

## ***Chapitre II***

### ***Planification des expériences***

#### **2.1 Introduction**

Dans ce chapitre, on procède à une introduction sur la méthodologie de Tagushi [23] pour la planification des expériences, par la suite d'effectuer une analyse des résultats obtenus des essais d'usure. Les techniques de Tagushi [23], consistent en une planification des expériences ayant pour objet d'obtenir des informations du processus étudié. Ces techniques utilisent les matrices orthogonales pour la définition des essais. Le traitement des résultats est basé sur l'analyse de la variance (ANOVA). L'utilisation des méthodes statistiques permet l'étude des phénomènes stochastiques inhérents aux processus de l'usure, comme les facteurs terminant et leurs interactions, permettant ainsi, une diminution du temps de préparation et de développement des essais, jusqu'à 60%, de plus l'information obtenue est de meilleure qualité par rapport à celle obtenue de simples essais.

#### **2.2 Planification des essais**

Une fois connue les facteurs ayant une majeure incidence sur l'usure abrasive, et les divers types d'essai normalisés, la méthode de Tagushi [24] peut être appliquée.

L'abrasive utilisé est un facteur déterminant sur le comportement des matériaux testés. Pour la planification des essais, quatre aspects basiques sont à considérer ; la simulation, l'accélération, la préparation des éprouvettes et la mesure de l'usure.

##### **2.2.1 La simulation**

Une simulation adéquate assure que le comportement de l'essai est le plus identique possible à la situation réelle. À cause de la complexité est la méconnaissance des mécanismes réelles de l'usure, le développement des essais est liés aux erreurs, et dépend des capacités du chercheur. Le point initial de la simulation est la collecte des données possibles du système réel. Une simulation réussie, exige la similitude des entrées et des sorties, aussi les relations

fonctionnelles entre un système réel est de l'essai. Pour obtenir cette simulation, le principe est de maintenir les matériaux en contact, le lubrifiant est les conditions d'utilisation. Le choix de la géométrie de l'essai, constitue un facteur critique, par exemple, le contact ponctuel élimine les problèmes d'alignement, cependant le niveau des tensions varie avec le développement de l'essai et les surfaces qui vont s'user. Dans le cas du contact superficiel, généralement, on réalise une usure initiale pour obtenir une surface de contact. En conséquence, il est difficile d'identifier les phénomènes d'usure. De plus du type de contact, ils existent d'autres facteurs qui ont une influence significative sur la réussite de la simulation, tels que le type du mouvement, la charge, la vitesse et les conditions opératoires (lubrifiant, température, l'humidité....etc). La température ambiante est celle du contact déterminent l'état thermique du système et devront être simulés et contrôlés avec précision durant le déroulement de l'essai.

### **2.2.2 Mesure de l'usure**

Les mesures les plus connues de l'usure sont la perte de masse, la perte de volume, et les déplacements de matière par rayage de la surface. La perte de masse est la mesure adéquate de l'usure pour de nombreux systèmes, même si elle présente deux limites fondamentales. En premier lieu, l'usure est liée principalement avec le volume du matériau éliminé ou déplacé, en second lieu la mesure de la perte de masse ne fournit pas d'information sur l'usure par déplacement de matière, c'est-à-dire une éprouvette peut gagner du poids par transfert du matériau.

## **2-3 Méthodes statistiques et planification des expériences**

### **2-3-1 Méthodes statistiques**

La statistique est une branche des mathématiques appliquées concernant la planification, le résumé et l'interprétation d'observations. La théorie des probabilités est largement utilisée dans le développement de la théorie des statistiques. Dans la démarche statistique, le statisticien se fixe une hypothèse et détermine ensuite si celle-ci s'accorde avec les faits (matérialisés par des chiffres). Cette méthode s'oppose donc au plus récent « Data-

Mininig » où aucune hypothèse n'a à être faite, et où le programme essaie de déterminer par lui-même les corrélations significatives.

La démarche statistique demande:

1. la planification d'expériences
2. le résumé statistique de données
3. l'interprétation de données statistiques.

Dans certaines formes de résumés statistiques, surtout la collecte d'information, la planification elle-même disparaît au profit des deuxième et troisième étapes. Dans ces disciplines les données sont collectées sans contrôle de la personne faisant l'analyse et le résultat devient plus un mode opérationnel qu'un consensus sur le sujet. Certaines sciences utilisent des statistiques appliquées à leur domaine utilisant une terminologie spécifique (Bio statistique, Géostatistique, Statistique ...). [25]

### **2.3.2 Lois statistiques**

La répartition des probabilités, ou de la densité de probabilité, des phénomènes aléatoires suit souvent des lois relativement simples. Les lois de probabilité les plus connues sont :

- La loi uniforme sur un intervalle  $[a ; b]$  : chacune des valeurs numériques réelles qui appartiennent à l'intervalle  $[a ; b]$  à la même probabilité d'apparition (la loi uniforme la plus usitée est celle qui concerne l'intervalle  $[0 ; 1]$ )
- La loi normale, ou loi de Gauss- Laplace [26], avec sa courbe en cloche caractéristique, dite encore « gaussienne » (la loi normale la plus usitée est celle dont l'espérance mathématique vaut 0 et dont l'écart type vaut 1)
- La loi binomiale (ou alternative répétée), qui permet par exemple de répondre à la question : quelle chance y a-t-il d'obtenir 5 fois « pile » en jouant 11 fois de suite à pile ou face
- La loi de Poisson [26] (loi des événements rares)
- La loi de Khi-2 (qui sert au test du Khi-2 [26])
- La loi de Student, utilisée dans le test de Student à la place de la loi normale, lorsque l'on ne dispose que d'un faible nombre d'observations.
- La loi de Pareto (20% des phénomènes contribuent à 80% des effets)

La connaissance d'un phénomène probabiliste se résume parfois à la seule connaissance de ses paramètres principaux, par exemple :

- L'espérance mathématique (la moyenne « théorique ») et l'écart type «  $\sigma$  » la loi de Gauss s'impose alors si aucune autre information n'est disponible)
- La moyenne seule (une distribution exponentielle négative est alors le choix le plus pertinent)
- Son intervalle (hors de toute autre information - ce qui est rarement le cas - seule la distribution uniforme conviendrait)

Dans la pratique, toute information additionnelle pourra être utilisée par la suite pour améliorer ces distributions. [26]

## 2.4 Diagramme de distribution

La distribution se constitue par la détermination des classes, le calcul des fréquences et des fréquences relatives. Le nombre de classe se détermine par la relation suivante : [29]

$$K = 1 + \log_2 n \quad (2.1)$$

Où:

K : nombre de classes

N : effectif total de l'échantillon

La dimension de la classe est déterminée par :

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{K} \quad (2.2)$$

Où:

$X_{\max}$  : valeur maximale dans l'échantillon étudié

$X_{\min}$  : valeur minimale dans l'échantillon étudié

A partir de cette valeur, on détermine les limites de chaque intervalle qui correspond à chaque classe:

$$X_i = X_{i-1} + h \quad (2.3)$$

Une fois les classes sont déterminées, on calcul la fréquence relative de chacune:

$$f_i = n_i / n \quad (2.4)$$

Ici  $0 \leq n_i / n \leq 1$ , et la somme des fréquences relatives est égale à 1.

### 2.4.1 Ajustement linéaire (droite de régression)

L'objectif est de remplacer le nuage de point par une droite. Ces points se rapprochent d'une droite ayant l'équation  $Y = a + bx$ , la méthode des moindres carrés consiste à déterminer un couple unique de valeur  $a$  et  $b$  tel que  $\sum (ax_i + b - y_i)^2$  soit un minimum. On appelle la droite obtenue droite de régression de  $Y$  par rapport à  $x$ . Cette droite passe par le point moyen  $M_0$  (centre de gravité du nuage) et ayant les coordonnées  $(\bar{X}, \bar{Y})$ .

La pente de cette droite de régression:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sum (x_i - \bar{X})^2} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{Var}(x)} \quad (2.5)$$

Aussi:

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} \quad (2.6)$$

On définit de même, la droite de régression  $X$  par rapport à  $y$  de pente:

$$b' = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{Var}(y)} \quad (2.7)$$

Aussi:

$$a' = \bar{X} - b'\bar{Y} \quad (2.8)$$

Le coefficient de corrélation sera:

$$r = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{\text{var}(x) \cdot \text{var}(y)}} \quad \text{où} \quad r^2 = b \cdot b' \quad (2.9)$$

Les deux droites de régression forment entre elles un angle  $\theta$  appelé angle de régression, avec lequel la corrélation peut être:

- moyenne, si :  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  et  $0 < r < 1$

- maximale, si :  $\theta = 0^\circ$  et  $r = 1$

- minimale, si :  $\theta = \frac{\pi}{2}$  et  $r = 0$

### 2.4.2 Test de conformité

Le test de conformité (Khi-deux [27]) relatif à chaque échantillon permet de vérifier la conformité de la répartition expérimentale à une répartition théorique choisie. Il permet donc de vérifier la qualité d'ajustement de la distribution en question à une distribution normale uniforme. Le test expérimental  $\chi_{\text{exp}}^2$  se calcule comme suit:

$$\chi_{\text{exp}}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{n \cdot p_i} \quad (2.10)$$

Avec:

$n_i$  : effectif de chaque classe

$n$  : effectif total

$p_i = y_{i+1} - y_i$

$y_i$  : valeur prise du tableau (annexe 1) et correspond à la valeur  $t_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$

## 2.5 Plans d'expériences

### 2.5.1 Généralités

Que ce soit en recherche, en conception ou en production, on est conduit à faire des expériences pour rechercher l'influence de tel facteur sur les performances d'un produit ou l'obtention d'un résultat. Les Plans d'expériences apportent une solution permettant de réduire considérablement le nombre d'expériences à réaliser par rapport aux méthodes traditionnellement employées et paradoxalement, la précision des résultats se trouve fortement accrue. On cherche à établir des relations entre les causes (facteurs) et les effets (réponses). La planification des essais vise à tirer le maximum des résultats pour une dépense aussi faible que possible. C'est un moyen de rationaliser les essais et de ne pas (tourner en rond).

Cette technique très puissante qui est issue des travaux de FISHER [28], est assez ancienne, mais son développement a été limité du fait d'une certaine complexité. Actuellement elle se développe beaucoup grâce aux améliorations récentes qui ont permis une utilisation beaucoup plus simple et efficace. Donc le but final est de définir le modèle mathématique décrivant le phénomène en une relation entre les différentes variables considérées. Pour y parvenir une expérimentation s'impose ou on va valoriser plusieurs paramètres envisagés afin de connaître l'influence des variations sur le phénomène. [28]

### **2.5.2 Historique**

La méthode des plans d'expériences a été mise au point au début du siècle, dans les années 1919, par Ronald Aylmer Fisher, chercheur du laboratoire statistique de ROTHAMSTAND en Grande Bretagne. En 1924, il développa l'analyse de variance comme procédé d'exploitation, puis il publia son premier livre *\*The design of experiments\** en 1935. Entre 1950 et 1960 plusieurs scientifiques proposent de nouvelles études sur les méthodes de planification des expériences parmi eux on cite :

Les plans d'expériences pour les problèmes d'optimisations ont été proposés pour la première fois par les chercheurs Wilson et G.E.P BOX [29]. En 1959 Kiefer a présenté une base théorique pour la constitution des plans d'expériences. En 1965 Nilimov entama les méthodes statistiques expérimentales de planification des expériences, suivies d'une certaine de travaux de chercheurs soviétiques. [29]

### **2.5.3 Applications des plans d'expérience**

Les plans d'expériences trouvent une large gamme d'application industrielle, les exemples suivants montrent quelques cas :

- Recherche et développement, industrialisation, production, fabrication, analyse, formulation de mélange.
- Réduction des coûts de non- qualité, augmentation de la productivité, réduction du temps de développement.
- Optimisation de caractéristiques, rendement, rapport qualité/prix.- Détermination des variables qui ont une influence majeure sur la réponse.
- Conception de produits ou processus robustes. Génie des procédés.

- Identification des paramètres influents, et quantification de leur influence.
- Modèles prévisionnels.
- Qualité total : Identification des causes de défauts, recherche du juste nécessaire, réduction du gaspillage (rebuts, retouches).
- Amélioration continue, réglage de machines, etc. ....

La méthodologie des plans d'expériences peut être appliquée dans de nombreux processus qui vont par exemple des essais cliniques à l'évolution de la qualité des processus industriels les plus complexes [30].

## **2.6 Différents types des plans d'expériences**

### **2.6.1 Plans d'expérience de premier ordre (type $2^k$ )**

Dans ce type de plan, chaque facteur comprend deux niveaux c'est un plan factoriel complet (ces plans permettent l'étude de 2 à 5 paramètres au maximum). On aura donc  $2^k$  essais au total. Ces plans sont basés sur le principe que dans bien des cas, on peut admettre que la réponse est linéaire quand un facteur passe d'un niveau 1 à un niveau 2. Il suffit alors seulement d'étudier ce qui se passe aux bords du domaine de variation du facteur (valeurs maximales (-1) « niveau bas » et minimales (+1) « niveau haut »)

### **2.6.2 Plan d'expériences simplifié (type $2^{k-p}$ )**

Pour des expériences comprenant cinq ou plusieurs paramètres les plans  $2^k$  nécessitent plusieurs essais. A cause des interactions de faibles influences, il y'a possibilité de réduire le nombre d'expériences avec une précision peu réduite (par exemple un plan de type  $2^7$  nécessitant 128 expériences, il faut réduire le nombre d'expériences à effectuer sans pour autant perdre sur la qualité des résultats recherches. Pour le réduire, peut être remplacé par un plan du type  $2^{7-4}$  pour devenir un plan de type  $2^3$  (8 expériences).



### 2.6.3 Plans d'expériences de deuxième ordre (type $3^k$ )

On utilise ce type de plans lorsque le type précédent nous donne un modèle mathématique inadéquat, malgré les répétitions des expériences douteuses. Les plans de 2ieme ordre dure plus longtemps, cause pour laquelle on considère que les paramètres les plus influant. Dans ce type on ajoute un 3ieme niveau intermédiaire de valeur (0) entre les deux premières de valeurs (+1) et (-1), en cas de nécessité, on peut introduire deux autres de valeurs  $(-\alpha) < (-1)$  et  $(+\alpha) > (+1)$

### 2.6.4 Plan d'expérience composé (type $2^k 3^k$ )

Ce type est utilisé lorsqu' on prévoit des effets quadratiques de quelques paramètres parmi les autres comme on peut par exemple dissocier un plan de type  $3^5$  avec (243 expériences), à un plan composé de  $(2^3 3^2)$  avec (72 expériences) ou même simplifier à un plan réduit de type  $2^{3-1}$  d'où le plan composé de  $(2^2 3^2)$  avec (36 expériences). Avec les coefficients  $b_0 = \bar{Y} - 2/3 b_{ii}$  [31].

### 2.6.5 Modèle mathématique

Le modèle mathématique se présente en utilisant les méthodes statistiques, sous forme polynomiale, qui est une partie de la série de Taylor :  $Y_i = \beta_i X_{ij}$  [32].

$X$  : matrice des données d'entrée.

$\beta$  = matrice des coefficients de régression.

$Y$  = matrice des données de sortie.

### 2.6.6 Analyse de régression

Une fois le modèle mathématique obtenu (équation de régression), on procède à l'analyse statistique des résultats afin de vérifier la signification de ces coefficients de régression et l'adéquation du modèle, suivant l'algorithme suivant : [33].

## 2.7 Algorithme de calcul [33]





