

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RE-
CHERCHE SCIENTIFIQUE



N°.....

UNIVERSITE ABDELHAMID IBN BADIS
- MOSTAGANEM -

Faculté des Sciences et de la Technologie

Laboratoire d'Elaboration et Caractérisation Physico
Mécanique et Métallurgie des Matériaux

THESE

Pour l'obtention du Diplôme de Doctorat en sciences
Spécialité : Mécanique
Option : Sciences des matériaux et Mécanique des solides

Présenté par

BENKABOUCHE SALAH-EDDINE

**ENDOMMAGEMENT EN FATIGUE MULTIAXIALE
DES PIECES TRAITÉES SUPERFICIELLEMENT**

Soutenu le 11/12/2016 devant le Jury :

Président	: Mr SADOK Ahmed	Professeur	Université de Mostaganem
Examineur	: Mr BENDOUKHA Mohamed	MCA	Université de Mostaganem
Examineur	: Mr AID Abdelkrim	Professeur	Université de Mascara
Examineur	: Mr BENHAMENA Ali	MCA	Université de Mascara
Examineur	: Mr AMROUCHE Abdelwaheb	Professeur	Université d'Artois- France
Rapporteur	: Mr GUECHICHI Hocine	Professeur	Université de Mostaganem

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au niveau de Laboratoire d'Elaboration et Caractérisation Physico Mécanique et Métallurgique des Matériaux, Département de génie mécanique, Faculté des Sciences et de la technologie, Université de Mostaganem.

Tout d'abord, j'aimerais remercier très chaleureusement mon directeur de thèse GUECHICHI Hocine, Professeur à l'université de Mostaganem, je lui suis également reconnaissant de m'avoir assuré un encadrement rigoureux tout au long de ces années.

Mes remerciements vont également à SADOK Ahmed, Professeur à l'université de Mostaganem pour avoir accepté de présider le jury, et l'intérêt qu'il a porté à ce travail ainsi que le temps consacré à la lecture de ce document.

Ensuite je tiens à remercier l'ensemble des membres de jury : M^r BENDOUKHA Mohamed, Maitre de Conférences à l'université de Mostaganem, Mr AMROUCHE Abdelwaheb, Professeur à l'université d'Artois (France), Mr AID Abdelkrim Professeur à l'université de Mascara et Mr BENHAMNA Ali Maitre de Conférences à l'université de Mascara, pour l'honneur et l'importance qu'ils m'ont fait en participant à ce jury et d'accepter d'examiner cette thèse.

J'exprime une reconnaissance particulière à Mr BENKHATTAB Mohamed qui a participé à mes travaux, m'a aidé, conseillé, soutenu et encouragé.

Je tiens aussi à remercier chaleureusement tous les membres de ma famille, pour l'aide morale qu'ils m'ont prodigué tout le long de mes études.

Je voudrais également exprimer ma reconnaissance à KOUIDRI Ouacim, Directeur Général de la société « Adwan Chemicals Cie –Algeria- », et les responsables, qui ont facilité et contribué à la réalisation de ce mémoire, ainsi que tous mes collègues de travail.

Je ne saurais terminer sans souligner le soutien amical et chaleureux de tous mes amis, de tous les jours, qui m'ont soutenue durant ce parcours doctoral.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail aux personnes les plus chères à mon cœur :

- A la mémoire de mes parents.
- A mon épouse, et mes enfants.
- A mes frères et mes sœurs.
- A mes amis de toujours qui ont été présents à mes côtés.
- A mon encadreur qui a rendu ce travail possible par sa présence, ces conseils, ces encouragements et sa gentillesse.
- A tous ceux que j'aime.

Résumé

Après usinage et dans le but d'améliorer la tenue en fatigue, en termes de durée de vie, les pièces sont soumises à des chargements cycliques, et les industriels cherchent les moyens les plus appropriés à adopter. Les traitements superficiels répondent à cette préoccupation majeure. Prévoir la durée de vie des organes mécaniques jugés critiques est un atout de la conception, car les cahiers de charges sont devenus aujourd'hui plus exigeants. L'avènement de plus en plus précoce de la fissuration par fatigue est un souci systématique dans toute démarche de dimensionnement.

Dans la première partie de cette étude, nous avons proposé une méthodologie prédictive du cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale d'amplitude variable et par conséquent l'évaluation des durées de vie des structures. Le modèle est basé sur la loi de la contrainte endommagée. Dans le cas d'un chargement multiaxial d'amplitude variable, nous avons couplé la loi de cumul d'endommagement avec le critère de fatigue de Crossland, lequel transforme les sollicitations de fatigue multiaxiale en une contrainte équivalente. Les tenseurs de contraintes, en chaque point de la structure, sont calculés par éléments finis en utilisant le code Ansys. Nous avons testé le modèle sur des pièces en acier de nuance SM 45C. Pour ce faire, nous avons retenu deux types de sollicitations composées : une traction monotone superposée à une flexion alternée et une traction monotone superposée à une torsion alternée. Pour chaque sollicitation, nous avons déterminé, via un calcul par éléments finis, la pression hydrostatique maximale au cours du cycle ainsi que la racine carrée du second invariant du tenseur des amplitudes de contraintes. Les caractéristiques mécaniques en fatigue sont déterminées à partir des courbes de Wöhler du matériau. Les applications avec des chargements cycliques constitués de blocs croissants, décroissants et aléatoires ont été réalisées. Les simulations mises au point permettent de déterminer les courbes de cumul d'endommagement lesquelles présentent des portions d'allure non linéaire, ainsi que l'estimation de la durée de vie totale. Les résultats obtenus par le modèle ont été comparés à ceux donnés par la loi linéaire de Palmgren-Miner. Contrairement à cette loi, le modèle proposé tient compte de l'histoire de chargement. Le modèle proposé met en évidence l'influence de la séquence de chargement sur la durée de vie. Le modèle a été aussi validé par des essais expérimentaux, issus de la bibliographie, en fatigue uniaxiale sur des éprouvettes en acier C 45.

Dans la seconde partie de cette étude, nous avons considéré un exemple de traitement superficiel en l'occurrence le grenailage de précontrainte. Nous avons appliqué le modèle en prenant en considération les contraintes résiduelles de compression générées par le traitement. L'effet bénéfique des contraintes résiduelles a été mis en évidence par le modèle. Les résultats obtenus par la simulation montrent clairement que le traitement de surface conduit à une amélioration de la tenue en fatigue en prolongeant la durée de vie tout en retardant l'accumulation du dommage de la structure sollicitée en fatigue multiaxiale d'amplitudes variables.

Mots clés : fatigue, endommagement, traitement de surface, grenailage, contrainte résiduelle.

Abstract

After machining of the parts which are subjected to cyclic loadings and in order to improve their fatigue life, in terms of life expectancy, manufacturers look for the best means to reach this aim. For this end, the surface treatments are the major concern. Predict fatigue life of mechanical parts deemed critical is an asset of the design because the specifications become more demanding. The advent of increasingly early fatigue cracking is a systematic concern in any design process.

In the first part of this study we have proposed a predictive methodology of accumulated damage under multiaxial fatigue loadings and therefore the assessment of fatigue life of the structures. The model is based on the damaged stress law. In the case of multiaxial loading with variable amplitude, we linked the cumulative damage law with Crossland fatigue criterion, which converts the multiaxial fatigue stress in an equivalent stress. At each point of the structure, stress tensors are calculated using finite element method via the Ansys code. We applied the model on specimen made of steel SM 45C. To do this, we selected two types of loadings: a monotonous traction overlying an alternating bending and monotonous traction overlying an alternating torsion. For each loading, we computed, via a finite element calculation, the maximum hydrostatic pressure during the cycle as well as the square root of the second invariant of the stress tensor amplitudes. Mechanical fatigue characteristics are determined from the Wöhler curves of the material. Applications with cyclic loading up of increasing, decreasing and random blocs were performed. The simulations developed are used to determine the damage accumulation curves which feature non-linear portions of pace, as well as estimating the total lifetime. The results achieved by the model were compared with those given by the linear Palmgren-Miner law. Contrary to this law, the proposed model takes into account the load history. The proposed model highlights the influence of the loading sequence on fatigue life. The model was also validated by experimental tests, from the bibliography, in uniaxial fatigue loads on specimens made of C 45 steel.

In the second part of this study, we have considered a type of surface treatment in this case the shot peening process. We applied the model taking into account the compressive residual stresses generated by this surface treatment. The benefit effect of compressive residual stresses has been highlighted by the model. The results obtained by the simulation clearly show that the surface treatment leads to an improvement of fatigue life by extending the life and by delaying the accumulation of damage in the structure subjected to multiaxial fatigue loads with variable amplitudes.

Keywords: fatigue, damage, surface treatment, shot peening, residual stress.

ملخص

بعد التصنيع و من اجل تحسين مقاومة التعب بإعطاء عمر أطول للقطع التي تعمل تحت تأثير الشحنات المتناوبة بحث المصنعون دوما عن الوسائل الملائمة لهذا الغرض. المعالجات السطحية تلائم هذا الانشغال الهام. توقع عمر الأعضاء الميكانيكية التي تعتبر حساسة يعد مكسبا بالنسبة للتصميم لأن دفترة الشروط يعد حاليا أكثرأ حزمأ, الظهور المبكر الذي يسبق التشققات عن طريق التعب بعد هاجس منهجي في كل طريقة للتحجيم. في المرحلة الأولى من هذه الدراسة, قمنا باقتراح منهجية تنبؤية لتقدير الضرر التراكمي الناتج عن التعب المتعدد المحاور ذات ساعات متغيرة و بالتالي تقدير عمر القطع. النموذج يركز على قانون الضغط التراكمي. في حالة الشحنات المتعددة المحاور ذات ساعات متغيرة, قمنا بتزاج قانون الضغط التراكمي مع معيار التعب لكروسلاندر, الذي يحول كل الشحنات المتعددة المحاور إلى شحنة معادلة. تم حساب تنسورات الإجهاد في كل نقطة من القطعة بالعناصر المحددة عن طريق برنامج أنسيس. قمنا بتجريب النموذج على قطع الفولاذ من نوع SM 45C من اجل ذلك احتفظنا بنوعين من الشحنات المركبة إجهاد وتري مركب مع إجهاد التوائي متناوب و إجهاد وتري مركب مع إجهاد فتلي متناوب. في كل الشحنات قمنا عن طريق العناصر المحددة بتعيين الضغط الهيدروستاتيكي الأقصى و الجذر التربيعي لثان الثابت لمنحرف الإجهاد. الخصائص الميكانيكية للتعب تم تعيينها عن طريق منحنيات وولار الخاصة بالمادة. التطبيقات المستعملة بالشحنات المتناوبة شكلت كتل متصاعدة, متناقصة و عشوائية تم تحقيقها. المحاكاة المقدمة تسمح بإنشاء المنحنيات للضرر التراكمي و هي عبارة عن قطع منحنيات تتغير بصفة غير خطية و كذا تقدير العمر الكلي. و تم مقارنة النتائج المحصل عليها مع المعادلة الخطية للمقرين-مينر. مخالفة لهذه المعادلة النموذج المقدم اخذ بعين الاعتبار تاريخ ظهور الشحنات, كما سمح بتسليط الضوء على تسلسل ظهور هذه الشحنات. لقد تم التحقق من صحة النموذج بمقارنته مع النتائج التطبيقية المأخوذة من المراجع في إطار التعب وحيد المحور في اختبار على قطعة من نوع C45

في المرحلة الثانية من هذه الدراسة, قمنا باختيار مثال على المعالجات السطحية الذي هو "إطلاق الكريات". لقد طبقنا النموذج مع اخذ بعين الاعتبار الاجهادات المتبقية الضاغطة الناتجة من هذا النوع من المعالجات. ثم تم تسليط الضوء على التأثير الايجابي للاجهادات المتبقية و المحققة بالنموذج. النتائج المتحصل عليها من المحاكاة توضح لنا جليا ان المعالجة السطحية تقود إلى تحسين من مقاومة التعب بإطالة العمر و تعطيل الضرر التراكمي للقطعة المشحونة بالتعب ذو عدة محاور و ذو ساعات متغيرة.

كلمات السر: التعب – الضرر – معالجة سطحية - إطلاق الكريات – الاجهاد المتبقي

Sommaire

Notation	
Introduction.	1

Chapitre I : Synthèse Bibliographique.

I-1.Introduction.	4
I-2.Courbe de fatigue.	4
I-3.Domaines de la courbe de fatigue.	5
I-3-1.Domaine de la fatigue olygocyclique.	5
I-3-b.Domaine de la fatigue à endurance limitée.	6
I-3-c.Domaine de la fatigue à endurance illimitée.	8
I-4.Limite de fatigue.	9
I-5.Paramètres d'influence sur la fatigue.	10
I-5-a.Paramètres d'ordre métallurgique.	10
I-5-b.Paramètres d'ordre mécanique et géométrique.	10
I-5-c.Environnement.	12
I-5-d.Influence de la contrainte moyenne.	12
I-6.Concentration de contraintes.	14
I-6-a.Coefficient théorique de concentration de contraintes.	14
I-7-b.Coefficient effectif de concentration de contraintes.	16
I-7.Amorçage des fissures par fatigue.	16
I-8.Critères de plasticité.	17
I-8-1.Critère de Von Mises.	17
I-8-2.Critère de Tressa.	17
I-9.Critères de fatigue multiaxiaux.	18
I-9-1.Formalisme d'un critère de fatigue.	18
I-9.2.Critères empiriques.	19
I-9.2-a.Critère de Gough et Pollard (1935).	20
I-9.2-b.Critère de Hohenemser et Prager (1933).	20
I-9.2-c.Critèrede Davies (1935).	20
I-9-2-d.I-9.2-d. Critère de Nishihara et Kawamoto (1941).	21
I-9.2-e.Critère de Lee 1 (1980).	21
I-9.2-f.Critère de Lee2 (1989).	21

I-9-3.Critères de type plan critique. _____	21
I-9-3-a.Critère de stulen et Cummings (1954). _____	23
I-9-3-b.Critère de Findley (1957). _____	24
I-9-3-c.Critère de Dang-Van 1 (1973). _____	24
I-9-3-d.Critère de Matake (1977). _____	25
I-9-3-e.Critère de Dang-Van 2. _____	25
I-9-3-f.Critère de Mc Dirmid 1 (1973). _____	25
I-9-3-g.Critère de Mc Dirmid 2 (1974). _____	25
I-9-3-h.Critère de Yokobori (1966)._____	26
I-9-4.Critères d’approche globale. _____	26
I-9-4-a.Critère de Marin (1956). _____	26
I-9-4-b.Critère de Sines (1955). _____	27
I-9-4-c.Critère de Crossland (1956). _____	27
I-9-4-d.Critère de Kakunu-Kawada (1979). _____	27
I-9-4-e.Critère de Deitman et Isseler (1974). _____	28
I-9-4-f.Critère de Kinasushvili (1976). _____	28
I-9-4-g.Critère de Papadopoulos (1984). _____	28
I-10.Méthodes de calcul de durée de vie. _____	28
I-10-1.Les approches en déformation. _____	29
I-10-2.Les approches en contraintes. _____	30
I-10-3.Les approches énergétiques. _____	31
I-11.Endommagement en fatigue. _____	32
I-11-1.Chargement multiaxial de fatigue. _____	32
I-11.2.Méthode de comptage des cycles “ Rainflow”. _____	32
I-11-3.Loïs de cumul d’endommagement. _____	35
I-11-3-1.Application de la règle linéaire. _____	36
I-11-3-2.Lacunes de la règle linéaire. _____	36
I-11-3-3.Loi de Palmgren-Miner. _____	37
I-11-3-4.loi de Shanley. _____	38
I-11-3-5.Loi de Marco et Starkey. _____	39
I-11-3-6.Loi de Corten et Dolan 1956. _____	40
I-11-3-7.Loi d’endommagement bilinéaire de Manson-Frenche-Enseign. _____	41
I-11-3-8.Théorie unifiée. _____	42
I-11-3-9.Loi de Lemaitre et Chaboche. _____	43

I-11-3-10.Loi de cumul de Mesmacque ou loi de la contrainte endommagée. _____	45
I-11-3-11.Approche énergétique d'Ellyin. _____	47
I-12.Les traitements superficiels. _____	48
I-12-1.Les traitements mécaniques. _____	49
I-12-1-a.Le grenailage de précontrainte. _____	50
I-12-1-b.Paramètres du grenailage. _____	50
I-12-1-c.Contrôle du procédé de grenailage (Intensité Almen). _____	52
I-12-1-d.Effet du grenailage de précontrainte. _____	54
I-12-1-b.Choc Laser. _____	55
I-12-1-3.Sablage. _____	56
I-12-1-4.Martelage. _____	56
I-12-2.Les traitements thermiques superficiels. _____	57
I-12-2-a.Durcissement par trempe après chauffage localisé par induction. _____	57
I-12-2-b.Durcissement par trempe après chauffage localisé par faisceau laser. _____	57
I-12-3.Les traitements thermochimiques. _____	58
I-12-3-a.La cémentation. _____	58
I-12-3-b.La Nitruration. _____	59
I-12-3-c.La carbonitruration. _____	60

Chapitre II : Modélisation du cumul d'endommagement en fatigue.

II-1.Introduction. _____	61
II-2.Modélisation du cumul d'endommagement en fatigue uniaxiale. _____	61
II-3.Validation du modèle. _____	62
II-3-1.Effet de chargement sur l'évolution du cumul de dommage. _____	64
II-3-2.Confrontation aux résultats expérimentaux. _____	65
II-4.Modélisation du cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale. _____	67
II-4-1.Présentation du critère de Crossland. _____	67
II-4-2.Méthodologie de travail. _____	68
II-5.Application du modèle sur des structures en acier SM 45C. _____	71
II-5-1.Caractéristiques du matériau SM 45C. _____	71
II-5-2.Courbes de fatigue de l'acier SM 45C. _____	71

II-5-3.Application du Critère de Crossland. _____	73
II-5-3-a.Droite limite du domaine de durée de vie illimitée. _____	73
II-5-3-b.Droite limite du domaine de durée de vie limitée. _____	73
II-5-4.Calcul de durée de vie sous sollicitations multiaxiales à amplitudes constantes. —	74
II-5-4-a.Géométrie de la structure et conditions aux limites. _____	75
II-5-4-b.Maillage de la structure. _____	76
II-5-4-c.Détermination de la zone critique. _____	76
II-5-4-d.Optimisation du maillage. _____	78
II-5-5.Calcul de durée de vie. _____	79
II-5-6.Commentaire des résultats. _____	80
II-6.Calcul du cumul d'endommagement et durée de vie sous sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables. _____	80
II-6-1.Cumul d'endommagement d'une éprouvette rectangulaire sollicitée à une traction sta- tique superposée à une flexion alternée. _____	81
II-6-1-a.Effet de la contrainte statique sur le cumul d'endommagement. _____	81
II-6-1-b.Effet de la charge cyclique sur le cumul d'endommagement. _____	82
II-6-2.Effet des séquences de chargement sur le cumul du dommage et sur la durée de vie to- tale. _____	84
II-6-2-1.Effet des séquences dans le cas de chargement dont la charge statique est variable .85	
II-6-2-1-a.Cas de blocs croissants. _____	85
II-6-2-1-b.Cas de blocs décroissants. _____	85
II-6-2-1-c.Cas de blocs aléatoires. _____	86
II-6-2-2.Effet de la séquence dont la charge cyclique est variable. _____	91
II-6-2-2-a.Cas de blocs Croissants. _____	91
II-6-2-2-b.Cas de blocs Décroissants. _____	91
II-6-2-2-c.Cas de blocs Aléatoires. _____	92
II-6-3.Cumul de l'endommagement d'une structure cylindrique sollicitée d'une traction sta- tique superposée à une torsion alternée. _____	96
II-6-3-1.Géométrie et conditions aux limites. _____	96
II-6-3-2.Maillage de la structure. _____	98
II-6-3-3.Effet de la contrainte statique sur le cumul de l'endommagement. _____	98
II-6-3-4.Effet de la charge cyclique sur le cumul d'endommagement. _____	100
II-6-4.Effet des séquences de chargement sur le cumul du dommage et sur la durée de vie totale. _____	101

II-6-4-1.Effet des séquences de chargement dont la charge statique est variable. _____	102
II-6-4-1-a.Cas de blocs Croissants. _____	102
II-6-4-1-b.Cas de blocs décroissants. _____	102
II-6-4-1-c.Cas de blocs Aléatoires. _____	103
II-6-4-2.Effet de la séquence de chargement obtenue par une variation de la charge cyclique. _____	107
II-6-4-2-a.Cas de blocs Croissants. _____	107
II-6-4-2-b.Cas de blocs Décroissants. _____	107
II-6-4-2-c.Cas de Blocs aléatoires. _____	109

Chapitre III : Effet des traitements superficiels sur la tenue en fatigue.

III-1.Introduction. _____	113
III-2.Effet du grenailage de précontrainte. _____	113
III-3.Modélisation du grenailage. _____	114
III-4.Les contraintes résiduelles dans un massif semi infini. _____	114
III-4-1.Hypothèses. _____	114
III-4-2.Chargement dû au grenailage. _____	115
III-4-3.Prédiction des contraintes résiduelles d'une plaque finie. _____	116
III-5.Traitement de la structure rectangulaire. _____	119
III-5-1.Traitement de la zone critique de la structure. _____	120
III-5-2.Détermination des paramètres de grenailage. _____	121
III-6.Méthodologie de travail. _____	122
III-7.Application de la méthodologie. _____	122
III-8.Ajustement des paramètres. _____	122
III-9.Cumul d'endommagement avec et sans traitement. _____	126
III-9-1.Grenailage avec billes en acier. _____	127
III-9-1-a.Chargement en blocs croissants. _____	128
III-9-1-b.Chargement en blocs décroissants. _____	129
III-9-1-c.Chargement en blocs aléatoires. _____	130
III-9-2.Traitement avec billes en céramique. _____	134

III-9-2-a.Cas de blocs croissants. _____	136
III-9-2-b.Cas de blocs décroissants. _____	137
III-9-3.Comparaison entre les deux traitements. _____	138
III-10.Conclusion. _____	139

Conclusion Générale et Perspectives.

Conclusion Générale et Perspectives. _____	140
--	-----

Bibliographie. _____	143
-----------------------------	-----

Annexes. _____	150
-----------------------	-----

Annexe I : Modélisation des Courbes de Fatigue. _____	150
---	-----

Annexe II : Présentation des Eléments de Maillage Sous le Code Ansys. _____	154
---	-----

NOTATIONS	
R	Rapport de chargement
$\Delta\sigma$	Etendue de la contrainte
σ_a	Amplitude de la contrainte
$\varepsilon(t)$	Déformation en fonction du temps
E	Fonction de fatigue
σ_{\min}	Contrainte minimale à la traction
σ_{\max}	Contrainte maximale à la traction
N	Nombre de cycles à la rupture
$\sigma(t)$	Contrainte en fonction du temps
σ, ε	Contrainte, déformation
K_t	Coefficient théorique de concentration de contraintes
K_f	Coefficient effectif de concentration de contraintes
$\sigma_{réelle}$	Contrainte réelle
σ_{nom}	Contrainte nominale
E	Module d'Young
G	Module de cisaillement
A	Allongement à la rupture
$\sigma_{eq VM}$	Contrainte équivalente de Von Misés
ν	Coefficient de poisson
$\Delta\sigma_N$	Etendue de la contrainte nominale
$\Delta\varepsilon_N$	Etendue de la déformation nominale
$\Delta\varepsilon$	Etendue de la déformation totale
$\Delta\varepsilon^e$	Etendue de la déformation élastique
$\Delta\varepsilon^p$	Etendue de la déformation plastique
n'	Coefficient d'écrouissage cyclique
K'	Coefficient de résistance à la déformation cyclique
σ'_f	Coefficient de résistance à la fatigue
ε'_f	Coefficient de ductilité à la fatigue
N_a	Nombre de cycle à l'amorçage
b	Exposant de Basquin
a	Exposant de ductilité en fatigue

σ_e / R_e	Limite d'élasticité
P	Contrainte de compression
T	Moment de torsion
M	Moment de flexion
T	Période
σ_u	Contrainte ultime à la traction
t	Temps
s	Seconde
ω	Pulsation
σ_m	Contrainte moyenne
R_m	Résistance maximale à la traction monotone
σ_D	Limite d'endurance en traction
σ_{D0}	limite d'endurance du matériau vierge.
σ'_D	Limite d'endurance en traction (éprouvette entaillée)
σ_{eqa}	Amplitude de σ_{eq}
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Contraintes principales
σ_{-1}	Limite d'endurance en traction alternée symétrique
σ_0	Limite d'endurance en traction répétée
f_0	Limite d'endurance en flexion répétée
f_{-1}	Limite d'endurance en flexion alternée symétrique.
τ_0	Limite d'endurance en torsion répétée
τ_{-1}	Limite d'endurance en torsion alternée symétrique
P_m	Pression hydrostatique moyenne
τ_a	Amplitude de la contrainte de cisaillement
f_a	Amplitude de la contrainte de flexion
τ_m	Contrainte moyenne de cisaillement
τ_u	Contrainte ultime de cisaillement
σ_n	Contrainte normale de traction
σ_n^{\max}	Contrainte normale maximale
P_{\max}	Pression hydrostatique maximale
J_2	Deuxième invariant du tenseur déviateur de contraintes
J_{2a}	Deuxième invariant du tenseur déviateur des amplitudes de contraintes

ξ_m	Contrainte moyenne de $\sqrt{J_2}$
P_H	Pression hydrostatique
ξ_a	Amplitude de la racine carrée du deuxième invariant de déviateur de contraintes
$\tau(t)$	Contrainte de cisaillement en fonction du temps
σ_{EQ}	Contrainte équivalente de Crossland
D	Endommagement
$\sigma_{eq}^{i\ max}$	Contrainte équivalente de Crossland maximale au niveau de bloc i
D_i	Endommagement élémentaire
n_i	Nombre de cycles appliqué au $i^{\text{ème}}$ niveau
N_{Ri}	Nombre de cycles à la rupture au $i^{\text{ème}}$ niveau
$N_{i,f}$	Nombre de cycles à la rupture correspondant
σ_{ai}	Amplitude de la contrainte correspondante au $i^{\text{ème}}$ niveau
β_i	Fraction de durée de vie pour (les lois d'endommagement)
c, b, k	Constantes de loi de Sanley
m_i	exposant de loi de Marco et Starkey
$r_i, a_{i,d}$	constantes de la loi de Corten et Dolan
p et b	constantes de la loi de Mansan et al
m	exposant de la théorie Unifiée
α, β, a, M_0	constantes de la loi de Lmaitre et Chaboche
ΔW^*	limite de fatigue réduite selon Ellyin
N_e^*	nombre de cycles d'insertion entre la partie linéaire et la courbe d'iso-endommagement pour la courbe S-N selon Ellyin.
σ_{ed}	Contrainte endommagée
F_a	Amplitude de la force de flexion alternée
F_{at}	Amplitude de la force de torsion alternée
$F(t)$	Force en fonction du temps
$\sigma_{ij}(t)$	Composantes du tenseur de contrainte à l'instant t
\vec{S}_n	Vecteur contrainte
$\overline{\sigma}$	Tenseur des contraintes
σ_n^{\max}	Contrainte normale maximale
$f_{-1}(N)$	Limite de fatigue en flexion alternée symétrique à N Cycles
$\tau_{-1}(N)$	Limite de fatigue en torsion alternée symétrique à N Cycles
$a(N), b(N)$	Paramètres de fatigue à N Cycles

A, B, C, m	Paramètres statistiques liés aux modèles des courbes de Wöhler
a, b, c, α, β	Paramètres de fatigue liés aux critères de fatigue.
H.D.	Hors Domaine.
CL	Conditions aux Limites
S	Symétrie
AS	Antisymétrie
Axisy.	Axisymétrique.
σ_{equiv}	Contrainte équivalente au niveau i
N_{equiv}	Nombre de cycle équivalent correspondant à σ_{equiv}
D'_{i+1}	Endommagement transposé au niveau $i + 1$
$\sigma'_{i+1 ed}$	Contrainte endommagée transposé au niveau $i + 1$
$N'_{i+1 R}$	Nombre de cycles à la rupture correspondant à $\sigma'_{i+1 ed}$
σ_i^m	Contrainte statique appliquée au niveau i
F_i^a	Amplitude de la force de flexion au niveau i
F_i^{at}	Amplitude de la force de torsion au niveau i
$\bar{\sigma}_m$	Tenseur des contraintes dû à la charge statique.
$\bar{\sigma}_a$	Tenseur des contraintes dû à la charge cyclique
$\bar{\sigma}_R$	Tenseur des contraintes résiduelles
a	Rayon d'impact
P_0	Pression maximale
D_b	Diamètre de la bille.
ρ_m	Masse volumique de la bille.
V	Vitesse de projection
E_c	Module de Young commun des matériaux (bille et massif)
E_1, ν_1	Module de Young et coefficient de poisson de la bille.
E_2, ν_2	Module de Young et coefficient de poisson du massif.
K	Rendement du choc.
$\underline{\sigma}^{HERTZ}$	Tenseur des contraintes élastiques de Hertz
$\sigma^F(Z)$	Contrainte de flexion dans une plaque
$R(Z)$	Contraintes résiduelles dans une plaque
$\sigma^N(Z)$	Contrainte normale dans une plaque
L_x	Longueur d'une plaque

L_y	Largeur d'une plaque
H	Epaisseur d'une plaque
$I_x I_y$	Moments d'inertie par rapport aux axes ox et oy
$M_x M_y$	Moments de flexion par rapport aux axes ox et oy .
R_{DV}	Rapport des durées de vie

Introduction

De nombreuses études et essais expérimentaux ont été réalisés sur des structures de différentes formes soumises à des sollicitations variables et répétées, dont le but est de prévoir leurs tenues en fatigue et par conséquent évaluer leurs durées de vie. La répétition des cycles de chargement modifie et dégrade les propriétés des matériaux et peut conduire à terme à la rupture de ces structures. Ce phénomène est appelé fatigue ou endommagement par fatigue. Actuellement le développement de l'outil informatique favorise les chercheurs à exploiter des logiciels de simulation dans leurs investigations devant les cahiers de charge qui deviennent de plus en plus exigeant. Le but de ces investigations est de concevoir des organes mécaniques dans de courts délais, avec des coûts optimisés, avant d'entreprendre les essais sur les produits. L'étude de la résistance à la fatigue des structures relève du domaine de la fatigue multiaxiale d'amplitude variable à grand nombre de cycles (domaine d'endurance limitée), cadre réservé à cette thèse.

Plusieurs modèles de prédiction du cumul d'endommagement ont été élaborés, lesquels se différencient par leurs formules analytiques que représente la courbe d'évolution du cumul du dommage. Pour évaluer l'indicateur du dommage ainsi que la durée de vie des structures soumises à des chargements cycliques multiaxiaux d'amplitudes variables, les bureaux d'études utilisent généralement la loi linéaire de Palmgen-Miner en raison de la simplicité de sa mise en œuvre. L'inconvénient majeur de cette loi c'est qu'elle ne tient pas en compte de l'effet d'apparition des séquences de chargements. Les autres lois décrivant le cumul d'endommagement sont des lois non linéaires, dont l'emploi requiert la détermination par des essais expérimentaux de plusieurs paramètres, ce qui rend leurs usages compliqués.

Le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire, est la mise au point d'une méthode de prévision du cumul d'endommagement et durée de vie des structures sollicitées en fatigue multiaxiale d'amplitude variable, en se basant sur la jonction de la loi de la contrainte endommagée et du critère de fatigue de Crossland. L'évolution du cumul de dommage est déterminée en fonction des caractéristiques mécaniques de fatigue du matériau et du type de séquence de chargement. A cet effet nous considérons plusieurs cas de chargement composés de quatre blocs croissants, décroissants et aléatoires. Les industriels désirent avoir la plus longue durée de vie possible de leurs produits afin de répondre au cahier des charges. Pour ce faire, ils optent pour des traitements mécaniques superficiels les mieux adaptés en vue d'améliorer la tenue en fatigue des structures. Le grenailage de précontrainte, dont le but est de freiner

l'apparition et la propagation des fissures par fatigue, compte parmi les traitements qui engendrent les contraintes résiduelles de compression dans les couches superficielles des pièces.

Le premier chapitre est entamé par des généralités sur le phénomène de la fatigue en développant les différents domaines de la courbe de Wöhler, les paramètres d'influence sur la tenue en fatigue des structures et les coefficients de concentration de contraintes. Par la suite, un aperçu sera donné sur quelques critères de fatigue multiaxiale, lesquels comptent parmi les outils incontournables des méthodes d'estimation de durée de vie. Ces critères peuvent être regroupés en trois familles : critères du type plan critique, critère d'approche globale et critères empiriques. Puis, nous présentons quelques lois de cumul d'endommagement lesquelles sont appliquées pour estimer le cumul du dommage et prédire la durée de vie des structures sous sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables. A l'exception de la loi linéaire de Palmgren-Miner, les lois de cumul d'endommagement ont des évolutions non linéaires qui nécessitent la connaissance de plusieurs paramètres. Nous concluons ce chapitre par un résumé sur les traitements superficiels (mécaniques et thermo-chimiques) des métaux lesquels sont exploités en vue d'améliorer la tenue en fatigue.

Le second chapitre est consacré à la présentation du modèle que nous avons mis au point. Ce modèle permet la prédiction du cumul d'endommagement ainsi que la durée de vie, sous des chargements cycliques multiaxiaux. Deux matériaux ont été étudiés. Le premier a servi à valider le modèle proposé en comparant les résultats obtenus par la simulation aux essais expérimentaux issus d'une recherche bibliographique; il s'agit d'une éprouvette en acier C 45 laquelle a été soumise à un chargement uniaxial avec deux forces différentes. Le second est une éprouvette en acier SM 45C dont les caractéristiques mécaniques cycliques ont été identifiées à partir des courbes de Wöhler en torsion et flexion purement alternées. Dans ce cas, nous avons considéré deux structures, du même matériau en l'occurrence acier SM 45C, de formes différentes sollicitées. La première sollicitation consiste en une traction statique superposée à une contrainte de flexion alternée. Dans un premier temps, nous avons étudié l'influence des charges statiques et les charges cycliques sur l'évolution du cumul d'endommagement simulé par le modèle, puis nous avons étudié plusieurs cas de chargements, lesquels sont composés de quatre blocs croissants, décroissants et aléatoires. Le code Ansys est exploité pour déterminer les tenseurs des contraintes sous l'effet des chargements afin de déterminer les paramètres du critère de Crossland lequel conduit au calcul des durées de vie et par la suite de statuer par rapport au domaine d'endurance. Un programme de calcul a été établi, par le biais du code Matlab, pour évaluer le cumul d'endommagement et pour prédire la durée de vie.

Les résultats obtenus par le modèle ont été comparés à ceux donnés par la loi linéaire de Palmgren-Miner.

Le troisième chapitre est réservé au traitement superficiel de grenailage de précontrainte et son influence sur la tenue en fatigue d'une structure de forme rectangulaire. Nous avons aussi étudié l'influence des paramètres de grenailage tels que le type de grenaille, sur le profil des contraintes résiduelles et leurs effets sur le cumul d'endommagement et la durée de vie totale de la structure. Ensuite nous avons comparé les résultats obtenus par le modèle sur une structure sollicitée en fatigue multiaxiales, sous forme de quatre blocs selon les séquences de chargement (croissants, décroissants et aléatoires), pour les deux cas : sans et avec traitement de grenailage.

Le travail est finalisé par une conclusion générale ainsi que quelques perspectives.

Chapitre I : Synthèse Bibliographique

I-1. Introduction

Le phénomène de la fatigue est un thème qui a fait l'objet de plusieurs recherches tant au plan expérimental que théorique. La fatigue est caractérisée par l'application d'une ou plusieurs charges répétées ou alternées au cours du temps, sur un ou ensemble d'organes mécaniques. Le but des essais de fatigue est d'estimer le nombre de cycles, nécessaire à la rupture, sous l'effet d'une sollicitation donnée. La rupture se produit lorsque le matériau ne peut plus supporter les charges appliquées.

Des essais expérimentaux ont été réalisés sur différents matériaux par l'application de différents modes de sollicitation (axial, multiaxial, aléatoires, ...). Le but est de faire une modélisation, sous forme de formules, pour pouvoir l'utiliser lors de la conception des organes de machines. La durée de vie de ces organes sera toujours recherchée afin de déterminer les périodes d'entretien, évitant ainsi tout arrêt ou panne imprévisible durant les périodes de fonctionnement.

La multiaxialité des contraintes est due à l'application de plusieurs chargements dans différentes directions. A titre d'exemple une roue mal équilibrée d'une voiture roulant sur une route présentant des irrégularités, caractérise le phénomène de la fatigue multiaxiale; l'état de contraintes résultant au niveau des zones de forte concentration de contraintes est multiaxial.

I-2. Courbe de fatigue

Les essais de fatigue conventionnels consistent à soumettre chaque éprouvette de traction, compression, torsion ou de flexion (figure I-1.a) à des cycles d'efforts périodiques. La sollicitation de fatigue est caractérisée par l'étendue de contrainte $\Delta\sigma$, et par le rapport de chargement ($R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$) [1], (figure I-1.b). Il est nécessaire de relever le nombre de cycles N au bout duquel la rupture se produit. On reporte ce nombre, en général sur une échelle logarithmique, en fonction de la contrainte appliquée. Pour chaque éprouvette correspond un point du plan (N, σ) . A partir d'un lot d'éprouvettes soumises à des contraintes maximales différentes, on obtient une courbe $S-N$: Stress – Nombre of cycles (voir figure I-1.c). Les courbes dites de **Wöhler** donnent l'amplitude de contrainte $\sigma_a = \Delta\sigma/2$ en fonction du nombre de cycles à la rupture, pour un rapport de chargement donné $R = -1$.

La courbe de Wöhler est caractérisée, pour une même sollicitation donnée, par une dispersion statistique de la durée de vie. Cette dispersion est due essentiellement à l'existence de défauts dans le matériau (tolérances d'usinage, défaut superficiels et surtout des imperfections métal-

lurgiques), qui conduisent à l'amorçage et la propagation des fissures. Le dimensionnement des structures, à partir des courbes de Wöhler, doit prévoir une certaine probabilité de rupture. La dispersion des durées de vie augmente lorsque la durée de vie moyenne augmente. Cela limite l'application de la courbe de Wöhler pour le dimensionnement des organes de sécurité des structures.

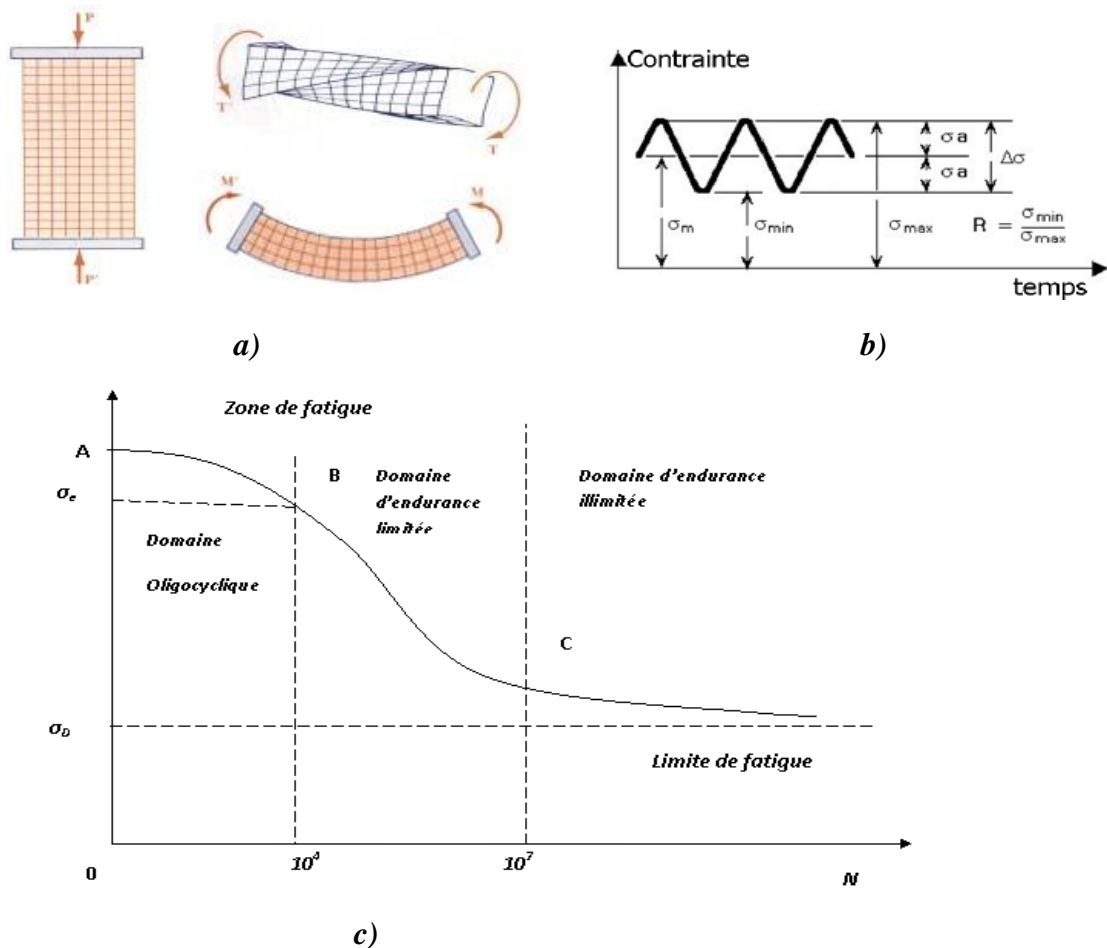


Figure I-1. Courbe de Wöhler - a) charges appliquées (traction - compression / torsion / flexion). - b) paramètres de la sollicitation. - c) Courbe de Wöhler.

I-3. Domaines de la courbe de fatigue

La courbe de Wöhler se distingue par trois domaines de fatigue essentiels :

I-3-1. Domaine de la fatigue oligocyclique

La durée de vie la plus courte possible sur la courbe de fatigue est égale à un quart (1/4) de cycle lorsque la contrainte appliquée est égale à la contrainte maximale (point A sur la figure I-1.c de la courbe de Wöhler). Lorsque les sollicitations se trouvent entre la contrainte maximale et la limite d'élasticité (point B), le matériau est sollicité en plasticité, et peut endurer un nombre de cycles de fatigue (de l'ordre de 10^4 à 10^5), qui dépend de l'amplitude de la défor-

mation plastique imposée à chaque cycle. Dans ce régime, la durée de vie est fortement dépendante du comportement élastoplastique du matériau.

Selon le comportement du matériau, nous distinguons deux phénomènes: l'accommodation et le rochet.

- L'accommodation plastique se produit lorsque la réponse de l'éprouvette devient périodique, un cycle d'hystérésis élastoplastique se produit comme le montre la figure I-2.
- Le rochet se produit lorsque la réponse de l'éprouvette n'atteint jamais un état périodique. La déformation plastique croît sans cesse, ce qui provoque la ruine de la structure au bout d'un certain nombre de cycles relativement très faible comme le montre la figure I-3.

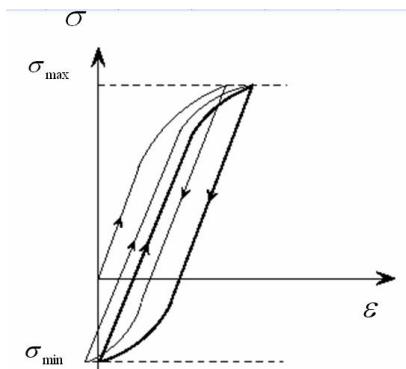


Figure 1-2. Accommodation

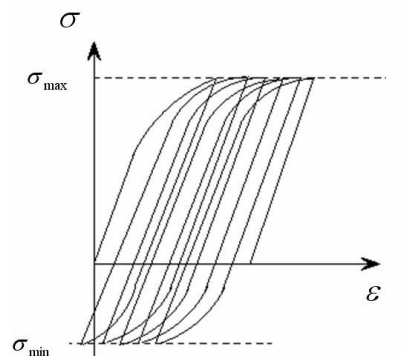


Figure 1-3. Rochet

Dans cette zone, la rupture survient après un petit nombre d'alternances et est précédée d'une déformation plastique notable. Par suite de l'amplitude de la contrainte maximale, chaque cycle d'effort entraîne une déformation plastique provoquant soit un durcissement, soit un adoucissement du métal.

I-3-b. Domaine de la fatigue à endurance limitée

Les sollicitations appliquées sont au-dessous de la limite d'élasticité, là où la rupture est atteinte après un nombre de cycles compris approximativement entre 10^4 et 10^6 (à 10^7). La rupture n'est pas accompagnée d'une déformation plastique. La réponse de l'éprouvette atteint dans ce cas un régime adapté élastique, qui est un état où la réponse de l'éprouvette devient purement élastique. Il peut y avoir de la déformation plastique durant les premiers cycles,

mais au bout d'un certain nombre de cycles, à cause de l'effet d'érouissage du matériau, elle reste constante, voir figure I-4.

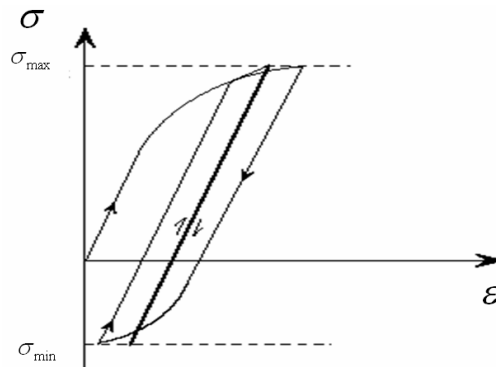


Figure I-4. Adaptation.

C'est le domaine dont travaillent la plupart des structures qui, pour diverses raisons, doivent avoir des masses et des volumes impérativement réduits (cas des structures aéronautiques ou automobiles ou nucléaires).

Il existe de très nombreuses relations mathématiques reliant l'amplitude de la contrainte et le nombre de cycles à la rupture. A cet effet, nous pouvons citer les formules suivantes :

- **Formule de Wöhler [1-2]**

$$\sigma_a = a - b \log N \quad (\text{I-1})$$

Avec $a > 0$ et $b > 0$

Cette relation ne décrit pas la totalité de la courbe de Wöhler, puisque σ_a ne tend pas vers une limite σ_D lorsque $N \rightarrow \infty$. Elle ne représente que la partie BC.

- **Formule de Basquin [1-2]**

$$\log N = a - b \log \sigma_a \quad (\text{I-2})$$

Avec $a > 0$ et $b > 0$

Où

$$N \sigma_a^\beta = C \quad (\text{I-3})$$

En posant $\beta = 1/b$ et $\ln C = a/\beta$

b est nommé index de la courbe de fatigue.

Dans l'expression de l'équation (I-3), la contrainte tend vers zéro quand N tend vers l'infini. Cette relation n'est donc pas représentative de la courbe de Wöhler que dans sa partie BC. Par

ailleurs, elle représente des droites dans des axes logarithmiques et non dans des axes semi-logarithmiques.

I-3-c. Domaine de la fatigue à endurance illimitée

Dans ce domaine les charges appliquées sont inférieures à la limite d'endurance, dans ce cas le matériau a un comportement purement élastique. A partir du point C de la figure I-1-c, la courbe de fatigue tend vers une asymptote parallèle à l'axe des N , en dessous de cette valeur limite de la contrainte σ_D , il n'y a jamais de rupture par fatigue quel que soit le nombre de cycles appliqué.

σ_D est nommée *limite de fatigue* ou *limite d'endurance*. Cette limite peut ne pas exister ou être mal définie pour certains matériaux (aciers à haute résistance, métaux non ferreux).

Il existe d'autres expressions analytiques qui peuvent présenter les courbes de Wöhler, dans les domaines d'endurance limitée ou illimitée lorsqu'elles sont connues pour un matériau ou une pièce donnée, à savoir :

- **Formule de Stromeyer [1]**

$$\ln(\sigma_a - \sigma_D) = a - b \log N \quad (\text{I-4})$$

Où

$$\sigma_a = \sigma_D + \left(\frac{C}{N}\right)^{\frac{1}{b}} \quad (\text{I-5})$$

Ici σ_a tend vers σ_D quand N tend vers l'infini.

- **Formule de Palmgren [1-2]**

$$\sigma_a = \sigma_D + \left(\frac{C}{A+N}\right)^{\frac{1}{b}} \quad (\text{I-6})$$

Cette relation s'ajuste mieux aux courbes expérimentales que celle de Stromeyer.

- **Formule de Weibull [1]**

$$\frac{\sigma_a - \sigma_D}{R_m - \sigma_D} = \left(\frac{C}{A+N}\right)^{\frac{1}{b}} \quad (\text{I-7})$$

- **Formule de Corson [1]**

$$(\sigma_a - \sigma_D)A^{(\sigma_a - \sigma_D)} = \frac{C}{N} \quad (\text{I-8})$$

- **Formule de Bastenaire [1-2]**

$$(N + B)(\sigma_a - \sigma_D)A^{(\sigma_a - \sigma_D)} = C \quad (\text{I-9})$$

A, B, C : sont des constantes déterminées à partir des données expérimentales.

I-4. Limite de fatigue [1]

La courbe S-N donne lieu à plusieurs règles de dimensionnement à la fatigue dont la justesse est contredite par les résultats obtenus en fatigue giga cyclique (10^9 cycles). La normalisation internationale présente la courbe S-N comme étant hyperbolique pour les aciers et quasi-hyperbolique pour les autres alliages. De cette hypothèse, il est admis que, au-delà de 10^7 cycles, la durée de vie en fatigue tend vers l'infini. Il est éprouvé de plus, que la valeur asymptotique de la contrainte cyclique correspondante à 10^7 cycles devient une limite de fatigue, cette dernière étant déterminée par une approche statistique fondée sur une répartition log normale de la dispersion, seconde hypothèse peu crédible au regard des résultats de fatigue giga cyclique. Faute d'avoir pu exploiter correctement les très grandes durées de vie de l'ordre du milliard de cycles, sur une population de résultats trop restreinte.

D'un autre point de vue, on a souvent tenté de trouver une relation entre le seuil de non propagation de fissure ΔK_S et la limite de fatigue (de la courbe S-N). Cette relation ne peut exister que si la limite de fatigue, ou la résistance à la fatigue, est correctement déterminée. Dans la relation $\Delta K_S = \sigma_D \sqrt{\pi a}$, l'erreur sur ΔK_S est assez faible parce que la pente de la courbe de fissuration à ce niveau de vitesse est quasi verticale. En revanche, l'expérience montre qu'entre σ_D 10^6 à 10^9 cycles il peut exister une différence supérieure à 30 %.

Il a été montré que dans certains cas, la différence de résistance à la fatigue peut décroître de 100 MPa voire même de 200 MPa, entre 10^6 et 10^9 cycles à la rupture et que le concept de limite infinie de fatigue n'est donc pas correct. Sous ces conditions, une limite de fatigue définie grâce à une analyse statistique entre 10^6 et 10^7 cycles ne peut pas garantir une durée de vie à la fatigue infinie.

Compte tenu de l'allongement de la durée d'utilisation et de la sécurité des équipements tels que les automobiles, les rails de chemin de fer, les avions, les compresseurs, les turbines, qui sont soumis à des chargements cycliques ou à des vibrations, durant leur service, peuvent at-

teindre 10^6 cycles, il est très important de pouvoir déterminer une limite d'endurance sûre pour 10^9 cycles (Bathias, 1999) [1].

I-5. Paramètres d'influence sur la fatigue [1-2]

I-5-a. Paramètres d'ordre métallurgique

Taille des grains

Les structures à grains fins présentent une meilleure tenue en fatigue que les structures à gros grains.

Orientation du fibrage par rapport à la direction des efforts

L'orientation générale des grains (fibrage) confère au matériau une anisotropie plus au moins marquée. Les caractéristiques statiques et la tenue en fatigue seront meilleures dans le sens long du fibrage que dans les autres sens (travers long et travers court).

Taux d'écroutissage

L'écroutissage résultant des opérations de formage a pour effet de consolider le matériau (augmentation de la limite d'élasticité), et par la suite, améliore la tenue en fatigue.

Traitement thermique

Le traitement thermique provoque un adoucissement ou un durcissement du matériau, la tenue en fatigue sera diminuée ou augmentée. De plus, le traitement thermique peut modifier la taille des grains.

Traitement superficiel

Un traitement superficiel comme le grenailage de précontrainte améliore considérablement la durée de vie des structures. Une partie de ce chapitre sera consacrée aux différents types de traitements superficiels.

Santé métallurgique de l'alliage

Les défauts métallurgiques (lacunes, défauts interstitiels, précipités, inclusions) peuvent être à l'origine de l'endommagement par fatigue. Par incompatibilité des déformations, ils provoquent des concentrations de contraintes locales. L'abattement de durée de vie dépendra de leur quantité, taille, répartition, orientation par rapport aux efforts.

I-5-b. Paramètres d'ordre mécanique et géométrique

Nature du chargement

Le chargement peut être monotone ou variable (et même aléatoire, spectre). Dans le cas des chargements cycliques les paramètres prépondérants sont:

- La forme du signal : un signal de type carré est plus pénalisant que celui de type sinusoïdal, voir figure I-5 ;
- Le rapport R (rapport entre la valeur minimale et la valeur maximale du chargement) : à contrainte maximale constante, si R augmente, la durée de vie augmente ;
- La contrainte moyenne : si la contrainte moyenne σ_m augmente, la durée de vie diminue.

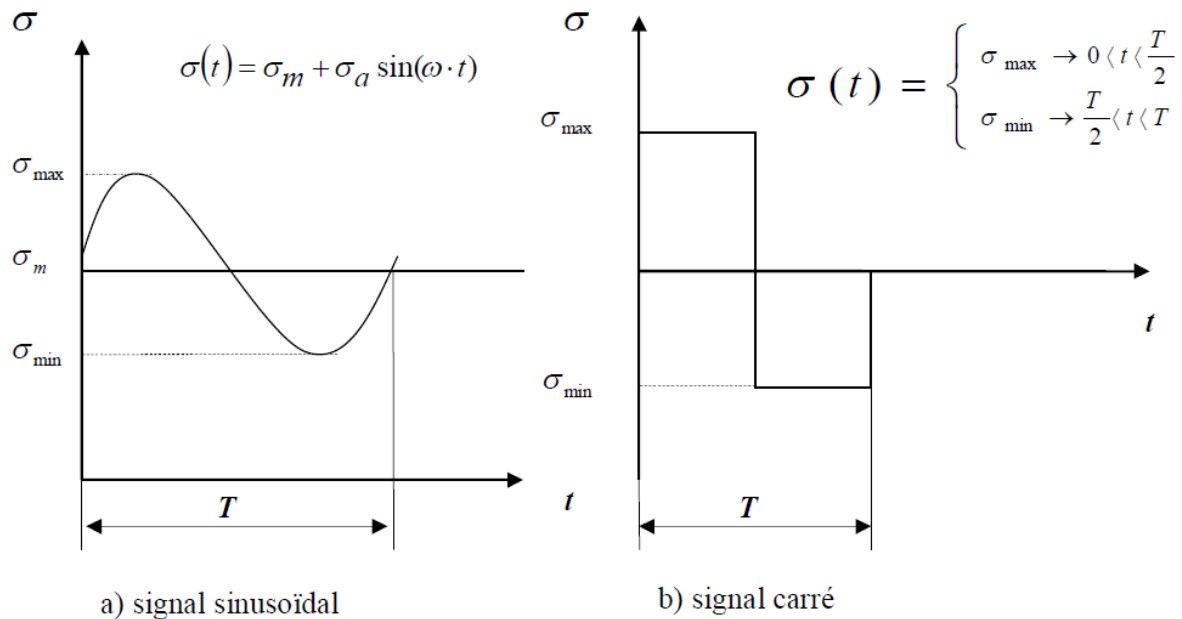


Figure I-5. Quelques formes du signal.

La période du signal a en général peu d'influence sur la durée de vie. Cette règle est infirmée quand le phénomène de fatigue est associé à d'autres modes d'endommagement en fonction du temps : fatigue/corrosion, fatigue/fluage, ou lorsque la rapidité des sollicitations produit un échauffement.

Dans le cas des chargements variables, les paramètres prépondérants sont :

- La présence de surcharges : la répétition périodique d'une surcharge peut retarder la propagation des fissures ;
- L'ordre d'apparition des blocs de chargement.

Accidents de forme (discontinuité dans la géométrie : entailles, trous...)

Un accident de forme augmente localement le niveau de contrainte. Cette augmentation peut être traduite par un coefficient de contrainte élastique K_t : rapport entre la contrainte locale maximale et la contrainte nominale voir paragraphe (II-6). Dans le domaine d'endurance li-

mitée (domaine visé par l'industrie aéronautique), si la valeur de K_t augmente, la durée de vie diminue.

Effet d'échelle

A niveau de contrainte égale, deux pièces semblables mais de dimensions différentes n'auront pas la même tenue en fatigue : plus les dimensions d'une pièce croissent, plus la résistance à la fatigue diminue. Cette observation s'explique principalement par le volume de matière sollicitée : plus celui-ci est grand, plus la probabilité d'avoir des défauts métallurgiques est grande.

Qualité d'usinage

Généralement, l'endommagement par fatigue apparaît en premier lieu à la surface des pièces. La prise en compte des deux aspects suivants améliore la tenue en fatigue :

- L'aspect microgéométrie de la surface : un mauvais usinage provoque en surface des microreliefs susceptibles d'augmenter localement le niveau des contraintes; l'amorçage des fissures en surface est donc retardé lorsque la rugosité est faible.
- L'aspect contraintes résiduelles : l'usinage peut introduire des contraintes résiduelles de traction en surface (elles sont équilibrées en profondeur par des contraintes résiduelles de compression) ; ces contraintes se superposent ainsi à celles du chargement et accélèrent l'endommagement par fatigue.

I-5-c. Environnement

Un milieu agressif (températures élevées, milieu corrosif...) aggrave le phénomène de la fatigue. Il apparaît des phénomènes nouveaux comme le fluage ou la corrosion. Leur action est liée au temps d'exposition.

I-5-d. Influence de la contrainte moyenne

Le tracé des courbes de Wöhler est en général effectué en soumettant des éprouvettes à des efforts sinusoïdaux (traction-compression, torsion...) à contrainte moyenne nulle. Lorsque les essais de fatigue sont réalisés à contrainte moyenne non nulle, l'expérience montre que la durée de vie de l'éprouvette est modifiée, en particulier quand cette contrainte est relativement grande par rapport à la contrainte alternée. Une contrainte de traction diminue de façon importante la durée de vie, une contrainte de compression (jusqu'à un certain niveau) l'augmente très faiblement.

La limite d'endurance σ_D est aussi modifiée par la superposition d'une contrainte moyenne non nulle. Certains auteurs ont cherché à représenter l'ensemble de ces limites d'endurance

sur différents diagrammes qui ont pris le nom de diagramme d'endurance. Une présentation du diagramme de *Haigh* déterminée à partir des essais de sollicitations uniaxiales, est donnée au paragraphe suivant :

Diagramme de Haigh [3]

Sur ce diagramme, l'amplitude de contrainte est représentée en fonction de la contrainte moyenne à laquelle a été réalisé l'essai de fatigue (figure I-6). Deux points particuliers sont à considérer :

- Le point A représente la limite d'endurance σ_D en sollicitation purement alternée.
- Le point B représente le comportement limite du matériau pour une contrainte alternée nulle. Ce point correspond donc à la contrainte de rupture du matériau au cours d'un essai statique.

L'ensemble des limites d'endurance observées pour diverses valeurs de la contrainte moyenne se place alors sur la courbe AB ajustée en fonction des résultats d'essais

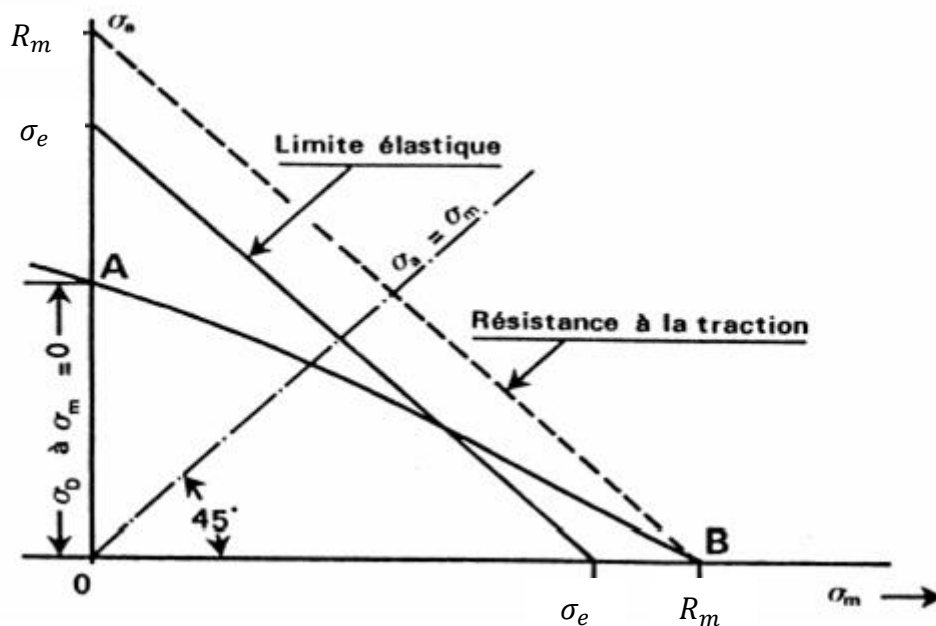


Figure I-6. Représentation du diagramme de Haigh.

Il existe différentes représentations de la courbe AB et sont montrées sur la figure I.7.

• **La droite de GOODMAN**

$$\sigma_a = \sigma_D \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right) \tag{1-10}$$

Cette représentation détermine le domaine de non rupture établi à partir des essais expérimentaux uniaxiaux. Le point d'intersection entre la droite et l'axe des contraintes alternées correspond à la limite d'endurance σ_D avec une contrainte moyenne nulle ; le deuxième point correspond à la contrainte R_m avec une contrainte alternée nulle.

- **La parabole de GERBER**

$$\sigma_a = \sigma_D \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 \right] \quad (I-11)$$

De la même façon que la précédente, cette représentation détermine le domaine de non rupture.

- **La droite de SÖDERBERG**

$$\sigma_a = \sigma_D \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \right) \quad (I-12)$$

La droite de **SÖDERBERG** a diminué le domaine de non rupture en utilisant la limite d'élasticité au lieu de la contrainte à la rupture, ceci présente une zone très sécurisée par rapport aux deux présentations précédentes.

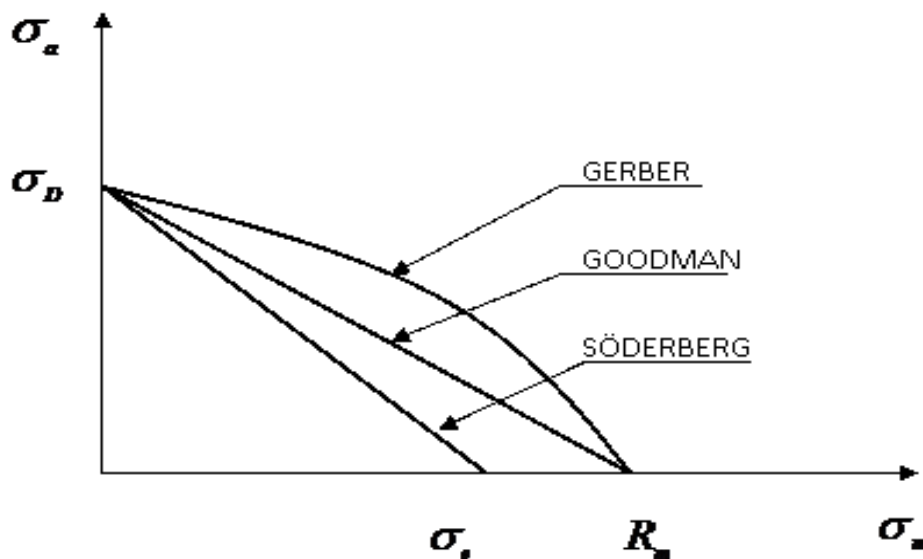


Figure I-7. Représentation de GERBER, GOODMAN et SÖDERBERG sur le diagramme de Haigh [4]

I-6. Concentration de contraintes

I-6-a. Coefficient théorique de concentration de contraintes K_t [2]

L'indice « t » est employé pour indiquer que ces coefficients sont théoriques et que leur calcul repose sur les hypothèses de la théorie de l'élasticité.

Une expression mathématique a été donnée par *Peterson* à la suite des travaux de *Neuber*, pour des formes de pièces simples. Pour les cas en traction, il propose la relation suivante :

$$K_t = 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (I-13)$$

La figure I-8 représente les dimensions suivantes : a étant la demi-longueur de l'entaille et ρ le rayon de courbure de l'entaille.

Dans le cas d'un trou. On a : $a = \rho$ d'où $K_t = 3$

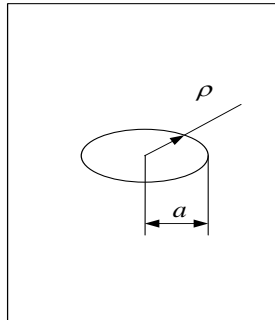


Figure I-8. Schéma présentant les dimensions de l'entaille

K_t est défini comme le rapport de la contrainte maximale réelle dans la zone de discontinuité (entaille, trou) à la contrainte dans la section nette (figure I-9) :

$$K_t = \frac{\sigma_{réelle}}{\sigma_{nom}} \quad (I.14)$$

$\sigma_{réelle}$ est calculable par les méthodes numériques comme la méthode des éléments finis ou par les méthodes analytiques pour les géométries simples. Elle est également mesurable par les techniques d'analyses de contraintes expérimentales. σ_{nom} est calculable à l'aide des formules de résistance des matériaux, en considérant la pièce comme une barre ou une plaque sans prendre en compte la discontinuité géométrique.

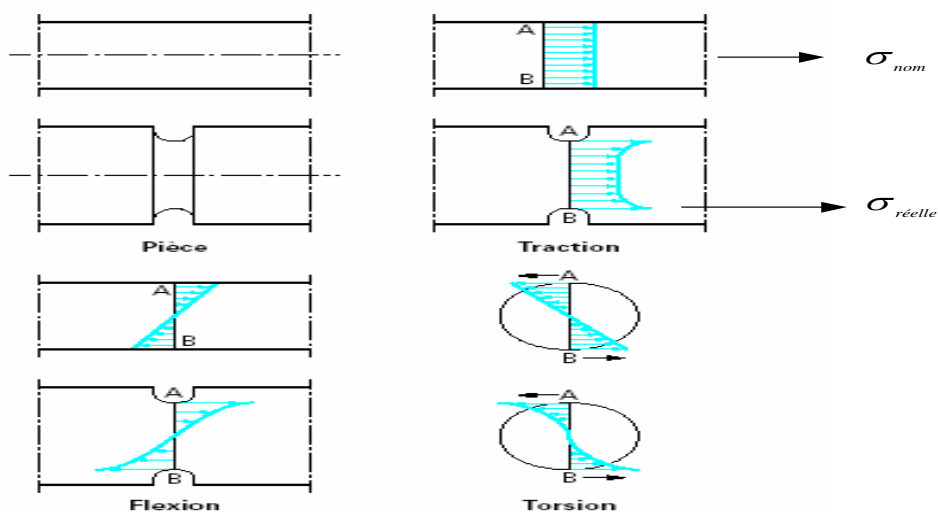


Figure I-9. Champ de contraintes dans différents cas de pièces lisses ou entaillées [4]

I-7-2. Coefficient effectif de concentration de contraintes K_f [2]

Par définition, la limite d'endurance en fatigue d'une pièce est la valeur de la sollicitation alternée en-dessous de laquelle un métal peut supporter un nombre illimité de cycles.

Dans certains cas, cette limite n'existe pas (pour certains alliages d'aluminium par exemple) ; une valeur de résistance à la fatigue conventionnelle est alors adoptée.

K_f est défini comme le rapport de la limite d'endurance d'un échantillon lisse σ_D , à la limite d'endurance de l'échantillon possédant des foyers de concentration de contraintes σ'_D de même section de travail [5] figure I-10 :

$$K_f = \frac{\sigma_D}{\sigma'_D} \tag{I-15}$$

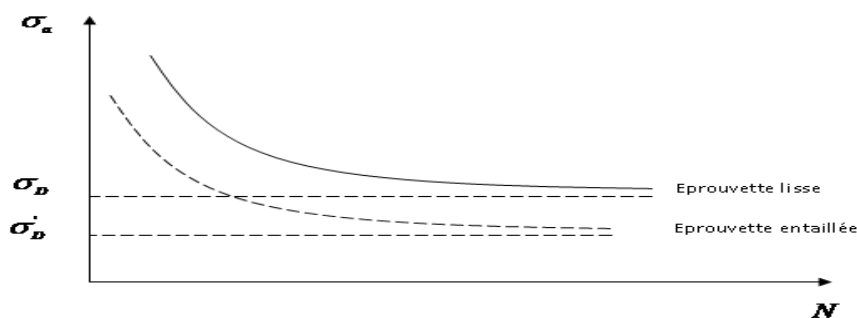


Figure I-10. Limites d'endurance pour éprouvettes lisses et entaillées.

I-7. Amorçage des fissures par fatigue

L'observation de fissuration dans les structures soumises à la fatigue montre que le processus qui conduit à la ruine peut être décomposé en plusieurs stades. Tout d'abord, dans les zones où le matériau est le plus sollicité, des microfissures apparaissent (stade I), puis, elles se développent et coalescent les unes avec les autres jusqu'à ce qu'elles forment une fissure de taille macroscopique comme montre la figure I-11 [6] (stade II). Enfin, cette fissure se propage jusqu'à la ruine de la structure. Le premier stade peut prendre 90% de la durée de vie de la structure [4].

Les durées relatives de ces deux stades dépendent principalement de l'acuité de l'entaille. Si celle-ci est très aiguë, le deuxième stade peut intervenir relativement très tôt. Sur éprouvettes lisses ou entaillées mécaniquement, l'amorçage est défini par l'apparition d'une fissure principale dont la taille dépend de la finesse des moyens de détection utilisés. Sa profondeur est d'environ de 0.1 mm et 1 mm.

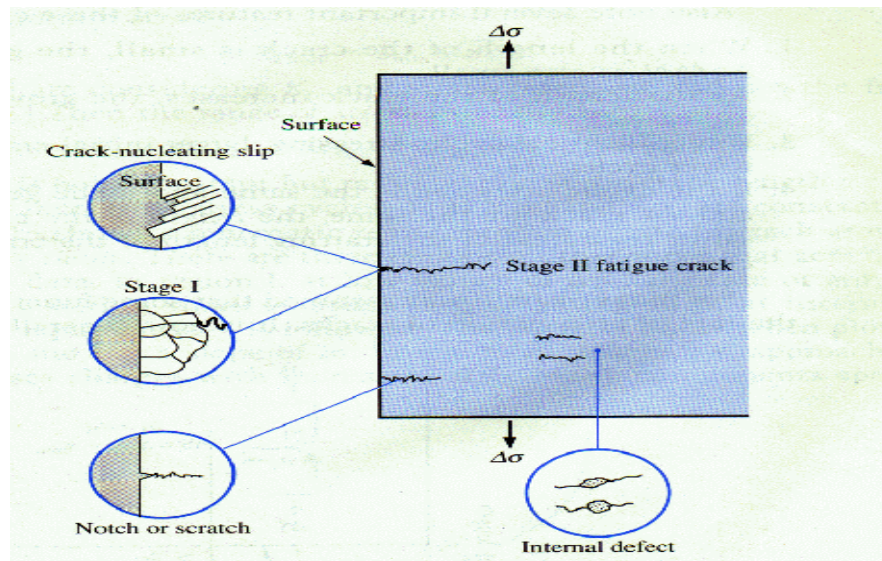


Figure I-11. Amorçage et propagation des fissures.

I-8. Critères de plasticité

I-8-1. Critère de Von Mises

Ce critère permet de déterminer le seuil d'écoulement plastique d'un matériau métallique isotrope. C'est un critère énergétique. Le matériau est supposé entrer en plasticité lorsque son énergie de cisaillement atteint une valeur seuil.

Le critère de Von Mises s'établit, en fonction des contraintes principales, comme suit [7] :

$$\sigma_{eqVM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (I-16)$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots$ sont les contraintes principales

- Si : $\sigma_{eqVM} < \sigma_e$ le comportement est élastique
 $\sigma_{eqVM} > \sigma_e$ le comportement est plastique

I-8-2. Critère de Tresca

Le critère de Tresca est aussi employé pour les métaux isotropes, c'est un critère qui est établi dans la base principale du tenseur de contrainte. La plasticité est supposée se produire lorsque la contrainte de cisaillement maximale atteint une valeur seuil.

Le critère de Tresca s'écrit [7] :

$$\sigma \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \text{ Avec } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Si : $|\sigma_1 - \sigma_3| < \sigma_e$ le comportement est élastique.

$|\sigma_1 - \sigma_3| = \sigma_e$ Écoulement plastique.

La figure I-12 représente graphiquement les deux critères [8].

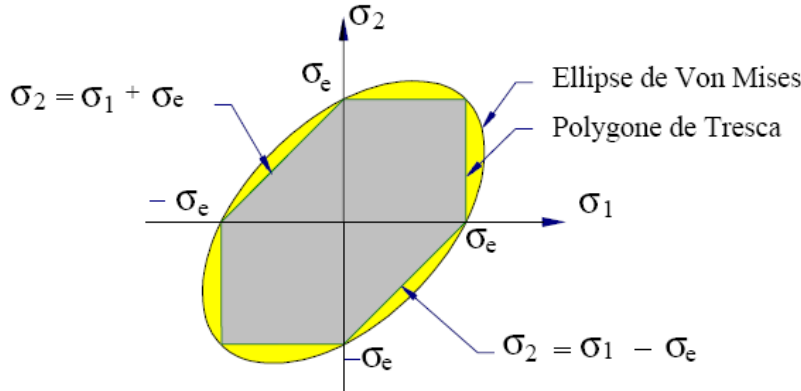


Figure I-12. Représentation graphique des critères de Tresca et Von Mises (en contraintes planes).

Compte tenu de la simplicité de sa forme, le critère de Von Mises est d'emploi plus facile que celui de Tresca.

I-9. Critères de fatigue multiaxiaux

I-9-1. Formalisme d'un critère de fatigue

Dans le cas général, un critère de fatigue met en relation des grandeurs issus des cycles de contraintes (amplitude, valeur moyenne, valeur maximale,...) et des limites d'endurance suivant plusieurs modes de sollicitations simples (traction alternée symétrique σ_{-1} flexion alternée symétrique f_{-1} traction répétée σ_0 flexion répétée f_0 torsion alternée symétrique τ_{-1}, \dots). Un critère de fatigue peut donc être représenté à l'aide d'une fonction de fatigue, cette dernière est prise égale à l'unité lorsque la limite d'endurance ou la limite de fatigue du matériau est atteinte :

$$E = \left([\sigma_{ij}(t)]_T, \sigma_{-1}, f_{-1}, f_0, \tau_{-1} \right) = 1 \quad (\text{I-17})$$

Cette relation de fatigue traduit, par la fonction E [9], le caractère plus ou moins endommageant du cycle de contrainte appliqué [10]. Cette fonction peut prendre trois cas à savoir :

- $E < 1$: le critère de fatigue prévoit l'amorçage d'une fissure au delà du nombre N cycles définissant l'endurance du matériau.
- $E > 1$: le critère prévoit au contraire l'apparition d'une fissure avant l'application de N cycles au seuil d'endurance.

- $E = 1$: la durée de vie de matériau soumis au cycle multiaxial considéré coïncide avec la durée de vie du matériau, correspondante aux limites d'endurance utilisées pour calculer E .

Les critères multiaxiaux de fatigue rencontrés dans la littérature sont généralement établis pour le dimensionnement des structures soumises à des chargements cycliques multiaxiaux. Leur rôle est de situer tout cycle multiaxial de contraintes par rapport à la limite d'endurance du matériau. Ils sont applicables dans le domaine de la fatigue à endurance limitée.

Un critère de fatigue est un seuil, défini par un formalisme mathématique pour une durée de vie fixée et un matériau donné, séparant l'état où la pièce est non fissurée de l'état où elle est fissurée par fatigue. Il s'applique en tout point P (état de contraintes) de la pièce considérée. Si dans l'espace du critère le point P (figure I-13) a pour image M sous le seuil, il n'y a pas fissuration par fatigue avant le nombre de cycles considéré, si cette image est au-delà du seuil, il y a fissuration par fatigue [10].

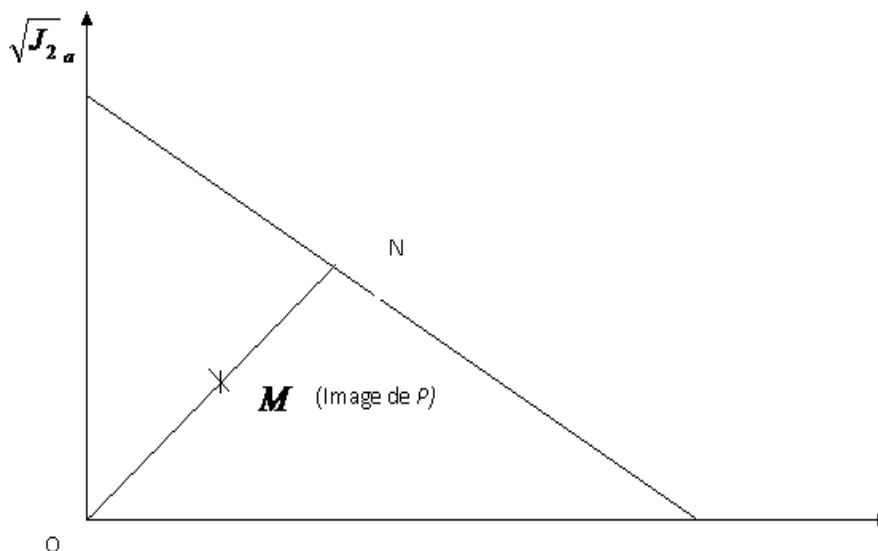


Figure I-13. Représentation d'un critère de fatigue (exemple du critère de Crossland)

Le rapport : $\frac{OM}{ON}$ représente un coefficient de sécurité

Les critères de fatigue peuvent être décomposés en trois grandes familles : les critères empiriques, les critères du type plan critique et les critères d'approche globale P_{Hmax}

I-9.2. Critères empiriques

Ces formalismes sont issus de résultats expérimentaux obtenus par l'application des sollicitations uniaxiales et parfois multiaxiales dans le domaine de l'endurance et pour un matériau donné, parmi ces critères on cite :

I-9.2-a .Critère de Gough et Pollard (1935) [11]

Les auteurs de ces critères inspirent leurs formules à partir des essais de flexion et torsion, ils présentent deux formulations sous formes d'ellipse, la première est destinée aux matériaux ductiles, tandis que la deuxième est destinée aux matériaux fragiles :

$$\left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1 \quad (I-18)$$

$$\frac{\tau_a^2}{\tau_{-1}^2} + \left(\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right) \left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 + \left(2 - \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}}\right) \left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right) = 1 \quad (I-19)$$

Gough et Pollard ont conclu que l'influence d'une traction statique superposée à une flexion alternée est négligeable du point de vue de résistance à la fatigue.

La figure I-14 représente la zone de non rupture

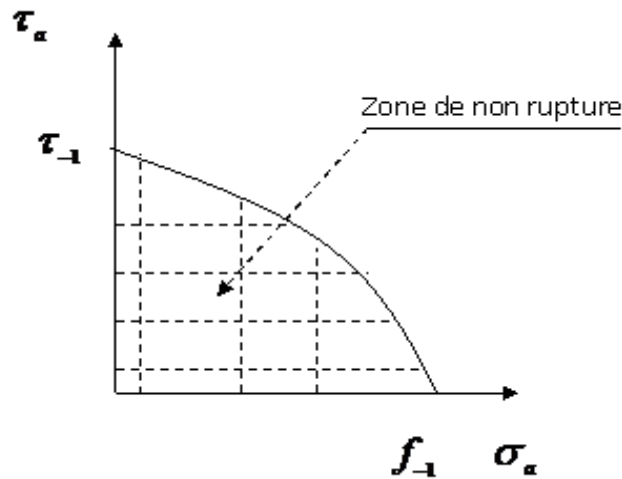


Figure I-14. Zone de non rupture

I-9.2-b. Critère de Hohenemser et Prager (1933) [10-11]

Ce critère est obtenu à partir des essais de traction-torsion (ou de cisaillement) pour lesquels la contrainte de torsion est variable et la contrainte normale de traction σ_n est statique :

$$\left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 + \frac{\sigma_n}{R_m} \leq 1 \quad (I-20)$$

I-9.2-c. Critère de Davies (1935)[12]

L'auteur de ce critère adopte une formulation semblable à celle de Hohenemser – Prager. Il ne modélise plus l'évolution de l'amplitude du cisaillement admissible en fonction d'une contrainte normale statique σ_n mais l'inverse, Il observe l'amplitude de la contrainte de cisaillement statique τ_m . Il établit le modèle suivant :

$$\left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 + \frac{\tau_m}{\tau_u} \leq 1 \quad (I-21)$$

I-9.2-d. Critère de Nishihara et Kawamoto (1941) [12]

Les auteurs proposent deux modèles issus de leurs expériences qui se distinguent par le rapport f_{-1}/τ_{-1} . Les deux modèles s'écrivent :

$$E_{NK} = \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 \quad \text{si } \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \geq \sqrt{3} \quad (\text{I-22})$$

$$E_{NK} = \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 + \frac{1}{2} \left[3 - \left(\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 \right] \frac{f_a}{f_{-1}} + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 \right] \left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 \quad \text{si } \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \leq \sqrt{3} \quad (\text{I-23})$$

I-9.2-e. Critère de Lee1 (1980) [12]

L'auteur propose un critère provenant des essais de flexion-torsion hors phase. Il propose un exposant dépendant du déphasage entre les sollicitations. Sa relation est donnée par la formule suivante:

$$E_{Lee1} = f_a \left[1 + \left(\frac{\tau_a \cdot f_{-1}}{f_a \cdot \tau_{-1}}\right)^\alpha \right]^{1/\alpha} \quad (\text{I-24})$$

Avec $\alpha = 2(1 - \beta \sin \Phi)$ et Φ est l'angle de déphasage.

I-9.2-f. Critère de Lee2 (1989) [13].

L'auteur fait introduire l'influence de la contrainte moyenne de flexion. Son critère s'écrit donc :

$$E_{Lee2} = \frac{E_{Lee1}}{\left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{R_m}\right)^n \right]} \quad (\text{I-25})$$

Où n est un exposant compris entre 1 et 2.

I-9-3. Critères de type plan critique

Ces auteurs considèrent que l'endommagement de la matière est localisé sur un plan dit critique, qui dépend du cycle multiaxial considéré. La définition du plan critique supposé porter la fissure, est basée sur le choix des paramètres des contraintes s'exerçant sur ce plan et des paramètres issus des invariants du tenseur de contraintes ou de son déviateur [10].

Les contraintes intervenant dans ce type de critère sont les contraintes normales et tangentielles agissant sur le plan critique P_c de normale \vec{n} (figure I-15). Cette normale est définie par les angles θ et ϕ par rapport à un repère fixe lié à la matière. Le vecteur contrainte \vec{S}_n en tout point (O) lié à la direction \vec{n} se définit suivant la relation suivante :

$$\vec{S}_n(0) = \bar{\sigma}(0) \cdot \vec{n} \quad (I-26)$$

La composante normale de $\vec{\sigma}_n$ du vecteur contrainte \vec{S}_n s'écrit :

$$\vec{\sigma}_n = (\vec{n}^t \cdot \bar{\sigma} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n} \quad (I-27)$$

Sur un cycle de chargement (de période T), on peut définir alors :

- La contrainte normale maximale : $\sigma_n^{max} = \max(\sigma_n(t))$
- La contrainte normale minimale : $\sigma_n^{min} = \min(\sigma_n(t))$
- La contrainte normale moyenne : $\bar{\sigma}_n = \frac{1}{T} \int_T \sigma_n(t) \cdot dt$
- L'amplitude de la contrainte normale : $\sigma_{n,a} = \frac{|\sigma_n^{max} - \sigma_n^{min}|}{2}$

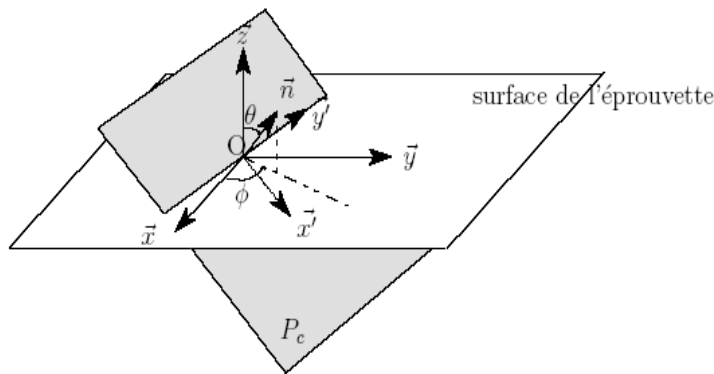


Figure I-15. Orientation du plan critique P_c au point O considéré.

Le vecteur contrainte de cisaillement \vec{C}_n associé au vecteur contrainte \vec{S}_n est donné par la relation :

$$\vec{C}_n(t) = \vec{\sigma}_n \cdot \vec{n} = (\vec{n}^t \cdot \bar{\sigma} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n} \quad (I-28)$$

Sur un cycle de chargement, l'extrémité du vecteur cisaillement décrit une courbe fermée (Figure I-15), l'amplitude C_a est le rayon du plus petit cercle circonscrit à ce trajet. Le cisaillement moyen C_m durant ce trajet est la distance au centre de ce cercle (distance OO_1).

Avec ces notations on peut également définir la partie alternée du cisaillement à l'instant t

$$\vec{C}_a(t) = \vec{C}(t) - \vec{C}_m \text{ encore appelée partie dynamique du cisaillement (figure I-15)}$$

On appellera scission résolue $\tau(t)$ la projection du vecteur cisaillement $\vec{C}(t)$ sur une droite L du plan matériel considéré, ou $\vec{m}(\Psi)$ est le vecteur unitaire orientant cette droite, faisant un angle Ψ avec l'axe ox du repère $(0, \vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$ contenu dans le plan P_c

$$\tau(t) = \vec{C}(t) \cdot \vec{m} \quad (\text{I-29})$$

L'amplitude de la scission agissant sur P_c dans la direction L est définie par la relation :

$$\tau_a(\phi, \theta, \psi) = \frac{1}{2} \left[\max_{t \in T} \tau(\phi, \theta, \psi, t) - \min_{t \in T} \tau(\phi, \theta, \psi, t) \right] \quad (\text{I-30})$$

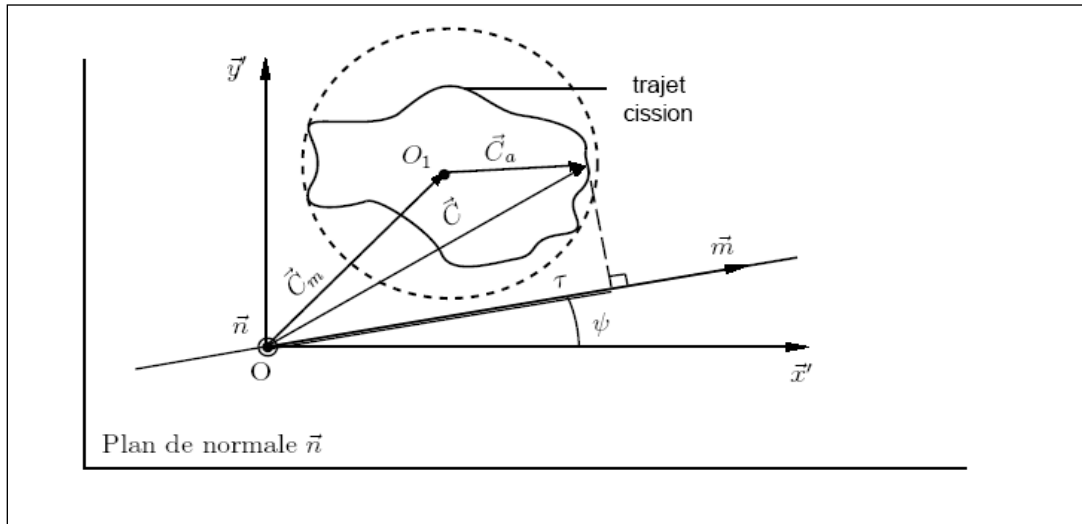


Figure I-16. Définition des termes relatifs à la contrainte de cisson

I-9-3-a. Critère de Stulen et Cummings (1954) [11]

Ce critère recherche le plan critique en balayant tous les plans possibles afin de trouver celui où la quantité P_c ci-dessous est maximale :

$$P_c = \max \left| \frac{\tau_a}{\beta - \alpha \sigma_n^{max}} \right| \quad (\text{I-31})$$

La fonction de fatigue s'obtient, sur le plan critique de la façon suivante :

$$\frac{\tau_a - \alpha \sigma_n^{max}}{\beta} \leq 1 \quad (\text{I-32})$$

Les constantes α , β ont été déterminées à partir de deux limites de fatigue σ_{-1} et τ_{-1} du matériau respectivement en traction et en torsion alternées symétriques :

$$\alpha = \frac{\frac{\sigma_{-1} - 2}{\tau_{-1}}}{2 \sqrt{\frac{\sigma_{-1} - 1}{\tau_{-1}}}} \quad (\text{I-33})$$

$$\beta = \frac{\tau_{-1}}{2 \sqrt{\frac{\sigma_{-1} - 1}{\tau_{-1}}}} \quad (\text{I-34})$$

I-9-3-b. Critère de Findley (1957) [9-14]

Il est semblable à celui de Stulen et Cummings, il s'en différencie par le choix du plan critique, obtenu en recherchant le plan où la combinaison linéaire $\tau_a + \alpha\sigma_n^{max}$ est maximale.

Le critère s'écrit par la relation suivante :

$$\tau_a + \alpha\sigma_n^{max} \leq \beta \quad (I-35)$$

Les constantes α, β sont déterminées par les relations suivantes :

$$\alpha = \frac{\frac{2\tau_{-1}-1}{f-1}}{\sqrt{1-\left(\frac{2\tau_{-1}-1}{f-1}\right)^2}} \quad (I-36)$$

$$\beta = \frac{\tau_{-1}}{\sqrt{1-\left(\frac{2\tau_{-1}-1}{f-1}\right)^2}} \quad (I-37)$$

I-9-3-c. Critère de Dang-Van 1 (1973) [15-16]

Il existe deux versions de ce critère, la première version utilise les grandeurs macroscopiques des contraintes qui sont la partie alternée du cisaillement et la pression hydrostatique. La fonction de fatigue est une maximisation d'un indicateur de dommage par le plan défini par :

$$E_{DV1} = \max_t \left\{ \frac{\tau_a(t) + \alpha P_H(t)}{\beta} \right\} \quad (I-38)$$

$$\text{Avec} \quad P_H(t) = \frac{\sigma_{11}(t) + \sigma_{22}(t) + \sigma_{33}(t)}{3}$$

Les constantes α, β sont déterminées par :

$$\alpha = 3 \left(\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \quad (I-39)$$

$$\beta = \tau_{-1} \quad (I-40)$$

La condition de validité de cette version du critère est :

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2} \quad (I-41)$$

Avec τ_{-1} et σ_{-1} sont respectivement les limites d'endurance en torsion alternée et flexion plane symétrique.

La deuxième version du critère a pour objectif d'accélérer les calculs en évitant de balayer de l'ensemble des plans physiques pour la détermination du plan critique, en introduisant la racine carrée du second invariant du déviateur de contraintes . Cette version garde les mêmes relations pour déterminer les constantes α, β .

I-9-3-d. Critère de Matake (1977) [12-17]

Matake a formulé son critère à la base de ceux de Stulen – Cummings et de Findly. La différence réside dans le choix du plan critique, celui où l'amplitude de cisaillement est maximale dans le plan normal ; la fonction de fatigue est donnée par :

$$\tau_a + \alpha \sigma_n^{max} \leq \beta \quad (I-42)$$

Les constantes α, β sont déterminées par :

$$\alpha = \frac{\tau_{-1} - \frac{f-1}{2}}{\frac{f-1}{2}} \quad (I-43)$$

$$\beta = \tau_{-1} \quad (I-44)$$

I-9-3-e. Critère de Dang-Van 2 (1989)

L'objectif de cette version est d'accélérer les calculs en évitant le balayage de tous les plans, la fonction de fatigue devient:

$$E_{DV2} = Max_t = \frac{\tau_{pr}(t) + \alpha P_H(t)}{\beta} \quad (I-45)$$

Avec $\tau_{pr}(t) = 1/2 Max(|S_{Ia} - S_{IIa}|, |S_{IIa} - S_{IIIa}|, |S_{IIIa} - S_{Ia}|)$

Où $S_{Ia}, S_{IIa}, S_{IIIa}$ sont les valeurs principales du tenseur déviateur des contraintes alternées.

Les deux constantes α et β ainsi que le domaine de validité ($\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}$) restent inchangés pour le critère, par rapport au critère Dang Van 1.

I-9-3-f. Critère de Mc Dirmid 1 (1973) [12]

L'auteur a proposé la formule de fatigue suivante:

$$E_{MD1} = \frac{\tau_a - B(\sigma_{n,a})^{3/2}}{A} \quad (I-46)$$

A et B sont des constantes déterminées en vérifiant le critère à $E_{MD1} = 1$, et pour les limites de fatigue en traction et en torsion alternée, les constantes sont données par:

$$\begin{cases} A = \tau_{-1} \\ B = \frac{\tau_{-1} \cdot \frac{\sigma_{-1}}{2}}{(\frac{\sigma_{-1}}{2})^{3/2}} \end{cases} \quad (I-47)$$

Le critère est vérifié sous la condition: $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}$

I-9-3-g. Critère de Mc Dirmid 2 (1974) [12]

Dans ce cas, l'auteur a introduit l'effet de la contrainte moyenne, la nouvelle formule du critère s'écrit de la façon suivante:

$$E_{MD2} = \frac{\left(1 - \frac{2\sigma_n}{R_m}\right)^{1/2} \cdot \tau_a + B(\sigma_{n,a})^{3/2}}{A} \quad (I-48)$$

Le critère est valable pour $\begin{cases} \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2} \\ \frac{\sigma_n}{R_m} > \frac{1}{2} \end{cases}$

I-9-3-h. Critère de Yokobori 1966[12]

Ce critère détermine la plan critique par:

$$E_h = \frac{Max_t(\tau_h(t)) + \alpha\sigma_{hhm}}{\beta} \quad (I-49)$$

Le critère a pour fonction $E_{YK} = Max_t(E_h)$.

La détermination des constantes se fait par le calage du critère en utilisant les deux limites de fatigue en torsion et en traction, avec la condition de $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}$ ce qui donne:

$$\begin{cases} \alpha = 2 \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1 \\ \beta = \tau_{-1} \end{cases} \quad (I-50)$$

I-9-4. Critères d'approche globale

Ces critères sont basés sur les invariants du tenseur des contraintes ou de leurs déviateurs, sur la moyenne quadratique d'un indicateur d'endommagement par plan ou encore sur un concept énergétique. Ils possèdent tous un caractère global de leur formulation.

Certains auteurs introduisent uniquement le premier invariant du tenseur de contraintes ou le deuxième invariant du tenseur déviateur. Ces critères peuvent être considérés comme une approche intermédiaire entre les critères de type plan critique et ceux d'approche globale, car ces deux termes de contraintes sont proportionnels aux contraintes normales et tangentielles qui agissent sur le plan octaédrique, plan évidemment plus particulier.

I-9-4-a. Critère de Marin (1956)[17]

C'est une généralisation de l'ellipse de Marin qui est une relation uniaxiale traduisant l'influence de la contrainte moyenne de traction sur la limite d'endurance en traction – compression asymétrique pour un état de contraintes multiaxiales. Marin reprend la même relation en remplaçant la contrainte de traction par la racine carrée du second invariant J_2 du déviateur des contraintes et un facteur multiplicateur près, on obtient le critère suivant :

$$\left| \frac{\sqrt{3}}{f} \xi_a \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{3}}{R_m} \xi_m \right|^2 \leq 1 \quad (I-51)$$

ξ_a et ξ_m Sont respectivement l'amplitude et la contrainte moyenne de $\sqrt{J_2}$.

Le facteur $\sqrt{3}$ est nécessaire pour ce critère

I-9-4-b .Critère de Sines (1955) [16-17]

Selon Sines la contrainte équivalente est une combinaison linéaire de τ_a , amplitude de $\sqrt{J_2}$, et de P_m qui est la valeur moyenne de la pression hydrostatique. Ce critère est représenté sur la figure I-17.

$$\tau_a + aP_m \leq b \tag{I-52}$$

Les constantes a , b sont identifiables par des essais en torsion alternée et en flexion répétée :

$$b = \tau_{-1} \tag{I-53}$$

$$a = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_0}{\sqrt{3}}}{\frac{f_0}{3}} \tag{I-54}$$

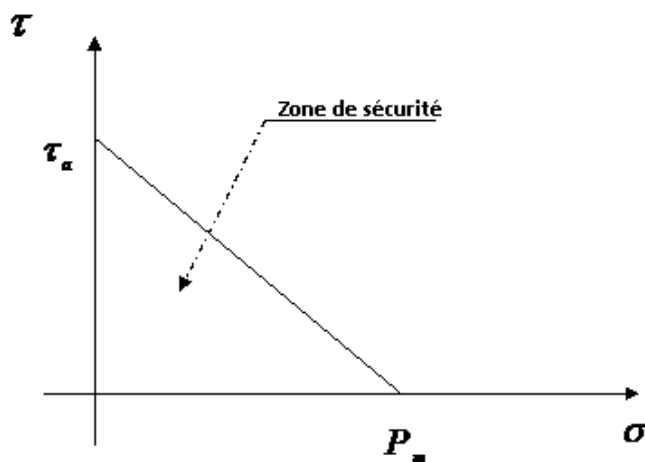


Figure I-17. Diagramme de Sines

I-9-4-c. Critère de Crossland (1956)

Ce critère sera étudié au prochain chapitre. Il a fait l'objet des essais de simulation sur des éprouvettes sollicitées en chargement multiaxial en vue de prévoir leurs durées de vie.

I-9-4-d. Critère de Kakunu-Kawada(1979) [18]

Ce critère s'écrit de la façon suivante :

$$\xi_a + aP_m + cP \leq b \tag{I-55}$$

$$b = \tau_{-1}$$

$$a = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_0}{\sqrt{3}}}{\frac{f_0}{3}} - c \tag{I-56}$$

$$c = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_0}{\sqrt{3}}}{\frac{f_0}{\sqrt{3}}} \tag{I-57}$$

Ce critère est une synthèse des critères de Sines et de Crossland, son inconvénient majeur c'est qu'il nécessite l'identification d'une constante supplémentaire.

I-9-4-e. Critère de Deitman et Isseler (1974)[13]

Les auteurs de ce critère s'inspirent de la modélisation du diagramme de Haigh par la parabole de GERBER et proposent la formule du critère comme suit:

$$E_{DI} = \left[\frac{\sqrt{3}\sqrt{J_{2a}}}{f_{-1}} \right] + 3 \frac{P_{Hm}}{R_m} \quad (I-58)$$

I-9-4-f. Critère de Kinasushvili (1976)[12]

L'auteur a déterminé son critère en introduisant le deuxième invariant des parties moyennes de J_{2m} et la partie alternée J_{2a} du tenseur déviateur des contraintes. La formule est donnée par:

$$E_{KS} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{J_{2a}}}{\alpha} + \beta\sqrt{J_{2m}} \quad (I-59)$$

Les constantes du critère sont données par :

$$\begin{cases} \alpha = \sigma_{-1} \\ \beta = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_a}{\sigma_{-1}\sigma_a} \end{cases} \quad (I-60)$$

I-9-4-g. Critère de Papadopoulos (1984)[19]

Ce critère est proche de celui de Dang Van 2, sa formule est donnée par:

$$E_{PA} = \frac{K^* + \alpha P_{Hmax}}{\beta} \quad (I-61)$$

Ou $K^* = \text{Max}_t(\sqrt{J_{2m}(t)})$

K^* est le rayon de la plus petite hyper-sphère contenant du cycle multiaxial de contraintes dans l'espace du déviateur des contraintes. Dans le cas de chargements proportionnels, ce critère coïncide avec celui de Crossland puisque $\text{Max}_t\sqrt{J_2(t)} = \sqrt{J_{2a}}$

Les constantes du critère sont déterminées par des essais simples (traction, torsion):

$$\begin{cases} \beta = \tau_{-1} \\ \alpha = 3 \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{3} \end{cases} \quad (I-62)$$

Le critère est valable si $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

I-10. Méthodes de calcul de durée de vie :

Les méthodes de prévision de durées de vie les plus couramment publiées sont diverses. On distingue trois types d'approches : les approches en déformation, les approches en contrainte et celles en énergie [20].

I-10-1. Les approches en déformation

Ce type d'approches est issu de la fatigue oligocyclique (forte plasticité) ou les essais sont réalisés à déformation imposée. Parmi les approches rencontrées de cette famille, on peut citer : celles dérivées de la courbe de Manson-Coffin-Basquin (1965), la méthode de Wang - Brown et celle de Fatemie – Socie.

Nous ne développerons que la première méthode [1-5-20]:

L'application de cette règle se fait à l'aide de l'équation suivante :

$$\Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon = K_t^2 \Delta\sigma_N \cdot \Delta\varepsilon_N \tag{I-63}$$

Pour un chargement nominal élastique on a :

$$\Delta\varepsilon_N = \frac{\Delta\sigma}{E}$$

Donc :

$$\Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon = K_t^2 \frac{\Delta\sigma^2}{E} \tag{I-64}$$

La courbe d'érouissage cyclique issue des essais sur éprouvettes est présentée sur la figure I-18. Elle est formulée par la relation suivante :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon^e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{1/m} \tag{I-65}$$

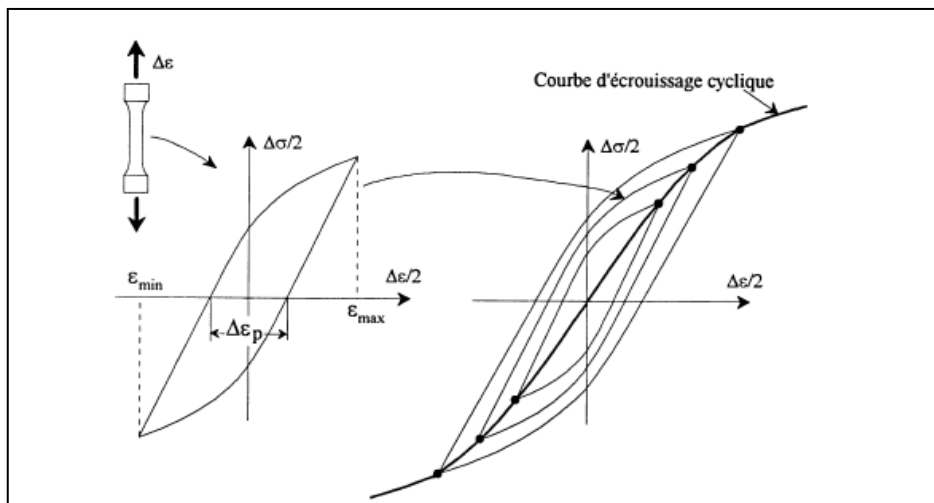


Figure I-18. Construction de la courbe d'érouissage cyclique.

La combinaison des deux équations (I-63) et (I-64) permet de déterminer l'état de contrainte locale. En introduisant l'équation de Manson-Coffin et de Basquin :

$$\frac{\Delta\varepsilon^p}{2} = \varepsilon_f' (2N_e)^c \quad ; \quad \frac{\Delta\varepsilon^e}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_a)^b$$

La relation (I-65) permet de déterminer le nombre de cycles à l'amorçage N_a :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} + \frac{\Delta\varepsilon^e}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_a)^b + \varepsilon_f' (2N_e)^c \quad (\text{I-66})$$

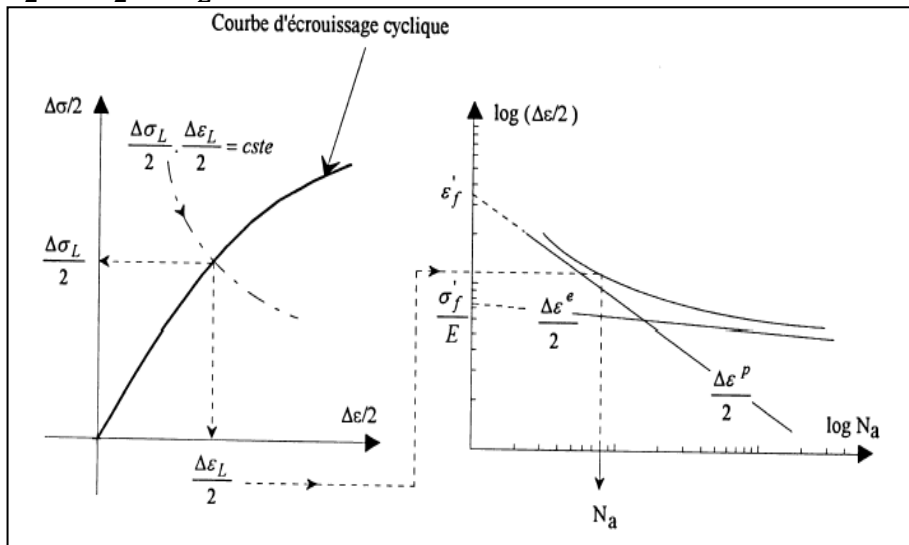


Figure I-19. Procédure de calcul de N_a avec l'approche de Neuber

Connaissant les caractéristiques du matériau (coefficient d'écrouissage cyclique et courbe de Manson-Coffin), K_t et le chargement nominal, on peut prévoir le nombre de cycles à l'amorçage.

I-10-2. Les approches en contraintes [20]

Ces approches sont issues du domaine de la fatigue à endurance dans lequel les essais sont réalisés aux efforts imposés, on peut citer : la proposition de Macha et Bedkowsky, celle de Robert et la proposition de Morel. La figure I-20 présente l'organigramme de Macha et Bedkowsky.

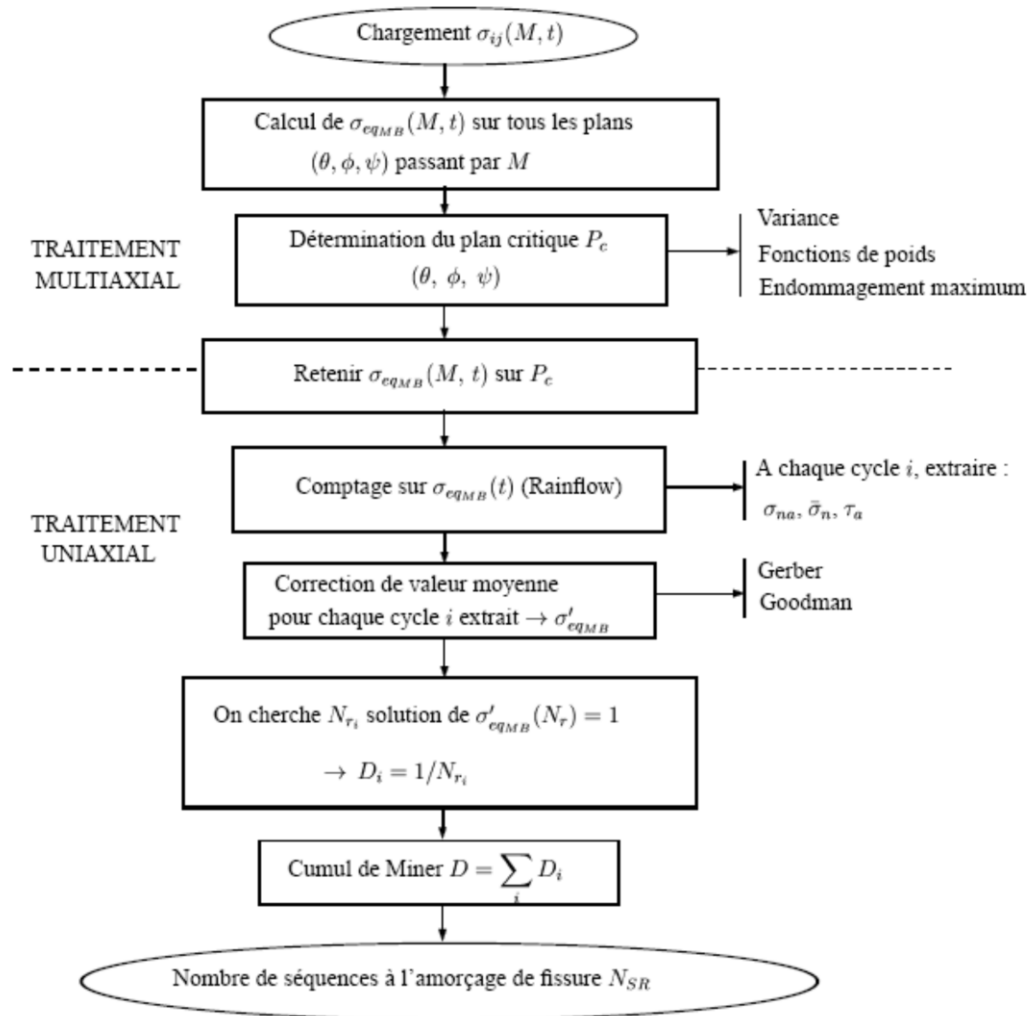


Figure I-20. Organigramme de la méthode de Macha et Bedkowsky

I-10-3. Les approches énergétiques [20]

Elles sont issues du domaine de la fatigue à endurance, parmi les méthodes qui entrent dans cette famille : la méthode de Bannantine et celle de Lagoda – Macha. La figure I-21 présente l’organigramme de Bannantine.

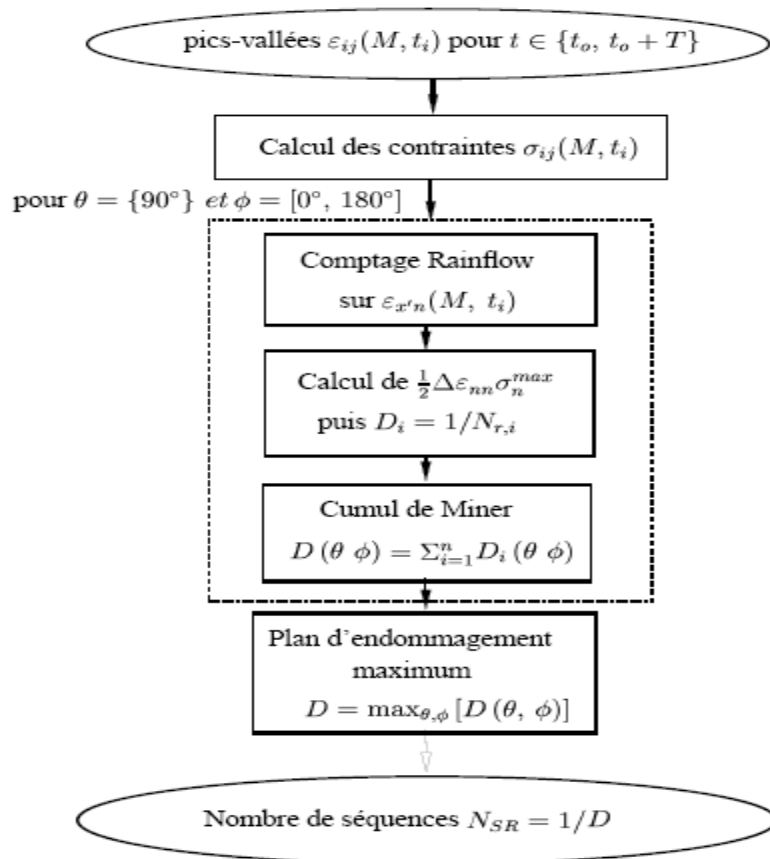


Figure I-21. Organigramme de la méthode de Bannantine

I-11. Endommagement en fatigue

I-11-1. Chargement multiaxial de fatigue

Le chargement le plus complexe et par conséquent le plus difficile à analyser est celui d'une sollicitation multiaxiale ou aléatoire. Le caractère multiaxial provient généralement de l'existence de plusieurs points de sollicitations qui sont appliquées selon des directions différentes. L'aspect aléatoire est lié pour sa part à la nature imprévisible des sollicitations. Les structures d'automobile sont un exemple typique. La conduite pratiquée et le relief du sol sur lequel évolue le véhicule donnent lieu à des séquences de chargements multiaxiaux d'amplitudes variables pour des éléments tels que les triangles de suspension, les berceaux moteurs et les éléments du châssis.

I-11.2. Méthode de comptage des cycles "Rainflow"

Un chargement est généralement présenté sous forme de spectre dont l'amplitude et la contrainte moyenne sont variables. Une méthode de comptage des cycles permet de décomposer

ce spectre en blocs élémentaires dont l'amplitude et la contrainte moyenne sont connues. La figure I-22 [20] représente un spectre réel de chargement d'amplitude variable.

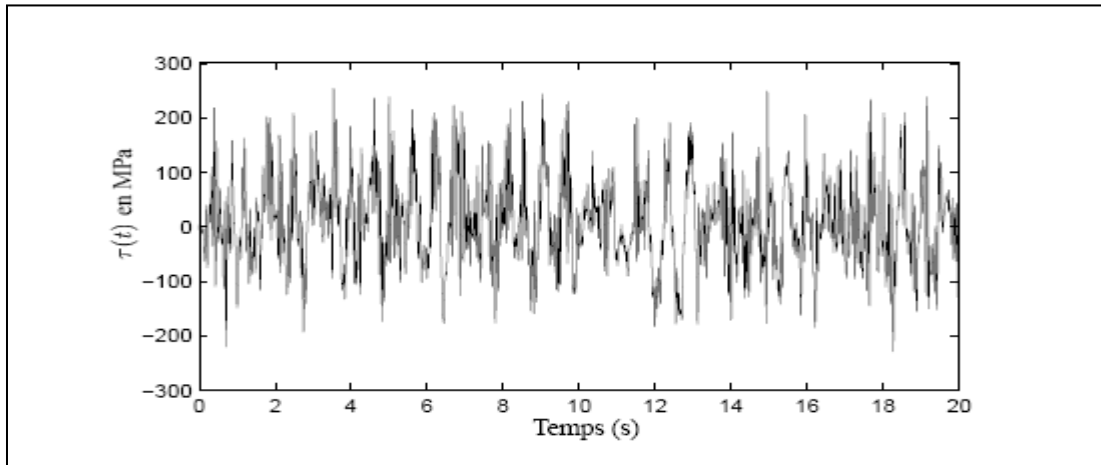


Figure I-22. Spectre de chargement

La méthode de comptage de Rainflow est considérée comme celle menant à des prédictions de durée de vie les plus proches de la réalité [9]. Cette méthode est représentée sous deux formes : comptage des cycles par trois points consécutifs et comptage des cycles par quatre points consécutifs. La méthode consiste à déterminer dans un spectre de chargement, les valeurs des points extrêmes : la valeur du pic le plus haut et la valeur de vallée la plus basse, le processus de comptage est démontré dans le paragraphe suivant

Nous présentons seulement la première méthode car la deuxième suit les mêmes démarches mais elle ne garantit pas la formation des cycles fermés, le reste des points qui ne peuvent pas formés des cycles sont appelés les résidus.

Méthode de comptage des cycles par trois points

Cette technique utilise trois points consécutifs dans l'historique du chargement pour déterminer si un cycle est formé figure I-23 [21].

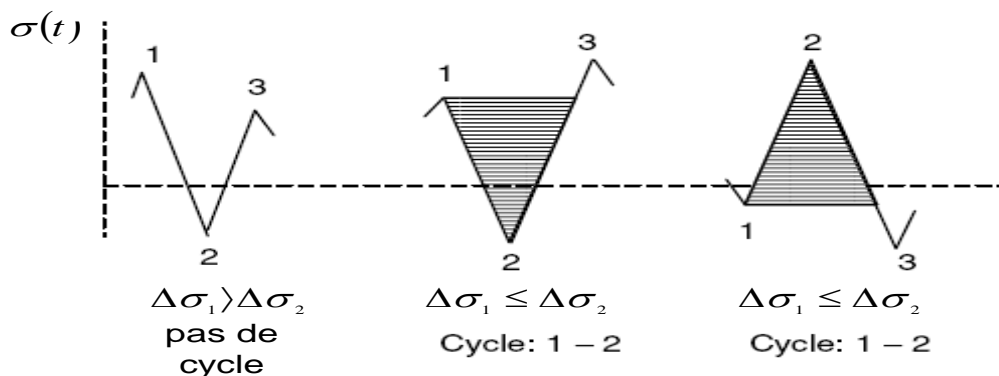


Figure I-23. Méthode de Rainflow de comptage par trois points

La figure I-23 montre la règle pour identifier les deux possibilités de formation des cycles, les trois points définissant deux étendues tel que : $\Delta\sigma_1 = |\sigma_1 - \sigma_2|$, $\Delta\sigma_2 = |\sigma_2 - \sigma_3|$

Si $\Delta\sigma_1 \leq \Delta\sigma_2$ le cycle est formé.

Si $\Delta\sigma_1 > \Delta\sigma_2$ le cycle n'est pas formé [21].

Cette technique exige que l'historique du chargement soit réarrangé afin de contenir les pics et les vallées, et elle commence soit par le plus haut pic ou par la plus basse vallée, par la suite la règle d'identification du cycle est appliquée pour vérifier chacun des trois points consécutifs en commençant par le début jusqu'à la détermination d'une boucle fermée.

Les deux points formant un cycle seront écartés et le reste sera connecté l'un avec l'autre. Cette procédure est répétée du début jusqu'à l'épuisement des données.

La formation des boucles fermées (boucles d'hystérésis) à partir d'un spectre aléatoire en utilisant la méthode ci-dessus est schématisée sur la figure I-24 [22].

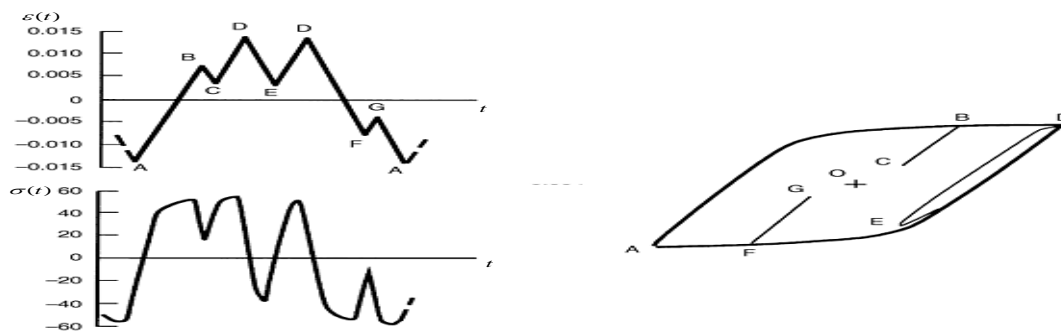


Figure I-24. Obtention des boucles d'hystérésis à partir d'un chargement aléatoire

Les résultats obtenus par la méthode de comptage des cycles de Rainflow, sont généralement des séquences de chargement ou chargement par blocs, ces derniers sont déterminés en calculant le nombre de chaque boucle d'hystérésis obtenues à partir d'un chargement aléatoire. La figure I-25 montre un chargement par blocs qui peut être issu de cette méthode.

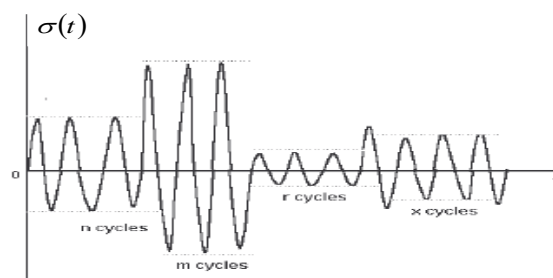


Figure I-25. Chargement par blocs obtenus par la méthode Rainflow [1].

I-11-3. Lois de cumul d'endommagement [23]

Le dommage par fatigue est dû essentiellement suite à des altérations des propriétés de la structure, sous l'effet de chargements répétés. Lorsque l'intensité de ces chargements et le nombre de cycles appliqué augmentent cela conduit à des détériorations plus au moins prononcées, et par conséquent provoque la ruine de la structure. Le dommage est donc un phénomène qui dépend du niveau des sollicitations ainsi que le nombre de répétitions (cycles) à chaque niveau, d'où provient de terme de cumul de dommage.

En 1924, Palmgren a introduit le concept de sommation linéaire du dommage en fatigue. En 1933, French était le propulseur, dans ses recherches, pour montrer l'effet de surcharge de la limite d'endurance. En 1937, Langer a proposé de diviser le processus du dommage en deux parties: amorçage et propagation de fissure, ou chaque partie a sa propre loi de cumul linéaire. En 1938, Konners suggère d'utiliser la variation de la limite d'endurance comme un indicateur de dommage. Les trois concepts proposés par ces auteurs furent la base de modélisation de cumul de dommage [24,25].

En 1958, Kachanov [26], a considéré que l'amorçage du dommage était un phénomène interne de dégradation progressive du matériau. Par la présence des cavités, des microfissures et sous l'effet de la répétition de la charge, l'aire de la section droite se réduisait. Cette approche a été reprise par Chaboche [27] afin de proposer une loi de cumul de dommage non linéaire.

Pour évaluer le niveau d'endommagement, un indicateur D est imposé comme paramètre d'évaluation du dommage, qui varie de 0 (état vierge) à 1 (état de rupture).

L'élaboration des lois de cumul de dommage sont en général basées sur les concepts des auteurs (Palmgren, Langer et Konners): c'est le cas des lois linéaires [24-28]; ou bien sur le concept de Kachanov relevant d'un cas des lois non linéaires [29-39]. Donc le dommage peut être devisé en deux catégories :

- Processus A : le dommage augmente d'une façon linéaire avec le rapport n/N_R .
- Processus B : le dommage s'accumule d'une façon non linéaire. La concavité de la courbe est dirigée vers le haut cela veut dire que le dommage s'accélère vers la fin de la vie du matériau, voir figure (I-26).

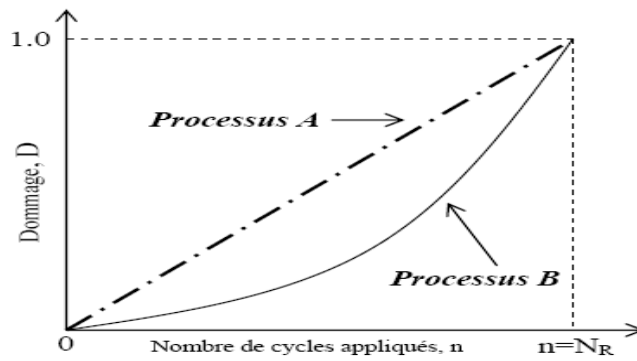


Figure I-26. Représentation schématique du processus d'endommagement.

I-11-3-1. Application de la règle linéaire

Les pièces mécaniques sont généralement soumises à des sollicitations variables. L'application de ces sollicitations peut être représentée par les niveaux des contraintes. Sur la figure I-27 nous avons une sollicitation à deux niveaux : le premier niveau est caractérisé par les paramètres : n_1, σ_1, N_{R1} , le deuxième niveau est représenté par les paramètres σ_2, N_{R2} . On cherche, alors, le nombre de cycles n_2 à appliquer jusqu'à la rupture. D'après la règle linéaire de cumul du dommage, la vie prévue au deuxième niveau de chargement est donnée par :

$$n_2 = N_{R2} \left(1 - \frac{n_1}{N_{R1}} \right) \quad (I-67)$$

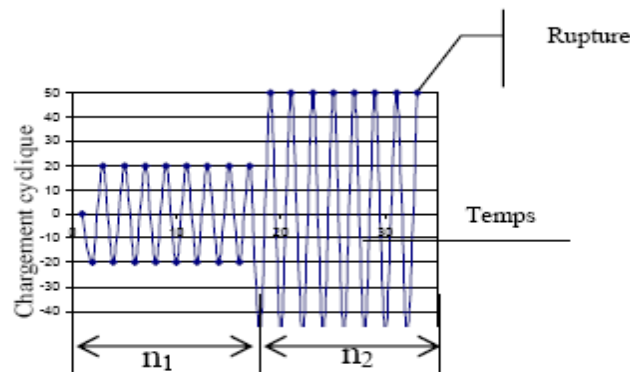


Figure I-27. Chargement à deux niveaux

Cette loi peut être généralisée aux cas de plusieurs niveaux de chargement ou la vie résiduelle au dernier niveau k est donnée par :

$$n_k = N_k \left(1 - \sum_i^{k-1} \beta_i \right) \quad (I-68)$$

I-11-3-2. Lacunes de la règle linéaire

Les résultats expérimentaux ont montré que l'ordre d'apparition des niveaux de chargement est un facteur important dans la sommation des fractions de vie. Il se manifeste de la façon suivante :

- pour les niveaux décroissants: $\sum_i \beta_i < 1$
- pour les niveaux croissants : $\sum_i \beta_i > 1$

Avec :

$$\beta_i = \frac{n_i}{N_{Ri}} \quad (I-69)$$

Les carences de cette loi sont :

- la sommation des fractions de vie est plus marquée pour un nombre élevé de cycles que pour un faible nombre.
- Un niveau de chargement cyclique inférieur à la limite d'endurance du matériau n'a aucun effet quel que soit le nombre de cycles appliqué et indépendamment du lieu d'apparition dans l'histoire de chargement.

I-11-3-3. Loi de Palmgren-Miner [13,24]

Cette loi est proposée par Palmgren en 1924 et développée par Miner en 1945. Elle s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- le dommage emmagasiné par le matériau à chaque cycle est uniquement fonction du niveau de contrainte.
- Le chargement est une fonction sinusoïdale en fonction du temps.
- La somme totale du travail absorbé par le matériau engendrant sa rupture, n'influence pas la ruine du matériau.
- Le diagramme de Goodman modifié est la modélisation du diagramme de Haigh qui représente le comportement expérimental des matériaux.
- L'amorçage d'une fissure macroscopique est l'indicateur de ruine lorsque le paramètre $D = 1$ (figure I-28).

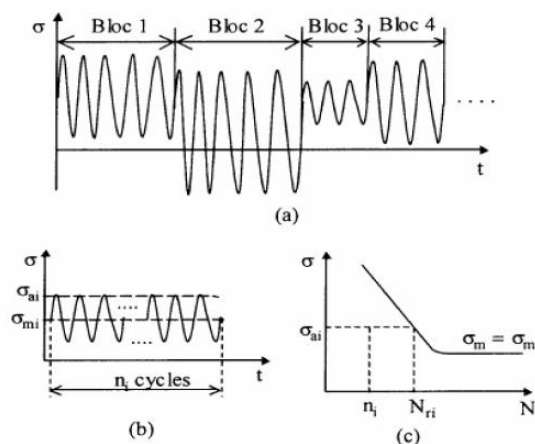


Figure I-28. Description du type de chargement

Le dommage, au sens de Miner, est la fraction de durée de vie dépensée au niveau de la contrainte σ_i :

$$D_i = \frac{n_i}{N_{Ri}} \quad (\text{I-70})$$

Ou N_{Ri} est le nombre de cycles à la rupture correspondant au niveau de contrainte σ_i , obtenu sur la courbe de Wöhler du matériau étudié.

Dans le cas d'une sollicitation à plusieurs niveaux de blocs (figure I-23-a.), le dommage total subit par l'éprouvette est donné par:

$$D = \sum D_i = \sum_i^k \frac{n_i}{N_{Ri}} \quad (\text{I-71})$$

La ruine se produit lorsque D vaut l'unité.

Avantages de la loi:

- Compte tenu de sa simplicité cette loi est la plus utilisée aujourd'hui dans les bureaux d'études.
- Cette loi n'a aucun paramètre particulier à identifier par les essais et par conséquent elle ne nécessite pas la connaissance de la courbe S-N du matériau.

Inconvénients de la loi:

- Elle ne tient pas compte de l'ordre d'apparition des blocs (histoire du chargement).
- Elle ne tient pas compte de l'effet endommageant des cycles de petites amplitudes.
- Elle ne tient pas compte de la fraction atteinte pour la description du dommage engendrée par cycle.

I-11-3-4. Loi de Shanley [13,40]

L'auteur de cette loi a expliqué la formation de la fissure par glissement des bandes due au chargement cyclique. Il propose la relation suivante :

$$D_i = C \left[(\sigma_i^b)^k \right] n_i \quad (\text{I-72})$$

Avec :

k : Constante supérieure à 1.

b et C Sont données par la courbe S-N modélisée par :

$$N_i = \frac{1}{C \sigma_i^b} \quad (\text{I-73})$$

Dans le cas du cumul de p niveaux de contraintes, le nombre de cycles à la rupture est donné par :

$$\frac{1}{N^{K-1}} = \sum_{i=1}^p \frac{n_i}{N_i^K} \quad (\text{I-74})$$

Pour $K = 1$, on retrouve la loi de Miner.

Les durées de vie obtenues par cette loi sont plus courtes que celles données par la règle de Miner.

I-11-3-5. Loi de Marco et Starkey [13,40]

C'est une des premières lois de cumul d'endommagement non linéaire. Elle est proposée pour un état de chargement alterné symétrique. Cette loi repose sur l'hypothèse suivante : les courbes d'endommagement pour chaque niveau de contraintes sont définies par l'équation :

$$D_i = \left(\frac{n_i}{N_{Ri}} \right)^{m_i} \tag{I-75}$$

Avec $m_i > 1$

Ou m_i est un exposant dépend du niveau de sollicitation, et est une fonction décroissante de la contrainte.

Cette relation peut être généralisée pour p niveaux de chargement. La rupture se produit quand :

$$\sum_{i=1}^{i=p} D_i = 1 \tag{I-76}$$

Dans le cas d'un chargement comportant plusieurs blocs, le cumul recherché par cette loi fait appel à une méthode appelée méthode des nombres de cycles équivalents.

Méthodes des nombres de cycles équivalents [13]

Le dommage provoqué par un niveau de chargement σ_1 appliqué pendant n_1 cycles est donné par la relation (I-74). On cherche le nombre de cycles équivalent $n_{2\text{éq}}$ (figure I-29) qu'il faut appliquer sous chargement σ_2 pour engendrer le même endommagement :

$$n_{2\text{éq}} = N_{R2} \cdot D_1^{1/m_2} \tag{I-77}$$

A la fin du second bloc, l'endommagement total vaut :

$$D_{12} = \left(\frac{n_{2\text{éq}} + n_2}{N_{R2}} \right)^{m_2} \Leftrightarrow D_{12} = \left[\left(\frac{n_1}{N_{R1}} \right)^{\frac{m_1}{m_2}} + \frac{n_2}{N_{R2}} \right]^{m_2} \tag{I-78}$$

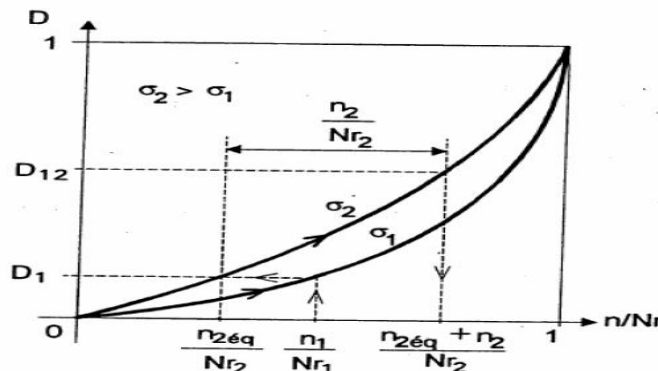


Figure I-29. Illustration de la méthode des nombres de cycles équivalents.

Dans le cas inverse où σ_2 est appliquée avant σ_1 , l'endommagement D_{21} à la fin de séquence :

$$D_{21} = \left[\left(\frac{n_2}{N_{R2}} \right)^{\frac{m_2}{m_1}} + \frac{n_1}{N_{R1}} \right]^{m_1} \quad (\text{I-79})$$

Avantages :

- Cette loi est d'une utilisation simple.
- Elle prend en compte l'ordre d'application des contraintes et donc l'histoire du chargement.
- L'évolution du dommage est une fonction non linéaire du nombre de cycles appliqués. Ceci correspond qualitativement aux résultats expérimentaux.

Inconvénients :

- Les niveaux de contraintes inférieures à la limite d'endurance sont considérés comme non endommageant.
- Elle ne tient pas compte du fait que l'endommagement provoqué par un chargement supérieur à la limite de fatigue continue à croître lorsque les sollicitations suivantes sont inférieures à cette limite. L'histoire de chargement intervient donc d'une façon impérative.

I-11-3-6. Loi de Corten et Dolan 1956 [13,40]

La modélisation de cette loi s'appuie sur le nombre m de noyaux susceptible à l'endommagement et sur la vitesse de propagation des fissures. Cette loi est basée sur les hypothèses suivantes :

- Une période de nucléation est nécessaire pour initier un dommage permanent par fatigue.
- Le dommage, assimilable à des micro-vides de nombre m , augmente avec la contrainte, et pour un niveau donné, croît rapidement avec le nombre de cycles.
- Le taux de dommage par cycle est une fonction croissante de la contrainte.
- L'endommagement total qui provoque la ruine en un nombre donné de cycles est une constante pour toutes les histoires de chargement (pas de fonction de l'histoire de chargement).
- Le dommage continue à évoluer pour des niveaux de contraintes inférieures à ceux qui ont été nécessaires à la création de l'endommagement.

La formule de cette loi est donnée par :

$$D_i = r_i n_i^a \quad (\text{I-80})$$

Ou r_i et a_i sont des variables dépendant du niveau de contrainte.

Cette formule coïncide avec celle de Shanley pour :

$$a_i = 1 \text{ et } r_i = c(\sigma_i^b)^k$$

Dans le cas de p niveaux de contraintes, on a :

$$\sum_{i=1}^p \left(\frac{n_i}{N_1}\right) \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_1}\right)^d = 1 \quad (\text{I-81})$$

L'indice 1 désigne le niveau de contrainte le plus élevé, et d est une constante du matériau telle que :

$$\left(\frac{r_i}{r_j}\right)^{\frac{1}{a_i}} = \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right)^d \quad (\text{I-82})$$

Les auteurs de cette loi ont conclu, à partir des essais expérimentaux sur les aciers et alliages d'aluminium, que la valeur moyenne de : d est de l'ordre 6,5.

I-11-3-7. Loi d'endommagement bilinéaire de Manson-Frenche-Enseign [13]

Cette loi est basée essentiellement sur l'ordre d'apparition des niveaux de contraintes. On considère deux phases temporelles (initiation et propagation des fissures). Chacune de ces deux phases est modélisée par une loi linéaire du dommage.

L'objectif de cette loi est de corriger l'insuffisance de la loi de Miner vis-à-vis de l'effet de l'ordre d'apparition des cycles. Les hypothèses retenues par les auteurs pour l'élaboration de la loi sont les suivantes :

- La durée $(\Delta N)_n$ de la période de propagation de fissure jusqu'à la rupture s'exprime en fonction de la durée totale N_n , sous le niveau σ_i selon :

$$\text{si } \begin{cases} N_{ri} > 730 \text{ cycles} & (\Delta N)_n = p N_{ri}^b \\ N_{ri} < 730 \text{ cycles} & (\Delta N)_n = N_{ri} \end{cases} \quad (\text{I-83})$$

Avec b et p , ainsi que le seuil 730 sont des constantes de loi propres au matériau.

- Le nombre de cycles à l'amorçage N_{0i} est donc :

$$N_{0i} = N_{ri} - (\Delta N)r_i \quad (\text{I-84})$$

Dans le cas d'une durée de vie inférieure à 730 cycles, la phase d'amorçage est négligée.

- Les expressions de la fonction du cumul de dommage sont données par phase (amorçage et propagation) de la façon suivante :
- Pour la phase d'amorçage :

$$D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (\text{I-85})$$

Dans le cas ou $N_{ri} > 730$ cycles

- Pour la phase de propagation :

$$D_i = \sum \left(\frac{n_i}{\Delta N} \right) = 1 \quad (\text{I-86})$$

I-11-3-8. Théorie unifiée [13]

Cette loi est basée sur la représentation du dommage par la réduction de la limite d'endurance du matériau. Les essais de Gatts ont montré la dépendance de la limite d'endurance instantanée avec la résistance maximale instantanée à la rupture selon la relation suivante :

$$\left(\frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}} \right) = \left(\frac{R_m}{R_{m0}} \right)^m \quad (\text{I-87})$$

La diminution de la limite d'endurance en fonction du nombre de cycles prend la forme :

$$\frac{d\left(\frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}}\right)}{dn} = -\frac{1}{a} \left(\frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}}\right)^b \left(\frac{\sigma}{\sigma_{D0}} - \frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}}\right) \quad (\text{I-88})$$

Par l'introduction des conditions aux limites :

$$\sigma_D = \sigma_{D0} \text{ quand } n = 0 \text{ et } \frac{\sigma_D}{\sigma_{D0}} = \left(\frac{\sigma}{R_m}\right)^m \quad (\text{I-89})$$

Lorsque $n = N_R$, cela conduit à l'expression de la courbe de Wöhler :

$$N_R = \frac{a}{\left(\frac{\sigma}{\sigma_{D0}}\right)^b} \left(\frac{1}{\frac{\sigma}{\sigma_{D0}} - 1} - \frac{1}{\frac{\sigma}{\sigma_{D0}} - \left(\frac{\sigma}{R_m}\right)^m} \right) \quad (\text{I-90})$$

La variable du dommage s'écrit :

$$D = \frac{\sigma_{D0} - \sigma_D}{\sigma_{D0} - \sigma_{DR}} = \frac{\frac{n}{N_R}}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_{D0} \left(\frac{\sigma}{R_m}\right)^m}{\sigma - \sigma_{D0}} \right) \left(1 - \frac{n}{N_R} \right)} \quad (\text{I-91})$$

Où σ_{DR} est la limite d'endurance atteinte à la rupture.

Inconvénients de la loi :

- Cette théorie est inapplicable si le chargement comprend des chargements égaux à la limite d'endurance. Par conséquent l'histoire de chargement n'est que partiellement prise en compte.

Avantages de la loi :

- Cette loi décrit bien la non linéarité du cumul de dommage.
- L'histoire de chargement est prise en compte, par l'introduction de la méthode des cycles équivalents.

- La nature des sollicitations appliquées intervient en fonction de la limite d'endurance du matériau vierge.
- Les effets de la contrainte moyenne sont pris en compte.
- Cette loi permet l'application des divers modes de sollicitations.

I-11-3-9. Loi de Lemaitre et Chaboche [13,23,27]

C'est une loi différentielle qui prend en compte le phénomène de la non linéarité des accumulations. Elle est donnée par la formule :

$$\frac{\partial D}{\partial n} = G(\sigma_{max}, \sigma_m, h, f, T, D) \tag{I-92}$$

Ou:

σ_{max} : maximum sur un cycle de l'amplitude de contrainte appliquée à l'élément de volume.

σ_m : contrainte moyenne sur un cycle de sollicitation.

h : paramètre de l'histoire.

f : fréquence de sollicitation.

T : température

Cette loi repose sur les hypothèses suivantes :

- Les sollicitations sont supposées périodiques.
- L'influence des paramètres de l'érouissage sur le cumul d'endommagement est négligeable.
- La variable de dommage D varie peu sur un cycle de sollicitation.

Ces hypothèses et les résultats expérimentaux ont conduit les auteurs à établir la loi différentielle suivante :

$$\partial D = D^{\alpha(\sigma_{max}, \sigma_m)} \left[\frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)} \right]^{\beta} \partial n \tag{I-93}$$

Où :

- β : coefficient positif.
- α : fonction définie par : $\alpha = 1 - a \left\langle \frac{\sigma_{max} - \sigma_D(\sigma_m)}{R_u - \sigma_{max}} \right\rangle$ et $0 < a < 1$
- σ_D : est la limite d'endurance.
- M : coefficient dépendant de la contrainte moyenne $M(\sigma_m) = M_0(1 - b, \sigma_m)$

Avec $M_0 = B[a(\beta + 1)]^{1/\beta}$ avec a et B sont des constantes du matériau dépendant de la température.

- b coefficient déterminé à partir du diagramme de Haigh en traction.

L'intégration de l'équation (I-93) pour σ_m et σ_{max} fixes, donne la relation de la durée de vie en fatigue :

$$N_r = \frac{1}{1-\alpha} \left(\frac{\sigma_{max}-\sigma_m}{M(\sigma_m)} \right)^\beta \quad (I-94)$$

Et l'évaluation du dommage est établie par :

$$D = 1 - \left[1 - \left(\frac{n}{N_r} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{\frac{1}{\beta+1}} \quad (I-95)$$

Application à deux niveaux de chargement de même nature

Pour un chargement à deux blocs, l'intégration de l'équation I-93 permet de calculer la durée de vie résiduelle au second niveau n_2 , en fonction du premier niveau n_1 :

Avec p : qui est un exposant dépendant des paramètres des deux chargements.

$$\frac{n_2}{N_{r2}} + \left(\frac{n_1}{N_{r1}} \right)^p = 1 \quad (I-96)$$

La fraction de vie β_2 restante au second niveau peut être calculée en tenant compte de deux cas :

- $\sigma_2 > \sigma_D$ ($a < 1$) :

$$\frac{n_2}{N_{r2}} = 1 - \left(\frac{n_1}{N_{r1}} \right)^p \quad (I-97)$$

$\sigma_2 \leq \sigma_D$ ($a = 1$) .

Selon Chaboche et al. [45] la durée de vie du second bloc est donnée par la relation:

$$n_2 = -N_{r2} \left(\frac{\sigma_{max1}-\sigma_{m1}}{\sigma_{max2}-\sigma_{m2}} \right)^\beta \cdot \ln \left(\frac{n_1}{N_{r1}} \right) \quad (I-98)$$

Généralisation aux cas des sollicitations multiaxiales

Dans ce cas, les auteurs combinent une loi d'endommagement par un critère de fatigue multiaxial. Ce dernier nécessite la détermination de ces paramètres tels que la racine carré du second invariant du déviateur de contraintes, la contrainte hydrostatique maximal, ainsi que les caractéristiques du matériau étudié.

La loi différentielle du dommage pour ce type de chargement est donnée par :

$$\partial D = \left[1 - (1 - D)^{\beta+1} \right]^{\alpha(A_{II}, \sigma_{mH}, \sigma_{eq\ max})} \left[\frac{A_{II}}{M(\sigma_{mH})} \right]^\beta \partial n \quad (I-99)$$

Avec :

- A_{II} : amplitude de la contrainte effective tridimensionnelle.
- Les constantes α, M s'identifient d'après une courbe S-N du matériau pour une contrainte moyenne nulle.

Avantages:

- La loi de Lemaître et Chaboche prend en compte l’histoire du chargement.
- Elle prend en considération l’effet de la contrainte moyenne.
- Elle décrit la non linéarité du cumul du dommage.
- L’effet des contraintes inférieures à la limite d’endurance est considéré.
- Elle s’applique aux sollicitations multiaxiales.

Inconvénients :

Cette loi comporte beaucoup de paramètres à identifier, ceci produit une difficulté lors de son exploitation.

I-11-3-10. Loi de cumul de Mesmacque ou loi de la contrainte endommagée [23,36,41]

L’hypothèse est que si l’état physique de l’endommagement est le même, la durée de vie ne dépend que des conditions de chargement. Ceci se traduit par la courbe de Wöhler [3]. Nous transposons ce concept simple après n cycles de chargement. Au niveau i la durée de vie est de N_i et après n_i cycles la durée de vie est $N_i - n_i$. Sur la courbe de Wöhler, à cette durée de vie ($N_i - n_i$) correspondant une contrainte admissible $\sigma(N_i - n_i)$. Nous appelons $\sigma(N_i - n_i)$ la contrainte endommagée (σ_{edi}) au niveau i après n_i cycles de chargement. Nous faisons l’hypothèse que ceci reste vrai quel que soit le niveau de chargement. Nous introduisons une variable d’endommagement D_i .

$$D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\sigma_u - \sigma_i} \tag{I-100}$$

Où :

σ_{edi} : contrainte endommagée au niveau i .

σ_i : contrainte appliquée au niveau i .

σ_u : contrainte ultime du matériau.

Au premier cycle, la contrainte endommagée est bien égale à la contrainte appliquée et $D_i = 0$ et au dernier cycle, la contrainte endommagée est égale à la contrainte ultime σ_u et $D_i = 1$ L’indicateur est bien “normalisé” à 1 à la rupture.

Le dommage se transpose aisément au niveau $i + 1$ par la relation

$$D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\sigma_u - \sigma_i} = \frac{\sigma_{equiv} - \sigma_{1+i}}{\sigma_u - \sigma_{1+i}} \tag{I-101}$$

Où :

σ_{equiv} : contrainte équivalente endommagée au niveau $i + 1$, dans la procédure on pose (σ'_{i+1ed}).

σ_{1+i} : contrainte au niveau $i + 1$.

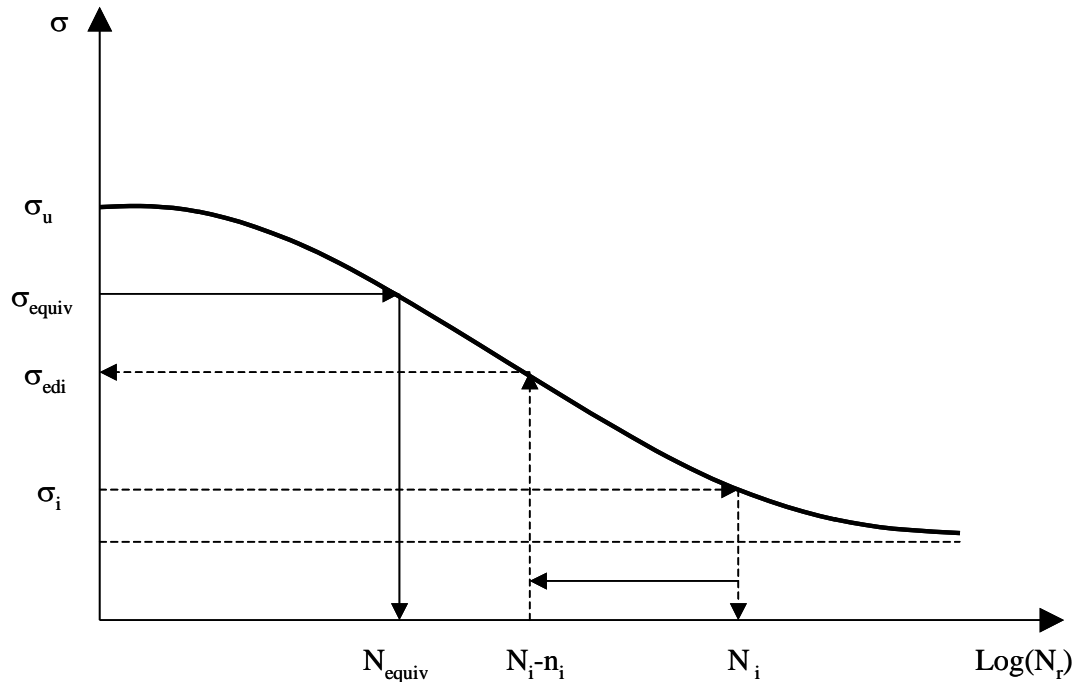


Figure I-30. Définition des paramètres de la loi de la contrainte endommagée.

On peut alors déterminer à partir de la courbe de Wöhler le nombre de cycles N_{equiv} équivalent au niveau $i + 1$ de n_i cycles au niveau i . Le nombre de cycles au niveau $i + 1$ sera majoré de N_{equiv} . Dans la procédure on pose (N'_{i+1R}).

Procédures de calcul

Premier niveau

- Pour une contrainte σ_1 la durée de vie est N_1
 - En appliquant n_i cycles avec σ_1 , le nombre résiduel de cycles N_{1R} est :
- $$N_{1R} = N_1 - n_1$$
- On calcule la contrainte correspondant à N_{1R} , qu'on appelle contrainte endommagée σ_{1ed}
 - Le dommage correspondant à σ_1 avec n_1 cycles appliqués est :

$$D_i = \frac{\sigma_{ed1} - \sigma_1}{\sigma_u - \sigma_1}$$

Deuxième niveau

- On transpose le dommage du niveau 1 au niveau 2 et on calcule la contrainte endommagée équivalente σ'_{2ed} que génère ce même dommage.

$$D_1 = D'_2 = \frac{\sigma'_{2ed} - \sigma_2}{\sigma_u - \sigma_2}$$

$$\sigma'_{2ed} = (D'_2)(\sigma_u - \sigma_2) + \sigma_2$$

Avec σ'_{2ed} on peut obtenir le nombre de cycles équivalent N'_{2R}

- Pour une contrainte σ_2 la durée de vie est N_2

- On applique n_2 cycles avec σ_2 et on calcule le nombre résiduel de cycles de la manière suivante :

$$N_{2R} = N'_{2R} - n_2$$

- Avec N_{2R} on peut calculer la contrainte endommagée σ_{2ed}

- Le dommage cumulé à ce niveau est :

$$D_2 = \frac{\sigma_{ed2} - \sigma_2}{\sigma_u - \sigma_2}$$

Troisième niveau

- On transpose le dommage du niveau 2 au niveau 3 et on calcule la contrainte endommagée équivalente σ'_{3ed} que génère ce même dommage

$$D_2 = D'_3 = \frac{\sigma'_{3ed} - \sigma_3}{\sigma_u - \sigma_3}$$

$$\sigma'_{3ed} = (D'_3)(\sigma_u - \sigma_3) + \sigma_3$$

- Avec σ'_{3ed} , on peut déterminer le nombre résiduel de cycles N'_{3R}

- Pour une contrainte σ_3 la durée de vie est N_3

- On applique n_3 cycles avec σ_3 et on calcule le nombre résiduel de cycles de la manière suivante :

$$N_{3R} = N'_{3R} - n_3$$

- Avec N_{3R} on peut calculer la contrainte endommagée σ_{3ed}

- Le dommage cumulé à ce niveau est :

$$D_3 = \frac{\sigma_{ed3} - \sigma_3}{\sigma_u - \sigma_3}$$

On suit la même procédure jusqu'à la rupture, c'est à dire quand le dommage D prend la valeur égale à 1.

La loi de Mesmacque et le critère de Crossland, feront l'objet d'établissement de notre modèle de calcul du cumul d'endommagement et par conséquent la durée de vie des structures sollicitées en fatigue multiaxiale. Le détail sera présenté dans le chapitre suivant.

I-11-3-11. Approche énergétique d'Ellyin [13,42]

Selon cet auteur l'énergie de déformation plastique est un paramètre qui permet de décrire l'endommagement en fatigue. Il propose de relier l'énergie dissipée W_f au nombre de cycles N_R par la relation :

$$W_f = K N_R^a \tag{I-102}$$

Où K, a sont des constantes liées au matériau.

La relation (I-102) est représentée sur le plan $(\ln(W_f), \ln(N_R))$ par une droite (figure I-31)

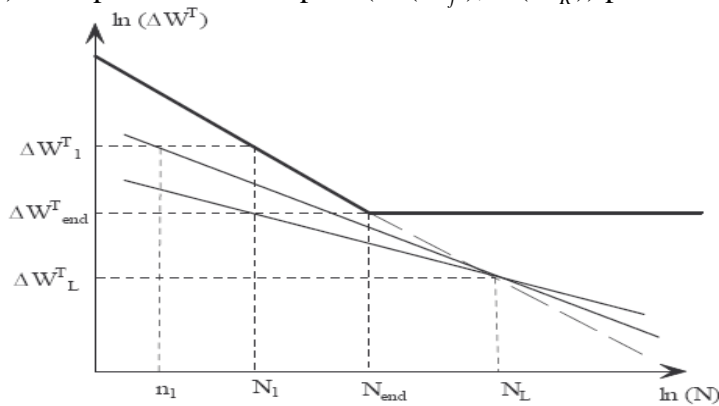


Figure I-31. Courbe de dommage modélisée selon Ellyin.

La loi d'Ellyin repose sur les hypothèses suivantes :

- Dans la partie d'amorçage de fissure, la limite d'endurance est associée à l'énergie de déformation plastique ΔW_e et une durée de vie N_e .
- Dans la partie de propagation on définit une limite d'endurance apparente à partir de ΔW_e^* et de la durée de vie N_e^* obtenue en extrapolant la droite de durée de vie sous la limite de fatigue.
- Les courbes de durée de vie ont pour expression :

$$\Delta W = K N_R^{a-1} \tag{I-103}$$

Compte tenu de ces hypothèses, pour un chargement correspondant à ΔW_1 appliqué durant n_1 cycles, on aura :

$$\frac{\Delta W_1}{\Delta W^*} = \left(\frac{n_1}{N^*}\right)^{\left(\frac{\ln(\frac{\Delta W_1}{\Delta W^*})}{\ln(\frac{n_1}{N^*})}\right)} \tag{I-104}$$

On peut alors déduire le nombre de cycles de chargements correspondant au niveau ΔW_2 qui conduit à la rupture de la structure :

$$n_2 = \left(\frac{n_1}{N^*}\right)^{\left(\frac{\ln(\frac{\Delta W_2}{\Delta W^*})}{n(\frac{\Delta W_1}{\Delta W^*})}\right)} \tag{I-105}$$

I-12. Les traitements superficiels

Les propriétés locales d'un matériau peuvent être améliorées par un traitement de surface tel que: traitement thermique, thermochimique ou par une action mécanique. Ces traitements ont

pour avantage, l'augmentation de la dureté en surface par écrouissage ou par transformation métallurgique. La dureté garantit significativement une bonne résistance aux efforts de fatigue en minimisant les dommages causés par l'usure et les effets en sous-couches dus aux chargements répétés. En outre ces traitements introduisent des contraintes de compression dans les couches superficielles dues aux hétérogénéités de déformations dans le matériau. Ces contraintes entraînent une amélioration de la limite d'endurance lorsque les pièces seront sous chargements cycliques. Le tableau suivant représente les différentes catégories de traitements.

Tableau I-1. Traitement de précontrainte [43]

Type de traitement	Origines principales des contraintes résiduelles	Noms des traitements
Mécanique	Déformation plastique locale	Sablage, grenaillage, martelage, galetage, polissage, etc.
Thermique	Dilatation différentielle et transformation de phase	Trempe et trempe superficielle
Thermochimique	Diffusion, dilatation différentielle et transformation de phase	Cémentation, carbonituration, nitruration, etc.

I-12-1. Les traitements mécaniques

Ces traitements sont divers selon le mode d'application. Ces divers procédés sont regroupés dans le tableau (I-2).

Tableau I-2. Différents traitements mécaniques de surface [43]

Dénomination	Mise en oeuvre	Profondeur de traitement	Avantages et inconvénients
Tribofinition	Frottement	De 0,01 à 0,03 mm	Long et coûteux
Grenaillage	Projection contrôlée de billes de différents diamètres, de différentes mesures et de différentes vitesses	De 0,1 à 0,6 suivant les conditions et matériaux	Quelques problèmes d'incrustation, de microdéfauts et parfois de rugosité. S'adapte à toutes les géométries
Martelage	Impact d'aiguille à extrémité sphérique	De 1 à 2 mm	Problèmes d'état de surface, ne s'applique qu'aux géométries simples
Galetage	Roulement d'un galet avec une forte force d'appui.	De 2 à 3 mm	Variation dimensionnelle, nécessite une géométrie particulière
Ondes de choc	Explosion laser impulsional de très forte puissance	Jusqu' à 4 mm	S'adapte à toutes les géométries (pour laser) pas de modification de l'état de surface (traitement en cours de développement)
Préconformage Autofrettage	Flexion, expansion avec passage en plasticité	Quelques mm	Traitement directionnel

Nous allons détailler dont ce qui suit quelques traitements de surface.

I-12-1-a. Le grenailage de précontrainte

Le grenailage de précontrainte (également appelé shot peening) est le plus utilisé des traitements superficiels mécaniques dans le domaine industriel en particulier dans le domaine des pièces sollicitées en fatigue et en corrosion. L'opération consiste à soumettre la surface d'une pièce à un bombardement contrôlé de particules (en acier, verre ou céramique) sous formes sphériques. Les grenailles sont propulsées à grande vitesse par le biais d'une turbine ou par un jet d'air comprimé. Chaque particule agit comme un minuscule marteau et imprime dans la surface du matériau une cupule de déformation plastique plus au moins profonde selon la nature du matériau à traiter et les paramètres de grenailage. L'opération est terminée lorsque la surface est entièrement recouverte par un réseau d'empreintes suffisamment dense.

I-12-1-b. Paramètres du grenailage

Le grenailage de précontrainte est affecté par plusieurs paramètres dont la nature de la pièce à traiter et les conditions de projection des billes sont connus. Nous citons quelques paramètres essentiels.

Vitesse de projection

C'est un paramètre qui conditionne l'énergie cinétique de la grenaille. La vitesse est généralement comprise entre 20 et 100 m/s [50]; elle augmente la zone affectée par le traitement et le niveau maximal de contraintes résiduelles induites. La figure I-32 représente cet effet. L'ajustage de la vitesse s'effectue en adaptant la vitesse de rotation de la turbine ou le diamètre de la buse d'air.

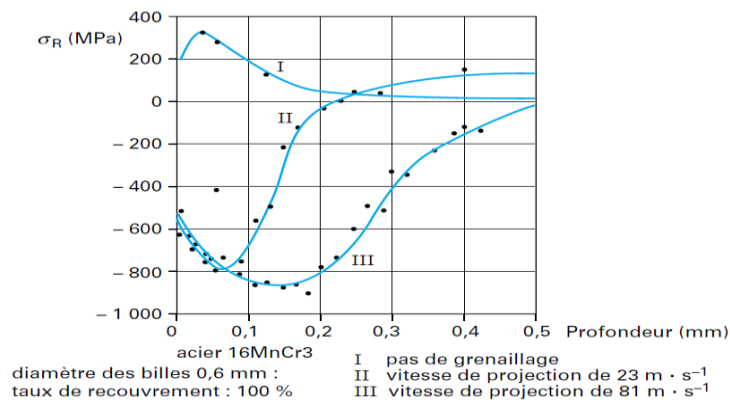


Figure I-32. Influence de la vitesse sur les contraintes résiduelles [43].

Diamètre de la bille

L'influence du diamètre de la bille est illustrée dans la figure I-33. L'augmentation de diamètre des billes accroît la zone affectée par les contraintes de compression, mais sans changer les valeurs des contraintes résiduelles engendrées (en surface et en profondeur).

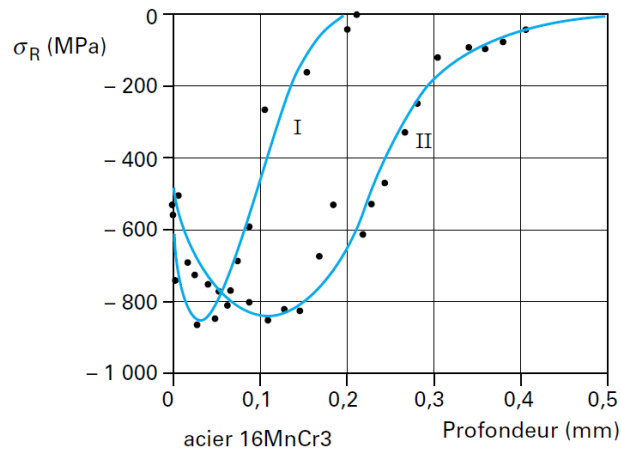


Figure I-33. Influence du diamètre des billes sur les contraintes résiduelles [43].
 taux de recouvrement : 100 % I diamètre des billes de 0,3 mm
 vitesse de projection : 53 m · s⁻¹ II diamètre des billes de 0,6 mm

Taux de recouvrement

L'influence de ce paramètre est liée à la durée de l'opération et est illustrée sur la figure I-34 dans le cas d'un matériau faiblement allié à l'état trempé et revenu. Pour des paramètres fixés de diamètre et vitesse, le taux de recouvrement se traduit par l'augmentation de la profondeur et le maximum de la contrainte résiduelle de compression avec un déplacement vers l'intérieur de la pièce.

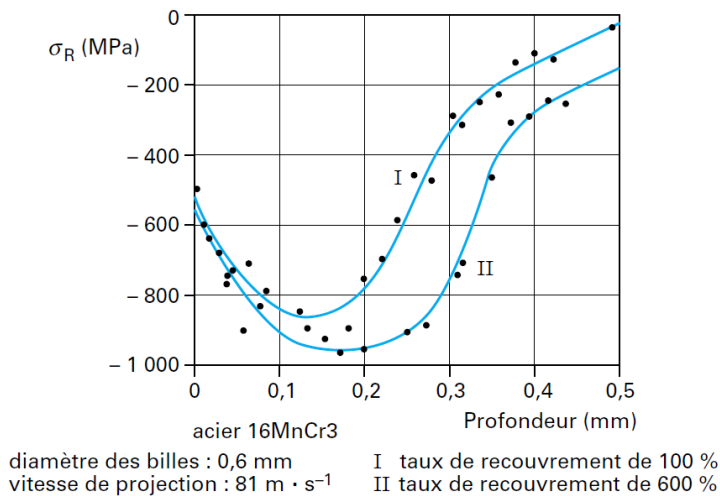


Figure I-34. Influence du taux de recouvrement sur les contraintes résiduelles [43].
 diamètre des billes : 0,6 mm I taux de recouvrement de 100 %
 vitesse de projection : 81 m · s⁻¹ II taux de recouvrement de 60 %

Influence de la loi de comportement de la bille [44]

La loi de comportement choisie pour la bille influe de façon importante sur les profils des contraintes résiduelles. Le fait que la bille ait un comportement élastoplastique entraîne un écoulement plastique dans la bille au niveau de la zone de contact. Youcef et al [53] ont étudié l'influence du choix de la loi de comportement des billes sur les profils des contraintes résiduelles. La figure I-35 montre les résultats obtenus.

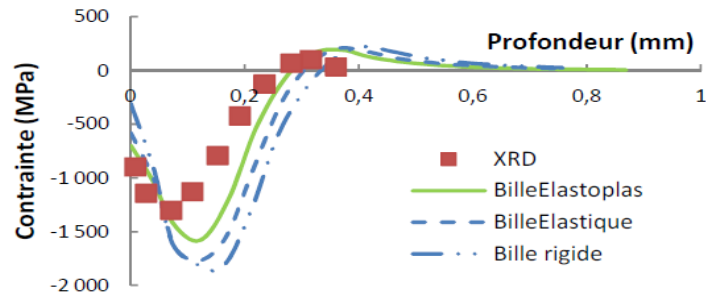


Figure I-35. effet de comportement de la bille pour (XRD: Diffraction des Rayons X, R=0.4 mm, V=55m/s , angle d'impact= 90°[45].

Influence de la loi de comportement du matériau[44]

Les lois d'érouissage cinématique produisent un profil de contraintes résiduelles radiales atypique qui est dû à un écoulement plastique qui se produit pendant la phase de "décharge" de la bille. Cet écoulement plastique se produit près de la surface et a tendance à diminuer la valeur absolue de la contrainte dans cette zone. Ce phénomène est d'autant plus important que la pente d'érouissage est importante, il est beaucoup moins prononcé dans le cas où la bille est élastoplastique. Il apparaît donc essentiel de déterminer la loi de comportement des matériaux et la pente d'érouissage adaptée, et ceci sur une plage importante de déformation.

Youcef et al [53] ont considéré les modèles suivants:

- Elastoplastique à érouissage isotrope.
- Elastoplastique à érouissage cinématique de type linéaire.
- Modèle de Johnson-Cook. La figure I-36 représente les résultats.

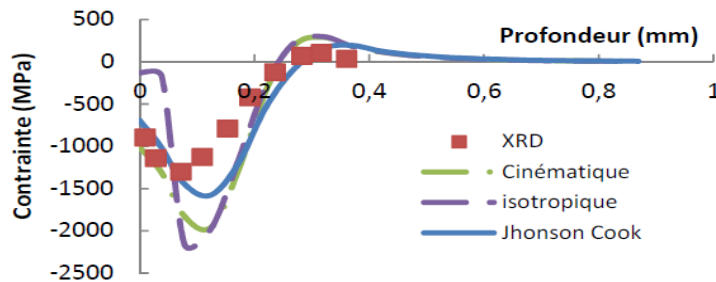


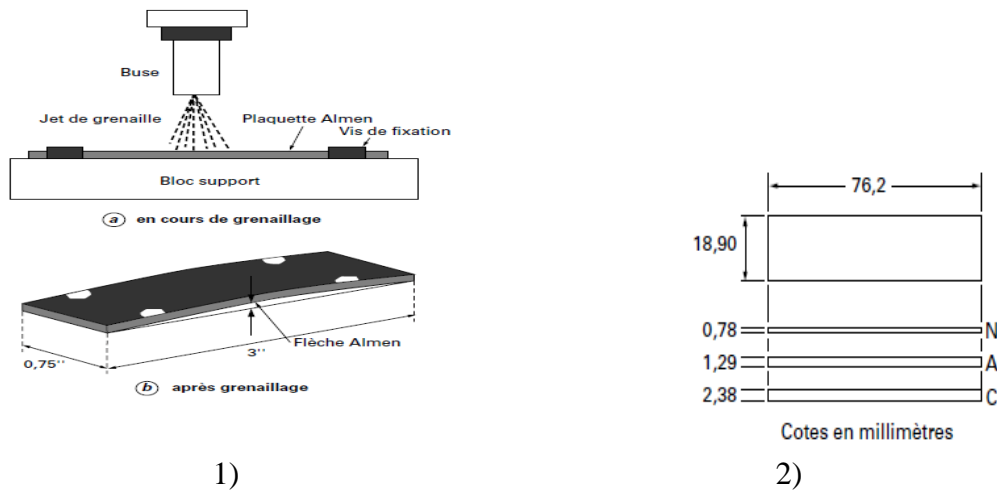
Figure I-36. Effet de la loi de comportement du matériau (R=0.4 mm, V=55m/s , angle d'impact= 90°)[45].

I-12-1-c. Contrôle du procédé de grenailage (Intensité Almen)

Les différents paramètres de grenailage rendent très délicat le contrôle de ce type de traitement superficiel. Pour maîtriser tant de facteurs indépendants, les industriels utilisent un repère technologique mis au point par J.O.Almen de General Motors (spécification SAE J442/443 et norme NF L 06-832) et illustré par la figure I-37 [43]. On utilise une éprouvette

en acier au carbone du type XC65 (SAE 1070) [43,50] trempée et revenue, fixée sur un support et exposée à un jet de grenailles. Après l'opération la plaque Almen (Almen strip) est retirée de son support. Elle présente une courbure convexe sur la face traitée. La mesure de la flèche à l'aide de comparateur Almen est l'intensité Almen qui caractérise l'énergie du jet de grenailage. Les normes définissent trois types de plaques N, A et C (figure I-37). Par exemple, un grenailage d'intensité Almen F15A se traduit comme suit:

F: Norme Française, 15: flèche de 0,15 mm, A: plaque de type A



1) Montage pour la détermination de l'intensité Almen. 2) Plaques Almen

La Figure I-38 illustre l'utilisation de la flèche d'Almen afin de déterminer les paramètres du grenailage. Elle est obtenue en traçant la courbe de saturation en fonction du temps d'exposition. Au bout d'un certain temps de grenailage, la flèche n'évolue quasiment plus. Selon la norme, le temps de saturation est défini comme étant le temps d'exposition t_s nécessaire pour obtenir la flèche Almen souhaitée dans des conditions, telles que la flèche n'augmente pas plus de 10%, lorsqu'on expose la pièce pendant $2t_s$ [44] comme c'est illustré sur la figure I-39.

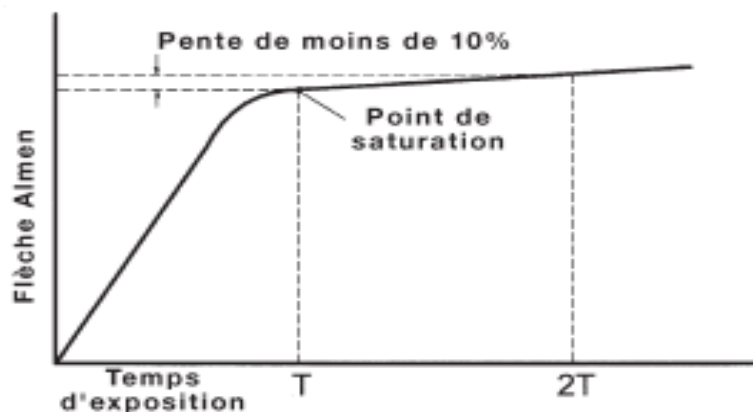


Figure I-38. Courbe de saturation. [44]

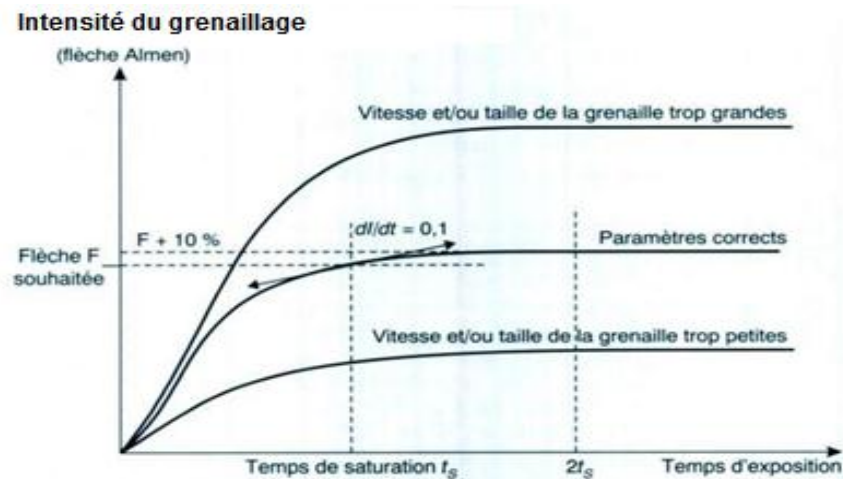


Figure I-39. Courbe et temps de saturation [44].

L'essai Almen permet de contrôler la reproductibilité d'une opération de grenailage dans des conditions données. Ce test n'est valable que dans des conditions précises appliquées à un matériau donné. En d'autres termes, deux flèches d'Almen obtenues dans des conditions d'essais différentes ne caractérisent pas le même effet. La flèche Almen ne définit ni le taux de recouvrement ni les contraintes résiduelles de la pièce. Elle ne prédit pas non plus l'évolution du matériau à traiter. Chaque matériau possède en effet sa propre loi de comportement.

I-12-1-d. Effet du grenailage de précontrainte

L'action du grenailage est double. Elle comprend : un effet « de peau » se traduisant par la modification de la rugosité, le « gommage » des défauts superficiels mais également par un fort écrouissage local du matériau qui altère plus ou moins fortement sa capacité de déformation ultérieure et sa dureté ; et un effet « en profondeur » se traduisant par la génération d'un champ de contraintes résiduelles de compression qui constitue l'atout majeur du traitement.

Selon la théorie de Wohlfahrt [43,44], la génération d'un champ de contraintes résiduelles de compression est due à la superposition de ces deux processus compétitifs comme le précise la figure I-40. Une couche superficielle plus ou moins étendue subit un étirement plastique sur une profondeur de 10 à 30 μm par effet de martelage sous l'impact répété des billes (surface hammering). Cet effet est très important dans le cas d'un substrat ductile grenailé avec des particules dures. Il donne naissance à un profil de contraintes résiduelles présentant un maximum de compression en surface. On peut de nouveau schématiser le phénomène en remarquant que le retour élastique du substrat « impose » une déformation nulle à la couche affectée.

tée avec comme conséquence la mise en compression de celle-ci. Les impacts multiples produisent un chargement normal à la surface auquel correspond selon la théorie de Hertz un maximum de contrainte de cisaillement à une profondeur déterminée. Si cette contrainte dépasse la limite d'écoulement en cisaillement, il y a déformation plastique locale avec création d'un état de compression résiduelle maximal à cette profondeur. Cet effet est surtout important dans le cas d'un substrat peu ductile, grenailé par des billes de dureté relativement faible.

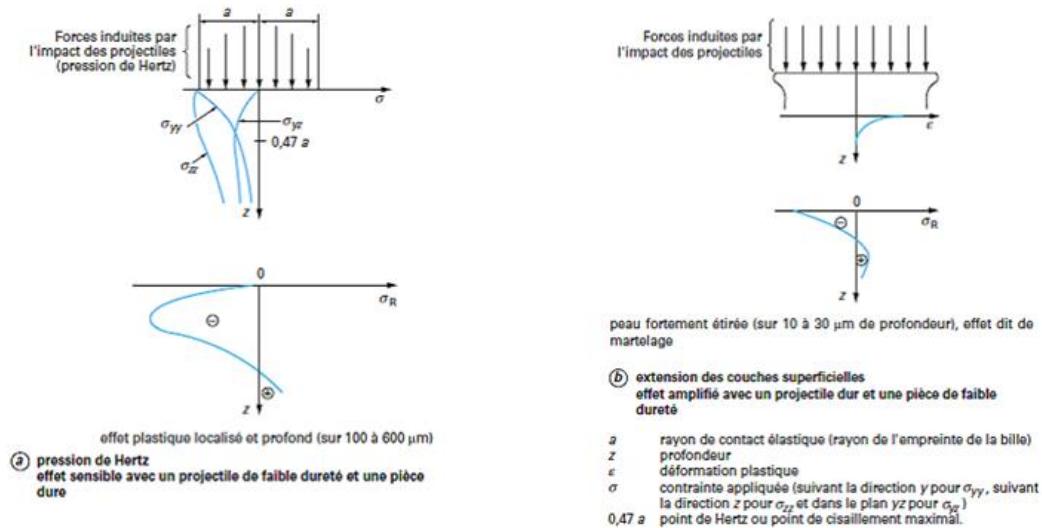


Figure I-40. Origines de contraintes résiduelles lors du grenailage [43]

I-12-1-b. Choc Laser

Les ondes de choc générées par une explosion ou par des impulsions laser de très grande puissance permettent d'obtenir des pressions suffisantes pour dépasser la limite d'élasticité du matériau et déformer plastiquement les couches superficielles de la pièce.

Le traitement par des lasers impulsionnels néodyme/YAG semble prometteur [43]. Des chocs localisés suffisamment intenses peuvent être obtenus à l'aide d'un plasma généré à la surface de la pièce et confiné le plus souvent par une mince couche d'eau. Le plasma est amorcé par un revêtement de peinture noire à la surface de la pièce. Des techniques spéciales pour maîtriser la forme spatiotemporelle du faisceau laser sont mises en œuvre afin d'éviter l'intervention de phénomènes parasites ou la rupture de la colonne d'eau.

La figure I-41 compare les profils de distribution des contraintes résiduelles obtenus pour une pièce en Inconel 718 après traitement par choc laser et après grenailage conventionnel. La profondeur affectée par le traitement laser et le volume de matière comprimé sont significativement plus importants que pour le grenailage. En outre, l'état de surface résultant est nettement meilleur dans le cas du traitement laser.

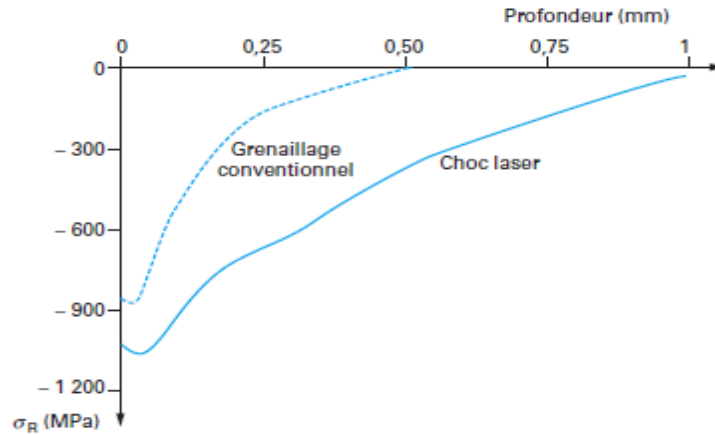


Figure I-41. Profils de contraintes résiduelles dans une pièce en Inconel 718 traitée par choc laser et par grenailage [43].

I-12-1-3. Sablage [43]

Ce traitement est similaire au grenailage. Les projectiles sont constitués le plus souvent de silice ou d'alumine. Leur taille est plus faible et varie de quelques dizaines à quelques centaines de micromètres ; elle est en général exprimée en mesh. La profondeur affectée par les contraintes résiduelles de compression est beaucoup plus réduite que pour le grenailage. Par contre, l'état microgéométrique de surface obtenu est nettement meilleur.

I-12-1-4. Martelage [43]

Le martelage est effectué à l'aide d'un pistolet à percussion qui projette sur la pièce une tige à extrémité hémisphérique de diamètre 6 à 8 mm, donc beaucoup plus important que le diamètre des billes de grenailage les plus courantes. La figure I-42 compare les résultats obtenus par grenailage à billes libres et par martelage pour une pièce en acier inoxydable austénitique de nuance X2CrNi18-10.

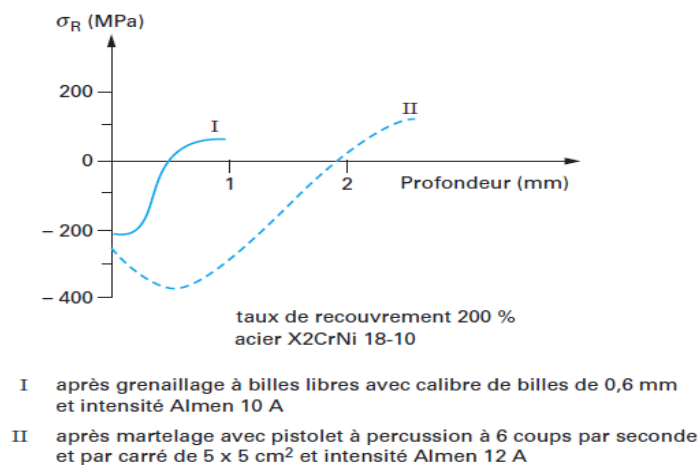


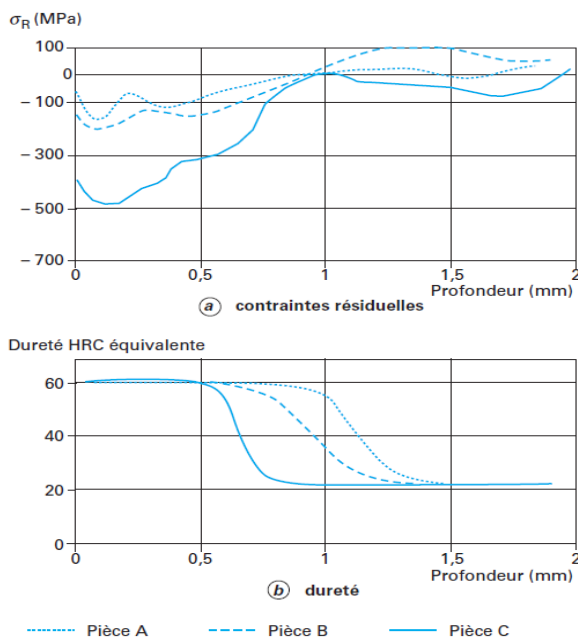
Figure I-42. Comparaison du grenailage et du martelage

I-12-2. Les traitements thermiques superficiels

I-12-2-a. Durcissement par trempe après chauffage localisé par induction [43]

Le chauffage de la couche superficielle est obtenu en plaçant la pièce dans un champ magnétique généré par un courant de haute fréquence circulant dans un inducteur. L'énergie thermique est produite essentiellement par effet Joule à partir des courants induits circulant dans une couche superficielle d'épaisseur plus ou moins importante. Le durcissement de la couche superficielle est obtenu par transformation martensitique de l'austénite. Comme la composition chimique de la couche est celle de l'acier initial, la teneur en carbone de celui-ci doit donc être choisie de manière à obtenir une martensite de dureté suffisante.

La localisation de la transformation martensitique dans une couche superficielle d'épaisseur limitée génère un état de contraintes résiduelles de compression, conséquence directe de l'augmentation de volume inhérente à cette transformation. La figure I-43 illustre les distributions des contraintes résiduelles et les profils de dureté correspondants pour la région centrale d'une dent d'engrenage au niveau de la ligne de contact pour des pignons de même géométrie en acier SAE 1552 et pour diverses séquences de traitement.



Séquence de traitement	Pièce A	Pièce B	Pièce C
Préchauffage		150 kW, 10 kWz	
Temps de préchauffage	7 s	6,5 s	4,85 s
Temps de maintien	10 s	5 s	1,35 s
Chauffage final		300 kW ; 300 kHz ; 0,5 s	
Trempe		Eau, 8 s	

Figure I-43. Profils de distribution des contraintes résiduelles et des duretés dans une dent de pignon en acier SAE 1552 après durcissement par trempe localisée après chauffage par induction [43]

I-12-2-b. Durcissement par trempe après chauffage localisé par faisceau laser [43]

Cette méthode est basée sur la conversion de l'énergie photonique fournie par un faisceau laser en énergie thermique. Il ne faut pas confondre ce traitement avec le traitement par choc

laser qui fait partie des traitements mécaniques. L'énergie photonique est absorbée en surface et le champ thermique à l'intérieur de la pièce est régi par conduction dans le cas d'une source d'énergie mobile.

La figure I-44 représente les profils de distribution des contraintes résiduelles dans le cas d'un chauffage par faisceau laser (cas d'influence de la nuance et l'état du matériau). On constate une mise en précontrainte de compression, mais également l'existence d'une zone de forte traction située à la limite entre la couche traitée et le cœur de la pièce. Cette contrainte de traction existe quelle que soit la microstructure initiale et son origine n'est pas encore complètement élucidée.

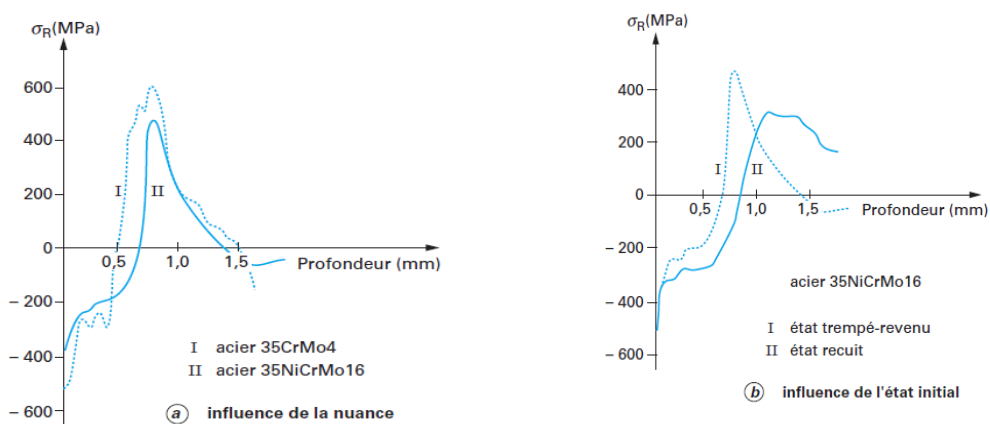


Figure I-44. Trempe superficielle d'une plaque après chauffage.

I-12-3. Les traitements thermochimiques

Ces traitements sont effectués dans un milieu particulier lequel a pour fonction d'attirer un ou plusieurs éléments chimiques. Ces éléments vont enrichir la surface du matériau et diffuser sur une certaine profondeur en provoquant ainsi des modifications des propriétés mécaniques superficielles. Ces traitements améliorent:

- La résistance au grippage et corrosion.
- La résistance à l'usure.
- La tenue en fatigue (flexion, torsion,...).

Il existe aussi de nombreux types de traitements thermochimiques qui se différencient par la nature des éléments diffusants, du type d'interaction et de la nature du milieu.

I-12-3-a. La cémentation

Son principe consiste en un enrichissement en carbone (cémentation) ou carbone + azote (carbonituration) grâce à une atmosphère gazeuse appropriée. Cette opération est suivie immédiatement d'une trempe à l'huile. Ce traitement confère aux pièces des duretés de surface éle-

vées et des duretés à cœur qui sont fonction de la nuance de l'acier employé ainsi qu'un excellent compromis entre une résistance à l'usure élevée et une bonne ductilité.

Les profondeurs de traitement pouvant être réalisées en fonction de la durée du cycle thermique et de la matière employée [44]. La figure I-45 illustre un exemple de profil de distribution des contraintes résiduelles dans les couches cémentées et trempées de l'acier 16NiCo6 (d'après Tournier). On constate par ailleurs que dans la plupart des cas, les contraintes résiduelles dans la couche traitée forment un champ isotrope.

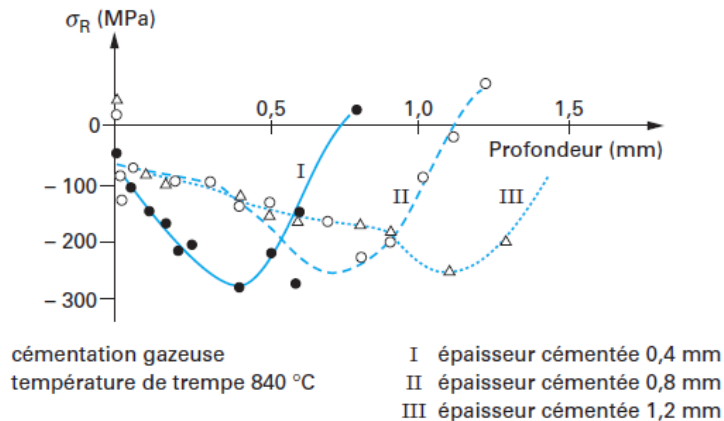


Figure I-45. Contraintes résiduelles dans une couche cémentée et trempée [43].

I-12-3-b. La Nitruration

Les traitements de *nitruration* sont basés sur l'enrichissement en azote ou en azote et carbone (*nitrocarburation*) d'une couche superficielle de la pièce mise en contact avec un milieu convenable à une température inférieure au point de transformation de l'acier de base [43]. Les mécanismes de durcissement et de génération de contraintes résiduelles de compression sont essentiellement liés à un phénomène de précipitation qui a lieu directement au cours du maintien à la température de traitement. La figure I-46 illustre dans le cas de la nitruration gazeuse l'influence de la température de traitement.

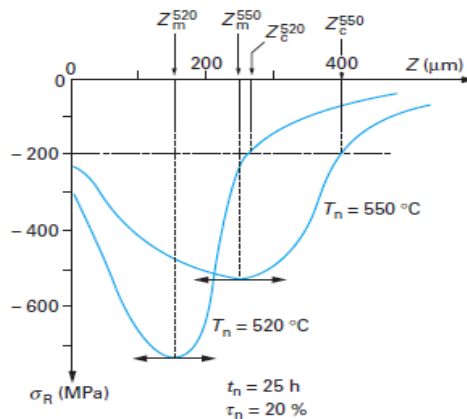


Figure I-46. Contraintes résiduelles après nitruration gazeuse.

I-12-3-c. La carbonitruration [43]

Ce traitement est dérivé du traitement de cémentation, la carbonitruration consiste à enrichir simultanément en carbone et en azote une couche superficielle de la pièce maintenue à l'état austénitique et en contact avec une atmosphère mixte. L'azote actif à l'état atomique est produit par dissociation au contact de la surface de l'ammoniaque introduit dans le gaz de cémentation. Comme dans le cas de la cémentation, le durcissement de la couche et la génération de contraintes résiduelles de compression sont obtenus par trempe, suivie d'un revenu à plus ou moins haute température.

Chapitre II : Modélisation du Cumul d'Endommagement en Fatigue

II-1. Introduction

L'endommagement en fatigue des structures est un processus principal d'initiation et de propagation des fissures et pouvant provoquer la ruine de ces structures. Il est primordial d'évaluer le cumul de dommage et de prédire la durée de vie des composants mécaniques soumis aux sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables. Cela permet aux industriels d'établir des plans de maintenance préventive indiquant les périodes nécessaires à l'entretien des équipements névralgiques.

Nous présentons dans ce chapitre, un modèle prédictif du cumul du dommage engendré par des sollicitations cycliques d'amplitudes variables, lesquelles sont particulièrement appliquées aux pièces dans divers types d'industrie. Contrairement à la loi linéaire de Miner qui ne tient pas compte de l'effet de l'ordre d'apparition des chargements, le modèle proposé est basé sur une loi non linéaire de la contrainte endommagée prenant en considération l'histoire du chargement. Le calcul nécessite uniquement la connaissance de la courbe de Wöhler (courbe S-N) du matériau étudié et la contrainte ultime à la rupture.

II-2. Modélisation du cumul d'endommagement en fatigue uniaxiale

Nous avons présenté dans le chapitre précédent les différentes lois de cumul d'endommagement, où chaque loi exige la connaissance de plusieurs paramètres issus des essais expérimentaux qui rendent leurs applications compliquées. La loi la plus connue pour l'évaluation du cumul de dommage est celle de Palmgen-Miner. Cette loi se caractérise par sa simplicité; mais son inconvénient est qu'elle ne tient pas en compte de l'histoire du chargement.

Le modèle que nous proposons est basé sur la loi de cumul de la contrainte endommagée développée par Mesmacque et al. [23,36,41]. En effet, il s'agit d'une loi non linéaire relativement simple à appliquer pour la prédiction de la durée de vie et le cumul du dommage. Le modèle proposé tient compte de l'histoire de chargement, aspect négligé par la règle de Miner, notamment l'ordre d'application des différents blocs de chargement [36,41]. L'algorithme de la loi est représenté sur la figure II-1.

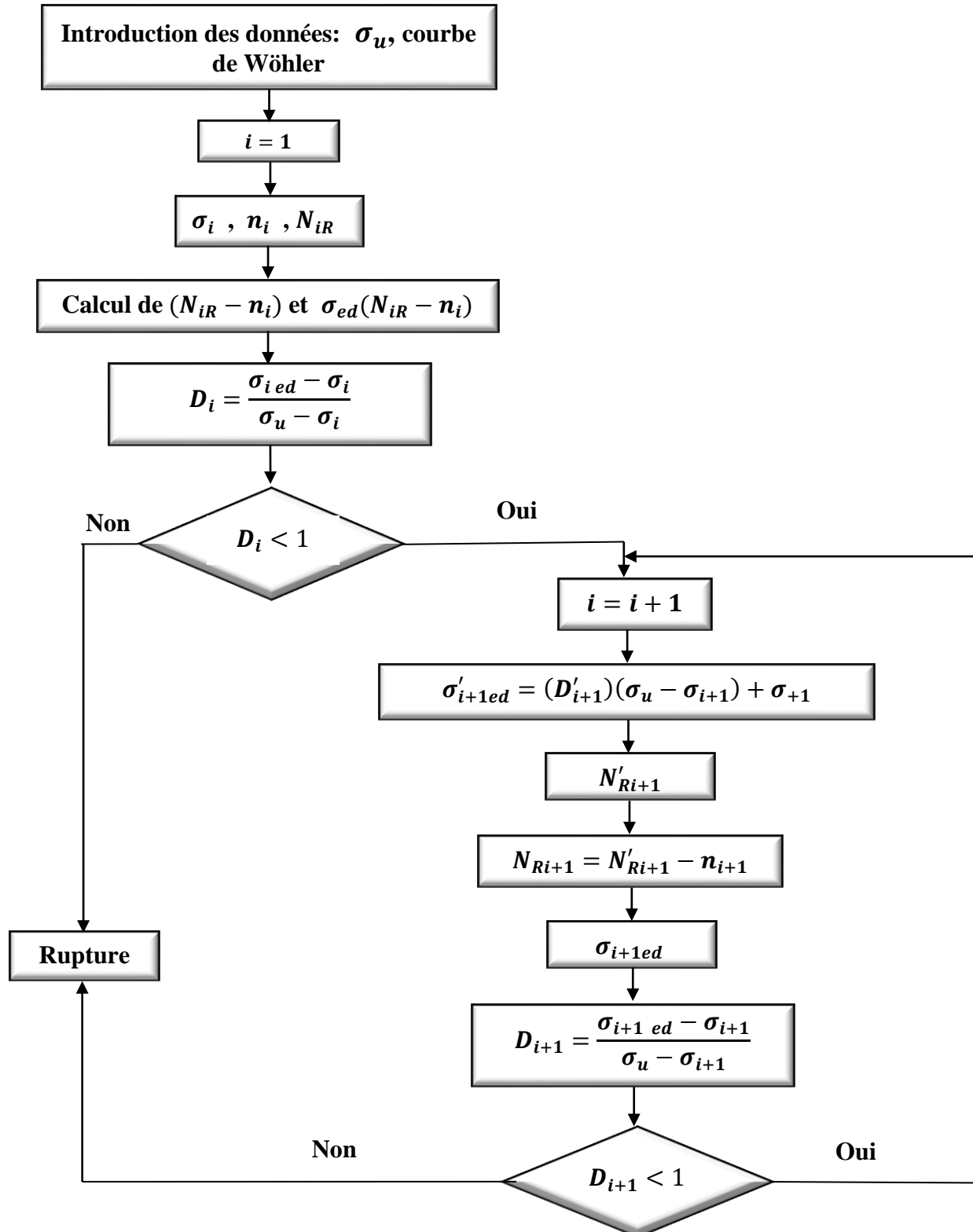


Figure II-1. Organigramme de calcul de l'indicateur du dommage de la contrainte endommagée en fatigue uniaxiale

II-3. Validation du modèle

Le matériau étudié est un acier normalisé C45 (SAE 1045 : acier laminé à froid). La composition chimique du matériau est donnée par le tableau II-1 suivant :

Tableau II-1. Composition chimique de l'acier C45 [52]

Eléments	C	Fe	Si	Mn	Ni	Cr	Mo	P	V	S
%	0,42 à 0,50	97,9	0,24	0,66	0,115	0,16	0,024	≤ 0,035	0,0023	0,097

Les caractéristiques mécaniques conventionnelles sont résumées dans le tableau II-2 suivant :

Tableau II-2. Caractéristiques mécaniques [52]

E (GPa)	G (MPa)	R_e (MPa)	R_m (MPa)	A %	Dureté HB
205	81000	275 - 340	560 - 620	14 – 16	max 207

La microstructure du matériau C45 à l'état initial a été révélée par une attaque au Nital 3%. Ce matériau présente deux phases : perlite et ferrite (ferrito-perlitique) avec des grains de forme polyédrique (figure II-2).

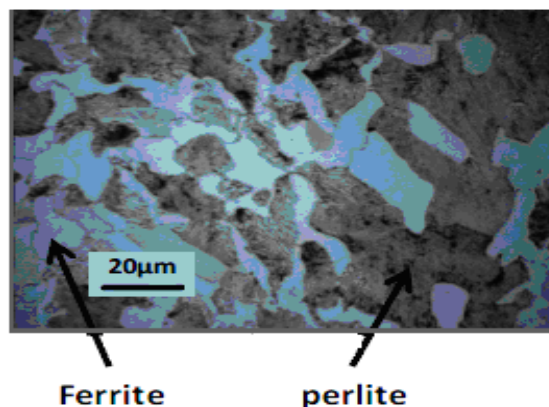


Figure II-2. L'acier C45 à l'état initial

Shang et al. [51] ont réalisé des essais de fatigue sous une sollicitation en flexion rotative à amplitude contrôlée.

La limite d'endurance en flexion alternée est: $f_{-1}=262 \text{ MPa}$.

Le lissage de la courbe de Wöhler correspondant à une sollicitation de flexion, dans le domaine à endurance limitée entre 10^4 à 10^7 cycles, a été formulé par Hendrickson [53] comme suit :

$$f_{-1}(N_i) = 2000.9N_i^{-0.118} \quad (\text{II-1})$$

La courbe S-N, sous sollicitation de flexion alternée, est représentée par la figure II-3.

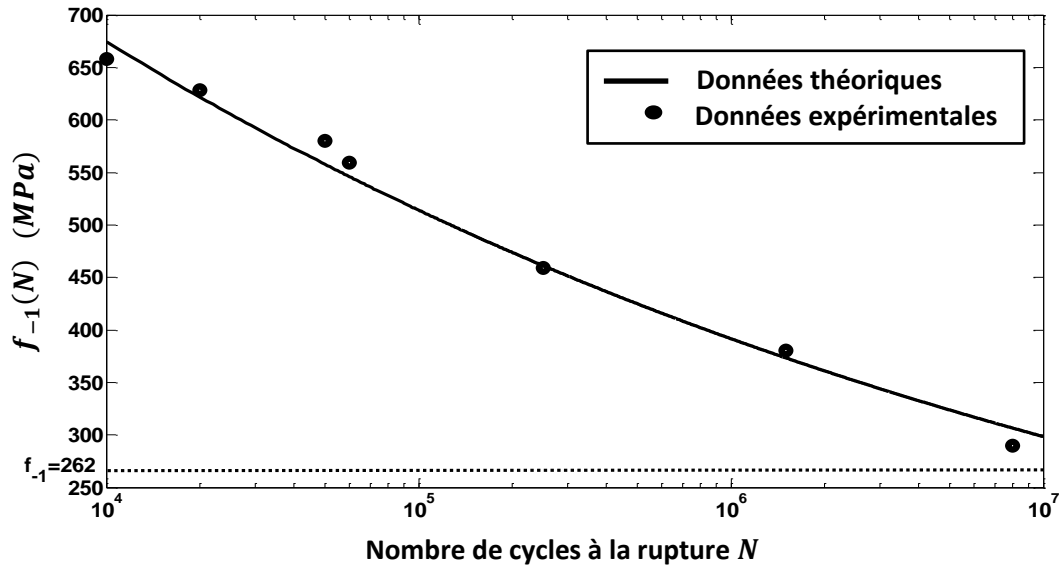


Figure II-3. Courbe S-N de flexion alternée de l'acier C45 (SAE 1045) .

II-3-1. Effet de chargement sur l'évolution du cumul de dommage

Afin de décrire l'évolution du cumul d'endommagement, le modèle requiert la connaissance entière de la courbe de Wöhler du matériau. Pour ce faire, il est indispensable de modéliser la courbe de Wöhler dans sa partie olygocyclique. Par interpolation, nous avons modélisé cette partie entre 0 et 10^4 cycles (les démonstrations sont exposées en l'annexe I). Par conséquent, l'équation suivante décrit la courbe S-N dans sa partie olygocyclique:

$$f'_{-1}(N_i) = -0.065N_i^{0,795} \quad (\text{II-2})$$

Après établissement de la totalité de la courbe de Wöhler, nous appliquons la loi de la contrainte endommagée via l'organigramme donné par la figure II-1. Pour déterminer l'évolution du cumul de l'endommagement sous l'effet de deux contraintes de valeurs différentes (330 et 405 MPa). Afin de pouvoir faire une comparaison entre les deux modèles, leurs allures sont représentées sur la figure II-4.

Le cumul du dommage de la loi de Palmgren-Miner se calcule comme suit :

$$D = \sum D_i = \sum_i^k \frac{n_i}{N_{Ri}}$$

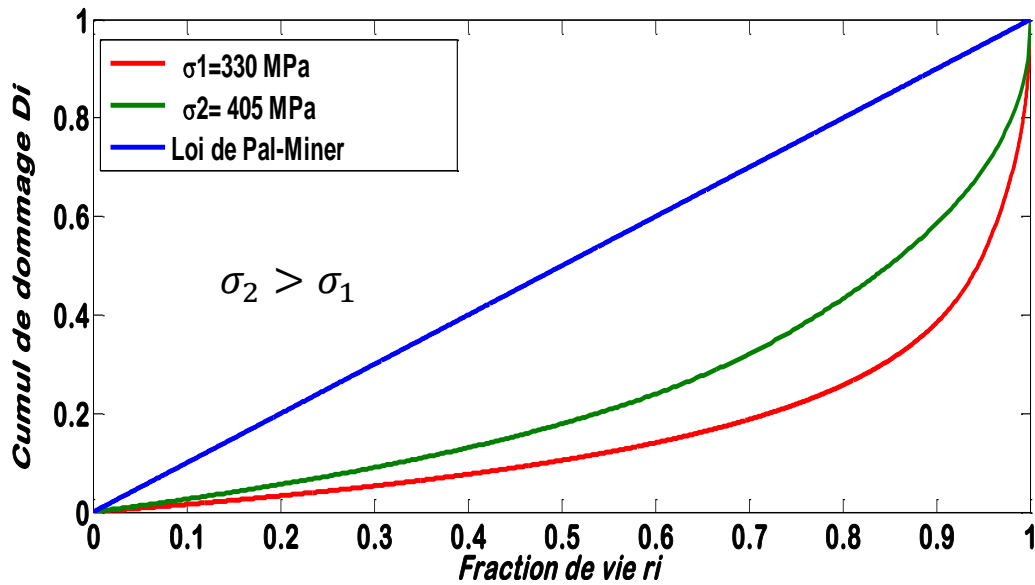


Figure II-4. Effet des chargements sur l'évolution du cumul de dommage.

Les courbes représentées sur la figure II-4 ont une forme non linéaire. Elles représentent l'évolution du cumul d'endommagement sous chargement uniaxial en fonction de la fraction de durée de vie r_i . La courbe dont la contrainte est de 330 MPa évolue d'une manière progressive où le cumul d'endommagement augmente graduellement durant un segment important de fraction de vie (de 0 à 0,8), puis et à partir de $r_i = 0,8$ le cumul du dommage augmente rapidement pour atteindre la valeur maximale égale à 1 ($D = 1$), correspondant à la rupture de la structure. La deuxième courbe, relative à une contrainte égale à 405 MPa, est située au-dessus de la première courbe et suit la même forme d'allure décrite précédemment. Ce qui montre que le cumul d'endommagement établi par notre modèle est influencé par l'intensité des charges appliquées.

Contrairement à ces deux courbes, on constate que la loi de Palmgren-Miner est représentée par une droite, où le cumul d'endommagement a une évolution purement linéaire.

II-3-2. Confrontation aux résultats expérimentaux

Afin de valider le modèle proposé nous avons confronté les résultats donnés par le modèle proposé avec les travaux expérimentaux de Shang et Yao [54] réalisés sur l'acier C45. Cette confrontation est illustrée sur les figures II-5 et II-6, lesquelles donnent une comparaison entre

les résultats expérimentaux d'une part et la modélisation du cumul d'endommagement de la loi de la contrainte endommagée proposée ainsi que la loi de Palmgren-Miner, d'autre part.

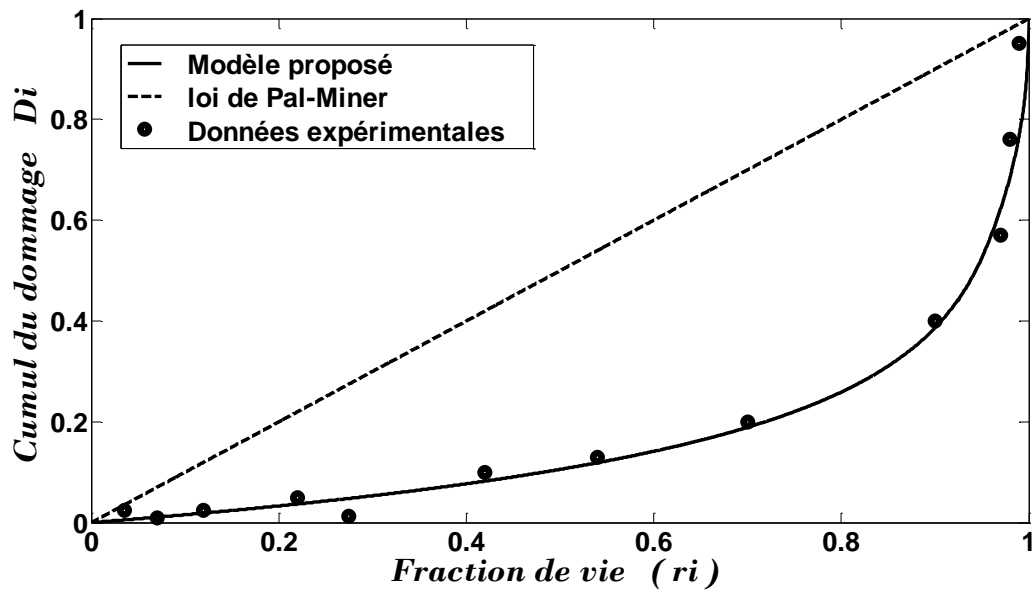


Figure II-5. Courbes de l'évolution du cumul dommage D_i en fonction de fraction de vie r_i données par les résultats expérimentaux, par la loi de Palmren-Miner et par le modèle proposé dans le cas d'une éprouvette en acier C 45 soumise à une contrainte de flexion alternée égale à 330 MPa.

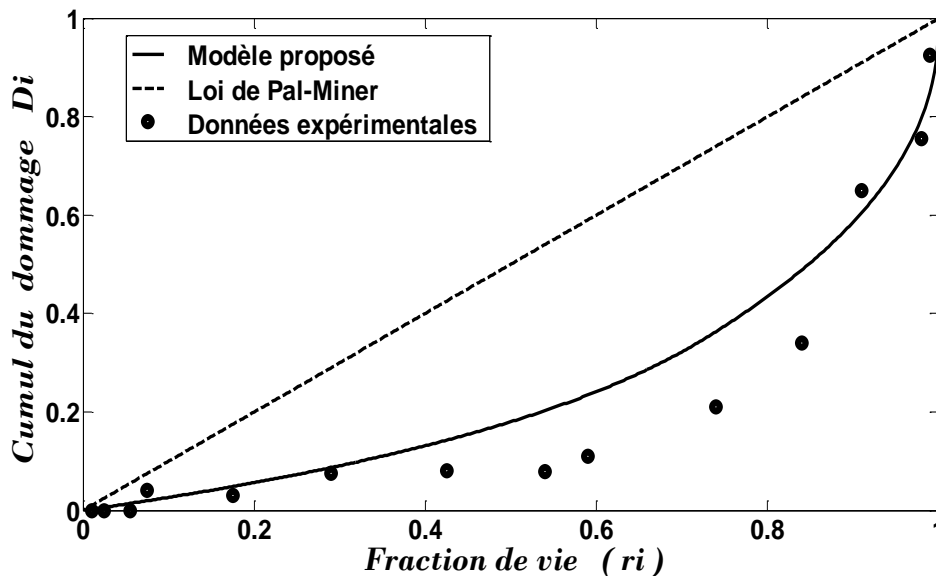


Figure II-6. Courbes de l'évolution du cumul dommage D_i en fonction de fraction de vie r_i données par les résultats expérimentaux, par la loi de Palmren-Miner et par le modèle proposé dans le cas d'une éprouvette en acier C 45 soumise à une contrainte de flexion alternée égale à 405 MPa.

Nous pouvons observer que les résultats obtenus par la modélisation [55] mettent en évidence l'évolution du cumul d'endommagement. Il est à remarquer que l'allure de la courbe du cu-

mul pour chacune des contraintes de flexion appliquée (330 et 450 MPa) est très proche des valeurs expérimentales, contrairement à la loi de Palmgren-Miner laquelle présente une évolution linéaire dans les deux cas de chargement. Cette confrontation nous conduit à conclure que les résultats obtenus par le modèle proposé sont en bonne concordance avec les données expérimental

es réalisés par Shang et Yao [54]. Par conséquent, le modèle est valide.

II-4. Modélisation du cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale

Généralement les structures mécaniques sont souvent soumises aux sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables. La loi de la contrainte endommagée est insuffisante pour déterminer l'évolution du dommage et la durée de vie sous ces conditions de chargement. Cette problématique a été étudiée par une équipe de chercheurs de l'INSA de Lyon (J.L.Robert 1992) [1], lesquels ont proposé une méthode de couplage d'une loi d'endommagement uniaxiale avec un critère de fatigue multiaxiale.

Dans notre cas, nous avons proposé une loi de cumul d'endommagement (loi de la contrainte endommagée) qui sera couplée au critère de fatigue de Crossland [56].

II-4-1. Présentation du critère de Crossland

Le critère de Crossland [57] est défini par la limitation de la contrainte équivalente de Von Misès, exprimée par une relation linéaire entre l'amplitude de la racine carrée du second invariant de déviateur de contraintes et la pression hydrostatique maximale [12]. Le critère s'écrit d'après l'équation (II-3) :

$$\xi_a + aP_{max} \leq b \quad (\text{II-3})$$

Avec

$$\xi_a = \sqrt{J_2 a} = \sigma_{eq a} / \sqrt{3} \quad (\text{II-4})$$

$$P_{max} = 1/3 [tr(\sigma_m) + tr(\sigma_a)] \quad (\text{II-5})$$

ξ_a et P_{max} sont respectivement le second invariant de déviateur de contrainte et la pression hydrostatique maximale respectivement.

Avec :

$$b = \tau_{-1} \quad (\text{II-6})$$

$$a = \frac{\tau_{-1} - \frac{f_{-1}}{\sqrt{3}}}{\frac{f_{-1}}{3}} \quad (\text{II-7})$$

La représentation graphique du critère est montrée sur la figure II-7 ($\sqrt{J_{2a}} = f(P_{max})$) indique le domaine de sécurité.

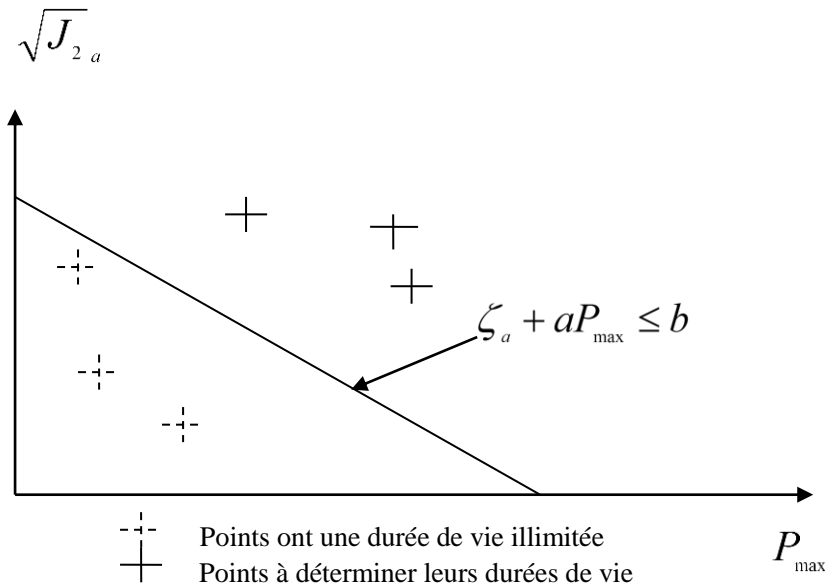


Figure II-7.Représentation graphique du critère de Crossland.

Les constantes a, b sont des paramètres du matériau, déterminées par deux essais expérimentaux : essais de torsion et de flexion purement alternées.

Pour conserver le signe de la pression hydrostatique dans l'équation (II-3), le paramètre a doit présenter une certaine condition mathématique qui est d'après [12] :

$$\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} < \sqrt{3} \quad (\text{II-8})$$

Cela s'explique par le fait que le critère de Crossland s'applique à des matériaux qui vérifient cette condition nécessaire.

II-4-2. Méthodologie de travail

La méthodologie adoptée, pour le calcul du cumul du dommage et la durée de vie, dans le cas d'un chargement multiaxial d'amplitude variable comprend les étapes suivantes :

1. La première est réservée à la caractérisation du matériau vis-à-vis de la fatigue multiaxiale.

2. La seconde consiste à définir la répartition des différents efforts appliqués sur la structure ainsi que les conditions aux limites.
3. La troisième étape est consacrée à la détermination de la contrainte équivalente maximale, en exploitant le critère de Crossland, après calcul via le code Ansys [57], des paramètres ξ_a et P_{max} .
4. La courbe de Wöhler utilisée pour l'application de loi de la contrainte endommagée est celle de la courbe de torsion du fait que le calage du critère de fatigue de Crossland s'effectue sur cette courbe.
5. Enfin, on calcule le cumul du dommage ainsi que la durée de vie totale, en utilisant la loi de la contrainte endommagée via une simulation sous le code Matlab [58].

La figure II-8 représente l'organigramme de calcul du cumul d'endommagement et la prédiction de la durée de vie sous chargement en fatigue multiaxiale.

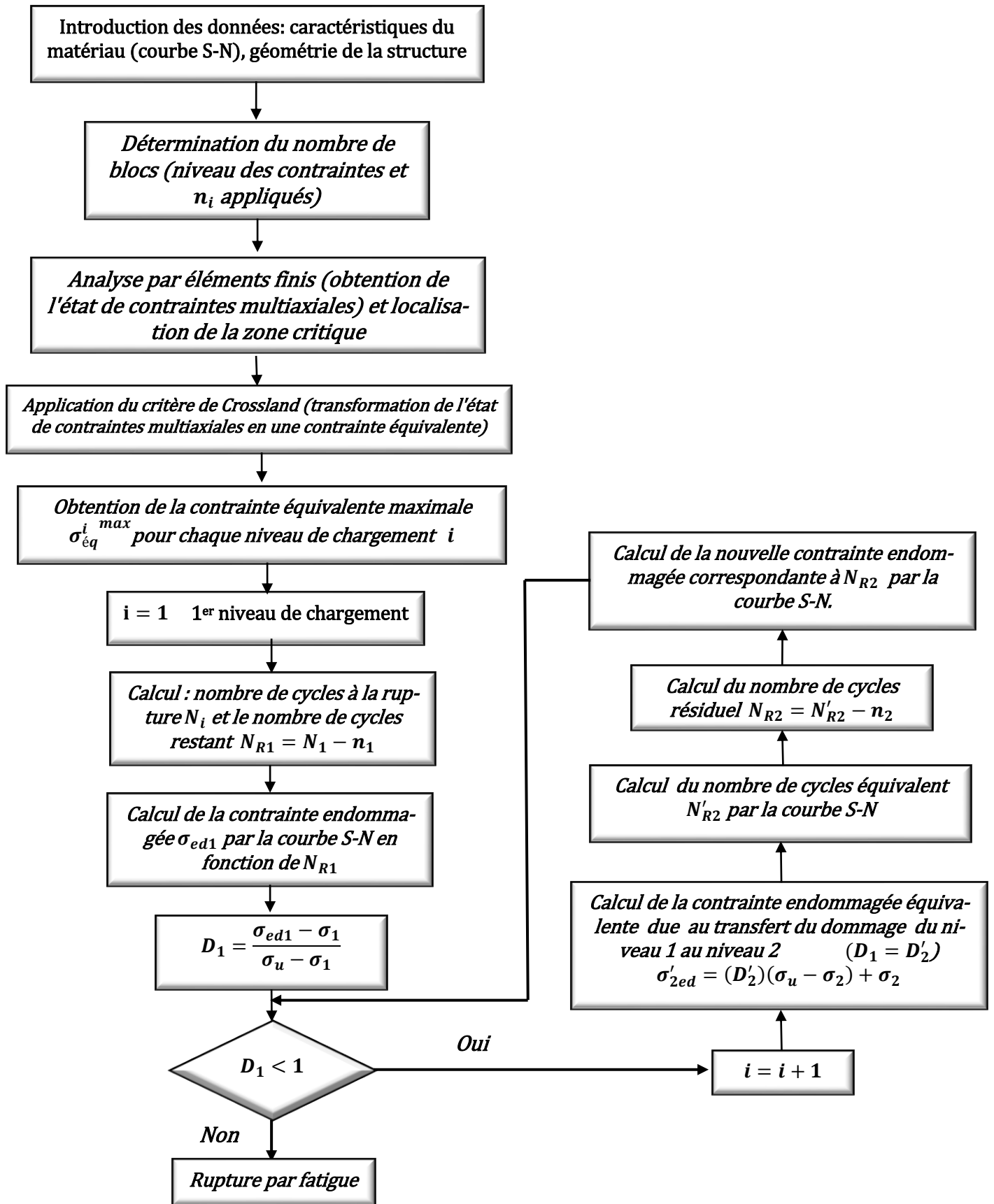


Figure II-8. Procédure de calcul de l'indicateur de cumul de dommage de la contrainte endommagée en fatigue multiaxiale.

II-5. Application du modèle sur des structures en acier SM 45C

II-5-1. Caractéristiques du matériau SM 45C

L'acier SM 45C [59,60] est un acier au carbone. La composition chimique du matériau et les caractéristiques mécaniques sont données par les tableaux suivants:

Tableau II-3. Composition chimique de l'acier SM 45C.

C	Mn	P	S	Si	Ni	Cr	Cu
0.42	0.73	0.02	0.012	0.28	0.14	0.18	0.13

Tableau II-4. Caractéristiques mécaniques statiques de l'acier SM45C.

σ_e (MPa)	σ_u (MPa)	E (GPa)	G (GPa)	ν	A %
638	824	213	82.5	0.29	22

II-5-2. Courbes de fatigue de l'acier SM 45C

Les propriétés en fatigue du matériau étudié ont été obtenues par Lee [59]. L'auteur a réalisé des essais de fatigue en torsion et en flexion purement alternée. Les limites d'endurance en torsion et flexion purement alternée sont : $t_{-1} = 311$ MPa, $f_{-1} = 442$ MPa.

Dans la zone d'endurance limitée à grand nombre de cycles : $N_l \leq N_i \leq N_k$, les courbes S-N ont été modélisées par Papadopoulos [62], comme suit:

- Courbe de torsion purement alternée;

$$\tau_{-1}(N_i) = \frac{311}{1 - 62.3N_i^{-0.53}} \quad (\text{II-9})$$

- Courbe de flexion purement alternée:

$$f_{-1}(N_i) = \frac{442}{1 - 62.3N_i^{-0.53}} \quad (\text{II-10})$$

Les courbes S-N en torsion et flexion purement alternée sont montrées dans les figures II-9 et II-10. On peut remarquer que le nombre de cycles $N_k = 10^7$ sépare les deux domaines à endurance limitée et illimitée.

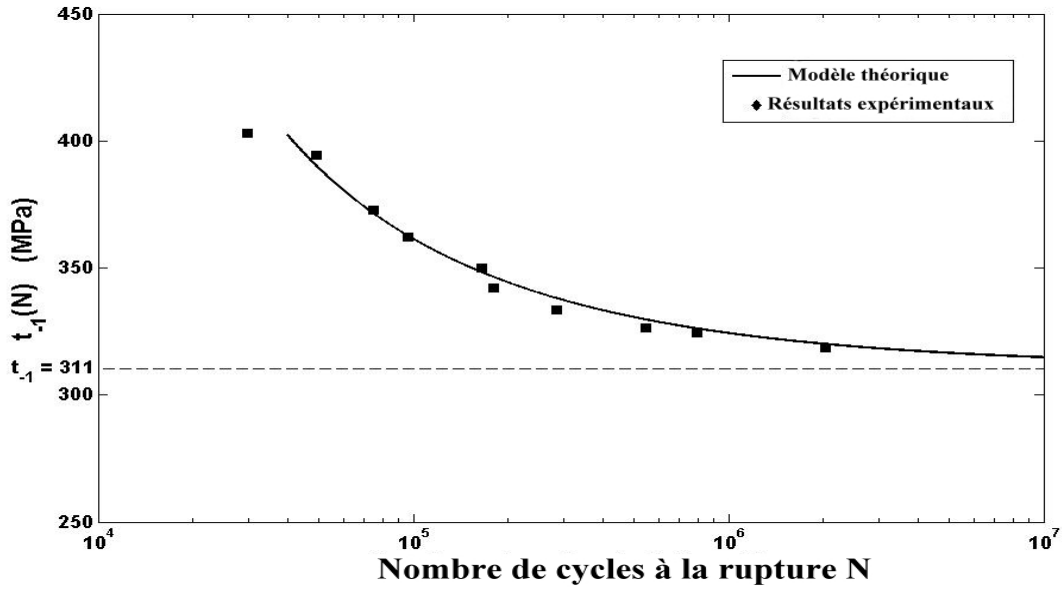


Figure II-9. Courbe de fatigue en torsion purement alternée de l'acier SM 45C.

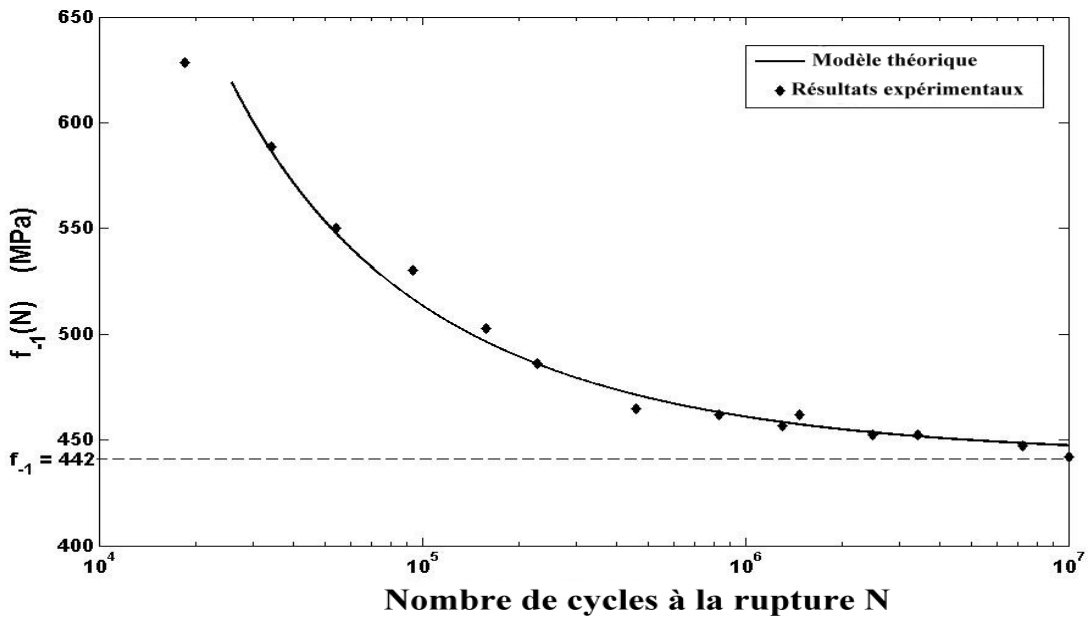


Figure II-10. Courbe de fatigue en flexion purement alternée de l'acier SM 45C.

Les caractéristiques en fatigue du matériau sont exploitées pour identifier les paramètres de notre modèle.

Compte tenu que la courbe S-N expérimentale relative à l'essai de torsion purement alternée qui ne couvre pas totalement les différents domaines de la courbe de Wöhler et afin de pro-

céder à une simulation, nous sommes conduits à modéliser la partie manquante en l'occurrence le domaine oligocyclique. Pour ce faire, nous employons une méthode d'interpolation.

La totalité de la courbe de Wöhler est a été lissée par les d'équations suivantes :

$$\begin{cases} \tau'_{-1}(N_i) = -2.348N_i^{0.338} + 475 & 0 \leq N_i \leq 81254 \\ \tau_{-1}(N_i) = \frac{311}{1-62.3N_i^{-0.53}} & 81254 \leq N_i \leq 10^7 \end{cases} \quad (\text{II-11})$$

La détermination de l'équation $\tau'_{-1}(N_i)$ est présentée dans l'annexe I.

II-5-3. Application du Critère de Crossland

Dans cette partie, le critère de Crossland sera présenté dans le domaine à endurance limitée (entre $N_l = 81254$ cycles et $N_k = 10^7$ cycles.)

II-5-3-a. Droite limite du domaine de durée de vie illimitée

En utilisant les équations des courbes S-N du matériau (II-9) et (II-10), on peut calculer les constantes du critère selon les formules (II-6) et (II-7). A partir des limites de fatigue du matériau en torsion et flexion purement alternée à $N_i = N_k = 10^7$ Cycles (domaine à grand nombre de cycles) on peut identifier les constants a et b comme suit :

$$a = 0.37 \text{ et } b = 314$$

Le critère de Crossland peut s'écrire suivant sa formule II-3 par:

$$\xi_a + 0.37P_{max} \leq 314,82 \quad (\text{II-12})$$

II-5-3-b. Droite limite du domaine de durée de vie limitée

De la même façon, les limites de fatigue à $N_i = N_l = 81254$ Cycles, et en utilisant les équations de courbes S-N du matériau (II-9) et (II-10); on peut calculer les constantes du critère de Crossland en utilisant les équations (II-6) et (II-7); donc :

$$a = 0.37 \text{ et } b = 368.3$$

Le critère de Crossland peut s'écrire suivant la formule II-3 par:

$$\xi_a + 0.37P_{max} \leq 368.3 \quad (\text{II-13})$$

Le diagramme de Crossland selon la figure II-11 est délimité par deux droites, présentant le domaine des durées de vie limitées.

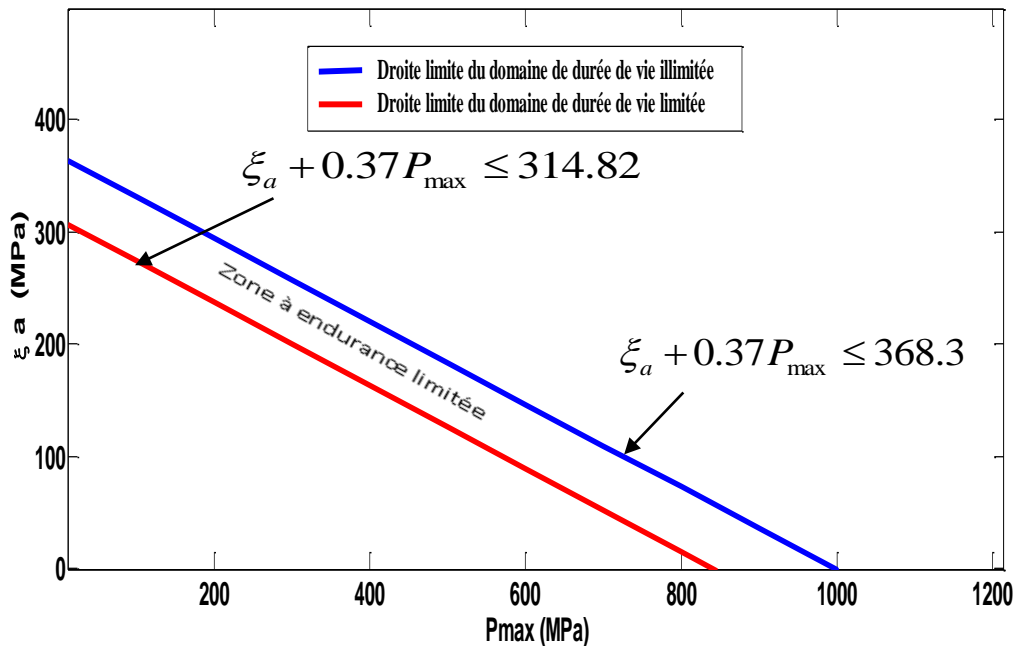


Figure II-11. Droites limites du domaine du critère de Crossland.

II-5-4. Calcul de durée de vie sous sollicitations multiaxiales d'amplitudes constantes

Afin de déterminer la durée de vie des structures sollicitées en fatigue multiaxiale d'amplitudes constantes, on utilise uniquement le critère de Crossland. Dans chaque application, on introduit des chargements superposés (solicitation en dessous de la limite d'élasticité), et on détermine les valeurs suivantes :

- La pression hydrostatique maximale P_{max} : déterminée par l'application de la contrainte statique plus la contrainte alternée [12].
- La racine carrée du second invariant des contraintes ξ_a : déterminée par l'application de la contrainte alternée [5-12].
- D'après l'équation (II-4) on calcul : $\xi_a = \sqrt{J_{2a}} = \sigma_{eqa}/\sqrt{3}$

La contrainte σ_{eqa} est la contrainte de Von Misés obtenue à partir de la contrainte alternée

- La Contrainte Equivalente de Crossland déterminée selon [61] par :

$$\sigma_{EQ} = \xi_a + 0.37P_{max} \quad (II-14)$$

- Détermination de l'élément critique.

II-5-4-a. Géométrie de la structure et conditions aux limites

Dans cette application, l'éprouvette de la figure II-12 est une plaque rectangulaire de faible épaisseur, qui présente un défaut de forme en son milieu afin de mettre en évidence la zone où les contraintes sont maximales. La sollicitation appliquée est composée d'une contrainte de traction suivant la direction x et une contrainte de flexion engendrée par la force alternée. Les conditions aux limites sont représentées sur la figure II-13.

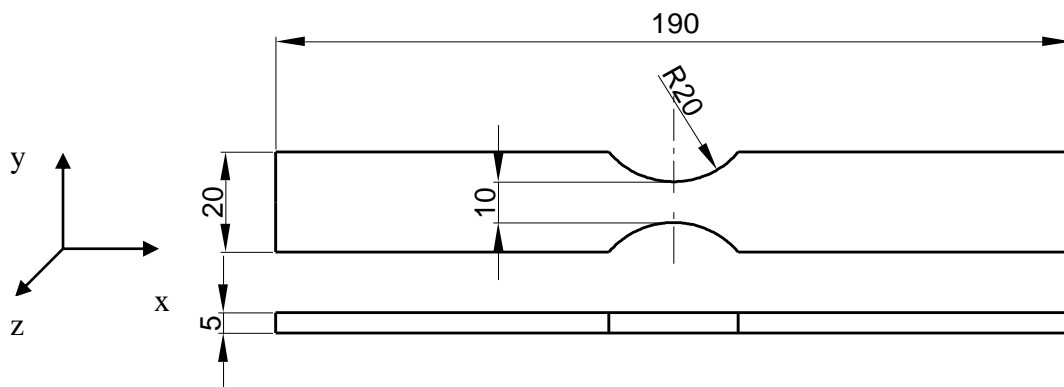


Figure II-12. Géométrie de l'éprouvette rectangulaire [3-22]

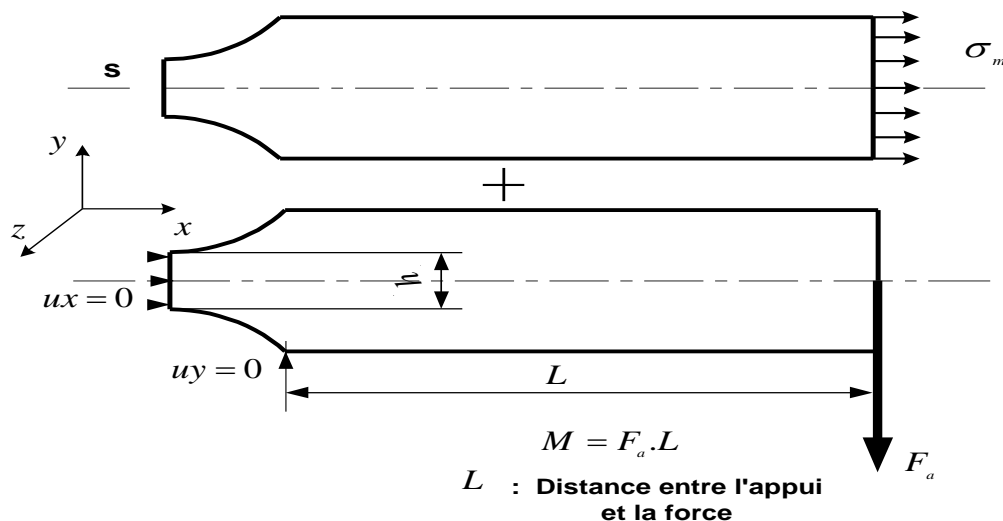


Figure II-13. Condition aux limites.

Compte tenu des symétries géométriques et de répartition de charges, nous n'avons modélisé que la moitié de l'éprouvette. Cette dernière subit un effort de traction monotone uniforme σ_m sur son extrémité, combiné à une force tangentielle cyclique d'amplitude F_a suivant la direc-

tion y. Afin de modéliser la flexion nous avons bloqué le déplacement dans la direction y, du nœud le plus à gauche de la face inférieure.

II-5-4-b. Maillage de la structure

La détermination des champs de contraintes et par conséquent, les paramètres P_{max} , ξ_a et σ_{EQ} , nécessite la décomposition de la structure en mailles (éléments finis) par le biais du code d'éléments finis Ansys [58]. Le maillage préconisé est basé sur l'élément type à huit nœuds, en raison de la précision des résultats donnés par cet élément. La figure II-14 illustre la moitié de l'éprouvette maillée (mailles quadrilatérales en 2D).

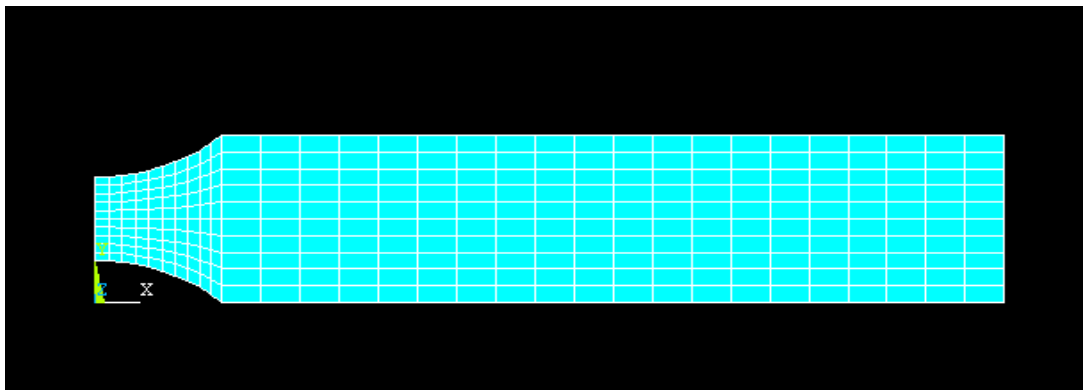


Figure II-14. Présentation la moitié de l'éprouvette avec un maillage ordonné.

(Maillage grossier)

II-5-4-c. Détermination de la zone critique

Nous appliquons différentes combinaisons de chargements, sous les mêmes conditions aux limites, afin de localiser la zone dite critique laquelle correspond à l'élément (271). Cet élément est montré dans les figures II-15 et II-16. Le tableau II-5 récapitule les résultats obtenus.

Tableau II-5. Détermination de la zone critique (élément critique)

$F_a(N)$	$P_{max} (MPa)$	$\xi_a(MPa)$	$\sigma_{EQ}(MPa)$	Élément critique
$\sigma_m(MPa)$				
500	232.46	259.47	345.81	271
100				
550	248.14	285.42	377.23	271
100				

Les figures II-15 et II-16 montrent la répartition des contraintes le long du profil de la demi-structure. Dans la première figure, les zones colorées en rouge sont les sites les plus sollicités par l'application de la contrainte de traction. La deuxième figure montre les zones, colorées en rouge, les plus sollicitées, sous l'effet du moment fléchissant engendré par l'application de la force alternée.



Figure II-15. Zone critique due au chargement de traction monotone



Figure II-16. Zone critique due au chargement de flexion alternée

L'élément critique mentionné sur le tableau II-5 « 271 », ne change pas de position quelle que soit l'intensité du chargement appliqué. La figure II-17 localise la position de cet élément et la figure II-18 le montre d'une manière plus précise.

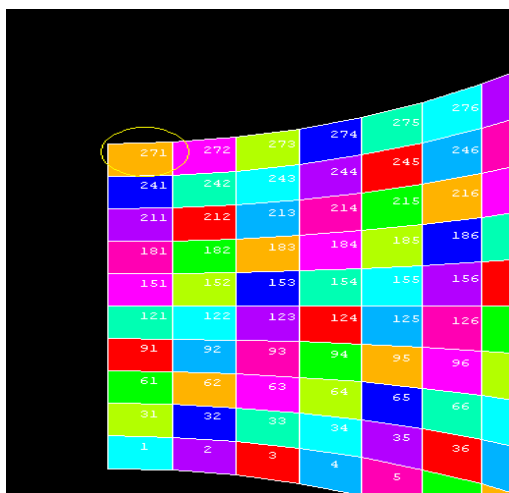


Figure II-17. Position de l'élément 271

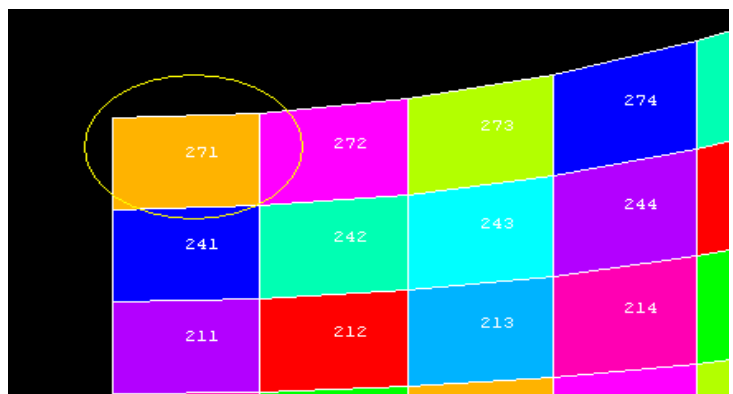


Figure II-18. Détail sur la position de l'élément

II-5-4-d. Optimisation du maillage

Afin d'assurer une meilleure précision de la simulation, nous avons procédé à un raffinement du maillage de la structure. Pour ce faire, il est nécessaire de vérifier la convergence des résultats dans l'optique d'opter pour un maillage optimum. Nous choisissons l'élément à 8 nœuds (plane 82) et nous fixons une combinaison de sollicitations en l'occurrence: $\sigma_m = 100 \text{ MPa}$ et $F_a = 500 \text{ N}$. Par la suite nous cherchons la convergence des résultats obtenus par la simulation. Les tests de convergence sont montrés dans le tableau II-6.

Tableau II-6. Résultats du raffinement du maillage.

Ordre	1	2	3	4	5
$P_{max} \text{ (MPa)}$	232.47	244.57	248.59	250.6	250.6
$\xi_a \text{ (MPa)}$	259.47	282.36	290.26	294.26	294.26
$\sigma_{EQ} \text{ (MPa)}$	347.01	375.29	384.72	389.49	389.49
Nombre d'éléments	300	1200	2700	5600	6400

La suivante figure II-19 illustre la convergence des paramètres :

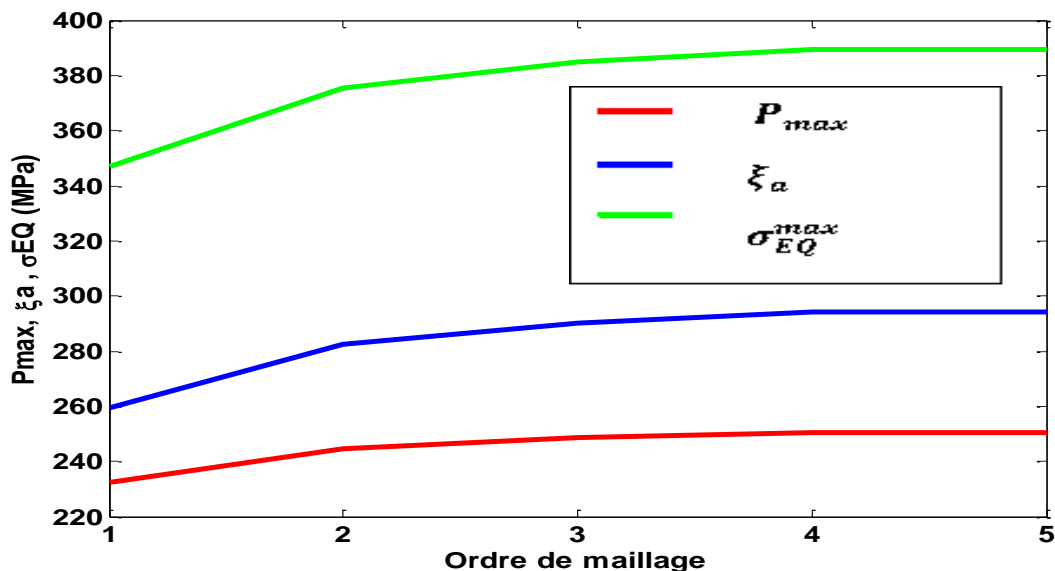


Figure II-19. Convergence des paramètres recherchés $P_{max}, \xi_a, \sigma_{EQ}$

(Maillage quadrilatéral).

On constate que chaque paramètre tend vers une asymptote horizontale, cela montre que le raffinement permet de converger un certain nombre de résultats recherchés.

II-5-5. Calcul de durée de vie

Nous limitons notre étude au raffinement du troisième ordre et nous appliquons plusieurs chargements. A chaque fois, nous fixons une contrainte moyenne et faisons varier la force alternée (nous n'appliquons que les amplitudes des forces alternées). Les séquences de calcul sont présentées dans l'organigramme de la figure II-20

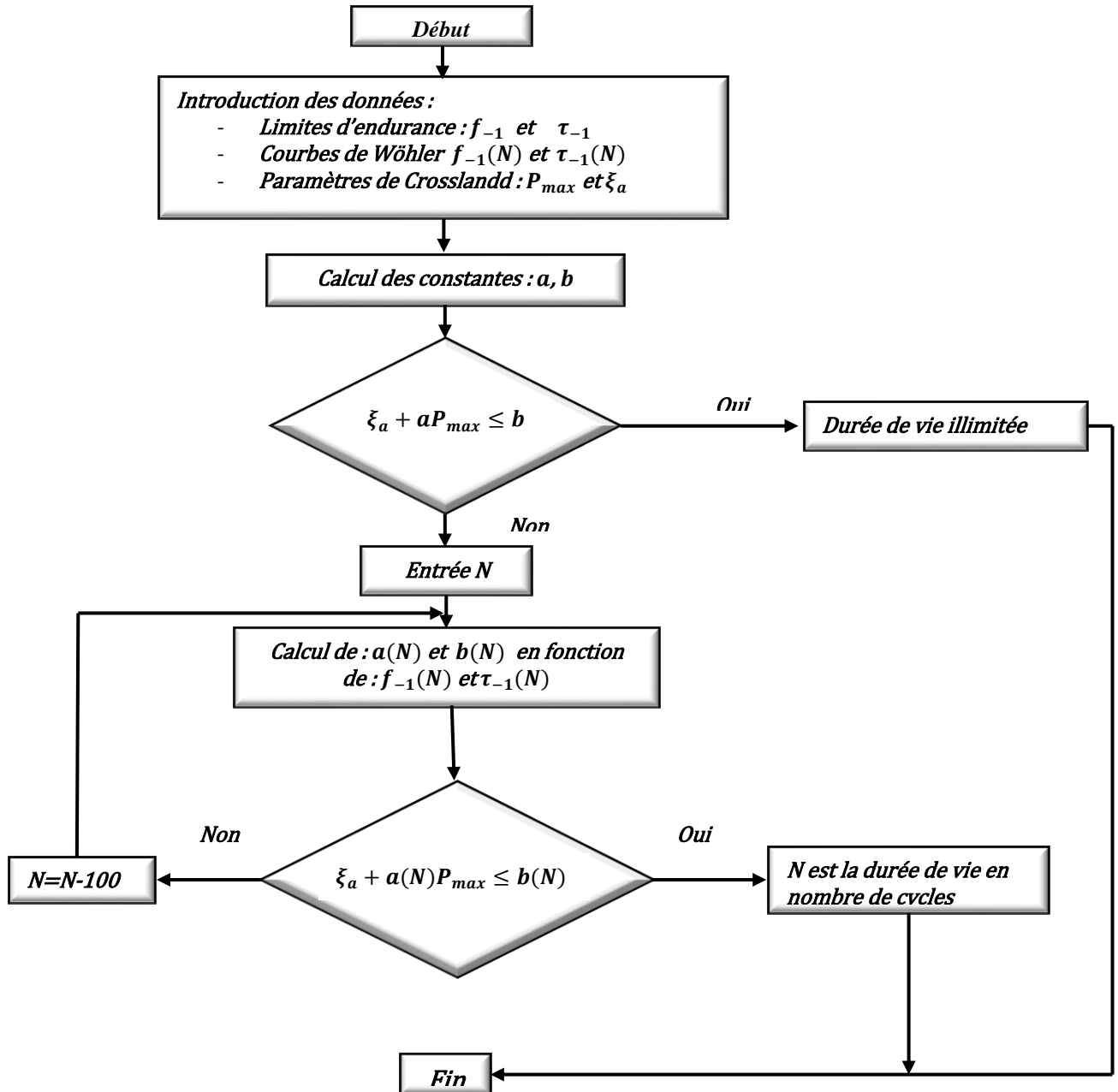


Figure II-20. Organigramme de calcul de la durée de vie via le code Matlab (chargements d'amplitudes constantes)

Les résultats sont montrés dans le tableau II-7.

Tableau II.7. Chargements appliqués et résultats obtenus

σ_m (MPa)	F_a (N)	P_{max} (MPa)	ξ_a (MPa)	σ_{EQ} (MPa)	Nombre de cycles (rupture)
60	400	185.09	235.41	305.74	illimitée
60	450	202.46	264.83	341.77	231 500
80	500	235.21	294.26	383.64	56 500
90	500	242.9	294.26	386.56	53 200
100	500	250.6	294.26	389.49	50 200
100	550	267.96	323.69	425.51	H.D

II-5-6. Commentaire des résultats

Nous avons présenté, dans le tableau précédent, les résultats de quelques simulations correspondantes à des sollicitations d'amplitudes constantes composées de σ_m et F_a avec les paramètres du critère de Crossland en l'occurrence ξ_a , P_{max} et σ_{EQ} lesquels ont été calculés sous le code Ansys. Pour chaque cas de chargement, le modèle permet de situer, par rapport aux différents domaines de fatigue (endurances illimitée, limitée ou hors domaine (H D), la position caractéristique du trajet de chargement et par conséquent simule le calcul de fatigue approprié. Dans le domaine de fatigue à l'endurance limité, la simulation calcule la durée de vie de la structure via le code Matlab [59]. Cette simulation sera exploitée, plus tard, pour les structures soumises aux sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables. A cet effet, le critère de fatigue utilisé sera associé à la loi de cumul d'endommagement proposée. Les chargements considérés sont composés de plusieurs blocs de différents niveaux. Chaque niveau est caractérisé par une contrainte et un nombre de cycles.

II-6. Calcul du cumul d'endommagement et durée de vie sous sollicitations multiaxiales d'amplitudes variables

Pour déterminer l'évolution du cumul d'endommagement et par voie de conséquence la durée de vie, nous utiliserons deux structures, en acier de nuance SM 45C, de formes différentes. Chacune sera sollicitée à des chargements d'amplitudes variables sous formes de blocs à plusieurs niveaux. Les sollicitations multiaxiales seront transformées en une contrainte équivalente maximale, représentative du chargement par le biais du critère de fatigue de Crossland. La loi de la contrainte endommagée adoptée est basée sur la courbe S-N du matériau (en torsion purement alternée) laquelle permet de déterminer les paramètres du modèle afin de décrire l'évolution d'endommagement.

II-6-1. Cumul d'endommagement d'une éprouvette rectangulaire sollicitée à une traction statique superposée à une flexion alternée

Nous avons étudié la structure rectangulaire (figure II-12) dans le calcul de durée de vie sous chargements d'amplitudes constantes, elle sera la même pour ce cas de chargement, en gardant les mêmes conditions aux limites (figure II-13). Afin d'étudier l'effet de chargement sur le cumul d'endommagement, nous allons appliquer le modèle sur deux cas de chargements. Le premier cas est un chargement à contrainte cyclique constante avec une contrainte statique variable; le deuxième cas consiste en un chargement à contrainte statique constante avec une contrainte cyclique variable. La charge alternée varie suivant l'amplitude de la force tangentielle laquelle permet de déterminer le deuxième invariant du déviateur de contraintes alternées ξ_a . La charge statique est composée d'une contrainte uniaxiale de traction σ_i^m , et la pression hydrostatique est due à l'application des deux charges statique et cyclique.

II-6-1-a. Effet de la contrainte statique sur le cumul d'endommagement

Afin d'évaluer l'effet de la charge statique sur l'évolution du cumul de l'endommagement, une série de simulation a été réalisée. Pour ce faire, on considère quatre blocs uniformes engendrés par différentes valeurs de la contrainte statique σ_i^m (0, 10, 40, 60 MPa) et une même charge alternée générée par la force $F_i^a = 450N$.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus par la simulation.

Tableau II-8 Contrainte équivalente maximale calculée $\sigma_{eq}^{i,max}$ et la prédiction de la durée de vie en fatigue N_i , dans le cas d'une force de flexion F_i^a constante et d'une contrainte monotone σ_i^m variable.

N°	$F_i^a(N)$	$\sigma_i^m(MPa)$	Paramètres de Crossland			Durée de vie ou nombre de cycles à la rupture
			$P_{max}(MPa)$	$\xi_a(MPa)$	$\sigma_{eq}^{i,max}(MPa)$	
1	450	0	156.2	264,8	323.8	1 044 300
2		10	163.9		326.7	725 900
3		40	187		335.5	334 300
4		60	202.4		341.3	231 500

L'évolution du cumul d'endommagement a été calculée par le modèle proposé. On note que la contrainte équivalente maximale a été déterminée dans le domaine de fatigue à grand nombre de cycles (High Cycles Fatigue), dont le nombre de cycles varie entre 81254 et 10^7 cycles.

La fraction de vie $r_i = \frac{n_i}{N_i}$ correspondant au $i^{\text{ème}}$ niveau de chargement est utilisée pour mettre en évidence la non-linéarité de l'évolution du cumul de l'endommagement. La figure II-21 montre l'évolution du cumul de dommage en fonction de la fraction de vie pour les différents valeurs de σ_m .

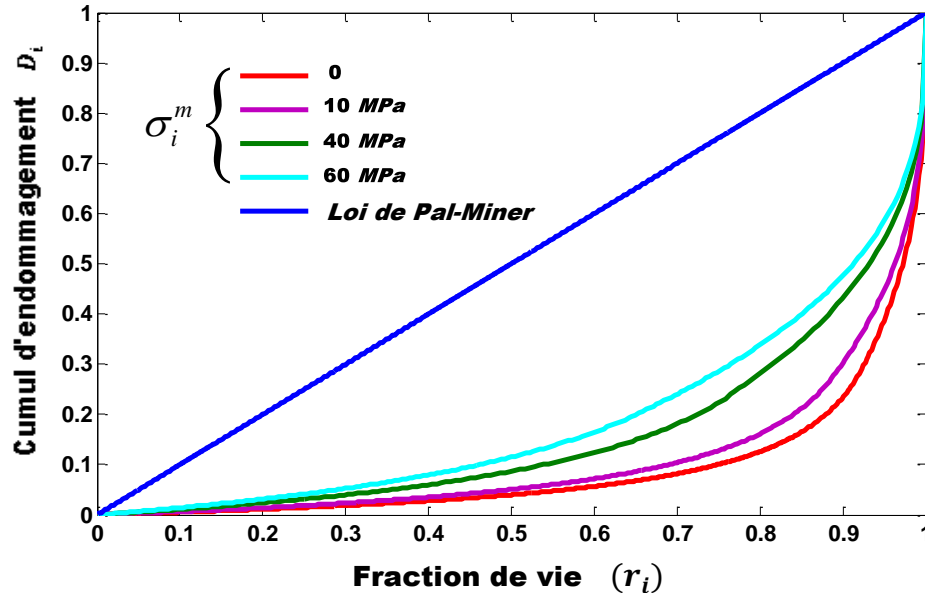


Figure II-21. Evolution du cumul d'endommagement D_i en fonction de fraction de vie r_i pour une valeur de $F_a = 450 N$ (constante) et une contrainte σ_m variable. Comparaison entre les résultats obtenus par le modèle proposé et par la loi de Palmgren-Miner

Comme montré dans la figure II-21, la loi de Palmgren-Miner est caractérisée par une ligne droite tandis que les courbes du cumul d'endommagement simulées par le modèle proposé ont une évolution non linéaire. Nous remarquons que le cumul du dommage calculé par le modèle augmente progressivement durant un segment important de durée de vie, puis s'accroît brusquement, dans le restant de la durée de vie, pour atteindre la valeur unité ($D = 1$). En faisant une comparaison avec la loi de Palmgren-Miner, le modèle proposé estime des valeurs de D moins importantes. Comme illustré par la figure II-21, en augmentant la charge statique nous remarquons que les courbes du cumul de l'endommagement se déplacent vers le haut. Par conséquent, la charge statique a un rôle significatif dans l'évolution du cumul d'endommagement.

II-6-1-b. Effet de la charge cyclique sur le cumul d'endommagement

De la même façon que précédemment, une série de calcul a été effectuée pour étudier l'effet de la charge alternée sur le cumul d'endommagement. Pour ce faire, nous gardons la valeur de la charge statique constante: $\sigma_i^m = 60 MPa$ et nous faisons varier l'amplitude de la force al-

ternée $F_a^i = (430, 440, 450, 460 N)$. Les différentes valeurs de la contrainte équivalente maximale $\sigma_{EQ}^{i\ max}$ et les durées de vie correspondantes sont récapitulées dans le tableau III-9

Tableau II-9 Contrainte équivalente maximale calculée $\sigma_{eq}^{i\ max}$ et la prédiction de la durée de vie en fatigue N_i , pour une contrainte de traction σ_i^m constante et une force de flexion F_i^a variable.

N°	$F_i^a(N)$	$\sigma_i^m(MPa)$	Paramètres de Crossland			Durée de vie ou nombres de cycles à la rupture
			$P_{max}(MPa)$	$\xi_a(MPa)$	$\sigma_{eq}^{i\ max}(MPa)$	
1	430	60	195.5	253.0	326.9	711 900
2	440		198.9	258.9	334.1	369 400
3	450		202.4	264.8	341.3	231 500
4	460		205.9	270.7	348.5	161 400

Les courbes de cumul d'endommagement sont montrées sur la figure II-22, avec la ligne de la loi de Palmgren-Miner. On constate que les courbes obtenues par le modèle proposé évoluent d'une manière non linéaire en fonction de la fraction de vie; ces courbes ont une forme concave et sont situées au-dessous de la ligne de Palmgren-Miner. En fonction du nombre de cycles (durée de vie), les valeurs de dommage calculées par le modèle sont inférieures à celles déterminées par la loi de Palmgren-Miner. Il semble aussi, que pour un seul niveau de bloc, le cumul d'endommagement évolue proportionnellement en fonction de l'amplitude de la force alternée F_a^i . Par voie de conséquence, le cumul de dommage est influencé aussi par l'intensité de la charge cyclique.

Pour les deux cas précédents, nous remarquons, à travers les figures II-21, II-22, que le cumul d'endommagement est affecté par ces deux types de chargement (cyclique et statique).

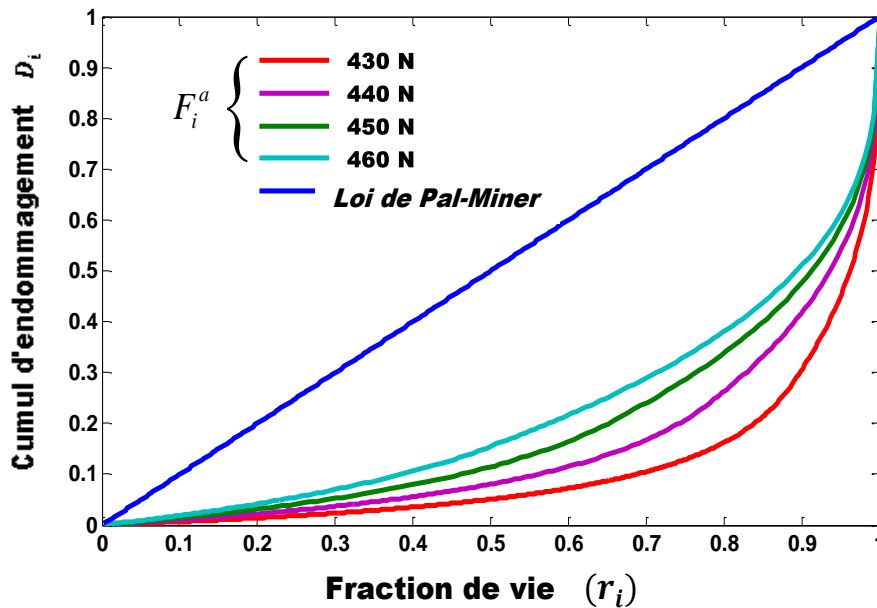


Figure II-22. Evolution du cumul d'endommagement D_i en fonction de fraction de vie r_i pour une valeur de $\sigma_m = 60 MPa$ constante et une variation de valeurs de F_a^i . Comparaison entre les résultats obtenus par le modèle proposé et par la loi de Palmgren-Miner

II-6-2. Effet des séquences de chargement sur le cumul du dommage et sur la durée de vie totale

La capacité du modèle de tenir compte de l'effet de l'histoire de chargement est établie dans cette partie. Le modèle proposé a été appliqué dans le cas des chargements composés de plusieurs blocs de différents niveaux, afin d'étudier l'influence de l'ordre d'application des blocs sur l'évolution de cumul d'endommagement D_i et sur la durée de vie totale. Pour ce faire on considère la structure rectangulaire de la figure II-12, laquelle est sollicitée par un chargement composé de quatre blocs. Chaque bloc est composé d'une contrainte statique et d'une contrainte cyclique et déterminé par le changement de valeur de la charge statique ou de la charge cyclique. Nous considérons deux types de familles de blocs de chargement lesquels sont définis comme suit.

a- Changement caractérisé par une charge statique variable et une amplitude de la force cyclique constante: quatre différentes valeurs de la contrainte uniaxiale de traction $\sigma_i^m = (0, 10, 40, 60 MPa)$ sont considérées, la valeur de l'amplitude de la force cyclique $F_a^i = 460 N$ est gardée constante.

b - Changement caractérisé par une charge statique constante et une charge de la force cyclique d'amplitude variable: quatre différentes valeurs de l'amplitude de $F_a^i = (430, 440,$

450 et 460 N) sont considérées, la valeur de la charge statique à $\sigma_i^m = 60MPa$ est maintenue constante.

II-6-2-1. Effet des séquences dans le cas de chargement dont la charge statique est variable

Nous étudions les effets des chargements de différents types de séquences : blocs croissants (B-H), blocs décroissants (H-B) et blocs aléatoires. Chaque bloc est distinct par la contrainte équivalente maximale $\sigma_{eq}^{i\ max}$, laquelle est obtenue par la méthodologie du modèle proposé. Cela nous permet de faire une comparaison entre les différents résultats obtenus sous l'effet de l'histoire de chargement ainsi qu'avec la loi de Palmgren-Miner. Les trois premiers blocs sont choisis de telle sorte que chacun représente 25% de la durée de vie correspondant à $r_i = \frac{n_i}{N_i} = 0,25$. Par la suite, on calcule la durée de vie résiduelle correspondante au dernier bloc. Les tableaux (II-10 et 11) montrent les résultats obtenus par la simulation.

II-6-2-1-a. Cas de blocs croissants

Tableau II-10. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs croissants.

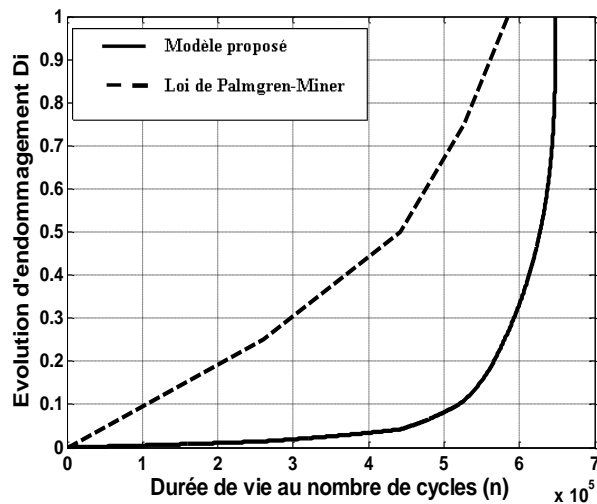
$\sigma_i^m (MPa)$	0	10	40	60			
$F_i^a (N)$	450	450	450	450			
$\sigma_{eq}^{i\ max} (MPa)$	323.8	326.7	335.51	341.3			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	261 075	181 475	83 575	151 900	57 875	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.65	0.25	1,4	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.014	0.042	0.102	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		678 025 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		584 000 Cycles					

II-6-2-1-b. Cas de blocs décroissants

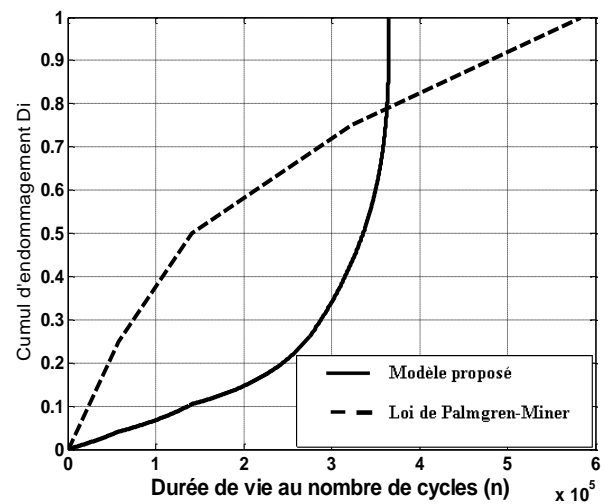
Les résultats sont montrés dans le tableau suivant.

Tableau II-11. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs décroissants.

$\sigma_i^m (MPa)$	60	40	10	0			
$F_i^a (N)$	450	450	450	450			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	341.3	335.5	326.7	323.8			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	57 875	83 575	181 145	42 980	261 075	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.04	0.25	0.79	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.04	0.104	0.432	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		365 575Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		584 000 Cycles					



a)



b)

Figure II-23. Evolution du cumul d'endommagement D_i en fonction du nombre de cycles et comparaison avec la loi de Palmgren-Miner pour deux types de séquences de chargement : a) blocs croissants B-H , b) blocs décroissants H-B.

II-6-2-1-c. Cas de blocs aléatoires

Les résultats de la simulation sont présentés suivant quatre cas différents

Tableau II-12. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 1)

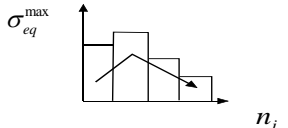
$\sigma_i^m (MPa)$	40	60	10	0			
$F_i^a (N)$	450	450	450	450			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	335.5	341.3	326.7	323.8			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	83 757	57 875	181 475	64 015	261 075	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.06	0.25	0.81	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.030	0.093	0.348	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		386 940 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		584 000 Cycles					

Tableau II-13. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 2)

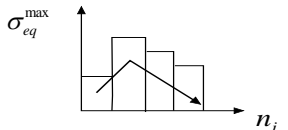
$\sigma_i^m (MPa)$	0	60	40	10			
$F_i^a (N)$	450	450	450	450			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	323.8	341.3	335.5	326.7			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	261 075	87 875	83 575	151 100	181 475	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.2	0.25	0.95	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.14	0.064	0.157	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		553 625 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		584 000 Cycles					

Tableau II-14. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 3)

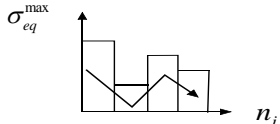
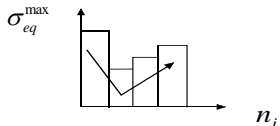
$\sigma_i^m (MPa)$	60	0	40	10			
$F_i^a (N)$	450	450	450	450			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	341.3	323.8	335.5	326.79			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	57 875	261 075	83 575	85 320	181 475	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.11	0.25	0.86	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.04	0.10	0.267	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		487 845 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		584 000 Cycles					

Tableau II-15. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 4)

$\sigma_i^m (MPa)$	60	0	10	40			
$F_i^a (N)$	450	450	450	450			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	341.3	323.8	326.7	335.5			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	57 875	261 075	181 475	39 030	83 575	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.11	0.25	0.86	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.04	0.10	0.403	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		539 455 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		584 000 Cycles					

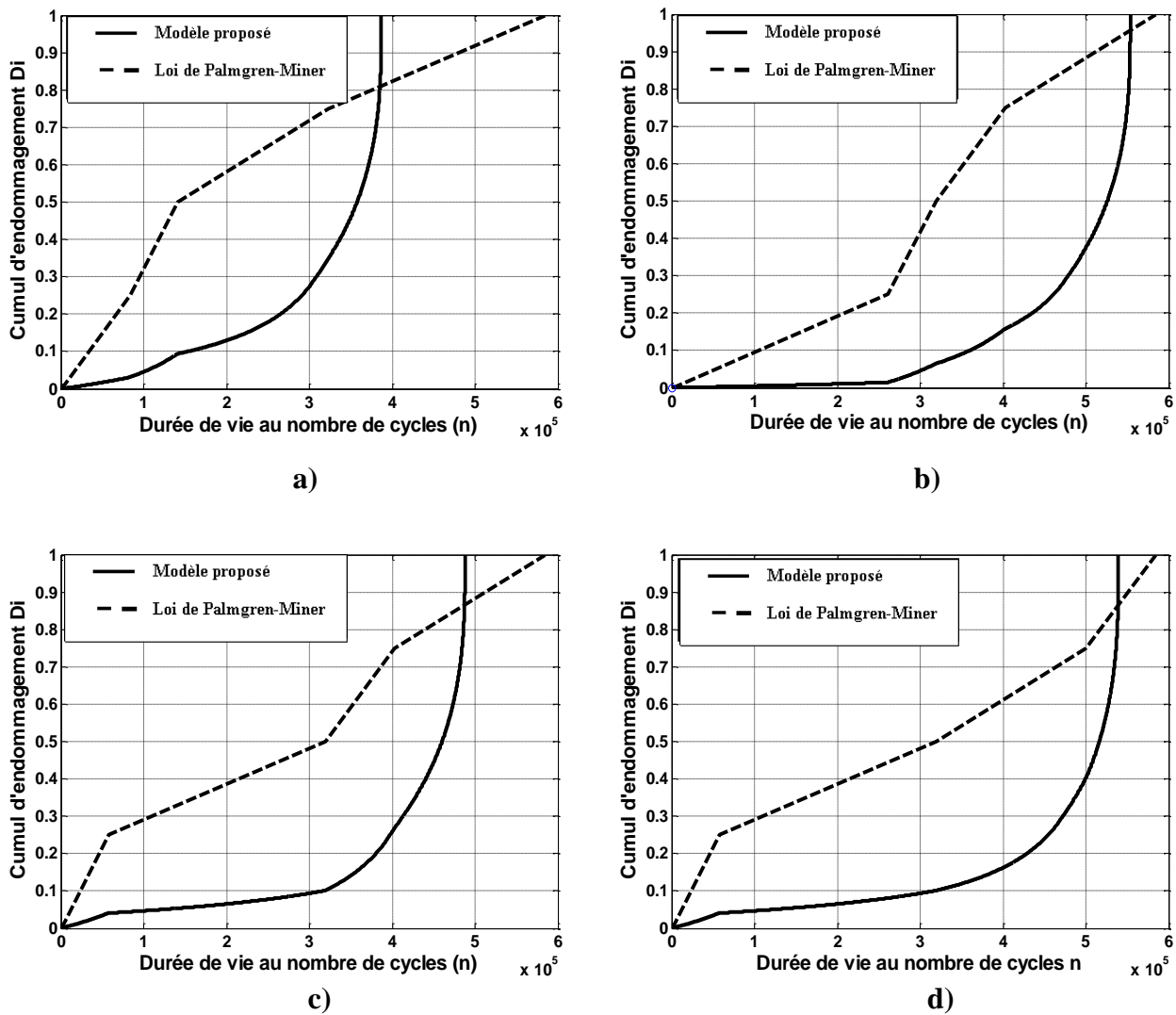


Figure II-24. Evolution du cumul d'endommagement D_i en fonction de nombre de cycles pour les quatre cas de chargement en blocs aléatoires: a), b), c), d).

Suivant les résultats de la simulation de notre modèle on constate ce qui suit:

Le Tableau II-10 (cas de blocs croissants) montre que la somme des fractions de vie calculée par le modèle est supérieure à 1 tandis que la règle de Palmgren-Miner l'estime égal à 1

Dans le Tableau II-11 (cas des blocs décroissants) et les tableaux II-12, 13, 14, 15 (cas des blocs aléatoires) nous remarquons que la somme des fractions de vie calculée par le modèle est inférieure à 1 par contre la règle de Palmgren-Miner l'estime toujours à l'unité.

Dans les trois cas de séquences de chargement (croissants, décroissants et aléatoires), la loi de Palmgren-Miner prédit une même valeur de durée de vie totale égale à 584 000 cycles, cela

signifie que cette loi ignore l'histoire de l'effet d'apparition des blocs. Par contre le modèle proposé prédit une durée de vie différente pour les différentes à savoir : 678 025 cycles pour une séquence à blocs croissant (B-H), 265 905 cycles pour une séquence à blocs décroissants. En plus, on note que la durée de vie correspondante aux blocs croissants (B-H) est supérieure par rapport à celle prédite dans le cas des blocs décroissants (H-B). Ce qui montre que le chargement à blocs décroissant est plus endommageant que celui en blocs croissants.

En comparant les résultats donnés par modèle et ceux donnés par la loi de Palmgren-Miner, on constate que cette loi surestime la valeur de la durée de vie dans le cas de chargement B-H et la sous-estime dans le cas de chargement à blocs décroissants. Le modèle proposé donne une meilleure estimation que la loi de Palmgren-Miner.

Les figure (II-23-a : blocs croissants) et (II-23-b: blocs décroissants) montrent les tendances des courbes du cumul de l'endommagement, en fonction de la durée de vie exprimée en nombre de cycles, réalisées par le modèle proposé ainsi que l'allure de la courbe déterminée par la loi de Palmgren-Miner. On note aussi que la loi de Palmgren-Miner présente un ensemble de portions de droites, pour chaque bloc de chargement, dont la pente de chaque droite varie selon la charge appliquée pour chaque bloc. En revanche, les tendances des courbes du modèle évoluent d'une manière non linéaire et sont constituées de plusieurs portions de courbes de type exponentiel. On note aussi que la durée de vie estimée par la simulation du modèle est influencée par l'effet d'application de l'ordre des blocs (B-H) ou (H-B).

On remarque que l'endommagement généré dans le cas d'une séquence à blocs décroissants (figure II-23-a) évolue plus rapidement que celui engendré dans le cas d'une séquence à blocs croissants (figure II-23-b). Cette observation indique que la durée de vie d'une structure sollicitée par un chargement dont la séquence est en blocs décroissants est plus courte que celle soumise à un chargement dont la séquence est en blocs croissants. Par conséquent, un chargement constitué de blocs décroissants est plus endommageant que celui formé par des blocs croissants.

Dans le cas des chargements en blocs aléatoires, les tableaux (II-11,II-12,II-13,II-14) résument les résultats donnés sous l'effet des chargements indiqués par les quatre séquences étudiées. Dans tous les cas de figure, quel que soit l'ordre d'apparition des blocs (croissants, décroissants et aléatoires), la loi de Palmgren-Miner prévoit une même durée de vie égale à 584 000 cycles; en revanche le modèle proposé donne différentes valeurs de durée de vie (386

940, 553 625, 487 845 et 539 455 cycles) pour les quatre cas de séquence aléatoire. Le modèle proposé confirme qu'il prend en considération l'histoire du chargement.

Les figures (II-24-a, b, c, d) présentent les tendances de l'évolution du dommage et font une comparaison entre les résultats donnés par le modèle proposé et ceux donnés par la loi de Palmgren-Miner. Nous pouvons noter les mêmes observations, décrites précédemment, à savoir que les courbes du modèle proposé sont de nature non linéaire et que celles calculé par la loi de Palmgren-Miner présentent un ensemble de segments de droites.

II-6-2-2. Effet de la séquence dont la charge cyclique est variable

Dans cette section nous maintenons la contrainte statique constante et nous faisons varier l'amplitude de la force alternée. L'ordre d'application des blocs s'effectue sous forme de blocs croissants (B-H), décroissants (H-B) et aléatoires. Les résultats sont montrés dans les tableaux ci-dessous.

II-6-2-2-a. Cas de blocs Croissants

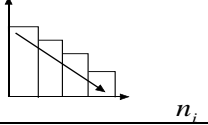
Tableau II-15. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs croissants.

$\sigma_i^m (MPa)$	60	60	60	60			
$F_i^a (N)$	430	440	450	460			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	326.9	334.1	341.3	348.5			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	177 975	92 350	57 875	83 050	40 350	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.51	0.25	1.26	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.018	0.059	0.149	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé	411 250 Cycles						
Règle de Palmgren-Miner	368 550 Cycles						

II-6-2-2-b. Cas de blocs Décroissants

Les résultats sont présentés dans le tableau suivant.

Tableau II-16. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs décroissants

$\sigma_i^m (MPa)$	60	60	60	60	σ_{eq}^{max} 		
$F_i^a (N)$	460	450	440	430			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	348.5	341.3	334.1	326.9			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	40 350	57 875	92 350	43 020	177 975	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.06	0.25	0.81	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.054	0.140	0.418	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé	233 595 Cycles						
Règle de Palmgren-Miner	368 550 Cycles						

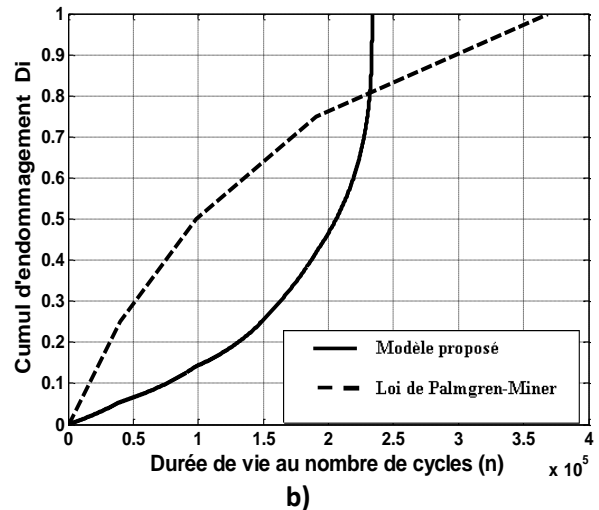
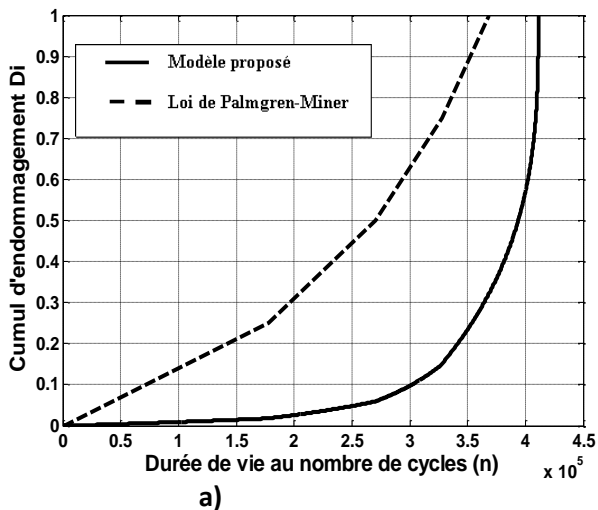


Figure II-25. Evolution du cumul de l'endommagement D_i en fonction du nombre de cycles et comparaison avec la loi de Palmgren-Miner dans le cas d'une amplitude F_i^{at} variable pour les deux séquences de chargements : a) blocs croissants (B-H) , b) blocs décroissants (H-B).

II-6-2-2-c. Cas de blocs Aléatoires

On a quatre cas de blocs aléatoires, dont les résultats sont présentés dans les tableaux suivants.

Tableau II-17. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 1)

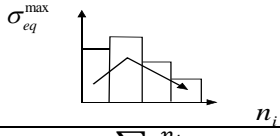
$\sigma_i^m (MPa)$	60	60	60	60			
$F_i^a (N)$	450	460	440	430			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	341.3	348.5	334.1	326.9			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	57 875	40 350	92 350	56 530	177 975	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.07	0.25	0.82	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.040	0.125	0.362	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		247 105 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		368 550 Cycles					

Tableau II-18. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 2)

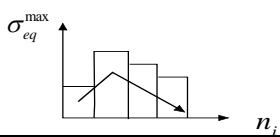
$\sigma_i^m (MPa)$	60	60	60	60			
$F_i^a (N)$	430	460	450	440			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	326.9	348.5	341.3	334.1			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	177 975	40 350	57 875	91 860	92 350	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.24	0.99	1	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.018	0.085	0.211	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		368 060 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		368 550 Cycles					

Tableau II-19. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 3)

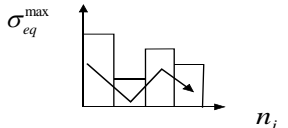
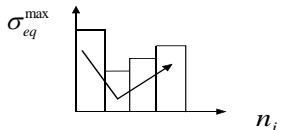
$\sigma_i^m (MPa)$	60	60	60	60			
$F_i^a (N)$	460	430	450	440			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	348.5	326.9	341.3	334.1			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	40 350	177 975	57 875	55 250	92 350	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.15	0.25	0,9	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.054	0.137	0.335	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		331 450 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		368 550 Cycles					

Tableau II-20. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 4)

$\sigma_i^m (MPa)$	60	60	60	60			
$F_i^a (N)$	460	430	440	450			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	348.5	326.9	334.1	341.3			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	40 350	177 975	92 350	33 620	57 875	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.14	0.25	0,89	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.54	0.137	0.408	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		344 295 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		368 550 Cycles					

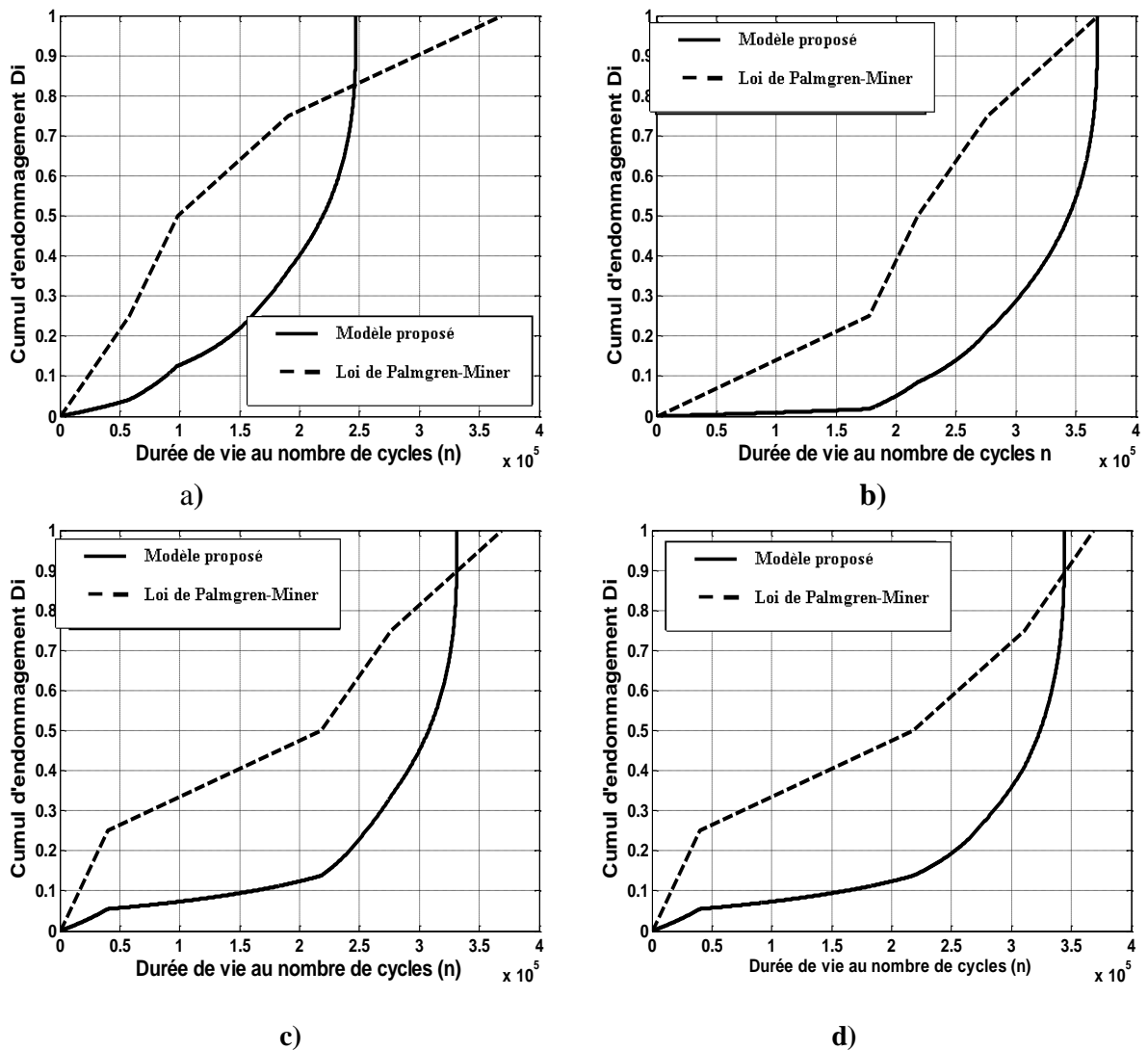


Figure II-26. Evolution du cumul de l'endommagement D_i en fonction du nombre de cycles en comparaison avec la loi de Palmgren-Miner, pour les quatre cas de chargement en blocs aléatoires (a, b, c, d) avec une amplitude F_i^{at} variable.

D'après les résultats obtenus on remarque qu'il y a une influence de l'effet de la charge cyclique sur l'évolution du cumul de l'endommagement et sur la durée de vie.

Le tableau II-15 (blocs croissants) indique que la somme des fractions de durée de vie calculée par le modèle est supérieure à 1 tandis que la règle de Palmgren-Miner l'estime égal à 1.

Dans les tableaux II-16 (blocs décroissants), II-17,II-19,II-20 (blocs aléatoires), le modèle estime le cumul du dommage inférieure à 1. Ce paramètre reste inchangé par la règle de Palmgren-Miner. On note une exception dans le tableau II-18 où le modèle prédit un cumul du dommage égal à 1.

La durée de vie estimée par le modèle linéaire (loi de Miner) prend une autre valeur égale à 368 550 cycles (différente par rapport à celle sous l'effet des séquences de chargement pour lesquels la charge statique est variable) mais reste invariable quel que soit l'histoire de chargement. En revanche le modèle proposé prédit différentes valeurs de durée de vie selon la nature de la séquence à savoir : 233 595 cycles (en H-B), 411 250 cycles (en B-H) et pour les blocs aléatoires nous obtenons respectivement : 247 105, 368 060, 331 450 et 344 295 cycles.

Les figures (II-25-a : blocs croissants) et (II-25-b: blocs décroissants) représentent les tendances des courbes de variation du cumul de l'endommagement en fonction de la durée de vie exprimée en nombre de cycles et montrent aussi l'allure de la courbe déterminée par la loi de Palmgren-Miner. Nous remarquons les mêmes influences que celles décrites précédemment dans le cas des séquences dont la charge statique est variable.

A partir des figures II-26-a ,b ,c et d, nous avons relevé les mêmes observations que précédemment.

II-6-3. Cumul d'endommagement d'une structure cylindrique sollicitée d'une traction statique superposée à une torsion alternée

Nous considérons une structure de forme cylindrique soumise à un chargement de fatigue multiaxiale et nous allons appliquer le modèle proposé afin de confirmer ou d'infirmer les conclusions établies lors de l'application précédente. A cet effet, les tendances des courbes de cumul de l'endommagement ainsi que les durées de vie prédites par le modèle proposé seront confrontées avec celles évaluées par la loi de Palmgren-Miner.

II-6-3-1. Géométrie et conditions aux limites

La structure consiste en une éprouvette cylindrique qui présente un défaut de forme. Sa géométrie est montrée sur la figure II-27. Elle est sollicitée en traction statique, suivant la direction y , par une contrainte statique σ_m et une torsion alternée exercée par une force F_i^{at} .

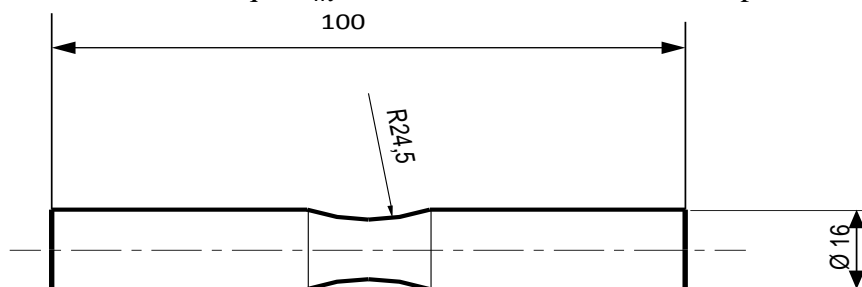


Figure II-27. Géométrie de l'éprouvette 2 [3-22]

La contrainte de torsion est engendrée par l'application d'un moment de torsion provoquée par un couple de force alternée suivant la direction z. La figure II-28 montre l'alternance de la force de torsion

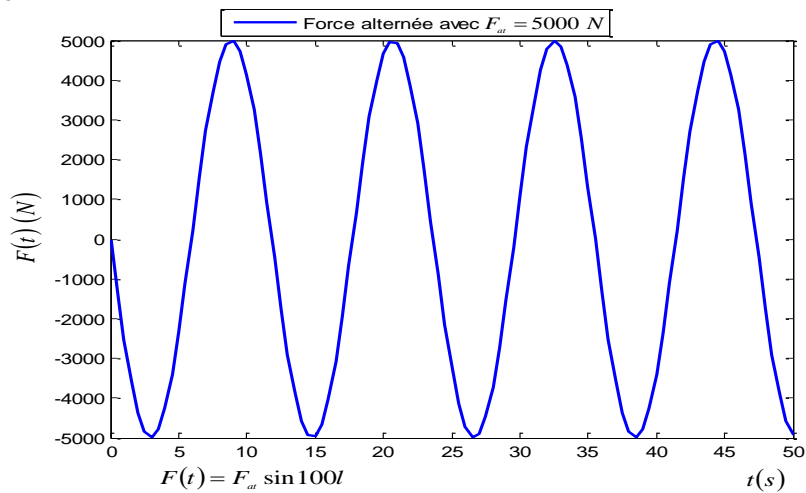


Figure II-28. Forme du signal de la force de torsion

L'illustration de la superposition des chargements ainsi que des conditions aux limites sont schématisées sur la figure II-29. Dans cette figure, en raison de la symétrie, l'éprouvette est modélisée, en deux dimensions (2D), par un quart de sa géométrie. Afin de se conformer, au calcul par éléments finis sous le code Ansys [58], nous devons au préalable assurer les conditions suivantes :

- L'axe y est un axe de symétrie dans le cas de traction, et axisymétrique dans le cas de torsion.
- Les dimensions de la structure suivant l'axe x doivent être positives.
- L'application de la force de torsion se fait suivant l'axe z.

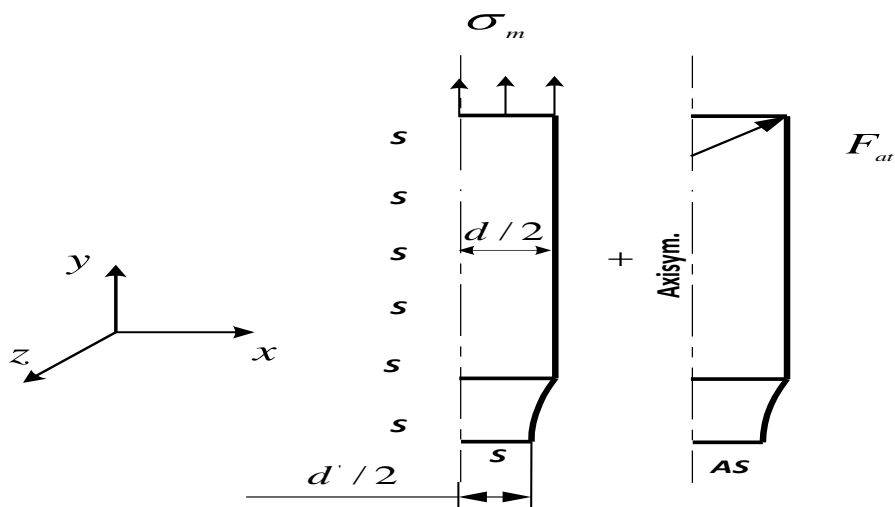
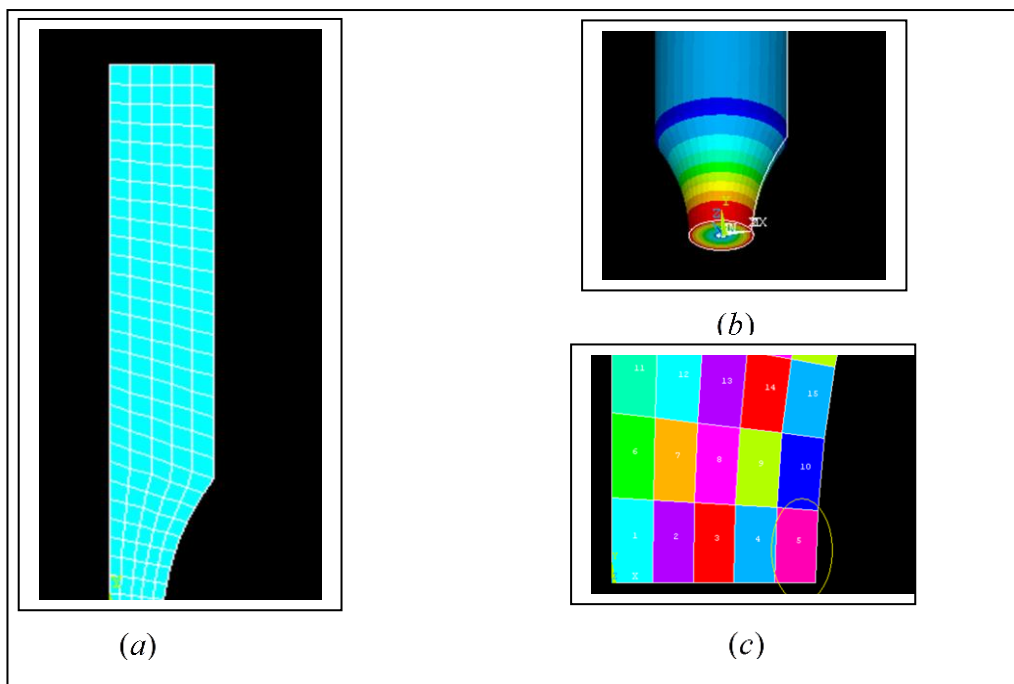


Figure II-29. Modélisation en 2D avec superposition des sollicitations et conditions aux limites.

Les chargements appliqués sont montrés sur la figure II-29. La traction est appliquée suivant la direction y sur la face supérieure du quart de la structure. La symétrie est appliquée comme conditions aux limites sur la face inférieure et sur la face gauche. La force alternée F_i^{at} est appliquée sur le nœud supérieur droit afin d'engendrer un moment de torsion. La face inférieure est supposée antisymétrique et la face gauche qui passe par l'axe est supposée axisymétrique.

II-6-3-2. Maillage de la structure

Le maillage de la structure est représenté sur la figure II-30. Il est considéré comme maillage ordonné (mapped mesh). L'élément type attribué est un élément à 8 nœuds (plane 83) dont chacun possède trois degrés de liberté (translation suivant les trois directions). Le maillage ordonné offre une décomposition régulière des mailles afin de localiser avec précision les champs de contraintes recherchés.



Figures II-30. (a) - Maillage d'un quart de la structure (b) - localisation de la zone critique (c) - Zoom sur la zone critique en indiquant l'élément critique (élément 5).

II-6-3-3. Effet de la contrainte statique sur le cumul de l'endommagement

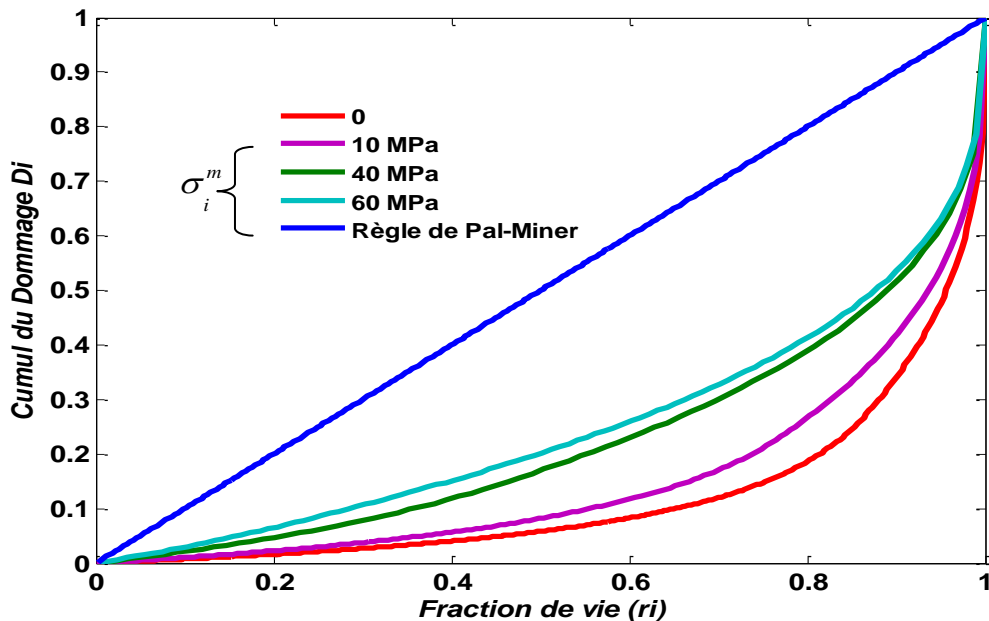
Afin d'évaluer l'effet de la charge statique sur l'évolution du cumul de l'endommagement, une série de simulations a été effectuée par le modèle proposé. Pour ce faire, on considère des chargements constitués de quatre différents blocs uniformes. Chaque bloc est composé d'une contrainte statique σ_i^m (0, 10, 40, 60 MPa) superposée à une charge alternée, générée par la force $F_i^{at} = 4200N$, laquelle est maintenue constante pour les quatre blocs.

Le tableau suivant récapitule les résultats obtenus :

Tableau II-21 Contrainte équivalente maximale calculée $\sigma_{eq}^{i\ max}$ et prédiction de la durée de vie en fatigue N_i , pour quatre blocs uniformes dont chacun est formé par la même force de flexion F_i^{at} et une contrainte monotone σ_i^m différente.

N°	$F_i^{at} (N)$	$\sigma_i^m (MPa)$	Paramètres de Crossland			Durée de vie ou nombre de cycles à la rupture
			$P_{max} (MPa)$	$\xi_a (MPa)$	$\sigma_{eq}^{i\ max} (MPa)$	
1	4 200	0	0	328.75	328.75	599 300
2		10	14.84		334.35	368 200
3		40	59.36		351.18	144 900
4		60	89.05		361.26	96 600

La figure II-31 montre l'évolution du cumul du dommage en fonction de la fraction de durée de vie pour les quatre différents blocs de chargement.



Figures II-31. Cumul du dommage D_i en fonction de la fraction de vie r_i pour quatre blocs uniformes dont chacun est formé par la même force de flexion F_i^{at} et une contrainte monotone σ_i^m différente. Comparaison entre la modèle proposé et la loi de Palmgren-Miner.

Comme le montre la figure II-31, la courbe du cumul de l'endommagement obtenue par la loi de Palmgren-Miner est caractérisée par une ligne droite, tandis que celle générée par le modèle proposé est non linéaire. Le cumul du dommage augmente progressivement durant un segment important de durée de vie, puis accroît brusquement lors du restant de la durée de vie pour atteindre en fin la valeur unité ($D = 1$).

En comparant le dommage estimé par le modèle proposé avec celui calculé par la loi de Palmgren-Miner, l'endommagement prédit par le modèle est inférieur. Sur la figure II-31, nous remarquons que les courbes de cumul de l'endommagement ont tendance à se décaler vers le haut au fur et à mesure qu'on augmente la charge statique. En conséquence, on peut admettre que la charge statique joue un rôle important dans l'évolution du cumul de l'endommagement.

II-6-3-4. Effet de la charge cyclique sur le cumul d'endommagement

De manière identique que précédemment, une série de calcul a été réalisée dans le but d'évaluer l'effet de la charge alternée sur le cumul de l'endommagement. A cet effet, nous maintenons la charge statique constante ($\sigma_i^m = 40 \text{ MPa}$) et nous faisons varier l'amplitude de la force alternée $F_a^i = (4100, 4200, 4300, 4400 \text{ N})$. Les différentes valeurs de la contrainte équivalente maximale $\sigma_{eq}^{i \max}$ ainsi que les durées de vie calculées sont récapitulées dans le tableau II-22.

Tableau II-22. Contrainte équivalente maximale calculée $\sigma_{eq}^{i \max}$ et prédiction de la durée de vie en fatigue N_i , pour quatre blocs uniformes dont chacun est formé par la même contrainte monotone σ_i^m et différentes valeurs de la force de flexion F_i^{at} .

N°	$F_i^{at} (N)$	$\sigma_i^m (MPa)$	Paramètres de Crossland			Durée de vie ou nombre de cycles à la rupture
			$P_{max} (MPa)$	$\xi_a (MPa)$	$\sigma_{eq}^{i \max} (MPa)$	
1	4100	40	59,36	320.92	343.35	208 900
2	4200			328.75	351.18	144 900
3	4300			336.58	359.01	108 000
4	4400			344.41	366.84	84 600

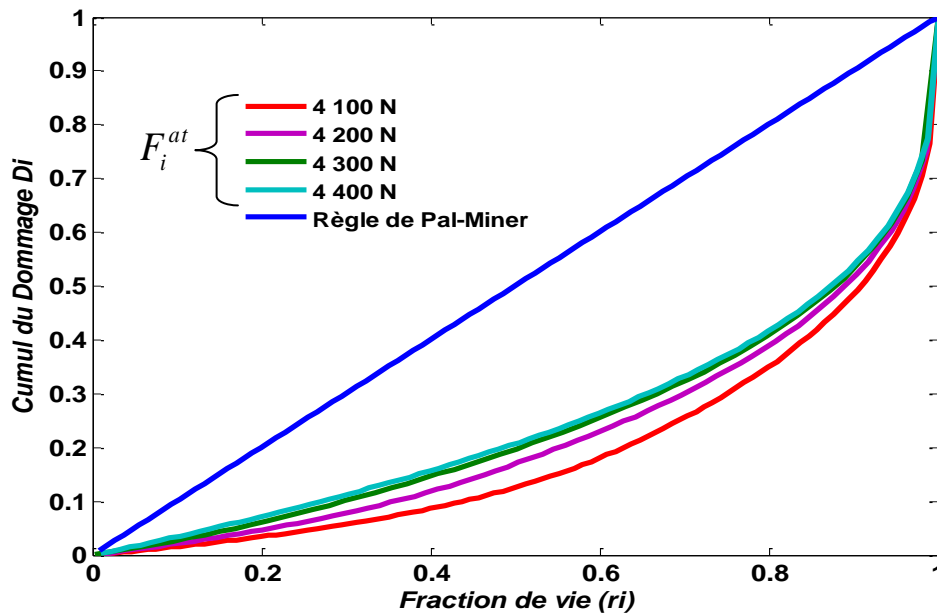


Figure II-32. Cumul du dommage D_i en fonction de fraction de vie r_i pour une contrainte monotone constante et différentes valeurs de la force de torsion. Comparaison entre les résultats donné par le modèle et ceux estimés par règle de Pal-Miner.

Les résultats obtenus montrent l'influence de la force alternée de torsion sur l'évolution du cumul de l'endommagement. Les courbes déterminées par le modèle varient avec une allure non linéaire, contrairement à la loi de Palmgren-Miner laquelle garde une forme linéaire.

II-6-4. Effet des séquences de chargement sur le cumul du dommage et sur la durée de vie totale

On considère l'éprouvette cylindrique sur laquelle on applique une série de chargements de séquences diverses, lesquelles se distinguent soit par une variation de la charge statique soit par une variation de la charge cyclique de la manière suivante:

a- Variation de la charge statique : quatre différentes valeurs de la contrainte uniaxiale de traction $\sigma_i^m = (0, 10, 40, 60 \text{ MPa})$ sont considérées en maintenant constante l'amplitude de la force cyclique $F_a^{it} = 4\,200 \text{ N}$.

b - Variation de la charge cyclique: quatre différentes valeurs de l'amplitude de $F_a^{it} = (4\,100, 4\,200, 4\,300 \text{ et } 4\,400 \text{ N})$ sont considérées en maintenant constante la charge statique à $\sigma_i^m = 40 \text{ MPa}$.

II-6-4-1. Effet des séquences de chargement dont la charge statique est variable

II-6-4-1-a. Cas de blocs Croissants

Tableau II-24. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs croissants.

$\sigma_i^m (MPa)$	0	10	40	60			
$F_i^{at} (N)$	4 200	4 200	4 200	4 200			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	328.75	334.43	351.18	361.26			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	149 825	92 050	36 225	54 850	24 150	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.56	0.25	1.31	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.021	0.066	0.177	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		332 950 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		302 250 Cycles					

II-6-4-1-b. Cas de blocs décroissants

Tab II-25. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs décroissants.

$\sigma_i^m (MPa)$	60	40	10	0			
$F_i^a (N)$	4 200	4 200	4 200	4 200			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	361,26	351,18	334,43	328,75			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	24 150	36 225	92 050	2 670	149 825	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.01	0.25	0.76	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.081	0.203	0.770	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		155 095 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		302 250 Cycles					

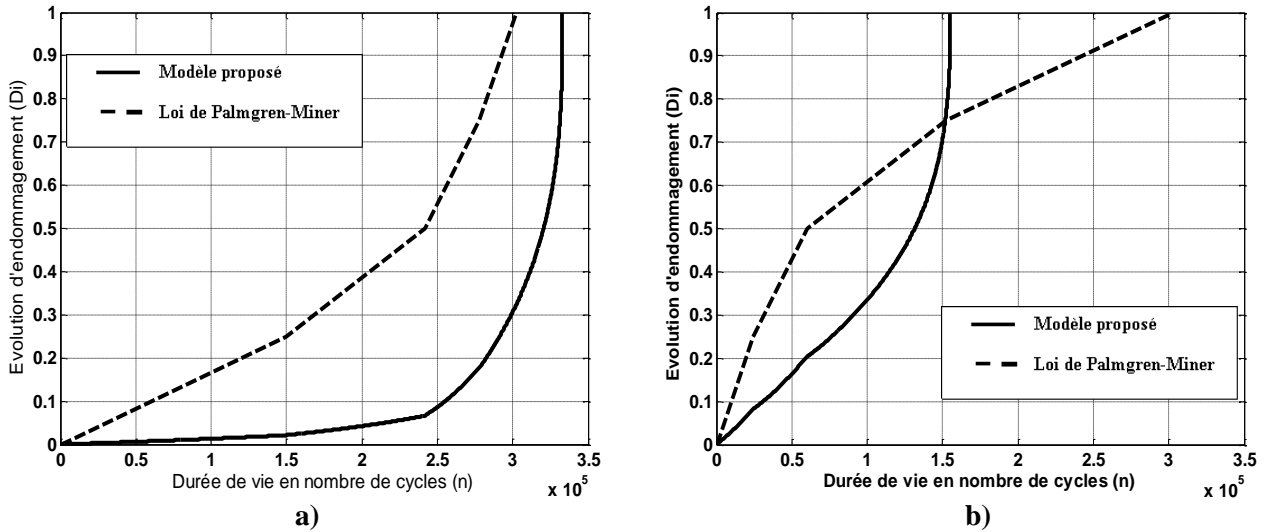


Figure II-33. Evolution de cumul de l'endommagement D_i en fonction de nombre de cycles et la comparaison avec la loi de Palmgren-Miner dans le cas de la variation de contrainte statique σ_i^m pour les cas de séquences : a) blocs croissants (B-H) et b) blocs décroissants (H-B)

II-6-4-1-c. Cas de blocs Aléatoires

Tableau II-26. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 1)

$\sigma_i^m (MPa)$	40	60	10	0			
$F_i^a (N)$	4 200	4 200	4 200	4 200			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	351.18	361.26	334.43	328.75			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	36 225	24 150	92050	23 370	149 825	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.15	0.25	0,9	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.061	0.165	0.59	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé	175 795 Cycles						
Règle de Palmgren-Miner	302 250 Cycles						

Tableau II-27 Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 2)

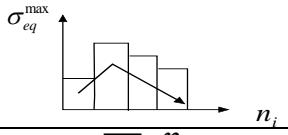
$\sigma_i^m (MPa)$	0	60	40	10			
$F_i^a (N)$	4 200	4 200	4 200	4 200			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	328,75	361,26	351,18	334,43			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	149 825	24 150	36 225	76 943	92050	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.2	0.25	0.95	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.021	0.112	0.253	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		287 143 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		302 250 Cycles					

Tableau II-28. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 3)

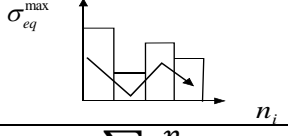
$\sigma_i^m (MPa)$	60	0	40	10			
$F_i^a (N)$	4 200	4 200	4 200	4200			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	361,26	328,75	351,18	334,43			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	24 150	149,825	36 225	28 895	92 050	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.07	0.25	0,82	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.081	0.238	0.462	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		239 095 Cycles					
Règle de Palmgren-Miner		302 250 Cycles					

Tableau II-29. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 4)

$\sigma_i^m (MPa)$	60	0	10	40			
$F_i^a (N)$	4200	4200	4200	4200			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	361,26	328,75	334,43	351,18			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	24 150	149 825	77 357	-	36 225	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.21	-	1	0.71	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.081	0.238	1	Rupture dans le 3 ^{ème} bloc			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		251 332 cycles					
Règle de Palmgren-Miner		302 250 cycles					

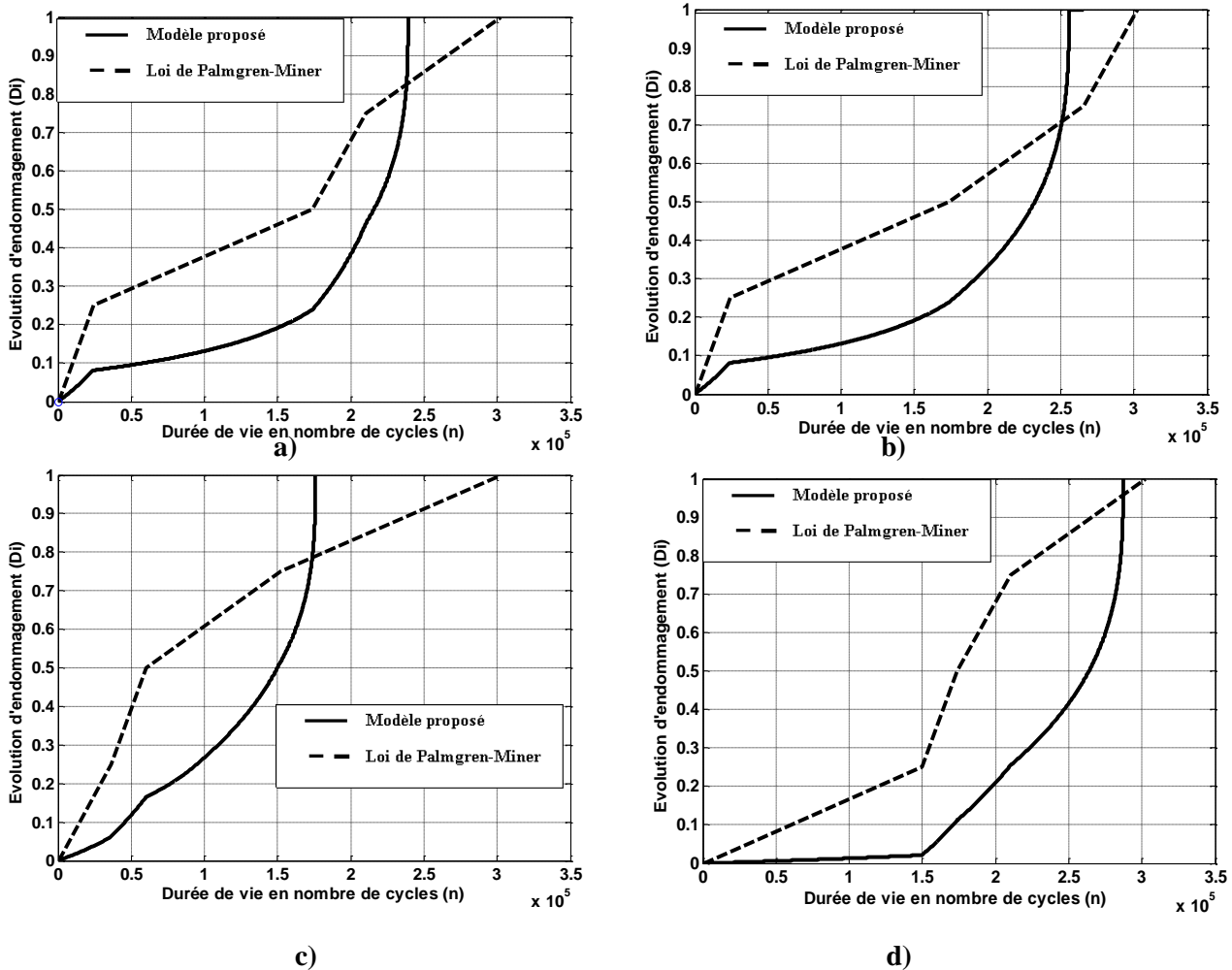


Figure II-34. Evolution du cumul d'endommagement D_i en fonction de nombre de cycles et la comparaison avec la loi de Palmgren-miner dans le cas de la variation de la contrainte statique σ_i^m pour les quatre séquences de chargement en blocs aléatoires (a,b,c,d).

Le Tableau II-24 (blocs croissants) montre que la somme des fractions de vie calculée par le modèle est supérieure à 1, par contre la règle de Palmgren-Miner l'estime égal à 1. Dans le Tableau II-25 (blocs décroissants) et les tableaux II-26, II-27, II-28, II-29 (blocs aléatoires), cette somme est inférieure à 1 mais la règle de Palmgren-Miner l'estime toujours égal à l'unité.

Dans les séquences de chargements (croissants, décroissants et aléatoires), la prédiction de la durée de vie totale estimée par la loi de Palmgren-Miner prend toujours la même valeur égale à 302 250 cycles quel que soit la nature de la séquence. Cela confirme ainsi que cette loi néglige l'effet d'histoire. En revanche, le modèle estime des durées de vie différentes dont les valeurs sont comme suit: 332 950 cycles pour la séquence croissante (B-H), 155 095 cycles pour les blocs décroissants (H-B). On note aussi que la durée de vie correspondante aux blocs croissants (B-H) est supérieure par rapport à celle relative aux blocs décroissants (H-B). En conséquence, le chargement à blocs décroissants est plus endommageant que celui à blocs croissants.

En comparant les résultats obtenus sur la durée de vie calculée par la loi de Palmgren-Miner, on constate que cette loi surestime la valeur de la durée de vie dans le cas de chargement B-H et elle la sous-estime dans le cas des chargements en blocs croissants. Le modèle proposé donne une meilleure estimation par rapport à la loi de Palmgren-Miner.

Les figures II-33-a : blocs croissants et II-23-b: blocs décroissants illustrent les tendances des courbes de variation du cumul de l'endommagement en fonction de la durée de vie exprimée en nombre de cycles à la rupture et donnent une allure de la courbe engendrée par la loi de Palmgren-Miner. On remarque que le modèle de Palmgren-Miner présente un ensemble de portions de droites; chaque portion correspond à un bloc et dont la pente est variable selon la contrainte appliquée à chaque niveau. En revanche, les courbes du modèle proposé n'évoluent pas d'une manière linéaire, mais plutôt elles se font selon des portions de courbes de type exponentiel. Les durées de vie sont atteintes lorsque la valeur du cumul de l'endommagement vaut l'unité. On remarque que la durée de vie totale calculée est influencée par l'effet de l'ordre d'application des blocs: (B-H) ou (H-B).

Les courbes montrées par les figures II-33-a et II-33-b confirment l'observation constatée précédemment à savoir que la durée de vie d'une structure sollicitée par des chargements à blocs décroissants est plus courte que celle à blocs croissants. Par conséquent, les chargements à blocs décroissants endommagent fortement par rapport à ceux à blocs croissants.

Dans le cas des chargements à blocs aléatoires, les tableaux (II-26, II-27, II-28) résument les résultats des quatre cas. En comparant avec la durée de vie calculée par le modèle linéaire laquelle reste invariable (302 250 cycles) quel que soit la nature de la séquence: (B-H) ou (H-B). Le modèle proposé prédit des valeurs différentes de durée de vie (175 975, 287 143 et 239 095 cycles) selon l'ordre d'apparition des blocs. Le modèle proposé montre qu'il prend en considération l'histoire de chargement. Dans le tableau II-29 la rupture est survenue dans le troisième niveau, cela est dû à l'effet des séquences de chargements et la durée de vie totale est estimée à 251 332 cycles.

Les figures II-34-a, b, c, d montrent l'évolution du dommage, en fonction de la durée de vie totale exprimée en nombre de cycles à la rupture, et font une comparaison entre les courbes du cumul de l'endommagement obtenues par les deux modèles. Nous remarquons les mêmes observations à savoir que les courbes du modèle proposé ont une allure non linéaire tandis que celles déterminées par le modèle de Palmgren-Miner sont composées de segments de droites.

II-6-4-2. Effet de la séquence de chargement obtenue par une variation de la charge cyclique

II-6-4-2-a. Cas de blocs Croissants

Tableau III-30. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs croissants.

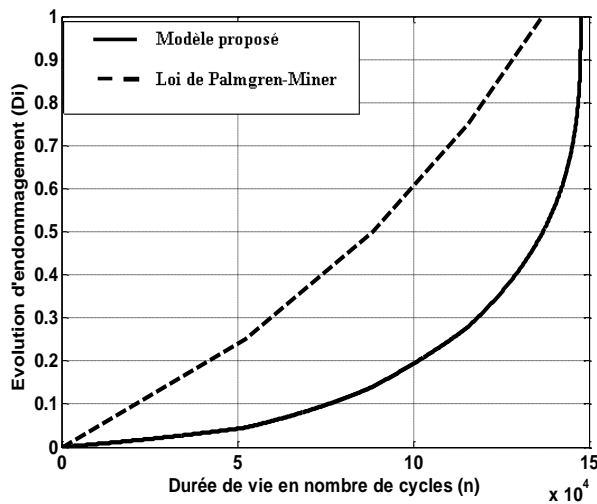
$\sigma_i^m (MPa)$	40	40	40	40			
$F_i^{at} (N)$	4 100	4 200	4 300	4 400			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	343,35	351,18	359,01	366,84			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	52 225	36 225	27 000	32 216	21150	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.38	0.25	1.13	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.045	0.139	0.277	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		147 666 cycles					
Règle de Palmgren-Miner		136 600 cycles					

II-6-4-2-b. Cas de blocs Décroissants

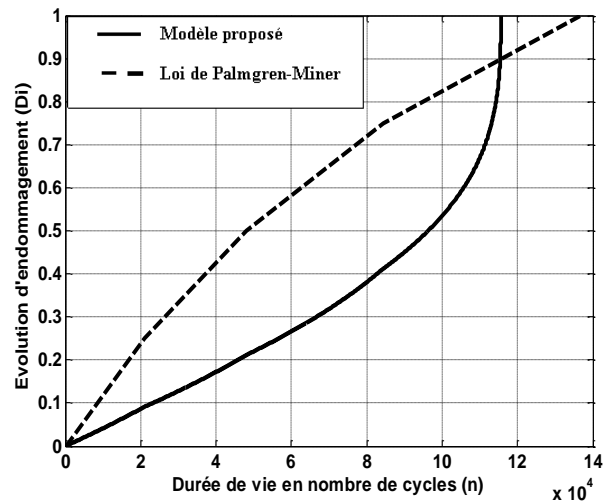
Les résultats sont présentés dans le tableau suivant

Tableau III-31. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs décroissants

$\sigma_i^m (MPa)$	40	40	40	40			
$F_i^a (N)$	4 400	4 300	4 200	4 100			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	366,84	359,01	351,18	343,35			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	21 150	27 000	36 225	31 204	52 225	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.15	0.25	0.9	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.091	0.211	0.411	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé	115 579 cycles						
Règle de Palmgren-Miner	136 600 cycles						



a)



b)

Figure II-35. Evolution du cumul d'endommagement D_i en fonction de nombre de cycles et la comparaison avec la loi de Palmgren-Miner, dans le cas de la variation de l'amplitude F_i^{at} pour deux types de séquences de chargements : a) blocs croissants (B-H) , b) blocs décroissant (H-B).

II-6-4-2-c. Cas de Blocs aléatoires

Tableau II-32. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 1)

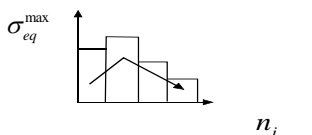
$\sigma_i^m (MPa)$	40	40	40	40			
$F_i^a (N)$	4 300	4 400	4 200	4 100			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	359,01	366,84	351,18	343,35			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	27 000	21 150	36 225	36 970	52 225	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.17	0.25	0.92	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.08	0.191	0.377	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		121 345 cycles					
Règle de Palmgren-Miner		136 600 cycles					

Tableau II-33 Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 2)

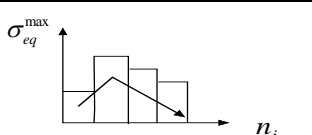
$\sigma_i^m (MPa)$	40	40	40	40			
$F_i^a (N)$	4 100	4 400	4 300	4 200			
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	343,35	366,84	359,01	351,18			
				Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	52 225	21 150	27 000	45 890	36 225	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.31	0.25	1.06	1
Cumul du Dommage (D_i)	0.045	0.147	0.306	1			
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs							
Modèle proposé		146 265 cycles					
Règle de Palmgren-Miner		136 600 cycles					

Tableau II-34 Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 3)

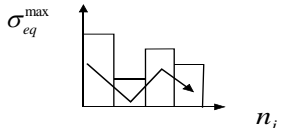
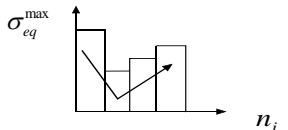
$\sigma_i^m (MPa)$	40	40	40	40				
$F_i^a (N)$	4 400	4 100	4 300	4 200				
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	366,84	343,35	359,01	351,18				
					Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	21 150	52 225	27 000	26 110	36 225	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.18	0.25	0.93	1	
Cumul du Dommage (D_i)	0.091	0.226	0.410	1				
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs								
Modèle proposé		126 485 cycles						
Règle de Palmgren-Miner		136 600 cycles						

Tableau II-35. Résultats obtenus par le modèle dans le cas d'un chargement à blocs aléatoires (cas 4)

$\sigma_i^m (MPa)$	40	40	40	40				
$F_i^a (N)$	4 400	4 100	4 200	4 300				
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	366,84	343,35	351,18	359,01				
					Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$	
Nombre de cycles (n_i)	21 150	52 225	36 225	18 665	27 000	Modèle proposé	Règle de Pal-Miner	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.17	0.25	0.92	1	
Cumul du Dommage (D_i)	0.09	0.22	0.43	1				
Prédiction de la durée de vie totale pour les quatre blocs								
Modèle proposé		128 264 cycles						
Règle de Palmgren-Miner		136 600 cycles						

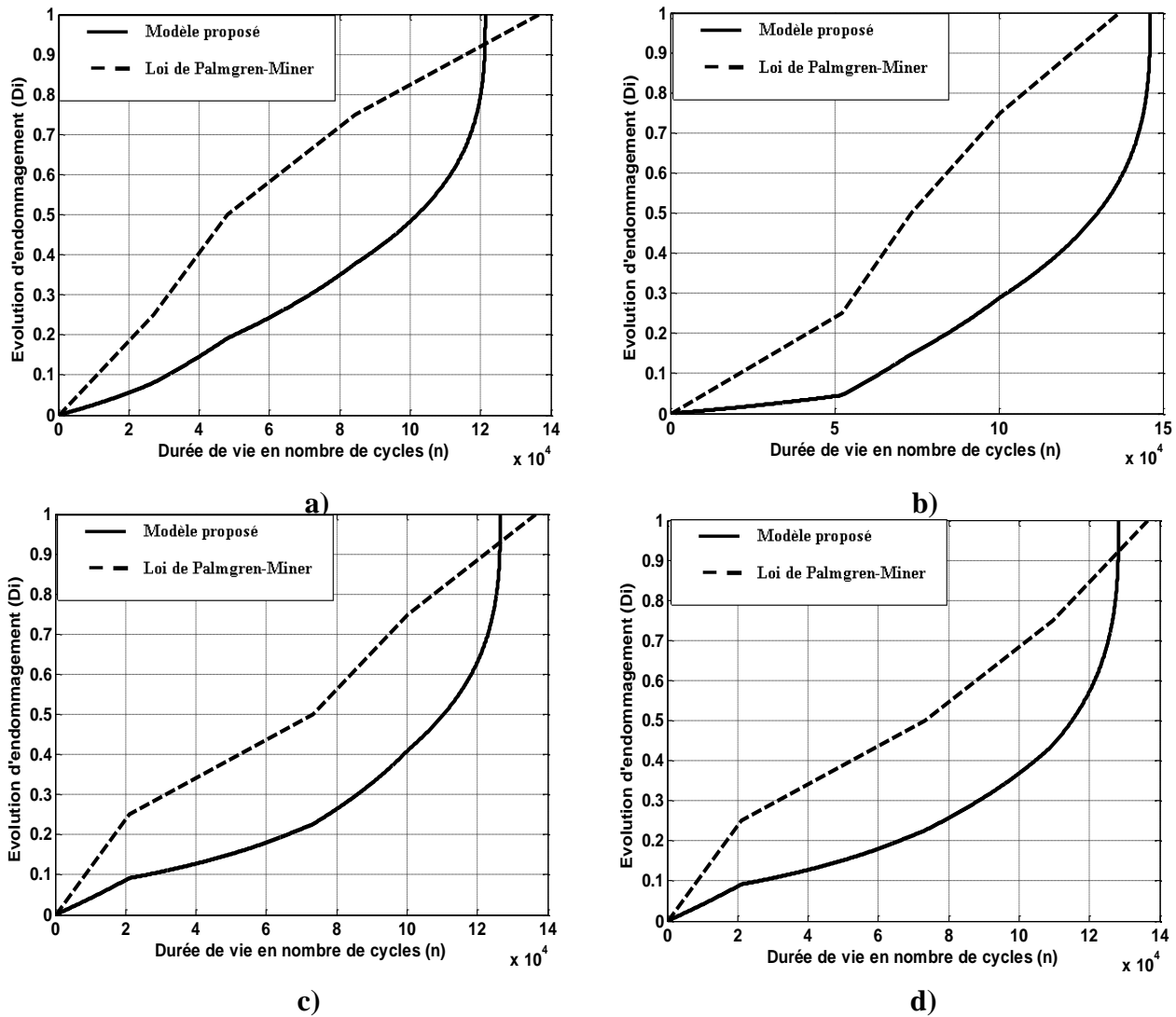


Figure II-36. Evolution du cumul de l'endommagement D_i en fonction de nombre de cycles et comparaison avec la loi de Palmgren-Miner, pour les quatre cas de chargement en blocs aléatoires (a, b, c, d) avec une variation de l'amplitude de F_i^{at} .

Sous l'effet de la variation de la charge cyclique, nous avons relevé les mêmes observations que précédemment. La valeur de la durée de vie estimée par la règle de Palmgren-Miner est de 136 600 cycles et reste invariable quel que soit l'ordre d'application des blocs. Dans le cas d'une séquence décroissante (H-B) la durée de vie estimée par la loi de Miner est inférieure par rapport à celle calculée par le modèle proposé. Pour les autres cas de séquences, le modèle estime des durées de vie comme suit: 115 579 cycles pour la séquence croissante (B-H), (121 234, 146 265, 126 485, 128 264) dans les cas des blocs aléatoires.

Le modèle établi dans cette partie est un modèle prédictif du cumul d'endommagement des structures sollicitées en fatigue multiaxiale d'amplitude variable. Les résultats obtenus montrent la capacité du modèle à évaluer l'indicateur du dommage et à calculer la durée de vie

totale des structures, quel que soit la nature des séquences des chargements appliqués (B-H, H-B et aléatoires). Les résultats obtenus par le modèle sont comparés à ceux donnés par la règle populaire de Palmgen-Miner, laquelle reste, malgré ses carences, la plus employée dans l'industrie. L'inconvénient principal de cette loi réside dans le fait qu'elle ne tient pas compte de l'histoire des chargements. Le modèle proposé est caractérisé par :

- l'évolution non linéaire du cumul d'endommagement.
- les durées de vie estimées ont des valeurs différentes selon le mode d'application des blocs de chargements.
- les fractions de vie calculées par le modèle prennent des valeurs supérieures à 1 dans le cas des chargements en blocs H-B et dans deux cas de blocs aléatoires. Les durées de vie calculées par le modèle sont supérieures à celles calculées par la règle de Palmgren-Miner.
- Les fractions de vie calculées par le modèle prennent des valeurs inférieures à 1 dans les autres cas. Les durées de vie calculées par le modèle sont inférieures à celles calculées par la règle de Palmgren-Miner.

Chapitre III : Effet des traitements superficiels sur la tenue en fatigue

III-1.Introduction

Nous avons présenté dans le chapitre précédent les applications permettant la prédiction du cumul d'endommagement et le calcul des durées de vie de deux structures de formes différentes, soumises à des sollicitations multiaxiales sous forme de blocs de quatre niveaux. Le modèle proposé nous a permis d'évaluer l'indicateur d'endommagement selon l'histoire du chargement (blocs croissants, décroissants et aléatoires). Pour chaque sollicitation, nous avons déterminé des différentes courbes de l'évolution de l'indicateur du cumul de dommage ainsi que les durées de vie. Contrairement à la loi de Palmgren-Miner, notre modèle tient compte de l'effet d'apparition des blocs.

Après l'usinage et dans le but d'améliorer la tenue en fatigue, en termes de durée de vie, des pièces sont soumises à des chargements cycliques, les industriels cherchent les moyens les plus appropriés à adopter en vue d'améliorer leur tenue en fatigue. Les traitements superficiels répondent à cette préoccupation majeure. Le grenailage constitue un traitement mécanique de surface très pratique et efficace. A cet effet, notre étude sera limitée à l'effet du grenailage de précontrainte et l'ajustement de ces paramètres sur la tenue en fatigue de la structure rectangulaire considérée précédant. Le modèle proposé, sera exploité avec une prise en considération de l'effet de ce traitement superficiel. Par la suite, nous analysons et comparons les résultats obtenus, par la simulation numérique, avec et sans prise en compte de l'effet du traitement de surface.

III-2. Effet du grenailage de précontrainte

Le traitement superficiel de grenailage de précontrainte, ou shot peening, est un procédé d'écrouissage à froid basé sur la projection à grande vitesse, de grenailles de formes sphériques sur la surface des pièces à traiter. Le choc des billes sur la surface d'un matériau provoque des déformations plastiques et, par conséquent, la création des contraintes résiduelles de compression sous les couches superficielles. Le grenailage induit une modification artificielle du chargement résultant de la présence des contraintes résiduelles. L'amélioration de la résistance à la fatigue des pièces grenillées est l'effet le plus bénéfique apporté par ce traitement. Les contraintes résiduelles se superposent aux contraintes de service et vont décharger la surface, là où s'amorcent les fissures de fatigue. En outre, c'est généralement en surface que les contraintes de service sont maximales (cas de la flexion ou de la torsion des pièces

entaillées). Donc, grâce à la présence des contraintes résiduelles de compression, la pièce grenillée se trouve protégée par une couche de moindre chargement.

En présence des contraintes résiduelles, selon GUACHICHI et al. [74], le calcul de la pression hydrostatique maximale, est donné par la relation suivante :

$$P_{max} = \frac{1}{3} trace(\bar{\sigma}_m + \bar{\sigma}_a + \bar{\sigma}_R) \quad (III-1)$$

$\bar{\sigma}_m$: Tenseur des contraintes dû à la charge statique.

$\bar{\sigma}_a$: Tenseur des contraintes dû à la charge cyclique.

$\bar{\sigma}_R$: Tenseur des contraintes résiduelles.

L'équation (III-1) montre que la pression hydrostatique maximale est fonction du tenseur des contraintes résiduelles. Dans ce cas, le critère de Crossland est appliqué pour convertir le chargement multiaxial engendré par les différents types de tenseurs de contraintes (statiques, cycliques et résiduelles) en une contrainte équivalente maximale.

III-3. Modélisation du grenailage

De nombreuses modélisations ont été établies pour décrire le profil des contraintes résiduelles dues au grenailage de précontrainte. Nous exploitant dans notre travail un modèle établi par GUECHICHI [65], basé sur la théorie de Hertz pour calculer le champ des contraintes élastiques sous une bille impactant le matériau traité, et sur la théorie de Zarka [75-76] pour déterminer le champ des contraintes résiduelles résultant.

Le modèle est développé par GUECHICHI et al [77-78] sous forme d'un modèle théorique permettant l'évaluation des contraintes résiduelles et des déformations plastiques dans le cas d'une plaque de dimensions finies.

III-4. Les contraintes résiduelles dans un massif semi infini

III-4-1. Hypothèses

Afin de pouvoir déterminer le profil des contraintes résiduelles dans un massif semi infini [42-46], les hypothèses suivantes ont été formulées:

- ✓ Les billes sont considérées sphériques avec un rayon constant.
- ✓ La direction du choc est perpendiculaire à la surface traitée.
- ✓ La vitesse des projectiles reste constante durant l'opération de grenailage.
- ✓ Le comportement du matériau traité est élastoplastique à écrouissage complexe (cinématique et isotrope).
- ✓ On considère un grand nombre d'impacts et que l'état stationnaire a été atteint. On distingue deux cas de réponses du matériau du massif (réponse purement élastique : adaptation et réponse élastoplastique cyclique stabilisé : accommodation).

III-4-2. Chargement dû au grenailage

On suppose que tous les points du massif semi-infini ont été chargés de façon identique de telle sorte que le grenailage introduit des contraintes résiduelles homogènes. Le champ de contraintes réelles est une fonction périodique du temps.

$$\underline{\sigma}^{el}(t) = (\lambda) \cdot \underline{\sigma}_{max}^{el}(t) \quad (III-2)$$

Le chargement est supposé radiale, le champ des contraintes élastiques est maximal au moment de l'impact et il est minimal pendant le rebond de la bille, alors on peut écrire :

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^{el}(t) = \underline{\sigma}_{max}^{el}(t) = \underline{\sigma}^{HERTZ}(\lambda) = 1 \\ \underline{\sigma}^{el}(t) = 0 \end{cases} \quad (\lambda) = 0 \quad (III-3)$$

L'homogénéité du chargement nous permet de choisir l'axe de l'impact OZ (figure III-1) comme axe des contraintes élastiques pour n'importe quel point du massif.

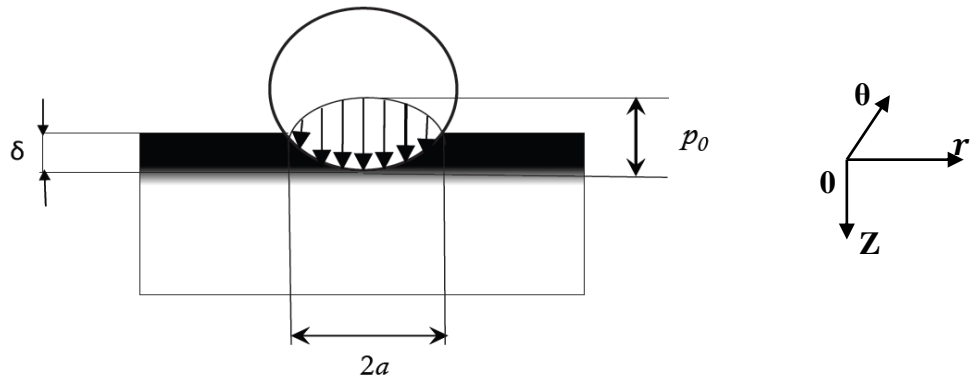


Figure III-1. Contact bille-massif semi infini.

Sur l'axe OZ, le champ des contraintes élastiques est donné par l'expression suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{HERTZ}(z) = \sigma_{\theta\theta}^{HERTZ}(t) = P_0(1 + \nu) \cdot \left(\frac{z}{a} \operatorname{arccotg} \frac{z}{a} - 1 \right) + \frac{P_0 a^2}{2(a^2 + z^2)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{HERTZ}(z) = -\frac{P_0 a^2}{2(a^2 + z^2)} \end{cases} \quad (III-4)$$

Avec :

$$\underline{\sigma}^{HERTZ} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr}^{HERTZ}(z) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta}^{HERTZ}(t) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz}^{HERTZ}(t) \end{pmatrix} \quad (III-5)$$

$$a = D_b \cdot \left(\frac{K \cdot \pi \rho_m \cdot V^2 \cdot \sqrt{2}}{8 \cdot E} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (III-6)$$

$$P_0 = \left(\frac{E^4 \cdot K \cdot \rho_m \cdot V^2}{\pi^4} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (III-7)$$

a : Rayon d'impact

P_0 : Pression maximale

D_b : Diamètre de la bille.

ρ_m : Masse volumique de la bille.

V : Vitesse de projection

E_c : Module de Young commun des matériaux (bille et massif), il est défini par la relation

$$\text{suivante : } \frac{1}{E_c} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$$

E_1, ν_1 : Module de Young et coefficient de Poisson de la bille.

E_2, ν_2 : Module de Young et coefficient de Poisson du massif.

K : Rendement du choc.

Les contraintes résiduelles, dans un massif semi-infini, dépendent des déformations plastiques, lesquelles sont liées au paramètre appelé : variable transformé [77]. Ce paramètre permet de représenter l'évolution du domaine élastique, au cours d'un chargement cyclique, dans l'espace des variables transformées. Cela dépend essentiellement de la loi de comportement du matériau à traiter (écrouissage: cinématique linéaire ou isotrope).

Sous chargement cyclique, la connaissance de l'état limite stabilisé des contraintes et des déformations plastiques, est très importante. Ces états sont les paramètres clés de la fatigue et de l'endommagement. Une méthode a été proposée par Zarka [75,79] permettant de trouver les champs des paramètres transformés et, par conséquent, les contraintes résiduelles. Un organigramme est représenté dans la figure III-4 expliquant l'obtention du profil des contraintes résiduelles, en fonction de la profondeur, en variant les différents paramètres de grenailage ainsi que les dimensions de la plaque finie.

III-4-3. Prédiction des contraintes résiduelles d'une plaque finie

Lors de l'établissement de la courbe et du temps de saturation par une intensité Almen déterminée, il lui faudra tenir compte du fait que le temps de saturation n'est pas identique sur le matériau à grenailier. On aura donc intérêt à réaliser des jauges dans le métal qui constitue la pièce afin de déterminer ce temps et régler, en conséquence, la machine à grenailier.

A l'aide des relations d'équilibre des efforts normaux et des moments fléchissant déduites pour une plaque semi-infinie, on peut déterminer la distribution des contraintes résiduelles σ_{C-R} dans une plaque finie (figure III-2), de Longueur L_x , de largeur L_y et d'épaisseur H (figure III- 3). Cela nous permet d'écrire :

$$\sigma_{C-R}(Z) = R(Z) + \sigma^N(Z) + \sigma^F(Z) \quad \text{(III-8)}$$

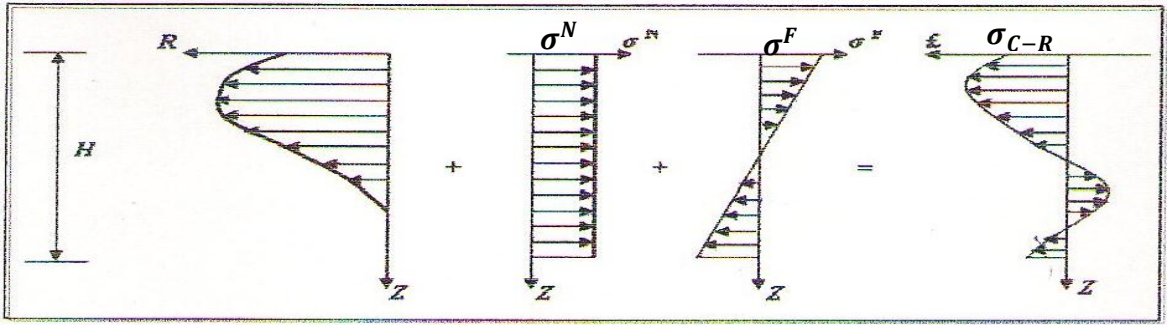


Figure III-2. Distribution des contraintes résiduelles dans une plaque finie

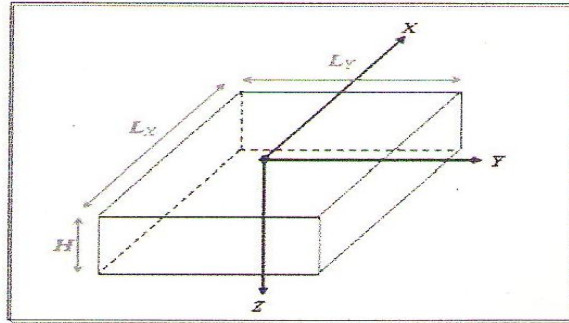


Figure III-3. Schéma d'une plaque finie à traiter.

Relation d'équilibre

- Les équations d'équilibre des efforts normaux :

$$\begin{cases} \int_0^H R \cdot L_x \cdot dz + \sigma_x^N \cdot L_x \cdot H = 0 \\ \int_0^H R \cdot L_y \cdot dz + \sigma_y^N \cdot L_y \cdot H = 0 \end{cases} \quad \text{(III-9)}$$

Alors : $\sigma_x^N = \sigma_y^N = \frac{1}{H} \int_0^H R \cdot dz$

- Les équations d'équilibre des moments fléchissants :

$$\begin{cases} \int_0^H \left(\frac{H}{2} - z\right) R \cdot L_x \cdot dz + M_x = 0 \\ \int_0^H \left(\frac{H}{2} - z\right) R \cdot L_y \cdot dz + M_y = 0 \end{cases} \quad \text{(III-10)}$$

Les contraintes de flexion dues aux moments fléchissants sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_x^F = \frac{M_y}{I_y} \cdot \left(\frac{H}{2} - z\right) \\ \sigma_y^F = \frac{M_x}{I_x} \cdot \left(\frac{H}{2} - z\right) \end{cases} \quad \text{(III-11)}$$

Ou I_x , I_y : Moments d'inertie par rapport aux axes ox, oy

D'après la relation (III-11) on peut écrire :

$$\frac{M_x}{I_x} = \frac{M_y}{I_y} = \omega \quad \text{(III-12)}$$

On aura alors $\sigma_x^F = \sigma_y^F = \frac{\omega}{E} \left(\frac{H}{2} - z \right)$ (III-13)

On peut également calculer la flèche f au centre de cette éprouvette d'après la distribution des contraintes résiduelles pour un massif semi-infini. Cette flèche est calculée par la relation suivante :

$f = \frac{3M}{2EH^3} (I_x^2 + I_y^2)$ (III-14)

Avec $M = \int_0^{Z_{max}} \rho(Z) \left(\frac{H}{2} - Z \right) dz$ (III-15)

Grâce à cette étude on peut prévoir la flèche Almen en introduisant les caractéristiques cycliques de la plaque (acier SAE 1070 ou XC 65), les paramètres de grenailage et le type de jauge utilisée. Selon GUECHICHI et al [78] l'organigramme de la figure III-4 récapitule le modèle théorique de prédiction des contraintes résiduelles.

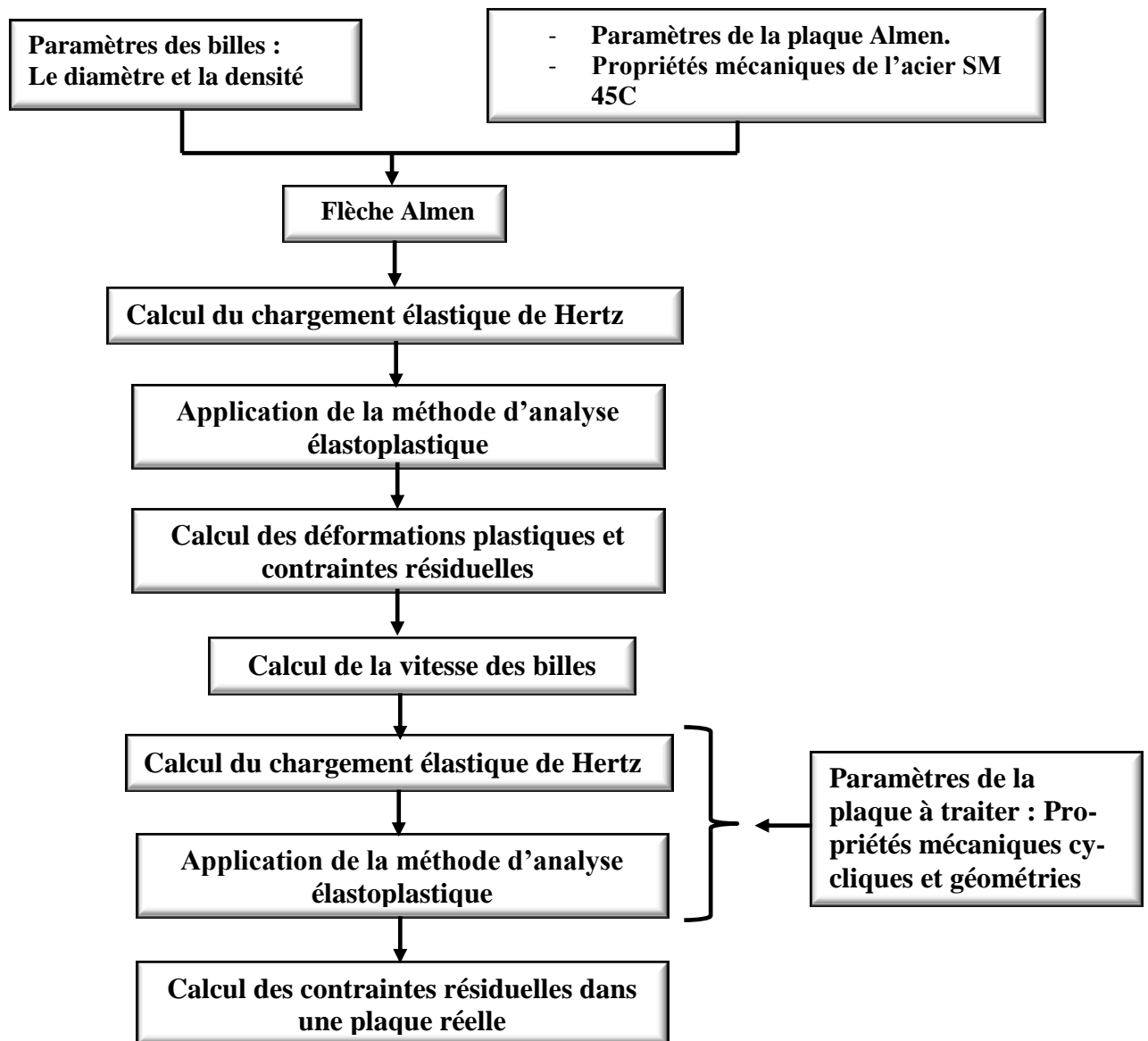


Figure III 4.Organigramme de calcul des contraintes résiduelles de grenailage.

III-5. Traitement de la structure rectangulaire

Les chargements appliqués à la structure rectangulaire (traction superposée à une flexion), ont engendré des zones de forte concentration de contraintes (zones critiques) où la contrainte équivalente de Crossland est maximale, comme montre la figure III-5, cette zone constitue un siège d'initiation et de propagation de fissures qui peuvent conduire à la rupture.

Le traitement superficiel sera donc appliqué uniquement au niveau de la zone critique. Pour ce faire, nous allons modéliser l'opération du grenailage afin de déterminer les contraintes résiduelles.

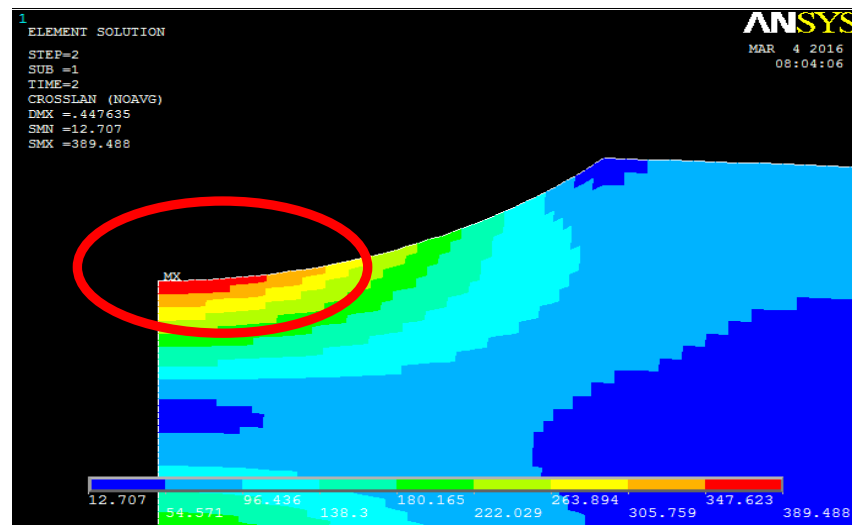


Figure III-5. Zone critique de la structure.

Nous avons déterminé la contrainte équivalente maximale de Crossland (Chapitre II), pour chaque combinaison de chargement (F_i^a , σ_i^m), cette contrainte est localisée au niveau de l'élément « 6241 » comme le montre la figure (III-6)



Figure III-6. Localisation de l'élément critique (6241).

III-5-1. Traitement de la zone critique de la structure

Dans notre étude l'opération de grenailage est appliquée sur une partie de la pièce, là où les contraintes dues au chargement sont maximales. La profondeur affectée par le traitement varie de quelques dizaines de millimètres, en fonction des paramètres de grenailage. La figure III-7 représente la partie de la structure concernée par le traitement (zone encadrée en rouge), ainsi qu'un profil des contraintes résiduelles à introduire.

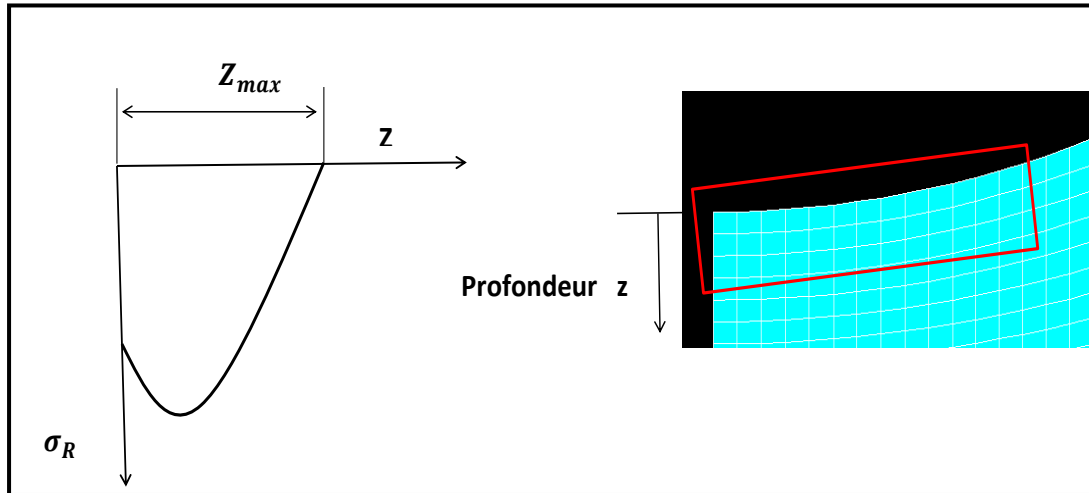


Figure III-7. Zone à traiter et profil des contraintes résiduelles à introduire.

La partie de la structure concernée par le grenailage est représentée par un maillage optimisé (élément type 82 selon le code Ansys). Afin d'introduire les contraintes résiduelles dans la simulation des calculs, nous allons présenter les couches de la structure. La figure III-8 montre la zone à grenailer et la superposition des couches qui sont constituées d'éléments de mailles numérotés. A noter que chaque couche a une épaisseur de 0.25mm suivant la direction de profondeur z. Cette distance entre les couches est obtenue selon le maillage optimisé établi par le code Ansys.

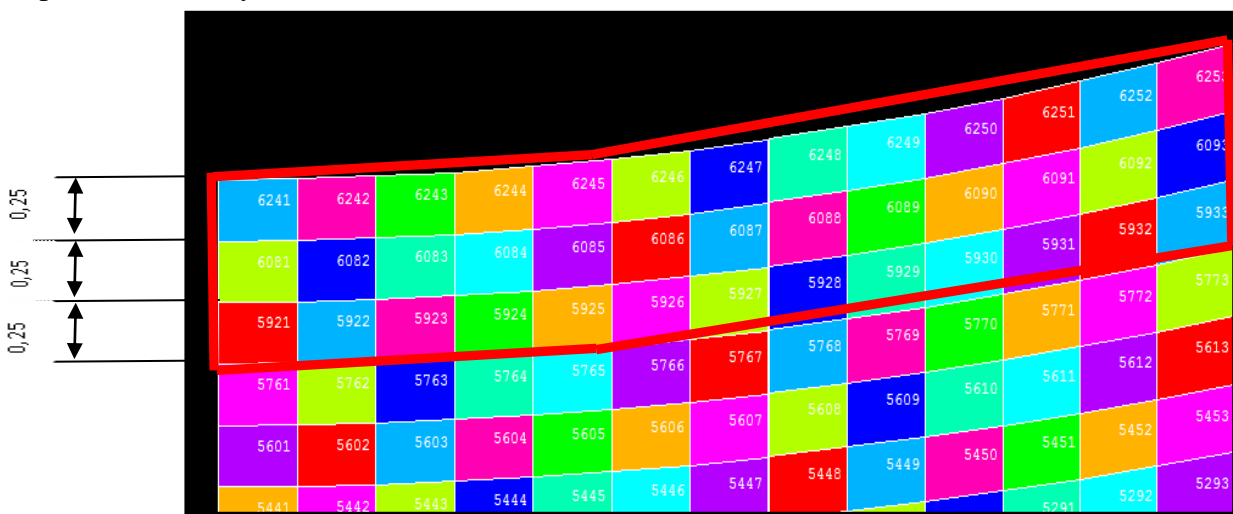


Figure III-8. Identification de la zone à grenailer.

Les couches sont constituées d'un ensemble d'éléments lesquelles sont répartis comme suit :

- 1^{ère} couche est constituée des éléments [6241, 6242, 6243,...6253].
- 2^{ème} couche est constituée des éléments [6081, 6082,6083,...6094].
- 3^{ème} couche est constituée des éléments [5921, 5922,5923,... 5934].

Après détermination du profil des contraintes résiduelles, par le biais d'une fonction mathématique, on sollicite de nouveau la structure en lui appliquant différents niveaux de chargements (statiques et cycliques), puis on calcule la nouvelle valeur de la contrainte équivalente maximale de Crossland, ainsi que la nouvelle position d'élément critique. La connaissance de la contrainte équivalente permet, dans un premier temps, de statuer sur le domaine d'endurance via l'utilisation du critère de Crossland et par la suite de prédire la durée de vie correspondante.

III-5-2. Détermination des paramètres de grenaillage

Le traitement de grenaillage nécessite la connaissance de l'ensemble des paramètres qui gouvernent la génération des contraintes résiduelles de compression, et le matériau étudié présente un comportement complexe (cinématique et isotrope). Le tableau III-1 récapitule les paramètres considérés.

Tableau III-1. Paramètres du grenaillage (Matériau, Plaque Almen, Bille) [74]

	Matériau SM 45C	Plaque Almen type N SAE 1070	Bille en acier	Bille en céramique
Limite d'élasticité cyclique σ_s MPa	510	803	Rendement du choc 0.8	
Module d'écrouissage cinématique C	2932	2773	Diamètres de la bille 0.28 – 0.43 – 0.83...	0.3 – 0.4 – 0.5
Coefficients d'écrouissage isotrope K, n	$K = 150$ $n = 0,4$			
Masse volumique en ρ KG/m ³			7500	3850
Coefficient de poisson ν	0,29	0.3	0.3	0.21
Module d'Young E MPa	213000	200000	210000	300000
Dimensions plaque en (mm) HxLxLA	30x100x50	1.29x76.2x19		
Paramètres recherchés du grenaillage.				
a- Vitesse d'impact. b- Profil des contraintes résiduelles.				

III-6. Méthodologie de travail

La méthodologie adoptée pour étudier l'effet des contraintes résiduelles sur la tenue en fatigue comprend les étapes suivantes :

- Détermination des profils de contraintes résiduelles via l'organigramme de la figure III-4.
- Introduire la fonction décrivant les contraintes résiduelles dans le calcul de la pression hydrostatique au niveau des différentes couches de la partie à traiter de la structure.
- Calcul de la nouvelle contrainte équivalente maximale de Crossland et localisation de la nouvelle position de l'élément critique (avec vérification du domaine d'endurance de Crossland).
- Calcul de la durée de vie correspondante à cette contrainte, pour chaque combinaison de chargement .
- Application du modèle de la contrainte endommagée pour prédire le cumul d'endommagement avec le traitement de surface.
- Comparaison des résultats obtenus par la simulation dans les deux cas en l'occurrence sans et avec prise en compte du traitement de surface.

III-7. Application de la méthodologie

Nous avons traité dans le chapitre précédent plusieurs cas de chargements sous forme de blocs, et nous avons aussi étudié les effets des contraintes statiques et cycliques sur l'évolution du cumul d'endommagement. Afin d'évaluer le rôle des contraintes résiduelles, dans cette partie, sur la tenue en fatigue de la structure rectangulaire, nous prenons le cas de l'effet de la contrainte statique sur l'évolution de l'indicateur d'endommagement. Pour ce faire, nous nous référons aux résultats du tableau II-8 du chapitre II, en faisant introduire le profil des contraintes résiduelles. Nous procédons à l'application de la méthodologie en traitant la structure en variant les paramètres de grenailage avec des billes en acier.

III-8. Ajustement des paramètres

Cas 01

Dans un premier cas nous traitons la structure avec les paramètres ($V=45.2$ m/s, $D = 0.28$ mm, $f=0.2$ mm), avec des grenailles en acier. Les résultats obtenus sont montrés comme suit : la figure III-7 représente le profil des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur et le tableau III-2 montre la comparaison des résultats obtenus par la simulation sans et avec traitement de surface.

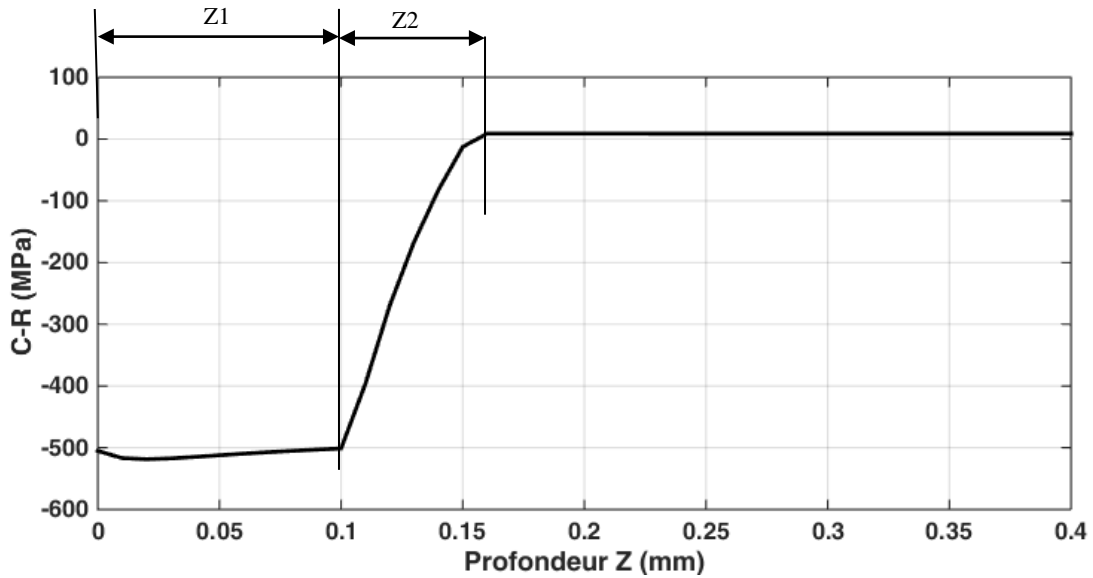


Figure III-9. Profil des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur (V=45.2 m/s, D = 0.28 mm, f=0.2mm)

La figure III-9 montre le profil des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur. La couche affectée par les contraintes résiduelle est composée d'une zone plastifiée accommodée (de profondeur $z_1 = 0.1$ mm) et d'une zone plastifiée adaptée (de profondeur $z_2 = 0.06$ mm). La zone plastifiée accommodée est caractérisée par une légère variation des contraintes résiduelles en rapport avec la limite d'élasticité cyclique et avec l'érouissage isotrope. La zone plastifiée adaptée est caractérisée par une chute de ces contraintes jusqu'à annulation en surface. Le tableau III-2 récapitule les résultats obtenus avec et sans traitement de surface.

Tableau III-2. Résultats avant et après grenailage (D = 0.28 mm, f=0.2 mm, V=45.2 m/s, CR=-518.52 MPa).

Chargement			Résultats sans traitement				Résultats avec traitement				R_{DV}
N°	F_i^a (N)	σ_i^m (MPa)	Paramètres de Crossland			NR Cycles	Paramètres de Crossland			NR Cycles	
			P_{max} (MPa)	σ_{eq}^{imax} (MPa)	Elément critique		P_{max} (MPa)	σ_{eq}^{imax} (MPa)	Elément critique		
1	450	0	156.2	323.8	6241	1 044 300	152.46	303.72	6081	Illimité	-
2		10	163.9	326.7		725 900	160.08	306.53		Illimité	-
3		40	187	335.5		334 300	182.93	315		6×10^6	17.94
4		60	202.4	341.3		231 500	198.17	320.63		2 214 300	9.56

La zone critique est déplacée en profondeur, elle est représentée par l'élément critique 6081. La figure III-10 représente cette position.

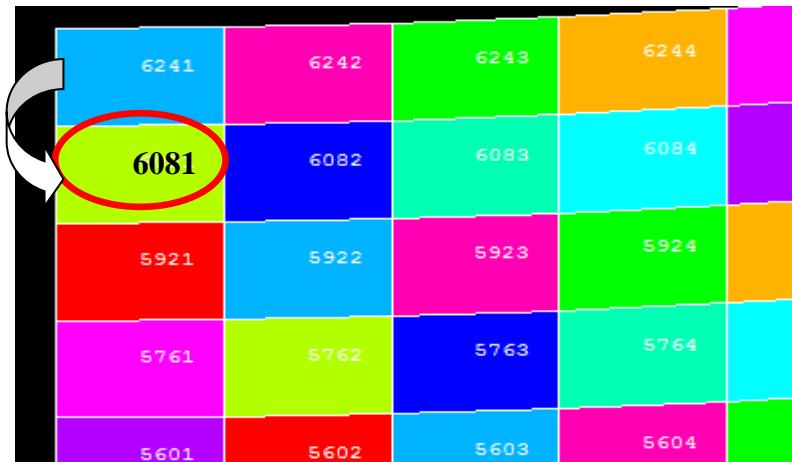


Figure III-10. Position de l'élément critique 6081.

D'après les résultats obtenus par la simulation, nous constatons ce qui suit :

- Une diminution de la valeur de la pression hydrostatique et, par conséquent, une diminution aussi de la contrainte équivalente maximale de Crossland dans les quatre cas de chargement.
- Un changement remarquable de la position de la zone critique (figure III-10) : elle était localisée en surface de la pièce (élément 6241) dans le cas sans traitement, cependant avec un traitement la zone critique est déplacée en profondeur vers la position (élément 6081).
- Une nette amélioration des durées de vie calculées du matériau traité par rapport à celles sans traitement. Pour les deux premiers cas (1 et 2) les durées de vie estimées passent d'un nombre limité à un nombre illimité, tandis que pour les cas (3 et 4) les durées de vie passent de (334 300 et 231 500 cycles) à (10×10^6 et 2 214 300 cycles) avec des rapports de 17.94 et 9.56 respectivement.

Ces résultats ont été obtenus par un traitement de grenailage avec des paramètres donnés. Un changement d'un de ces paramètres va générer des profils de contraintes résiduelles différents lesquels vont conduire, d'une part, à une variation des valeurs des durées de vie de la structure, et d'autre part, à la nouvelle position de la zone critique qui va se localiser en sous couche. Par conséquent, par rapport à un cas sans traitement, un traitement superficiel entraîne un retardement de la naissance et la croissance des fissures ce qui explique l'amélioration de la durée de vie.

Cas 2

Dans ce cas, nous fixons autres paramètres, en augmentant la valeur de diamètre de la grenaille qui d'après [46] joue un rôle important dans la profondeur de la couche écrouie, et celle

de la flèche Almen, en vue de prévoir un déplacement davantage de la position de la zone critique en profondeur. On prend les valeurs suivantes : $D = 0.43$ mm, $f=0.4$ mm, $V=81.2$ m/s, $CR=-511.68$ MPa).

Le modèle théorique établie par [42-46] permet de tracer le profil de contraintes résiduelles en fonction de la profondeur.

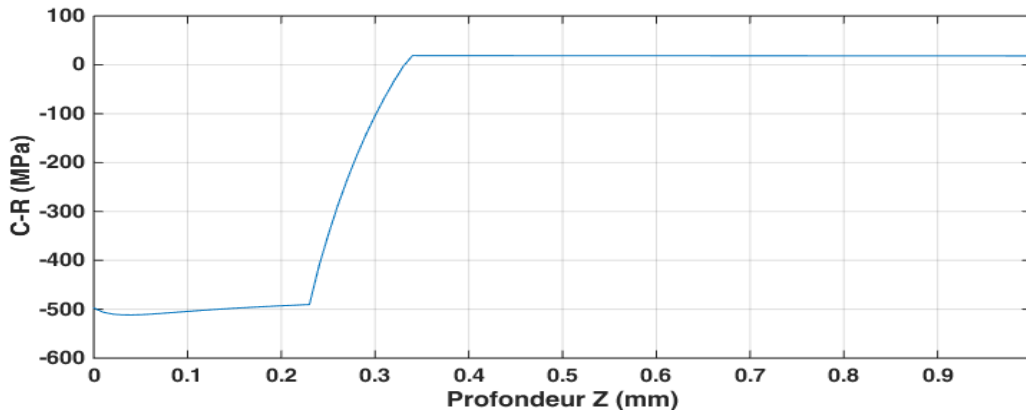


Figure III-11. Profil de contraintes résiduelles en fonction de la profondeur pour les paramètres ($D = 0.43$ mm, $f=0.4$ mm $V=81.2$ m/s $CR=-511.68$ MPa).

Le profil obtenu représenté par la figure III-11 montre une importante couche écrouie en profondeur en comparaison avec celui de la figure III-9. A cet effet, nous avons augmenté seulement le diamètre de la bille.

Nous remarquons que plus la couche écrouie est profonde, plus les durées de vie sont importantes ce qui peut conduire parfois à des durées de vie illimitées. En outre la zone critique se déplace plus en profondeur.

Tableau III-3. Comparaison des durées de vie simulées sans et avec grenailage ($D = 0.43$ mm, $f=0.4$ mm $V=81.2$ m/s $CR=-511.68$ MPa).

Tableau III-2. Résultats avant et après grenailage ($D = 0.43$ mm, $f=0.4$ mm $V=81.2$ m/s $CR=-511.68$ MPa).

Chargement		Résultats avant traitement				Résultats après traitement				R_{DV}	
N°	F_i^a (N)	σ_i^m (MPa)	Paramètres de Crossland		NR Cycles	Paramètres de Crossland		NR Cycles			
			P_{max} (MPa)	σ_{eq}^{imax} (MPa)		Elément critique	P_{max} (MPa)		σ_{eq}^{imax} (MPa)		Elément critique
1	450	0	156.2	323.8	6241	1 044 300	149.74	283.20	5921	Illimitée	-
2		10	163.9	326.7		725 900	157.29	286		Illimitée	-
3		40	187	335.5		334 300	179.92	294.36		Illimitée	-
4		60	202.4	341.3		231 500	195.01	299.94		Illimitée	-

La position de la zone critique est localisée sur l'élément 5921 (figure III-12) située dans la troisième couche de la structure.

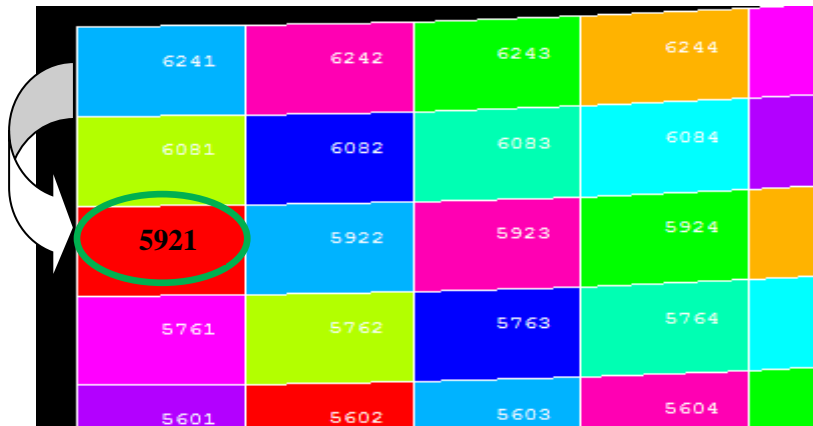


Figure III-12. Position de l'élément critique 5921.

D'après ces résultats, nous remarquons que les durées de vie calculées avec une opération du grenailage sont illimitées, cela est dû à l'effet des contraintes résiduelles de compression pour lesquelles la profondeur est plus importante en comparaison avec le cas précédent. En plus la zone critique à changer de position vers l'élément 5921, située d'après la figure III-12 au niveau de la troisième couche. Donc, si on applique des chargements sous forme de blocs de différentes séquences, on n'aura pas de rupture par endommagement et l'indicateur D n'atteint jamais la valeur un; en plus la durée de vie totale de la structure sera illimitée. Par conséquent la structure travaille en toute sécurité sans risque de rupture quelques soit les chargements appliqués. Ces résultats permettent de remarquer qu'un choix judicieux des paramètres de grenailage conduira à un déplacement de la zone critique vers la profondeur associé à une durée de vie plus importante.

III-9. Cumul d'endommagement avec et sans traitement

Nous allons établir une comparaison, dans les cas : sans et avec un traitement de grenailage, des résultats obtenus de l'évolution du cumul d'endommagement d'une structure, sous un chargement composé de quatre blocs de divers ordres d'apparition (blocs croissants, décroissants et aléatoires. Pour ce faire nous considérons la structure rectangulaire laquelle nous lui appliquons quatre sollicitations conjuguées (traction + flexion). Comme nous obtenons, parfois, des valeurs de durées de vie illimitées comme c'est les cas relatés dans les tableaux III-2 et III-3, nous faisons une nouvelle série de chargement en quatre blocs de telle sorte à n'avoir que des durées de vie limitées.

III-9-1. Grenailage avec billes en acier

Les paramètres de grenailage sont comme suit : $D = 0.28\text{mm}$, $f=0.2\text{mm}$, $V=45.2\text{ m/s}$, $CR=504.16\text{ MPa}$. Le profil des contraintes résiduelles est celui représenté sur la figure III-7. Le tableau III-4 résume les résultats de cette application.

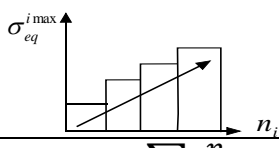
Tableau III-4. Résultats sans et avec traitement de grenailage de la première application.

Chargement		Résultats avant traitement				Résultats après traitement				R_{DV}	
N°	F_i^a (N)	σ_i^m (MPa)	Paramètres de Crossland			NR Cycles	Paramètres de Crossland				NR Cycles
			P_{max} (MPa)	σ_{eq}^{imax} (MPa)	Élément critique		P_{max} (MPa)	σ_{eq}^{imax} (MPa)	Élément critique		
1	450	40	187	335.5	6241	334 300	182.93	315	6081	6×10^6	17.94
2		60	202.4	341.3		231 500	198.17	320.63		2 214 300	9.56
3		75	214	347.42		171 700	209.59	324.85		1 070 400	6.23
4		90	225.54	351.69		142 500	221.02	329.08		641 400	4.5

Le tableau III-4 montre une comparaison des résultats sans et avec un traitement de grenailage. Les valeurs de la pression hydrostatique ont diminué sous l'effet des contraintes résiduelles; par conséquent, cela conduit à la réduction de la valeur de la contrainte équivalente maximale de Crossland. Ces paramètres mènent à l'amélioration de la durée de vie. La position de la zone critique est localisée sur l'élément 6081. Dans ce qui suit, nous soumettons la structure, avec et sans le grenailage, à un chargement en blocs croissants, décroissants et aléatoires.

III-9-1-a. Chargement en blocs croissants

Tableau III-5. Résultats sous chargement en blocs croissants avec et sans traitement.

$\sigma_i^m (MPa)$	40	60	75	90	
$F_i^a (N)$	450	450	450	450	
Avant traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	335.51	341.3	347.42	351.49	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	83 575	57875	42 925	57 932	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.4	
Cumul du Dommage (D_i)	0.03	0.09	0.22	1	1.15
Durée de vie totale : 242 307 cycles					
Après traitement					
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	315	320.63	324.85	329.08	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
Nombre de cycles appliqués (n_i)	15x10 ⁵	535 575	267 600	309 020	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.48	
Cumul du Dommage (D_i)	0.025	0.01	0.05	1	
Durée de vie totale : 2 612 195 cycles.					
Taux d'amélioration : 10.78 fois					

Nous remarquons, selon le tableau III-5, que la durée de vie totale de la structure sans traitement de grenailage est estimée à 242 307 cycles; avec un traitement de grenailage le modèle l'estime égale à 2 612 195 cycles. Cette augmentation montre l'effet bénéfique, sur la tenue en fatigue, apporté par des contraintes résiduelles de compression. La figure III-13 montre la comparaison de l'évolution du cumul d'endommagement en fonction de la durée de vie totale en nombre de cycles pour les deux cas (sans et avec grenailage). On remarque que sans traitement, l'allure du cumul d'endommagement évolue rapidement pour que l'indicateur atteigne l'unité et, en conséquence, la durée de vie totale est moins importante. Cependant, avec un traitement de grenailage, le cumul d'endommagement évolue d'une façon très longue et la durée de vie totale est plus importante. Nous notons que ce type de traitement à prolonger la longévité de la structure.

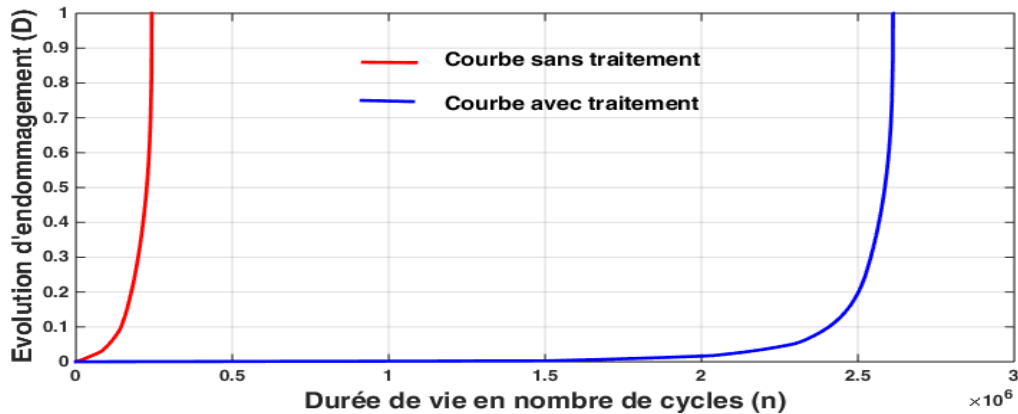


Figure III-13. Cumul d'endommagement dans le cas d'un chargement en blocs croissants sans et avec traitement de grenailage.

III-9-1-b. Chargement en blocs décroissants

Tableau III-6. Résultats sous chargement en blocs décroissants sans et avec traitement de grenailage.

$\sigma_i^m (MPa)$	90	75	60	40	
$F_i^a (N)$	450	450	450	450	
Avant traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	351.49	347.42	341.3	335.51	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	35 625	42 925	57 875	40 420	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.12	
Cumul du Dommage (D_i)	0.06	0.16	0.39	1	0.87
Durée de vie totale : 176 845 cycles					
Après traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	329.08	324.85	320.63	315	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	160 350	267 600	466 687	0	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.21	0	
Cumul du Dommage (D_i)	0.024	0.069	1		0.71
Durée de vie totale : 894 638 cycles (rupture dans le 3^{ème} bloc)					
Taux : 5 fois					

Nous remarquons suivant le tableau III-6, que la durée de vie totale de la structure sans traitement de grenailage est estimée à 176 845 cycles. Avec un traitement de grenailage le modèle l'estime égale à 894 638 cycles. Cette augmentation indique aussi l'effet améliorant la tenue en fatigue dû à la présence des contraintes résiduelles dans la séquence en blocs décroissants. La figure III-14 montre la comparaison de l'évolution du cumul d'endommagement en fonction de la durée de vie totale en nombre de cycles pour les deux

cas (sans et avec traitement de grenailage). Nous pouvons noter les mêmes observations que dans le cas avec un chargement en blocs croissants à savoir une longévité plus importante dans le cas de la structure grenailée.

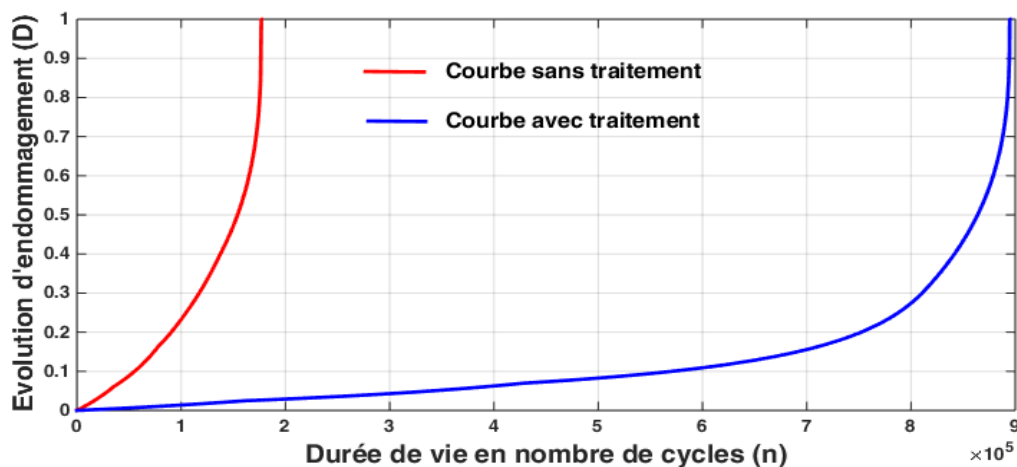


Figure III-14. Cumul d'endommagement, en blocs décroissants, dans les deux cas: sans et avec un traitement de grenailage de la structure.

III-9-1-c. Chargement en blocs aléatoires

Tableau III-7. Résultats sous chargement en blocs aléatoires dans les deux cas : sans et avec un traitement de grenailage (cas 1).

$\sigma_i^m (MPa)$	75	90	60	40	
$F_i^a (N)$	450	450	450	450	
Avant traitement					
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	347.42	351.49	341.3	335.51	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
Nombre de cycles appliqués (n_i)	42 925	35 625	57 875	45 210	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.13	
Cumul du Dommage (D_i)	0.05	0.15	0.37	1	
Durée de vie totale : 181 635 cycles					
Après traitement					
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	324.85	329.08	320.63	315	$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
Nombre de cycles appliqués (n_i)	267 600	160 350	535 575	2620	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.004	
Cumul du Dommage (D_i)	0.018	0.059	0.791	1	
Durée de vie totale : 966 145 cycles					
Taux : 5.31 fois					

Nous remarquons, selon le tableau III-7, que la durée de vie totale de la structure, dans le cas sans traitement de grenailage, est estimée à 181 635 cycles. Après un traitement de grenailage le modèle estime une durée de vie égale à 966 145 cycles. L'augmentation met en relief

l'effet bénéfique, de la tenue en fatigue, apporté par des contraintes résiduelles de compression. La figure III-15 montre la comparaison sur l'évolution du cumul d'endommagement en fonction de la durée de vie totale en nombre de cycles pour les deux cas avec et sans traitement de grenailage.

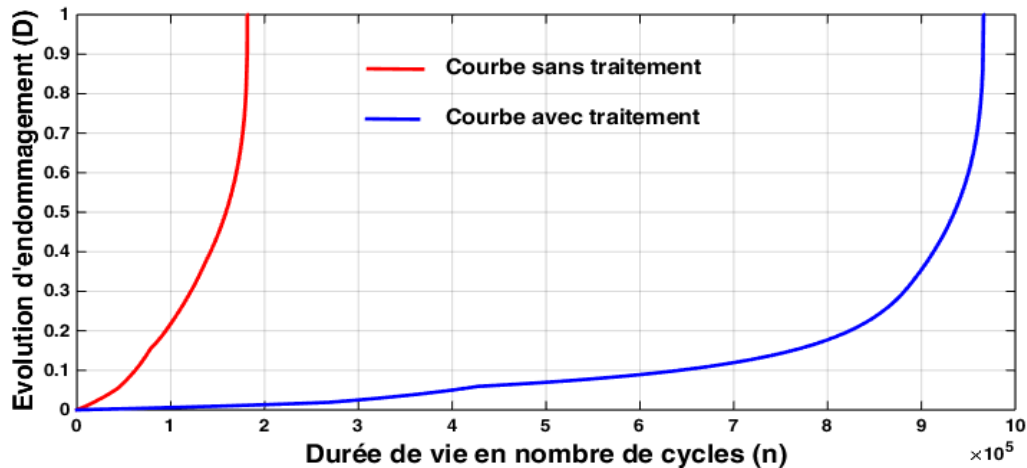


Figure III-15. Cumul d'endommagement dans les deux cas sans et avec traitement de grenailage: cas 1 du chargement en blocs aléatoires.

Tableau III-8. Résultats sous chargement en blocs aléatoires dans les deux cas : sans et avec traitement de grenailage (cas 2).

$\sigma_i^m (MPa)$	40	90	75	60	
$F_i^a (N)$	450	450	450	450	
Avant traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	335.5	351.69	347.42	341.3	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	83 575	35 625	42 925	62 680	
Fraction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.27	
Cumul du Dommage (D_i)	0.03	0.11	0.26	1	
Durée de vie totale : 224 805 cycles					
Après traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	315	329.08	324.85	320.63	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	15×10^5	160 350	267 600	404 325	
Fraction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.18	
Cumul du Dommage (D_i)	0.0025	0.0289	0.080	1	
Durée de vie totale : 2 332 275 cycles					
Taux : 10.37 fois					

Nous remarquons suivant le tableau III-8 que la durée de vie totale de la structure, sans traitement de grenailage, est estimée à 224 805 cycles. Avec un traitement de grenailage, le mo-

dèle estime une durée de vie égale à 2 332 275 cycles. L'augmentation confirme l'effet favorable, sur la tenue en fatigue, apporté par les contraintes résiduelles de compression. La figure III-16 montre une comparaison de l'évolution du cumul d'endommagement en fonction de la durée de vie totale en nombre de cycles pour les deux cas: sans et avec le traitement de grenailage.

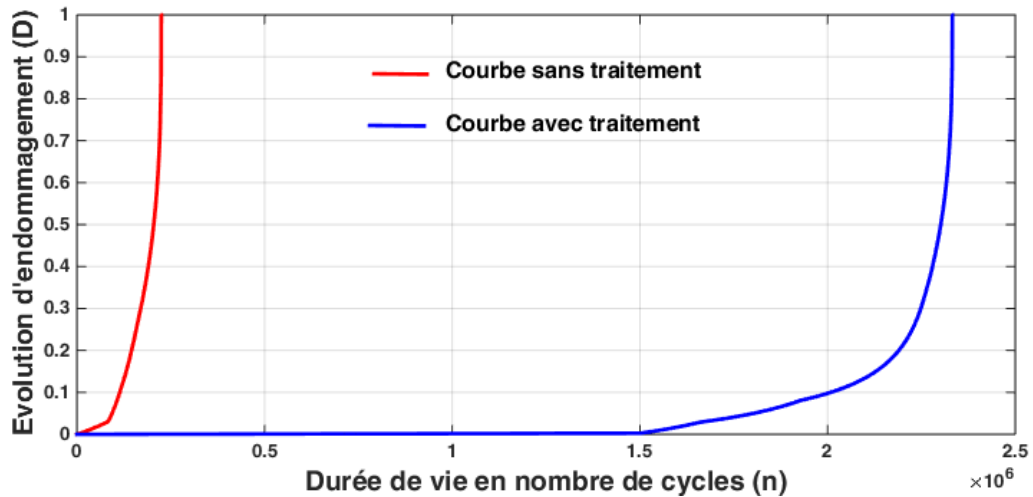


Figure III-16. Cumul d'endommagement les deux cas sans et avec un traitement de grenailage : cas 2 du chargement en blocs aléatoires.

Tableau III-9. Résultats sous chargement en blocs aléatoires dans les deux cas : sans et avec un traitement de grenailage (cas 3).

$\sigma_i^m (MPa)$	90	40	75	60	
$F_i^a (N)$	450	450	450	450	
Avant traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$ 0.95
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	351.69	335.5	347.42	341.3	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	35 625	83 575	42 925	47 455	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.2	
Cumul du Dommage (D_i)	0.06	0.15	0.33	1	
Durée de vie totale : 209 580 cycles					
Après traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$ 0.82
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	329.08	315	324.85	320.63	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	160 350	15×10^5	267 600	156 695	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.07	
Cumul du Dommage (D_i)	0.0247	0.055	0.185	1	
Durée de vie totale : 2 084 645 cycles					
Taux : 9.94 fois					

Nous remarquons suivant le tableau III-9 que la durée de vie totale de la structure, sans traitement de grenailage, est estimée à 209 580 cycles. Après traitement de grenailage le modèle estime la durée de vie égale à 2 084 645 cycles. Cette augmentation indique l'effet positif sur

la tenue en fatigue apporté par les contraintes résiduelles de compression. La figure III-17 montre une comparaison de l'évolution du cumul d'endommagement en fonction de la durée de vie totale en nombre de cycles pour les deux cas : sans et avec traitement de grenailage.

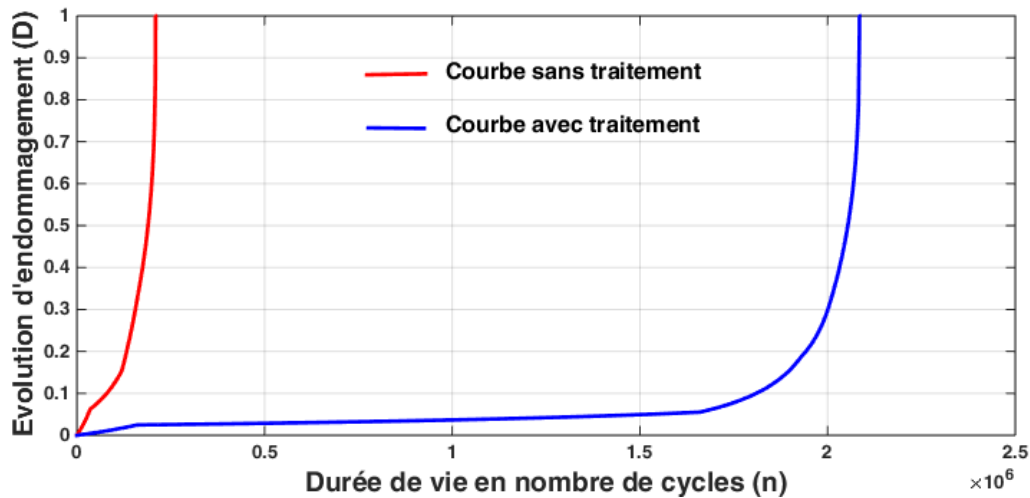


Figure III-17. Cumul d'endommagement dans les deux cas sans et avec traitement de grenailage: cas 3 de chargement en blocs aléatoires.

Tableau III-10. Résultats sous chargement en blocs aléatoires avant et après traitement (cas 4).

$\sigma_i^m (MPa)$	90	40	60	75	
$F_i^a (N)$	450	450	450	450	
Avant traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	351.69	335.5	341.3	347.42	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	35 625	83 575	57 875	35 315	
Fraction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.2	
Cumul du Dommage (D_i)	0.06	0.15	0.36	1	
Durée de vie totale : 212 390 cycles					
Après traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	329.08	315	320.63	324.85	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	160 350	15x10 ⁵	535 575	34 468	
Fraction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.03	
Cumul du Dommage (D_i)	0.0247	0.0553	0.4683	1	
Durée de vie totale : 2 230 393 cycles					
Taux : 10.5 fois.					

Nous remarquons suivant le tableau III-10 que la durée de vie totale de la structure, sans traitement de grenailage, est estimée à 212 390 cycles. Après un traitement de grenailage le modèle estime une durée de vie égale à 2 230 393 cycles. L'augmentation montre l'effet bé-

néfrique, sur la tenue en fatigue, apporté par les contraintes résiduelles. La figure III-18 montre la comparaison de l'évolution du cumul d'endommagement en fonction de la durée de vie totale en nombre de cycles pour les deux cas avec et sans traitement de grenailage.

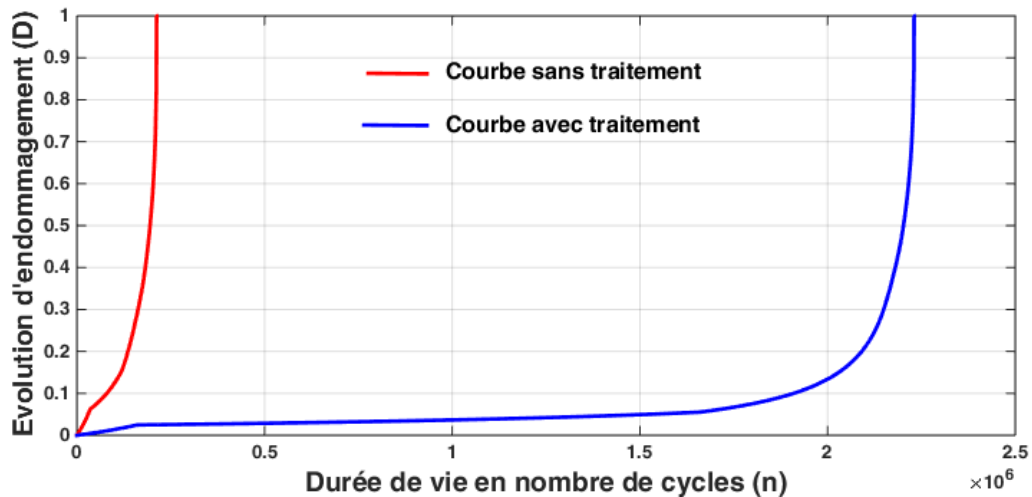


Figure III-18. Cumul d'endommagement dans les deux cas sans et avec un traitement de grenailage : cas 4 de chargement en blocs aléatoires.

Les cas étudiés de chargement en blocs aléatoires ont conduit aussi à une l'amélioration de la durée de vie totale de la structure ayant subi un traitement de grenailage par rapport à celle n'ayant pas subi de traitement. Nous signalons aussi que dans le cas d'une structure ayant subi un traitement de grenailage le cumul d'endommagement évolue progressivement.

Tous les résultats obtenus montrent, indépendamment des séquences de chargement, le rôle bénéfique du traitement superficiel de grenailage de précontrainte lequel conduit à une nette amélioration de la tenue en fatigue des structures. L'amélioration est intimement liée au choix des paramètres du traitement lesquels conditionnent, en grande partie, les profils des contraintes résiduelles en profondeur.

III-9-2. Traitement avec billes en céramique

Dans cette partie, nous étudions l'effet des billes en céramique. Pour ce faire nous fixons les paramètres suivants : $V=53.2$ m/s, $D = 0.3$ mm, $f=0.2$ mm $CR=-519.24$ MPa. Nous avons gardé les mêmes valeurs (diamètre et flèche) que celles de billes en acier, afin d'établir une comparaison par la suite. Le tableau III-11 résume les résultats obtenus. La figure III-19 représente le profil des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur.

Tableau III-11. Résultats sans et avec un traitement de grenailage ($V= 53.2\text{m/s}$, $D = 0.3 \text{ mm}$, $f=0.2 \text{ mm}$ $CR=-519.24 \text{ MPa}$).

Chargement		Résultats sans traitement				Résultats avec traitement				R_{DV}		
N°	F_i^a (N)	σ_i^m (MPa)	Paramètres de Crossland		NR Cycles	Paramètres de Crossland		NR Cycles				
			P_{max} (MPa)	σ_{eq}^{imax} (MPa)		Element critique	P_{max} (MPa)		σ_{eq}^{imax} (MPa)		Element critique	
1	450	40	187	335.5	6241	334 300	182.87	314.97	6081	6×10^6	17.94	
2		60	202.4	341.3			231 500	198.10		320.60	2 226 600	9.61
3		75	214	347.42			171 700	209.53		324.83	1 073 700	6.25
4		90	225.54	351.69			142 500	220.96		329.06	642 900	5.51

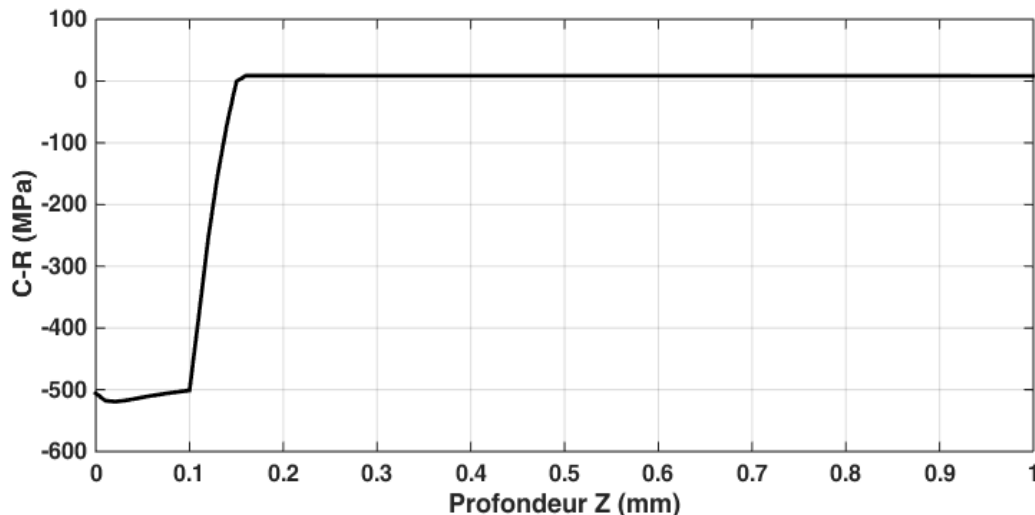


Figure III-19. Profil des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur pour des billes en céramique ($V=53.2 \text{ m/s}$, $D = 0.3 \text{ mm}$, $f=0.2 \text{ mm}$ $CR=-519.24 \text{ MPa}$)

Selon la figure III-20, la position de la zone critique est localisée à l'élément 6081. Cette position est déplacée en profondeur comme dans le cas du traitement par billes en acier. La différence réside dans l'évaluation des contraintes résiduelles maximales ainsi que la profondeur affectée.



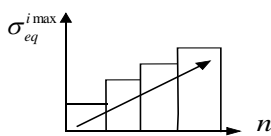
Figure III- 20. Position de l'élément critique 6081 (traitement avec des billes en céramique).

Dans ce qui suit nous limitons nos applications aux chargements en blocs croissants et décroissants.

III-9-2-a. Cas de blocs croissants

On applique quatre blocs de chargement de niveaux croissants, le tableau III-12 résume les résultats obtenus.

Tableau III-12 Résultats de simulation sans et avec traitement de grenailage (blocs croissants).

$\sigma_i^m (MPa)$	40	60	75	90	
$F_i^a (N)$	450	450	450	450	
Avant traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	335.51	341.3	347.42	351.49	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	83 575	57875	42 925	57 932	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.4	
Cumul du Dommage (D_i)	0.03	0.09	0.22	1	
Durée de vie totale : 242 307 cycles					
Après traitement					$\sum \frac{n_i}{NR_i}$
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	314.97	320.60	324.83	329.06	
Nombre de cycles appliqués (n_i)	15x10 ⁵	556 650	268 425	305 805	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.47	
Cumul du Dommage (D_i)	0.0024	0.0181	0.0541	1	
Durée de vie totale : 2 630 880 cycles					
Taux d'amélioration : 10.85 fois					

Nous remarquons suivant le tableau III-12 que la durée de vie totale de la structure sans traitement de grenailage est estimée à 242 307 cycles. Après le grenailage le modèle estime une

durée de vie égale à 2 630 880 cycles. Cette amélioration met en évidence l'effet des contraintes résiduelles de compression sur la tenue en fatigue. La figure III-21 montre la comparaison de l'évolution du cumul d'endommagement en fonction de la durée de vie totale en nombre de cycles pour les deux cas (sans et avec traitement de grenailage).

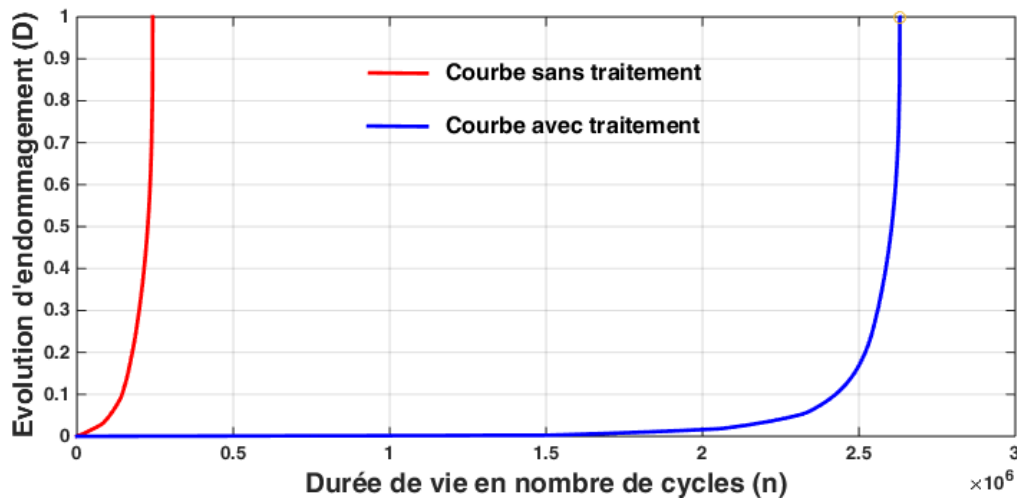


Figure III-21. Cumul d'endommagement sous chargement en blocs croissants sans et avec traitement de grenailage avec des billes en céramique (V=19 m/s, D = 0.3 mm, f=0.2 mm CR=-518.1 MPa)

III-9-2-b. Cas de blocs décroissants

Tableau III-13. Résultats de simulation sans et avec traitement de grenailage (blocs décroissants).

$\sigma_i^m (MPa)$	90	75	60	40	
$F_i^a (N)$	450	450	450	450	
Avant grenailage					
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	351.49	347.42	341.3	335.51	Somme des fractions de vie $\sum \frac{n_i}{NR_i}$
Nombre de cycles appliqués (n_i)	35 625	42 925	57 875	40 420	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.25	0.12	0.87
Cumul du Dommage (D_i)	0.061	0.165	0.394	1	
Durée de vie totale : 176 845 cycles					
Après grenailage					
$\sigma_{eq}^{i max} (MPa)$	329.06	324.83	320.60	314.97	Somme des fractions de vie $\sum \frac{n_i}{NR_i}$
Nombre de cycles appliqués (n_i)	160 725	268 425	468 027	0	
Faction de vie (r_i)	0.25	0.25	0.21		0.71
Cumul du Dommage (D_i)	0.0247	0.0696	1		Rupture dans le 3 bloc
Durée de vie totale : 897 177 cycles (Rupture dans le 3^{ème} bloc)					
Taux : 5 fois					

Nous remarquons suivant le tableau III-13 que la durée de vie totale de la structure sans traitement de grenailage est estimée à 176 845 cycles. Avec un traitement de grenailage le modèle estime une durée de vie égale à 897 177 cycles. Cette amélioration met en relief l'effet des contraintes résiduelles de compression sur la tenue en fatigue. La figure III-22 montre la comparaison de l'évolution du cumul d'endommagement en fonction de la durée de vie totale en nombre de cycles pour les deux cas (sans et avec traitement de grenailage).

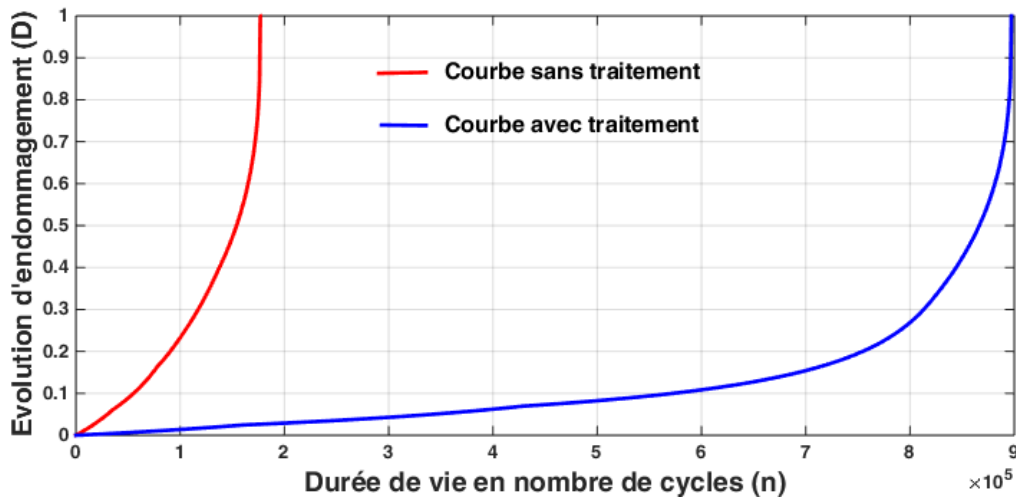


Figure III-22. Cumul d'endommagement sous chargement en blocs décroissants sans et avec traitement de grenailage avec des billes en céramique ($V=53.2$ m/s, $D = 0.3$ mm, $f=0.2$ mm $CR=-519.24$ MPa)

III-9-3. Comparaison entre les deux traitements

Nous avons étudié l'effet du matériau des billes utilisées (acier et céramique) sur le cumul d'endommagement. Pour ce faire, nous gardons les autres paramètres de grenailage constants à savoir le diamètre des billes égal 0.3 mm et une flèche Almen de 0.2 mm. Les figures III-23 et III-24 montrent l'allure du cumul d'endommagement pour un grenailage avec les deux natures de billes sous un chargement en blocs croissants et en blocs décroissants.

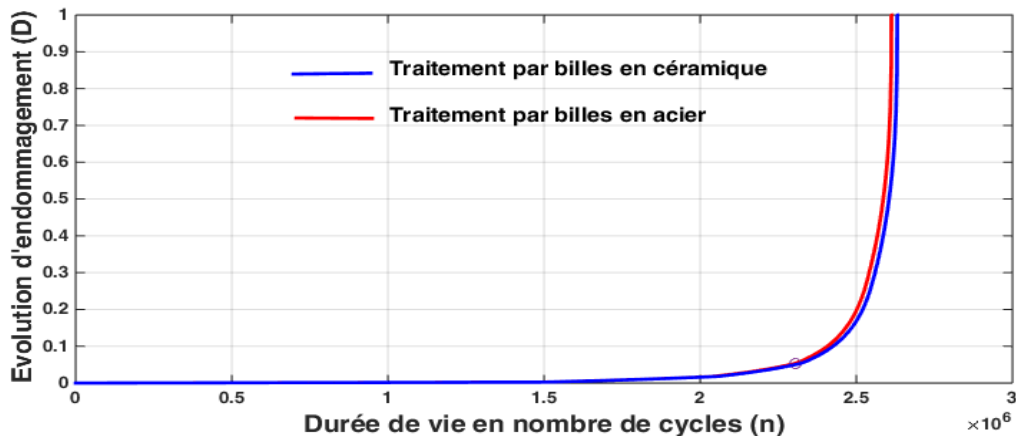


Figure III-23. L'effet du type de la grenaille utilisée sur le cumul d'endommagement sous un chargement en blocs croissants.

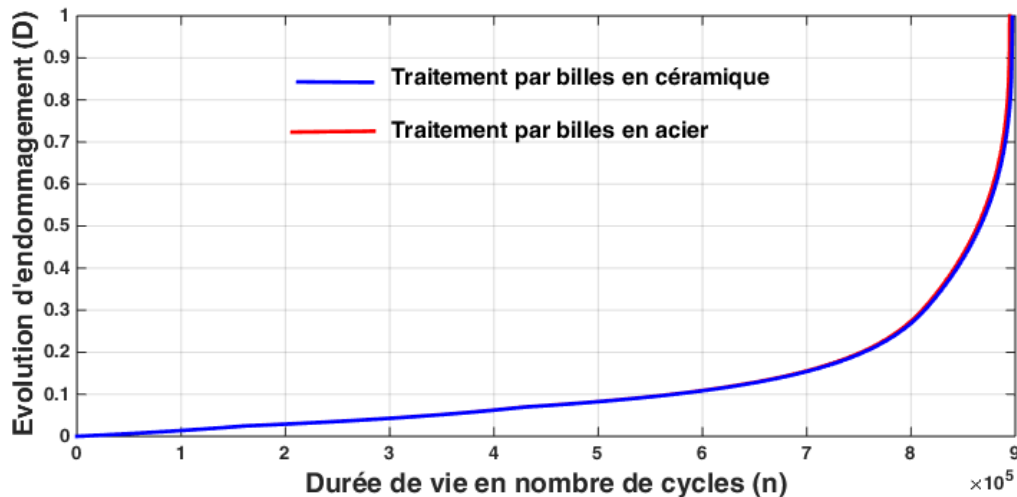


Figure III-24. L'effet du type de la grenaille sur le cumul d'endommagement sous chargement en blocs décroissants.

Les figures III-23 et III-24 montrent clairement, indépendamment du type de chargement, qu'un grenailage avec des billes en céramique (2 630 880 cycles en B-H, 897 177 cycles en H-B) donne une légère amélioration de durées de vie par rapport à un grenailage effectué avec des billes en acier (2 612 195 cycle en B-H, 894 638 cycles en H-B). Un changement de paramètres des billes conduit à des valeurs de durée de vie différentes.

III-10. Conclusion

Le grenailage de précontrainte est abordé dans ce chapitre, comme traitement superficiel en traitant la structure rectangulaire à laquelle on l'applique uniquement dans la zone la plus sollicitée, endroit d'amorçage et de propagation des fissures. Nous avons utilisé deux types de matériaux de grenailles: acier et céramique. Le modèle théorique établie par [42], nous a permis de générer des profils de contraintes résiduelles en profondeur en ajustant des paramètres de grenailage. Les résultats obtenus par la simulation montrent clairement que le traitement de surface conduit à une amélioration de la tenue en fatigue en prolongeant la durée de vie et en retardant l'accumulation du dommage de la structure. A noter aussi que plus la couche écrouie est profonde plus la zone critique se déplace vers les sous-couches.

Sous un chargement en blocs croissants ou décroissants, le grenailage avec des billes en céramique donne des durées de vie importantes par rapport à un grenailage avec des billes en acier. Ceci est vraisemblablement dû aux caractéristiques mécaniques de la céramique.

Conclusion Générale et Perspectives

L'objectif principal de cette recherche est de proposer une méthodologie pour évaluer le cumul d'endommagement et pour prédire la durée de vie ainsi que d'étudier l'effet des traitements de surface, tel que le grenailage de précontrainte, sur la tenue en fatigue des pièces mécaniques. Cette méthodologie est applicable aux structures soumises aux sollicitations multiaxiales et tient compte des caractéristiques mécaniques cycliques des matériaux et de la géométrie des pièces. A cet effet, nous avons mis au point un modèle de simulation prédictif en nombre de cycles à la rupture. Notre méthodologie est basée sur une combinaison de la loi de cumul de la contrainte endommagée et du critère global de Crossland. La simulation se fait via l'utilisation du logiciel d'éléments finis Ansys. L'utilisation du critère de fatigue requiert la connaissance de deux courbes de Wöhler, en torsion et flexion alternées, lesquelles permettent d'identifier les paramètres de fatigue. Au cours de la thèse nous avons traité les problèmes suivants :

- Calcul des durées de vie des structures soumises aux **sollicitations multiaxiales d'amplitudes constantes**. Dans ce cas nous avons appliqué uniquement le critère de fatigue de Crossland. Nous avons pu distinguer les chargements qui provoquent des durées de vie illimitées et ceux qui engendrent des durées de vie limitées. Lorsque le chargement introduit des déformations plastiques, le modèle nous le fait savoir. Les résultats (durées de vie limitées) sont exploités par la suite dans le cadre de chargement multiaxial d'amplitude variable, en vue de prédire le cumul d'endommagement.
- Lorsque les structures sont sollicitées en **fatigue uniaxiale d'amplitude variable**, le modèle nous conduit à l'utilisation uniquement de la loi de cumul de dommage de la contrainte endommagée. Ce cas a été traité avec l'acier de nuance C45. Nous avons présenté l'évolution de l'indicateur d'endommagement sous l'effet de deux contraintes différentes de flexion rotative. Nos résultats ont été validés par des essais expérimentaux issus de la bibliographie. L'évolution du cumul de dommage établi par le modèle montre une bonne concordance avec ces essais expérimentaux.
- Dans le cas où les structures travaillent en **fatigue multiaxiale d'amplitude variable**, le modèle préconise la combinaison de la loi de cumul et le critère de Crossland. Le calage du modèle s'appuie sur la courbe de Wöhler en torsion alternée. Deux structures de formes différentes ont été abordées. La structure rectangulaire est sollicitée par une contrainte statique superposée à une autre cyclique, engendrée par une force alternée.

La structure de forme circulaire est chargée par une contrainte statique combinée à une autre cyclique de torsion. Les tenseurs de contraintes sont obtenus par éléments finis via le code Ansys. Le chargement multiaxial des deux structures, est converti en une contrainte équivalente. Les zones critiques ont été localisées et sont caractérisées par la contrainte équivalente maximale de Crossland. La variation de l'intensité de chargement (statique ou cyclique), permet d'obtenir des sollicitations d'amplitudes variables sous forme de blocs. L'influence des séquences de chargements en blocs croissants, décroissants et aléatoires a été étudiée en comparant les résultats réalisés par le modèle avec ceux donnés par la loi de Miner. Le modèle proposé confirme son efficacité puisqu'il nous montre à chaque fois des valeurs de durée de vie différentes sous l'effet de l'histoire de chargement. L'évolution du cumul d'endommagement a une allure non linéaire, contrairement à la loi linéaire de Palmgren-Miner qui présente des valeurs de durées de vie inchangées quelques soit l'histoire de chargements.

Afin d'apporter des solutions quant à l'amélioration de la tenue en fatigue, des traitements superficiels prolongent la durée de vie des composants mécaniques. Le modèle nous a permis de localiser les zones de forte contraintes, d'une structure quelle que soit sa forme géométrique. Le traitement de grenailage de précontrainte est étudié comme un exemple de traitement de surface. Il engendre des contraintes résiduelles de compression dans les couches superficielles lesquelles permettent de ralentir la naissance et la propagation des fissures. Nous avons pris l'exemple de la structure de forme rectangulaire. Nous avons appliqué ce traitement au niveau de la zone critique, et avons décomposé la zone affectée par les contraintes résiduelles en couches superficielles.

Afin d'étudier l'effet des contraintes résiduelles, nous avons pris en premier lieu, les chargements composés d'une charge cyclique fixe et une charge monotone variable. Le grenailage nous a conduit à des améliorations des durées de vie. En deuxième lieu, nous avons établi une nouvelle série de chargement de forte intensité pour les quatre blocs croissants, décroissants et aléatoires et ceci afin de simuler les valeurs des durées de vie sans et avec traitement de grenailage. Les résultats obtenus montrent des améliorations considérables en termes de durées de vie. Les valeurs estimées dépendent des paramètres de grenailage, ce qui va permettre aux industriels de prédire la durée de vie des structures lors de leurs conceptions et de prévoir leurs plans de maintenance préventive. Nous avons montré aussi qu'un grenailage par billes en céramique est plus bénéfique par rapport au traitement par billes en acier.

En perspectives, il serait intéressant de continuer cette étude, laquelle pourrait s'articuler sur les points essentiels suivants :

- ✓ Proposition de réaliser des essais expérimentaux sur l'acier SM 45C et d'établir une comparaison avec les résultats de simulation de notre modèle sans et avec traitement de grenailage.
- ✓ Etudier le cumul d'endommagement dans le cas de chargement multiaxial en hors phase, en appliquant un critère de fatigue de type plan critique.
- ✓ Etudier l'endommagement, dans le cas des chargements réels, en appliquant une méthode de comptage des cycles.
- ✓ Appliquer ce modèle en traitant un matériau dont les essais expérimentaux sont réalisés sur des structures plus complexes.

Bibliographie

- [1] Karaoui H. Nouveaux outils pour la conception fiable des structures. Thèse de doctorat, Ecole polytechnique - mécanique, 07/10/2001.
- [2] Durat D. Fatigue et mécanique de la rupture des pièces en alliage léger. Technique de l'ingénieur BM 5 052.
- [3] Delahay T. Développement d'une méthode probabiliste de calcul en fatigue multiaxiale prenant en compte la répartition volumique des contraintes. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux, 08/09/2004.
- [4] Barrau JJ, Sudre M. Modélisation des structures par éléments finis. Technique de l'ingénieur BM 5 015.
- [5] Kyrre S. Fatigue life prediction of an aluminium alloy Automotive component using finite element analysis of surface topography. Thèse de doctorat, Norwegian university of science and technology, 2006.
- [6] Kelley SM. Fatigue. Internet: www.sv.vt.edu/classes/MSE2094_NoteBook/97/ClassProj/anal/kelly/fatigue.html
- [7] Pommier S. Sciences de Matériaux (LA 314). Université Pierre et Mary curie Paris, Licence de Mécanique et de la technologie Année L3 ; 2005-2006
- [8] Debard Y. Résistance des matériaux Institut Universitaire de Technologie du Mans Département Génie Mécanique et Productique le Mans. <http://iut.univ-lemans.fr/ydlogi/index.html>
- [9] Pitoiset X. Méthodes spectrales pour une analyse en fatigue des structures métalliques sous chargements aléatoires multiaxiaux. Thèse de doctorat, Université libre de Bruxelles, 30/03/2001
- [10] Banvillet A. Préviation de durée de vie en fatigue multiaxiale sous chargement réel vers des essais accélérés. Thèse de doctorat, Ecole national supérieur d'art et métiers, Bordeaux, France, 18/12/2001.
- [11] Yu Wang Y, Xing Yao W. Evaluation and comparaison of several multiaxial fatigue criteria, Int J Fatigue 2004; 26 : 17-25.

- [12] Weber B. Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque. Thèse doctorat, Institut National des Sciences appliquées de Lyon, 07/07/1999.
- [13] Aid A. Cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale sous sollicitations variables. Thèse de doctorat, Université de Sidi Bel Abbes, 25/06/2006.
- [14] Socie DF. Multiaxial Fatigue, Department of mechanical and industrial engineering – University of Illinois at Urbana Champaign, 2001 – 2005.
- [15] Bellett D, Morel F, Burry P. Influence des fortes contraintes hydrostatiques sur la résistance en fatigue multiaxiale. 18^{ème} Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 27-31/08/ 2007
- [16] Fares Y. Dimensionnement en fatigue des assemblages boulonnés à l'aide d'un critère de fatigue multiaxial. Thèse de doctorat, Institut national des sciences appliquées de Toulouse, 18/10/2006.
- [17] Karolczuk A, Nadot Y, Dragon A. Non-local stress gradient approach for multiaxial fatigue of defective material. Computational Materials Sciences 2008; 44: 464-475.
- [18] Nadot Y, Billaudeau T. Multiaxial fatigue limit criterion for defective materials. Eng Fract Mech 2006; 73 (1): 112-123.
- [19] Papadopoulos IV, Davoli P. Comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. Int J Fatigue 1997; 19 (3): 219-235.
- [20] Fatigue des alliages ferreux - facteurs d'influence technique d'ingénieur BM5043 10/01/2003.
- [21] Lee LL, Pan J, Hathaway R, Barkey M. Fatigue testing and analysis. Elsevier Inc. 2005.
- [22] Andresen A . Fatigue and fracture. Volume 19. Edition ASM Handbook 1996.
- [23] Nadjitonon N. Contribution à la modélisation de l'endommagement par fatigue. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal – CLERMONT II, 30/09/2010.
- [24] Miner MA. Cumulative damage in fatigue. J Appl Mech 1954; 67: A 159–164.
- [25] Coffin LF. Design aspects of high-temperature fatigue with particular reference to thermal stresses. TransASME 1956; 78: 527–532.
- [26] Topper TH, Biggs WD. The cyclic straining of mild steel. Appl Mater Res 1966; pp.202–209.

- [27] Zhu SP, Huang HZ, Wang ZL. Fatigue life estimation considering damage and strengthening of low amplitude loads under different load sequences using Fuzzy set approach. *Int J Damage Mech* 2011; 20: 876–899.
- [28] Zambrano A, Foti D. Damage indices evaluation for seismic resistant structures subjected to low-cycle fatigue phenomena. *Int J Mech Sci* 2014; 78: 106–117.
- [29] Marco SM, Starkey WL. A concept of fatigue damage, *Trans ASME* 1954; 76: 627–632.
- [30] Henry DL. A theory of fatigue damage accumulation in steel, *Trans ASME* 1955; 77: 913–918.
- [31] Rabotnov YN. *Creep Problems in Structural Members*. Amsterdam, North-Holland; 1969.
- [32] Chaboche JL. Continuous damage mechanics: a tool to describe phenomena before crack initiation. *Nucl Eng Des* 1981; 64 (2): 233–247.
- [33] Kachanov LM. *Introduction to continuum damage mechanics*. The Netherlands, Martinus Nijhoff Publishers, 1986.
- [34] Li C, Qian Z, Li G. The fatigue damage criterion and evolution equation containing material microparameters. *Eng Fract Mech* 1989; 34 (2): 435–443.
- [35] Lemaitre J, Chaboche JL. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [36] Mesmacque G, Garcia JS, Amrouche A, Rubio-Gonzalez C. Sequential law in multiaxial fatigue, a new damage indicator. *Int J Fatigue* 2005; 27 (4): 461–467.
- [37] Jiang Y, Ott W, Baum C, Vormwald M, Nowack H, Jiang Y, et al, Fatigue life prediction by integrating EVICD fatigue damage model and an advanced cyclic plasticity theory. *Int J Plasticity* 2009; 25 (5): 780–801.
- [38] Borgqvist E, Wallin M, Numerical integration of elasto-plasticity coupled to damage using a diagonal implicit Runge–Kutta integration scheme. *Int J Damage Mech* 2013; 22 (1): 68–94.
- [39] Golub VP. Non-linear one-dimensional continuum damage theory. *Int J Mech Sci* 1996; 38 (10): 1139–1150.

- [40] Shen C. Contribution à l'étude du cumul de dommage en fatigue multiaxiale. Thèse de doctorat, Université de Lille 1- Science et technologie, 19/12/2012.
- [41] Amrouche A. Contribution à l'étude de la prédiction et de l'optimisation des durées de vie des structures en fatigue sous chargement uniaxial et multiaxial : influence des paramètres opérationnels. Mémoire d'habilitation à diriger les chercheurs (Sciences Mathématiques, spécialité Mécanique) Université Des Sciences Et Technologies De Lille Laboratoire De Mécanique De Lille U.M.R. C.N.R.S. 8107, 05 décembre 2007.
- [42] Ngargueudedjimi K. Contribution à l'étude des lois d'endommagement en fatigue. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 07/07/2003
- [43] Barralis J, Castex L, Maeder G. Précontraintes et traitements superficiels. Techniques de l'Ingénieur, M 1 180. 1- 50.
- [44] Renaud P. Modélisation numérique du grenailage des pièces initialement cémentées ou carbonitrurées. Thèse doctorat, Institut des sciences et technologies (Paris institut of technology), 17/06/2011
- [45] Youssef M, Chatti S, Fathallah R. Simulation active du procédé du grenailage de précontrainte contrôlé. 21^{ème} Congrès Français de Mécanique. Bordeaux, 26 au 30 Août 2013
- [46] Fatemi A and Yangt L. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials. *Int J Fatigue* 1998; 20 (1): 9-34.
- [47] Schijve J. Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art. *Int J Fatigue* 2003; 25(8): 679–702.
- [48] Chaboche JL, Lesne PM. A non-linear continuous fatigue damage model. *Fatigue and Fract Eng Mater Struct* 1988; 11 (1): 1-17.
- [49] Xiao YC, Li S and Gao Z. A continuum damage mechanics model for high cycle fatigue. *Int J Fatigue* 1998; 20 (7): 503–508.
- [50] Huang ZY, Wagner D, Bathias C, Chaboche JL. Cumulative fatigue damage in low cycle fatigue and gigacycle fatigue for low carbon–manganese steel. *Int J Fatigue* 2011; 33 (2): 115–121
- [51] Aid A, Bendouba M, Aminallah L, Amrouche A, Benseddiq N, Benguediab M. An equivalent stress process for fatigue life estimation under multiaxial loadings based on a new nonlinear damage model. *Mater Sci Eng A* 2012; 538:20–27.

- [52] G Kermouche and C Langlade, Mechanical nano-structuration of a C45 steel under repeated normal impacts, *Materials Science and Engineering* **63** (2014) 012019.
- [53] Hendrickson D. Fatigue failure due to variable loading .Meeting of minds journal, University of Michigan-Flint-USA. Available from:
(http://www.umflint.edu/sites/default/files/groups/Research_and_Sponsored_Programs/MOM/d.hendrickson.pdf); 2013.
- [54] Shang DG, Yao WX. Anon-linear damage cumulative model for uniaxial fatigue. *Int J Fatigue* 1999; 21 (2): 187–194.
- [55] Benkabouche S, Guechichi H, Amrouche A, Benkhatteb M. A modified nonlinear fatigue damage accumulation model under multiaxial variable amplitude loading. *Int J Mech Sci* 100(2015) p.180–194.
- [56] Crossland B. Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel .In: *Proceedings of the international conference on fatigue of metals*, London: Institution of Mechanical Engineers;1956, p.138– 149.
- [57] Ansys Inc. User guide, version 11; 2007
- [58] The Math Works. Matlab Optimization Tool box User Guide, version R2011a.
- [59] Lee SB. Out-of-phase bending and torsion fatigue of steels. In : Brown MW, Miller KJ, editors. *Biaxial and multiaxial fatigue, EGF3* (Edited by M. W. Brown and K. J. Miller), 1989, Mechanical Engineering Publications, London , pp 621-634.
- [60] Jabbado M. Fatigue polycyclique des structures metalliques : durée de vie sous charge-ments variables. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 14 Mars 2006.
- [61] Guechichi H, Benkabouche S, Amrouche A, Benkhattab M. A high fatigue life prediction methodology under constant amplitude multiaxial proportional loadings. *Mater Sci Eng A* 2011; 528 (13-14): 4789-4798
- [62] Papadopoulos IV. Long life fatigue under multiaxial loading. *Int J Fatigue* 2001; 23(10): 839–849.
- [63] Lagoda T. Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Part I: the model elaboration. *Int J Fatigue* 2001; 23(6): 467–480.
- [64] Grammenoudis P, Reckwerth D, Tsakamakis CH .Continuum damage models based on energy equivalence: Part I_isotropic material response. *Int J Damage Mech* 2009;18: 31–63.

- [65] Grammenoudis P, Reckwerth D, Tsakamakis CH. Continuum damage models based on energy equivalence: Part II_anisotropic material response. *Int J Damage Mech* 2009;18: 65–91.
- [66] Jinescu VV. Critical energy approach for the fatigue life calculation under blocks with different normal stresses amplitudes. *Int J Mech Sci* 2013; 67: 78–88.
- [67] Vaz Jr M, Munõz-Rojas PA, Lange MR. Damage evolution and thermal coupled effects in inelastic solids. *Int J Mech Sci* 2011; 530(5): 387–398.
- [68] Kunc R, Žerovnik A, Prebil I. Verification of numerical determination of carrying capacity of large rolling bearings with hardened raceway. *Int J Fatigue* 2007; 29(9–11): 1913-1919.
- [69] Li C, Qian Z, Li G. The fatigue damage criterion and evolution equation containing material microparameters. *Eng Fract Mech* 1989; 34(2): 435–443.
- [70] Zakaria KA, Abdullah S, Ghazali MJ. Comparative study of fatigue life behavior of AA6061 and AA7075 alloys under spectrum loadings. *Mater Des* 2013; 49: 48–57.
- [71] Kujawski D, Ellyin F. A cumulative damage theory for fatigue crack initiation and propagation. *Int J Fatigue* 1984; 6(2): 83–88.
- [72] Kwofie S, Rahbar N. A fatigue driving stress approach to damage and life prediction under variable amplitude loading. *Int J Damage Mech* 2012; 22 (3): 393–404.
- [73] Risitano A, Risitano G. Cumulative damage evaluation in multiple cycle fatigue tests taking into account energy parameters. *Int J Fatigue* 2013; 48: 214–422.
- [74] Guechichi H, Castex L. Fatigue limit prediction of surface treated materials, *Journal of Materials Processing Technology* 2006; 172(3): 381-387.
- [75] Zarka J et Inglebert G. Simplified analysis of inelastic structures subjected to statical or dynamical loading, *Seminaries CISM, Ecole polytechnique* , Octobre 1985.
- [76] Zarka J et Casier J. Elastic-Plastic of a structure to cyclic loading: practical rules- *Mechanics Today* 1981; pp. 93-198.
- [77] Guechichi H. Pr evision des contraintes résiduelle dues au grenailage de précontrainte. Thèse doctorat , *Ecole National Supérieure D’arts Et Métiers de Paris*, 1986.

[78] Guechichi H, Castex L, Benkhettab M. An Analytical Model to Relate Shot Peening Almen Intensity to Shot Velocity - Mechanics Based Design of Structures and Machines: An International Journal 2013; 41:1: 79-99.

[79] Miao HY, Larose S, Perron C, Lévesque M. An analytical approach to relate shot peening parameters to Almen intensity, Surface & Coatings Technology 2010; 205 (7): 2055–2066.

[80] Rouhaud E, Ouakka A, Ould C, François M, Chaboche JL. Un modèle éléments finis pour le grenailage, les effets d'écrouissage cinématique. 17ème Congrès Français de Mécanique. Troyes, septembre 2005.

[81] Wohlfahrt H. Residual stress and stress relaxation 1982, Vol. 28 of the series Sagamore Army Materials Research Conference Proceedings pp 71-92

Annexe I : Modélisation des Courbes de Fatigue

I-1. Modélisation de la courbe S-N (partie Olygocyclique)

Les courbes Wöhler des matériaux C45 et SM 45C étudiés dans notre travail, sont les bases de la loi de la contrainte endommagée adoptée dans le modèle proposé. La littérature nous a présenté la partie d'endurance, par le manque de la partie olygocyclique, nous allons modéliser cette partie [41] puisque la loi de la contrainte endommagée s'appuie sur la totalité de la courbe de Wöhler. On désigne par $f'(N)$ l'équation de cette partie.

1- Nous supposons que la courbe de la partie manquante prend l'équation de la forme :

$$f'(x) = -\alpha N_i^\beta + C \quad (\text{Eq-1})$$

Où α, β, C : sont des paramètres liés au matériau à déterminer.

2- Le paramètre C peut être obtenu facilement en posant :

$$N_i = 0 \Rightarrow C = f'(0) = \sigma_u \quad (\text{Eq-2})$$

σ_u : Contrainte ultime à la rupture.

3- Le point de jonction des deux courbes (Olygocyclique - Endurance limitée) se situe au point N_l (need point) dans l'axe de nombre de cycles, correspondant à σ_e (limite d'élasticité).

$$f(N_l) = f'(N_l) = \sigma_e \quad (\text{Eq-3})$$

4- Pour assurer la continuité des deux équations au point N_l il faut que les dérivés des deux équations en ce point soient égaux :

$$(f'(N_l))' = (f(N_l))' \quad (\text{Eq-4})$$

I-2. Application de la modélisation

I-2-1. Acier C 45

Les données de cet acier sont :

Contrainte ultime à la rupture $\sigma_u = 775 \text{ MPa}$

Le need point $N_l = 10^4 \text{ cycles}$

L'équation d'endurance limitée est $f_{-1}(N_i) = 2000.9N_i^{-0.118}$

L'équation d'Olygocyclique $f'(N_i) = -\alpha N_i^\beta + C$

En suivant les étapes de la modélisation :

De l'Eq-2 pour $N_i = 0$ on trouve que $C = \sigma_u = 775$

De l'Eq-3 Pour $N_i = 10^4$ nous aurons :

$$\begin{cases} f_{-1}(N_i) = 2000,9N_i^{-0,118} = \sigma_e \\ f'(N_i) = -\alpha N_i^\beta + C = \sigma_e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_e = 674,874 \text{ MPa} \\ f'(N_i) = -\alpha 10^{4\beta} + 775 = 674,874 \end{cases}$$

De l'Eq-4 on a :

$$\begin{cases} (f_{-1}(N_i))' = 236,1062N_i^{-1,118} \\ (f'(N_i))' = -\alpha\beta N_i^{\beta-1} \end{cases}$$

$$\text{Posant } N_i = N_i = 10^4 \Rightarrow -\alpha\beta 10^{4(1-\beta)} = 236,1062 * 10^{-4,472}$$

On aura l'ensemble d'équation suivant :

$$\begin{cases} -\alpha\beta 10^{4(1-\beta)} = 1305,1950736 \\ -\alpha 10^{4\beta} + 775 = 674,874 \end{cases}$$

La résolution de ce système nous conduit à déterminer les paramètres

$$\alpha = 0,0659, \beta = 0,795$$

La courbe S-N de l'acier C 45 totale est donnée par le système d'équation suivant

$$\begin{cases} 0 \leq N_i \leq 10^4 & f(N_i) = -0,0659N_i^{0,795} + 775 \\ 10^4 \leq N_i \leq 10^7 & f_{-1}(N_i) = 2000,9N_i^{-0,118} \end{cases}$$

La totalité de la courbe est représentée dans la figure A1-1 suivante :

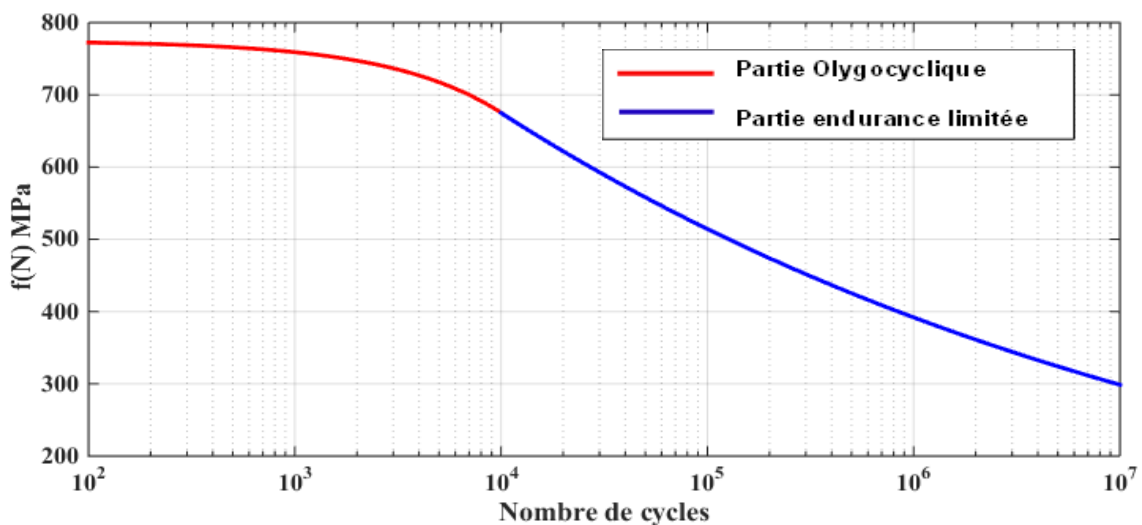


Figure A1-1. Courbe de fatigue en flexion alternée modélisée de l'acier 45C

I-2-2. Acier SM 45 C

La modélisation de la courbe S-N dans ce cas est réalisée pour la courbe de torsion, puis le modèle proposé est calé suivant la courbe en torsion alternée.

Les données du matériau sont :

La contrainte ultime en torsion alternée τ_u est obtenue par la relation $\frac{\sigma_u}{\sigma_e} = \frac{\tau_u}{\tau_e}$

$$\text{Et } \tau_e = \sigma_e / \sqrt{3}$$

Avec σ_e : limite d'élasticité en traction.

τ_e : Limite d'élasticité en torsion

σ_u, τ_u : sont respectivement la contrainte ultime et traction, et la contrainte ultime en torsion.

Après l'introduction des valeurs on obtient la valeur :

$$\tau_u = 475 \text{ MPa}$$

De la même façon on procède à la modélisation :

$$\text{L'équation d'endurance limitée est } \tau_{-1}(N_i) = \frac{311}{1 - 62.3N_i^{-0.53}}$$

$$\text{L'équation d'Olygocyclique } \tau'(N_i) = -\alpha N_i^\beta + C$$

En suivant les étapes de la modélisation :

De l'Eq-2 pour $N_i = 0$ on trouve que $C = \tau_u = 475$

$$\text{De l'Eq-3 Pour } N_i = 10^4 \left\{ \begin{array}{l} \tau_{-1}(N_i) = \frac{311}{1 - 62.3N_i^{-0.53}} = \tau_e \\ f'(N_i) = -\alpha N_i^\beta + C = \sigma_e \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow f'(N_i) = -\alpha 10^{4\beta} + 475 = 368,3$$

$$\Rightarrow \text{De l'Eq-4 on a } \left\{ \begin{array}{l} (\tau_{-1}(N_i))' = \frac{-10268,9}{\left(1 - \frac{62,3}{N_i^{0,53}}\right) N_i^{1,53}} \\ (f'(N_i))' = -\alpha \beta N_i^{\beta-1} \end{array} \right.$$

$$\text{Posant } N_i = N_f = 81254 \Rightarrow -\alpha\beta 10^{4(1-\beta)} = \frac{-10268,9}{\left(1 - \frac{62,3}{81254^{0,53}}\right) 81254^{1,53}}$$

On aura l'ensemble d'équations suivant :

$$\begin{cases} -\alpha\beta 10^{4(1-\beta)} = 3.74 \cdot 10^4 \\ -\alpha 10^{4\beta} + 475 = 368.3 \end{cases}$$

La résolution de ce système nous conduit à déterminer les paramètres :

$$\alpha = 2.348, \beta = 0.338$$

La courbe S-N de l'acier SM 45 C est donnée par

$$\begin{cases} \tau'_{-1}(N_i) = -2.348N_i^{338} + 475 & 0 \leq N_i \leq 81254 \\ \tau_{-1}(N_i) = \frac{311}{1 - 62.3N_i^{-0.53}} & 81254 \leq N_i \leq 10^7 \end{cases}$$

La totalité de la courbe de fatigue de l'acier SM 45 C est illustrée dans la figure A1-2 suivante :

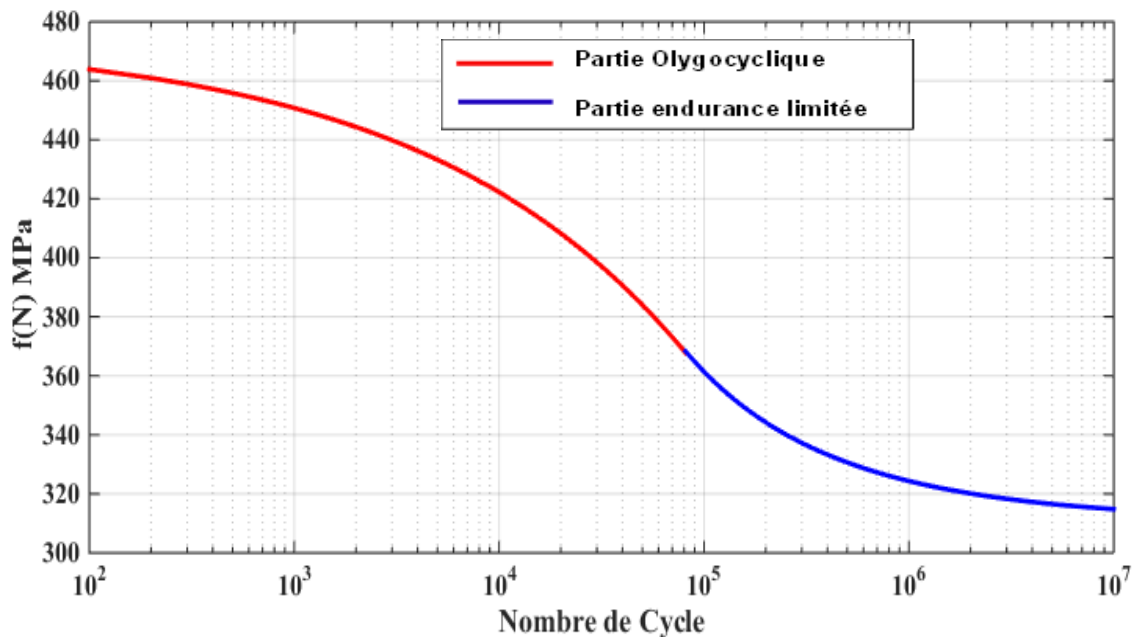


Figure A1-2. Courbe de fatigue en torsion alternée modélisée de l'acier SM 45C

Annexe II : Présentation des Eléments de Maillage Sous le Code Ansys

II-1. Elément type : Plane 82

Ce type est la plus haute version de l'ordre de 2 D. Il présente des résultats plus précis pour un maillage mixte (quadrilatéral – triangulaire). Il peut tolérer des formes irrégulières sans perte d'exactitude de résultats. Cet élément est constitué de huit nœuds dont chacun a deux degrés de liberté : translation dans la direction nodale de x et y. Il peut être utilisé comme un élément plan ou un élément axisymétrique et il convient aussi aux formes courbées pour l'introduction des conditions aux limites.

La figure A2-1 montre la géométrie de cet élément

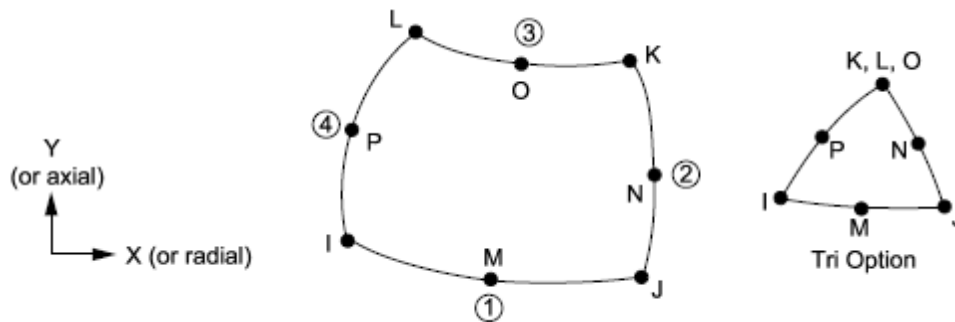


Figure A2-1. Géométrie de l'élément Plane 82

II-2. Elément type : Plane 83

Est un modèle compatible pour les structures qui ont une géométrie axisymétrique avec un chargement antisymétrique. Il est constitué de huit nœuds dont chacun a trois degrés de liberté : translations dans les directions nodales x, y et z. sa géométrie est représentée sur la figure A2-2.

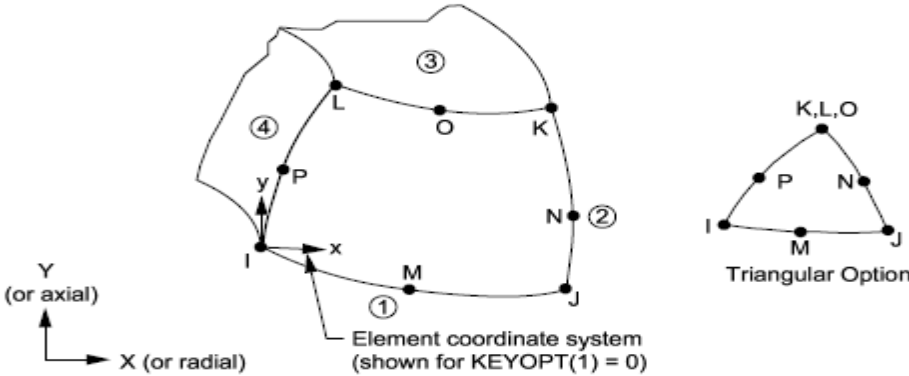


Figure A2-2. Géométrie de l'élément Plane 83.