

## Chapitre III

### Expérimentation et résultats des essais

#### 3.1 Généralités

L'objectif de cette étude est de modéliser l'usure abrasive de deux types de matériaux métalliques. Le sable sec ayant une certaine granulométrie a été utilisé comme agent abrasif. Un banc d'essai d'usure abrasive a été conçu et fabriqué au niveau du département de mécanique. La méthode des plans d'expériences a été employée afin de réduire le nombre d'expérimentation et d'obtenir un modèle mathématique regroupant tous les paramètres influents sur l'usure.

#### 3.2 Réalisation des essais

##### 3.2.1 Les matériaux étudiés

Deux types de matériaux métalliques ont été utilisés. Ce sont des aciers au carbone non alliés pour traitements thermiques utilisés dans la construction mécanique; de norme XC38 et XC48.

##### 1. Norme XC 38

Le tableau (3.1), présente la composition chimique moyenne de l'acier XC38.

C %	Si %	Mn %	P %	S %
0,35-0,40	0,10 - 0,40	0,50 -0,80	0,035 % max	0,035 % max

**Tableau (3.1):** Composition chimique moyenne du XC38

##### Caractéristiques mécaniques moyennes à l'état normalisé

Dureté R : 60 Kg/mm<sup>2</sup>                      A % : 17 - 21

Densité : 7,8 g/cm<sup>3</sup>

Dureté de surface : 66 - 68 HRC

Résistance minimale à la rupture; R<sub>min</sub>=570MPa.

Résistance minimale apparente d'élasticité ; R<sub>e min</sub>=335MPa.

Utilisations usuelles: Tiges de vérin, arbres de guidage, pièces mécaniques.

C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Ni %	Mo %	Al %
0.383	0.271	0.6612	0.031	0.028	0.32	0.29	0.65	0.032

**Tableau (3.2):** Composition chimique réelle du XC38

## 2. Norme XC48

Le tableau (3.3), montre les compositions chimiques de l'acier XC48.

C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Ni %	Mo %
0,42 -0,50	0,40 % max	0,50 -0,80	0,035 % max	0,035 % max	0,40 % max	0,40 % max	0,10 % max

**Tableau (3.3):** Composition chimique moyenne du XC48

### Caractéristiques mécaniques moyennes à l'état normalisé

Dureté R : 65 Kg/mm<sup>2</sup>

Résistance minimale à la rupture ;  $R_{\min}=660\text{MPa}$ .

Résistance minimale apparente d'élasticité ;  $R_{e \min}=375\text{MPa}$ .

Utilisations usuelles: Pièces de forge, ressorts, lames de scies à chaud.

C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Ni %	Mo %	Al %
0.481	0.33	0.72	0.028	0.031	0.351	0.354	0.84	0.036

**Tableau (3.4):** Composition chimique réelle du XC48

### 3.2.2 Le Banc d'essai

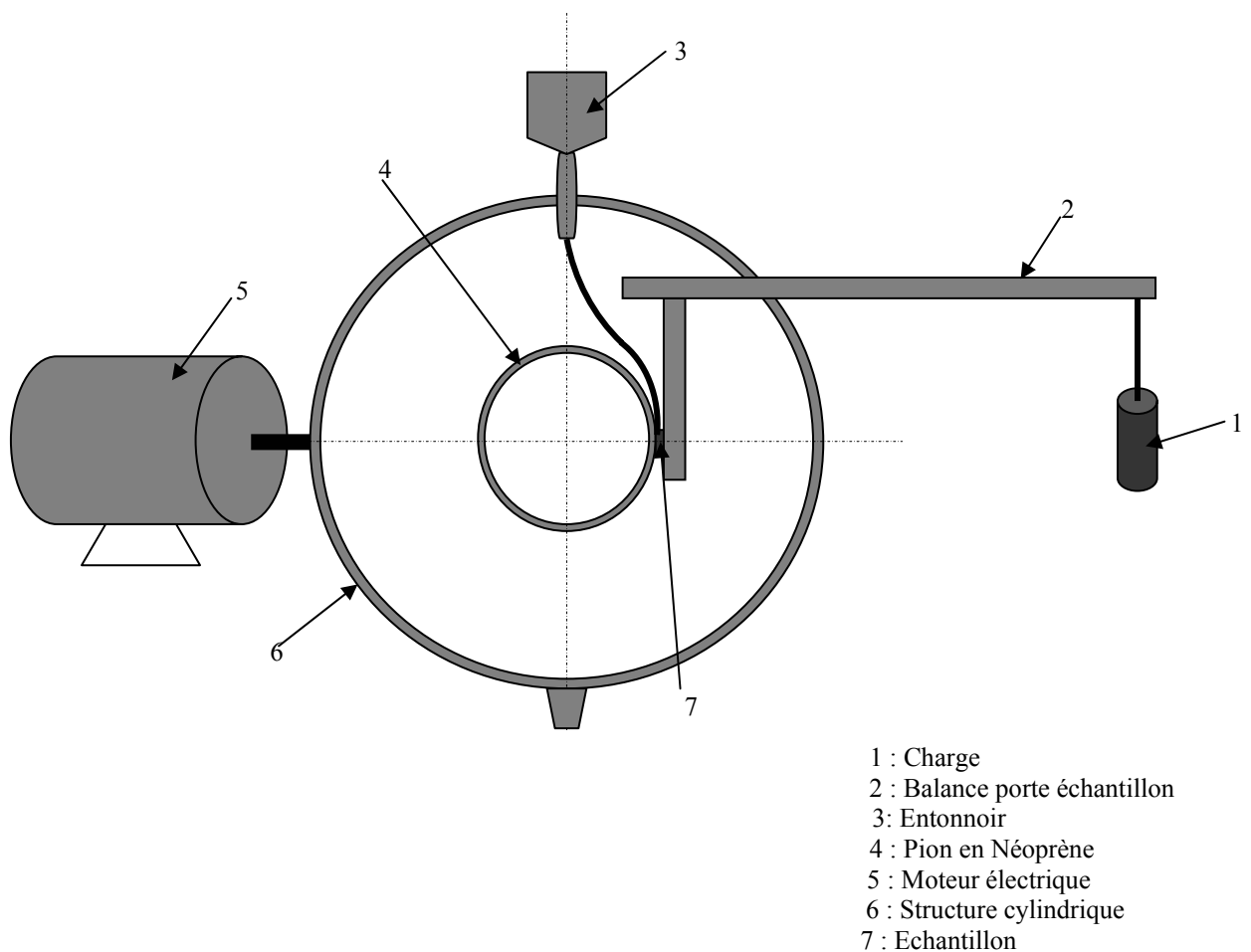
Un banc d'essai d'usure abrasive a été conçu au niveau du département de mécanique. Ce banc d'essai est constitué de deux parties principales : Un système porte échantillon et un système rotatif, les figures (3.1) et (3.2), montrent le schéma synoptique et une photo du banc d'essai utilisé pour la simulation de l'usure abrasive. Pour faire varier la vitesse de rotation on utilise deux types de moteur électrique triphasé;

1) Moteur triphasé de type MOT.3PH.A100LDI2 (de puissance  $P=3\text{kw}$  et de vitesse de rotation  $N=2830\text{tr/min.}$ )

b) Moteur triphasé de type AM807BA4 (de puissance  $P=0,75\text{kw}$  et de vitesse de rotation  $N=1410\text{tr/min}$ )

2- Le frotteur (pion): C'est le néoprène, c'est un élastomère fabriqué à partir du monomère chloroprène. L'équation de la polymérisation est la suivante:  $\text{CH}_2=\text{CH}-\text{CCl}=\text{CH}_2 \Rightarrow \{\text{CH}_2-\text{CCl}=\text{CH}-\text{CH}_2\}_n$ .

Ce pion est de largeur 20mm, d'épaisseur 5mm et de longueur 26 cm, la fixation du pion sur le disque rotatif a été réalisée grâce à un adhésive (Rafuter) constitué de deux éléments A et B. Le sable sec coule à travers un tuyau en Cuivre de diamètre 4mm. Le débit du sable est constant est uniforme tout le long de l'essai. La durée de chaque d'expérimentation choisie est de 40min (2400 s).



**Fig.(3.1):** Schéma synoptique du banc d'essai d'usure abrasive



**Fig. (3.2):** Photo du banc d'essai d'usure abrasive

### 3.2.3 Préparation des éprouvettes

Les échantillons utilisés ont une forme cylindrique, de 20 mm de diamètre et de 20 mm de longueur. Avant d'effectuer les expériences d'usure abrasive, toutes les surfaces de tous les échantillons ont été polies. La vitesse tangentielle du disque  $V$  est montrée par le tableau (3.5).

$N_1=2830\text{tr/min}$	$N_2=1410\text{tr/min}$
$V_1=14.81\text{ m/s}$	$V_2=7.37\text{ m/s}$

**Tableau (3.5):** Vitesses tangentielles

### 3.3 Essais mécaniques de dureté

Les essais de dureté ont été effectués au niveau du laboratoire de mécanique de l'entreprise de BCR, Oued Rhiau).

Les tableaux (2.5), montre les duretés à l'état initial, et après deux différents traitements thermique de l'acier XC48, XC38.

N <sup>o</sup> d'exp.	Dureté brutale		Dureté après la trempe		Dureté après le recuit	
	HV	HB	HV	HB	HV	HB
01	200	190	380	361		
02	200	190	380	361		
03	230	220				
04	225	214				
05	200	190			160	152
06	200	190			160	152
07	205	195	370	352		
08	200	190	360	342		
09	215	204				
10	225	214				
11	200	190			175	171
12	205	195			160	152

**Tableau (3.6):** Duretés pour le XC48

N <sup>o</sup> d'exp.	la dureté brutale		La dureté après la trempe		la dureté après le recuit	
	HV	HB	HV	HB	HV	HB
01	188	190			115	109
02	180	171			115	109
03	185	176			120	114
04	180	171			115	109
05	185	176	350	333		
06	180	171	370	352		
07	175	171	370	352		
08	180	171	370	352		
09	185	176				
10	180	171				
11	180	171				
12	175	171				

**Tableau (3.7):** Duretés pour le XC38

### 3.3.1 Les traitements thermiques

Tous les traitements thermiques ont été réalisés au niveau du laboratoire mécanique de l'entreprise de BCR, Oued Rhiau).

Le but du traitement thermique est d'augmenter ou de diminuer la dureté du matériau.

	La Trempe		Le Revenu		Le Recuit	
	Température (°C)	Temps (h)	Température (°C)	Temps (h)	Température (°C)	Temps (h)
XC38	880	0h30min	520	1h45min	760	3h
XC48	880	0h30min	520	1h30	760	3h

**Tableau (3.8):** Différents traitements thermiques pour le XC38, et le XC48

Remarque: Le temps de refroidissement pour la trempe est de 7h.

Pour le recuit : La température de pré-chauffage est de 400<sup>0</sup>C, tandis que le temps de traitement est d'une heure, et le temps de refroidissement est de 7h.

### 3.4 Choix des paramètres influents sur l'usure des matériaux métalliques

Les études confirment que la perte de masse est influencée par la vitesse de rotation, par la charge appliquée, le traitement thermique et le type de matériau. De ce fait, on s'est basé sur le choix des paramètres suivants:

- 1- Vitesse de rotation.
  - 2- Charge appliquée.
  - 3- Dureté des matériaux métalliques.
  - 4- Taille des grains du sable.
- La charge appliquée (X1) : Varie sur deux niveaux ; 05N et 10N.
  - La vitesse de rotation (X2) : Varie sur deux niveaux ; 1410tr/min et 2830tr/min.
  - La dureté des matériaux métalliques (X3): Varie sur trois niveaux pour chaque matériau.

### 3.5 Etablissement du plan d'expérience

Puisqu'on a quatre paramètres, la charge et la vitesse de rotation qui varie sur deux niveaux, la dureté des matériaux variée sur trois niveaux et la taille des grains du sable est constante. Nous avons opté pour un plan d'expériences composé de type 2<sup>2</sup>.3<sup>1</sup>.

#### 3.5.1 Détermination de la perte de matière

Pour déterminer la perte de masse, les échantillons ont été pesés avant et après l'usure et cela à plusieurs reprises sur une balance électronique d'une sensibilité de 10<sup>-4</sup>

grammes. La perte de masse a été déterminée en faisant la différence entre la masse initiale des échantillons et la masse après usure. L'ensemble des essais a été double pour chaque condition expérimentale. La valeur finale est obtenue en faisant la moyenne des deux mesures ( $Y_1, Y_2$ ). Ces résultats sont rassemblés dans les tableaux suivants :

N°	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$	$(X_3^2-2/3)$	$Y_1$	$Y_2$	$\bar{Y}$
1	-	-	-	+	+	+	-	1/3	0.1405	0.3671	0.2538
2	+	-	-	-	-	+	+	1/3	1.0680	1.1206	1.0943
3	-	+	-	-	+	-	+	1/3	1.2329	1.4548	1.3438
4	+	+	-	+	-	-	-	1/3	2.2801	2.3296	2.3048
5	-	-	+	+	-	-	+	1/3	0.5473	0.3163	0.4318
6	+	-	+	-	+	-	-	1/3	1.0123	1.0040	1.0081
7	-	+	+	-	-	+	-	1/3	1.3845	1.1718	1.2781
8	+	+	+	+	+	+	+	1/3	1.8860	1.9105	1.8981
9	-	-	0	+	0	0	0	-2/3	1.2313	1.2746	1.2529
10	+	-	0	-	0	0	0	-2/3	2.4595	1.9358	2.1976
11	-	+	0	-	0	0	0	-2/3	1.0413	1.2704	1.1558
12	+	+	0	+	0	0	0	-2/3	2.105	2.3513	2.2281

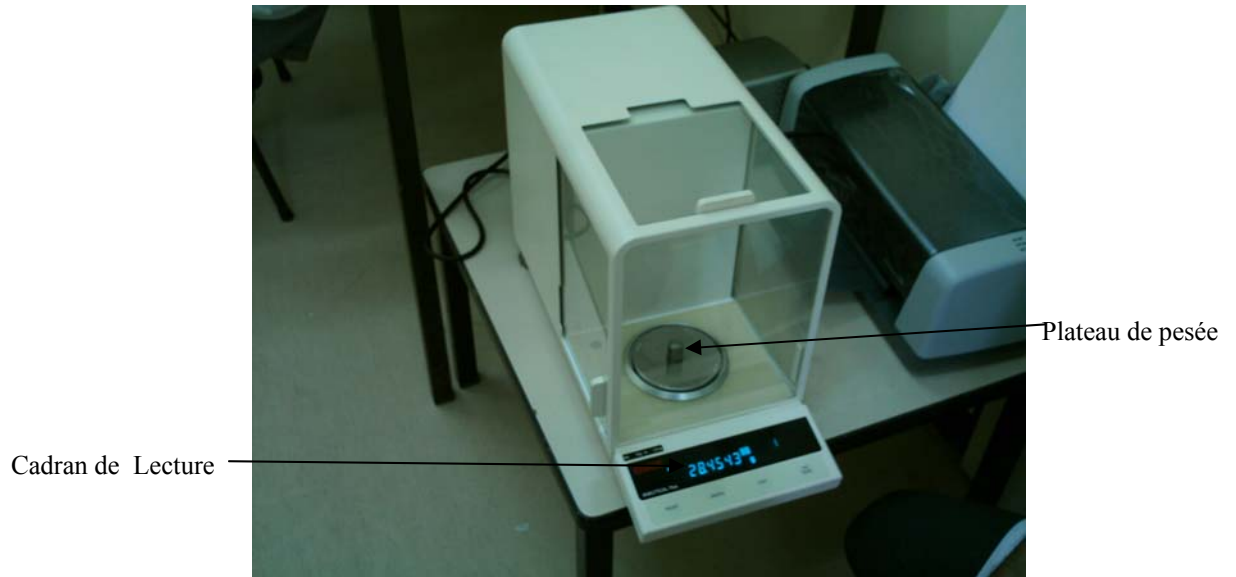
**Tableau (3.9):** Plan d'expériences de type  $2^2.3^1$  (XC38)

N°	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$	$(X_3^2-2/3)$	$Y_1$	$Y_2$	$\bar{Y}$
1	-	-	-	+	+	+	-	1/3	0.2231	0.1078	0.1654
2	+	-	-	-	-	+	+	1/3	0.6201	0.7423	0.6812
3	-	+	-	-	+	-	+	1/3	1.2012	1.0138	1.1075
4	+	+	-	+	-	-	-	1/3	1.7402	1.7897	1.7649
5	-	-	+	+	-	-	+	1/3	0.3121	0.2316	0.2718
6	+	-	+	-	+	-	-	1/3	0.4837	0.8976	0.6906
7	-	+	+	-	-	+	-	1/3	0.7578	0.6993	0.7285
8	+	+	+	+	+	+	+	1/3	1.2382	1.7899	1.0140
9	-	-	0	+	0	0	0	-2/3	1.5898	1.4853	1.5375
10	+	-	0	-	0	0	0	-2/3	1.7872	1.5028	1.0450
11	-	+	0	-	0	0	0	-2/3	1.5355	1.3067	1.4211
12	+	+	0	+	0	0	0	-2/3	1.6485	1.7125	1.6805

**Tableau (3.10):** Plan d'expériences de type  $2^2.3^1$  (XC48)

### 3.5.2 Balance pour pesée

Cet appareil sert pour la mesure de la masse de l'échantillon métallique et la perte de matière. Ces valeurs sont mesurées en g.



**Fig.(3.3):** Balance pour peser (Max=110 g)



**Fig.(3.4):** Cadran de Lecture (précision  $10^{-4}$  g)

Le tableau (3.10) montre les masses des éprouvettes avant les essais d'usure.



N°d'éprouvette	01	02	03	04	05
Masses XC38 (g)	47,8473	36,5692	50,1130	47,8092	49,7996
Masses XC48 (g)	46,7834	58,1200	50,6409	50,9006	51,3409

06	07	08	09	10	11	12
48,6873	49,2304	50,1130	48,5052	49,9042	45,3239	59,3200
59,9193	49,6854	51,4461	43,0855	57,5502	52,8814	48,5145

Tableau (3.11): Masse brutes (XC38, XC48)

### 3.6 Résultats et Discussions

Pour pouvoir analyser les résultats, on doit procéder à la détermination des modèles mathématiques à coefficients significatifs issue de la présente expérimentation. En suivant l'algorithme de calcul ; voir chapitre II.

#### 3.6.1 Analyse de régression

##### A- Pour XC38

1- On détermine la valeur moyenne des résultats des essais grâce à la formule suivante :

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Y_{iu} \quad N=12, m=2.$$

a- Calcul des coefficients de régression:

$$\beta_0 = \bar{Y} - \frac{2}{3} \sum \beta_{ii} = 1.9027$$

$$\beta_1 = -0.417, \beta_2 = 0.330, \beta_3 = -0.047, \beta_{12} = 0.024, \beta_{13} = -0.756, \beta_{23} = -0.070$$

$$\beta_{123} = -0.009, \beta_{33} = -0.510$$

b- Variance de Sondage :

$$S_i^2 = \frac{\sum_{u=1}^N (Y_{iu} - \bar{Y}_i)^2}{m-1}$$

$$S_1^2 = 0.785, S_2^2 = 0.738, S_3^2 = 0.884, S_4^2 = 0.672, S_5^2 = 0.706, S_6^2 = 0.984$$

$$S_7^2 = 1.044, S_8^2 = 0.743, S_9^2 = 0.719, S_{10}^2 = 0.697, S_{11}^2 = 0.709, S_{12}^2 = 0.775$$

**c- Somme des variances:** 
$$\sum_{i=1}^N S_i^2 = 9.504$$

**d-Test de Cochran:** 
$$G_{\max} = \frac{S^2(\max)}{\sum_{i=1}^N S_i^2}$$

$$S_{\max}^2 = S_7^2 = 1.044$$

$$G_{\max} = 0.1098$$

$$G_t(N, m-1) = G_t(12, 1) = 0.5410 \text{ pour } \alpha = 0.05. (\text{voir annexe A}).$$

$G_t$  : la valeur tabulée du test de Cochran.

On applique le test de Cochran :  $G_{\max} < G_t$  donc les variances de sondage sont homogènes.

**e- Variance de reproductibilité :** 
$$S_{\text{rep}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_i^2}{N}$$

$$S_{\text{rep}}^2 = 0.792$$

**f- Valeurs des distributions des coefficients de régression :** 
$$S^2(b_i) = \frac{S_{\text{rep}}^2}{N \cdot m}$$

$$S^2(b_i) = 0.792 / 24 = 0.033$$

$$S(b_i) = 0.181$$

**g- Test de Student:**

$$t_{\alpha, f_y} [\alpha = 0.05 ; f_y = N(m-1)]$$

$$t_{\alpha, f_y} = 1.782 \quad (\text{voir annexe B}).$$

$$|b_i| \geq \Delta b_i \quad \text{Donc les Coefficients sont significatifs.}$$

$$\Delta b_i = \pm t_{\alpha, f_y} \cdot S(b_i)$$

$$\Delta b_i = 0.181 \cdot 1.782 = 0.325$$

**h- Les Coefficients acceptables sont :**

$$\beta_0 = 1.9027, \beta_1 = 0.417, \beta_2 = 0.330, \beta_{13} = -0.756, \beta_{33} = -0.510$$

Considérant uniquement les coefficients de régression significatifs, le modèle aura la forme:

$$Y_1(X_i, \beta_i) = 1.907 + 0.417X_1 + 0.330X_2 - 0.756X_1X_3 - 0.510X_3^*$$

$$X_i^* = X_i^2 - 2/3,$$

$$Y_1(X_i, \beta_i) = 2.247 + 0.417X_1 + 0.330X_2 - 0.756X_1X_3 - 0.510X_3^2$$

**i- Variance résiduelle:** 
$$S^2_{\text{rés}} = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Y}_{iu} - \bar{Y}_i)^2}{N - L}$$

$$S^2_{\text{rés}} = 0.664$$

**j- Test de Fischer** (L=5 ; nombre des coefficients acceptables)

$$F_{\text{exp}} = \frac{S^2_{\text{rés}}}{S^2_{\text{rep}}} = 0.838$$

$$F_{\text{th}}(f_1, f_2), \quad F_{\text{th}}(N-L, N(m-1)), \quad F_{\text{th}}(7, 12) = 3.02 \quad (\text{voir annexe C})$$

$F_{\text{exp}} = 0.838$ , il est inférieur au  $F_{\text{th}}$ , **donc ce modèle décrit le phénomène d'usure adéquatement.**

### B- Pour XC48

1- On détermine la valeur moyenne des résultats des essais grâce à la formule suivante :

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Y_{iu} \quad N=12, m=2.$$

**a- Calcul des coefficients de régression:**

$$\beta_0 = \bar{Y} - \frac{2}{3} \sum \beta_{ii} = 1.423$$

$$\beta_1 = -0.262, \beta_2 = 0.277, \beta_3 = -0.126, \beta_{12} = 0.063, \beta_{13} = -0.518, \beta_{23} = -0.239, \beta_{123} = -0.034$$

$$\beta_{33} = -0.621$$

**b- Variance de Sondage:** 
$$S_i^2 = \frac{\sum_{u=1}^N (Y_{iu} - \bar{Y}_i)^2}{m - 1}$$

$$S_1^2 = 0.613, \quad S_2^2 = 0.542, \quad S_3^2 = 0.574, \quad S_4^2 = 0.532, \quad S_5^2 = 0.337, \quad S_6^2 = 0.184$$

$$S_7^2 = 0.256, \quad S_8^2 = 0.152, \quad S_9^2 = 0.275, \quad S_{10}^2 = 0.759, \quad S_{11}^2 = 0.653, \quad S_{12}^2 = 0.579$$

**c- Somme des variances:** 
$$\sum_{i=1}^N S_i^2 = 5.436$$

**d- Test de Cochran :** 
$$G_{\max} = \frac{S^2(\max)}{\sum_{i=1}^N S_i^2}$$

$$S_{\max}^2 = S_{10}^2 = 0.759$$

$$G_{\max} = 0.139$$

$$G_t(N, m-1) = G_t(12, 1) = 0.5410 \text{ pour } \alpha = 0.05. (\text{voir annexe A}).$$

$G_t$  : la valeur tabulée du test de Cochran.

On applique le test de Cochran :  $G_{\max} < G_t$  donc les variances de sondage sont homogènes.

**e- Variance de reproductibilité :** 
$$S_{\text{rep}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_i^2}{N}$$

$$S_{\text{rep}}^2 = 0.450$$

**f- Valeurs des distributions des coefficients de régression :** 
$$S^2(b_i) = \frac{S_{\text{rep}}^2}{N \cdot m}$$

$$S^2(b_i) = 0.450 / 24 = 0.018$$

$$S(b_i) = 0.134$$

**g- Test de Student:**

$$t_{\alpha, f_y} [\alpha = 0.05 ; f_y = N(m-1)]$$

$$t_{\alpha, f_y} = 1.782 \quad (\text{voir annexe B}).$$

$$|b_i| \geq \Delta b_i \quad \text{donc les Coefficients sont significatifs}$$

$$\Delta b_i = \pm t_{\alpha, f_y} \cdot S(b_i)$$

$$\Delta b_i = 0.13 \cdot 1.782 = 0.238$$

**h- Les Coefficients acceptables sont :**

$$\beta_0 = 1.423, \beta_1 = 0.262, \beta_2 = 0.277, \beta_{13} = -0.518, \beta_{23} = -0.239, \beta_{33} = -0.621$$

Considérant uniquement les coefficients de régression significatifs, le modèle aura la forme:

$$Y_2(X_i, \beta_i) = 1.423 + 0.262X_1 + 0.277X_2 - 0.518X_1X_3 - 0.239X_2X_3 - 0.621X_3^2$$

$$X_3^* = X_1^2 - 2/3,$$

$$Y_2(X_i, \beta_i) = 1.837 + 0.262X_1 + 0.277X_2 - 0.518X_1X_3 - 0.239X_2X_3 - 0.621X_3^2$$

**i- Variance résiduelle:** 
$$S^2_{\text{rés}} = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Y}_{iu} - \bar{Y}_i)^2}{N - L}$$

$$S^2_{\text{rés}} = 0.907$$

**j- Test de Fischer :** (L=6 ; nombre des coefficients acceptables)

$$F_{\text{exp}} = \frac{S^2_{\text{rés}}}{S^2_{\text{rep}}} = 2.002$$

$$F_{\text{th}}(f_1, f_2), F_{\text{th}}(N-L, N(m-1)), F_{\text{th}}(6, 12) = 3.00 \quad (\text{voir annexe C})$$

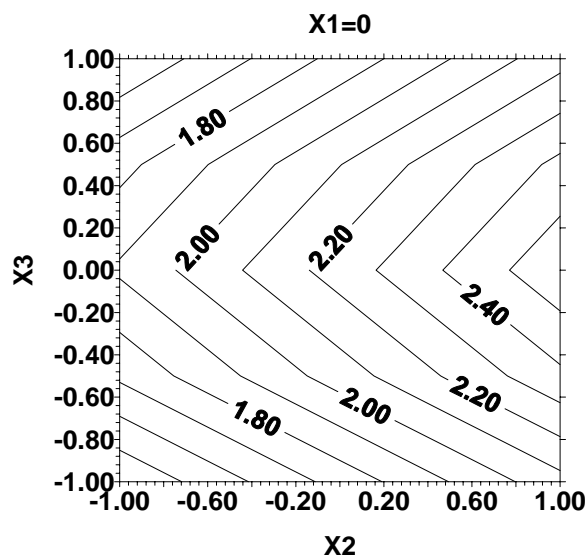
$F_{\text{exp}} = 2.00$ , il est inférieur au  $F_{\text{th}}$ , donc ce modèle décrit le phénomène d'usure adéquatement.

### 3.6.2 Les surfaces de réponse

**a- Le modèle mathématique  $Y_1$  est adéquat (XC38)**

$$Y_1(X_i, \beta_i) = 2.247 + 0.417X_1 + 0.330X_2 - 0.756X_1X_3 - 0.510X_3^2$$

<sup>1-</sup> Si on maintient la charge constante ( $X_1 = 7.5\text{N}$ ), le modèle  $Y_1$  aura la forme suivante :  $Y_1(X_i, \beta_i) = 2.247 + 0.330X_2 - 0.510X_3^2$

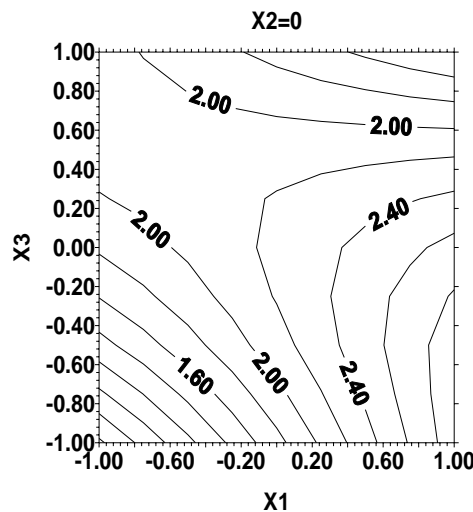


**Fig.(3.5) :** Effet de la vitesse de rotation et de la dureté sur l'usure abrasive(XC38)

Pour une variation de la vitesse de rotation (1410-1974tr/min), et une variation de la dureté (109-169.7MPa) l'usure croît linéairement et lentement, et pour une variation de la vitesse de rotation (2120-2830tr/min), et d'une variation de la dureté (181.9-230.5MPa) l'usure croît non linéairement et lentement.

Et pour une variation de dureté (230-333), l'usure décroît et varie non linéairement et lentement, et après 233MPa de dureté l'usure croît linéairement et lentement.

2- Si on maintient la vitesse de rotation constante ( $X_2=2120\text{tr/min}$ ), le modèle  $Y_1$  aura la forme suivante :  $Y_1(X_i, \beta_i) = 2.247 + 0.417X_1 - 0.756X_1X_3 - 0.510X_3^2$



**Fig.(3.6) :** Effet de la charge appliquée et de la dureté sur l'usure abrasive(XC38)

De cette figure on peut déduire une variation croissante linéaire et rapide de l'usure de (5-7N) de la charge appliquée, et de (109-230MPa) de la dureté, et puis non linéairement et lentement d'une variation (8.5-10N) de la charge.

L'usure décroît et varie non linéairement et lentement d'une variance de la charge de (5-10N) et une variance (206-352MPa) de la dureté. Ce graphe contient un optimum (mini-max).

**\* Recherche de l'optimum par la méthode de la plus grande pente:**

On remplace les valeurs codées du modèle  $Y_1$  par les valeurs réelles, il devient alors:

$$Y_1(x_i, \beta_i) = 2.247 + 0.0417 \left( \frac{x_1 - 7.5}{2.5} \right) + 0.33 \left( \frac{x_2 - 2120}{710} \right) - 0.751 \left( \frac{x_1 - 7.5}{2.5} \right) \left( \frac{x_3 - 230.5}{121.5} \right) - 0.51 \left( \frac{x_3 - 230.5}{121.5} \right)^2$$

Donc:  $Y_1(x_i, \beta_i) = -5,904 + 0,706 x_1 - 0,0004x_2 + 0,162x_3 - 0.0004x_3^2$

Comme indiqué au tableau suivant, on choisit un pas pour un des paramètres influents qu'il soit  $p_a$  pour le paramètre  $X_a$  et égal à 1 ; cependant on calcule les pas des autres paramètres par la relation suivante:

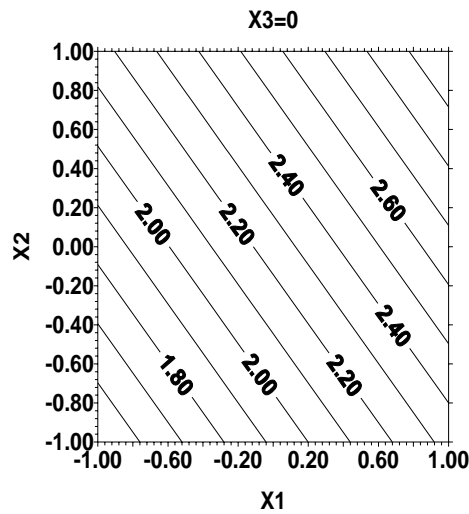
$$P_i = (\Delta X_i \cdot b_i) * (p_a / (\Delta X_a \cdot b_a))$$

Déplacement vers l'optimum	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$Y_i$
Valeur de base	7.5	2120	230.5	
Intervalle	2.5	710	121.5	
Coefficient de régression	0.417	0.33	-0.047	
$\Delta X_i \cdot b_i$	1.042	234.3	-5.71	
Premier pas	1	224.8	-5.48	-6.009
Deuxième pas	8.5	2344	225.02	5.2
Troisième pas	9.5	2620.6	251.42	2.2731
Quatrième pas	10.5	2896.5	277.9	2.606

**Tableau (3.12):** Le déplacement vers l'optimum (XC38)

On remarque que le quatrième point a dépassé l'optimum théorique. Donc on s'arrête à troisième point, car les deux résultats géométrique et numérique sont très rapprochés et ne sont pas loin de la valeur théorique  $Y_{th} = 2.304$ .

3- Si on maintient la dureté du matériau constante ( $X_3 = 230.5 \text{ MPa}$ ), le modèle  $Y_1$  aura la forme suivante:  $Y_1(X_i, \beta_i) = 2.247 + 0.417X_1 + 0.330X_2$



**Fig.(3.7)** : Effet de la vitesse de rotation et de la charge appliquée sur l'usure abrasive(XC38)

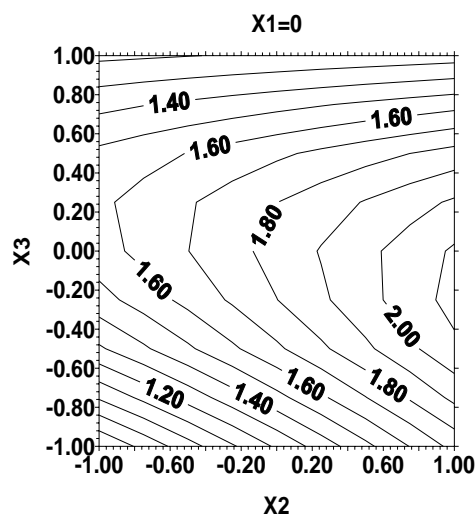
Ce graphe montre que la croissance de l'usure est lente et linéaire en fonction des variations de la charge et la vitesse de rotation.

**b- Le modèle mathématique  $Y_2$  est adéquat (XC48) :**

$$Y_2(X_i, \beta_i) = 1.837 + 0.262X_1 + 0.277X_2 - 0.518X_1X_3 - 0.239X_2X_3 - 0.621X_3^2$$

1- Si on maintient la charge constante ( $X_1=7.5N$ ), le modèle  $Y_1$  aura la forme suivante :

$$Y_2(X_i, \beta_i) = 1.837 + 0.277X_2 - 0.239X_2X_3 - 0.621X_3^2$$

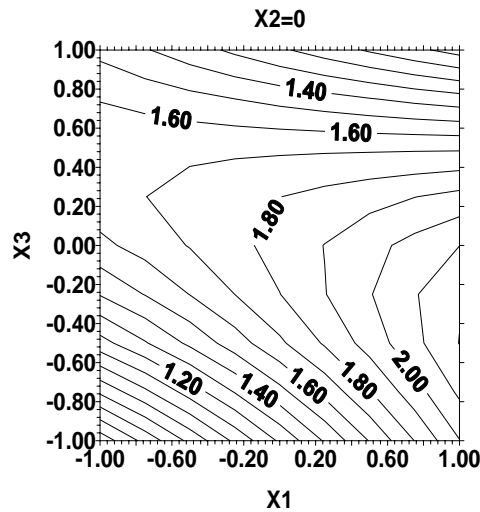


**Fig.(3.8)** : Effet de la vitesse de rotation et de la dureté sur l'usure abrasive(XC48)



Pour une variation de la vitesse de rotation (1410-2262tr/min) et une variation de dureté (156.7-206MPa), l'usure croît linéairement et rapidement .et non linéairement et lentement pour une dureté de (216-324.5MPa). Et pour une variation décroissante de la dureté (354-300MPa) l'usure croît linéairement et rapidement.

- 2- Si on maintient la vitesse de rotation constante ( $X_2=2120$ tr/min), le modèle  $Y_1$  aura la forme suivante:  $Y_2(X_i, \beta_i) = 1.837 + 0.262X_1 - 0.518X_1X_3 - 0.621X_3^2$



**Fig.(3.9):** Effet de la charge appliqué et de la dureté sur l'usure abrasive(XC48)

Pour une variation de la charge (5-8N) et une variation de la dureté (156.7-180MPa), l'usure croît linéairement et rapidement, puis varie non linéairement et lentement pour une charge appliquée de (8.5-10N) et une dureté de (206-324.5MPa). L'usure croît linéairement et rapidement d'une variation décroissante de dureté entre les valeurs (330-354).Ce graphe contient un optimum (mini- max).

#### Recherche de l'optimum par la méthode de la plus grande pente:

On remplace les valeurs codées du modèle  $Y_1$  par les valeurs réelles, il devient alors:

$$Y_2(x_i, \beta_i) = 1.837 + 0.262 \left( \frac{x_1 - 7.5}{2.5} \right) + 0.277 \left( \frac{x_2 - 2120}{710} \right) - 0.518 \left( \frac{x_1 - 7.5}{2.5} \right) \left( \frac{x_3 - 255.37}{98.7} \right) - 0.239 \left( \frac{x_3 - 255.35}{98.7} \right) \left( \frac{x_2 - 2120}{710} \right) - 0.621 \left( \frac{x_3 - 255.35}{98.7} \right)^2$$

Donc:  $(x_i, \beta_i) = -1.26 + 0,78 x_1 - 0,0011x_2 - 0,03 x_1x_3 - 0.0003 x_2x_3 + 0.154x_3 - 0.006x_3^2$

Comme indiqué au tableau suivant, on choisit un pas pour un des paramètres influents qu'il soit  $P_a$  pour le paramètre  $X_a$  et égal à 1 ; cependant on calcule les pas des autres paramètres par la relation suivante:

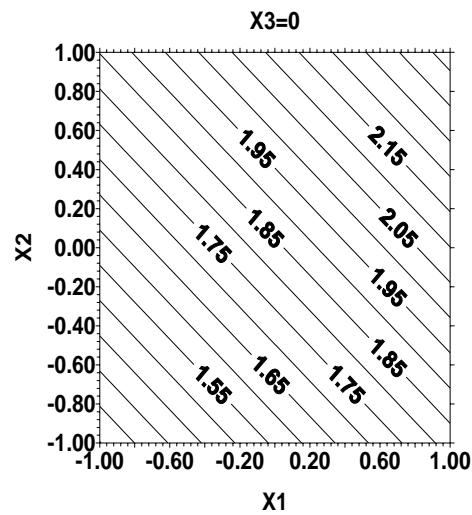
$$P_i = (\Delta X_i \cdot b_i) * (P_a / (\Delta X_a \cdot b_a))$$

Déplacement vers l'optimum	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$Y_i$
Valeur de base	7.5	2120	255.37	
Intervalle	2.5	710	98.62	
Coefficient de régression	0.262	0.277	-0.126	
$\Delta X_i \cdot b_i$	1.965	587.24	-32.17	
Premier pas	1	298.85	-16.37	-2.33
Deuxième pas	8.5	2418	239	2.105
Troisième pas	9.5	2702	268.85	1.779
Quatrième pas	10.5	3006.3	299.12	1.519

**Tableau (3.13):** Le déplacement vers l'optimum (XC48)

On remarque que le quatrième point est inférieure à la valeur théorique de  $Y$ . Donc on s'arrête à la troisième point, car les deux résultats géométrique et numérique sont très rapprochés et ne sont pas loin de la valeur théorique  $Y_{th}=1.7872$ .

- 3- Si on maintient la dureté du matériau constante ( $X_3=255.37\text{MPa}$ ), le modèle  $Y_1$  aura la forme suivante :  $Y_{2i, \beta_i} = 1.837 + 0.262X_1 + 0.277X_2$



**Fig.(3.10)** : Effet de la charge appliquée et de la vitesse de rotation sur l'usure abrasive(XC48)

Pour une variation croissante de la charge et de la vitesse de rotation, on obtient une variation croissante linéaire et rapide de l'usure abrasive.