

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**UNIVERSITE DE MOSTAGANEM**  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
**Département de Mécanique**

---

## **MEMOIRE**

---

Pour l'obtention du Diplôme de Magister

Spécialité : Mécanique  
Option : Polymères et Matériaux Composites

---

Présenté par Monsieur  
*Maamar Djillali Beida*

***Modélisation par éléments finis du comportement  
mécanique d'un composite soumis à un chargement  
d'impact***

Soutenue le 26/01/2012

Devant le **JURY** :

<b>Président</b>	: Mr A. SADOK	Professeur	(U.Mostaganem)
<b>Examineur</b>	: Mr A. HEBBAR	Professeur	(U.Mostaganem)
<b>Examineur</b>	: Mr.D.OUINAS	Professeur	(U.Mostaganem)
<b>Examineur</b>	: Mr H. GUECHICHI	Maître de Conférences A	(U.Mostaganem)
<b>Encadreur</b>	: Mr R. ZENASNI	Professeur	(U.Mostaganem)

## Résumé

De nos jours, les composites sont largement utilisés dans divers secteurs industriels pointu. Ces nouveaux matériaux sont de poids léger en comparaison avec les matériaux classiques, et de bonnes propriétés mécaniques. Durant le service, ces composites sont exposés à divers types de chocs induisant des endommagements internes diminuant ainsi la résistance de l'élément en composite.

Sur la base d'une modélisation numérique, il est possible de prévoir le comportement des structures en composite sollicitées à l'impact. Le logiciel d'élément fini LS DYNA, a été utilisé pour simuler le comportement à l'impact. Plusieurs cas ont été traités, tels que l'influence de la vitesse d'impact, la forme géométrique de l'impacteur, les conditions aux limites, et la séquence d'empilement du composite. Les résultats trouvés ont été alors comparés à ceux de la littérature.

**Mots clés :** Séquence d'empilement, impacteur, vitesse d'impact, éléments finis, endommagement

## **Abstract**

The composites materials are widely used in various industrial sectors. These new materials are lightweight compared to conventional materials, and good mechanical properties. During services, these materials are exposed to different impacts inducing internal damages decreasing the resistance of the composite element.

On the basis on the numerical simulation, it is possible to predict the behavior of composite structures exposed to low velocity impact loading. The commercial finite element package LS DYNA was used in order to simulate the impact behavior. Many numerical examples were treated taking account the effect of impact speed, the geometrical impactor, the boundary conditions and the stacking sequence of the laminate. The obtained results were compared to those of bibliography.

**Key words:** Stacking sequence, impactor, impact speed, finite element, damage mechanics

## ملخص

لقد أصبحت المواد المركبة تستخدم على نطاق واسع في مختلف القطاعات الصناعية وبشكل لا يمكن الاستغناء عنها. هذه المواد الجديدة تتميز بخصائص متميزة فهي خفيفة الوزن مقارنة بالمواد التقليدية, وخصائص ميكانيكية جيدة أثناء الخدمة, تتعرض هذه المركبات إلى أنواع مختلفة من الصدمات التي تحدث ضررا مما يقلل من المقاومة الداخلية للعنصر المركب.

بناء على النماذج الرقمية, فمن الممكن التنبؤ بسلوك الهياكل المصنوعة من المواد المركبة التي تتعرض لتأثير الصدمات. وقد استخدمت برمجية العناصر LS-DYNA, لمحاكاة سلوك التأثير. وقد تمت معالجة العديد من الحالات, مثل تأثير سرعة التأثير, الشكل الهندسي للالتماس, وشروط الحدود وتسلسل التراص للمركب. ثم تمت مقارنة النتائج مع تلك التي وجدت في أدبيات أخرى.

**الكلمات الرئيسية :** تسلسل التراص, سرعة التأثير, العناصر المحدودة, والضرر.

## ***REMERCIEMENTS***

*Je présente tous mes remerciements et mes respects infinis à mon encadreur professeur Ramdane. ZENASNI, de m'avoir accueilli et orienté âprement tout au long de la durée de préparation de ce mémoire tout en lui gardant une interminable reconnaissance pour son constant attachement à la perfection du travail et à l'amélioration des expériences.*

*Mes vifs remerciements vont au Professeur Ahmed Sadok d'avoir accepté la présidence du jury et d'avoir réservé de son temps précieux.*

*Je tiens à remercier l'ensemble des membres du Jury, le professeur Ahmed Hebbar, professeur Djamel Ouinas et le Dr Hocine Guechichi d'avoir accepté d'examiner le mémoire de magister.*

*Enfin, je tiens mes sincères remerciements vont également à tous ceux qui ont de près ou de loin pour le bon déroulement de ce travail.*

# *Sommaire*

<b>Chapitre I</b>	1
<b>Introduction générale</b>	
<b>I.1. Matériaux composites</b>	1
I.2. Classification des matériaux composites	1
• Composites à renforts de particules	1
• Composites à renforts de paillettes	1
• Composites à renforts de fibres	2
• Composites stratifiés	2
I.3. Constituants des matériaux composites	3
I.3.1. Les fibres	3
• Fibres de verre	3
• Fibres de carbone	4
• Fibres d'aramides	4
I.4. Les matrices	5
• Les résines de Polyester et de Vinylester	5
• Les résines thermodurcissables	5
• Les résines thermoplastiques	5
• Avantages des matériaux composites	6
• Inconvénients des matériaux composites	6
I.5. Les matériaux composites structuraux Monocouches	6
I.5.1. Stratifiés	7
I.5.2. Sandwichs	8
I.6. Organisation du mémoire de magister	9

<b>Chapitre II</b>	10
<b><i>Etat des connaissances dans le domaine d'impact</i></b>	10
II.1. Introduction	10
II.2. Définition de l'impact	10
II.3. Classification des impacts	11
• <i>Impact à basse vitesse</i> : entre 0 et 50 m/s	11
• <i>Impact à vitesse modérée</i> : entre 50 et 200 m/s	11
• <i>Impact à vitesse élevée</i> : entre 200 et 1000 m/s	11
• <i>Impact hyper vitesse</i> : supérieure à 4000 m.s <sup>-1</sup>	11
• <i>Crash de la structure</i> :	12
II.4. Les tests d'impact	12
II.4.1. Test canon à gaz	13
II.4.2. Test poids tombant	13
II.4.3. Les systèmes de type pendule	14
II.4.3.1. Effet d'impact	14
<b>Chapitre III</b>	25
<b><i>Formulation mathématique de l'impact</i></b>	25
III.1. Equations constitutives d'un Lamina	25
III.1.1. Introduction	25
III.1.2. Généralisée de la loi de Hooke	25
III.1.3. Constantes d'ingénieurs d'un Matériau orthotrope	26
III.1.4. Transformation des contraintes et déformations	27
III.1.5. Transformation des coefficients du matériau	29
III.2. L'impact	29
III.3. Théories des plaques	32
III.3.1. Introduction	32
III.3.2. théorie des déformations de cisaillement de premier ordre	32
III.3.3. Formulation des éléments finis	37
III.3.3.1. Modèles d'éléments finis	37
III.3.3.2. Equations gouvernantes	40
III.3.3.3. Procédure de solution	43
III.4. Théorie des coques	46

III.5. Théorie de Belyschko-Lin-Tsay	49
III.5.1. Coordonnées co-rotation	49
III.5.2. Relations Déplacement vitesse-déformation	51
III.5.3. Les contraintes résultantes et les forces nodales	53

## ***Chapitre IV*** 54

### ***Modélisation numérique de l'impact*** 54

IV.1.Introduction	54
IV.1.1. Modèles des matériaux composites utilisés par le code LS-DYNA	55
IV.2.Effet de la vitesse d'impact	56
IV.2.1. Etat de contrainte	59
IV.3.Effet du rayon de l'impacteur sphérique	60
IV.3.1. Etat de contrainte de Von Mises	60
IV.4.Effet des conditions aux limites	60
IV.4.1.Contrainte de Von Mises	64
IV.5.Effet de la ligne de contact impacteur-plaque	67
IV.5.1. Etat de contrainte	69
IV.6.Effet de la forme géométrique de l'impacteur	70
IV.6.1.Etat de Contrainte	73
IV.7.Effet de la séquence d'empilement	73
IV.7.1.Etat de contrainte	76
IV.8. Influence de la position d'impact	76
IV.8.1.Etat de Contrainte	79
IV.9. Influence de l'inclinaison de la plaque	79
IV.9.1. Etat de contrainte	82

## ***Conclusion générale et perspectives futures*** 83

### ***Références bibliographiques***

## *Liste des tableaux*

### *Chapitre I*

Tableau (1.1) : Principales caractéristiques des fibres de base 4

### *Chapitre IV*

Tableau (4.1) : Eléments de simulation 56

Tableau (4.2) : Propriétés du matériau composite étudié et impacteur 56

## *Liste des figures*

### ***Chapitre I***

Figure (1.1) : Classification des matériaux composites	2
Figure (1.2) : Composite unidirectionnel	7
Figure (1.3) : Stratifié	7
Figure (1.4) : Un stratifié de séquence (0,+45,+90,-45) <sub>2s</sub>	8
Figure (1.5) : Sandwichs	8

### ***Chapitre II***

Figure (2.1) : Les différents tests d'impact	14
Figure (2.2) : Technique Flyer d'une plaque circulaire	15

### ***Chapitre III***

Figure (3.1) : Stratifié composé de lamines avec des orientations différentes de fibres	25
Figure (3.2) : lamines avec des orientations de fibres dans les axes globales et locales	28
Figure (3.3) : Plaque composite laminé et impacteur	31
Figure (3.4) : Force et moments résultants	34
Figure (3.5) : Elément brique	39
Figure (3.7) : Construction du système de coordonnées d'élément	49

### ***Chapitre IV***

Figure (4.1) : Organigramme de calcul du code LS Dyna	55
Figure (4.2) : Impact sphère- composite	58
Figure (4.3) : Variation de la force-temps d'impact pour une sphère de rayon 4mm	58
Figure (4.4) : Variation du déplacement-temps d'impact pour une sphère de rayon 4mm	58
Figure (4.5) : Variation de l'énergie cinétique interne du composite -temps d'impact pour une sphère de rayon 4mm	59
Figure (4.5a) : Contrainte de Von Mises	60
Figure (4.6) : Variation du diamètre de l'impacteur sphérique	60
Figure (4.7) : Variation de la force-temps d'impact pour différents rayons de l'impacteur	61
Figure (4.8) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différents rayons de l'impacteur	62

Figure (4.9) : Variation de l'énergie cinétique interne -temps d'impact pour différents rayons de l'impacteur	62
Figure (4.9a) : Contrainte de Von Mises	63
Figure (4.10) : Conditions aux limites	64
Figure (4.11) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différentes conditions aux limites	65
Figure (4.12) : Variation de la force-temps d'impact pour différentes conditions aux limites	65
Figure (4.13) : Variation de l'énergie cinétique interne -temps d'impact pour différentes conditions aux limites	66
Figure (4.13a) : Contrainte de Von Mises	66
Figure (4.14) : Effet de la ligne d'impact cylindre-plaque	67
Figure (4.15) : Variation de la force-temps d'impact pour différentes configurations de la ligne d'impact	68
Figure (4.16) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différentes configurations de la ligne d'impact	68
Figure (4.17) : Variation de l'énergie cinétique interne-temps d'impact pour différentes configurations de la ligne d'impact	69
Figure (4.17a) : Etat de contrainte	70
Figure (4.18) : Variation de la forme géométrique de l'impacteur	70
Figure (4.19) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différents impacteurs	71
Figure (4.20) : Variation de la force-temps d'impact pour différents impacteurs	72
Figure (4.21) : Variation de l'énergie cinétique interne-temps d'impact pour différents impacteurs	72
Figure (4.21a) : Etat de contrainte	73
Figure (4.22) : Variation de la force-temps d'impact pour différentes séquences d'empilement	74
Figure (4.23) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différentes séquences d'empilement	75
Figure (4.24) : Variation de l'énergie cinétique interne-temps d'impact pour différentes séquence d'empilement	75
Figure (4.24a) : Etat de contrainte	76
Figure (4.25) : Position d'impact	77
Figure (4.26) : Déplacements-temps d'impact pour les quatre positions	77
Figure (4.27) : Force-temps d'impact pour les quatre positions	78
Figure (4.28) : Energie cinétique interne-temps d'impact pour les quatre positions	78
Figure (4.28a) : Etat de contrainte de Von Mises pour les quatre positions	79

Figure (4.29) : Plaque en composite inclinée soumise à l'impact	80
Figure (4.30) : Déplacements-temps d'impact pour les quatre angles	80
Figure (4.31) : Force-temps d'impact pour les quatre angles	81
Figure (4.32) : Energie-temps d'impact pour les quatre angles	81
Figure (4.32a) : Etat de contrainte	82

# NOMENCLATURE

$E_1$  : Module de Young selon la direction principale 1

$E_2$  : Module de Young selon la direction principale 2

$E_3$  : Module de Young selon la direction principale 3

$G_{12}$  : Module de cisaillement dans le plan 1-2

$G_{13}$  : Module de cisaillement dans le plan 1-3

$G_{23}$  : Module de cisaillement dans le plan 2-3

$\nu_{12}$  : Coefficient de Poisson plan 1-2

$\nu_{31}$  : Coefficient de Poisson plan 3-1

$\nu_{32}$  : Coefficient de Poisson plan 3-2

$\sigma_{ij}$  ( $\sigma_i$ ) : les composantes de contrainte

$\epsilon_{kl}$  ( $\epsilon_j$ ) : les composantes de la déformation

$\{\sigma_{ij}\}_m$  : les composantes du tenseur des contraintes dans les coordonnées du matériau

$\{\sigma_{ij}\}_p$  : les composantes du tenseur des contraintes dans les mêmes coordonnées du problème.

$C_{ij}$  : les coefficients de la matrice de rigidité dans un système orthogonal de coordonnées cartésiennes

$[c]_m$  : la matrice de rigidité du matériau

$[T]$  : la matrice de transformation

$S_{ij}$  : les coefficients de la matrice de compliance

$m_i$  : la masse de l'impacteur

$w_i$  : les déplacements de l'impacteur

$w_s$  : le déplacement du point sur la surface moyenne de la plaque

$\ddot{w}$  : l'accélération de l'impacteur

$\alpha_i$  : la profondeur de l'indentation

$I_1$  : la masse par unité de longueur

$I_3$  : l'inertie de rotation

$I_2$  : terme de couplage

$\xi$ : coordonnée naturelle pour chaque élément dans la direction 1

$\eta$  : coordonnée naturelle pour chaque élément dans la direction 2

$\zeta$  : coordonnées naturelles pour chaque élément dans la direction 3

[M] : la matrice de masse

[K] : la matrice de rigidité

$\epsilon_i^0$  : les déformations de la surface moyenne

$K_1^0$ : Les courbures de la plaque

T : Energie cinétique

## *Chapitre I*

### *Introduction générale*

#### **I.1. Matériaux composites**

Les matériaux composites ont une longue histoire. Leurs origines sont inconnues mais tous les écrits historiques contiennent des références à certaines formes des matériaux composites. Par exemple, la paille a été utilisée par les Israélites pour renforcer les briques, le contreplaqué a été utilisé par les anciens Egyptiens afin d'obtenir une meilleure résistance tant aux chargements mécaniques qu'à l'environnement, les épées et les armures médiévales ont été fabriquées par des couches des différents matériaux [01]. Aujourd'hui, les matériaux composites font partie courante de notre vie que cela soit des objets très excitants et à la mode comme la canne de golf et le kayak, ou beaucoup plus usuels tels que le contreplaqué et le béton. Un matériau composite peut être défini comme une combinaison d'au moins deux matériaux différents à l'échelle macroscopique, [01]. [02]. Les composites utilisés pour leurs propriétés structurales se limitent à ceux qui contiennent des renforts réunis en une seule masse par une matrice. Typiquement, un matériau composite contient une phase discontinue de renfort plus rigide et plus résistante que la phase continue de la matrice. Un composite est formé de deux constituants, un renfort plongé dans une matrice. Ces matériaux ont un poids léger comparé aux autres matériaux, on de très bonnes propriétés mécaniques, ne sont pas corrosifs. Récemment, ces matériaux sont largement utilisés dans divers secteurs industriels, tels que de l'automobile, construction civile, aéronautique, etc..

#### **I.2. Classification des matériaux composites**

La classification des composites peut être effectuée selon diverses façons. Une manière simple consiste à les classer par les formes des renforts [02], [03]. Les composites sont donc divisés en quatre catégories, voir figure (1.1).

- **Composites à renforts de particules**

Le renfort est considéré comme une particule si toutes ses dimensions sont approximativement égales et petites devant les autres dimensions du matériau. Les particules dures sont dispersées aléatoirement dans la matrice moins rigide.

- **Composites à renforts de paillettes**

Les paillettes ont une dimension très faible par rapport aux autres dimensions. La dispersion de ces « particules minces » est généralement aléatoire. Cependant, les paillettes peuvent être rangées parallèlement l'un à l'autre afin d'avoir des propriétés plus uniformes dans le plan.

- **Composites à renforts de fibres**

Une fibre a une longueur bien supérieure aux dimensions de la section transversale. Ce type de composites peut être divisé selon les renforts : en fibres discontinues (courtes) ou en fibres continues (longues).

- **Composites stratifiés**

Un stratifié se compose d'au moins deux couches minces de matériau. Les couches peuvent être constituées de différents matériaux monolithiques comme dans les métaux plaqués ou de même matériau composite empilé selon différentes orientations comme pour des stratifiés composites à renforts de fibres longues. Ce dernier devient une classe hybride du composite comportant à la fois le composite à renfort de fibres et la technique de stratification, voir figure (1.1).

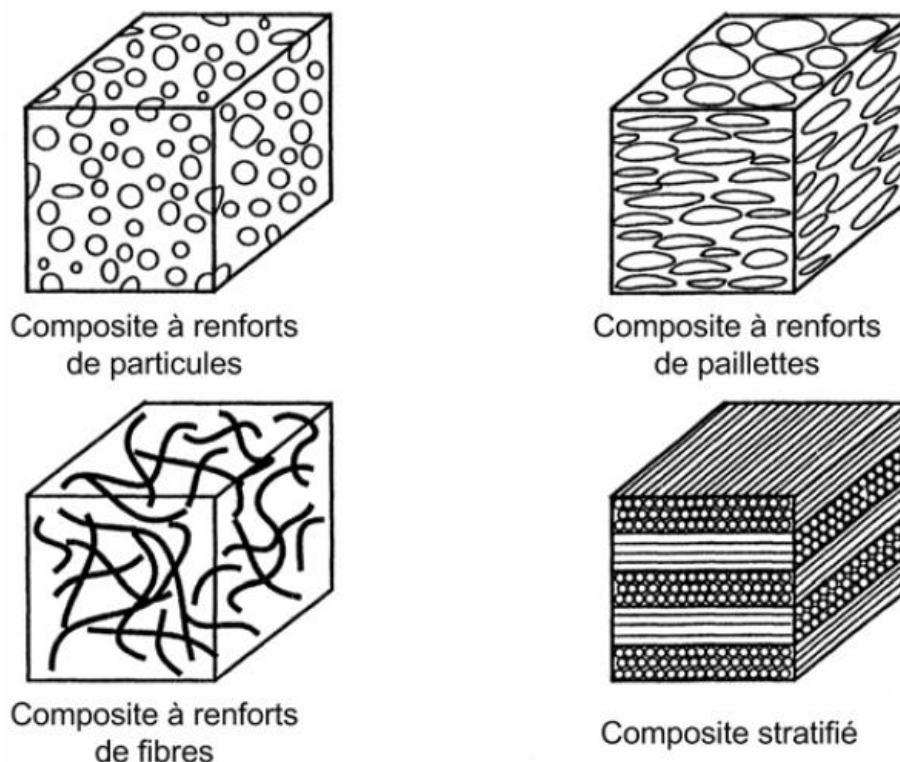


Figure (1-1) : Classification des matériaux composites [01]

### I.3. Constituants des matériaux composites

Ces matériaux seront parfois appelés « composites fibreux » ou même « composites » par simplicité. Les propriétés mécaniques des composites fibreux sont directement liées aux caractéristiques mécaniques de leurs constituants : la fibre, la matrice, ainsi que l'interphase. La résistance et la rigidité d'un composite sont assurées principalement par les fibres qui possèdent des caractéristiques mécaniques beaucoup plus élevées que la matrice. Cette dernière, quant à elle, réunit les fibres et donne la forme géométrique de la structure. La matrice sert également à transférer les efforts mécaniques entre les fibres et les protéger contre les environnements. L'interphase est la zone créée par l'adhérence et la réaction entre les fibres et la matrice. Elle possède des caractéristiques chimiques et mécaniques différentes de celles des fibres et de la matrice [04].

#### I.3.1. Les fibres

La rupture des matériaux hautes résistances ou hauts modules est généralement provoquée par la propagation des défauts. Les matériaux en forme de fibre sont intrinsèquement plus résistants à la rupture qu'en forme massive car la taille des défauts est limitée par le diamètre faible [02]. Dans un composite fibreux, la tenue mécanique est assurée principalement par les fibres. Par sa nature filamenteuse, la rupture de quelques fibres a pour résultat la redistribution du chargement sur les autres fibres, ce qui empêche la rupture catastrophique de la structure.

- **Fibres de verre**

La connaissance des matériaux composites fibreux à matrice de polymères est initialement basée sur des études des composites à fibres de verre. Ces fibres sont très répandues dans des applications basses performances ainsi que des applications hautes performances telle que les réservoirs de propulseurs de fusée. Leurs avantages incluent prix compétitif, disponibilité, et résistance élevée. Cependant, à cause de leur rigidité relativement faible, les fibres de verre sont progressivement remplacées par les fibres aramides ou les fibres de carbone dans les applications hautes performances.

- **Fibres de carbone**

Actuellement, les fibres de carbone sont le renfort le plus répandu pour les matériaux composites hautes performances [02]. Deux avantages principaux de ces fibres sont leur fabrication plus adaptée à la production à grande échelle que d'autres fibres hautes performances et leurs excellentes propriétés mécaniques plus facilement transférables aux matériaux composites. Leur prix reste toutefois prohibitif pour les produits grand public.

- **Fibres d'aramides**

Ces fibres appartiennent à la famille des fibres polyamides aromatiques. Les versions commerciales disponibles incluent le Kevlar (nom déposé) et le Nomex (nom déposé). Elles possèdent une résistance élevée et une rigidité considérablement supérieure à celle des fibres de verre. La tolérance aux dommages est très bonne également. Leurs désavantages incluent une résistance en compression inférieure à celle des fibres de carbone et une adhésion relativement faible aux matrices [02]. Le tableau (1.1), présente les caractéristiques mécaniques de quelques composites.

Fibre	densité	Charge de rupture en traction (en Mpa)	Charge de rupture en compressio (en Mpa)	Allongt à la rupture (en %)	Module d'élasticité longi (Mpa)	Diamètre du filament élémentaire (en mm)	Prix (en F/K)
Verre E	2.54	3400	1200	4.8	73000	3 - 30	12
Verre R	2.48	4400	1300	5.4	86000	3 - 30	50
Aramide bas module	1.45	3100	500	2	70000	12	150
Aramide haut module	1.45	3100	500	1	130000	12	200
Carbone haute ténacité	1.78	2800	1800	0.5	200000	8	300/1000
Carbone haut module	1.8	2200	1300		400000	8	300/1000
Bore	2.63	3500	3500	0.8	400000	100 - 200	3000
Acier XC10	7.85	1000			210000		

Tableau (1.1) : Principales caractéristiques mécaniques des fibres de base [03]

#### I.4. Les matrices

La matrice réunit les fibres par ses caractéristiques cohésive et adhésive. Elle maintient les fibres dans leur orientation et leur position prévues pour les charges appliquées. Ses autres rôles consiste à distribuer les efforts entre les fibres, fournir une résistance à la propagation de fissure, et fournir toutes les résistances en cisaillement du composite [02]. La matrice détermine en général la limite de la température d'utilisation et l'environnement de service du matériau. Il existe un grand nombre de polymères pouvant servir de matrice aux matériaux composites. Ceux parmi les plus utilisés sont les suivants :

- **Les résines de Polyester et de Vinylester**

Ce sont les résines les plus utilisées de toutes les matrices, pour des applications commerciale, industrielle, et de transport. L'adhésion avec les fibres de verre est excellente. Les résines de Polyester et de Vinylester sont en majeure partie limitées aux applications basses performances à cause d'un problème d'adhésion avec les fibres hautes performances telles que fibres de carbone et fibres aramides [02].

- **Les résines thermodurcissables**

Lorsqu'une résine thermodurcissable est soumise à une élévation de température, il se crée des réactions chimiques au cours desquelles des liaisons covalentes sont formées entre les chaînes des molécules résultant en un réseau tridimensionnel. Le polymère final se présente sous la forme d'un corps solide et infusible. La polymérisation étant irréversible, ce matériau ne peut être mis en forme qu'une seule fois au moment de sa fabrication. En règle générale, les matrices thermodurcissables possèdent une faible résistance à l'impact et une faible tenue en température. Les quatre types de résines couramment utilisées dans l'industrie aérospatiale sont les époxydes, les bismalémides, les polyamides, et les phénoliques. Les époxydes sont les plus utilisés pour la fabrication de structures aéronautiques. Ils possèdent une combinaison d'avantage quasiment imbattable: facilité de manipulation, flexibilité de traitement, de bonnes propriétés mécaniques, et un prix acceptable [02]. Leur application est cependant limitée à une température maximale comprise entre 80°C et 120°C.

- **Les résines thermoplastiques**

Les matrices thermoplastiques peuvent être divisées en deux classes selon leurs structures moléculaires: la structure semi-cristalline et la structure amorphe [05]. Ces matrices sont

caractérisées par la capacité d'être alternativement ramollies par chauffage au-dessus de la température de fusion ou de ramollissement et durcies par refroidissement. Dans ce cas, la modification de forme et le recyclage du composite sont envisageables. Ces résines possèdent des avantages sur les résines thermodurcissables telles qu'une ténacité améliorée, une déformation à rupture élevée, et une faible absorption d'humidité. De plus, elles ont une durée de stockage illimitée. Cependant, les thermoplastiques amorphes présentent des problèmes de résistance aux solvants organiques [02]. Parmi les résines thermoplastiques, on peut citer la résine Polyéther-éthercétone (PEEK), la Polysulfure de phénylène (PPS), la Polyétherimide (PEI).

- **Avantages des matériaux composites**

- Gain de masse
- Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombre d'interfaces (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques)
- Grande résistance à la fatigue
- Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf en cas de contact entre de l'aluminium et des fibres de carbone)
- Insensibles aux produits chimiques "mécaniques " comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole [03].

- **Inconvénients des matériaux composites**

- Vieillissement sous l'action de l'eau et de la température
- Attention aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes
- Tenue à l'impact moyenne par rapport aux métalliques
- Meilleure tenue au feu (classement M) que les alliages légers mais émission de fumées (classement F) parfois toxiques pour certaines matrices.
- Coût parfois prohibitifs (temps et coût études et mise en œuvre), le gain en coût est surtout valable pour des grandes séries [03].

### **I.5. Les matériaux composites structuraux Monocouches**

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes [03].

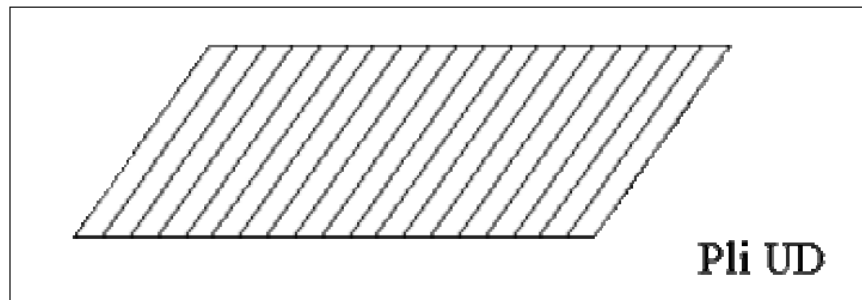


Figure (1.2) : Composite unidirectionnel [03]

### I.5.1. Stratifiés

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié [03].

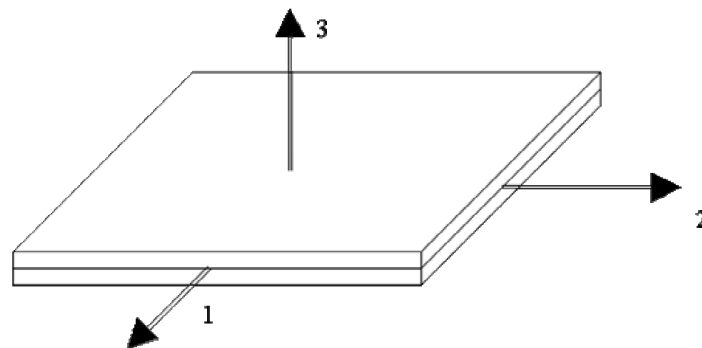


Figure (1.3) : Stratifié [03]

Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.

Notation " composite " : Un stratifié possédant l'empilement  $(0, +45, +90, -45)_2$  (Fig.02) est un stratifié avec 4 couches dans les directions  $0^\circ, -45^\circ, 90^\circ$  et  $+45^\circ$ , l'orientation  $0^\circ$  coïncidant avec la direction 1 du repère principal du composite. Ces plans seront réparties symétriquement par rapport au plan moyen du stratifié [03].

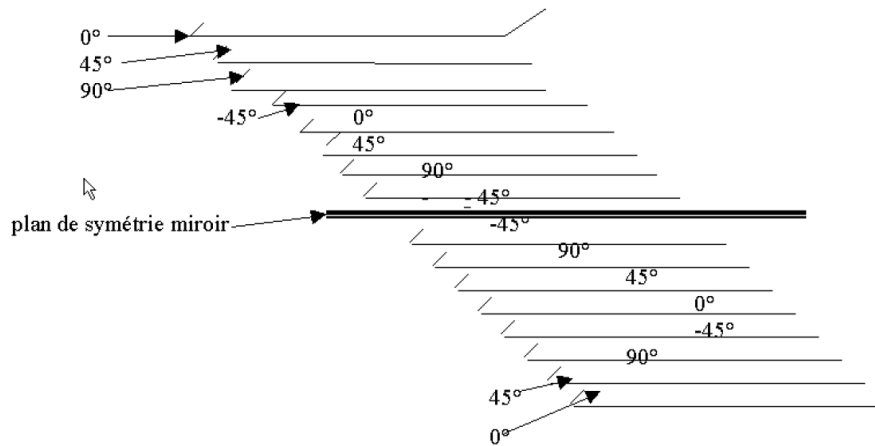


Figure (1.4) : Un stratifié de séquence (0, +45, +90, -45)2s [03]

On pourra avoir des stratifiés de type :

1. Equilibré : stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction + que de couches orientée suivant la direction -.
2. Symétrique : stratifié comportant des couches disposées symétriquement par rapport à un plan moyen.
3. Orthogonal : stratifié comportant autant de couches à 0° que de couches à 90° [03].

### I.5.2. Sandwichs

C'est un matériau composé de deux semelles (ou peaux), voir figure (1.5) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion et c'est un excellent isolant thermique [03].

$$10 \leq e_c / e_p \leq 100$$

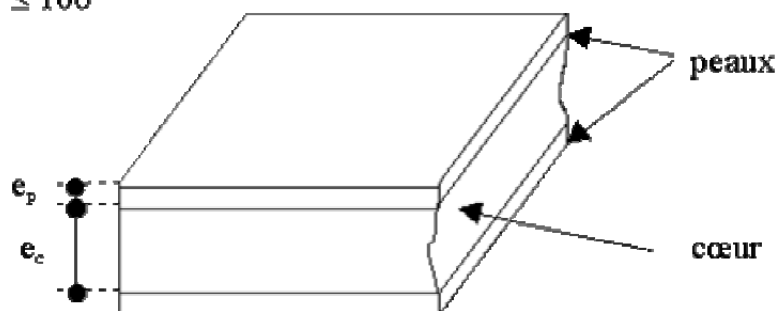


Figure (1.5) : Sandwichs [03]

**I.6. Organisation du mémoire de magister**

Durant le service, les éléments en composite sont exposés au choc avec des objets de différentes formes géométriques à des vitesses différentes. Ce choc provoque une diminution de la résistance du composite, par la suite la rupture catastrophique. L'impact à faible vitesse ou faible énergie engendre des endommagements internes, tels que rupture de fibres, de matrice ou de l'interface fibre/matrice. Le but de ce mémoire de magister est d'analyser numériquement au moyen de la méthode des éléments finis le choc à faible vitesse des composites stratifiés. Ce mémoire est donc composé de quatre chapitres.

- Le **premier chapitre** est une introduction générale sur les matériaux composites. Il porte sur la constitution d'un composite, ces caractéristiques mécaniques.
- Le **deuxième chapitre** est orienté sur les différentes recherches actuelles menées dans le domaine d'impact des matériaux composites.
- Le **troisième chapitre** traite la formulation mathématique du phénomène d'impact dans les composites.
- Le **quatrième chapitre** est orienté à la modélisation numérique du phénomène d'impact dans les composites au moyen du logiciel commercial d'éléments finis LS DYNA. Plusieurs exemples, sont traités, et les résultats sont alors comparés à ceux de la littérature.

Ce mémoire se termine par une **conclusion générale** synthétisant les différents résultats trouvés suivie des perspectives futures.

Pour en finir, les références bibliographiques sont présentées.

## *Chapitre II*

### *Etat des connaissances dans le domaine d'impact*

#### **II.1. Introduction**

Au cours de la vie d'une structure, les impacts de corps étrangers peuvent avoir lieu au cours du procédé de la fabrication, durant le service et les opérations de maintenance. Un exemple de l'impact en service se produisant au cours des décollages et les atterrissages des avions, à cause des pierres et les autres petits débris de la piste qui sont propulsés à des vitesses élevées par les pneus. Au cours du processus de fabrication ou lors de l'entretien, les outils peuvent être déposés sur la structure. Dans ce cas, les vitesses d'impact sont faibles, mais la masse du projectile est plus grande. Les structures en composites stratifiées sont plus sensibles aux endommagements d'impact que d'autres structures similaires métalliques. Dans le cas des structures en composites, les impacts d'objet créent des défauts internes qui, souvent, ne peuvent pas être détectés par une inspection visuelle. Ce type d'endommagement interne peut entraîner une diminution marquée de la résistance et peut se développer sous les sollicitations de service. Par conséquent, les effets d'impacts de corps étrangers sur les structures en composites doivent être étudiés, et des mesures appropriées doivent être prises dans le processus de conception pour tenir compte des événements attendus. Les préoccupations concernant l'effet des impacts sur les performances des structures en composites ont été un facteur de limitation de l'utilisation de matériaux composites.

#### **II.2. Définition de l'impact**

En mécanique, le choc correspond à l'application d'une force importante durant un temps très court, généralement accompagné d'un brusque changement de vitesse [06]. Un impact peut être défini comme le cas particulier d'un choc de projectile sur une surface. Les impacts à fortes énergies entraînent souvent la perforation et semblent donc causer les dégâts les plus graves. Cependant, il ne faut pas négliger les impacts à faible énergie car ceux-ci provoquent des délaminages à l'intérieur des composites qui peuvent se propager sous sollicitation cyclique [07]. Ce phénomène est insidieux car aucun signe extérieur ne prévient de l'endommagement de la structure composite.

### II.3. Classification des impacts

Les impacts sont classifiés de plusieurs façons. Certains auteurs établissent une classification à partir de la seule donnée de la vitesse d'impact [08]. Les valeurs des vitesses d'impact sont référencées comme suit :

- **Impact à basse vitesse** : entre 0 et 50 m/s

Ces impacts résultent typiquement de la chute d'un outil lors des phases de maintenance ou de la percussion de débris présents sur la piste et projetés sur la structure durant les phases de roulage. Il s'agit donc aussi bien de chocs mous, pour les débris de pneus éclatés notamment, que de chocs durs, pour les outils métalliques.

- **Impact à vitesse modérée** : entre 50 et 200 m/s

Ces impacts ont des conséquences qui peuvent être dramatiques pour l'aéronef et ce d'autant plus qu'ils se produisent généralement pendant des phases où l'aéronef est en l'air. Dans cette gamme de vitesse, on retrouve tout d'abord les chocs d'oiseaux lors des phases de décollage et d'atterrissage qui sont des chocs mous mais avec des énergies élevées de part la masse du projectile (de l'ordre de 2 kg). Il y a aussi les impacts de grêle qui touchent la structure toute entière et qui sont des chocs durs mais avec des niveaux d'énergies plus faibles que pour le choc d'oiseau.

- **Impact à vitesse élevée** : entre 200 et 1000 m/s

Ces impacts sont à prendre en compte pour les aéronefs militaires car il s'agit pour la plupart d'impacts balistiques.

- **Impact hyper vitesse** : supérieure à 4000 m.s<sup>-1</sup>

Ce type de charges dynamiques se retrouve pour les engins spatiaux et notamment les satellites qui peuvent être percutés par des projectiles en tout genre une fois en orbite dans l'espace. Les énergies d'impact sont par ailleurs très variées étant donnée la diversité des débris spatiaux présents. On relèvera aussi, que dans la modélisation de l'impact, il est nécessaire de prendre en compte, en plus le solide en lui-même, un effet de souffle lors du choc car avec sa vitesse, le débris explose littéralement au moment de l'impact.

- **Crash de la structure :**

Il est étudié pour des vitesses verticales entre 7 et 10 m/s. Ces niveaux de vitesses sont les niveaux retrouvés dans les différentes études réalisées, qu'il s'agit d'un crash sur la terre ferme ou d'un amerrissage. Dans cette gamme de sollicitation, le taux de déformation auquel est soumis le matériau est de l'ordre de  $100\ s^{-1}$ . Les études expérimentales et numériques ont montrés que le chargement à grande vitesse entraîne des difficultés spécifiques. En effet, pendant les essais à grande vitesse, quelques problèmes expérimentaux apparaissent comme les effets d'inertie, le non uniformité du chargement et la difficulté de mesurer les caractéristiques mécaniques du matériau. Dans des essais d'impact à grande vitesse, la structure entière n'a pas de temps pour répondre, menant aux endommagements très localisés. Par contre, dans l'impact à basse vitesse, la durée de contact est assez longue pour que la structure entière réponde à l'impact.

#### **II.4. Les tests d'impact**

Pour simuler l'impact réel d'un corps étranger, un certain nombre de procédures d'essai ont été proposés. L'énergie cinétique initiale du projectile est un paramètre important à prendre en considération, mais plusieurs autres facteurs affectent également la réponse de la structure. Une grande masse avec une vitesse initiale faible ne peut pas provoquer la même quantité de dégâts que la plus petite masse avec une vitesse plus élevée, même si les énergies cinétiques sont exactement les mêmes. Dans un cas, l'impact pourrait induire une réponse globale de la structure, tandis que dans l'autre la réponse pourrait être localisée dans une petite région autour du point d'impact. Par conséquent, le choix de la méthode d'essai appropriée doit être fait très soigneusement pour s'assurer que les conditions d'essai sont similaires aux conditions d'impact réel.

À l'heure actuelle, deux types de tests sont utilisés par la plupart des chercheurs, même si de nombreux détails de l'appareil d'essai réels peuvent différer. Des études expérimentales tentent de reproduire des situations réelles dans des conditions contrôlées. Par exemple, pendant le décollage et l'atterrissage, des débris de la piste peuvent causer des dommages; cette situation, avec des projectiles à haute vitesse, est la meilleure simulation en utilisant un canon à gaz. Une autre préoccupation est l'impact d'une structure en composite par un grand projectile à une faible vitesse, ce qui se produit lorsque les outils sont accidentellement tombés sur une structure. Cette situation est la meilleure simulation en utilisant un testeur de chute de poids.

#### **II.4.1. Test canon à gaz**

Plusieurs variantes de mise en œuvre sont décrites dans la littérature, mais les principales caractéristiques d'un appareil de canon à gaz sont présentées sur la figure (2.1a). La haute pression de l'air comprimé est aspirée dans un accumulateur à une pression donnée contrôlée par un régulateur. La pression est relâchée par une électrovanne, provoquant la rupture d'une membrane mince. Le projectile se déplace ensuite à travers le canon et passe à travers un dispositif de détection de la vitesse tout en restant dans le canon. Un dispositif simple permettant de mesurer la vitesse est composé d'une diode unique électroluminescente (LED) et d'un photo-détecteur. Le projectile, de longueur connue, interrompt le faisceau lumineux, et la durée de cette interruption de signal produit par le capteur est utilisée pour calculer la vitesse du projectile. La plupart des montages expérimentaux utilisent deux paires LED photodétecteur. Le temps parcouru entre les deux capteurs est déterminé au moyen d'un compteur numérique utilisé pour calculer la vitesse du projectile. Un autre système a été réalisé par Cantwell et al [10], ils ont placés deux fils minces à travers le canon d'un fusil d'une distance donnée. La vitesse du projectile est déterminée en fonction du temps écoulé entre les instants de rupture du premier et le deuxième fil.

#### **II.4.2. Test poids tombant**

Ils sont largement utilisés et peut être de différentes conceptions. Les impacteurs lourds sont généralement guidés par un rail au cours de leur chute libre d'une hauteur donnée. Habituellement, un capteur active le dispositif mécanique destiné à prévenir les impacts multiples. Serge Abrate [09] décrit un système dans lequel l'échantillon est soumis à une précontrainte contrôlé à la traction. Les projectiles de petite taille sont tout simplement lâchés d'une distance connue, figure (2.1b), parfois en étant guidé par un tube.

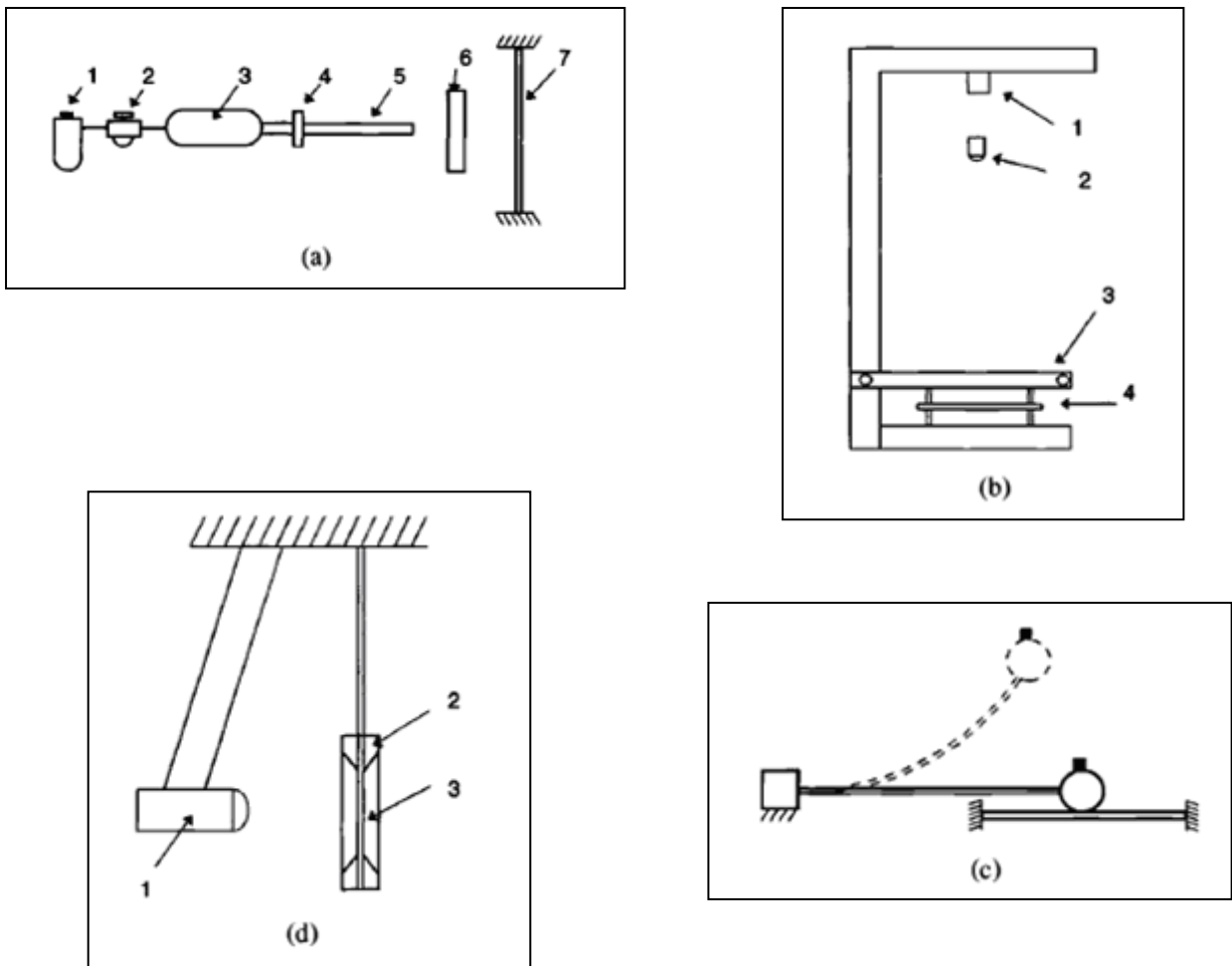


Figure (2.1) : Les différents tests d'impact [09]

### II.4.3. Les systèmes de type pendule

Les systèmes de type pendule sont également utilisés pour générer des impacts à faible vitesse. Les pendules de type représentés sur la figure (2.1d), sont constitués d'une bille d'acier suspendue à une chaîne, ou un projectile plus lourd équipé de capteurs de force ou de capteurs de vitesse. La technique de pression de type Hopkinson barre est également utilisée. GÜRDAL Z. et al [11] ont utilisés un impacteur en porte à faux, voir figure (2.1c), pour laquelle une bille d'acier de 1Po de diamètre est montée à l'extrémité d'une poutre flexible qui est tirée vers l'arrière et ensuite libérée afin de produire l'impact.

#### II.4.3.1. Effet d'impact

Au cours de l'impact d'un projectile sphérique, le champ des contraintes dans la zone de frappe est tridimensionnel. Dès que les projectiles entre en contact avec la cible, une onde de

compression, une onde de cisaillement et des ondes de surface se propagent en s'éloignant du point d'impact. Pour les impacts à faible vitesse, il n'y a pas d'endommagement significatif qu'est généré pendant la phase précoce de l'impact. Si le niveau de contrainte reste faible, car ces ondes se propagent plusieurs fois à travers l'épaisseur du stratifié et alors la cible se déforme comme une plaque. Les dégâts sont introduits au cours du mouvement de flexion. Avec des impacts à grande vitesse, l'onde de compression, après sa réflexion sur la surface arrière, peut générer des contraintes de traction de grandeur suffisante pour créer la rupture de la face arrière. La technique flyer [10] plaque mince est utilisée pour étudier l'endommagement causé par les éclats d'impulsions. Dans une configuration typique, une plaque circulaire mince est accélérée par l'explosion d'une mince feuille d'aluminium. Comme la plaque est circulaire, l'impact du spécimen, les ondes de contrainte de compression se propagent vers la gauche de la plaque circulaire avec une vitesse  $v_1$  et vers la droite dans l'échantillon avec une vitesse  $V_2$ , figure (2.2).

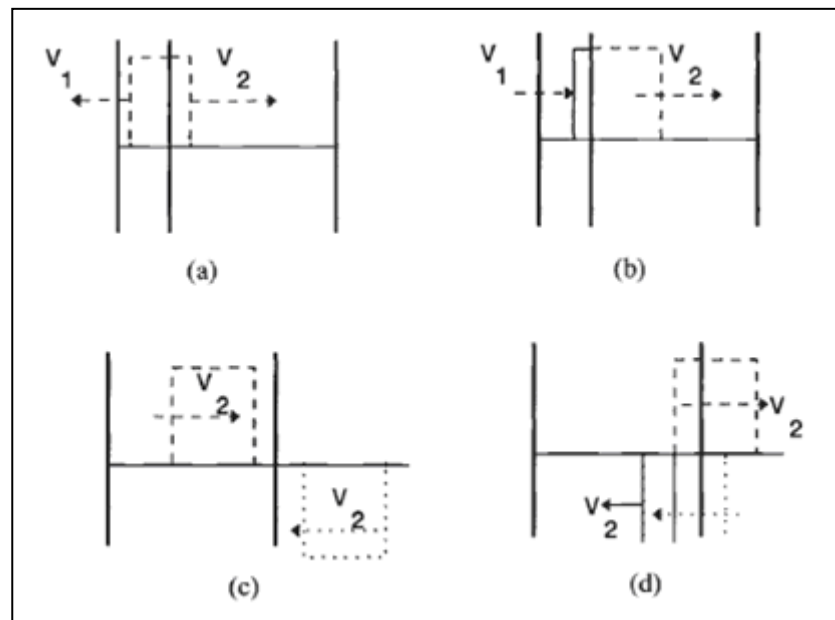


Figure (2.2) : Technique Flyer d'une plaque circulaire [10]

En raison de l'importance du problème d'impact, de vastes études expérimentales ont été menées sur la détermination de la force d'impact et la réponse de structures en composites (Serge Abrate [09], Umar Farrok, 2006 [12], P.E.Reed, L.Beva, 2007 [13], George Staab, 2004 [14], Kim

MJ, Gupta A. [15]. Depuis le début des années 1980, de nombreux chercheurs effectuaient des recherches sur la caractérisation des modes d'endommagement dans les structures en composites sous une charge transversale, tels que l'impact à faible vitesse [11]. Lorsque les matériaux classiques comme l'acier et l'aluminium sont utilisés en cas de choc à faible vitesse, l'énergie est généralement absorbée par la déformation élastique et plastique. Bien que cette déformation soit permanente, la capacité portante n'est pas considérablement réduite.

Les composites en graphite ont très peu ou pas de déformation plastique lors de l'impact à faible vitesse en raison de sa faible déformation à la rupture de la fibre et de la fragilité de la matrice époxy. Par conséquent, l'énergie d'impact est absorbée par les processus de rupture différents. Il est bien connu que les matériaux composites dissipent l'énergie d'impact par délaminage, fissuration de la matrice, et la rupture des fibres. Il en résulte de plusieurs façons possibles d'améliorer la tolérance aux dommages des matériaux composites. L'étendue des dégâts imposés par l'impact à faible vitesse peut être affectée par la géométrie et la configuration stratifiée des structures composites. Dans la plupart des cas, en particulier avec un impact à faible vitesse, le dommage est interne et difficile à détecter par une inspection visuelle [11].

Giovanni Belingardi et al [16], ont étudié expérimentalement l'influence de l'épaisseur du laminé sur le comportement à l'impact à faible vitesse. Le composite analysé est un laminé de carbone/époxy caractérisé par deux séquences d'empilement différentes, testé dans une tour à poids tombants. Les plaques de trois épaisseurs différentes ont été étudiées à un chargement statique et quasi dynamique. A partir des résultats expérimentaux, les courbes force-déplacement ont été représentées pour les différentes vitesses d'impact.

Z.Y.Zhang et al [17], ont analysé l'effet de l'impact à faible vitesse sur le comportement à l'endommagement d'un composite de fibre en verre et de matrice en polyester, le composite est fabriqué par le procédé de pultrusion. Le matériau composite a été testé à l'impact dans une tour à poids tombants. L'endommagement interne a été visualisé et quantifié au moyen de l'interférométrie en fonction de l'épaisseur, de la densité et la dégradation uniforme des franges. Il y'a une relation linéaire entre l'endommagement identifié et l'énergie d'impact. Le composite a été testé à l'impact dans un dispositif de flexion à trois points. Les résultats, montre qu'il y'a une réduction des propriétés en flexion à cause de l'impact.

Ramin Hosseinzadeh et al [18], ont caractérisé le comportement à l'endommagement de quatre plaques en matériaux composites soumises à l'impact dans une tour à poids tombants pour de différentes énergies d'impact et de moments. Les composites sont de matrice époxy. Les plaques en composites en fibre en carbone montrent un très bon comportement structurel, tandis que les composites hybrides carbone/verre présentent un comportement approprié sous l'énergie d'impact. Les zones endommagées ont été analysées par le procédé non destructif d'ultrason.

Cesim Atas, Onur Sayman [19], ont mené une étude expérimentale sur la réponse à l'impact d'un composite en fibre de verre en forme de tissu et de résine époxy. Les tests d'impact ont été réalisés sous de différentes énergies allant de 4J à 45 J. Il a été possible d'examiner le processus d'endommagement pas à pas à partir d'initiation jusqu'à la perforation finale. A partir des courbes représentant la vitesse d'impact en fonction de l'énergie, une corrélation a été mise en évidence en fonction des divers paramètres.

F.J. Yang, W.J. Cantwell [10], ont analysé l'initiation de l'endommagement sous sollicitation d'impact dans un composite de fibre en verre est de matrice époxy, de séquence d'empilement (0/90). La force critique d'initiation de l'endommagement varie linéairement en fonction du temps  $t$  ( $t^{3/2}$ ), où  $t$  est l'épaisseur du composite. Cette relation est valable pour des températures d'essai variant entre 23 et 90°C. L'influence de la température sur l'initiation de l'endommagement est compliquée. Une autre série de tests a été menée en variant la forme géométrique de l'impacteur. La force critique augmente en fonction du diamètre, avec des changements significatifs dans le laminé.

W.A. de Morais et al [20], ont analysé l'effet du renfort sur le comportement à l'impact à faible vitesse. Trois types de fibres ont été considérés, la fibre en aramide, en verre et en carbone. Les tests d'impact ont été réalisés dans une tour à poids tombants d'une hauteur allant de 0.5m et de 1m. Les modes de rupture des échantillons ont été analysés aux moyens du microscope électronique à balayage et aux rayons X. Les résultats montrent que le composite en fibre en carbone présente de meilleure performance mécanique par rapport aux deux autres (fibre en verre et en aramide). Ce comportement a été attribué partiellement à l'absorption élevée de l'énergie élastique des fibres en carbone retardant ainsi la propagation de la délamination et la rupture des fibres. Le mode de rupture du composite en fibre en verre a été dominé par le nombre élevé des

fibres par unité de surface. Le composite en fibre d'aramide, montre un mauvais comportement qui a été attribué à l'anisotropie intrinsèque de la fibre d'aramide.

Ceyla Akin, Mehmet Senel [21], ont menés une étude expérimentale pour la caractérisation à l'endommagement d'un composite soumis à l'impact à faible vitesse. Les échantillons en composite sont formés de huit couches symétriques. Les composites sont caractérisés par trois séquences d'empilement,  $[0/90]_{2s}$ ,  $[-30/30]_{2s}$  et  $[-45/45]_{2s}$ . Les échantillons ont été testés à poids constant. Le processus d'endommagement a été examiné pas à pas de l'initiation à la perforation finale. Les dimensions des plaques en composites étaient de 140\*140mm, ayant soit deux cotés encastrés, soit les quatre encastrés.

John P. Dear, Samuel A. Brown [22], ont menés une étude sur la résistance à l'impact de deux matériaux SMC (matériau composite à matrice métallique) et un autre de fibre en verre sous forme en mat est de matrice thermoplastique. Une machine d'impact servo-hydraulique et une tour à poids tombants ont été utilisées pour les tests pour obtenir les différents degrés de déformation et de la pénétration de l'endommagement dans les deux matériaux SMC et le thermoplastique. La machine servo-hydraulique fournit des données pas à pas sur le processus d'endommagement. L'énergie d'impact absorbée par les différents matériaux a été déterminée pour les différents degrés de déformation et de pénétration des composites.

Carlo Santulli [23], a analysé le comportement à l'endommagement d'impact à faible vitesse d'un composite de fibre naturelle au moyen de l'émission acoustique. Le composite étudié est de matrice polyester renforcée par des fibres naturelles. Des essais de post impact ont été réalisés incluant la traction, flexion à trois points. Pour tous ces tests, le principe de l'émission acoustique a été utilisé. Les résultats obtenus ont été alors comparés avec ceux de l'observation au microscope optique.

N.K.Naik et al [24], ont menés une étude sur la caractérisation à l'impact d'un composite de renfort en forme de tissu. Les vitesses d'impact utilisées étaient de 3 et 1m/s avec un impacteur de masse 50g. Les plaques en composite de dimension 150\*150\*6mm de conditions aux limites simplement supportées. Le comportement à la rupture a été évalué au moyen du critère de rupture de Tsai-Hill.

Ganapathi M, Makhecha D.P. [25], ont analysés l'effet de la configuration du composite sur le comportement à l'impact transversale centrale à faible vitesse. Une analyse numérique basée sur la méthode des éléments finis tridimensionnelle a été réalisée en utilisant une loi d'Hertz modifiée. Les dimensions du laminé est de 150\*150\*6mm simplement supporté.

Manish Khandelwal et al [26], ont étudié numériquement l'initiation de la délamination dans un composite soumis à l'impact à faible vitesse. La modélisation numérique est basée sur la méthode des éléments finis tridimensionnelle en utilisant les éléments solides couches à huit nœuds. Un programme en langage C a été écrit tenant en compte des critères de la délamination et la rupture de la matrice à l'interface à cause de l'impact. Les résultats fournis par le code développé ont été comparés avec ceux d'autres codes. L'étude a aussi touchée l'effet de la masse de l'impacteur, la vitesse et l'orientation des fibres. Une comparaison a été effectuée entre le composite en graphite/époxy et un hybride en graphite-verre/époxy.

O.Orfila et al [27], ont présentés une étude ayant pour objectif la détermination de l'influence de l'anisotropie de flexion sur l'endommagement d'impact basse vitesse de composites stratifiés carbone/époxy. Quatre stratifications de 24 couches sont étudiées. Elles possèdent des propriétés diverses d'isotropie ou d'anisotropie en membrane et en flexion. L'endommagement d'impact est étudié par méthode ultrasonore (C-Scan) et par thermographie infrarouge. L'aire et la morphologie des zones délaminées sont relevées pour l'ensemble des stratifiés. Les résultats montrent que la forme et la surface des délaminages ne sont pas affectées par les propriétés d'anisotropie de membrane. En revanche, l'endommagement est sensiblement plus important pour les stratifiés fortement anisotropes en flexion, et présente une orientation caractéristique des symétries du matériau. Ces résultats permettent de mettre en lumière l'importance de la prise en compte des propriétés de flexion dans la conception des stratifiés.

David Trudel Boucher [28], a mené une étude expérimentale sur la réponse aux impacts à faible vitesse des matériaux composites à fibres continues polypropylène/fibre de verre (PP/FV). Ce travail vient donc s'ajouter au nombre important d'études qui ont été réalisées au cours des dernières années sur ce type de matériau en raison de leur faible coût de production, de leur résistance à l'environnement et des possibilités de recyclage offertes. Aussi, cette étude a pour objectif d'explorer ces domaines particuliers. En premier temps, les propriétés reliées aux «impacts à faible

vitesse d'un laminé polypropylène/fibres de verre (PP/FV) moulé selon une séquence d'empilement  $[0/90]_{2s}$  ont été étudiées à l'aide de l'essai du poids tombant. Des observations au microscope optique et des inspections au laser-ultrasons (C-scans) ont été utilisées pour caractériser l'endommagement produit par impact. Les principaux modes d'endommagement observés sont les fissures dans la matrice, la délamination et la rupture de fibres. Les observations effectuées montrent également que les délaminations sont amorcées lorsque les fissures de cisaillement rencontrent l'interface d'un pli d'orientation différente. De plus, la déformation résiduelle des échantillons a permis de montrer la présence d'une déformation plastique importante. Des relations linéaires entre la surface délaminées et l'énergie incidente ainsi qu'entre la surface délaminée et la force d'impact ont été rapportées, ce qui a permis de déterminer par régression linéaire une énergie-seuil et une force-seuil pour la formation de la délamination. Cette valeur est en accord avec l'initiation de l'endommagement détecté sur les courbes force-temps qui ont été obtenues à l'aide d'essais d'impact instrumenté.

R.Tiberkak et al [29], ont étudiés les plaques composites à base de fibres sans endommagement, sous l'effet de choc à petites vitesses sont numériquement étudiées par la méthode des éléments finis. Les éléments de Lagrange à 9-nœuds et la théorie des plaques de Mindlin qui tient compte de l'effet du cisaillement transversal sont utilisés dans la formulation. L'algorithme de Newmark est utilisé pour la résolution des deux équations dynamiques régissant le mouvement de la plaque et du projectile. Dans le présent travail, la force de contact et la déflexion maximale, due à la force de contact appliquée au centre de la plaque, sont calculées durant la phase de chargement et de déchargement, et ce en fonction de plusieurs paramètres tels que: la vitesse du projectile, les conditions aux limites (encastrement ou appuis simples) ainsi que les séquences d'empilements. Les résultats numériques sont obtenus par le biais d'un programme en éléments finis développé par nos soins. De ces premiers résultats, en tire les conclusions les suivantes : (i) La force de contact augmente avec l'augmentation de la vitesse de contact, (ii) Une légère différence est remarquée entre les deux conditions aux limites utilisées, (iii) la force de contact augmente avec l'augmentation du pourcentage des fibres orientées à  $90^\circ$ . Dans la deuxième partie de ce travail de recherche une étude de l'analyse dynamique des contraintes est réalisée. Les contraintes dynamiques normales et de cisaillements sont calculés aux points de Gauss et à différentes interfaces. Par suite, les critères de rupture appropriés sont appliqués afin de prédire l'initiation ainsi

que la propagation de l'endommagement et ce pour plusieurs séquences d'empilements. (Fissuration de la matrice et de délaminage).

Un modèle permettant la détection du développement de l'endommagement dans les panneaux en composites stratifiés soumis à l'impact à faible vitesse a été élaboré par Christophe Bouvet et al [30]. Le modèle est composé d'éléments d'interface pour décrire la propagation de fissures dans la matrice par la méthode des éléments finis. La modélisation par éléments finis de chaque pli du panneau composite stratifié doit tenir compte de la discontinuité créée par les fissures de la matrice et en particulier par la fissure de la matrice en cisaillement. Par conséquent, le maillage doit respecter l'orthotropie du matériau. Les endommagements de la matrice sont modélisés grâce à aux endommagements localisés pour prendre en compte la discontinuité créée par ce phénomène. Le délaminage est modélisé avec des éléments de type d'interface, et les critères de rupture dépendent des efforts à l'interface, et aussi sur des contraintes dans les couches adjacentes. Ils sont soulignés les différents points suivants:

- La rupture des fibres est fondamentale dans le développement des endommagements d'impact et en particulier l'absence de fibres dans une direction bloque la propagation de délaminage dans ce sens. Une étude expérimentale doit être menée pour confirmer cet effet.
- Le mode I de rupture est fondamental sur la propagation de délaminage. En effet, le modèle proposé nous permet de tenir compte de la délamination avec seulement un critère de contrainte interlaminaire normale. Le champ de déplacement de la dernière couche est influencé par l'existence de la délamination.

M. Ilyas et al [31], ont montrés que la capacité de la méthode SPH à modéliser le comportement élastique orthotrope de plaques composites stratifiées ; la méthode est stable et le couplage EFS/PH est continu. L'étude de faisabilité a permis de comparer un modèle SPH de flexion et un modèle éléments finis. Le modèle éléments finis présente une raideur plus importante tandis que le modèle SPH permet de prendre en compte les effets de Poisson. Les valeurs de déplacements et contraintes sont quasi identiques. Dans le cas d'application d'un impact à 4J, nous avons comparé les résultats de mesures d'essais et les résultats de calculs tout FE et couplé EF/SPH. Les pics en forces et déplacements sont obtenus au même instant dans les essais et les modèles. Les déplacements maximaux en face arrière sont quasi identiques. Les valeurs maximales de forces restent trop élevées avec les deux modèles élastiques par rapport à l'essai. Les valeurs maximales de

contraintes dans les plis sont tout à fait similaires entre les éléments finis et le modèle couplé EF/SPH, et l'analyse des contraintes permet de retrouver qualitativement l'origine des fissurations transverses observées dans les plis à 90°, et les délaminages. Une comparaison quantitative a été menée entre les valeurs des contraintes significatives et l'étendue de la zone délaminée entre les plis de la face arrière. Les résultats obtenus sont prometteurs. L'analyse des contraintes dans les différentes couches permet d'envisager d'étendre le modèle SPH à la prévision du délaminage et de l'endommagement dans les plis, grâce à des modèles de comportement de composite intégrant l'endommagement en particulier.

Mohamed Aboussaleh [32], a présenté une étude pour définir, caractériser et prédire un état d'endommagement critique (EDC). Cette étude pourra être utile pour le design des structures en composites. Dans le but de comprendre les mécanismes d'endommagement, particulièrement sa forme, son étendue et sa nature, une série d'essais quasi-statiques et de chocs est réalisée sur des plaques en gaphite/époxy (AS4/3501-6). L'analyse de l'ensemble des résultats obtenus a permis de dégager les points suivants:

- 1) La réponse du matériau aux chocs à faible énergie peut être déterminée par des essais quasi-statiques,
- 2) Les deux chargements présentent une réduction instantanée de la force dans la courbe force-déplacement,
- 3) cet état correspond à une propagation instable du dommage,
- 4) Cet état d'endommagement critique (EDC), peut être lié à des variables globales telles que la force, la rigidité et l'énergie,
- 5) La forme, l'étendue et la nature d'endommagement sont semblables dans les deux types de chargements. Un modèle de calcul des paramètres qui sont liés à l'EDC est proposé dans la présente étude. D'abord, la zone de contact joue un rôle important dans le problème du choc. L'énergie du choc est transmise à la plaque par la création d'une surface de contact entre l'impacteur et la plaque cible. Un modèle de prédiction de la relation entre cette force et l'indentation est développé. La plaque est de faible épaisseur, constituée d'un stratifié symétrique. La continuité des contraintes de cisaillement interlaminaires est prise en compte. Des résultats expérimentaux ont confirmé la validité de cette approche.

Robin Olsson [33], a présenté un modèle analytique pour la croissance de la délamination lors de l'impact sur des plaques à faible masse. Un modèle analytique est présenté pour l'initiation du délaminage et sa croissance et la réponse lors de l'impact résultant de faible masse sur des plaques stratifiés orthotropes, qui est généralement causé par des débris de la piste et d'autres petits objets. La solution est obtenue par une solution rapide numérique pas à pas de l'équation intégrale. La taille du délaminage, la charge et les résultats de la déformation peuvent être prédit par le modèle d'impact élastique. Une bonne concordance est démontrée obtenue par la comparaison des résultats des éléments finis et de l'expérimentation.

J.P. Hou et al [34], ont menés une étude numérique en implant dans le code commerciale LS dyna3D d'un critère de rupture de composite. Les contraintes dans le plan ont été prises en compte pour l'initiation de l'endommagement. La délamination passe par l'épaisseur du composite grâce aux contraintes de compression. Les interactions entre les différents mécanismes d'endommagement ont été considérées. La prédiction de l'endommagement est en bonne concordance avec l'expérimentation.

Xinran Xiao [35], a présenté un modèle constitutif de comportement à l'endommagement d'un composite de matrice le Polypropylène renforcée par des fibres en verre en forme de mat. Le travail a pour objectif l'application du modèle CODAM pour la simulation de l'impact des composites. Les paramètres d'endommagement ont été déterminés.

Niyogi A.G. et al [36], ont utilisés la mécanique de la rupture pour simuler le délaminage dans un panneau stratifié et un tuyau pendant un essai de choc. Le taux de libération d'énergie est évalué grâce à la méthode VCCT (Virtual Crack Closure Technique) et l'endommagement transversal de la fissuration de la matrice est pris en compte grâce à la dégradation du module de la force. Les simulations sont en corrélation avec l'expérience, même si les séquences d'empilement sont particulièrement simples. Ensuite, ils ont souligné la difficulté de mettre en œuvre ce modèle dans une activité commerciale FE (Finite Element) du code, car il nécessite l'accès et la transmission d'informations entre les éléments dans le voisinage du front de délaminage qui est un problème tout aussi rencontré dans la mise en œuvre du modèle proposé. Enfin, ils ont proposé l'utilisation d'interfaces entre les sous de cohésive stratifiés, dont les propriétés sont dégradées comme décrit par une variable d'endommagement dans le cadre de la mécanique des milieux continus. Ce modèle a été appliqué à quelques problèmes légèrement différents, comme DCB (Double Cantilever Beam) tests, mais son applicabilité à des scénarios plus sophistiqués, tels que la modélisation des dégâts

dans le problème d'impact est encore à explorer ce qui est considéré comme la prochaine phase de développement.

De Moura et al [37], ont modélisés l'interaction entre la rupture de la matrice et la délamination dans un composite en carbone/époxy de séquence d'empilement  $[0_4, 90_4]_s$  soumis à l'impact à faible vitesse. La caractérisation à l'impact a été réalisée au moyen du test à poids tombants et la caractérisation de l'endommagement est effectuée au moyen des rayons X. L'impact induisant la délamination et la rupture de la matrice ont été les modes d'endommagement les plus dominants dans le composite. Le modèle développé est basé sur une formulation en trois dimensions en utilisant des éléments solides pour modéliser la délamination entre les couches. Le modèle d'endommagement progressif de l'interaction entre la fissure due à la flexion et à la délamination. Une bonne concordance entre l'analyse expérimentale et numérique en fonction de l'orientation et la taille du délaminage a été obtenue.

A.F.Johnson [38], a présenté une étude sur la modélisation d'un composite de renfort en forme de tissu sous la sollicitation d'impact à faible vitesse. L'étude prend en considération la modélisation des composites renforcés de tissu sous les charges d'impact dans le plan du laminé.

F. Aymerich, F. Dore et P. Priolo [39], ont menés une étude numérique basée sur la méthode des éléments finis utilisant les éléments cohésifs d'interface. Le composite est en graphite/époxy sollicité à l'impact à faible vitesse. Le modèle développé fournit une simulation cohérente de la réponse au choc des stratifiés dans un large éventail de valeurs de l'énergie, la taille, la forme et l'emplacement des mécanismes d'endommagement principal. Les résultats des analyses ont également montré l'importance d'utiliser un critère d'endommagement susceptible de prendre en compte de l'effet des contraintes dans le plan produisant l'initiation de la phase de la décohésion.

## Chapitre III

### Formulation mathématique de l'impact

#### III.1. Equations constitutives d'un Lamina

##### III.1.1 Introduction

Un stratifié est un empilement de feuillets pour obtenir la rigidité et l'épaisseur désirée. Par exemple, composites unidirectionnelles renforcées de fibres peuvent être empilés de manière à ce que les fibres de chaque couche sont orientées dans le même ou de différents sens comme, voir figure (3.1). La séquence des différentes orientations d'une couche de composite en fibre renforcée dans un stratifié est appelée le régime de stratification ou de la séquence d'empilement. Les couches sont généralement collées ensemble au moyen d'une résine.

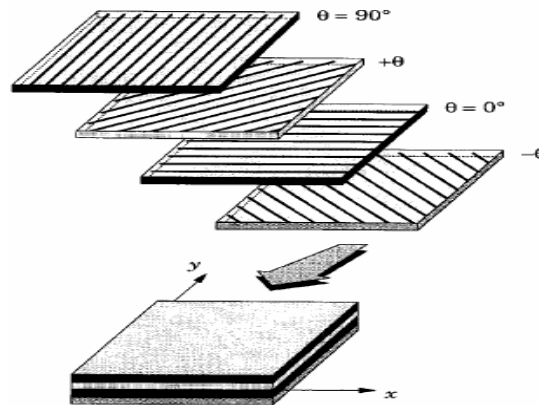


Figure (3.1) : Stratifié composé de lamines avec des orientations différentes de fibres [1]

##### III.1.2 Généralisée de la loi de Hooke

En formulant les équations constitutives d'une couche, il est supposé que:

\* Une couche se comporte comme un matériau élastique linéaire.

La loi de Hooke généralisée pour un matériau anisotrope dans des conditions isothermes est donnée par

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}$$

Ou en notation contractée

$\bar{\sigma}_i = C_{ij} \epsilon_j$  ou  $\bar{\sigma}_{ij}(\bar{\sigma}_i)$  sont les composantes de contrainte,  $\epsilon_{kl}(\epsilon_j)$  sont les composantes de la déformation, et  $C_{ij}$  sont les coefficients de la matrice de rigidité dans un système orthogonal de coordonnées cartésiennes. La relation contrainte-déformation s'écrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_3 \\ \bar{\sigma}_4 \\ \bar{\sigma}_5 \\ \bar{\sigma}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\sigma}_3 = \bar{\sigma}_{33} \\ \bar{\sigma}_4 = \bar{\sigma}_{23} \\ \bar{\sigma}_5 = \bar{\sigma}_{13} \\ \bar{\sigma}_6 = \bar{\sigma}_{12} \end{matrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_3 \\ \bar{\sigma}_4 \\ \bar{\sigma}_5 \\ \bar{\sigma}_6 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \epsilon_1 = \bar{\epsilon}_{11} \\ \epsilon_2 = \bar{\epsilon}_{22} \\ \epsilon_3 = \bar{\epsilon}_{33} \\ \epsilon_4 = 2\bar{\epsilon}_{23} \\ \epsilon_5 = 2\bar{\epsilon}_{13} \\ \epsilon_6 = 2\bar{\epsilon}_{12} \end{matrix} \quad (3.2)$$

Où  $S_{ij}$  désignent les coefficients de la matrice de compliance,  $[S] = [C]^{-1}$

### III.1.3. Constantes d'ingénieurs d'un Matériau orthotrope

Pour un matériau orthotrope, la relation contrainte-déformation dans un système d'axe principal s'écrit selon la relation ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ \nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_3 \\ \bar{\sigma}_4 \\ \bar{\sigma}_5 \\ \bar{\sigma}_6 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

**Avec :**  $E_1$  : Module de Young selon la direction principale 1

$E_2$  : Module de Young selon la direction principale 2

$E_3$  : Module de Young selon la direction principale 3

$G_{12}$  : Module de cisaillement dans le plan 1-2

$G_{13}$  : Module de cisaillement dans le plan 1-3

$G_{23}$  : Module de cisaillement dans le plan 2-3

$v_{12}$  : Coefficient de Poisson plan 1-2

$v_{31}$  : Coefficient de Poisson plan 3-1

$v_{32}$  : Coefficient de Poisson plan 3-2

### III.1.4. Transformation des contraintes et déformations

Le système de coordonnées utilisé dans la solution d'un problème, en général, ne coïncide pas avec le système de coordonnées du matériau. En outre, les composites stratifiés ont plusieurs couches, chacune ayant une orientation différente par rapport aux coordonnées du stratifié. Ainsi, il est nécessaire d'établir des relations de transformation entre les contraintes et les déformations dans un système de coordonnées pour les quantités correspondantes dans un autre système de coordonnées. Soit  $(x, y, z)$  désignent les coordonnées utilisées dans la solution d'un problème, et soit  $(x_1, x_2, x_3)$  les coordonnées principales du matériau de telle sorte que  $(x_1, x_2, x_3)$  est obtenu à partir de  $(x, y, z)$  en tournant dans le sens antihoraire le plan x-y (en regardant vers le bas sur la couche) par un angle  $\theta$  de l'axe z, voir figure (3.2). La relation entre les composantes du contrainte dans les deux systèmes de coordonnées est donnée par :

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{xx} \\ \bar{\sigma}_{yy} \\ \bar{\sigma}_{zz} \\ \bar{\sigma}_{yz} \\ \bar{\sigma}_{xz} \\ \bar{\sigma}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & -2\cos\theta\sin\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & 2\cos\theta\sin\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_3 \\ \bar{\sigma}_4 \\ \bar{\sigma}_5 \\ \bar{\sigma}_6 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

Ou :

$$\{\bar{\sigma}\}_p = [T]\{\bar{\sigma}\}_m$$

Avec :

$\{\bar{\sigma}_{ij}\}_m$  : Sont les composantes du tenseur des contraintes dans les coordonnées du matériau, alors que  $\{\bar{\sigma}_{ij}\}_p$  : Sont les composantes du tenseur des contraintes dans les mêmes coordonnées du problème.

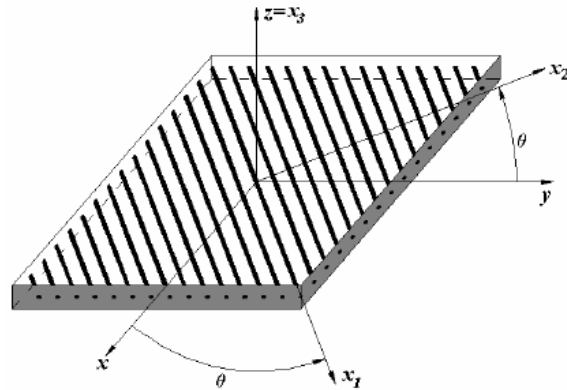


Figure (3.2) : lamines avec des orientations de fibres dans les axes globales et locales.

La relation inverse entre  $\{\bar{\sigma}\}_m$  et  $\{\bar{\sigma}\}_p$  est donnée par

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_3 \\ \bar{\sigma}_4 \\ \bar{\sigma}_5 \\ \bar{\sigma}_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & -2\sin\theta\cos\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -\sin\theta\cos\theta & \sin\theta\cos\theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{xx} \\ \bar{\sigma}_{yy} \\ \bar{\sigma}_{zz} \\ \bar{\sigma}_{yz} \\ \bar{\sigma}_{xz} \\ \bar{\sigma}_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Ou :

$$\{\bar{\sigma}\}_m = [R]\{\bar{\sigma}\}_p$$

Avec :

$$[R] = [T]^{-1}$$

Après manipulation mathématique, on obtient la relation suivante :

$$\begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_1 \\ \bar{\epsilon}_2 \\ \bar{\epsilon}_3 \\ \bar{\epsilon}_4 \\ \bar{\epsilon}_5 \\ \bar{\epsilon}_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & \sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta\cos\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -2\sin\theta\cos\theta & 2\sin\theta\cos\theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_{xx} \\ \bar{\epsilon}_{yy} \\ \bar{\epsilon}_{zz} \\ 2\bar{\epsilon}_{yz} \\ 2\bar{\epsilon}_{xz} \\ 2\bar{\epsilon}_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Ou

$$\{\bar{\epsilon}\}_p = [R]^T \{\bar{\epsilon}\}_m \quad (3.7a)$$

Et :

$$\{\varepsilon\}_m = [T]^T \{\varepsilon\}_p \quad (3.7b)$$

### III.1.5. Transformation des coefficients du matériau

Les équations de transformation de déformation et de contrainte dans (3.5) et (3.6) :

$$\{\sigma\}_p = [T] \{\sigma\}_m = [T] [C]_m \{\varepsilon\}_m = [T] [C]_m [T]^T \{\varepsilon\}_p \quad (3.8)$$

Ou :  $[C]_m$  est la matrice de rigidité du matériau,  $[T]$  est la matrice de transformation définie dans l'équation (3.4). En utilisant la loi de Hooke dans le problème de système de coordonnées, nous pouvons écrire :

$$\{\sigma\}_p = [C]_p \{\varepsilon\}_p \quad (3.9)$$

Ainsi, il résulte de l'équation. (3.8) et (3.9) que  $[C]_p \equiv [\bar{C}]$  et  $[C]_m \equiv [C]$

$$[\bar{C}] = [T] [C] [T]^T \quad (3.10)$$

Les coefficients de compliance transformés  $S_{ij}$  dans le système (x, y, z), sont liés aux coefficients de compliance  $S_{ij}$  dans les coordonnées principales par l'équation. (3.11) comme suit:

$$[\bar{S}] = [R]^T [S] [R] \quad (3.11)$$

En général, pour la couche d'un stratifié KTH, les relations contrainte-déformation dans le système de coordonnées du stratifié peut s'écrire [01]:

$$\{\sigma\}_p^{(k)} = [\bar{C}]^{(k)} \{\varepsilon\}_p^{(k)} \quad (3.12)$$

$$\{\varepsilon\}_p^{(k)} = [\bar{S}]^{(k)} \{\sigma\}_p^{(k)} \quad (3.13)$$

### III.2.L'impact

Les chocs à faible énergie (CFE) induisent des endommagements importants dans les structures composites stratifiées. Ces endommagements sont internes et non détectables par un simple examen de la surface du stratifié. Ils peuvent conduire à une dégradation considérable de la rigidité du matériau et d'autant plus lorsque de tels chocs sont répétés. Une analyse locale de l'évolution dans le temps des mécanismes d'endommagement est très difficile. L'équilibre dynamique de l'impacteur est obtenu par la loi de Newton par [43] :

$$m_i \ddot{w} + F_c = 0 \quad (3.14)$$

Où :  $m_i$  et  $\ddot{w}$  sont la masse et l'accélération respectivement de l'impacteur. Il convient donc de noter que le vecteur force de contact  $F_c$  doit être calculé avant que le mouvement structurel puisse être analysé. La solution est obtenue en employant la méthode de Newmark [32] d'intégration dans le temps. Le déplacement initial et la vitesse de l'impacteur sont  $w_i = 0$  et  $\dot{w}_i = 0$ . Il est supposé que la loi de contact d'Hertz est applicable à la phase de chargement, son expression est donnée par la Tan et Sun [32].

$$F_c = k\alpha_i^{3/2} \quad \text{pour le chargement} \quad (3.15)$$

$$F_c = F_m \left[ \frac{\alpha_i - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right]^{5/2} \quad \text{pour le déchargement}$$

Dans ce qui précède,  $\alpha_i(t) = w_i(t) - w_s(t)$  représente la profondeur de l'indentation.  $w_i$  et  $w_s$  respectivement, les déplacements de l'impacteur et le déplacement du point sur la surface moyenne de la plaque au dessous du point de contact à l'instant  $t$ .  $F_m$  est la force de contact maximum juste avant le déchargement,  $\alpha_m$  est l'indentation quand la force de contact atteint sa valeur maximale  $F_m$ . L'indentation permanente est déterminée par l'expression suivante:

$$\alpha_0 = 0 \quad \text{quand } \alpha_m < \alpha_{cr} \quad (3.16)$$

$$\alpha_0 = \alpha_m \left[ 1 - \left[ \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_m} \right]^{2/5} \right] \quad \text{quand } \alpha_m \geq \alpha_{cr}$$

$\alpha_{cr}$  est connu comme l'indentation critique. L'expression de  $k$ , de la raideur de contact modifiée, dans l'équation (3.15) pour les matériaux composites est donnée par :

$$k = 4/3\sqrt{r_i} \left[ \frac{1}{[(1-\nu_i^2)/E_i + 1/E_2]} \right] \quad (3.17)$$

Il est instructif de noter que  $k$ , la rigidité de contact modifiée, basée sur la théorie proposée par Yang et al [10].

Avec :  $r_i$ ,  $\nu_i$  et  $E_i$  sont le rayon, le coefficient de Poisson, et le module d'élasticité de l'impacteur,  $E_2$  est le module transversal de la plus haute couche du composite. Le déplacement  $(w_i)_{n+1}$  et la vitesse

$(\dot{w}_t)_{n+1}$  de l'impacteur à la fois d'une étape (n+1) sont déterminés en appliquant schéma d'intégration de Newmark [43 ]:

$$\begin{aligned}
 (\dot{w}_t)_{n+1} &= (\dot{w}_i)_n + [(1-\alpha)(\ddot{w}_i)_n + \alpha(\ddot{w}_i)_{n+1}]\Delta t \\
 (w_i)_{n+1} &= (w_i)_n + (\dot{w}_i)_n \Delta t + [(1/2-\beta)(\ddot{w}_i)_n + \beta(\ddot{w}_i)_{n+1}]\Delta t^2
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

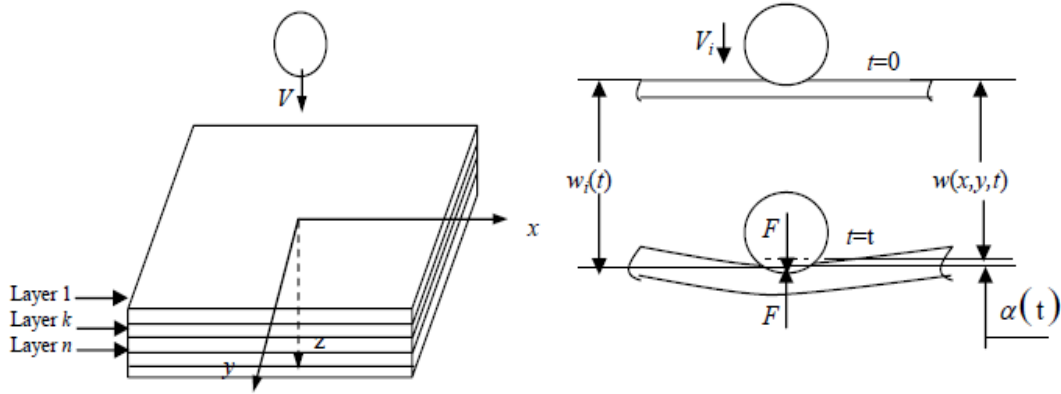


Figure (3.3) : Plaque composite laminé et impacteur [43]

Pour évaluer la solution de cette équation transitoire, de Newmark, les coefficients sont choisis comme  $\alpha= 1/2$ ,  $\beta = 1/4$ , et  $\Delta t$  par  $1/10^{\text{th}}$  de la période naturelle. En substituant l'expression ci-dessus pour  $w_i$  et sa dérivée temporelle dans l'équation (3.15) et les équations du mouvement définies par (3.14), on obtient les expressions suivantes implicites de la force de contact au pas de temps n +1:

Pour la phase de chargement:

$$\begin{aligned}
 (F_c)_{n+1} &= k \alpha_i^{3/2} \\
 &= k[(w_i)_{n+1}-(w_s)_{n+1}]^{3/2} \\
 &= k\{ [ w_i)_n+(\dot{w}_i)_n \Delta t+[(1/2-\beta)(\ddot{w}_i)_n \Delta t^2 + \beta(\ddot{w}_i)_{n+1}\Delta t^2] - (w_s)_{n+1} \}^{3/2} \\
 &= k\{ [ w_i)_n+(\dot{w}_i)_n \Delta t+[(1/2-\beta)(\ddot{w}_i)_n \Delta t^2 - \beta((F_c)_{n+1}/m_i) \Delta t^2] - (w_s)_{n+1} \}^{3/2} \\
 &= k[q - (w_s)_{n+1} - \beta_1(F_c)_{n+1} ]^{3/2}
 \end{aligned}
 \tag{3.19}$$

Pour la phase de déchargement :

$$(F_c)_{n+1} = F_m \left[ \frac{\alpha_i - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right]^{5/2} = (F_m/(\alpha_m - \alpha_0)) [(w_i)_{n+1}-(w_s)_{n+1} - \alpha_0]^{5/2}$$

$$=k_1[q - (w_s)_{n+1} - \alpha_0 - \beta_1(F_c)_{n+1}]^{5/2}$$

Ou :

$$\alpha_i(t) = (w_i)_{n+1} - (w_s)_{n+1}$$

$$q = (w_i)_n + \Delta t(\dot{w}_i)_n + \Delta t^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) (\ddot{w}_i)_n \right]$$

$$\beta_1 = \beta \Delta t^2 m_i, k_1 = F_m / (\alpha_i - \alpha_0)^{5/2}$$

### III.3. Théories des plaques

#### III.3.1 Introduction

La théorie du premier ordre de déformation de cisaillement (FSDT), également connu sous le nom de Mindlin ou la théorie des plaques de Mindlin-Reissner, qui est une extension de la théorie de poutre de Timoshenko. Pour les plaques minces, l'effet de la déformation de cisaillement et l'inertie de rotation sont faible, et la théorie peut être réduite à la théorie classique des plaques (CPT), qui est l'équivalent de la théorie de Bernoulli-Euler pour les poutres [09].

#### III.3.2. théorie des déformations de cisaillement de premier ordre

Le développement de la théorie des plaques en suivant la théorie des poutres les lignes de produit Timoshenko en supposant que la déformation  $\varepsilon_{zz}$  transverse normale est négligeable et que les deux déformations de cisaillement transversales sont constantes tout le long de l'épaisseur. Ces deux hypothèses, qui peuvent être écrite sous la forme:

$$\varepsilon_{zz} = \partial w / \partial z = 0 \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_{xz} = \partial u / \partial z + \partial w / \partial x = \gamma_1 \quad (3.20a)$$

$$\varepsilon_{yz} = \partial v / \partial z + \partial w / \partial y = \gamma_2 \quad (3.20b)$$

Les déplacements :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z(\gamma_1 - w_{0,x})$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) + z(\gamma_2 - w_{0,y}) \quad (3.21)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

On fait le changement des variables :

$$\psi_x = \gamma_1 - w_{0,x} \quad , \quad \psi_y = \gamma_2 - w_{0,y} \quad (3.22)$$

Les expressions suivantes représentent le champ de déplacement de la théorie du premier ordre de déformation de cisaillement dans sa forme habituelle:

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= u_0(x,y,z) + z\psi_x(x,y) \\ v(x,y,z) &= v_0(x,y,z) + z\psi_y(x,y) \\ w(x,y,z) &= w_0(x,y) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Où :  $u_0$ ,  $v_0$ , et  $w_0$  sont les composantes du déplacement d'un point sur le plan moyen.  $\psi_x$  et  $\psi_y$  sont les rotations de la normale au plan moyen sur les axes  $y$  et  $x$ ; respectivement. Les composantes de la déformation infinitésimale, sont définies comme :

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \partial u / \partial x \quad , \quad \epsilon_{yy} = \partial v / \partial y \quad , \quad \epsilon_{zz} = \partial w / \partial z \\ \epsilon_{xy} &= \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \quad , \quad \epsilon_{xz} = \partial u / \partial z + \partial w / \partial x \quad , \quad \epsilon_{yz} = \partial v / \partial z + \partial w / \partial y \end{aligned} \quad (3.24)$$

Calcul à partir de (3.23) :

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \partial u_0 / \partial x + z \partial \psi_x / \partial x \quad , \quad \epsilon_{yy} = \partial v_0 / \partial y + z \partial \psi_y / \partial y \\ \epsilon_{zz} &= 0 \quad , \quad \epsilon_{xy} = \partial u_0 / \partial y + \partial v_0 / \partial x + z (\partial \psi_x / \partial y + \partial \psi_y / \partial x) \\ \epsilon_{xz} &= \partial w_0 / \partial x + \psi_x \quad \quad \epsilon_{yz} = \partial w_0 / \partial y + \psi_y \end{aligned} \quad (3.25)$$

La plaque est soumise à une charge  $Q$  répartie sur la surface, normale, la résultante des forces  $\hat{N}_n$  sur une partie de la frontière de la plaque  $\Gamma_1, \hat{N}_n$  sur  $\Gamma_2$ , résultantes moment  $\hat{M}_n, \hat{M}_s$  sur  $\Gamma_3, \Gamma_4$ , respectivement, et des forces de cisaillement transversales  $Q_n$  sur  $\Gamma_5$ .

Les résultantes des forces intérieures sont définies ci-dessous:

$$(N_x, N_y, N_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\bar{\sigma}_{xx}, \bar{\sigma}_{yy}, \bar{\sigma}_{xy}) dz ; \quad (3.26)$$

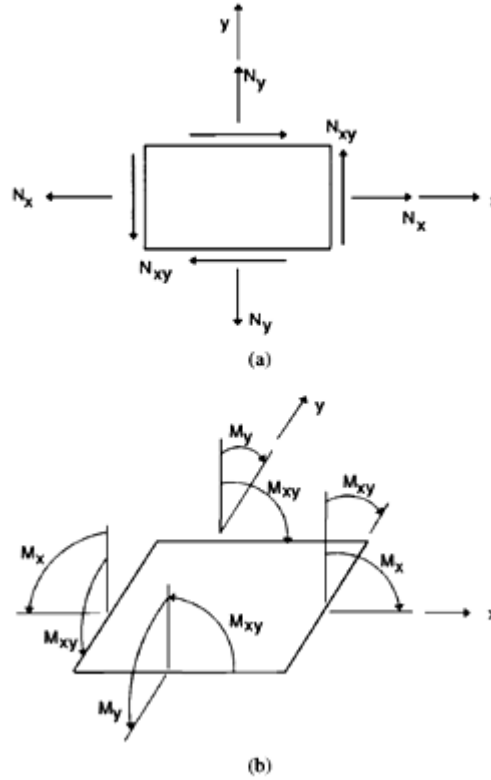


Figure (3.4) : Force et moments résultants [43]

Moments fléchissants :

$$(M_x, M_y, M_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\bar{\sigma}_{xx}, \bar{\sigma}_{yy}, \bar{\sigma}_{xy}) z dz \quad (3.27)$$

Forces de cisaillements :

$$(Q_x, Q_y) = \int_{-h/2}^{h/2} (\bar{\sigma}_{xz}, \bar{\sigma}_{yz}) dz \quad (3.28)$$

Les résultantes des forces et le moment agissant sur un élément de plaque sont présentées sur la figure (3.4a, b). Le long d'une ligne orientée par le vecteur unitaire  $n$  normal (figure 3.4), les résultantes des forces intérieures de la plaque et les résultantes des moments sont liées aux composantes  $x$  et  $y$ .

$$\begin{aligned} N_n &= N_x n_x^2 + N_y n_y^2 + 2n_x n_y N_{xy} \\ N_s &= (N_y - N_x) n_x n_y + N_{xy} (n_x^2 - n_y^2) \\ M_n &= M_x n_x^2 + M_y n_y^2 + 2n_x n_y M_{xy} \\ M_s &= (M_y - M_x) n_x n_y + M_{xy} (n_x^2 - n_y^2) \end{aligned} \quad (3.29)$$

L'énergie de deformation:

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\bar{\sigma}_{xx} \varepsilon_{xx} + \bar{\sigma}_{yy} \varepsilon_{yy} + \bar{\sigma}_{zz} \varepsilon_{zz} + \bar{\sigma}_{xy} \varepsilon_{xy} + \bar{\sigma}_{xz} \varepsilon_{xz} + \bar{\sigma}_{yz} \varepsilon_{yz}) dV. \quad (3.30)$$

On utilisant la relation déformation déplacement (3.25) :

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \int_{-h/2}^{h/2} (\bar{\sigma}_{xx} \partial u_0 / \partial x + \bar{\sigma}_{yy} \partial v_0 / \partial y + \bar{\sigma}_{xy} (\partial u_0 / \partial y + \partial v_0 / \partial x) + z [\bar{\sigma}_{xx} \delta \psi_x / \delta x + \bar{\sigma}_{yy} \delta \psi_y / \delta y + \bar{\sigma}_{xy} (\partial \psi_x / \partial y + \partial \psi_y / \partial x)] + \bar{\sigma}_{xx} (\partial w_0 / \partial x + \psi_x) + \bar{\sigma}_{yz} (\partial w_0 / \partial y + \psi_y) \} dz d\Omega. \quad (3.31)$$

L'intégration sur l'épaisseur et en utilisant les expressions des résultantes des forces et des moments (3.26) - (3.28), on obtient l'énergie de déformation comme suit:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (N_x \partial u_0 / \partial x + N_y \partial v_0 / \partial y + N_{xy} (\partial u_0 / \partial y + \partial v_0 / \partial x) + M_x \partial \psi_x / \partial x + M_y \partial \psi_y / \partial y + M_{xy} (\partial \psi_x / \partial y + \partial \psi_y / \partial x) + Q_x (\partial w_0 / \partial x + \psi_x) + Q_y (\partial w_0 / \partial y + \psi_y) \} d\Omega. \quad (3.32)$$

Avec la notation :

$$\begin{aligned} \{N\} &= [N_x, N_y, N_{xy}]^T \\ \{M\} &= [M_x, M_y, M_{xy}]^T \\ \{\varepsilon^0\} &= [\varepsilon_{xx}^0, \varepsilon_{yy}^0, \varepsilon_{zz}^0]^T = [\partial u_0 / \partial x, \partial v_0 / \partial y, \partial u_0 / \partial y + \partial v_0 / \partial x]^T \\ \{K\} &= [K_x, K_y, K_{xy}]^T = [\partial \psi_x / \partial x, \partial \psi_y / \partial y, \partial \psi_x / \partial y + \partial \psi_y / \partial x]^T \end{aligned} \quad (3.33)$$

Où :  $\{\varepsilon^0\}$  sont appelés les déformations du plan moyen et  $\{K\}$  les courbures de la plaque, l'énergie de déformation peut être réécrite selon l'expression suivante:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [\{N\}^T \{\varepsilon^0\} + \{M\}^T \{K\} + [Q_x, Q_y] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix}] dV \quad (3.34)$$

Energie Potentielle :

$$V = \frac{1}{2} \int_{\Omega} q w_0 d\Omega - \int_{\Gamma_1} \dot{N}_n u_0 d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \dot{N}_{s0} d\Gamma - \int_{\Gamma_3} \dot{M}_n \psi_n d\Gamma - \int_{\Gamma_4} \dot{M}_s \psi_n d\Gamma - \int_{\Gamma_5} \dot{Q}_n w_0 d\Gamma \quad (3.35)$$

L'énergie cinétique :

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho [(\dot{u})^2 + (\dot{v})^2 + (\dot{w})^2] dv \quad (3.36)$$

Utilisant (3.23) :

$$T = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \int_{-h/2}^{h/2} \rho [(\dot{u} + z \dot{\psi}_x)^2 + (\dot{v} + z \dot{\psi}_y)^2 + (\dot{w}_0)^2] dz d\Omega \quad (3.37)$$

On obtient :

$$T=1/2\int\{I(\dot{u}_0^2+\dot{v}_0^2+\dot{w}_0^2)+2I_2(u_0\dot{\psi}_x+\dot{v}_0\dot{\psi}_y)^2+I_3(\dot{\psi}_x^2+\dot{\psi}_y^2)\}dz\,d\Omega \quad (3.38)$$

Les termes d'inertie :

$$(I_1,I_2,I_3)=\int_{-h/2}^{h/2}\rho(1,z,z^2)dz \quad (3.39)$$

$I_1$  est la masse par unité de longueur,  $I_3$  est habituellement appelé l'inertie de rotation, et  $I_2$  est un terme de couplage qui disparaît si la plaque est symétrique par rapport au plan x-y. Les relations contrainte-déformation pour une seule couche de matériau orthotrope sont [14].

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{xx} \\ \bar{\sigma}_{yy} \\ \bar{\sigma}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

Relations déformation déplacement (3.25) peut s'écrire :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u_0/\partial x \\ \partial v_0/\partial x \\ \partial u_0/\partial y + \partial v_0/\partial x \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \partial \psi_x/\partial x \\ \partial \psi_y/\partial y \\ \partial \psi_x/\partial y + \partial \psi_y/\partial x \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

ou :

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_0\} + z\{k\} \quad (3.42)$$

En utilisant les définitions (3.26) - (3.28), on obtient:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{61} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{61} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.43)$$

Avec:

$$A_{ij} = \sum \bar{Q}_{ij|k}(z_k - z_{k-1}) \quad (3.44)$$

$$B_{ij} = 1/2 \sum \bar{Q}_{ij|k}(z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (3.45)$$

$$D_{ij} = 1/3 \sum \bar{Q}_{ij|k}(z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (3.46)$$

L'équation (3.43), prend en compte l'extension du plan moyen, la flexion et le couplage flexion. Ce couplage disparaît quand un stratifié est symétrique, dans ce cas, la matrice B est nulle.

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_y + \partial w_0 / \partial y \\ \psi_x + \partial w_0 / \partial x \end{Bmatrix} \quad (3.47)$$

$$A_{ij} = K_i K_j \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} dz, \quad i, j = 4, 5. \quad (3.47a)$$

$K_i$  et  $K_j$  sont deux facteurs de correction de cisaillement qui sont utilisés pour tenir compte de l'irrégularité et la forme parabolique de la distribution des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur.  $K_i$  et  $K_j$  sont généralement pris comme 5/6. L'application du principe de Hamilton (3.48) donne les équations du mouvement en termes de résultantes des forces et des moments :

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_1 \ddot{u}_0 + I_2 \ddot{\psi}_x \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = I_1 \ddot{v}_0 + I_2 \ddot{\psi}_y \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = I_1 \ddot{w}_0 \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = I_3 \ddot{\psi}_x + I_2 \ddot{u}_0 \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = I_3 \ddot{\psi}_y + I_2 \ddot{v}_0 \quad (3.53)$$

En substituant (3.43) dans (3.49) et (3.53), on obtient les équations de mouvements du stratifié en termes de déplacements.

### III.3.3. Formulation des éléments finis

Les contraintes et les déformations dans les stratifiés sont calculées par la méthode des éléments finis en trois dimensions, dans le régime transitoire.

#### III.3.3.1. Modèles d'éléments finis

Dans l'analyse par éléments finis, des éléments brique à 8 nœuds sont utilisés, voir figure (3.5). Pour améliorer la précision dans le calcul des raideurs de flexion et les contraintes de cisaillement

interlaminaire, et de minimiser les temps d'exécution, les modes incompatibles ont été introduits par Wilson et al. [32], sont ajoutées aux fonctions de forme de l'élément brique. Ainsi, les déplacements à tout moment dans le stratifié ( $U_1, U_2, U_3$ ) sont exprimés par:

$$U_q = \sum_{r=1}^8 N_r u_{qr} + \sum_{s=1}^3 S_s a_{qs} \quad q = 1, 2, 3 \quad (3.54)$$

Où :  $U_{qr}$  sont les déplacements de  $r$  point nodal, et  $a_{qs}$  sont les variables des modes incompatibles dans la direction  $x_q$ . Les fonctions de forme d'éléments brique a 8-nœud  $N_r$  ( $r = 1 \sim 8$ ) ( $s = 1 \sim 3$ ) et les fonctions de forme pour modes incompatibles  $S_s$  ( $s = 1 \sim 3$ ) sont les suivantes [01],[36],[31] :

$$\begin{aligned} N_1 &= (1 + \xi)(1 + \eta) (1 + \zeta)/8 \\ N_2 &= (1 - \xi)(1 + \eta) (1 + \zeta)/8 \\ N_3 &= (1 - \xi)(1 - \eta) (1 + \zeta)/8 \\ N_4 &= (1 + \xi)(1 - \eta) (1 + \zeta)/8 \\ N_5 &= (1 + \xi)(1 + \eta) (1 - \zeta)/8 \\ N_6 &= (1 - \xi)(1 + \eta) (1 - \zeta)/8 \\ N_7 &= (1 - \xi)(1 - \eta) (1 - \zeta)/8 \\ N_8 &= (1 + \xi)(1 - \eta) (1 - \zeta)/8 \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$S_1 = (1 - \xi^2), S_2 = (1 - \eta^2), S_3 = (1 - \zeta^2) \quad (3.56)$$

$\xi, \eta,$  et  $\zeta$  sont les coordonnées naturelles pour chaque élément, figure (3.5) dont les valeurs varient de -1 à 1. Les coordonnées ( $x_1, x_2, x_3$ ) d'un point quelconque à l'intérieur de l'élément sont liées à l'environnement de coordonnées naturel à travers les fonctions de forme :

$$X_q = \sum_{r=1}^8 N_r X_{qr} \quad q = 1, 2, 3 \quad (3.57)$$

Où :  $x_{qr}$  sont les coordonnées du point nodal  $r$ .

D'après l'équation (3.54), les déformations de n'importe quel point dans le stratifié peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned} \{ \epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, 2\epsilon_{23}, 2\epsilon_{13}, 2\epsilon_{12} \}^T &= \{ \epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, 2\gamma_{23}, 2\gamma_{13}, 2\gamma_{12} \}^T \\ &= \sum_{r=1}^8 [B_r] \{ U_{1r} U_{2r} U_{3r} \}^T + \sum_{s=1}^3 [G_s] \{ a_{1s} \ a_{2s} \ a_{3s} \}^T \end{aligned} \quad (3.58)$$

Où :

$\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{33}$  sont les déformations normales,  $\epsilon_{23}$ ,  $\epsilon_{13}$  et  $\epsilon_{12}$  sont les composantes du tenseur des déformations de cisaillement, et  $\gamma_{23}$ ,  $\gamma_{13}$  et  $\gamma_{12}$  sont les contraintes de cisaillement. Les matrices  $[B_r]$  et  $[G_s]$  sont données par les relations suivantes :

$$[B_r] = \begin{bmatrix} N_{r,1} & 0 & 0 & 0 & N_{r,3} & N_{r,2} \\ 0 & N_{r,2} & 0 & N_{r,3} & 0 & N_{r,1} \\ 0 & 0 & N_{r,3} & N_{r,2} & N_{r,1} & 0 \end{bmatrix}^T \quad r = 1 \sim 8 \quad (3.59)$$

$$[B_r] = \begin{bmatrix} S_{s,1} & 0 & 0 & 0 & S_{s,3} & S_{s,2} \\ 0 & S_{s,2} & 0 & S_{s,3} & 0 & S_{s,1} \\ 0 & 0 & S_{s,3} & S_{s,2} & S_{s,1} & 0 \end{bmatrix}^T \quad s = 1 \sim 3 \quad (3.60)$$

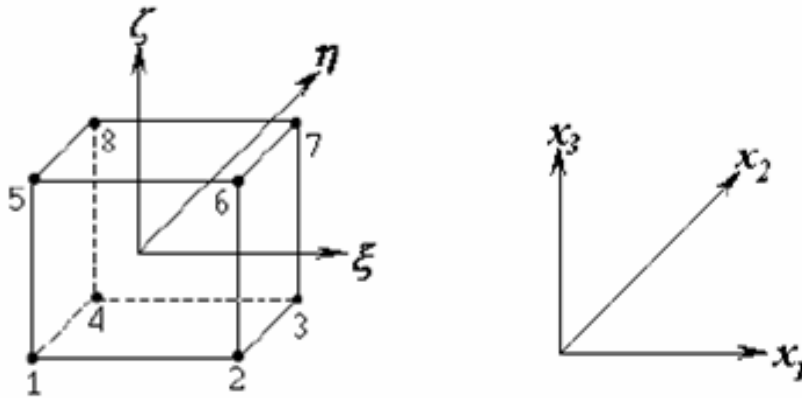


Figure (3.5) : Elément brique [32].

Les symboles  $N_{r, i}$  et  $S_{s, i}$  représentent les dérivés des fonctions de forme par rapport à

$$X_i \left[ N_{r,i} = \frac{\partial N_r}{\partial X_i} \quad \text{et} \quad S_{s,i} = \frac{\partial N_s}{\partial X_i} \right]$$

Les contraintes sont liées aux déformations par la relation (3.61).

$$\bar{\sigma}_i = D_{ij} \epsilon_j \quad i, j = 1 \sim 6 \quad (3.61)$$

$D_{ij}$  est la matrice d'élasticité, qui dépend des propriétés du matériau et l'orientation des plis de la lamina. En écrivant l'équation (3.12), on obtient :

$$\{\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3, \bar{\sigma}_4, \bar{\sigma}_5, \bar{\sigma}_6\}^T \equiv \{\bar{\sigma}_{11}, \bar{\sigma}_{22}, \bar{\sigma}_{33}, \tau_{23}, \tau_{13}, \tau_{12}\}^T \quad (3.62)$$

$$\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6\}^T \equiv \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{23}, \gamma_{13}, \gamma_{12}\}^T \quad (3.63)$$

### III.3.3.2 Equations gouvernantes

En négligeant l'amortissement, l'équation gouvernante peut être écrite comme :

$$[M]\{\ddot{d}\} + [k]\{d\} = \{F\} \quad (3.64)$$

Où :  $[M]$  et  $[K]$  sont les matrices de masse et de rigidité,  $\{F\}$ ,  $\{d\}$  et  $\{\ddot{d}\}$  sont la force, vecteurs de déplacement et d'accélération, respectivement. La matrice de masse  $[M]$  est la somme des matrices élémentaire  $[M^e]$

$$[M] = \sum_{e=1}^{N_{el}} [M^e] \quad (3.65)$$

Où :  $N_{el}$  est le nombre d'éléments total. La matrice de masse élémentaire est la somme des sous matrices de masse de l'élément.

$$[M^e] = \sum_{p=1}^8 \sum_{r=1}^8 [M^e]_{pr} \quad (3.66)$$

En général, les sous matrices de masse élémentaires sont :

$$[M^e]_{pr} = \int_{V_e} [B_p]^T \rho [B_r] dv \quad p, r = 1 \sim 8 \quad (3.67)$$

Où  $V_e$  est le volume de l'élément, et  $\rho$  est la densité de la couche. Pour plus de commodité de calcul, on suppose que la masse de l'élément est localisée aussi dans le point nodal. Avec cette hypothèse, la matrice de masse élémentaire devient :

$$[M^e] = (\rho V^e / 8) [I] \quad (3.68)$$

La matrice de rigidité  $[K]$  est la somme des matrices de rigidité élémentaire modifiée  $[K^e]$  en raison de modes incompatibles.

$$[k] = \sum_{e=1}^{N_{el}} [k^e] \quad (3.69)$$

La matrice de rigidité de l'élément modifiée est :

$$[k^e] = [k_{dd}^e] - [k_{da}^e] [k_{aa}^e]^{-1} [k_{ad}^e] \quad (3.70)$$

$[k_{da}^e]$ ,  $[k_{aa}^e]$  et  $[k_{ad}^e]$  sont la somme des sous matrices de rigidité de l'élément.

$$[k_{dd}^e] = \sum_{p=1}^8 \sum_{r=1}^8 [k_{dd}^e]_{pr} \quad (3.71)$$

$$[k_{da}^e] = \sum_{p=1}^8 \sum_{\beta=1}^3 [k_{da}^e]_{p\beta} \quad (3.72)$$

$$[k_{ad}^e] = \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{r=1}^8 [k_{ad}^e]_{\alpha r} \quad (3.73)$$

$$[k_{aa}^e] = \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 [k_{aa}^e]_{\alpha\beta} \quad (3.74)$$

Où :

$$[k_{dd}^e]_{pr} = \int_{V_e} [B_p]^T [D] [B_r] dv \quad p, r = 1 \sim 8 \quad (3.75)$$

$$[k_{da}^e]_{p\beta} = \int_{V_e} [B_p]^T [D] [G_\beta] dv \quad p = 1 \sim 8, \beta = 1 \sim 3 \quad (3.76)$$

$$[k_{ad}^e]_{\alpha r} = \int_{V_e} [B_\alpha]^T [D] [G_r] dv \quad \alpha = 1 \sim 3, r = 1 \sim 8 \quad (3.77)$$

$$[k_{aa}^e]_{\alpha\beta} = \int_{V_e} [G_\alpha]^T [D] [G_\beta] dv \quad \alpha, \beta = 1 \sim 3 \quad (3.78)$$

La matrice d'élasticité [D] dans l'équation. (3.75) - (3.78) dépend des propriétés du matériau et les orientations des plis à travers l'épaisseur de l'élément. Lorsque les propriétés du matériau et les orientations sont les mêmes plis, la matrice [D] dans l'équation. (3.75) - (3.78) reste constant au cours du processus d'intégration. Si les propriétés du matériau de la couche des orientations sont différentes à travers l'épaisseur de l'élément, matrice d'élasticité [D] est une fonction de coordonnée  $x_3$ , équation (3.75) - (3.78) peut être écrit explicitement comme [25],[26][30].

$$[k_{dd}^e]_{pr} = \iint \left\{ \sum_{n=1}^{nply} \int_{x_3^{(bottom)}}^{x_3^{(top)}} [B_p]^T [D]_n [B_r] dx_3 \right\} dx_1 dx_2 \quad p, r = 1 \sim 8 \quad (3.79)$$

$$[k_{da}^e]_{p\beta} = \iint \left\{ \sum_{n=1}^{nply} \int_{x_3^{(bottom)}}^{x_3^{(top)}} [B_p]^T [D]_n [G_\beta] dx_3 \right\} dx_1 dx_2 \quad p = 1 \sim 8, \beta = 1 \sim 3 \quad (3.80)$$

$$[k_{ad}^e]_{pr} = \iint \left\{ \sum_{n=1}^{nply} \int_{x_3^{(bottom)}}^{x_3^{(top)}} [B_\alpha]^T [D]_n [G_r] dx_3 \right\} dx_1 dx_2 \quad \alpha = 1 \sim 3, r = 1 \sim 8 \quad (3.81)$$

$$[k_{aa}^e]_{\alpha\beta} = \iint \left\{ \sum_{n=1}^{nply} \int_{x_3^{(bottom)}}^{x_3^{(top)}} [G_\alpha]^T [D]_n [G_\beta] dx_3 \right\} dx_1 dx_2 \quad \alpha, \beta = 1 \sim 3 \quad (3.82)$$

Où :  $n_{ply}$  est le nombre de plis de l'élément.  $X_3^n$  (top) et  $X_3^n$  (bottom) sont les coordonnées du fond et le dessus de la nième couche. La matrice d'élasticité de la nième couche est  $[D]_n$ . Les coordonnées  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$  sont transformées et intégrées dans  $\xi$ ,  $\eta$  et  $\zeta$  de coordonnées naturelles. L'équation (3.70) est obtenue pour des conditions statiques par Taylor et al. [15]. Par application

des modes incompatibles dans des problèmes transitoires, les équations d'équilibre pour chaque élément peuvent être écrites comme [25],[29],[33],[36]:

$$\begin{bmatrix} \overline{M^e} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{d}^e \\ \ddot{a}^e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{dd}^e & k_{da}^e \\ k_{ad}^e & k_{aa}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d^e \\ a^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F^e \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.83)$$

Ou:

$$[M^e]\{\ddot{d}^e\} + [k_{dd}^e]\{d^e\} + [k_{da}^e]\{a^e\} = \{F^e\} \quad (3.84)$$

$$[k_{ad}^e]\{d^e\} + [k_{aa}^e]\{a^e\} = 0 \quad (3.85)$$

L'équation (3.36)

$$\{a^e\} = -[k_{aa}^e]^{-1}[k_{ad}^e]\{d^e\} \quad (3.86)$$

Substituant (3.86) dans (3.84) :

$$[M^e]\{\ddot{d}^e\} + ([k_{dd}^e] - [k_{da}^e][k_{aa}^e]^{-1}[k_{ad}^e])\{d^e\} = \{F^e\} \quad (3.87)$$

$[k^e]$  est définie comme

$$[k^e] = [k_{dd}^e] - [k_{da}^e][k_{aa}^e]^{-1}[k_{ad}^e] \quad (3.88)$$

Alors (3.87) devient :

$$[M^e]\{\ddot{d}^e\} + [k^e]\{d^e\} = \{F^e\} \quad (3.89)$$

Avec le problème actuel, la seule charge est la force de contact provoquée par l'impacteur. Il est défini une force scalaire  $f$  qui est une force ponctuelle agissant perpendiculairement à la plaque au point de contact et a une amplitude égale à la force de contact. Le vecteur force de contact est le suivant :

$$\{F\} = f\{U\} \quad (3.90)$$

Avec :  $\{U\}$  est un vecteur unitaire dont la composante est -1 dans la direction de la force de contact. Tous les autres composants de  $\{U\}$  sont nuls. A l'instant  $t + \Delta t$ , l'équation (3.64) est écrite comme suit :

$$[M]\{\ddot{d}\}^{t+\Delta t} + [k]\{d\}^{t+\Delta t} = \{F\}^{t+\Delta t} \quad (3.91)$$

Où : l'indice se rapporte au temps. La méthode de Newmark sera employée pour obtenir les solutions de cette équation. Par conséquent, les vecteurs vitesses et accélération à l'instant  $t + \Delta t$  sont écrits comme suit :

$$\{\dot{d}\}^{t+\Delta t} = \{\dot{d}\}^t + (1-\lambda) \Delta t \{\ddot{d}\}^t + \lambda \Delta t \{\dot{d}\}^{t+\Delta t} \quad (3.92)$$

$$\{\ddot{d}\}^{t+\Delta t} + (1/\beta \Delta t^2) \{d\}^{t+\Delta t} - (1/\beta \Delta t^2) \{d\}^t - (1/\beta \Delta t) \{\dot{d}\}^t - (1/\beta)(1/2 - \beta) \{\ddot{d}\}^t \quad (3.93)$$

Les paramètres  $\beta$  et  $\lambda$  sont des constantes dont les valeurs dépendent de la méthode de différences finies utilisées dans les calculs. En substituant l'équation. (3.93) dans l'équation (3.91), on obtient :

$$[\hat{k}] \{d\}^{t+\Delta t} = \{\hat{F}\}^{t+\Delta t} \quad (3.94)$$

Où  $[\hat{k}]$  est la matrice de rigidité effective, et  $\{\hat{F}\}^{t+\Delta t}$  est le vecteur de force effectif.

Ces paramètres sont définis comme suivant :

$$[\hat{k}] = (1/\beta \Delta t^2) [M] + [k] \quad (3.95)$$

$$[\hat{F}]^{t+\Delta t} = \{H\}^t + \{F\}^{t+\Delta t} \quad (3.96)$$

Où :

$$\{H\}^t = [M] \left[ (1/\beta \Delta t^2) \{d\}^t + (1/\beta \Delta t) \{\dot{d}\}^t + ((1-2\beta)/2\beta) \{\ddot{d}\}^t \right] \quad (3.97)$$

Ainsi, les inconnues dans l'équation. (3.94) sont le vecteur des déplacements  $\{d\}^{t+\Delta t}$  et le vecteur de force  $\{F\}^{t+\Delta t}$ . Pour déterminer ces deux inconnues, une expression supplémentaire est nécessaire. Cette expression est développée ci-dessous.

### III.2.3.3. Procédure de solution

En combinant l'équation. (3.94) et (3.96), il est obtenu :

$$[\hat{k}] \{d\}^{t+\Delta t} = \{H\}^t + \{F\}^{t+\Delta t} \quad (3.98)$$

Le vecteur de déplacement  $\{d\}$  est exprimé comme la somme du déplacement en raison de la force  $\{H\}$  et la force de contact  $\{F\}$ .

$$\{d\}^{t+\Delta t} = \{d\}_H^{t+\Delta t} + \{d\}_F^{t+\Delta t} \quad (3.99)$$

De l'équation (3.98) et (3.99) on a :

$$[\hat{k}](\{d\}_H^{t+\Delta t} + \{d\}_F^{t+\Delta t} = \{H\}^t + \{F\}^{t+\Delta t} \quad (3.100)$$

$$[\hat{k}]\{d\}_H^{t+\Delta t} = \{H\}^t \quad (3.101)$$

$$[\hat{k}]\{d\}_F^{t+\Delta t} = \{F\}^{t+\Delta t} \quad (3.102)$$

A chaque point nodal dans l'intérieur de la plaque  $\{F\} = 0$  et  $\{H\}$  est donnée par l'équation (3.97). A chaque point nodal sur les surfaces supérieures et inférieures de la plaque  $\{F\}=0$  (sauf au point d'impact), où  $\{F\} = f\{U\}$ , et de nouveau  $\{H\}$  est donnée par l'équation (3.97). La solution de l'équation. (3.101) et (3.102) se déroule en deux étapes. Premièrement, les forces  $\{H\}$  et les déplacements  $\{d\}_H$  sont calculés à partir de l'équation. (3.97) et (3.101). Ce calcul est simple, puisque la matrice de masse  $[M]$ , le pas de temps  $\Delta t$ , ainsi que le déplacement  $\{d\}$ , la vitesse  $\{\dot{d}\}$ , et l'accélération  $\{\ddot{d}\}$  au temps  $t$  sont tous connus. Deuxièmement, le vecteur force de contact  $\{F\}$  et les déplacements  $\{d\}_F$  sont calculés comme suit au temps  $t+\Delta t$ .

L'équation (3.41) est écrite comme suit :

$$\{F\}^{t+\Delta t} = f^{t+\Delta t} \{U\} \quad (3.103)$$

Où  $f^{t+\Delta t}$  est la force de contact au temps de  $t+\Delta t$ . Les équations (3.102) et (3.103) donnent :

$$[\hat{k}]\{d\}_F^{t+\Delta t} = f^{t+\Delta t} \{U\} \quad (3.104)$$

Pour une force de contact unitaire ( $f^{t+\Delta t} = 1$ ), l'équation (3.104) devient :

$$[\hat{k}]\{d\}_u^{t+\Delta t} = \{U\} \quad (3.105)$$

Où  $\{d\}_u^{t+\Delta t}$  est le déplacement causé par la force de contact unitaire. Pour une rigidité donnée la matrice effective, le vecteur de déplacement  $\{d\}_u^{t+\Delta t}$  peuvent être calculées à partir de l'équation. (3.105). D'après l'équation. (3.104) et (3.105), on voit que  $\{d\}_F^{t+\Delta t}$  et  $\{d\}_u^{t+\Delta t}$  sont liés par la relation suivante :

$$\{d\}_F^{t+\Delta t} = f^{t+\Delta t} \{d\}_u^{t+\Delta t} \quad (3.106)$$

Les équations (3.99) et (3.106) donnent :

$$\{d\}^{t+\Delta t} = \{d\}_H^{t+\Delta t} + f^{t+\Delta t} \{d\}_u^{t+\Delta t} \quad (3.107)$$

Afin de trouver ces deux inconnues, une autre expression de la force de contact est nécessaire.

Pendant le chargement et le déchargement des processus de la force de contact est :

$$f^{t+\Delta t} = k(\alpha^{t+\Delta t})^{1.5} \quad \text{Pour le chargement} \quad (3.108)$$

$$f^{t+\Delta t} = f_m \left( \frac{\alpha^{t+\Delta t} - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right)^{1.5} \quad \text{Pour le déchargement} \quad (3.109)$$

$k$ ,  $f_m$ ,  $\alpha_m$  et  $\alpha_0$  sont connus comme les contacts définis précédemment et  $\alpha$  est la profondeur de pénétration qui varie avec le temps. A l'instant  $t + \Delta t$  cette profondeur est :

$$\alpha^{t+\Delta t} = \delta_s^{t+\Delta t} - \delta_c^{t+\Delta t} \quad (3.110)$$

$\delta_c^{t+\Delta t}$  est le déplacement du centre de la mi-surface de la plaque dans la direction de l'impact. Avec l'utilisation de l'équation. (3.107),  $\delta_c$  peut être exprimé comme suit :

$$\delta_c^{t+\Delta t} = \delta_{CH}^{t+\Delta t} + f^{t+\Delta t} \delta_{cu}^{t+\Delta t} \quad (3.111)$$

Où  $\delta_c^{t+\Delta t}$ ,  $\delta_{CH}^{t+\Delta t}$  et  $\delta_{cu}^{t+\Delta t}$  sont les amplitudes des déplacements au centre de la surface moyenne dans la direction de l'impact à l'instant  $t + \Delta t$ ,  $\delta_s^{t+\Delta t}$  est la position du point central de l'impacteur. A l'instant  $t + \Delta t$ , l'amplitude de  $\delta_s^{t+\Delta t}$  est déterminée par la deuxième loi de Newton [01].

$$\delta_s^{t+\Delta t} = \int_0^{t+\Delta t} \int_0^{t+\Delta t} \frac{f}{m} dt dt \quad (3.112)$$

Où  $f$  est la variable dans le temps de la force de contact et  $m$  est la masse de l'impacteur. En

$$f^{t+\Delta t} = k \left[ \int_0^t \int_0^t \frac{f}{m} dt dt - \delta_{CH}^{t+\Delta t} - f^{t+\Delta t} \delta_{cu}^{t+\Delta t} \right]^{1.5} \quad \text{Pour le chargement} \quad (3.113)$$

combinant les équations (3.108) et (3.112), on obtient les expressions suivantes pour la force de contact:

$$f^{t+\Delta t} = k \left[ \frac{\int_0^t \int_0^t \frac{f}{m} dt dt - \delta_{CH}^{t+\Delta t} - f^{t+\Delta t} \delta_{cu}^{t+\Delta t} - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right]^{2.5} \quad \text{Pour le déchargement} \quad (3.114)$$

Dans les expressions ci-dessus, pour la commodité de calcul, il est remplacé les limites des intégrales  $t + \Delta t$  par  $t$ . Cela implique que, dans le calcul de la force de contact  $f^{t+\Delta t}$ , la valeur de  $\delta_s$  au temps  $t + \Delta t$  est approchée par sa valeur au temps  $t$ . La force de contact  $f^{t+\Delta t}$  est calculée soit par l'équation (3.113) (en cours de chargement) ou équation (3.114) (pendant le déchargement) par la méthode de Newton-Raphson. Une fois la valeur de  $f^{t+\Delta t}$  est connue, le vecteur de déplacement  $\{d\}$  à l'instant  $t + \Delta t$  est calculé à partir de l'équation (3.107), et la vitesse et vecteur accélération au temps  $t+\Delta t$  sont calculées à partir des équations (3.92) et (3.93). Pour des géométries plus complexes et des conditions aux limites, des modèles éléments finis ou variationnelle peut être utilisé pour modéliser la structure.

### III.4. Théories des Coques

La distance entre les points sur les surfaces moyennes est donnée par :

$$(ds)^2 = d\bar{r} \cdot d\bar{r} = \alpha_1^2 (d\xi_1)^2 + \alpha_2^2 (d\xi_2)^2 \quad (3.115)$$

Où  $r$  est le vecteur position d'un point sur la surface moyenne. Les vecteurs  $r_1, r_2$  sont tangents aux lignes de coordonnées, et les mesures de surface sont définis par :

$$\alpha_1^2 = \bar{r}_1 \cdot \bar{r}_1, \quad \alpha_2^2 = \bar{r}_2 \cdot \bar{r}_2 \quad (3.116)$$

La surface élémentaire est :

$$dA = \alpha_1 \alpha_2 d\xi_1 d\xi_2 \quad (3.117)$$

Le vecteur unitaire normal à la surface moyenne est :

$$\bar{n} = \frac{\bar{r}_1 \cdot \bar{r}_2}{\alpha_1 \alpha_2} \quad (3.118)$$

La position d'un point quelconque situé à une distance  $z$  de la surface moyenne est définie par le vecteur :

$$\bar{R} = \bar{r} + z\bar{n} \quad (3.119)$$

La distance entre deux points arbitraires se trouve de :

$$dS^2 = d\bar{R} \cdot d\bar{R} \quad (3.120)$$

Avec :

$$d\bar{R} = \frac{\partial \bar{R}}{\partial \xi_1} d\xi_1 + \frac{\partial \bar{R}}{\partial \xi_2} d\xi_2 + \frac{\partial \bar{R}}{\partial z} dz \quad (3.121)$$

Après différenciation, l'équation (3.119) donne :

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial \xi_1} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \xi_1} + z \frac{\partial \bar{n}}{\partial \xi_1}, \quad \frac{\partial \bar{R}}{\partial \xi_2} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \xi_2} + z \frac{\partial \bar{n}}{\partial \xi_2} \quad (3.122)$$

$$\frac{\partial \bar{n}}{\partial \xi_1} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial \xi_1}, \quad \frac{\partial \bar{n}}{\partial \xi_2} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial \xi_2} \quad (3.123)$$

On a:

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial \xi_1} = \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \frac{\partial \bar{r}}{\partial \xi_1}, \quad \frac{\partial \bar{R}}{\partial \xi_2} = \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \frac{\partial \bar{r}}{\partial \xi_2} \quad (3.124)$$

Et :

$$dS^2 = d\bar{R} \cdot d\bar{R} = L_1^2 (d\xi_1)^2 + L_2^2 (d\xi_2)^2 + L_3^2 (dz)^2 \quad (3.125)$$

Avec :

$$L_1 = \alpha_1 \left(1 + \frac{z}{R_1}\right), \quad L_2 = \alpha_2 \left(1 + \frac{z}{R_2}\right), \quad L_3 = 1 \quad (3.126)$$

Pour les coques minces, les Forces et les Moments sont :

$$(N_i, M_i) = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\sigma}_i(1, z) dz \quad (3.127)$$

$$(Q_1, Q_2) = \int_{-h/2}^{h/2} k_i^2 (\bar{\sigma}_5 \bar{\sigma}_4) dz \quad (3.128)$$

La théorie du premier ordre de cisaillement déformation est obtenue en supposant que le déplacement varie comme suit :

$$u = \frac{L_1}{\alpha_1} u_1 + z \varnothing_1, \quad v = \frac{L_1}{\alpha_2} u_2 + z \varnothing_2, \quad w = u_3 \quad (3.129)$$

Où u, v, w sont les déplacements d'un point quelconque de coordonnées  $(\xi_1, \xi_2, z)$  et où  $u_1, u_2, u_3$  sont les déplacements du point sur la surface moyenne avec les coordonnées  $(\xi_1, \xi_2, 0)$ .

$$\begin{Bmatrix} \mathcal{E}_1 \\ \mathcal{E}_2 \\ \mathcal{E}_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathcal{E}_1^0 \\ \mathcal{E}_2^0 \\ \mathcal{E}_6^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_6 \end{Bmatrix} \quad (3.130)$$

$$\mathcal{E}_4 = \mathcal{E}_4^0, \quad \mathcal{E}_5 = \mathcal{E}_5^0 \quad (3.131)$$

Où les déformations de la surface moyennes sont données par :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}_1^0 &= \frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial \xi_1} + \frac{u_3}{R_1} \\
 \mathcal{E}_2^0 &= \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial \xi_2} + \frac{u_3}{R_2} \\
 \mathcal{E}_6^0 &= \frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial \xi_1} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial u_1}{\partial \xi_2} \\
 \mathcal{E}_4^0 &= \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial \xi_2} + \varnothing_2 - \frac{u_1}{R_2} \\
 \mathcal{E}_5^0 &= \frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial \xi_1} + \varnothing_1 - \frac{u_2}{R_1}
 \end{aligned} \tag{3.132}$$

Les courbures sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 K_1^0 &= \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial \varnothing_1}{\partial \xi_1} \\
 K_2^0 &= \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial \varnothing_2}{\partial \xi_2} \\
 K_6^0 &= \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial \varnothing_2}{\partial \xi_1} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial \varnothing_1}{\partial \xi_2} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) \left( \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial u_2}{\partial \xi_1} - \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial u_1}{\partial \xi_2} \right)
 \end{aligned} \tag{3.133}$$

Les équations du mouvement sont :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_1}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} (N_6 + c_0 M_6) + \frac{Q_1}{R_1} &= \left( I_1 + \frac{2}{R_1} I_2 \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_1 + \left( I_1 + \frac{I_3}{R_1} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varnothing_1 \\
 \frac{\partial N_2}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_1} (N_6 + c_0 M_6) + \frac{Q_2}{R_2} &= \left( I_1 + \frac{2}{R_1} I_2 \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_2 + \left( I_1 + \frac{I_3}{R_1} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varnothing_2 \\
 \frac{\partial \varnothing_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \varnothing_2}{\partial x_2} - \left( \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} - q \right) &= I_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_3 \\
 \frac{\partial M_1}{\partial x_1} + \frac{\partial M_6}{\partial x_2} - Q_1 &= I_3 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varnothing_1 + \left( I_1 + \frac{I_3}{R_1} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_1 \\
 \frac{\partial M_6}{\partial x_1} + \frac{\partial M_2}{\partial x_2} - Q_2 &= I_3 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varnothing_2 + \left( I_1 + \frac{I_3}{R_2} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_2 \\
 C_0 &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad dx_i = \alpha_i d\xi_i
 \end{aligned} \tag{3.134}$$

Pour la théorie classique de coque mince, on a :

$$\emptyset 1 = -\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{u_1}{R_1}, \quad \emptyset 2 = -\frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{u_2}{R_2} \quad (3.135)$$

### III.5. Théorie de BELYTSCHKO-LIN-TSAY

L'élément coque Belytschko-Lin-Tsay ([44], a été mis en œuvre dans LS-DYNA. Pour un élément de coque avec cinq points d'intégration sur l'épaisseur de l'élément coque de Belytschko-Lin-Tsay nécessite 725 opérations mathématiques. L'élément coque de Belytschko-Lin-Tsay est basé sur la formulation de la combinaison de co-rotation et la vitesse de la déformation.

#### III.5.1. Coordonnées Co-rotation

La surface moyenne de l'élément de coque quadrilatère, ou la surface de référence, est définie par l'emplacement de quatre nœuds d'angle de l'élément. Un système de coordonner d'élément intégré, figure (3.6) qui se déforme avec l'élément est défini en fonction des coordonnées des nœuds.

$$\hat{e}_3 = \frac{s_3}{\|s_3\|} \quad (3.136a)$$

$$\|s_3\| = \sqrt{s_{31}^2 + s_{32}^2 + s_{33}^2} \quad (3.136b)$$

$$S_3 = r_{31} \times r_{42} \quad (3.136c)$$

Où l'accent circonflexe en exposant (^) est utilisé pour indiquer le système de coordonnées locales (élément). Il est souhaitable d'établir l'axe local x axe  $\hat{x}$  environ le long du bord des éléments entre les nœuds 1 et 2. Cette définition est commode pour l'interprétation des contraintes élément, qui sont définis dans le système de coordonnées locales  $\hat{x} - \hat{y}$ . La procédure de construction de ce vecteur unitaire est de définir un vecteur  $S_1$  qui est presque parallèle au vecteur  $r_{21}$ , à savoir.

$$S_1 = r_{21} - (r_{21} \cdot \hat{e}_3) \hat{e}_3 \quad (3.137a)$$

$$\hat{e}_3 = \frac{s_3}{\|s_3\|} \quad (3.137b)$$

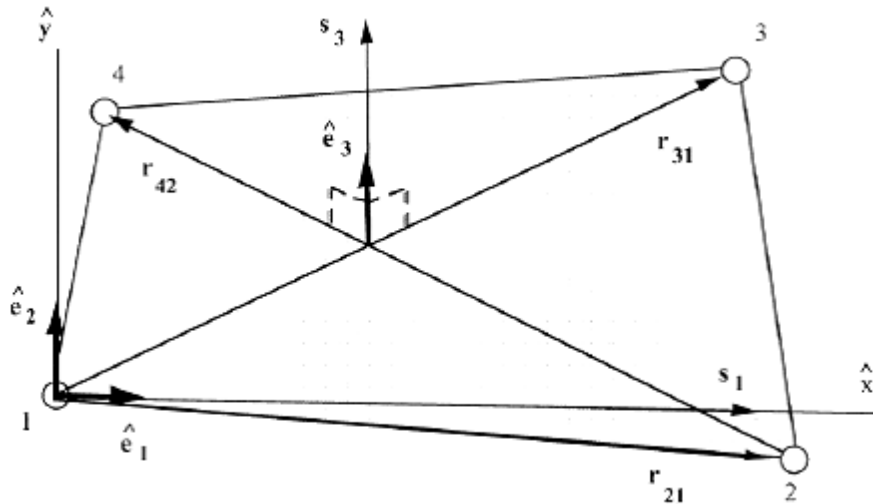


Figure (3.7) : Construction du système de coordonnées d'élément [44]

Le vecteur unitaire est obtenu à partir du produit vectoriel croisé :

$$\hat{e}_2 = \hat{e}_3 \times \hat{e}_1 \tag{3.138}$$

Si les quatre nœuds de l'élément sont coplanaires, alors les vecteurs unitaires des  $\hat{e}_1$  et  $\hat{e}_2$  sont tangents au plan médian de la coque et  $\hat{e}_3$  est dans le sens des fibres. Comme l'élément se déforme, un angle peut se développer entre la direction des fibres réelles et la normale unitaire  $\hat{e}_3$ . L'amplitude de cet angle peut être caractérisée comme suit :

$$|\hat{e}_3 \cdot f - 1| < \delta \tag{3.139}$$

Où  $f$  est le vecteur unitaire dans la direction de la fibre et l'amplitude de  $\delta$  dépend de l'amplitude des déformations. Selon Belytschko et al [44], Pour la plupart des applications d'ingénierie, des valeurs acceptables de  $\delta$  sont de l'ordre de  $10^{-2}$  et si la condition présentée dans l'équation (3.139) est satisfaite, alors la différence entre la rotation des coordonnées  $e'$  de co-rotation et rotation du matériau devrait être faible. Les composants globaux de cette triade de co-rotation définir une matrice de transformation entre les coordonnées d'élément des systèmes locaux et globaux. Cette transformation fonctionne sur les vecteurs avec des composantes globales  $A = (A_x, A_y, A_z)$  et l'élément de composants de coordonnées  $\hat{A} = (\hat{A}_x, \hat{A}_y, \hat{A}_z)$ , le vecteur  $A$  est défini comme suit:

$$\{A\} = \begin{Bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{A}_x \\ \hat{A}_y \\ \hat{A}_z \end{Bmatrix} = [\mu] \{\hat{A}\} = [q]^T \{\hat{A}\} \tag{3.140a}$$

Où  $e_{1x}$   $e_{2x}$   $e_{3x}$  sont les composantes globales de vecteur élément de l'unité de coordonnées. La transformation inverse est définie par la matrice transposée, c'est à dire,

$$\{\hat{A}\}=[\mu]^T\{A\} \quad (3.140b)$$

### III.5.2. Relations Déplacement vitesse-déformation

La condition de petites rotations de l'équation (3.139) ci dessus, ne limite pas l'amplitude de rotations de l'élément de corps rigide. Au contraire, la restriction sur les déformations hors plan, et, par conséquent, sur la déformation de l'élément. Conformément à cette restriction sur l'amplitude des déformations, les relations déplacement vitesse déformation utilisée dans la coque de Belytschko-Lin-Tsay sont également limitées aux petites déformations. Comme dans l'élément coque Hughes-Liu, le déplacement de n'importe quel point dans la coque est partitionné en un déplacement de la surface moyenne (déplacements nodaux) et un déplacement associé à des rotations de fibres de l'élément (rotations nodales). L'élément coque de Belytschko-Lin-Tsay utilise la théorie des plaques de Mindlin [44] :

$$v = v^m - \hat{z}e_3 \cdot \theta \quad (3.141)$$

Où  $v^m$  est la vitesse de la surface moyenne,  $\theta$  est le vecteur vitesse angulaire, et  $z$  est la distance le long de la direction des fibres (épaisseur) de l'élément de coque.

$$\hat{d}_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{x}_j} + \frac{\partial \hat{v}_j}{\partial \hat{x}_i} \right] \quad (3.142)$$

Après substitution de l'équation (3.141), on obtient les relations suivantes, vitesse déformation:

$$\begin{aligned} \hat{d}_x &= \frac{\partial \hat{v}_x^m}{\partial \hat{x}} + \hat{z} \frac{\partial \hat{\theta}_y}{\partial \hat{x}} \\ \hat{d}_y &= \frac{\partial \hat{v}_y^m}{\partial \hat{y}} - \hat{z} \frac{\partial \hat{\theta}_x}{\partial \hat{y}} \\ 2\hat{d}_{xy} &= \frac{\partial \hat{v}_x^m}{\partial \hat{y}} + \frac{\partial \hat{v}_y^m}{\partial \hat{x}} + \hat{z} \left[ \frac{\partial \hat{\theta}_y}{\partial \hat{y}} + \frac{\partial \hat{\theta}_x}{\partial \hat{x}} \right] \\ 2\hat{d}_{yz} &= \frac{\partial \hat{v}_z^m}{\partial \hat{y}} - \hat{\theta}_x \\ 2\hat{d}_{xz} &= \frac{\partial \hat{v}_z^m}{\partial \hat{z}} - \hat{\theta}_y \end{aligned} \quad (3.143)$$

Les relations dessus de la vitesse-déformation doivent être évaluées au niveau des points de quadrature dans la coque. L'interpolation bilinéaire nodale est utilisée pour définir la vitesse de la surface moyenne, la vitesse angulaire, et les coordonnées de l'élément (représentation isoparamétrique). Ces relations sont données par des interpolations suivantes :

$$\begin{aligned} v^m &= N_I(\xi, \eta) v_I \\ \theta^m &= N_I(\xi, \eta) \theta_I \\ x^m &= N_I(\xi, \eta) x_I \end{aligned} \quad (3.144)$$

Les fonctions de formes bilinéaires sont les suivantes [44]:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 - \eta) \\ N_2 &= \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 - \eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 + \eta) \\ N_4 &= \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 + \eta) \end{aligned} \quad (3.145)$$

La vitesse, la déformation au centre de l'élément, c'est à dire pour  $\xi = 0$ , et  $\eta = 0$ , sont obtenues par substitution des relations ci-dessus dans les relations précédemment définies le déplacement, la vitesse, la déformation, les équations (3.143), on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{d}_x &= B_{11} \hat{v}_{xI} + \hat{z} B_{11} \hat{\theta}_{yI} \\ \hat{d}_y &= B_{21} \hat{v}_{yI} + \hat{z} B_{21} \hat{\theta}_{xI} \\ 2\hat{d}_{xy} &= B_{21} \hat{v}_{xI} + B_{11} \hat{v}_{yI} + \hat{z} (B_{21} \hat{\theta}_{yI} + B_{11} \hat{\theta}_{xI}) \\ 2\hat{d}_{xz} &= B_{11} \hat{v}_{zI} + N_1 \hat{\theta}_{yI} \\ 2\hat{d}_{yz} &= B_{21} \hat{v}_{zI} - N_1 \hat{\theta}_{xI} \end{aligned} \quad (3.146)$$

Ou :

$$B_{11} = \partial N_I / \partial \hat{x}$$

$$B_{21} = \partial N_I / \partial \hat{y}$$

Les fonctions de forme dérivatives  $B_{iI}$  sont également évaluées au centre de l'élément, c'est à dire à  $\xi = 0$ , et  $\eta = 0$ .

### III.5.3 Les contraintes résultantes et les forces nodales

Après l'évaluation constitutive en utilisant la vitesse-déformation, les contraintes qui en résultent sont intégrées dans l'épaisseur de la coque pour obtenir les résultantes des forces et des moments.

$$\begin{aligned}\hat{f}_{\alpha\beta}^R &= \int \hat{\sigma}_{\alpha\beta} d\hat{z} \\ \hat{m}_{\alpha\beta}^R &= -\int \hat{z} \hat{\sigma}_{\alpha\beta} d\hat{z}\end{aligned}\tag{3.147}$$

Où l'exposant, R, indique une force résultante ou le moment, les indices grecs soulignent la portée limitée des indices sur la plasticité contrainte plane. Les résultantes de la force et de moment de l'élément centré dessus sont liées à des forces locales et des moments nodaux en invoquant le principe des travaux virtuels. Les relations obtenues de cette manière sont :

$$\begin{aligned}\hat{f}_{xl}^R &= A(B_{1I} \hat{f}_{xx}^R + B_{2I} \hat{f}_{xy}^R) \\ \hat{f}_{yl}^R &= A(B_{2I} \hat{f}_{xy}^R + B_{1I} \hat{f}_{yy}^R) \\ \hat{f}_{zl}^R &= AK(B_{1I} \hat{f}_{xz}^R + B_{2I} \hat{f}_{yz}^R) \\ \hat{m}_{xl} &= A(B_{2I} \hat{m}_{xy}^R + B_{1I} \hat{m}_{xy}^R - \frac{k}{4} \hat{f}_{yz}^R) \\ \hat{m}_{yl} &= -A(B_{1I} \hat{m}_{xx}^R + B_{2I} \hat{m}_{xy}^R - \frac{k}{4} \hat{f}_{xz}^R) \\ \hat{m}_{zl} &= 0\end{aligned}\tag{3.148}$$

Où A est la surface de l'élément, et  $\kappa$  est le facteur de cisaillement de la théorie de Mindlin. Dans la formulation Belytschko-Lin-Tsay,  $\kappa$  est utilisé comme un paramètre de pénalité pour appliquer la condition de normalité lorsque la coque devient mince. Les forces nodales et les moments sont alors transformés pour le système de coordonnées globales en utilisant les relations de transformation

## *Chapitre IV*

### *Modélisation numérique de l'impact*

#### **IV.1.Introduction**

Les éléments structurels composés de matériaux composites renforcés de fibres sont largement utilisés dans les domaines de haute technologie dans ces dernières années. Leurs applications industrielles se multiplient rapidement en raison de leurs propriétés mécaniques supérieures. Cependant, la communauté des ingénieurs est confrontée à de nombreux problèmes difficiles liés à l'utilisation de ces nouveaux matériaux. Parmi celles-ci, la plus importante est probablement leur réponse à un impact localisé est l'une des principales considérations dans leur conception.

Le comportement au choc des matériaux composites a été étudié avec différentes approches scientifiques et sur des matériaux différents. L'influence de l'impact et des paramètres du matériau sur la réponse du composite stratifié est une de ces approches. Ces paramètres sont nombreux et difficiles à mettre en évidence. Des exemples de ces paramètres sont la vitesse d'impact, le nombre d'empilage de séquence, la masse de l'impacteur, la géométrie de l'éprouvette, la forme géométrique de l'impacteur, les effets du milieu ambiant tels que la température, l'humidité, les attaques chimiques, etc... La détermination des déplacements et la force de contact sur les plaques laminées composites soumises à des chocs à faible vitesse est l'objet de ce chapitre. Le code aux éléments finis commercial 3D Ls-dyna a été utilisé pour la simulation. Le code **LS-DYNA** est historiquement un code d'éléments finis basé sur un schéma d'intégration explicite particulièrement adapté aux phénomènes de dynamique rapide fortement non-linéaires tels que les chocs entre structures. **LS-DYNA** propose également un ensemble de solveurs et de méthodes spécifiques permettant de résoudre, de manière intégrée, les problèmes multi-physiques et/ou multi-passes en tirant pleinement parti des possibilités des machines multiprocesseurs actuelles. L'organigramme de base est présenté sur la figure (4.1).

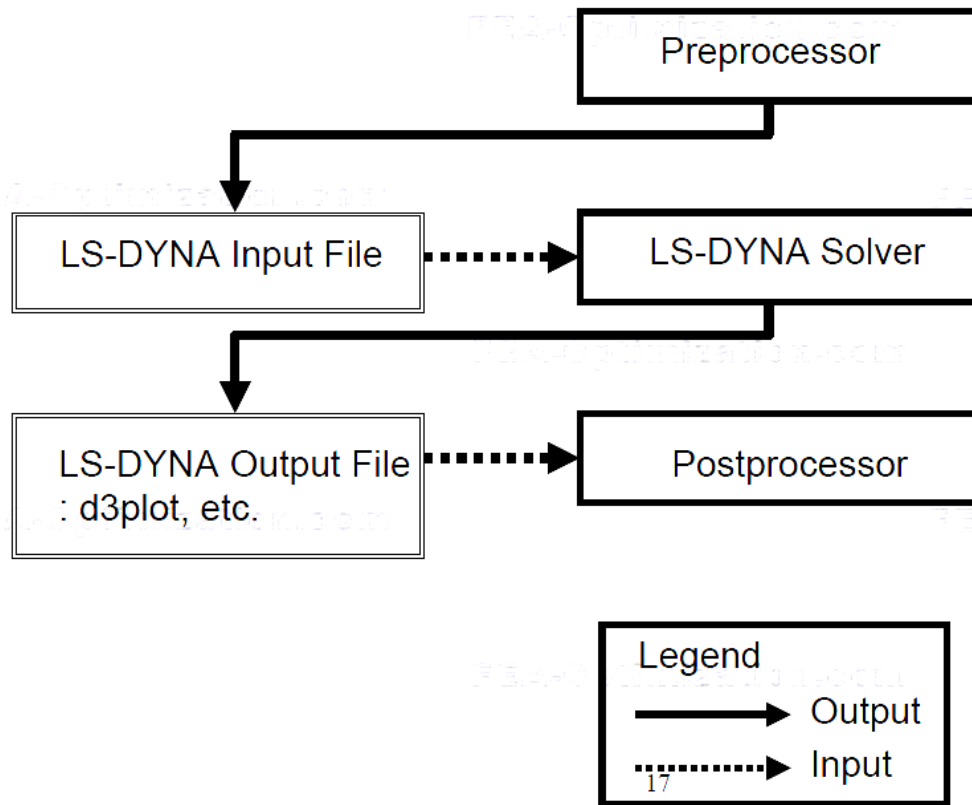


Figure (4.1) : Organigramme de calcul du code LS Dyna

#### IV.1.1. Modèles des matériaux composites utilisés par le code LS-DYNA

En résumé, la plupart des modèles des matériaux composites ont été mis en place pour des éléments de coque. Les critères de rupture favorite de ces modèles sont de Chang-Chang et de Tsai-Wu et les critères de Hashin. Le modèle MAT\_22 et MAT\_54 utilise le critère de Chang- Chang de traction de fibre et la matrice et les modes de rupture due à la compression dans le plan dans le du laminé unidirectionnel. Le modèle MAT\_55 est basé sur le critère de rupture de Tsai-Wu, tandis que le modèle MAT\_58 est basé sur les critères de Hashin en mécanique d'endommagement continu. Le modèle MAT\_116, MAT\_117 et MAT\_118 sont utilisés pour modéliser la réponse élastique des composites où une pré-intégration est utilisée pour calculer l'extension, la flexion et les coefficients de couplage extension-flexion pour une utilisation avec formulation de Belschko-Tsay.

Le modèle avec option DMG (MAT\_162) généralisé à partir MAT\_161 en adoptant l'approche d'endommagement. MAT\_162 peut utilisé pour simuler la rupture progressive des composites unidirectionnelles stratifiés ainsi que les structures en composites en forme de tissus. Le tableau (4.1), présente les éléments de simulation utilisés. Le composite étudié est le T800s/M21,

c'est un matériau de fibre en carbone et de matrice époxy. Les propriétés mécaniques de ce composite et de l'impacteur sont montrées sur le tableau (4.2).

Type d'élément pour impacteur	Elément solide 8- nœuds
Type de matériau pour impacteur	Rigide (Mat n ° 20)
Type d'élément pour la plaque	Membrane / élément de coque 4- nœuds
Formulation de coque	Belytschko-Tsay
Type de modèle de matériau	Mat _ 54
Nombre d'éléments solides	3584
Nombre de nœuds élément solide	3817
Nombre d'éléments de coque	7200
Nombre de nœuds élément de coque	7381
Nombre de points d'intégration	10 (un par pli)
Le nombre total de plis	10 plis

Tableau (4.1) : Eléments de simulation

Composite étudié										Impacteur	
E <sub>11</sub> GPa	E <sub>22</sub> GPa	E <sub>33</sub> GPa	v <sub>12</sub>	v <sub>23</sub>	v <sub>13</sub>	G <sub>12</sub> GPa	G <sub>23</sub> GPa	G <sub>13</sub> GPa	ρ Kg/m <sup>3</sup>	E GPa	ρ Kg/m <sup>3</sup>
165	7.64	7.64	0.35	0.4	0.35	5.61	2.75	5.61	1600	207	7850
X <sub>t</sub> GPa	X <sub>c</sub> GPa	Y <sub>t</sub> GPa	Y <sub>c</sub> GPa	Z <sub>t</sub> GPa	Z <sub>c</sub> GPa	S <sub>12</sub> GPa	S <sub>23</sub> GPa	S <sub>13</sub> GPa		v	
2.2	1.2	0.045	0.28	0.045	0.7	0.05	0.05	0.05		0.3	

Tableau (4.2) : Propriétés du matériau composite étudié TM800s/M21 et impacteur [09]

#### IV.2.Effet de la vitesse d'impact

Le premier cas consiste à évaluer les effets de la vitesse du projectile sur le comportement dynamique des plaques en composites de dimension 120x60x2.5 mm, l'épaisseur du pli est de 0.25mm. Le composite a une séquence d'empilement [0/45/90/45/0]<sub>s</sub>. La force de contact et le déplacement de la plaque encastree sur ces quatre cotés sont calculés à des vitesses croissantes (3, 6,9 et 12 m/s). L'impacteur est une sphère en acier ordinaire de rayon 4mm, voir le tableau (4.2).

La figure (4.2), présente l'impact d'une sphère sur une plaque rectangulaire en composite encastree sur ces quatre cotés. Les figures (4.3), figure (4.4) et figure (4.5), présentent les variations de la force, du déplacement, de l'énergie cinétique interne en fonction du temps d'impact. A partir de la figure (4.3), que remarque que la force variée d'une manière non linéaire. Pour une vitesse

d'impact de l'ordre de 12m/s, la force d'impact atteint une valeur de l'ordre de 1.2KN pour un temps d'impact de 0.18ms. Pour le même temps d'impact (0.18ms) .A la vitesse de 9m/s, la force d'impact maximale est de 1.1KN pour un temps de 0.25ms. Pour une vitesse de 6m/s, la force diminue atteignant la valeur de 0.9KN pour un temps égal à 0.25ms. A la vitesse de 3m/s, la force maximale atteinte est de 0.42KN pour un temps de 0.25ms. On remarque donc, que pour les vitesses de 3, 6 et 9m/s, les temps d'impact sont plus ou moins égaux, la même constatation pour la force d'impact. Sur la figure (4.4), les déplacements sont représentés pour chacune des vitesses. On note que ces courbes varient d'une manière parabolique. Le déplacement maximal est atteint pour une vitesse de 12m/s de l'ordre de -0.88mm (0.3ms pour temps d'impact). A une vitesse de 9m/s, ce déplacement est de -0.61mm pour un temps de 0.3ms. La valeur du déplacement diminue en fonction de la vitesse d'impact, c'est-à-dire pour une vitesse de 3m/s, et pour le même temps de 0.3ms, on obtient un déplacement de l'ordre de -0.2mm. Plus que le temps d'impact augmente, le déplacement diminue d'une façon progressive et rapide, sous la forme d'une onde élastique. Pour la force d'impact, c'est le contraire, on obtient une valeur maximale suivie d'une diminution parabolique et rapide atteignant une valeur nulle pour un temps de 0.4ms pour les trois vitesses. L'énergie de déformation interne de la plaque en composite est représentée sur la figure (4.5) en fonction du temps d'impact pour les trois vitesses choisies. On remarque de cette figure, que les trois courbes ont le même temps d'impact (0.2ms). L'énergie cinétique interne est atteinte pour une vitesse de 12m/s atteignant la valeur de 0.95J pour un temps d'impact de l'ordre de 0.2ms. Les trois courbes présentent un maximum pour le même temps d'impact (0.2ms). Plus le temps d'impact augmente, l'énergie interne de la plaque diminue rapidement. A une vitesse de 9m/s, l'énergie interne est de 0.55J, pour une valeur égale à 6m/s on a 0.25J. Finalement à une vitesse de 3m/s, l'énergie interne est de 0.053J. Cette diminution est rapide et non linéaire. Plus la vitesse d'impact est élevée, plus l'énergie augmente. La plaque conserve une partie de l'énergie interne pour un temps d'impact élevé de l'ordre de 1ms.

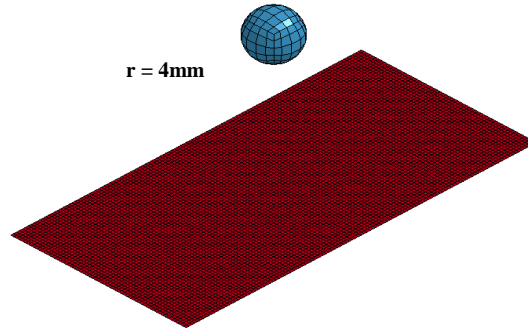


Figure (4.2) : Impact sphère- composite

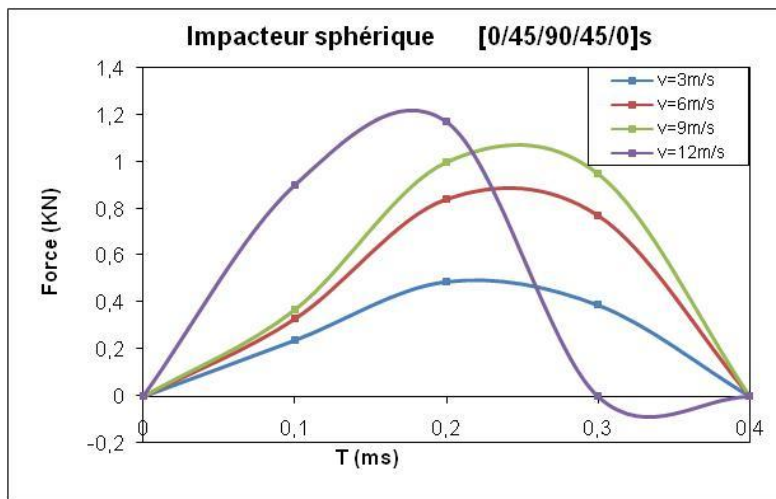


Figure (4.3) : Variation de la force-temps d'impact pour une sphère de rayon 4mm

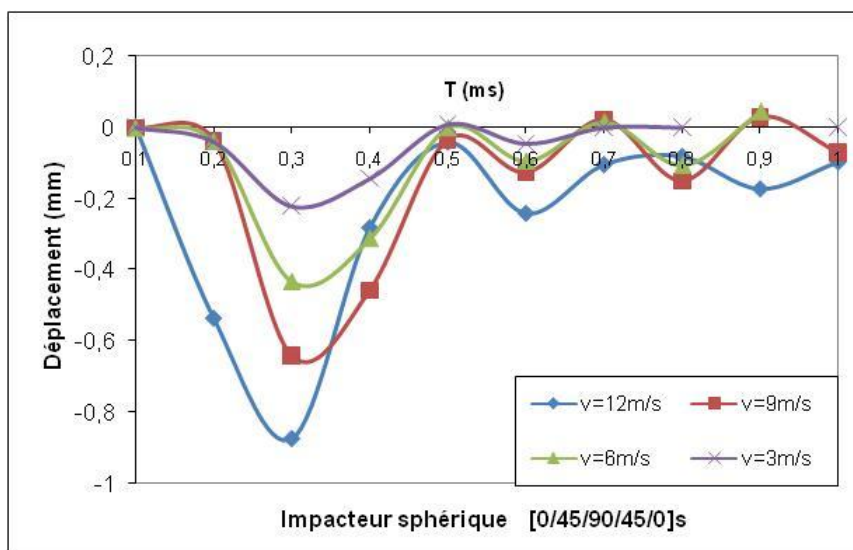


Figure (4.4) : Variation du déplacement-temps d'impact pour une sphère de rayon 4mm

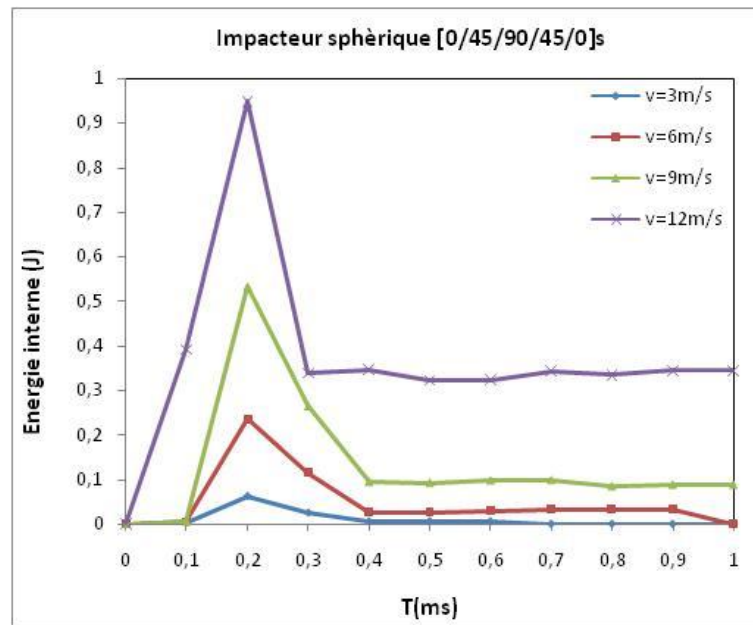


Figure (4.5) : Variation de l'énergie cinétique interne du composite -temps d'impact pour une sphère de rayon 4mm

#### IV.2.1. Etat de contrainte

La figure (4.5a), montre la contrainte maximale de Von Mises sur la couche supérieure, au milieu du composite et sur la couche inférieure. La contrainte est maximale pour un temps d'impact de l'ordre de 0.2ms. De cette figure, on remarque que la contrainte est maximale au centre du composite pour une vitesse de 9m/s de l'ordre de 0.85GPa c'est-à-dire pour la couche 0 degré. Sur la face inférieure du composite pour une vitesse de 3m/s, la contrainte est minimale (0.11GPa). Le niveau de contrainte augmente pour une vitesse de 9m/s.

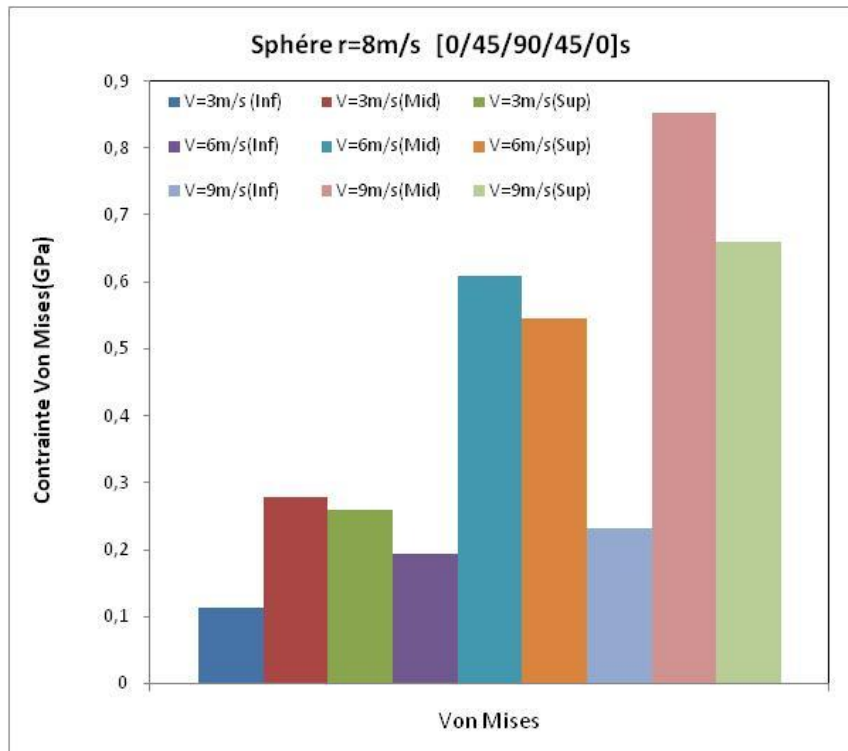


Figure (4.5a) : Contrainte de Von Mises

### IV.3.Effet du rayon de l'impacteur sphérique

L'effet du rayon du projectile sur le comportement dynamique des plaques en composites est étudié dans le présent paragraphe. Trois rayons du projectile de forme sphérique ont été choisis : 4mm, 8mm et 12,5mm, avec une vitesse d'impact de l'ordre de 12 m/s. Le composite en question est le T800s/M21 de séquence d'empilement [0/45/90/45/0]<sub>s</sub>. La figure (4.6), présente le contact de l'impacteur sphérique de différents rayons avec le composite. Les trois sphères sont de même matériau et la même masse. La plaque est encadrée sur ces quatre cotés.

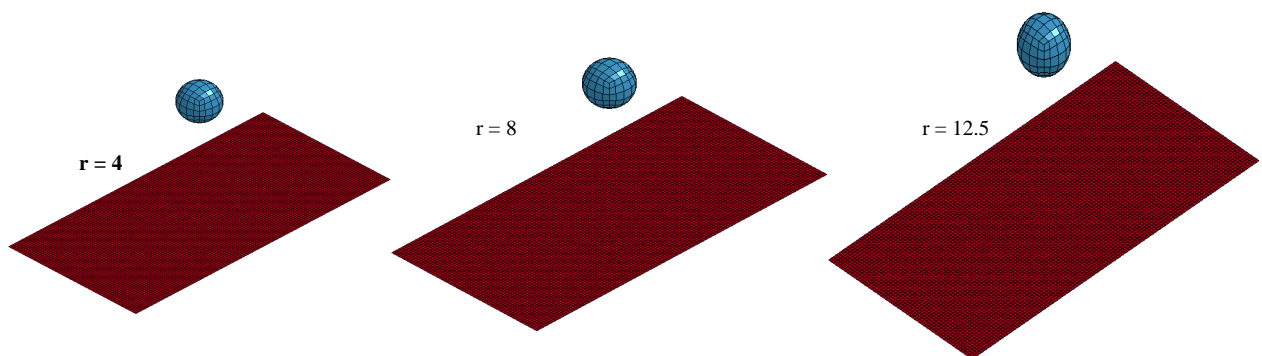


Figure (4.6) : Variation du rayon de l'impacteur sphérique

La figure (4.7), présente les variations de la force de contact en fonction du temps d'impact. De ces courbes, on note que l'augmentation du rayon augmente la force de contact. Pour un rayon de la sphère égal à 4mm, la force est égale à 0.32KN pour un temps d'impact de l'ordre de 0.1ms. On remarque que les trois courbes sont plus ou moins identiques. La force maximale de contact est atteinte pour un rayon d'impacteur de 4mm est de 1.5KN pour un temps d'impact de 0.2ms. Pour les rayons de 8mm et 12.5mm, les forces de contact sont plus ou moins égales de l'ordre de 1.1KN. Un rayon de 4mm provoque une force maximale. Dans le cas des déplacements, la figure (4.8), montre que les courbes de déplacement sont similaires sur un tronçon de temps d'impact de 0 à 0.4ms. Le déplacement maximal est atteint pour les trois rayons de l'ordre de 0.9mm sur un temps d'impact de 0.2ms. Au delà d'un temps de 0.4ms, les déplacements diminuent jusqu'à une valeur de 0.1mm. On ce qui concerne l'énergie interne, les courbes de variation sont présentées sur la figure (4.9). Les courbes sont similaires pour les deux rayons (8mm et 12.5mm). A la valeur du temps d'impact de 0.2ms, l'énergie est de 0.95J, suivie d'une diminution rapide le long du temps d'impact atteignant la valeur de 0.4J. De l'intervalle de temps compris entre 0.3ms et 0.9ms, les courbes des énergies sont constantes (palier). Le rayon 4mm, provoque une énergie cinétique interne de l'ordre de 0.17J.

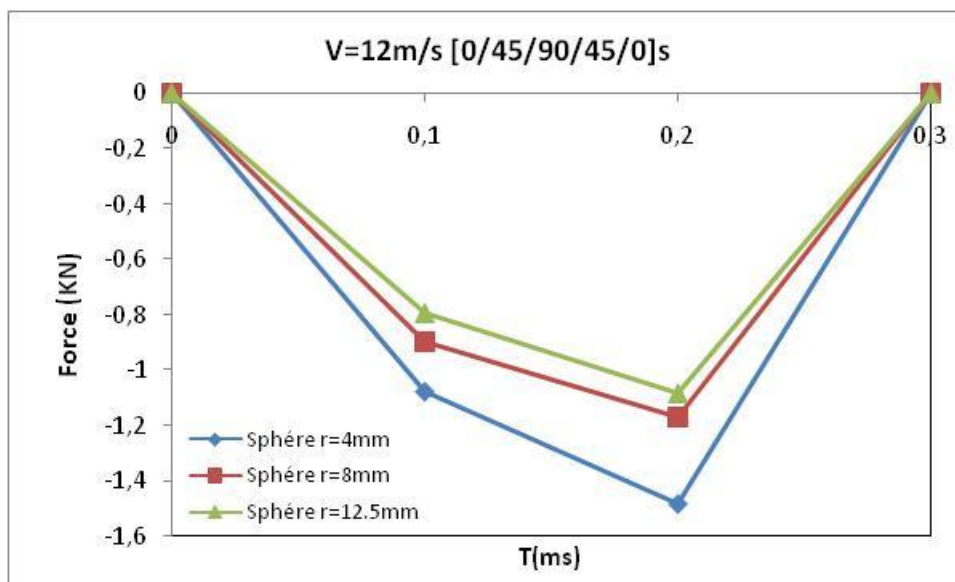


Figure (4.7) : Variation de la force-temps d'impact pour différents rayons de l'impacteur

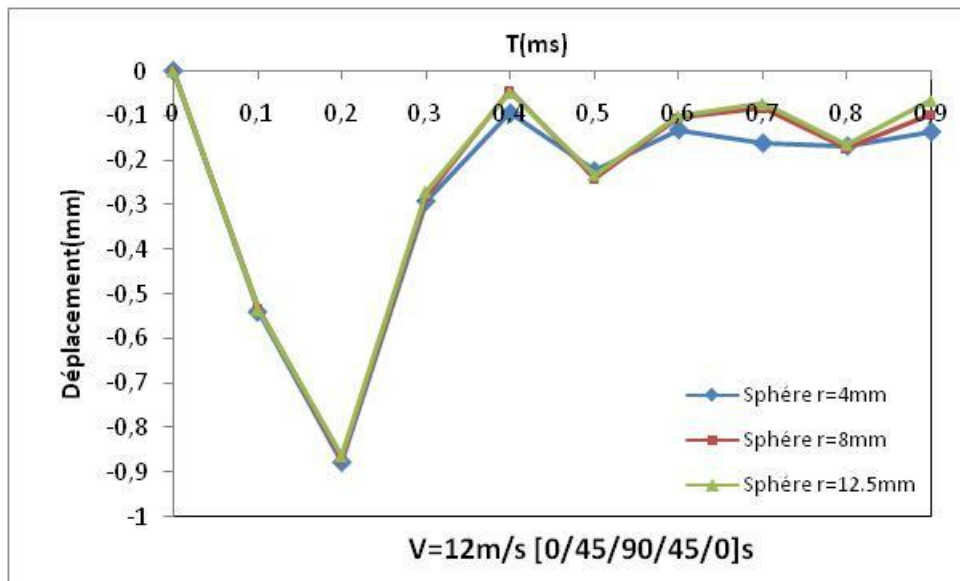


Figure (4.8) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différents rayons de l'impacteur

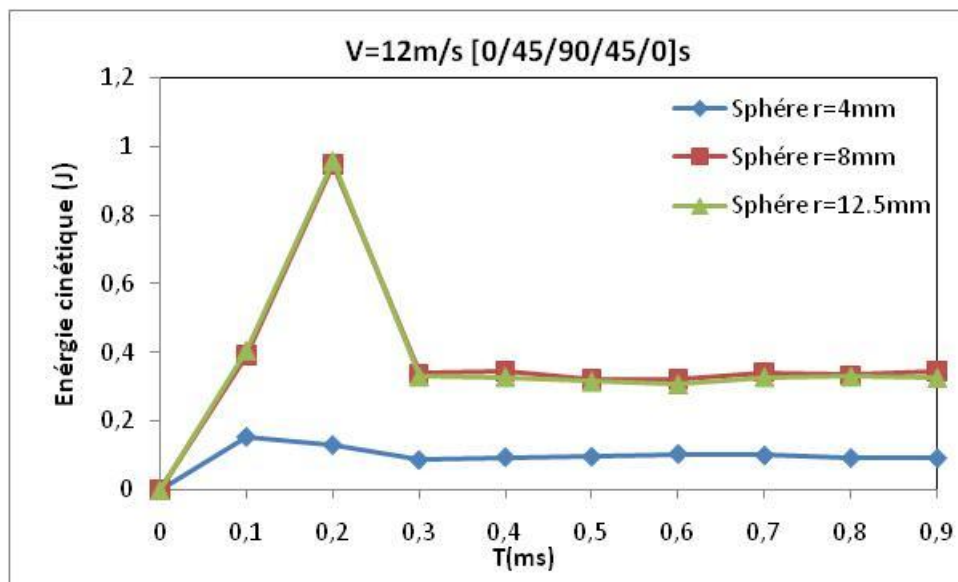


Figure (4.9) : Variation de l'énergie cinétique interne -temps d'impact pour différents rayons de l'impacteur

### IV.3.1. Contrainte de Von Mises

La figure (4.9a), représente, la contrainte maximale de Von Mises sur la couche supérieure, au centre du composite et inférieure. La contrainte est maximale sur la couche supérieure du composite pour un rayon de l'impacteur égal à 8mm avoisinant la valeur de 1.05GPa. Les rayons de 4, 8 et 12.5mm provoquent des contraintes sur la couche inférieure égale à 0.35GPa. Pour les rayons de 8mm et 12.5mm engendrent des niveaux de contraintes égales au centre du composite d'une valeur de 0.65GPa. Les contraintes sur la face supérieure et au centre sont plus ou moins égales pour un rayon de 4mm (0.9GPa).

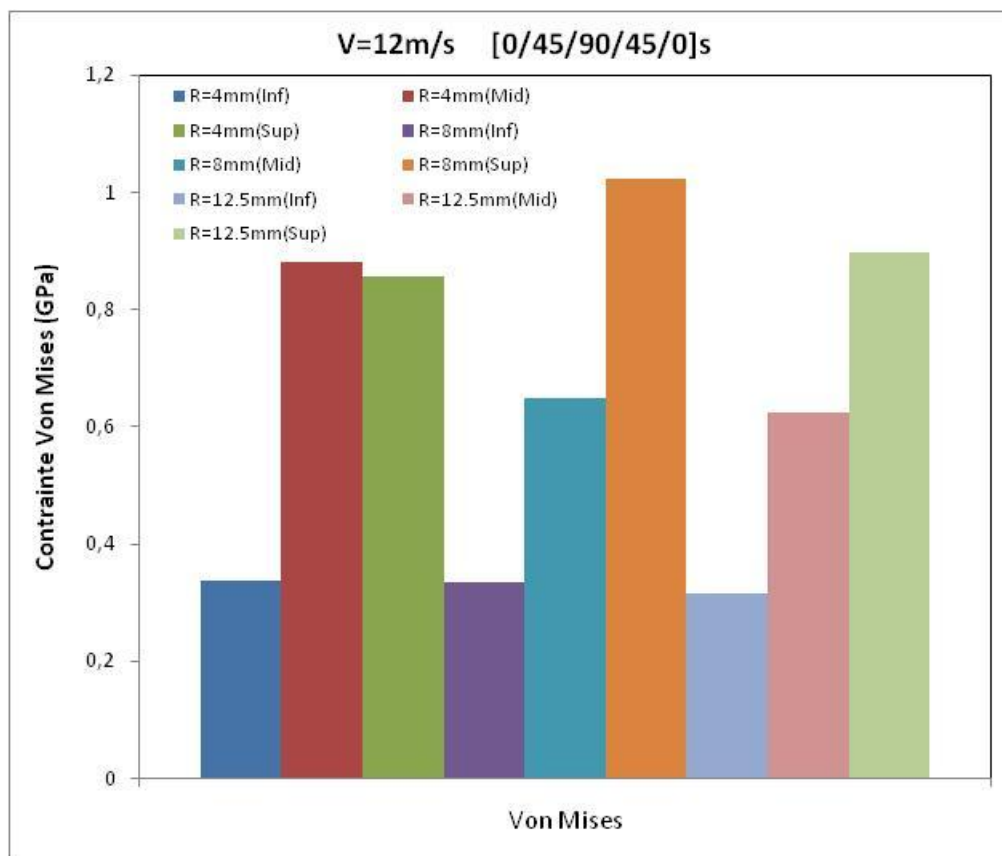


Figure (4.9a) : Contrainte de Von Mises

### IV.4.Effet des conditions aux limites

Dans ce qui suit trois types de conditions aux limites sont considérées, le premier est celui de l'encastrement des quatre cotés, le deuxième est celui de l'appui double sur les quatre cotés, enfin des appuis simples. La plaque a pour séquence d'empilement  $[0/45/90/45/0]_s$ . Les caractéristiques du matériau composite et les paramètres du projectile sont les mêmes utilisées

précédemment avec le rayon de l'impacteur sphérique  $r=8\text{mm}$  et la vitesse d'impact de  $9\text{m/s}$ . La figure (4.10), montre la plaque avec les conditions aux limites.

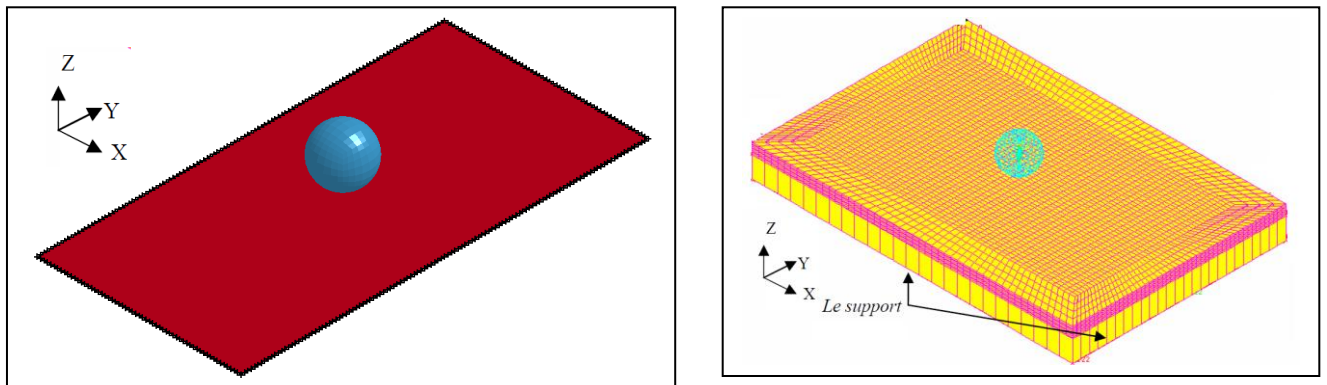


Figure (4.10) : Conditions aux limites

Sur la figure (4.11), on présente les courbes de variation des déplacements en fonction du temps d'impact pour les trois configurations de conditions aux limites. On remarque, que les configurations d'appuis simples et appuis double présentent une allure identique atteignant une valeur de déplacement maximal de l'ordre de  $0.83\text{mm}$  pour un temps d'impact de  $0.4\text{ms}$ . Cette configuration de conditions aux limites n'a pas d'influence sur les déplacements. Dans le cas de l'encastrement, il y'a une diminution du déplacement et du temps d'impact ( $0.63\text{mm}$  pour  $0.3\text{ms}$ ). Pour un temps d'impact de  $0.4\text{ms}$ , le déplacement pour une configuration d'encastrement est de  $0.43\text{mm}$ , donc il y'a une diminution de moitié par rapport aux deux autres. On ce qui concerne la force de contact, on remarque un effet totalement inverse par rapport au déplacement. Pour un temps d'impact de  $0.3\text{ms}$ , la configuration d'appuis doubles présente une force de  $2.26\text{KN}$ , pour le cas d'appuis simples, la force est de  $1.7\text{KN}$ , tandis que cette valeur est de  $1\text{KN}$  pour le cas de l'encastrement. Les trois courbes montrent une variation parabolique. L'énergie de déformation interne de la plaque est représentée sur la figure (4.13). La même constatation pour le cas des déplacements, les configurations (appuis simples et appuis doubles) montrent la même tendance. Pour un temps d'impact de  $0.4\text{ms}$ , l'énergie maximale est de  $0.58\text{J}$ . Cette valeur diminue pour le cas de l'encastrement  $0.54\text{J}$  pour un temps de  $0.3\text{ms}$ .

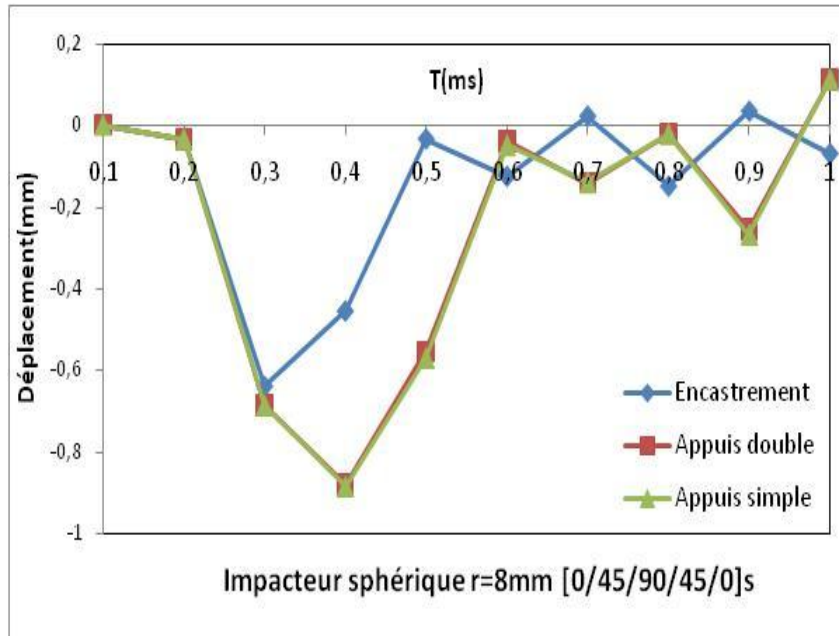


Figure (4.11) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différentes conditions aux limites

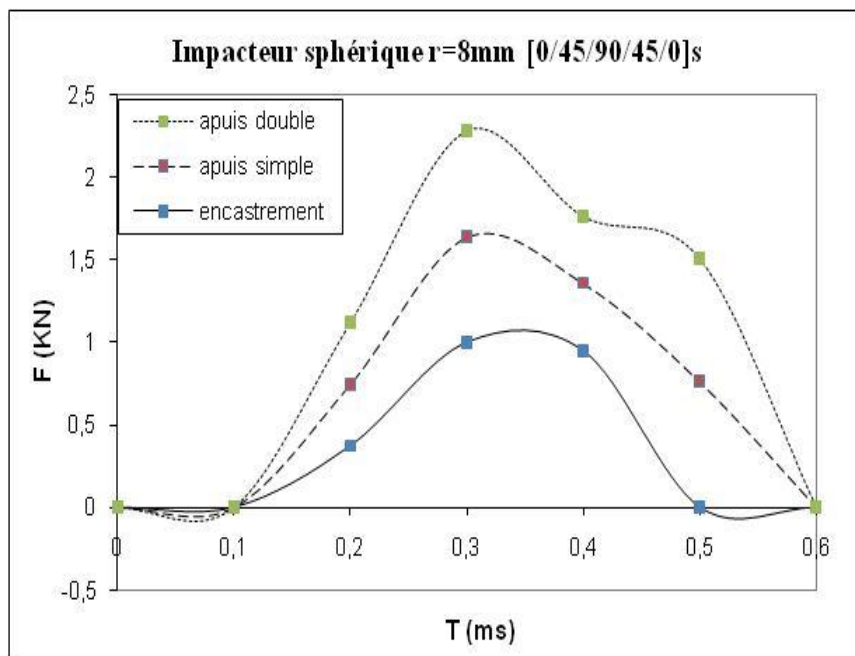


Figure (4.12) : Variation de la force-temps d'impact pour différentes conditions aux limites

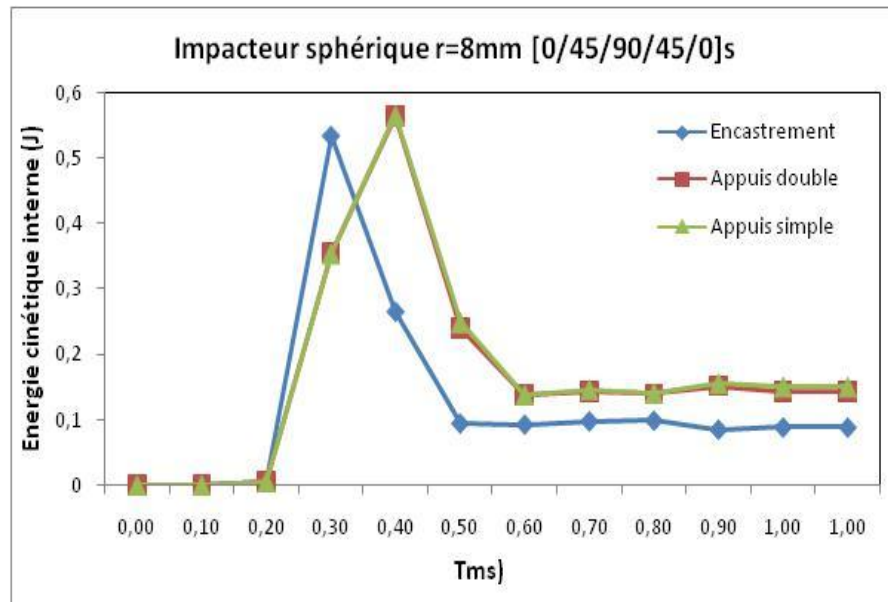


Figure (4.13) : Variation de l'énergie cinétique interne -temps d'impact pour différentes conditions aux limites

**IV.4.1. Contrainte de Von Mises**

La figure (4.13a) montre les contraintes maximales appliquées sur la face supérieure, au milieu et inférieure du composite. La contrainte est maximale au centre du composite dans le cas de l'appui simple elle est de l'ordre de 0.65GPa. Dans le cas de l'encastrement, les couches supérieures, au centre et inférieures sont soumises à la compression d'une valeur de 0.067GPa. Pour un appui double, la contrainte maximale est au centre pour la couche 0 de l'ordre de 0.59GPa.

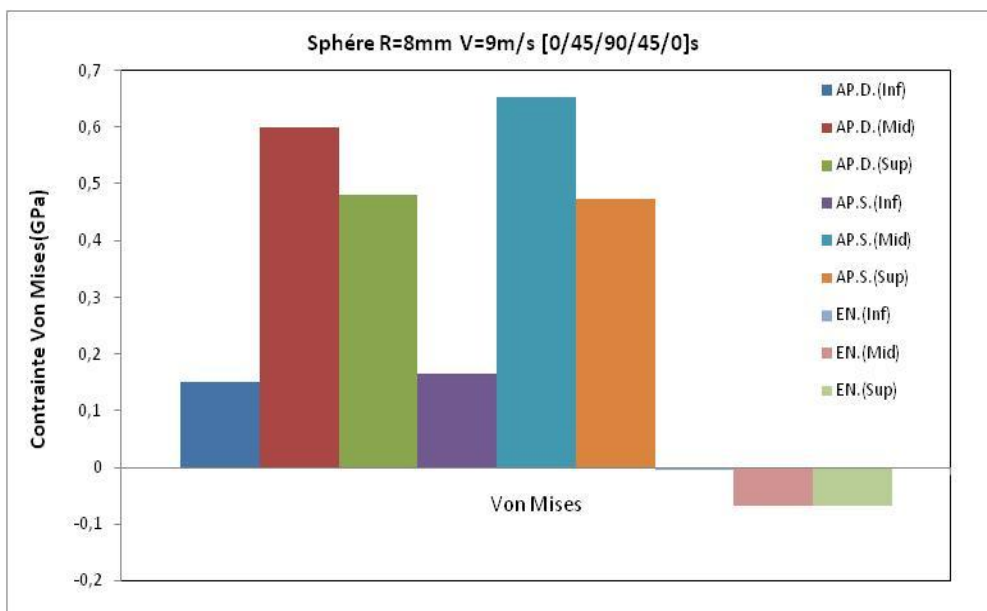


Figure (4.13a) : Contrainte de Von Mises

#### IV.5.Effet de la ligne de contact impacteur-plaque

Cette partie est consacrée à l'analyse de l'influence de la ligne de contact impacteur-composite. On utilise un cylindre de diamètre 16mm et de longueur 30mm en acier ordinaire de caractéristique  $\rho=7850\text{Kg/m}^3$ ,  $E=207\text{GPa}$ ,  $\nu_{12}=0.3$ . Trois cas sont considérés, le premier est celui du contact longitudinal cylindre-plaque, voir figure (4. 14a), le deuxième cas traite le contact transversal, figure (4. 14b), enfin le troisième cas, le cylindre tombe sur la face plane, voir figure (4.14c). Les caractéristiques mécaniques du composite étudié sont présentées sur le tableau (4.2), de séquence d'empilement  $[0/45/90/45/0]_s$ . La vitesse d'impact est de l'ordre de 5m/s. La plaque est encadrée sur ces quatre cotés.

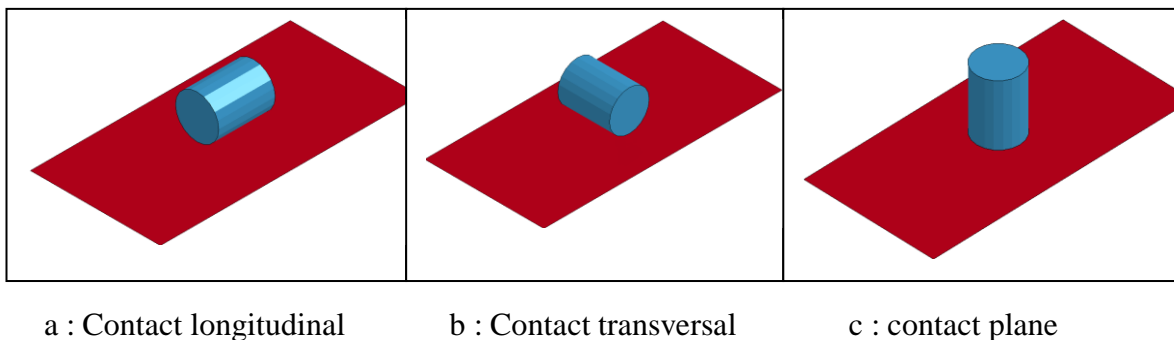


Figure (4.14) : Effet de la ligne d'impact cylindre-plaque

La figure (4.15), présente les variations de la force d'impact en fonction du temps pour les trois types de ligne de contact. C'est une variation linéaire, atteignant la valeur maximale de 0.6KN pour un temps d'impact de l'ordre de 0.2ms, le cas du contact transversal (figure (4.14b)). Les deux contacts longitudinal et plane montrent la même tendance, pour un temps de 0.2ms, la force de contact est de 0.045KN. Dans le cas du déplacement, les trois types de ligne de contact ont la même allure de façon linéaire entre 0 et 0.2ms de temps d'impact atteignant la valeur maximale de 0.5mm. Les configurations plane et transversale présentent une allure similaire et identique. On obtient les mêmes courbes pour le cas de l'énergie interne atteignant une valeur maximale de l'ordre de 07J pour un temps d'impact de 0.2ms, voir figure (4.17). La ligne de contact impacteur – composite n'a pas un effet significatif sur l'énergie interne dans le cas d'un impacteur cylindrique.

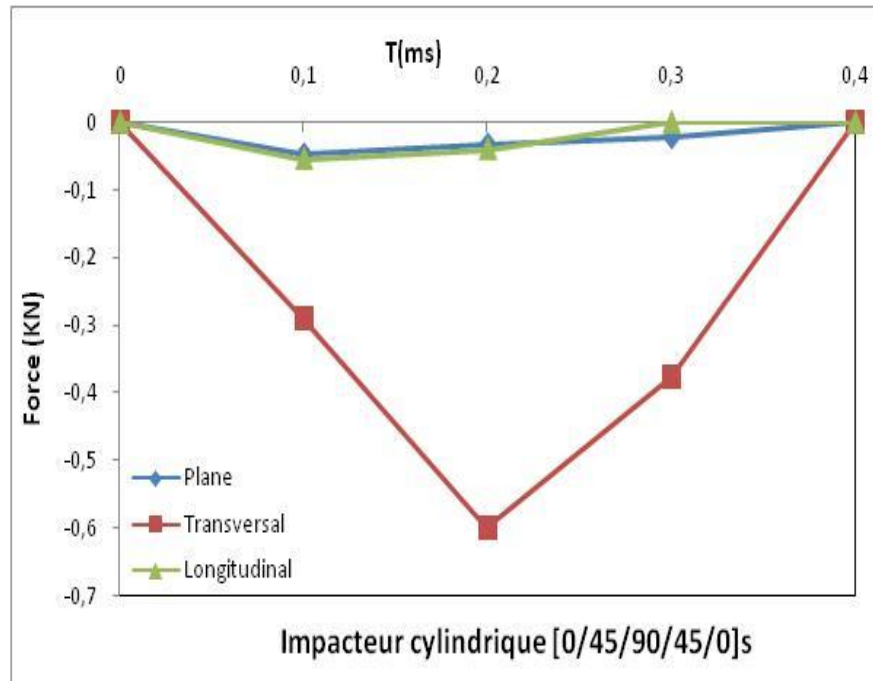


Figure (4.15) : Variation de la force-temps d'impact pour différentes configurations de la ligne d'impact

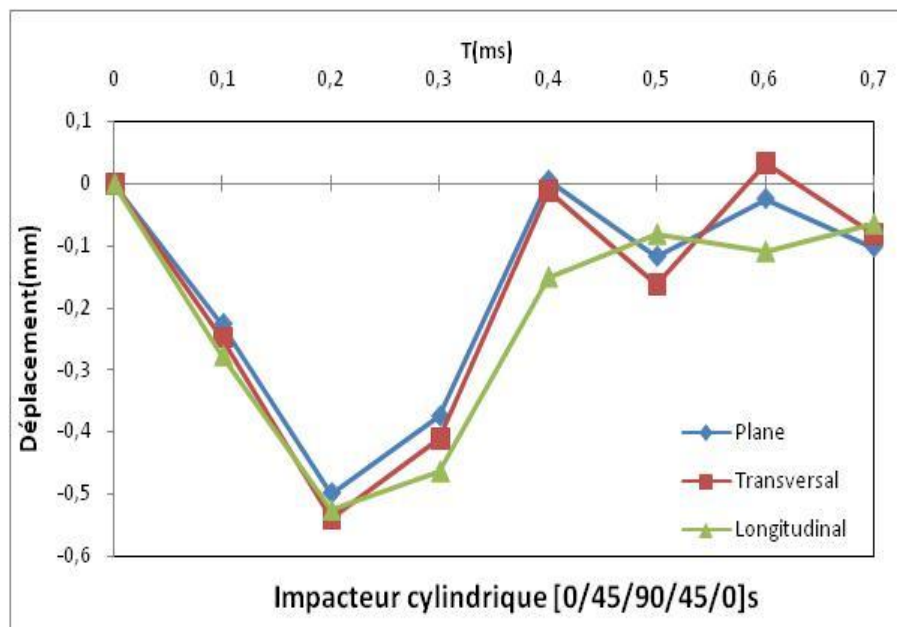


Figure (4.16) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différentes configurations de la ligne d'impact

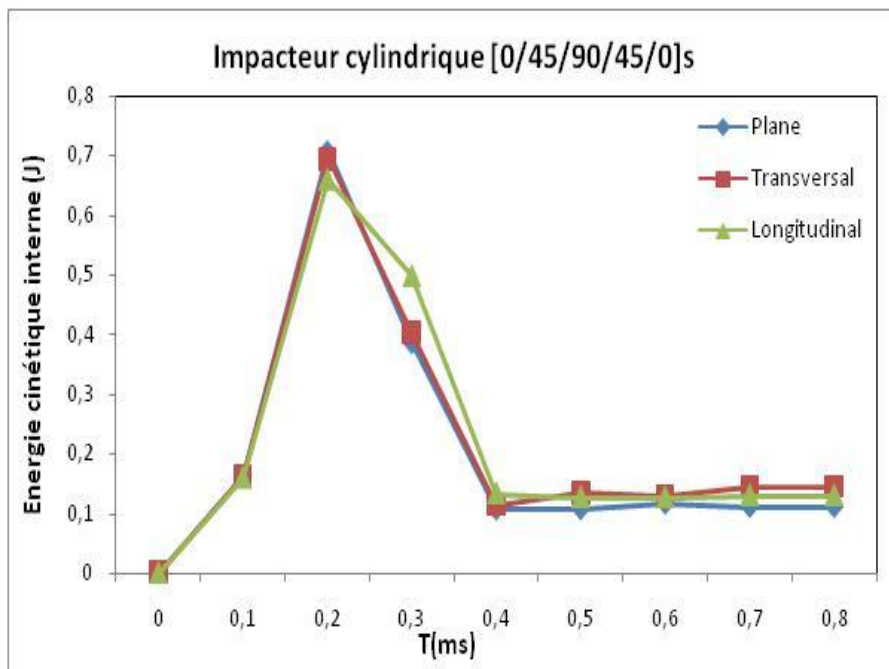


Figure (4.17) : Variation de l'énergie cinétique interne-temps d'impact pour différentes configurations de la ligne d'impact

#### IV.5.1. Etat de contrainte

L'état de contrainte de Von Mises est représenté sur la figure (4.17a). Dans le cas du contact longitudinal, la contrainte maximale est obtenue sur la couche du milieu de valeur de 0.61GPa pour un temps d'impact de 0.2ms. Le contact transversal fournit des niveaux de contraintes minimales pour la couche supérieure, centrale et inférieure.

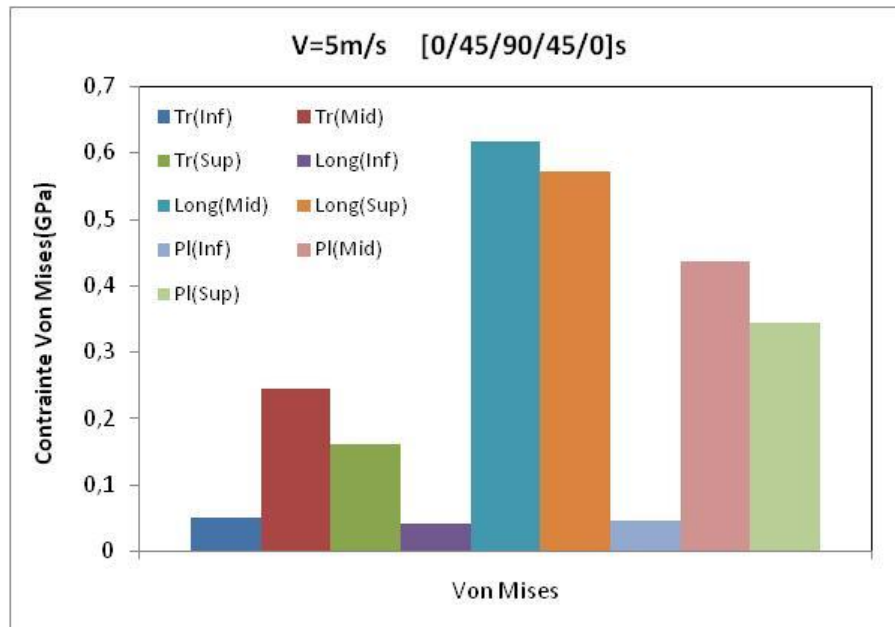


Figure (4.17a): Etat de contrainte

#### IV.6.Effet de la forme géométrique de l'impacteur

Cette partie est consacrée à l'étude de l'influence de la forme géométrique de l'impacteur sur la résistance à l'impact à faible vitesse. La vitesse d'impact choisie est de l'ordre 8m/s, le composite utilisé est le T800S/M21, de séquence [0/45/90/45/0]s. Trois types d'impacteur sont considérés : Cylindrique, sphérique et tronc de cône, voir figure (4.18). Les trois impacteurs sont de même masse de l'ordre de 64.19g. Le rayon de la sphère est de  $r=12.5\text{mm}$ , le rayon du cylindre est de  $r=10\text{mm}$ , sa longueur  $L=26.04\text{mm}$ . Le tronc de cône a pour grand rayon  $R=13\text{mm}$ , le petit rayon  $r=5\text{mm}$ , de longueur  $L=30.17\text{mm}$ . Les trois impacteurs ont les mêmes caractéristiques mécaniques, voir tableau (4.2). La plaque est encadrée sur ces quatre cotés.

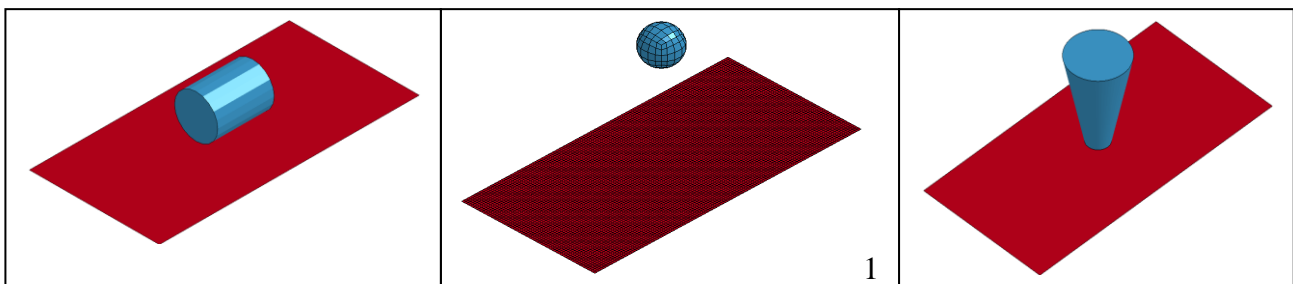


Figure (4.18) : Variation de la forme géométrique de l'impacteur

La figure (4.19), montre les variations des déplacements en fonction du temps d'impact. A partir de cette figure, on remarque l'impacteur en forme de tronc de cône à un effet considérable comparé aux deux autres (Cylindre et sphère). A une valeur de temps d'impact de 0.2ms, le déplacement maximal est atteint pour le tronc de cône de l'ordre de 0.1mm. L'impacteur cylindrique provoque un déplacement de 0.58mm, tandis que le sphérique est de 0.32mm (plus petit déplacement). Les trois courbes se rejoignent pour un temps d'impact de 0.5ms de valeur de déplacement égal à 0.1mm. Sur la figure (4.20), sont montrées les variations de la force d'impact. On remarque, donc que les deux courbes sont plus ou moins similaires (Cylindre et tronc de cône). L'impacteur sphérique provoque une force d'impact de 0.95KN pour un temps de 0.3ms (Force maximale). Cette force est minimale dans le cas des deux autres impacteurs avoisinant la valeur de 0.05KN. La sphère provoque des forces maximales. On remarque l'effet inverse pour le cas de l'énergie interne, voir figure (4.21) ou l'impacteur en forme de tronc de cône à plus d'effet. Pour un temps d'impact de 0.2ms, l'énergie interne est de 1.8J, cette valeur diminue pour le cylindre (0.65J), pour la sphère elle est de l'ordre de 0.67J. Les courbes des énergies de la sphère et du cylindre ont la même tendance.

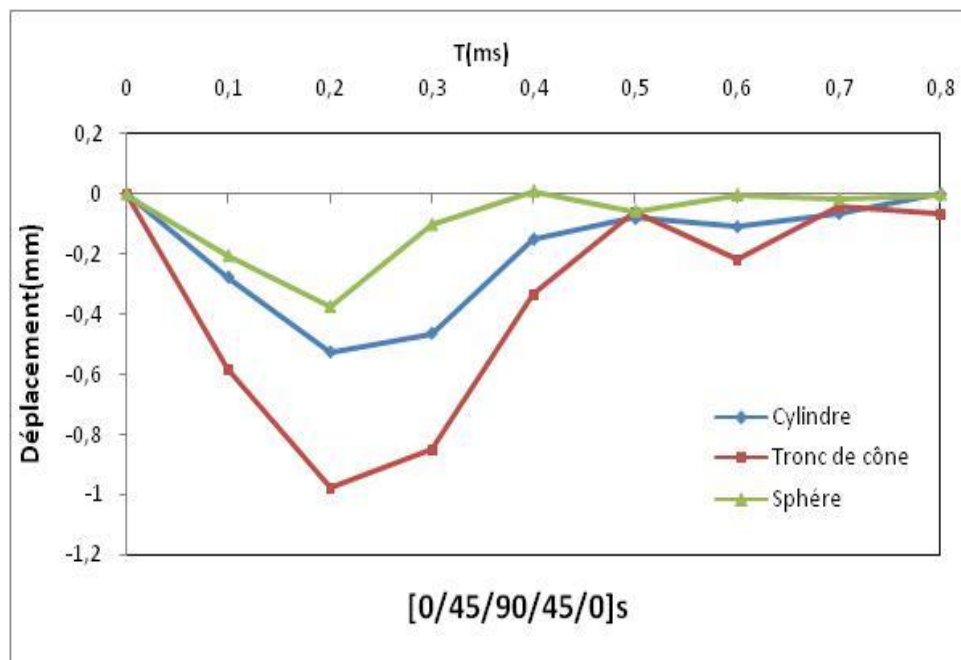


Figure (4.19) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différents impacteurs

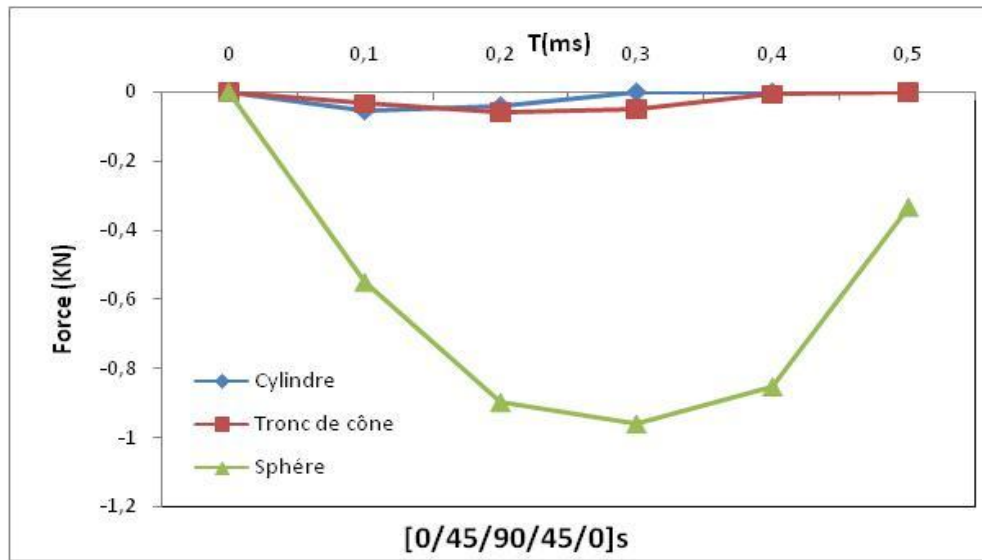


Figure (4.20) : Variation de la force-temps d'impact pour différents impacteurs

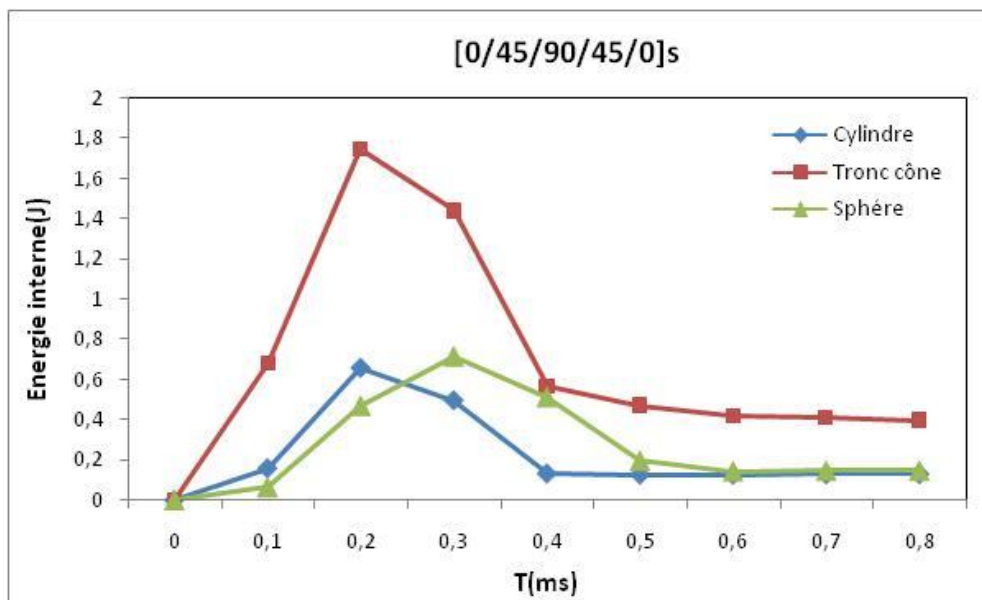


Figure (4.21) : Variation de l'énergie cinétique interne-temps d'impact pour différents impacteurs

### IV.6.1. Etat de contrainte

Sur la figure (4.21a), sont représentés les niveaux de contrainte sur la couche supérieure, centrale et inférieure. La contrainte maximale est obtenue pour un impacteur de forme sphérique au niveau de la couche centrale (1.8GPa). Le cylindre fourni des niveaux de contrainte faibles sur les trois positions. Un impacteur en tronc de cône, donne des contraintes moyennes (0.85GPa sur la couche supérieure).

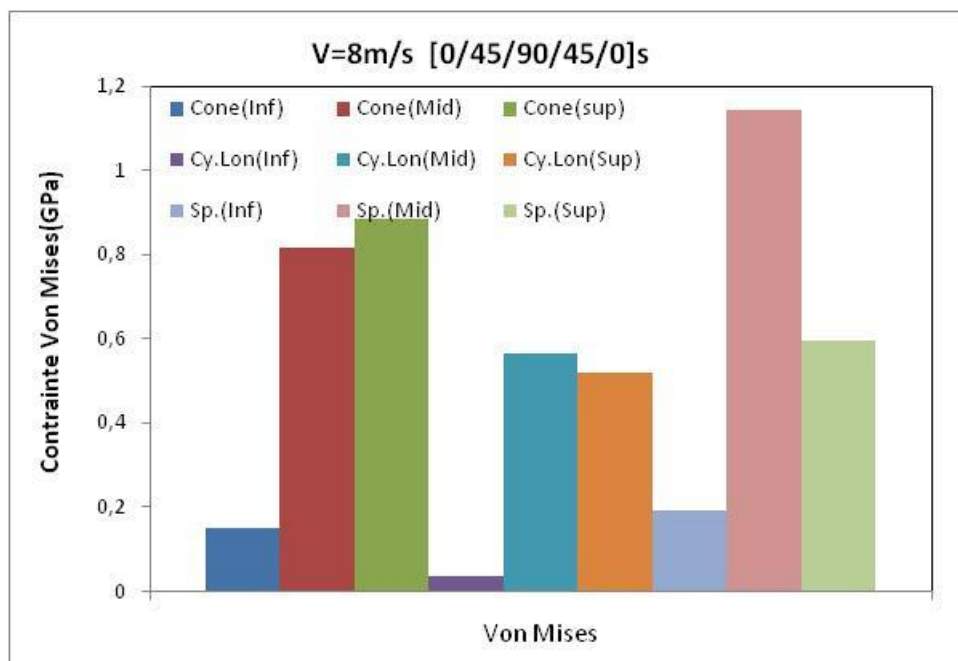


Figure (4.21a) : Etat de contrainte

### IV.7.Effet de la séquence d'empilement

La séquence d'empilement a un effet considérable sur la résistance à l'impact dans les composites, cette partie est consacrée à cet effet. Le matériau utilisé est le TM800s/M21. La vitesse d'impact choisie est de l'ordre de 9m/s. Trois séquences d'empilement sont considérées : La première séquence [45/0/-45/90]s, tandis que la deuxième séquence [45/0/-45/90]2s, enfin la troisième séquence [45/0/-45/90]3s. L'impacteur utilisé est une sphère de rayon 10mm. Le composite est le T800s/M21. La plaque est encadrée sur ces quatre cotés. La séquence [45/0/-45/90]2s fournit une valeur maximale de la force d'impact de 0.36KN pour un temps de 0.1ms, par

contre la séquence  $[45/0/-45/90]_3s$ , donne une force minimale de l'ordre de 0.175KN durant 0.2ms. La réponse à l'impact pour cette séquence est double par rapport aux deux autres. Pour la séquence  $[45/0/-45/90]_s$ , on note une courbe de réponse beaucoup plus étendue que les deux autres, voir figure (4.22). Pour les déplacements, à partir de la figure (4.23), on remarque une forme de rebondissement de valeurs positives et négatives. L'empilement  $[45/0/-45/90]$ , dans ce cas fourni un déplacement maximal de 1.22mm durant un temps de 0.3ms. La séquence  $[45/0/-45/90]_2s$  donne une valeur du déplacement de 0.42mm pour 0.1ms. L'empilement  $[45/0/-45/90]_3s$  fourni un déplacement minimal de l'ordre de 0.22mm pour un temps de 0.2ms. Les temps de réponse maximaux des trois séquences sont différents. Dans le cas de l'énergie de déformation interne, voir figure (4.24), la séquence  $[45/0/-45/90]_3s$  donne une valeur minimale de l'énergie (0.7J) pour un temps de 0.3ms. Les deux autres empilements donnent des valeurs d'énergie plus ou moins similaires de l'ordre de 1.2J mais pour des temps de contact différents (0.4ms pour  $[45/0/-45/90]_s$  et 0.2ms pour  $[45/0/-45/90]_2s$ ), c'est-à-dire que le temps d'impact est presque le double pour la même énergie. Le composite de séquence  $[45/0/-45/90]_3s$  à une épaisseur plus grande par rapport aux deux autres.

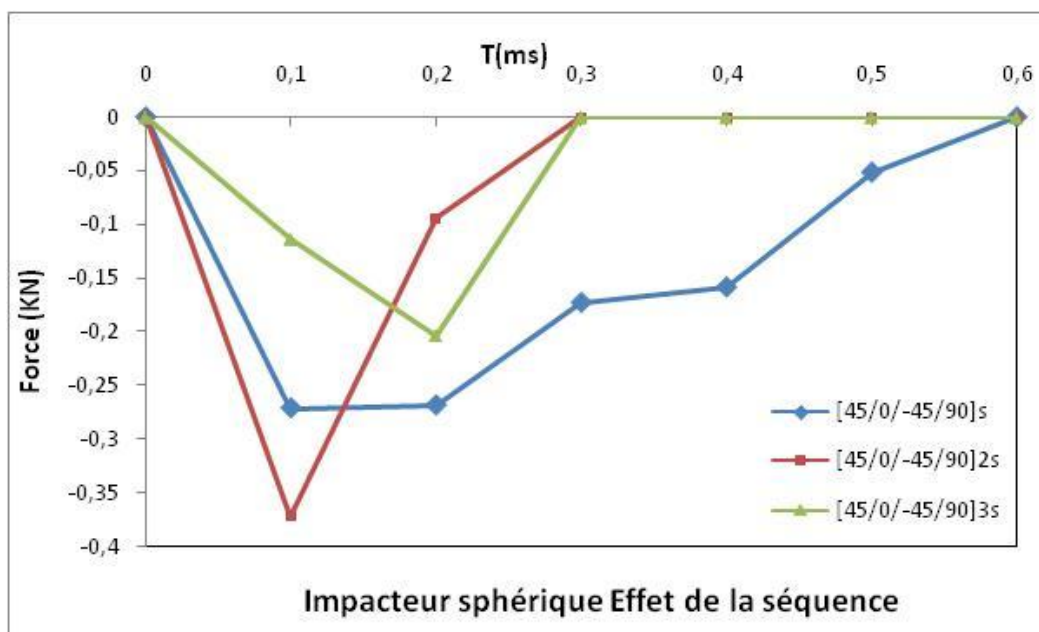


Figure (4.22) : Variation de la force-temps d'impact pour différentes séquences d'empilement

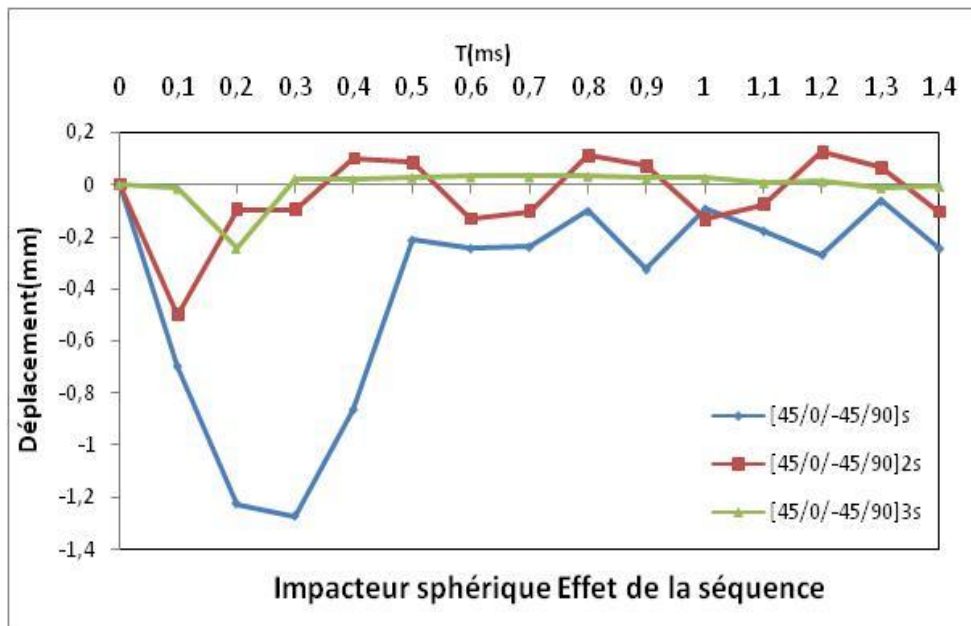


Figure (4.23) : Variation du déplacement-temps d'impact pour différentes séquences d'empilement

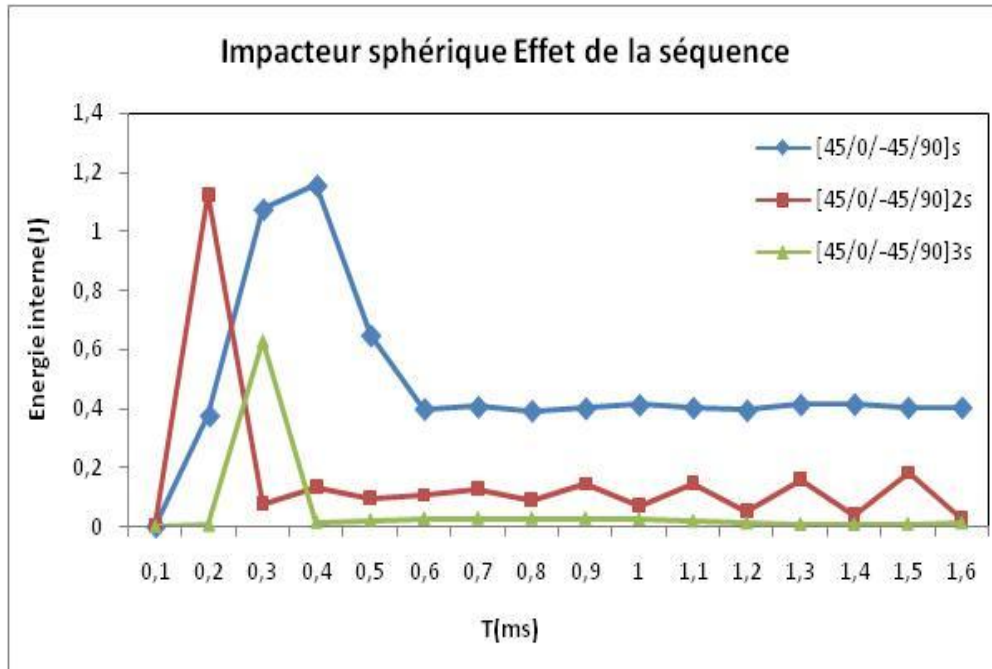


Figure (4.24) : Variation de l'énergie cinétique interne-temps d'impact pour différentes séquence d'empilement

### IV.7.1. Etat de contrainte

Le niveau de contrainte maximale est représenté sur la figure (4.24a). De cette figure, on remarque que la contrainte maximale est atteinte pour la séquence [45/0/-45/90]2s au centre du composite d'une valeur de 1.1GPa. La séquence [45/0/-45/90]3s donne des contraintes faibles spécialement sur la inférieure. On augmentant le nombre de séquence, l'épaisseur du composite augmente, ce qui diminue les contraintes. Sur la face inférieure de la séquence [45/0/-45/90]2s, la contrainte est plus petite 0.15GPa.

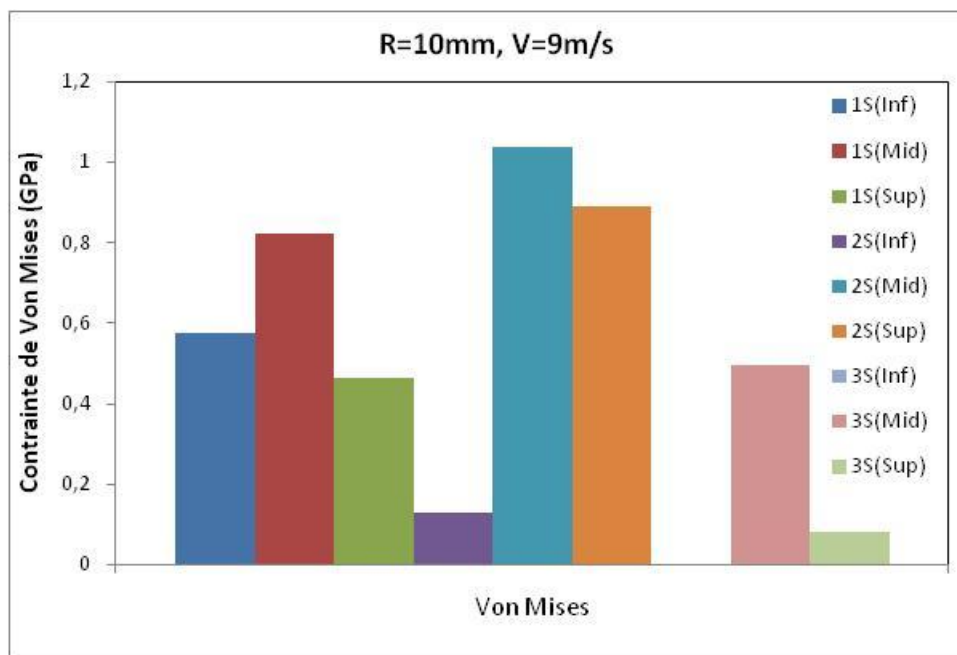


Figure (4.24a) : Etat de contrainte

### IV.8. Influence de la position d'impact

La position d'impact a un effet sur les paramètres (d déplacements, force de contact, énergie cinétique...). La figure (4.25), présente une plaque rectangulaire en composite exposée à un impacteur de forme sphérique de rayon 8mm à une vitesse de l'ordre de 8m/s. Le composite est de séquence [0/45/90/45/0]s. Quatre positions d'impact on été choisies de coordonnées:(-30,0),(0,15),(30,15) et (0,0). La plaque est encastrée sur ces quatre cotés.

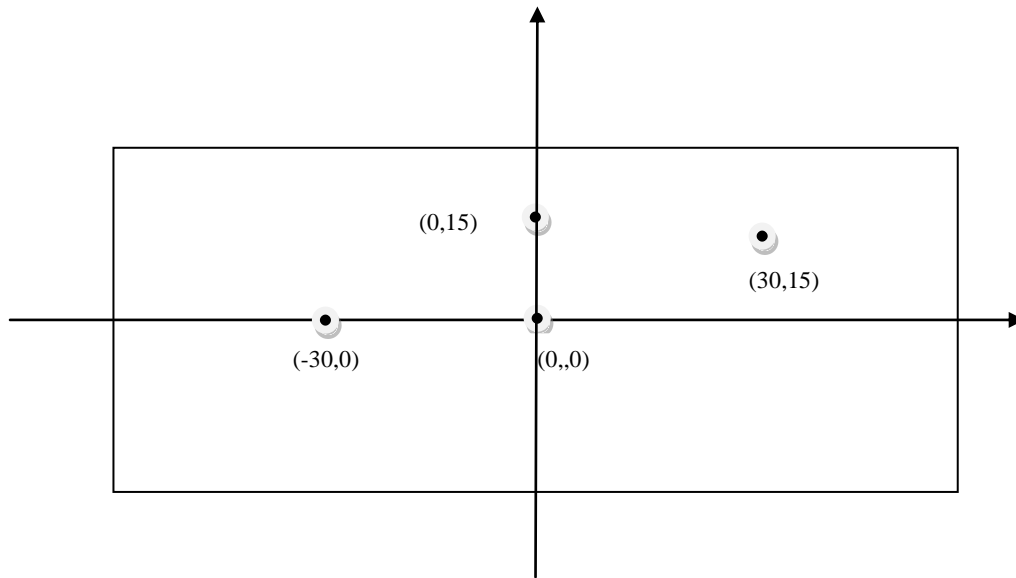


Figure (4.25) : Position d'impact

La figure (4.26), montre les déplacements provoqués par l'impact de la sphère pour les quatre positions d'impact. Les positions (30,15) et(0,15) engendrent le même niveau de contrainte pour un temps d'impact de 0.2ms d'une valeur de 0.55mm. De même, les positions d'impact de (-30,0) et(0,0) provoquent des déplacements maximales de l'ordre de 0.9mm.

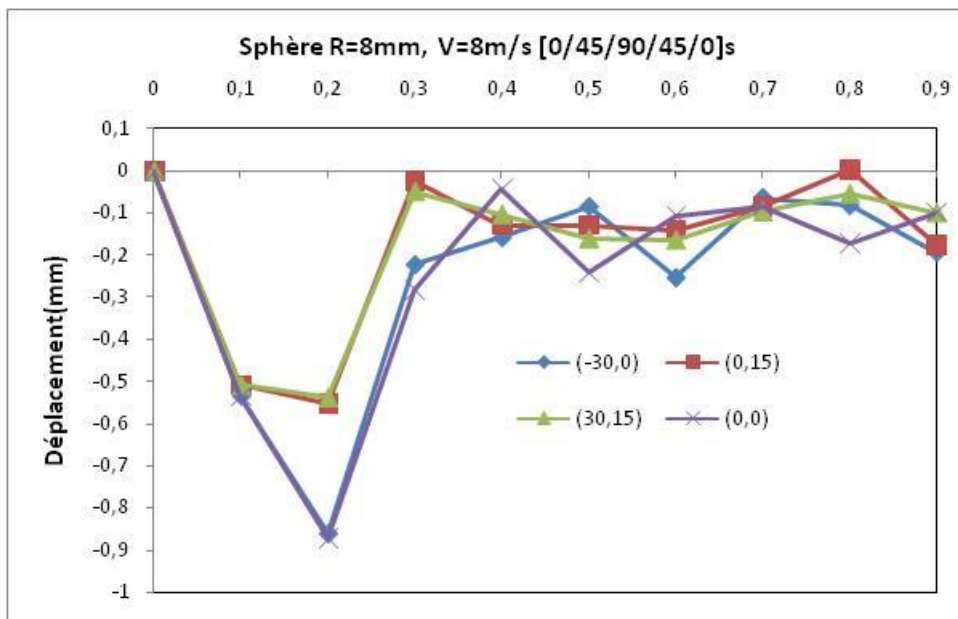


Figure (4.26) : Déplacements-temps d'impact pour les quatre positions

La figure (4.27), montre la variation de la force de contact pour les quatre positions. La force maximale est atteinte pour les positions (0,15) et (-30,15) d'une valeur égale à 1.3KN sur un temps d'impact de 0.1ms, tandis que la position (-30,0) donne une force de l'ordre de 1.1KN pour un temps de 0.2ms. La position centrale (0,0), engendre une force d'impact de l'ordre de 1.2KN pour un temps de 0.3ms.

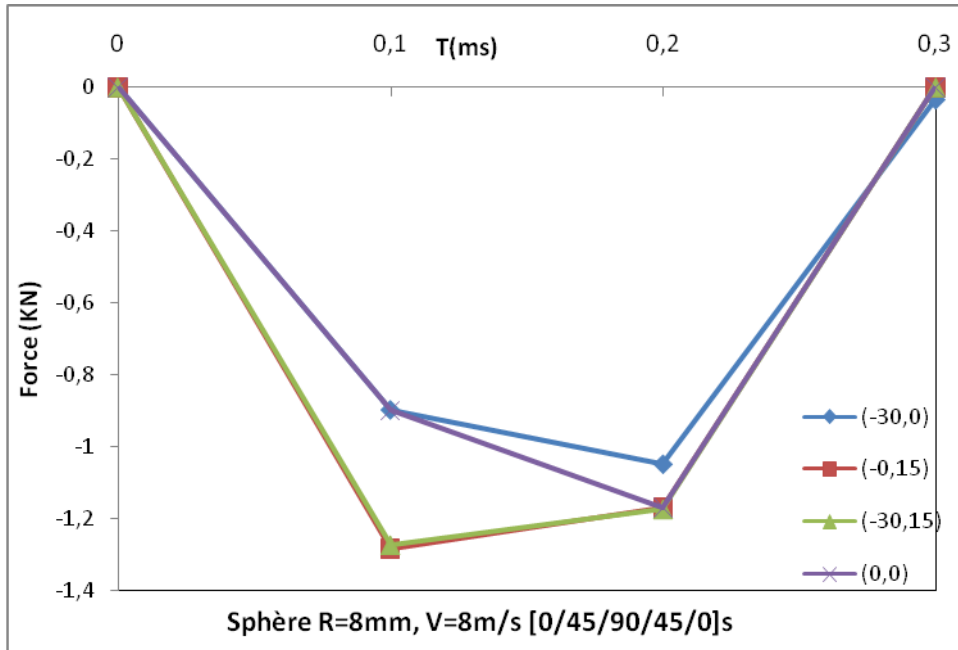


Figure (4.27) : Force-temps d'impact pour les quatre positions

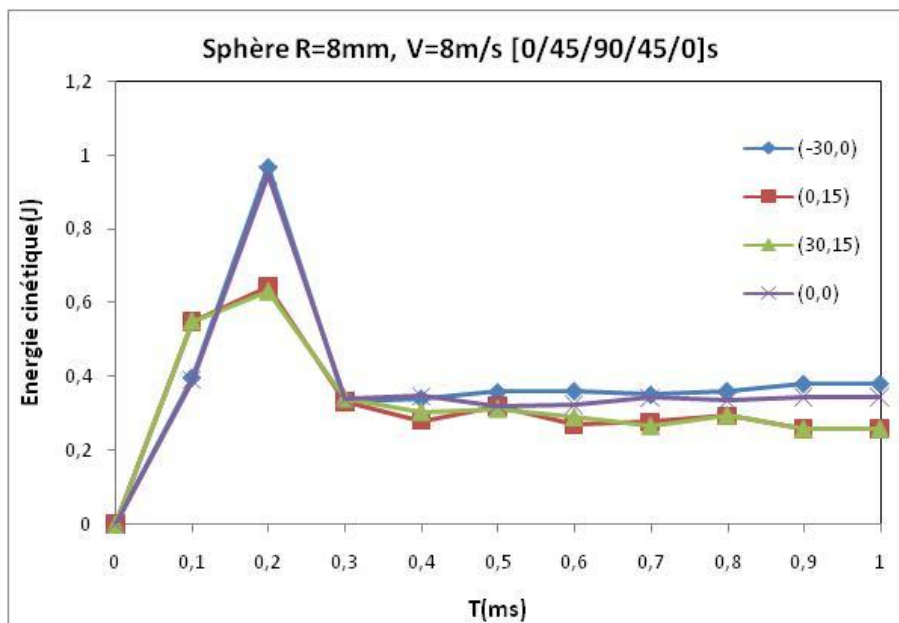


Figure (4.28) : Energie cinétique interne -temps d'impact pour les quatre positions

### IV.8.1. Etat de contrainte

Sur la figure (4.28a), on remarque les positions ((30,15) et (0,0) donnent des niveaux de contraintes plus ou moins similaires au centre du composite de valeur 1GP. La contrainte minimale est obtenue par la position (30,15) sur la face inférieure (0.38GPa).

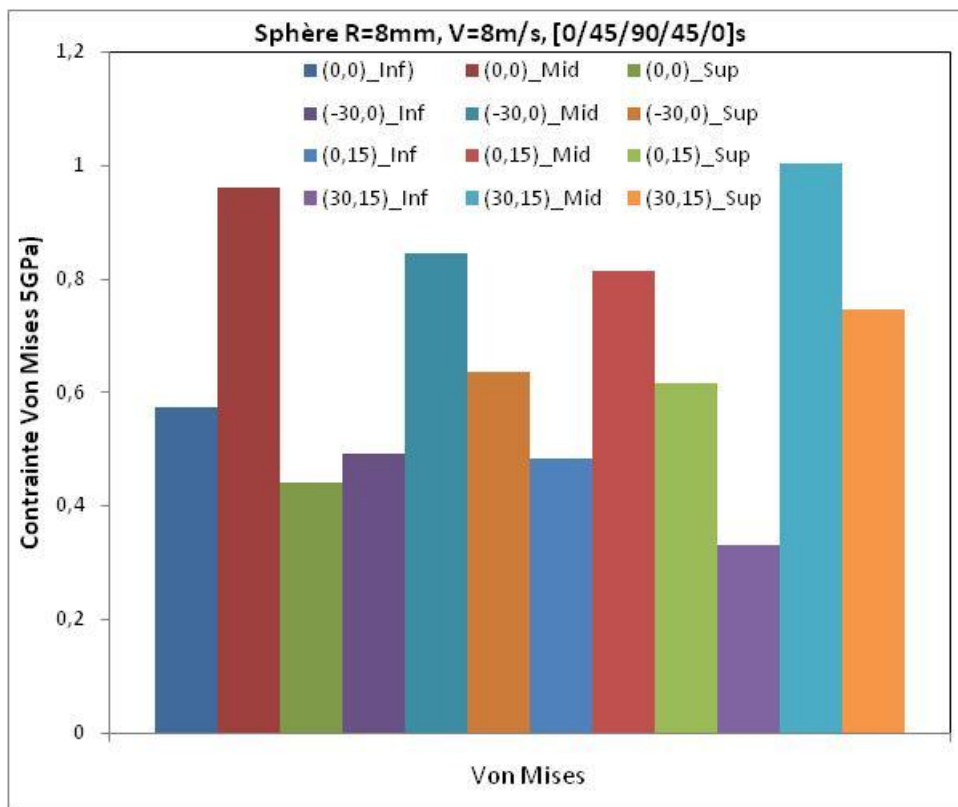


Figure (4.28a) : Etat de contrainte e Von Mises pour les quatre positions

### IV.9. Influence de l'inclinaison de la plaque

Cette partie traite l'effet de l'inclinaison de la plaque en composite sur la résistance à l'impact. Trois angles ont été choisis : 30, 45 et 60 degré. La figure (4.29), montre une plaque en composite inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe horizontal. La plaque est soumise à un impacteur de forme sphérique de rayon 4mm impactant le composite au centre à une vitesse de 12m/s. La figure (4.30), montre les variations du déplacement en fonction du temps d'impact pour les trois angles. La plaque est encadrée sur ces quatre cotés. De cette figure, on remarque que l'inclinaison de 30 degré provoque un déplacement maximal de l'ordre de 0.18mm pour un temps

de 0.1ms, suivie d'un palier plus ou moins rectiligne. L'inclinaison de 45 degré donne un déplacement de l'ordre de 0.1 mm sur un temps de 0.1ms, suivie d'un palier rectiligne, par contre une plaque inclinée de 60 degré le déplacement central est de 0.022mm, cette inclinaison provoque de faible valeur de déplacement. Sur la figure (4.31), l'inclinaison de 30 degré donne une force de contact maximale d'une valeur de 0.22KN sur un temps de 0.3ms. Un angle de 45 degré provoque une force de 0.05KN, tandis que l'angle de 60 degré la force est de 0.025KN. Les courbes présentent un pic, suivi d'une diminution rapide. On a la même tendance pour l'énergie cinétique, voir figure (4.32). Un angle de 30 degré donne une énergie cinétique interne maximale de 0.051J pour un temps de 0.1ms. Dans le cas d'un angle de 45 degré, l'énergie est de 0.018J, pour une inclinaison de 60 degré, cette énergie diminue jusqu'à 0.005J. On augmentant l'angle d'inclinaison, l'impacteur sphérique impact la plaque seulement sur une petite surface en forme de calotte.

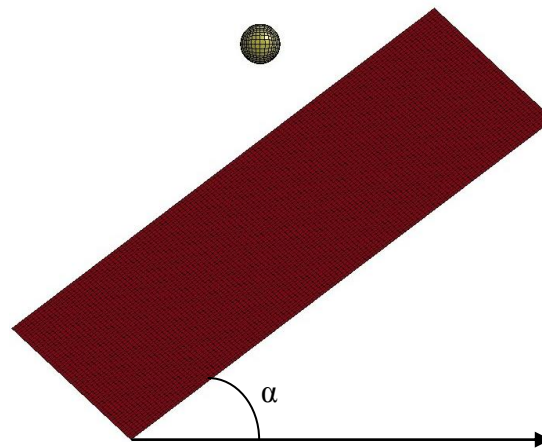


Figure (4.29) : Plaque en composite inclinée soumise à l'impact

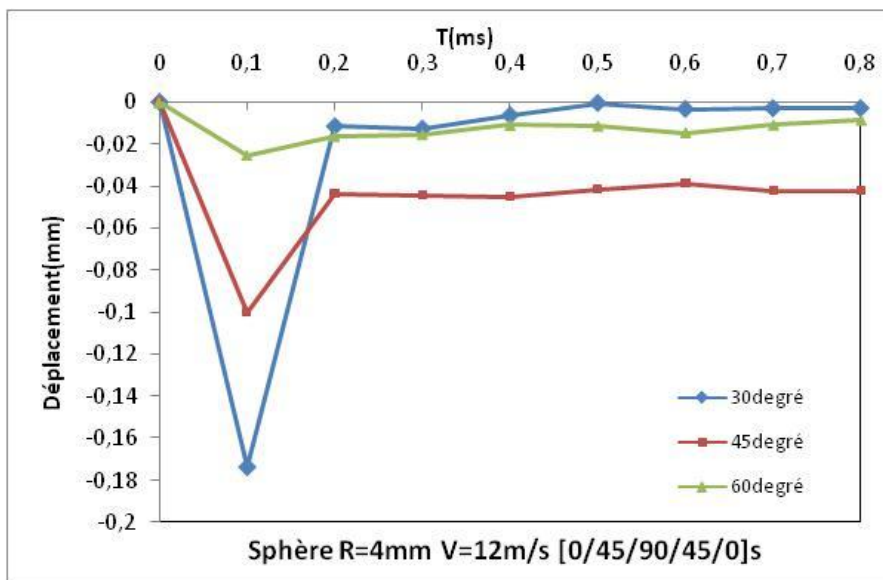


Figure (4.30) : Déplacements-temps d'impact pour les quatre angles

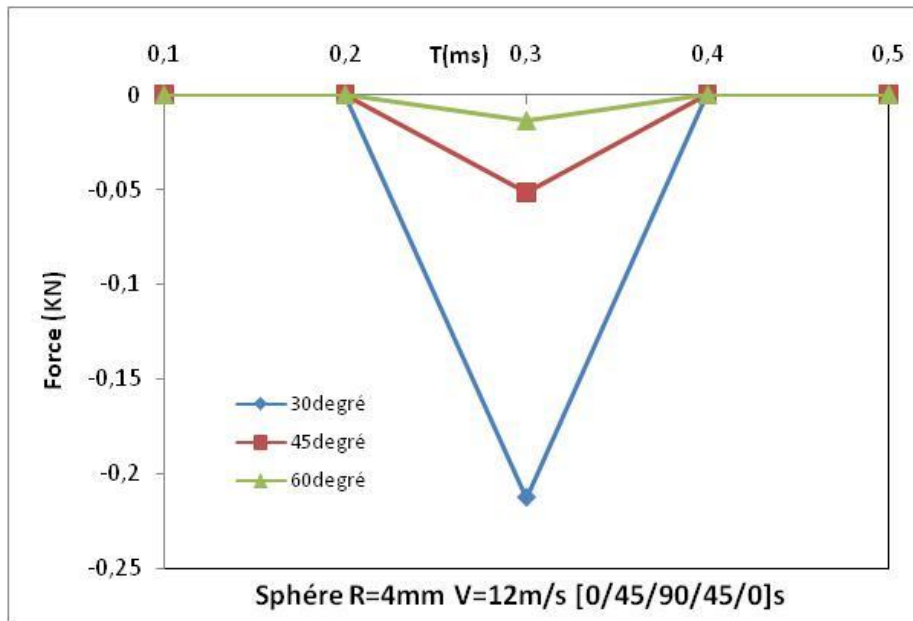


Figure (4.31) : Force-temps d'impact pour les quatre angles

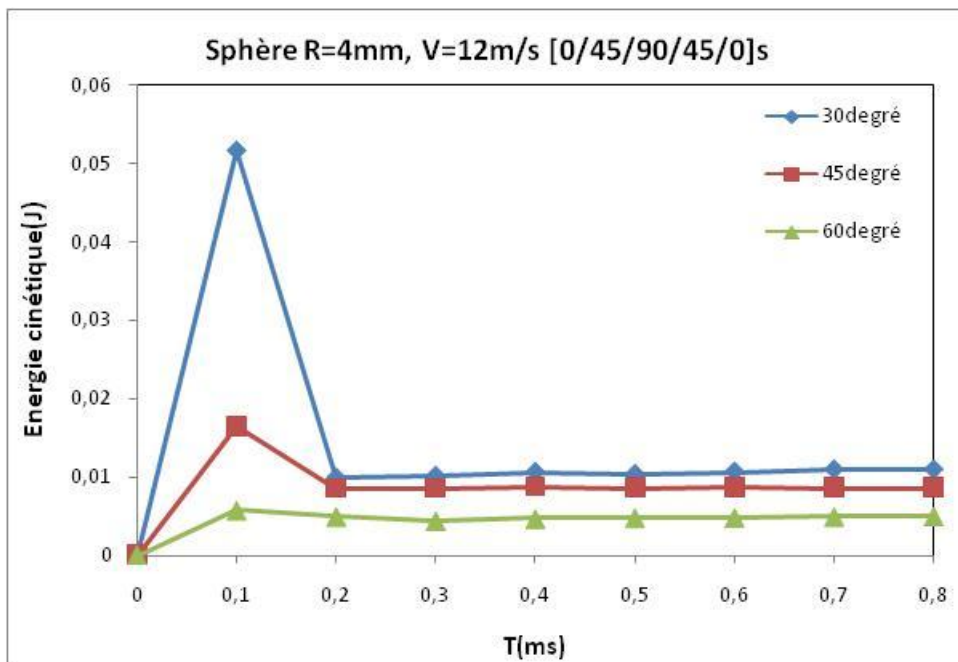


Figure (4.32) : Energie-temps d'impact pour les quatre angles

### IV.9.1. Etat de contrainte

De la figure (4.32a), on note que la contrainte de Von Mises maximale est au centre du composite pour un angle de 30 degré (0.25GPa). Cette contrainte avoisinant celle de la couche supérieure (0.23GPa). Les angles de 45 et de 60 degré donnent des niveaux de contraintes presque similaires pour la couche supérieure, au centre et inférieure.

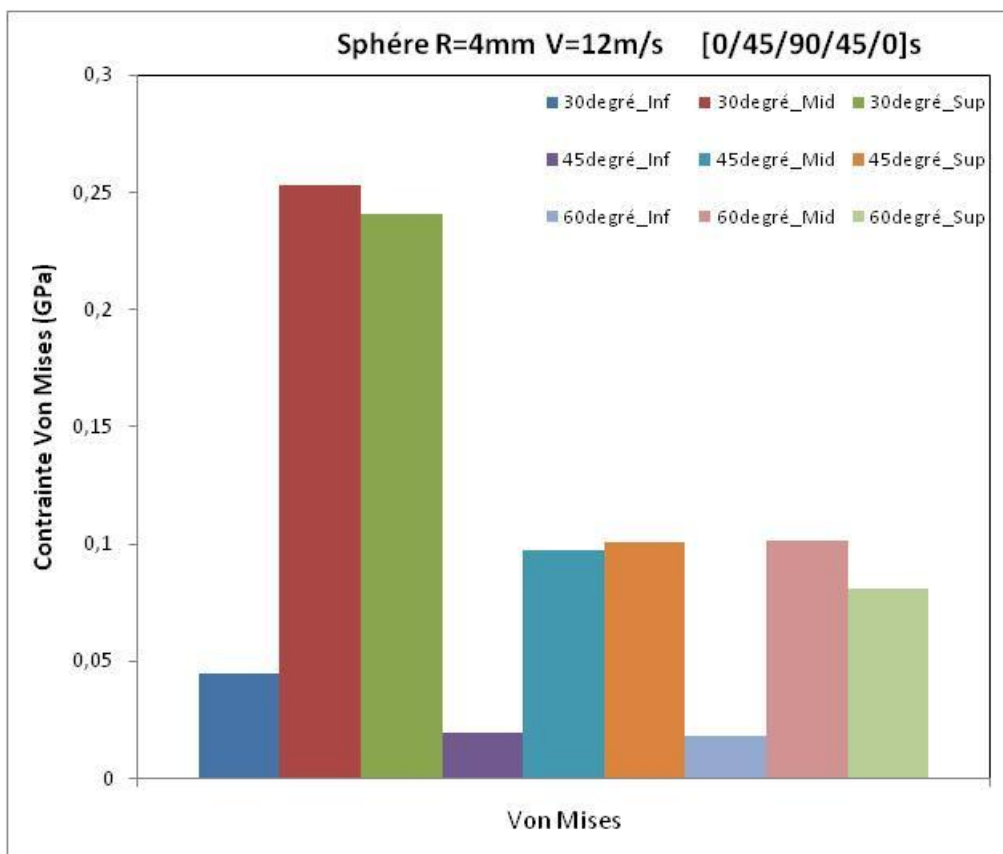


Figure (4.32a) : Etat de contrainte

### *Conclusion générale et perspectives futures*

Le mémoire de magister a pour but l'analyse numérique au moyen de la méthode des éléments finis le comportement dynamique des plaques en composites soumises à l'effet de l'impact à faible vitesse. La simulation numérique a été réalisée au moyen du code des éléments finis appelé LS Dyna (Code commercial).

Le composite étudié est le TM800s/M21, c'est un composite de fibre en carbone et de matrice époxy. Les variations des déplacements, de la force d'impact et de l'énergie de déformation interne de la plaque en composite ont été représentées pour tous les cas traités. Le matériau de l'impacteur est l'acier ordinaire. Le premier cas porte sur l'influence de la vitesse d'impact sur un composite stratifié ayant une séquence d'empilement de [0/45/90/45/0]<sub>s</sub>. Quatre niveaux de la vitesse d'impact ont été choisis (3, 6, 9 et 12m/s). Plus la vitesse d'impact est élevée, plus les déplacements et les forces sont maximales. Le deuxième cas a pour objet l'étude de l'effet du rayon de l'impacteur sphérique, trois rayons ont été choisis (4, 8 et 12mm) pour une vitesse d'impact constante de l'ordre de 12m/s. On note que la force maximale est atteinte pour le rayon minimal de 4mm. Pour les déplacements les courbes sont similaires pour les trois rayons.

Les conditions aux limites de la plaque en composite ont été considérées. Trois types de conditions ont été choisis (Encastrement, appuis simples et appuis doubles). Le cas de l'encastrement fournit le plus petit déplacement, la force maximale est obtenue pour le cas de l'appui double. Au moment de contact de l'impacteur-composite, la ligne de contact a un effet. On a considéré seulement le cas du cylindre tombant sur une tôle en composite (Cylindre tombant longitudinalement, cylindre tombant transversalement et enfin cylindre tombant sur sa surface plane). La force maximale est obtenue pour le cas du contact transversal, par contre dans le cas de l'énergie et du déplacement, on a la même tendance (même valeur). La troisième partie est orientée à l'étude de l'effet de la forme géométrique de l'impacteur. On a considéré trois types (Cylindre, tronc de cône et sphère). Pour les cas impacteurs, la vitesse d'impact est constante (8m/s). À partir des résultats numériques, le tronc de cône a un effet sur le déplacement et l'énergie (valeurs maximales), le cas inverse est obtenu pour la force d'impact, la valeur maximale est atteinte pour un impacteur sphérique.

La séquence d'empilement du composite a aussi fait l'objet d'une étude numérique. Trois séquences ont été choisies, telles que  $[45/0/-45/90]_s$ ,  $[45/0/-45/90]_{2s}$  et  $[45/0/-45/90]_{3s}$  pour une vitesse d'impact constante de 9m/s. L'empilement  $[45/0/-45/90]_s$  fournit la valeur maximale du déplacement. Plus le nombre de couche augmente, plus le déplacement diminue, de même pour l'énergie interne.

Une autre étude a été entamée sur l'influence de la position d'impact, pour cela quatre positions ont été choisies. L'impacteur est de forme sphérique de rayon 4mm impactant à une vitesse de 12m/s.

Généralement les structures en composite sont souvent inclinées, c'est dans cette perspective qu'une autre étude tenant compte de l'effet de l'inclinaison de la plaque composite a été réalisée. Trois angles ont été choisis : 30, 45 et 60 degrés. La vitesse d'impact est de 12m/s. L'impacteur est de forme sphérique de rayon 4mm. La plaque est inclinée par rapport à l'axe horizontal. Une inclinaison de 30 degrés donne un niveau de contrainte, de force d'impact, de déplacement et d'énergie supérieure par rapport aux deux autres angles. Un angle de 60 degrés provoque de faible contrainte, déplacement, ..etc. L'explication est que la balle frôle le composite sur une faible surface.

### ***Perspectives futures***

Les matériaux composites travaillent généralement dans un milieu hostile, tel que l'influence de la température, de l'humidité, des attaques chimiques et des sollicitations de fatigue. Tous ces paramètres associés influent sur le comportement à l'endommagement du composite. Un autre cas peut être traité sous l'influence de tous ces paramètres, c'est la délamination du composite en utilisant d'autre modèle d'endommagement avec la technique des éléments cohésive. Pour ce faire, il est donc nécessaire d'utiliser des sous programmes en langage Fortran associés au logiciel Ls Dyna.

## *Références bibliographiques*

- [01] JONES, R.M. « Mechanics of composite materials. » Washington D.C., USA: Scripta Book Company, 1975, 355 p. ISBN 0070327904
- [02] REINHART, T.J. & CLEMENTS, L.L., Introduction to composites. , Engineered materials handbook - Volume 1: Composites. Ohio, USA: ASM International, 1993, p. 27-34. ISBN 0871702797 (v.1)
- [03] Nadia BAHLOULI IPST-ULP, Cours Matériaux Composites / DESS Mécanique avancée et Stratégie industrielle
- [04] KIM, J.K. & MAI, Y.W., Engineered interfaces in fiber reinforced composites, Pays-Bas, Elsevier Science Ltd., 1998, 416 p. ISBN 0080426956
- [05] HASHIN et al, Fiber composite analysis and design : Composite materials and laminates, Volume I. » Washington D.C., USA, Federal Aviation Administration, 1997, N° DOT/FAA/AR-95/29-I, p.339
- [06] F.A.Habib, A new method for evaluating the residual compression strength of composites after impact, Composite structures, 53, 2001, 309-316
- [07] Robin Olsson, Analytical model for delamination growth during small mass impact on plates, International Journal of Solids and Structures, 47 (2010) 2884–2892
- [08] Abir AL-MAGHRIBI, Comportement des matériaux composite à fibres courtes: Application à l'impact basse vitesse, thèse de Doctorat, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE), Département de Mécanique des Matériaux et des Structures ,2008
- [09] Serge Abrate, Impact on composite structures, Cambridge University Press, 2005
- [10] F.J. Yang, W.J. Cantwell, Impact damage initiation in composite materials, Composites Science and Technology 70 (2010) 336–342
- [11] GÜRDAL, Z., HAFTKA, R.T., & HAJELA, P., Design and optimization of laminated composite materials. , Canada: Wiley-Interscience Publication, 1999, 352 p. ISBN 047125276X

- [12] Umar Farrok, Finite Element Simulation of Low Velocity Impact Damage Morphology in Quasi\_Isotropic Composite Panels Under Variable Shape Impactors, European Journal of Scientific Research ISSN 1450-216X Vol.25 No.4 (2009), pp.636-648, Euro-Journals Publishing, Inc. 2009
- [13] P.E.Reed,L.Beva, Impact damage in a composite material, Polymer composites, Vol.14,N4,PP.286-291,2004
- [14] George Staab, Laminar composite, Edition Butterworth-Heinemann, 1999
- [15] Kim MJ, Gupta A., Finite element analysis of free vibrations of laminated composite plates. Int J Analyt Exp Modal Anal, 1990; 5(3):195–203
- [16] Giovanni Belingardi, Roberto Vadori, Influence of the laminate thickness in low velocity impact behavior of composite material plate, Composite Structures 61 (2003) 27–38
- [17] Z.Y. Zhang, M.O.W. Richardson, Low velocity impact induced damage evaluation and its effect on the residual flexural properties of pultruded GRP composites, Composite Structures 81 (2007) 195–201
- [18] Ramin Hosseinzadeh et al, Damage behavior of fiber reinforced composite plates subjected to drop weight impacts, Composites Science and Technology 66 (2006) 61–68
- [19] Cesim Atas, Onur Sayman, An overall view on impact response of woven fabric composite plates, Composite Structures 82 (2008) 336–345
- [20] W. A. de Morais et al, Effect of the Fiber Reinforcement on the Low Energy Impact Behavior of Fabric Reinforced Resin Matrix Composite Materials, J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng, October-December 2003, Vol. XXV, No. 4 / 325
- [21] Ceyla AKIN , Mehmet ŞENEL, AN EXPERIMENTAL STUDY OF LOW VELOCITY IMPACT RESPONSE FOR COMPOSITE LAMINATED PLATES, DPÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi An Experimental Study of Low Velocity Impact Response for Sayı 21, Nisan 2010
- [22] John P. Dear, Samuel A. Brown, Impact damage processes in reinforced polymeric materials, Composites: Part A 34 (2003) 411–420

- [23] Carlo Santulli, Post impact damage characterisation on natural fibre reinforced composites using acoustic emission ,NDT international 34, 2001, 531-536.
- [24] N.K. Naik, Y. Chandra Sekher, Sailendra Meduri, Damage in woven-fabric composites subjected to low-velocity impact, Composites Science and Technology 60 (2000) 731-744
- [25] Ganapathi M, Makhecha D.P., Free vibration analysis of multilayered composite laminates based on an accurate higher-order theory. Compos Part B: Eng 2001; 32(6):535-43
- [26] Manish Khandelwal, D Chakraborty et U S Dixit, DELAMINATION INITIATION IN FRP LAMINATED COMPOSITES UNDER LOW VELOCITY IMPACT, ICME03-AM-14
- [27] O. Orfila, M. Perrin, J. Rousseau, O. Sicot, Comportement à l'impact de plaques composites stratifiées isotropes, MATERIAUX 2006 ,13-17 Novembre 2006 – Dijon, France
- [28] DAVID TRUDEL-BOUCHER, IMPACT A FAIBLE VITESSE SUR UN COMPOSITE POLYPROPYLÈNE/FIBRE DE VERRE, Thèse de Doctorat, Université de Montréal, Canada, Décembre 2000
- [29] R. Tiberkak et al, Analyse dynamique des contraintes et endommagement Des plaques composites sous effets de choc par MEF, J Compos Mater 1992; 26:2134-69
- [30] Christophe Bouvet et al, Low velocity impact modelling in laminate composite panels with discrete interface elements, DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2009.03.010
- [31] M. ILYAS et al, Modélisation SPH 3D de l'impact basse vitesse sur plaque composite, 19ème Congrès Français de Mécanique Marseille, 24-28 août 2009
- [32] MOHAMED ABOUSSALEH, MODÉLISATION DU PROBLEME DU CONTACT LORS DU CHOC À FAIBLE ENERGIES UR LES COMPOSITES STRATIFIES EN GRAPHITE/EPOXY, Thèse de Doctorat, Montréal, Canada, NOVEMBRE 1998
- [33] Robin Olsson, Analytical model for delamination growth during small mass impact on plates Swerea SICOMP AB, SE-431 22 Mölndal, Sweden

- [34] J.P. Hou et al, Prediction of impact damage in composite plates, *Composites Science and Technology* 60 (2000) 273-281
- [35] Xinran Xiao, Evaluation of a composite damage constitutive model for PP composites, *Composite Structures* 79 (2007) 163–173
- [36] Niyogi AG, Laha MK, Sinha PK. Finite element vibration analysis of laminated composite folded plate structures. *Shock Vib*, 1999; 6(5):273–83
- [37] M.F.S.F. de Moura et al, Modelling the interaction between matrix cracking and delamination in carbon–epoxy laminates under low velocity impact, *Composites Science and Technology* 64 (2004) 1021–1027
- [38] A.F.Johson, Modelling fabric reinforced composites under impact loads, *Composites, Part A* 32, 2001, 1197-1206
- [39] F. Aymerich et al, Prediction of impact-induced delamination in cross-ply composite laminates using cohesive interface elements, *Composites Science and Technology* 68 (2008) 2383–2390
- [40] Hongyu Jia, Impact Damage Resistance of Shape Memory Alloy Hybrid Composite Structures, PhD thesis, May 26, 1998, Blacksburg, VA.
- [41] N.K. Naik, Sailendra Meduri, Polymer-matrix composites subjected to low-velocity impact: effect of laminate configuration, *Composites Science and Technology* 61 (2001) 1429–1436
- [ 42] J.N.Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells, Theory and analysis*, second edition, CRC Press, 2004
- [43] Kyoung Sik Chun, Samuel Kinde Kassegne, Low-Velocity Impact Dynamic Behavior of Laminated Composite Nonprismatic Folded Plate Structures, *Journal of engineering mechanics*, ASCE July/2005, pp.678-688
- [44] LS DYNA, *Manuel de théorie*, Mars 2006