16 représentant sa surface de réponse.



**Figure IV.17. Effet de la longueur de la fissure et de la température sur l'énergie de résilience**

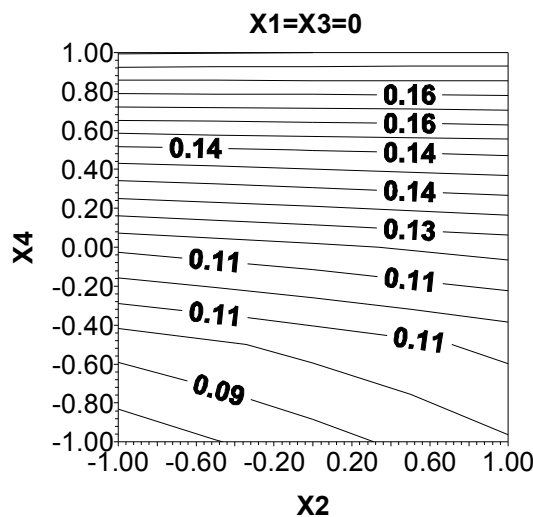
Pour une variation croissante de la longueur de la fissure, l'énergie de résilience décroît linéairement pour une température allant de 30° a -6°c et non linéairement et lentement pour une variation de la température allant de -6° à -30°C.

Pour des valeurs moyennes et constantes du matériau ( $X_1$ ) et de la longueur de la fissure ( $X_3$ ), le modèle (IV-22) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 0.119 + 0.00301X_2 + 0.0435X_4 - 0.00346X_2X_4 + 0.0175X_4^2 \tag{IV-24}$$

et aura comme surface de réponse celle représentée dans la figure IV.17

L'énergie de résilience est importante pour le cas d'une entaille sur le côté latéral.



**Figure IV.18. Effet de l'orientation de l'entaille et de la température sur l'énergie de résilience**

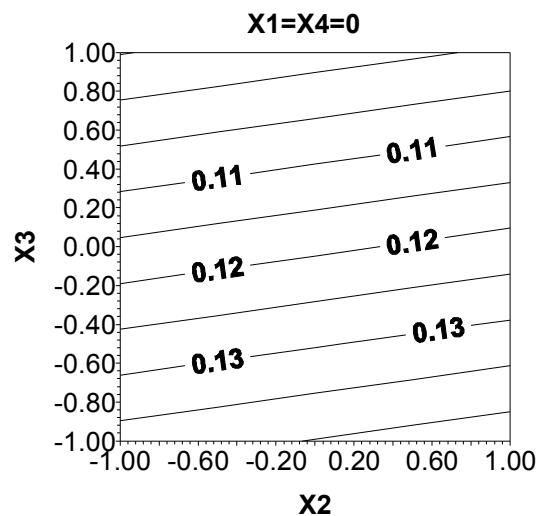
Pour une variation de la température allant de  $+30^{\circ}$  à  $0^{\circ}$ , l'énergie de résilience de résilience décroît linéairement et rapidement sous un effet négligeable de l'orientation de l'entaille. L'énergie de résilience décroît non linéairement et lentement avec la décroissance de la température pour une entaille se trouvant sur le côté frontal.

Pour des valeurs moyennes et constantes du matériau ( $X_1$ ) et de la température ( $X_4$ ), le modèle (IV-22) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 0.119 + 0.00301X_2 - 0.0212X_3 \quad (\text{IV-25})$$

Il aura comme surface de réponse celle représentée dans la figure IV.19

A partir du graphe (figure IV.19), on constate que l'énergie de résilience croît linéairement avec la décroissance de la longueur de la fissure et qu'elle est plus importante dans le cas d'une entaille latérale que dans celui d'une frontale.

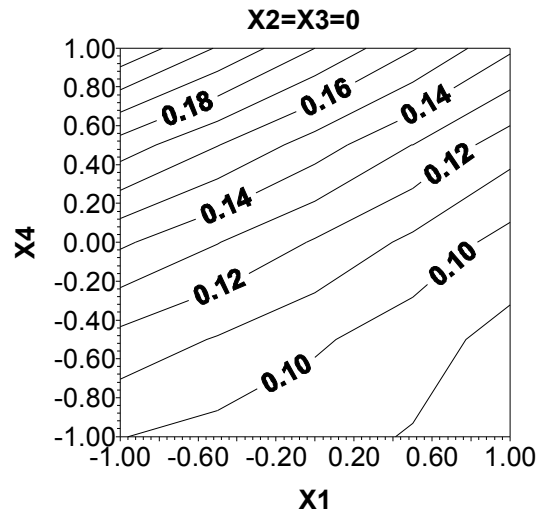


**Figure IV.19. Effet de l'orientation de l'entaille et de la longueur de la fissure sur l'énergie de résilience**

Pour des valeurs moyennes et constantes de l'orientation de l'entaille ( $X_2$ ) et de la longueur de la fissure ( $X_3$ ), respectivement  $X_2 = 22.5^{\circ}\text{C}$  et  $X_3 = 2\text{mm}$ , le modèle (IV-22) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 0.119 - 0.0228X_1 + 0.0435X_4 - 0.0155X_1X_4 + 0.0175X_4^2 \quad (\text{IV-26})$$

La figure IV.20 montre sa surface de réponse:



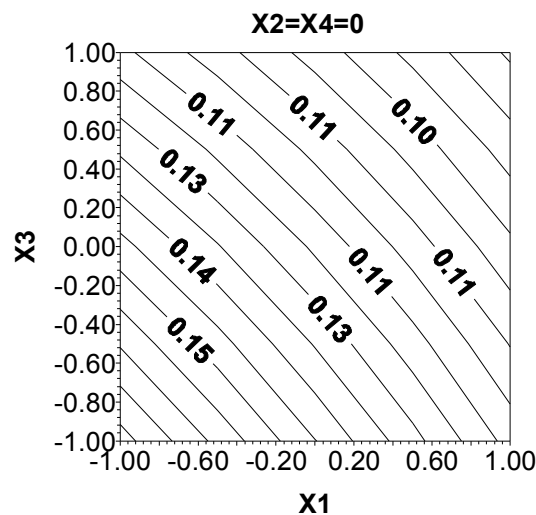
**Figure IV.20. Effet de l'orientation des fibres et de la température sur l'énergie de résilience**

La variation croissante de l'orientation des fibres du matériau engendre une décroissance non linéaire et rapide de l'énergie de résilience avec une variation de la température de 30° à -12°C.

L'énergie de résilience croît non linéairement et lentement pour une variation décroissante de la température allant de -12 à -30°C.

Si l'orientation de l'entaille et la température sont maintenues constantes avec leurs valeurs moyennes, le modèle (IV-22) prend la forme:

$$Y(X_i, \beta_i) = 0.119 - 0.0228X_1 - 0.0212X_3 + 0.00416X_1X_3 \quad (\text{IV-27})$$



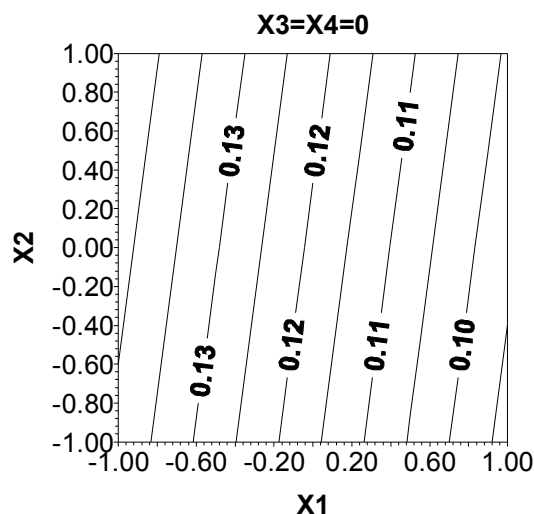
**Figure IV.21. Effet de l'orientation des fibres et de la longueur de la fissure sur l'énergie de résilience**

A partir de sa surface de réponse (figure.IV.21), il est à constater que l'énergie de résilience décroît linéairement quand l'orientation des fibres du matériau et de la longueur de la fissure augmentent simultanément, respectivement de 0 à 22.5° et de 1 à 2.1mm. Dépassant ces valeurs, il décroît non linéairement.

Si cette fois on maintient la longueur de la fissure ( $X_3$ ) et la température ( $X_4$ ) avec leurs valeurs moyennes et constantes, le modèle (IV-22) devient:

$$Y(X_i, \beta_i) = 0.119 - 0.0228X_1 + 0.00301X_2 \quad (\text{IV-28})$$

Il prendra la surface de réponse présentée dans la figure IV.22 qui montre par ailleurs que l'énergie de résilience croît linéairement avec l'augmentation simultanée de l'orientation des fibres du matériau et de l'orientation de l'entaille.



**Figure IV.22. Effet de l'orientation des fibres et de l'orientation de l'entaille sur l'énergie de résilience**

### 4.3. RESULTATS NUMERIQUES

Les résultats ont été obtenus par le code de calcul ABAQUS.

#### 4.3.1. Premier essai

Par l'utilisation du code de calcul « ABAQUS 6.5 », nous avons procédé à la modélisation du facteur de concentration de contraintes ( $K_t$ ) de deux différents matériaux PFV et le CD342, contenant une fois une entaille circulaire centrale et autre fois une entaille demi-circulaire latérale (chapitre III).

### 4.3.1.1. Résultats et discussion

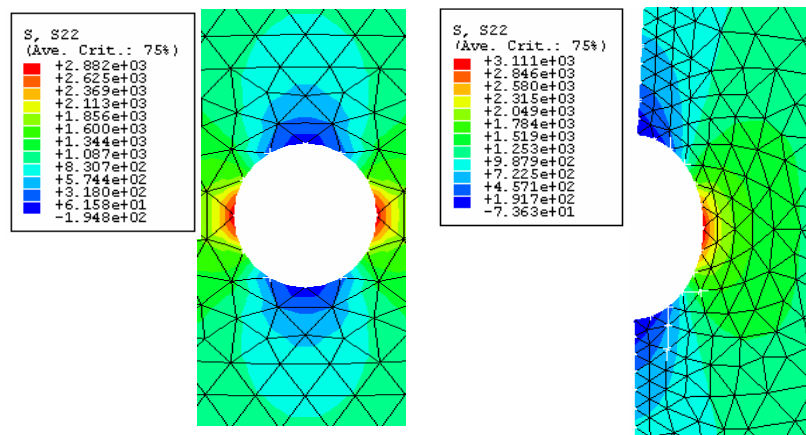
#### a. Distribution des contraintes normales au voisinage de l'entaille

La figure IV.23 représente les niveaux de contraintes dans les deux cas (entaille circulaire centrale et demi-circulaire latérale).

La figure IV.23.a représente la concentration des contraintes au voisinage du fond des entailles.

La figure IV.23.b montre la variation des contraintes normales sur une ligne horizontale perpendiculaire à l'axe du chargement démarrante du fond de l'entaille jusqu'à la limite extérieure de la plaque.

On dit que les distributions dépendent de la charge appliquée  $F$  et la largeur de la plaque  $w$ . Comme on peut dire aussi que si le matériau est ductile, il y a création d'une zone plastique au voisinage du fond d'entaille lorsque la contrainte dépasse la limite élastique du matériau ; cette plastification peut éventuellement retarder l'amorçage de la fissure.



a. Entaille circulaire centrale

b. Entaille demi-circulaire latérale

Figure IV.23. Représentant les niveaux de contraintes

#### b. Variation numérique du facteur de concentration de contraintes

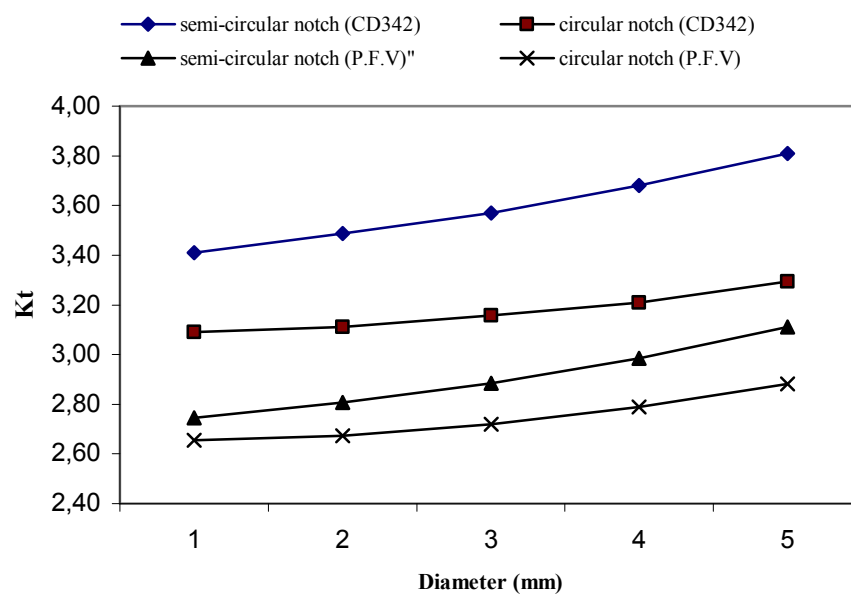
La figure IV.24 représente la variation du facteur de concentration de contraintes ( $K_t$ ) en fonction des diamètres des entailles circulaire et demi-circulaires latérales, dans les deux matériaux.

Pour le premier matériau (P.F.V), on constate que lorsque le diamètre de l'entaille varie entre 1 et 5 mm, la variation du facteur de concentration de contraintes est comprise, entre

2,65 et 2,88 pour les entailles circulaires, et entre 2,74 et 3,11 pour les entailles demi-circulaires.

Concernant le deuxième matériau (CD342), la variation du facteur de concentration de contraintes est comprise entre 3,09 et 3,29 pour les entailles circulaires, et entre 3,41 et 3,81 pour les entailles demi-circulaires lorsque le diamètre de l'entaille varie entre 1 et 5 mm.

Le facteur de concentration de contraintes pour le CD342 est supérieur à celui du PFV, et il est inférieur pour les entailles circulaires centrales par rapport à celui des entailles demi-circulaires latérales.



**Figure IV.24. Variation du facteur de concentration de contraintes en fonction du diamètre de l'entaille**

### 4.3.2. Deuxième essai

#### 4.3.2.1. Résultats et discussion

##### a. Distribution des contraintes normales au voisinage de l'entaille

La figure IV.25 représente les structures déformées ainsi que les niveaux de contraintes au voisinage du fond de fissure pour les deux types d'entailles avec une fissure perpendiculaire au plan de chargement (contraintes planes).

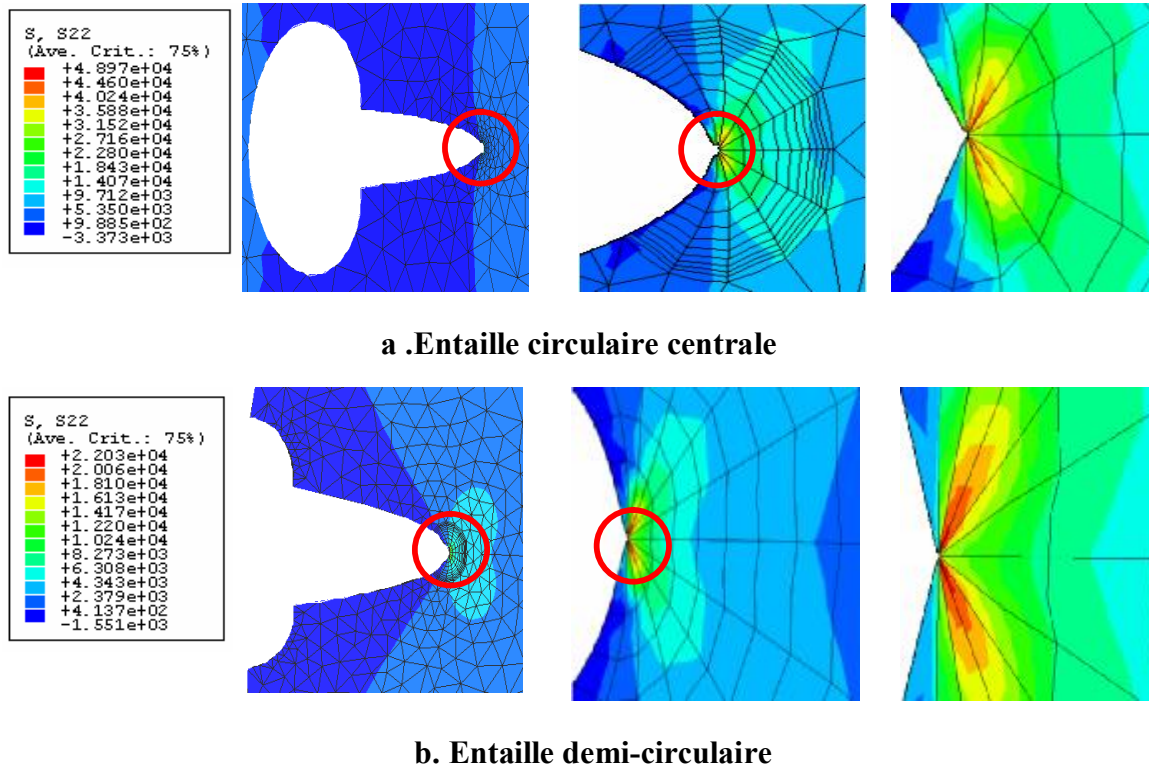


Figure IV.25. Représentant les niveaux de contraintes

### b. Variation numérique du facteur d'intensité de contraintes

La figure IV.26 représente l'évolution du facteur d'intensité de contraintes en fonction de la longueur de la propagation de la fissure et du diamètre de l'entaille pour les deux matériaux; les distributions obtenues sont normalisées successivement avec la charge appliquée et la largeur  $w$  de la plaque.

A partir de cette figure, on enregistre que le facteur d'intensité de contraintes augmente avec l'augmentation de la longueur de la fissure et du diamètre de l'entaille ; on constate aussi que ce facteur est plus important pour le matériau P.F.V que pour le matériau CD342.

A partir de la figure IV.27 représentant la variation du facteur d'intensité de contraintes dans les deux entailles en fonction de la propagation de la fissure et du diamètre, on peut noter que ce facteur augmente toujours avec l'augmentation de la longueur de propagation de la fissure et du diamètre de l'entaille. Pour les faibles longueurs de fissures, les facteurs d'intensité de contraintes pour les deux entailles sont proches, ce qui signifie que le comportement des fissures courtes et des petits diamètres ne dépend pas beaucoup du type de l'entaille; au contraire, lorsque la longueur de la fissure et le diamètre de l'entaille augmentent, le facteur d'intensité de contraintes pour l'entaille demi-circulaire latérale est beaucoup plus important par rapport de celui d'une entaille circulaire centrale et la différence augmente au fur et à mesure que la longueur de la fissure et le diamètre de l'entaille augmentent.

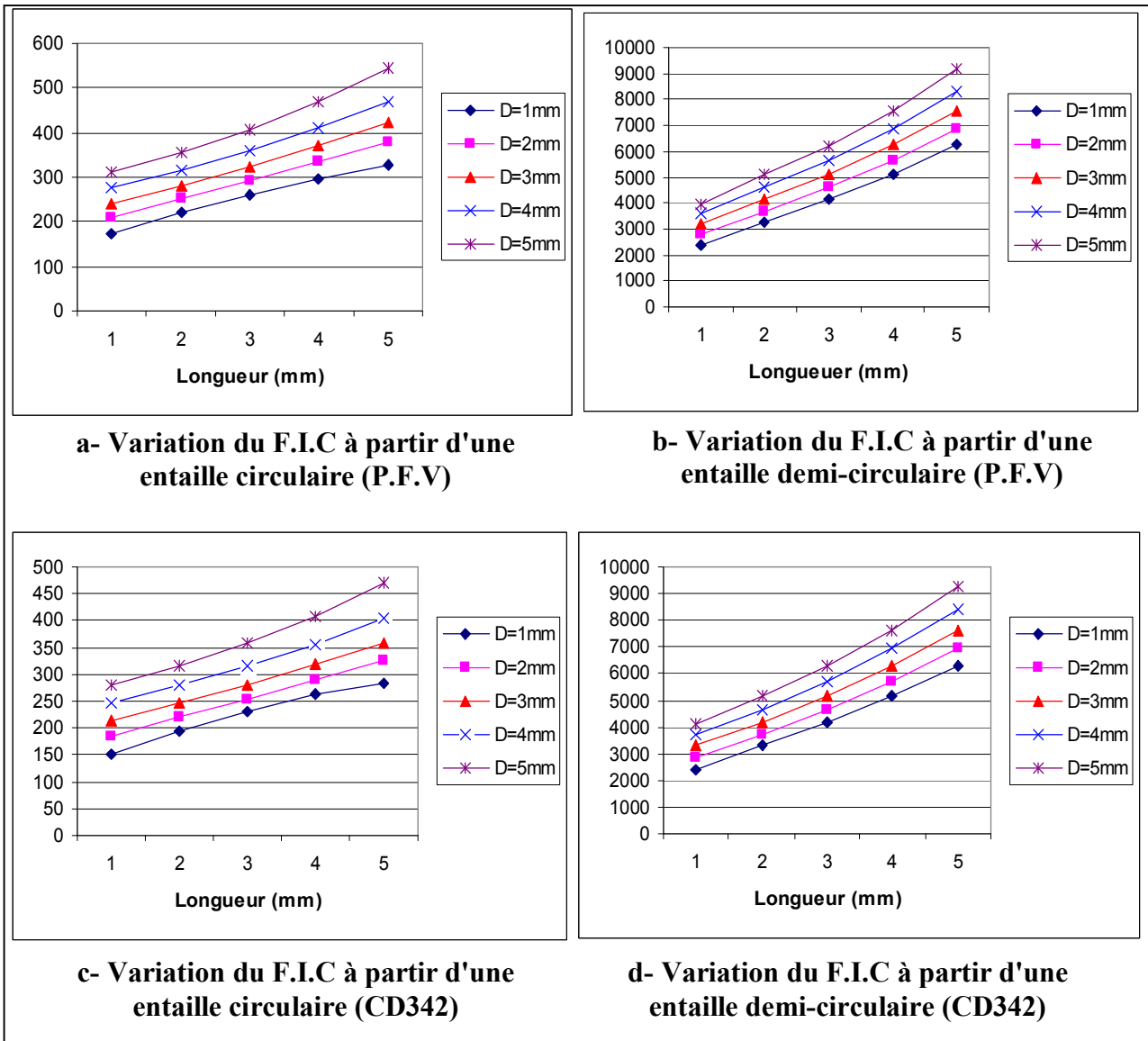


Figure IV.26. Variation du facteur d'intensité de contraintes dans les deux matériaux

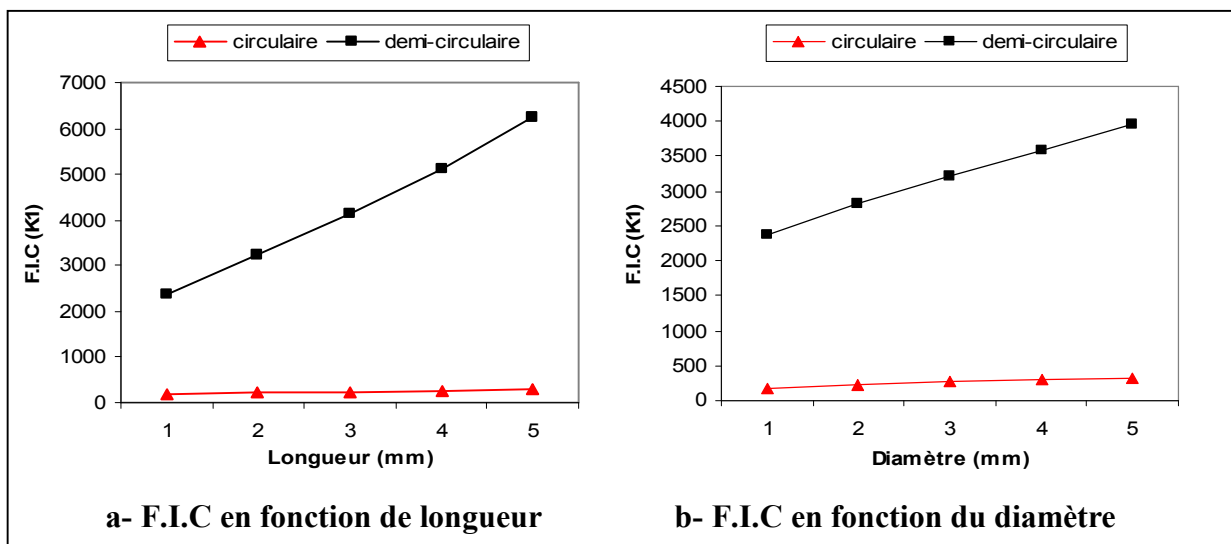
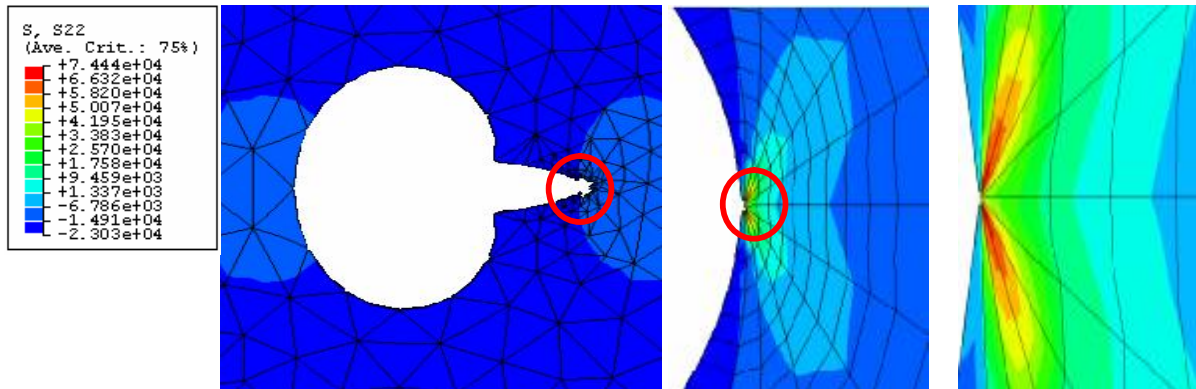


Figure IV.27. Variation du facteur d'intensité de contraintes dans les deux entailles

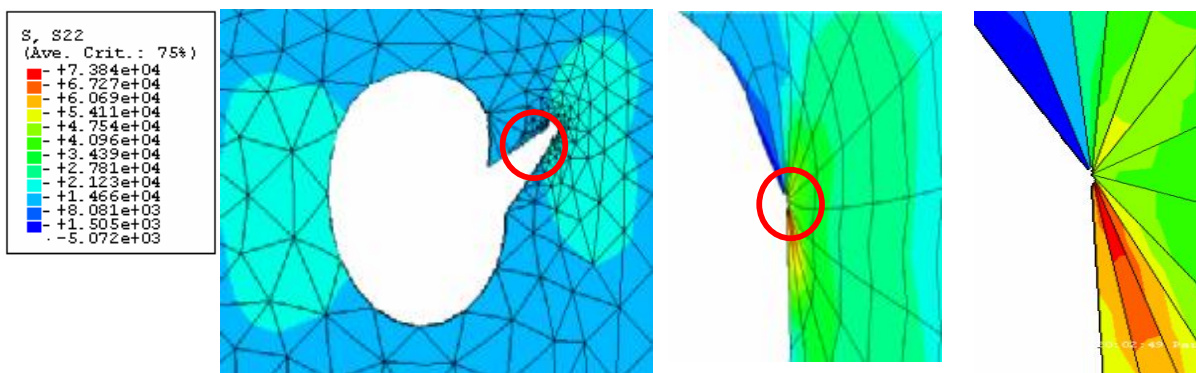
4.3.3. Troisième essai

4.3.3. 1. Résultats et discussion

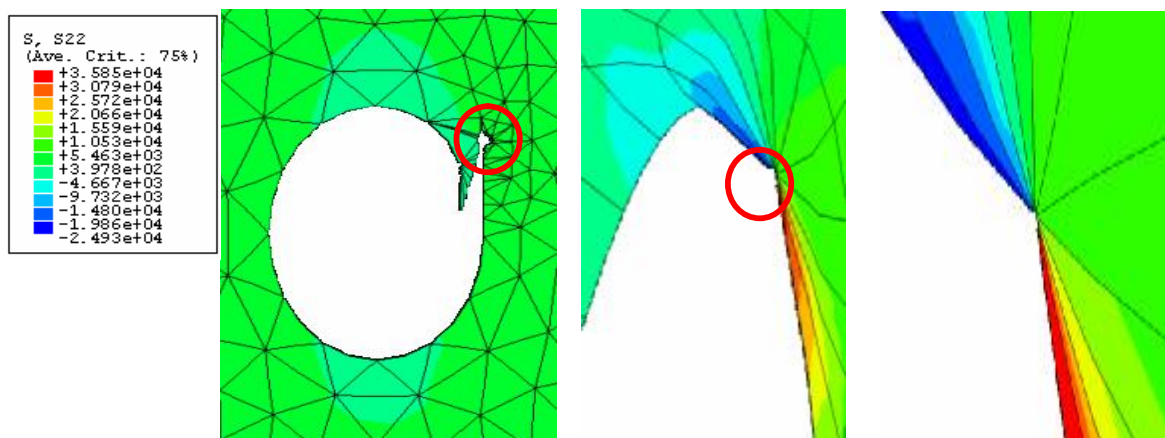
a. Distribution des contraintes normales au voisinage de l'entaille



a. entaille circulaire centrale avec fissure à 0°



b. entaille circulaire centrale avec fissure à 45°



c. entailles circulaire centrale avec fissure à 90°

Figure IV.28. La distribution des contraintes pour les entailles circulaire centrales avec des fissures orientées en même point suivant l'axe de la charge.

La figure IV.28 représente la variation de niveau des contraintes  $\sigma_Y$  dans des plaques en présence des entailles circulaires centrales émanant des fissures pour différents angles d'orientation 0, 45, et 90° sur une ligne perpendiculaire à l'axe de chargement.

Les résultats montrent que la contrainte maximale est localisée en fond de fissure pour les trois cas avec une fissure perpendiculaire au plan de chargement.

On remarque sur la figure IV.28.a que la distribution des contraintes au fond de la fissure est symétrique par rapport à l'axe de la fissure.

Pour les figures IV.28.b et IV.28.c, il y a une distribution opposée par rapport à l'axe de la fissure.

On remarque, aussi, que les contraintes maximales sont dans le sens contraire de celui de la charge.

Il est clair que les concentrations de contraintes sont plus importantes pour l'angle 0°, ce qui nous permet de constater que lorsque l'angle d'orientation diminue le risque d'amorçage de la fissure augmente. Les figures IV.29 et IV.30 nous confirment ces résultats.

#### **b. Variation numérique du facteur d'intensité de contraintes**

Les figures IV.29 et IV.30 représentent l'évolution du facteur d'intensité de contraintes en fonction de la longueur de la propagation de la fissure et du diamètre de l'entaille pour les deux matériaux dans le cas des trois angles (0°, 45° et 90°).

A partir de ces deux figures, on enregistre que le facteur d'intensité de contraintes augmente rapidement avec l'augmentation de la longueur de la fissure et du diamètre de l'entaille, dans l'angle 0°, pour les deux matériaux.

A 45°, son augmentation est lente pour les deux matériaux; or à l'angle 90°, les valeurs de ce facteur sont presque les mêmes et tendent toutes vers zéro. Ceci nous permet de dire que le  $K_I$  diminue avec la diminution de l'angle d'orientation des fissures.

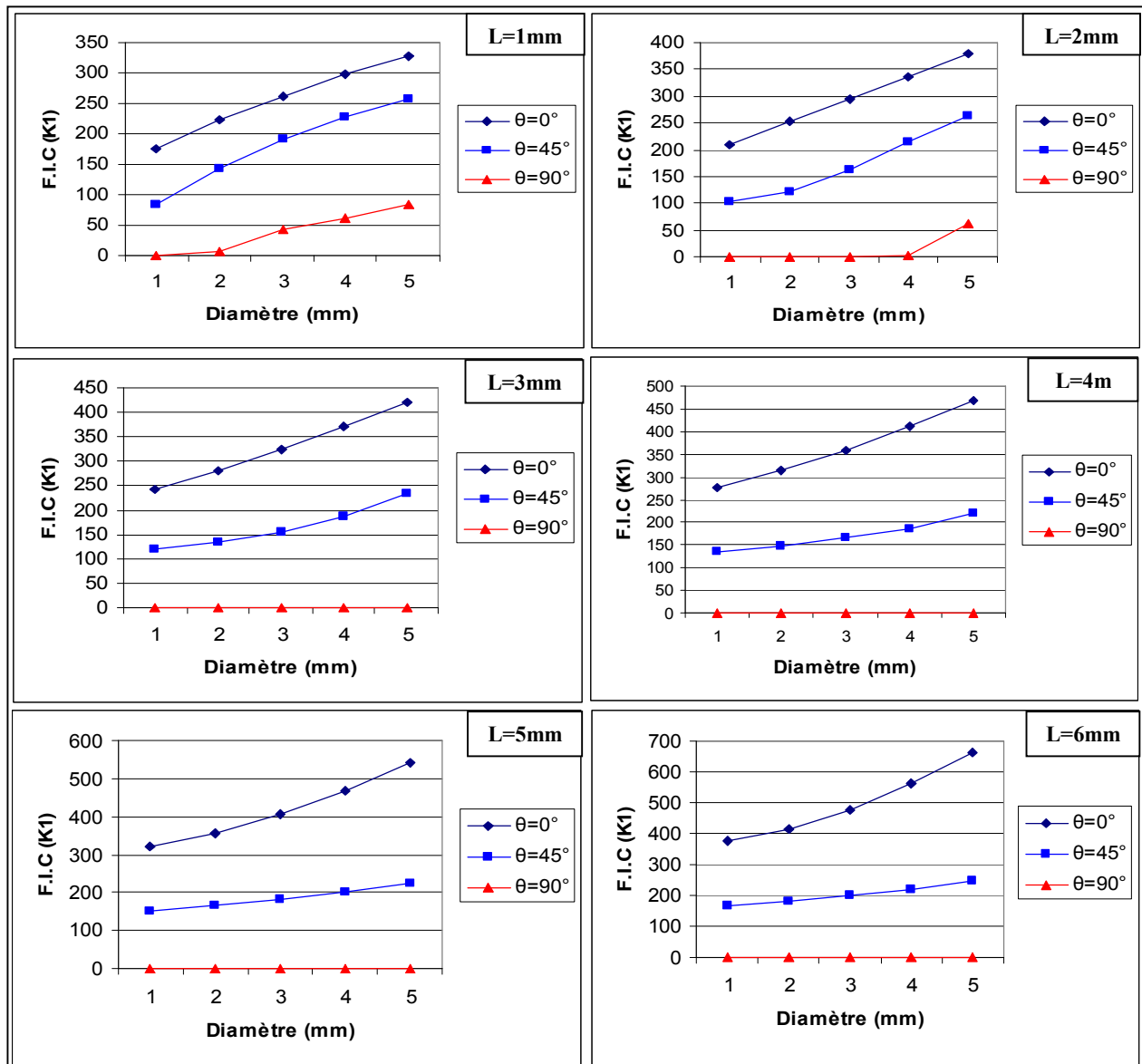


Figure IV.29. Variation du facteur d'intensité de contraintes pour le CD342

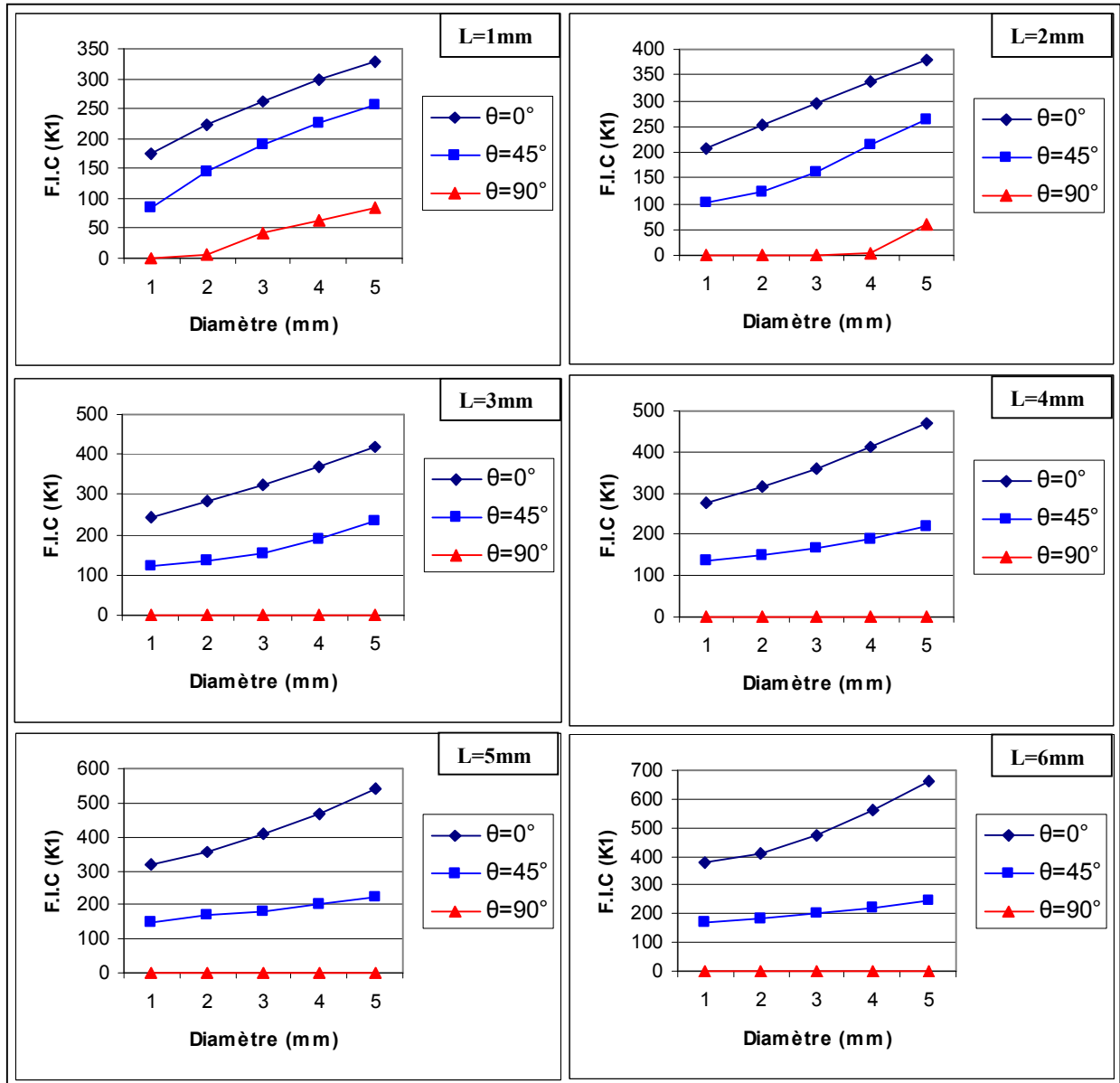


Figure IV.30. Variation du facteur d'intensité de contraintes pour le PFV

#### 4.4. COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET LES RESULTATS NUMERIQUES

##### 4.4.1. Premier essai

Dans la figure IV.31, nous présentons à la fois les résultats expérimentaux et numériques. Nous trouvons que les deux résultats sont presque identiques.

On remarque que le facteur de concentration de contraintes pour les entailles demi-circulaires latérales est significatif par rapport à celui des trous centraux dans les deux

matériaux. On remarque aussi que , pour la même géométrie des éprouvettes, le même type et les mêmes valeurs des diamètres d'entailles, les valeurs du facteur de concentration de contraintes dans le PFV sont inférieures à celles relatives au CD342, ce qui nous permet de dire que les entailles demi-circulaires latérales sont plus dangereuses que les entailles centrales (les entailles demi-circulaires latérales constituent plus de risque d'amorçage de fissures) et que le PFV est plus facilement pré-fissuré que le CD 342.

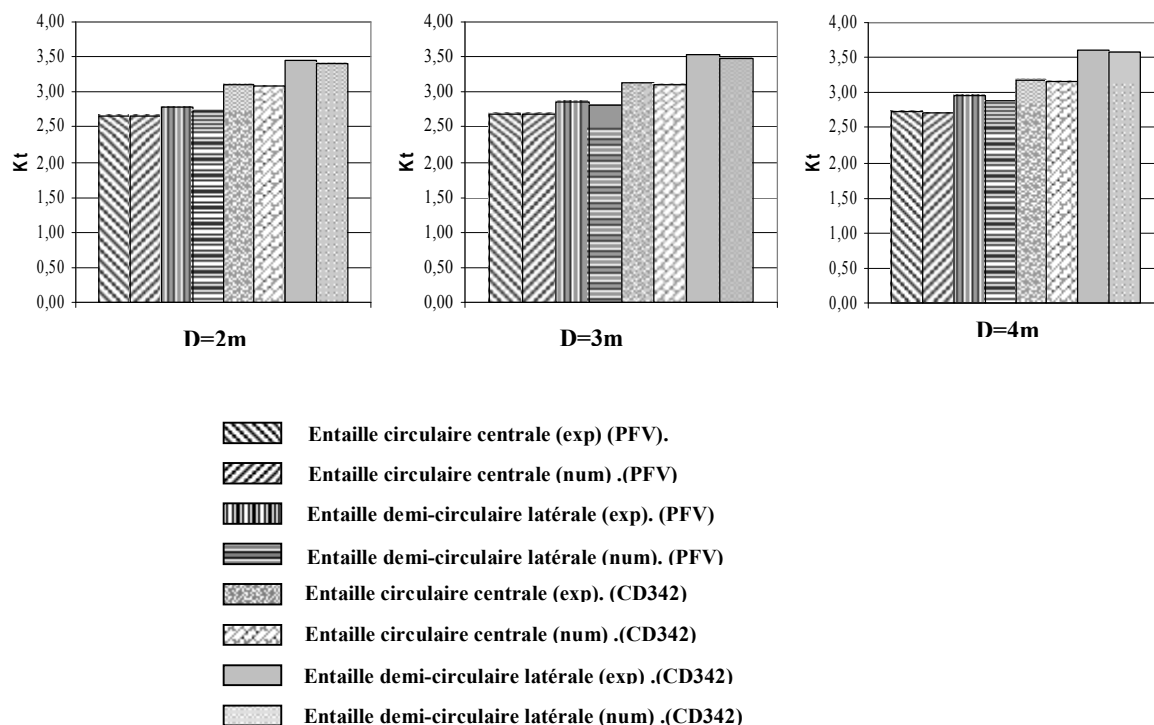


Figure IV.31. Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques

#### 4.4.2. Deuxième essai

La figure IV.32 montre la comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques dans les deux matériaux et dans les deux types d'entailles. Nous remarquons qu'il y a une convergence entre les deux types de résultats, dans tous les cas.

On peut conclure aussi d'après la figure IV.32 que la fissure émanant d'une entaille demi-circulaire latérale se propage plus rapidement qu'une fissure émanant d'une entaille circulaire centrale, et que cette fissure se propage aussi dans le PFV plus rapidement que dans le CD342, ce qui montre que la dureté du matériau a un rapport inverse avec la propagation des fissures.

La figure nous montre aussi que dès que le diamètre augmente, le facteur d'intensité de contraintes augmente aussi.

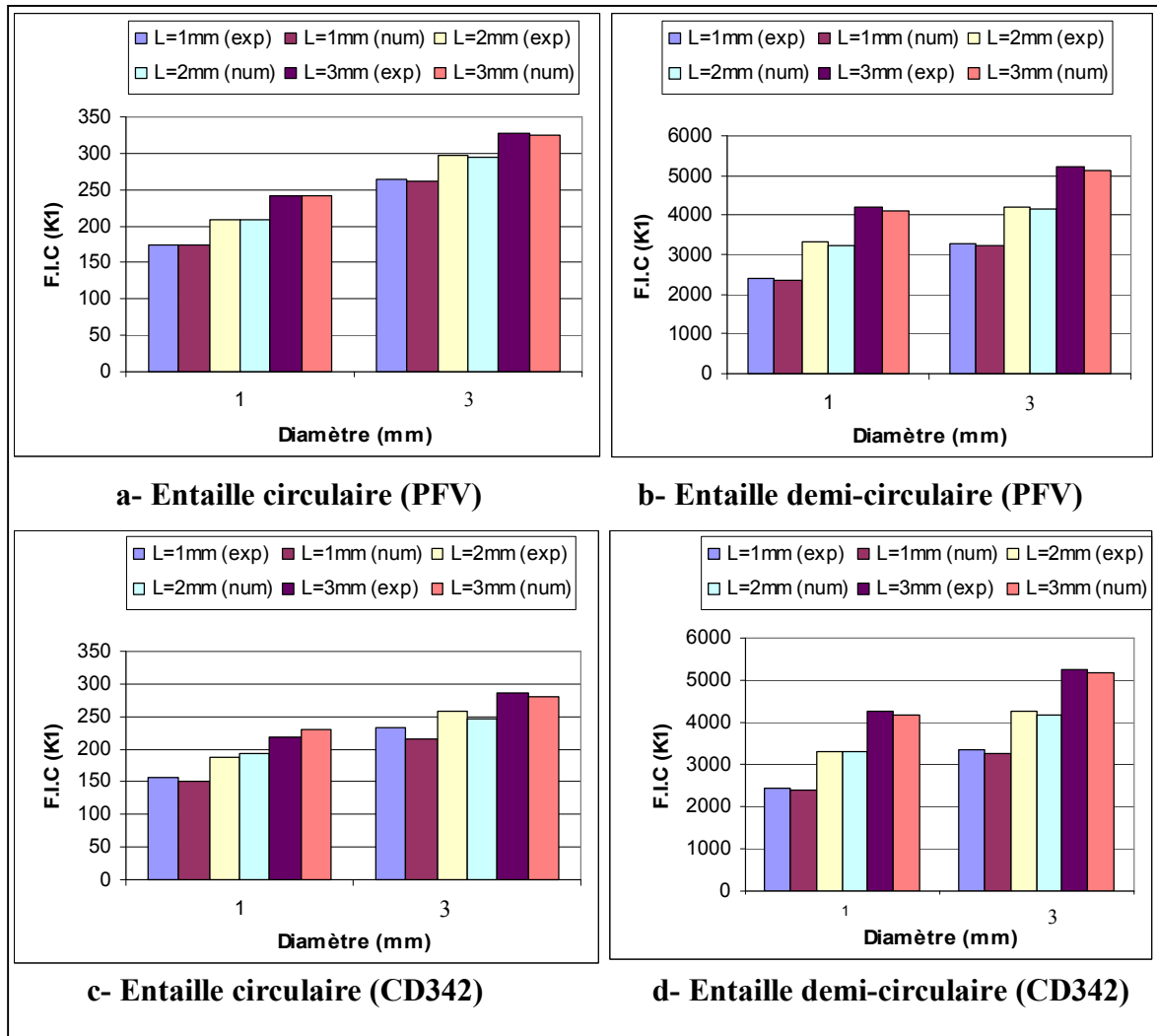


Figure IV.32. Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques

#### 4.4.3. Troisième essai

La figure IV.33 représente un histogramme.

En comparant les résultats des facteurs d'intensité de contraintes, relevés expérimentalement, pour chaque diamètre, longueur de fissure et angle pour les deux matériaux, avec ceux obtenus par le code ABAQUS, nous constatons un bon rapprochement, car l'écart entre les deux résultats est d'environ 8%.

Ceci nous permet de dire qu'il y a une bonne concordance entre les deux types de résultats.

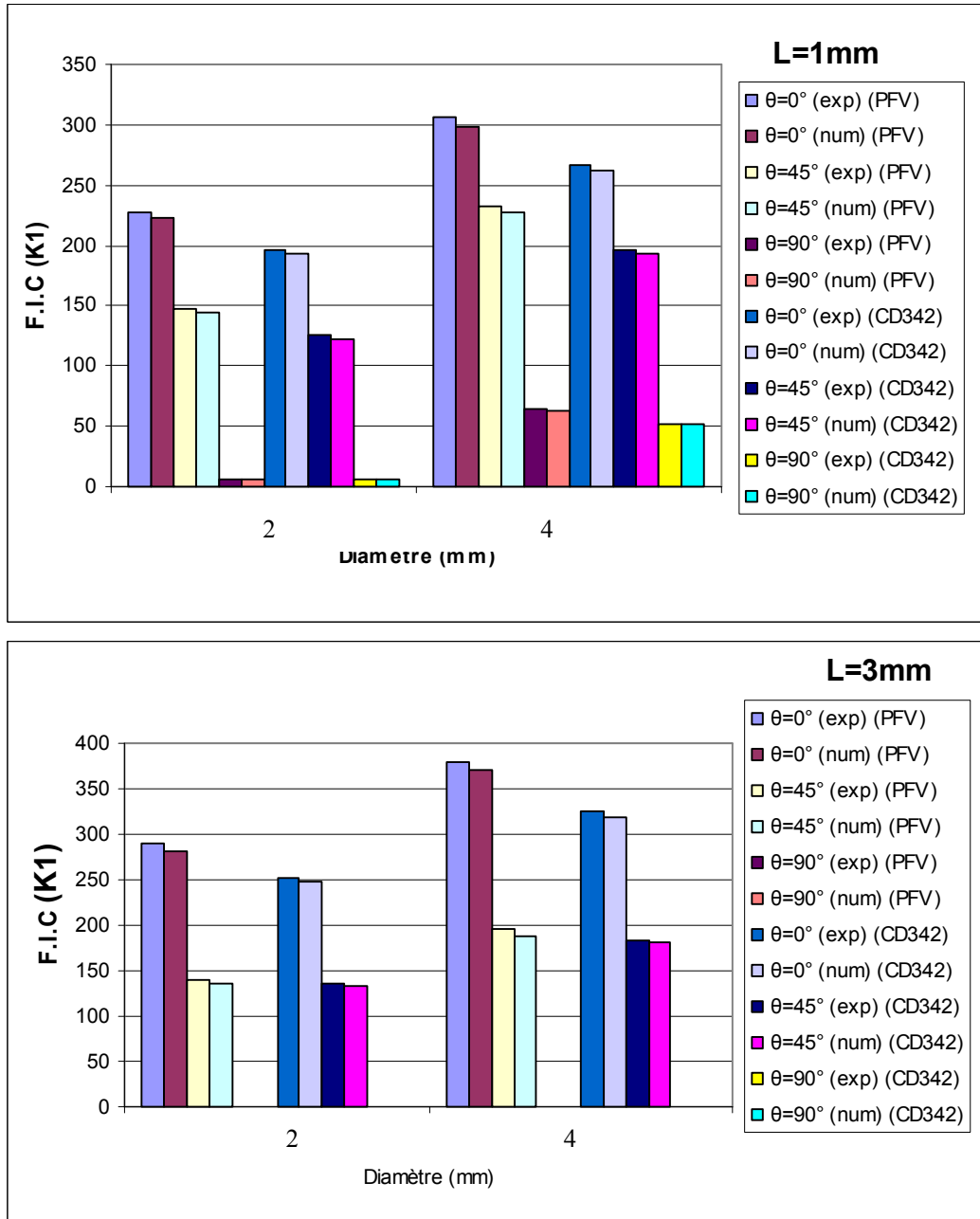


Figure IV.33. Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques dans le troisième essai.

#### 4.5. ÉTUDE FRACTOGRAPHIQUE

Le suivi du mécanisme de rupture peut être effectué par diverses techniques, dont celle de l'observation par microscopie électronique à balayage, celle-ci permettant une observation continue et précise des phénomènes de la rupture au cours des essais avec une augmentation de profondeur, ainsi que d'atteindre des grossissements élevés.

#### 4.5.1. Essai de traction

##### 1. matériaux PFV (polyester fibre de verre)

La figure IV.34 présente une éprouvette entaillée du polyester fibre de verre après la rupture. On remarque que la forme de l'entaille est déformée ce qui signifie que ce matériau est élastique.

Si on agrandit la partie endommagée, on obtient la figure IV.35 qui montre qu'il y a une rupture totale et générale de l'éprouvette.

La figure IV.36 explique bien l'endommagement causé par la traction sur le maillon faible (l'entaille et la zone fissurée) de l'éprouvette.

L'agrandissement de la figure IV.36 à 1000 fois résulte la figure IV.37. Cette présentation montre bien la rupture totale des fibres et des poches de résine.

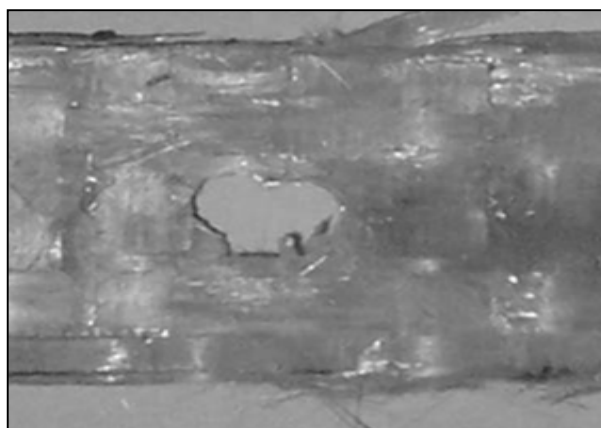


Figure IV.34. Eprouvette de PFV entaillée après rupture

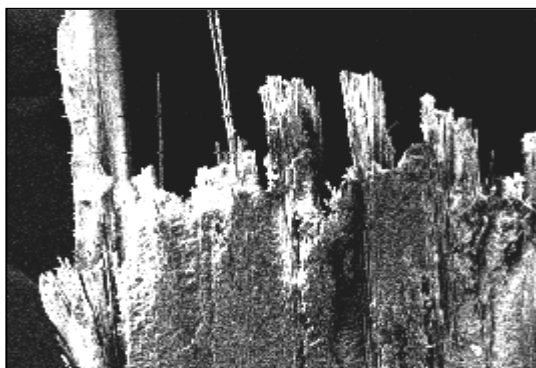


Figure IV.35. Partie de la zone endommagée (x35)

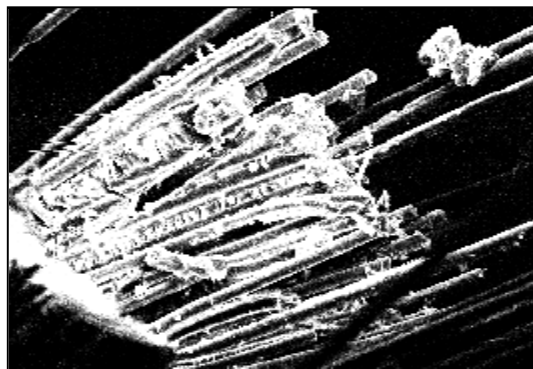
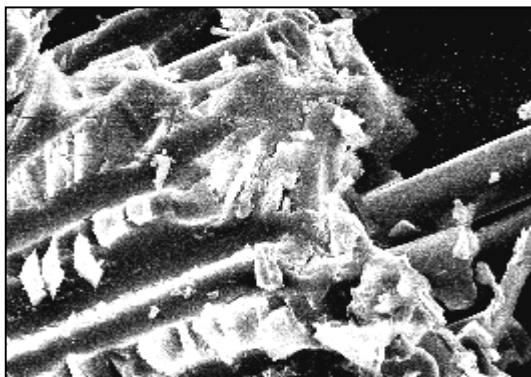


Figure IV.36. Partie de la zone endommagée (x250)



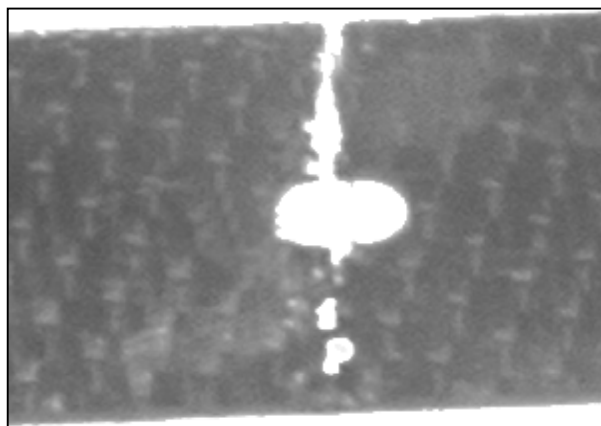
**Figure IV.37. Partie de la zone endommagée (x1000)**

## **2. matériaux CD342 (poly-éther imide fibre de carbone)**

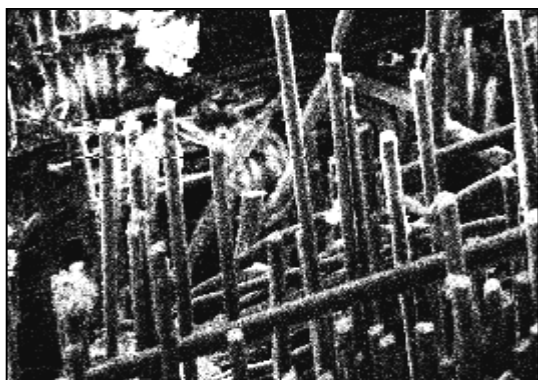
La figure IV.38 présente la zone endommagée de l'éprouvette carbone Poly-éther imide (CD342) après la rupture.

L'agrandissement à 250 fois de l'image précédente donne la figure IV.39 qui montre l'endommagement du matériau après la rupture.

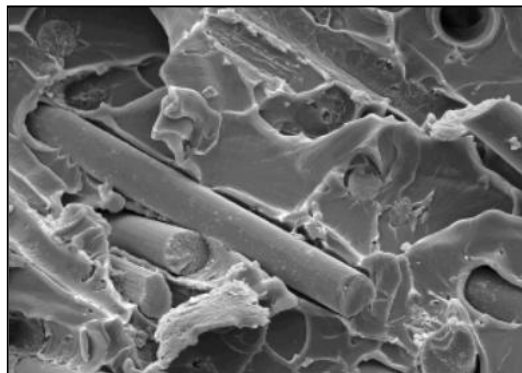
La figure IV.40 correspond à l'agrandissement de la figure IV.39 1000 fois. Nous y remarquons des poches de résine et l'endommagement des fibres.



**Figure IV.38. Epreuve de CD342 entaillée après rupture**



**Figure IV.39. Partie de la zone endommagée (x250)**



**Figure IV.40. Partie de la zone endommagée (x1000)**

#### 4.5.2. Essai de Charpy

La figure IV.41 montre un grandissement d'une partie de la figure IV.15.a, et la figure IV.42 montre un grandissement d'une partie de la figure IV.15.b.

La figure IV.41 montre qu'il y a une rupture totale et générale de l'éprouvette, ce qui nous permet de conclure qu'il y a un endommagement catastrophique de ce type d'éprouvette.

La figure IV.42 montre une existence de poches de résine, une rupture interlaminaire et un endommagement microstructure.

La figure IV.43 montre une fracture de la fibre et une fissure sur la matrice de l'éprouvette soumise à une température de 30°C. Dans ce cas la matrice se dilate, ce qui signifie que le matériau devient plus élastique.

La figure IV.44 montre une fibre de transition et la rupture des fibres à 0°C, car le matériau devient fragile avec une contraction de la résine.

Dans la figure IV.45 l'éprouvette a été exposée à une température de -30°. On remarque une rupture facile des fibres et la résine se contracte davantage encore. ce phénomène crée un vide entre les couches de stratifié.

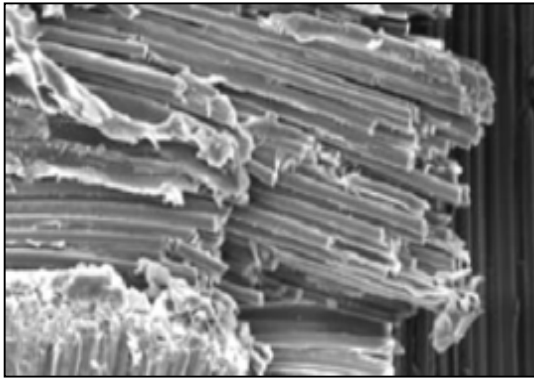


Figure IV.41(x250)

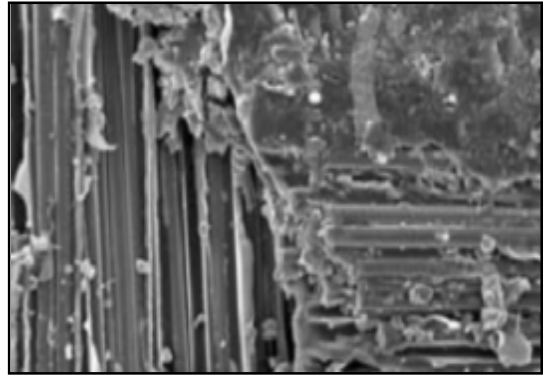


Figure IV.42 (x250)

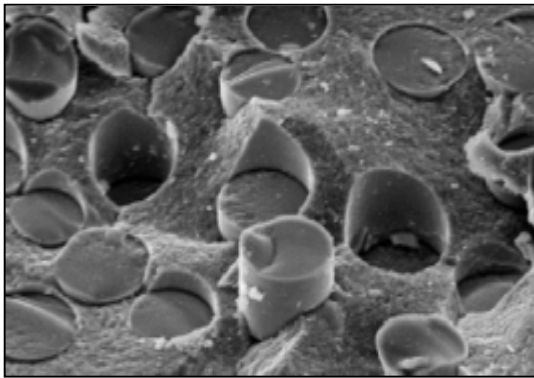


Figure IV. 43 (x1000)

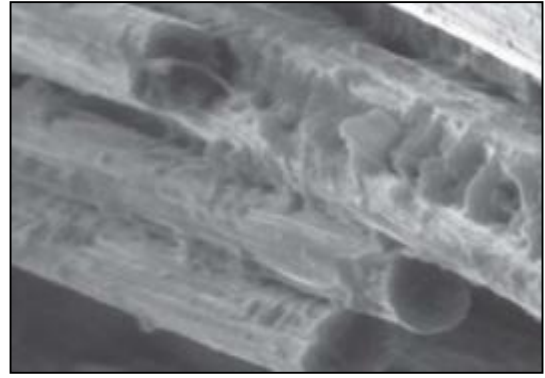


Figure IV.44 (x1000)

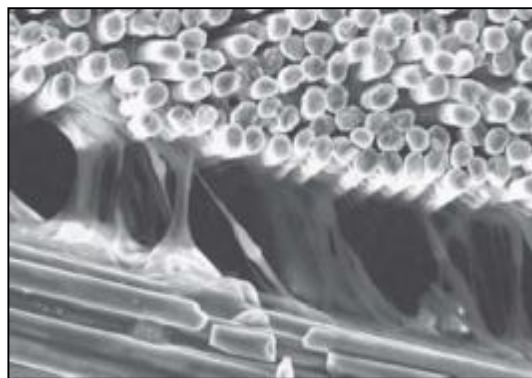


Figure IV. 45 (x1000)

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Notre travail a eu pour but d'étudier le comportement mécanique des matériaux composite en rupture.

Cette étude est basée sur l'évolution du facteur de concentration de contrainte et la propagation des fissures dans des structures entaillées pré-fissurées en matériaux composites statiquement (essai de traction) et dynamiquement (essai de résilience).

L'obtention des résultats expérimentaux, pour les deux essais, a été réalisée à l'aide de la méthode statistique de planification des expériences. Les résultats numériques, pour l'essai de traction, ont été obtenus par le logiciel d'éléments finis « ABAQUS 6.5 ». Une comparaison entre les différents résultats obtenus (expérimentaux et numériques) a été effectuée et nous a amenés à constater que la différence entre eux n'est guère significative.

Par ailleurs, leur analyse nous a permis de dégager les constatations suivantes:

- la contrainte maximale augmente avec l'augmentation du rayon de l'entaille et la dureté des matériaux.
- si un matériau composite contient un défaut de géométrie macroscopique, sa résistance diminue;
- le facteur de concentration de contraintes pour les entailles demi-circulaires latérales est supérieur à celui des trous centraux, ce qui nous permet de dire que les entailles demi-circulaires latérales sont plus dangereuses et constituent plus de risque d'amorçage des fissures ;
- le facteur de concentration de contraintes dépend de la dureté des matériaux,
- les fissures émanant d'une entaille semi-circulaire latérale se propagent plus rapidement que les fissures émanant d'une entaille centrale;
- les fissures émanant d'une entaille à  $0^\circ$  (fissure perpendiculaire à la charge) se propagent plus rapidement que celles à  $45^\circ$  et à  $90^\circ$ ;
- l'orientation des fibres joue un rôle essentiel sur le comportement mécanique des matériaux composites;
- l'orientation des entailles (pour les éprouvettes de résilience) joue un rôle essentiel sur le comportement mécanique des matériaux composites;

- la variation de la température, quant à elle, a une influence significative sur la sensibilité du matériau composite.

Enfin comme perspectives, nous prévoyons la caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux composites (fibre de verre, fibre d'aramide, fibre végétale).

On procédera à des essais de résistance au choc permettant l'optimisation de la résilience du produit.

On projette de développer des modèles numériques pour la simulation de l'endommagement des matériaux composites travaillant dans des conditions de choc.

Nous donnons un grand intérêt aux fibres végétales, comme celles des palmiers. Ces fibres ont de bonnes propriétés mécaniques pour un prix très modeste, et sont particulièrement écologiques puisque ce sont des produits naturels.

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] S. Kawabata., "Toward comprehensive research and application of composites", advanced composite materials, the official journal of the Japan Society for composite materials, vol. 4, N°3, pp. 197-278, 1995.
- [2] J.-M Berthelot., "Matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures", 2<sup>ème</sup> édition, édition MASSON, 1996.
- [3] N. Bahlouli., "Cours Matériaux Composites", sur le site Internet " <http://www-ipst.u-strasbg.fr/cours/materiaux-composites/tm.htm>.
- [4] D. Gay., "Matériaux Composites", 4<sup>ème</sup> édition, édition Hermès, 1997.
- [5] L. Berreur, B. de Maillard, S. Nösperger, "L'industrie française des matériaux composites", étude stratégique réalisée par Nodal consultants, 2002.
- [6] D. Hull., Clyne., "An introduction to composite materials", T.W, Cambridge Solid State Science Series, 1987.
- [7] P.Martineau., "Matériaux composite et industrie", les matériaux composite dans les rebots, 1989.
- [8] H. Ku, Y. M. Cheng, C. Snook and D. Baddely, "Drop weight impact test fracture of Vinyl Ester Composites: Micrographs of pilot study", Journal of Composite Materials, Vol.39, N°18, pp.1607-14, 2005.
- [9] P. Jaquinet., "Utilisation des matériaux composites", Technologies de pointe, édition Hermès, 1991.
- [10] R. Naslain., "introduction aux matériaux composites", vol. 2, Matrices métalliques et céramiques, édition du CNRS/IMC, 1985.
- [11] [Navi.modelisme.com](http://Navi.modelisme.com)
- [12] cours de matériaux composite, l'université des matériaux composites sur le site Internet [www.composites.free.fr](http://www.composites.free.fr)
- [13] R. Zenaseni, "Influence du vieillissement hygrothermique sur le comportement a la rupture des composites a matrice thermoplastique", thèse de doctorat; Université des Siences et de la Technologie Oran,
- [14] Matériau composite, Encyclopédie scientifique en ligne sur le site Internet <http://www.techno-science.net>.
- [15] J. Weiss et C. Bord., " les matériaux composites", tomes 1 et 2, edition de l'usine,1983.
- [16] Les fibre de carbone sur le site Internet :[http://fr.wikipedia.org/wiki/Fibre\\_de\\_carbone](http://fr.wikipedia.org/wiki/Fibre_de_carbone)
- [17] Résines D'hydrocarbures sur le site Internet : <http://www.crayvalley.com>

- [18] les résines époxy et les polyuréthanes sur le site Internet : <http://www.pslc.ws/french/epoxy.htm>
- [19] les catégorie des matériaux composites sur l'ensiclopidie wikipidia, site Internet [http://fr.wikipedia.org/wiki/Mat%C3%A9riaux\\_composite](http://fr.wikipedia.org/wiki/Mat%C3%A9riaux_composite).
- [20] J.Fitoussi, F.Meraghni, Z.Jendli, G.Hug, D.Baptiste, " Méthodologie expérimentale d'analyse du comportement mécanique de matériaux composites sous sollicitations dynamiques", *Revue des composites et des matériaux avancés*, vol. 14/1, pp.9-30,2004.
- [21] T.Lorriot, L.Lagunegrand, H.Wargnier, R.Harry, "Contribution à la définition d'un critère de délaminage en mode mixte", *Revue des composites et des matériaux avancés*, vol.16/3, pp.315-348,2006.
- [22] C.hochard, C.Bordreuil, N.Lahellec, F.Mazerolle, "Utilisation de la mesure de champ de déformations pour la modélisation du comportement de plis tissés carbone/époxy" *Revue des composites et des matériaux avancés*, vol. 15/1, pp.9-18,2005.
- [23] V.Gantchenko, A.Thionnet, J.Renard, "Élévation de température au sein d'une éprouvette de polyamide sous sollicitation de traction dynamique", *Revue des composites et matériaux avancés*, vol. 17/3, pp.351-374 ,2007.
- [24] R.Zenasni, A.Hebbar, M.Mechmache, "Modélisation de l'énergie de délaminage des composites à matrice thermoplastique sous l'effet de la température et de l'humidité", *Revue des composites et matériaux avancés*, vol. 16/2, pp.209-219,2006.
- [25] H.M.S.Belmonte, C.I.C. Manger, S.Ogin, P.A. Smith, R. Lewin, "Characterisation and modelling of the notched tensile fracture of woven quasi-isotropic GFRP laminates". *Composites science and technology*. vol. 61, No4, pp. 585-597, 2001.
- [26] A.Godara, D.Raabe, " Influence of fiber orientation on global mechanical behavior and mesoscale strain localization in a short glass-fiber-reinforced epoxy polymer composite during tensile deformation investigated using digital image correlation" *Composites Science and Technology*, Volume 67, Issues 11-12, Pages 2417-2427, 2007.
- [27] N. Baral, H. Guezenoc, P. Davies and C. Baley, "High modulus carbon fibre composites: Correlation between transverse tensile and mode I interlaminar fracture properties *Materials Letters*", *Materials letters* , vol. 62, No6-7, pp. 1096-1099, 2008.
- [28] J.R.M. d'Almeida,R.C. de Almeida and W.R. de Lima, "Effect of water absorption of the mechanical behavior of fiberglass pipes used for offshore service waters", *Composite structures* , vol. 83, No2, pp. 221-225, 2008.
- [29] X. F. Yao, F. S.K. Bijlaard, M. H. Kolstein, and H. Y. Yeh, " Tensile Strength and Fracture Behaviors of Complex GFRP Composites with a Central Hole ", *Journal of Composite Materials*, 7, vol. 39: pp. 1247 – 1260, 2005.

- [30] A. Fujita, H. Hamada, and Z. Maekawa " Tensile Properties of Carbon Fiber Triaxial Woven Fabric Composites ", *Journal of Composite Materials*, 1 , vol. 27: pp. 1428 – 1442,1993.
- [31] F. Zaixia, Z. C. Yanmo, and L Hairu, "Tensile Properties of Glass Fiber Knitted Fabric Reinforced Polypropylene Composite Made from GF/PP Commingled Yarn Affected by Prestretching", *Journal of reinforced plastics and composites* , vol. 25, no5, pp. 553-560, 2006.
- [32] Z. Tian and S.R. Swanson, " Residual Tensile Strength Prediction on a Ply-by-Ply Basis for Laminates Containing Impact Damage ", *Journal of Composite Materials*, 1; vol. 26: pp. 1193 – 1206, 1992.
- [33] I. Eriksson and C-G. Aronsson, " Strength of Tensile Loaded Graphite/Epoxy Laminates Containing Cracks, Open and Filled Holes", *Journal of Composite Materials*, 5, vol. 24, pp. 456 – 482, 1990.
- [34] F.Donald and Adams, "Tensile Impact Tests of AS4/3501-6 and S2/3501-6 Unidirectional Composites and the 3501-6 Epoxy Matrix ", *Journal of composite materials*, vol. 24, no3, pp. 256-268, 1990.
- [35] W. P. Lin and H-T. Hu " Parametric Study on the Failure of Fiber-Reinforced Composite Laminates under Biaxial Tensile Load ", *Journal of Composite Materials*, 6 , vol. 36, pp. 1481 – 1503,2002.
- [36] R .S. Hallett and R. Michael, " Numerical Investigation of Progressive Damage and the Effect of Layup in Notched Tensile Tests ", *Journal of Composite Materials*, 7, vol. 40,pp. 1229 – 1245,2006.
- [37] J.Viña, A.Argüelles, R.Zenasni, D.Ouinás, " Effet des directions de l'impact, des fibres et du vieillissement sur la résistance du composite en fibres de verre ", *Revue des composites et des matériaux avancés*, vol 16/3, pp.305-314 -16.305-314,2006.
- [38] F.Lachaud, A.AL-Magribi, J.Barrau, "Comportement sous impact basse vitesse de composites à fibres courtes", *Revue des composites et des matériaux avancés* vol 17/1, pp.83-102 ,17.83-102,2007.
- [39] Z.Abouira, D.Scida, M.BenzeggagH, "Effet du vieillissement artificiel sur les paramètres d'un critère de rupture interlaminaire en mode mixte (I+II) d'un matériau composite armure tissée hybride",*Revue des composites et des matériaux avancés*, vol.12/1, pp.71-94 .12.71-94,2002.
- [40] A. Argüelles, A. Fernandez-Canteli, J. Vina, and M.A. Garcia, "Evolution of the Impact Strength of Carbon Fiber-reinforced PEI Following Exposure to Mechanical, Hygrothermal and Hygrothermomechanical Aging",*Journal of Composite Materials*, 10 ,vol. 41,pp. 2337 – 2346,2007.
- [41] J.Rossignol, A.Thionnet, "Détection d'endommagement dans les composites fibres/résine à l'aide de la technologie micro-onde", *Revue des composites et des matériaux avancés*, vol 16/3, pp.263-278 ,16.263-278,2006.

- [42] H. Tetsuya et al, "Radiation effects on flexural strength and mode-I interlaminar fracture toughness of conventional and toughened epoxy matrix CFRP", *Advanced Composite Materials*, Volume 1, Number 4, pp. 321-331(11),1991.
- [43] Fukuda et al, "Micromechanical approach to the tensile strength of unidirectional composites", *Advanced composite materials*, vol.4, N° 2, pp.101-110(10), 1994.
- [44] S. Motahhari, J. Cameron, " Impact strength of fiber pre-stressed composites ", *journal of reinforced plasticis and composites*, 1, vol.17, pp.123-130, 1998.
- [45] Takeda et al, " Experimental characterization of microscopic damage progress in quasi – isotropic CFRP laminates. Effect of interlaminar –toughened layer", *Advanced composite materials*, vol.7, Number 2, pp.183-199(17), 1998.
- [46] Dileep., R.. Kumar, " A simple method for the evaluation of fracture toughness of a multilayered laminate based on the failure stress of sub – laminates ", *International journal of fracture*, vol.131, Number 1, pp.L3-L6 (1), 2005.
- [47] Yoshimura et al, "Characterization of tensile damage progress in stitched CFRP ", *Advanced composite materials*, vol.16, Number 3, pp.223-244 (22), 2007.
- [48] J.F.S. Dharani, L.R. Mall, "Analysis of transverse cracking in cross-ply composite laminates", *Advanced composite materials*, vol.7, Number 1, pp.83-103(21),1998.
- [49] O. Hoffman. "The Brittle Strength of orthotropic materials". *Journal of composite Materials*, vol.1, pp 200-206, 1997.
- [50] O.O. Ochoa and J.N. Reddy., "Finite element analysis of composite laminates" Kuluer Academic Publishers, SMIA 7, 1992.
- [51] J.C. Halpin et S.W. Tsai. " effect of environmental factors on composite materials" AFML-TR 67-243, 1996.
- [52] V.D. Azzi et S.W. Tsai " Anisotropic strength of components". *Experimetal Mechanics*, vol.5, pp.286-288, 1965.
- [53] J.M. Whitney et N.J. Pagano. "Shear deformation heterogeneous anisotropic plate", *journal of composite materials*, vol.6, pp.226 440, 1972.
- [54] Daniel B. Miracle and Steven L.ASM Handbook, "composite" vol.21, publier en 2001.
- [55] J. Lemaitre et J.-L. Chaboche, " Mécanique des matériaux solides ", Ed. Dunod.
- [56] R.Hill. *The Mathematical Theory of plasticity*. Oxford University Press, Londres 1950.
- [57] MECANIQUE DES MATERIAUX COMPOSITE, J. Molimard, EMSE 2004,Version 2, 2004.
- [58] Leif A. Carlsson et R. Byron Pipes, " Experimental characterization of advanced composite materials ", Technomic Publishing Co. Inc, 2002.

- [59] D.F. Adams et D.R. Doner. "longitudinal shear loading of a unidirectionnal composite". Journal of composite materials, janvier, pp.4-17, 1967.
- [60] Aboura Zoheir ; Benzeggagh M. "Study of delamination process on mode I, mode II and mixed mode (I+II) of woven composites at differents loading rates", Université de Compiègne, Compiègne, France, 1993.
- [61] IREM de Clermont-Ferrand Groupe Statistiques. Grt. ; Arbre Dominique ; Champommier Jean-Luc ; Corpart Annette ; Fleury Gérard ; Labarthe Wendy ; Lassalle Nelly., " Une application industrielle des statistiques : Les plans d'expérience. ", édition IREM de Clermont-Ferrand, Clermont-Ferrand, 2006.
- [62] <http://www.coryent.com/index.html> (La Société CORYENT Conseil)
- [63] "Introduction à la planification d'expériences", sur le site Internet <http://formation.creascience.com/>,
- [64] A. Hebbar., "méthodes statistiques de planification extrême des expériences, Notions et applications pour chercheurs expérimentateurs ", Université de Mostaganem, 2006.
- [65] D. Benoit, Notions sur les plans d'expériences, Inst. Français du petrole, 1975.
- [66] SOLSI, <http://www.solsi.fr/>, Catégories : Mécanique des milieux continus "Équations différentielles numériques, Wikipedia"
- [67] J. Garrigues, " la méthode des éléments finis ", école supérieure de mécanique de Marseille, 2002.
- [68] JFT . Pittman, OC. Zienkiewicz, RD. Wood, JM. Alexander, " Numerical Analysis of Forming Processes"; Wiley: New York, 1984. m2. Kobayashi S, Oh SI, Altan T. Metal Forming and the Finite Element Method; Oxford University Press: New York, 1989.
- [69] R. Amir, Khoei, et W. Roland, "Lewis adaptive finite element remeshing in a large deformation analysis of metal powder forming", Institute of Numerical Methods in Engineering; University of Wales Swansea; Singleton Park; Swansea SA2 8PP; U.K.
- [70] O. Ansart, F. Avrillas, E. Kremer, I. Niang, K. Zannir., " apprentissage du crash sur ABAQUS ", université du Maine. Sur le site Internet : [http://perso.univ-lemans.fr/~fcalvay/projetsmnr/Model\\_crash\\_abaqus.htm](http://perso.univ-lemans.fr/~fcalvay/projetsmnr/Model_crash_abaqus.htm).
- [71] K.J.Nathe, E.L. Wilson, "Numerical methods in finite element analysis", New Jersey Prentice Hall Inc, 1976.
- [72] E.Hinton, D.R.J.Orwen, "Finite element programming", London Academic Press london, 1977.
- [73] G.Dhatt, G.Touzot, "Une présentation de la méthode des éléments finis", Maloine SA (Edition), Paris, 1981.

- [74] M. Belhouari., "Etude de l'étendue de la zone plastique par éléments finis". Mémoire magister, option structure robotique, Université de SBA, 1998.
- [75] D.R.J.Orwen, A.J. Fawkes, "Engineering Fracture Mechanics", pineridge Press Ltd Swansca.U.K, 1993.
- [76] B.B.Sabir, "The performance of isoparametric finite elemnts in stress intensity factors determination", Int. journal of fracture, vol. 72 N°3, p.259-275, 1995.
- [77] O.C. ZIENKIEWTCZ, "La méthode des éléments finis", Copyright, Mc Graw-Hill, Inc Paris 1979.
- [78] N.Recho, "Rupture par fissuration des structures " traité des Nouvelles Technologies", série Matériaux, Hermès, Paris, 1995.
- [79] R.E. Peterson., "Notch Sensitivity", Métal Fatigue, Mc Graw Hill, New-York, p.293-306, 1959.
- [80] R.E. Peterson., " Stress concentration factor", John Wiley and Sons, New-York, p. 298-314, 1974.
- [81] T.L. Anderson, "Fracture mechanics, fundamentals and application", Department of mechanical engineering, Library of congress Cataloging in publication data, 1991.
- [82]Jr. Newman, E.P. Phillips , R.A. Everell, "Fatigue Analyses Under Contant and Variable-Amplitude Loading Using Small Crack Theory", Mechanics of Materials Branch, NASA Langley Research Center Hampton, Virginia USA 23681, NASA/TM-1999.
- [83] M.A.J. Caballero, "Aplicación del método de los elementos finitos a la predicción del crecimiento de la délaminación en materiales laminados unidireccionales", thèse de doctorat, université de Zaragoza, 2000.
- [84] K. Friedrich, "Application of fracture mechanics to composite materials", composite materials series, vol. 6, Elsevier,1989.
- [85] Documentations A.N.G.I srl, Commercial offices and warehouse 14018 Villafranca d'Asti, Italie, [angi@angisrl.com](mailto:angi@angisrl.com)
- [86] CETEX, Guide lines, Ten Cate Advanced Composite Materials Manufacture, The Netherlands.
- [87] GLOSSAIRE DES MATERIAUX COMPOSITES – CARMA –Actualisation octobre 2006.
- [88] Documentations ASHLAND POLYESTER S.A.S, B.p n°1 SAUVETERRE, fournie par E.N.P.C, chlef ALG.
- [89] ASTM 2004, Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials, D3039/D3039M, edition 2004.

- [90] M. Lévesque, "L'essai De Traction De Matériaux Composites Unidirectionnels A Fibres Continues", Département De Génie Mécanique Ecole Polytechnique De Montréal, Décembre 2000.
- [91] ASTM 399/81, "Standard method for plane strain fracture of metallic materials", 1981.
- [92] M. Rokbi , A. Imad, H. Osmani, N. Benseddiq, C. Herbelot. " Effet de l'orientation des plis sur la rupture intralaminare des stratifiés (2D) (Polyester/tissu de verre)", 18ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 2007.
- [93] E.Scheffler, "Einführung in die Praxis der statistischen Versuchsplanung", VEB deutscher Verlag für Grund stoffindustrie, Leipzig, 1986.
- [94] Scheffler E., "Statistische Versuchsplanung Und -Auswertung: Eine Einfhnrung Fnr Praktiker", Vch Verlagsgesellschaft Mbh, pp. 255-231, 2007.
- [95] Documentation du progiciel ABAQUS 6.5.
- [96] V.P. Nalimov. N.A. Tschernova, "Statistischeski Methodi Planirovania Extremalnick Experimentov", Naouka, Moscou. 1965.