



République algérienne démocratique et populaire  
UNIVERSITE ABDELHAMID IBN BADIS DE MOSTAGANEM  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Mécanique



N°D'ORDRE : D..... /2016

## Thèse

Présentée pour l'obtention du

**DIPLOME DE DOCTORAT EN SCIENCE**

SPECIALITÉ : GENIE MECANIQUE

OPTION : Energétique

Par

**M. DAOUD Sid'Ahmed**

**Etude de l'influence de la forme géométrique d'un obstacle  
cylindrique soumis à un écoulement oscillatoire**

### **Soutenue le :**

#### **Devant le Jury composé de :**

Président	M. OUINAS Djamel (Pr.)	Université de Mostaganem
Examineur	M. HOUAT Samir (MCA)	Université de Mostaganem
Examineur	M. ADJLOUT Lahouari (Pr.)	Université d'USTO-Oran
Examineur	M. HAMOUDI Benameur (Pr.)	Université d'USTO-Oran
Directeur de thèse	M. NEHARI Driss (Pr.)	Centre universitaire d'Ain Témouchent
Co-encadreur	M. RETIEL Noureddine (Pr.)	Université de Mostaganem

**ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2015 /2016**

---

## **Remerciements**

Mes sincères remerciements ainsi que ma reconnaissance vont directement au **Pr. NEHARI Driss** encadreur de ce thème de recherche, pour avoir partagé son savoir scientifique et pour l'attention et la patience avec laquelle il m'a constamment dirigé. Sans sa disponibilité et sa vigilance cette étude n'aurait pas aboutie à des résultats.

Ma profonde gratitude s'adresse également au **Pr. RETIEL Noureddine**, co-encadreur de ce thème pour sa bienveillance.

Je tiens aussi à adresser, mes vifs remerciements aux membres du jury : **Pr. OUIINAS Djamel, Dr. HOUAT Samir, Pr. ADJLOUT Lahouari** et **Pr. HAMOUDI Benameur** d'avoir pris le temps d'examiner mon travail et de leur honorable présence.

---

# Sommaire

Liste des tableaux .....	III
Liste des figures .....	IV
Nomenclature .....	VII
Résumé .....	IX
<b>Introduction</b> .....	<b>1</b>
<b>Chapitre 1. Revue bibliographique</b> .....	<b>5</b>
<b>Chapitre 2. Modélisation du problème</b> .....	<b>16</b>
2.1 Présentation du problème à résoudre.....	16
2.2 Équations du mouvement .....	17
2.3 Phase d'adimensionnalisation .....	18
2.4 Conditions aux limites .....	21
2.5 Paramétrisation .....	21
2.6 Algorithme de résolution .....	24
2.6.1 Utilisation de la méthode à pas fractionnel .....	26
2.6.2 Equation de poisson pour la pression .....	27
2.6.3 Tactique de résolution.....	28
2.7 Condition de stabilité.....	29
2.8 Évaluation du champ de vorticité et des forces hydrodynamiques .....	31
2.8.1 Champ de vorticité.....	31
2.8.2 Forces hydrodynamiques.....	32
2.8.2 Coefficients de Morison .....	34
<b>Chapitre 3. Discrétisation</b> .....	<b>35</b>
3.1- Présentation générale .....	35
3.2 Principe de la discrétisation géométrique .....	35
3.3.1 Évaluation du bilan de quantité de mouvement (RHS) .....	37
3.3.2 Évaluation de la vitesse .....	40
3.4- Discrétisation de l'équation de poisson de pression .....	42
<b>Chapitre 4 Génération du maillage</b> .....	<b>44</b>
4.1 Adaptation du maillage .....	44
4.2 Procédure de génération de maillage.....	46
4.3 Génération du maillage .....	47

---

<b>Chapitre 5. Résultats et Discussions</b> .....	49
5.1 Validation du code [15] .....	49
5.2 Résultats Discussion pour un écoulement en régime A .....	51
5.2.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression .....	52
5.2.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques .....	62
5.2.3 Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison .....	67
5.3 Résultats obtenues pour un écoulement en régime D autour d'un cylindre elliptique .....	70
5.3.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression .....	72
5.3.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques .....	76
5.3.3- Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison.....	81
5.4 Résultats obtenues pour un écoulement en régime F autour d'un cylindre elliptique .....	84
5.4.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression .....	84
5.4.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques .....	86
5.4.3 Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison .....	91
5.5 Force hydrodynamique et coefficients de Morison en fonction du KC et du rapport elliptique....	93
<b>Conclusion</b> .....	96
<b>Références</b> .....	98

## Liste des tableaux

<b>Tableau 5.1</b> : Les paramètres des simulations régime A .....	Page 51
<b>Tableau 5.2</b> : Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime A ( $KC = 5$ et $Re = 100$ ) et pour les différents rapports elliptiques.....	Page 67
<b>Tableau 5.3</b> : Les paramètres des simulations régime D et F .....	Page 70
<b>Tableau 5.4</b> : Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime D ( $KC = 6.5$ et $Re = 130$ ) et pour les différents rapports elliptiques.....	Page 82
<b>Tableau 5.5</b> : Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime F ( $KC = 8.5$ et $Re = 170$ ) et pour les différents rapports elliptiques.....	Page 92

---

## Liste des figures

Fig.1.1	Cartographie identifiant différents régimes dans le plan $Kc - \beta$	08
Fig.1.2	Mécanisme de séparation du régime A d'après Kuhtz	9
Fig.1.3	Instabilité de Honji [12] à $\beta = 9956$ pour $Kc = 0.58$ -régime B	10
Fig.1.4	Détachement tourbillonnaire à $\beta = 42$ pour $Kc = 4.4$ -régime C.	10
Fig.1.5	Détachement tourbillonnaire transverse à $\beta = 22.1$ pour $Kc = 6.28$ -régime D	11
Fig.2.1	Schéma de la position du problème	16
Fig.2.2	Transformation du domaine physique au domaine numérique	22
Fig.2.3	Principe du maillage non entrelacé	25
Fig.2.4	Domaine de dépendance et condition de stabilité CFL	29
Fig.2.5	Organigramme de l'algorithme utilisé	30
Fig.3.1	Grilles différences finies bidimensionnelles et tridimensionnelles	35
Fig.3.2	Discrétisation en projection bidimensionnelle	37
Fig.4.1	Schéma physique pour un rapport elliptique	45
Fig.4.2	Maillage utilisé dans le calcul $\varepsilon = 0.3$ [plan (x-y)]	48
Fig.5.1	Comparaison des composantes de la vitesse obtenues avec le modèle numérique et ceux mesuré dans les expériences de Deutsch et al. [17], en régime A	50
Fig. 5.2	Test d'indépendance du maillage en régime A (Résultats de la force longitudinale totale adimensionnelle)	52
Fig. 5.3	Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique $\varepsilon = 0.8$	54
Fig. 5.4	Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique $\varepsilon = 0.8$	54
Fig. 5.5	Différentes positions du détachement tourbillonnaire pour $\varepsilon = 0.65$	56
Fig. 5.6	Evolution du champ de vorticité durant le 35eme cycle pour $\varepsilon = 0.6$	57
Fig. 5.7	Evolution du champ de pression durant le 35eme cycle pour $\varepsilon = 0.6$	57
Fig. 5.8	Evolution du champ de vorticité durant le 65eme cycle pour $\varepsilon = 0.4$	57
Fig. 5.9	Evolution du champ de pression durant le 65eme cycle pour $\varepsilon = 0.4$	57
Fig.5. 10	Comparaison des détachements de tourbillonnaire pour différents rapports elliptiques	58
Fig. 5.11	Historique des différentes formes de détachement tourbillonnaire durant 200 cycles pour $\varepsilon = 0.6, 0.5$ et $0.4$	58
Fig. 5.12	Evolution du champ de vorticité pour $\varepsilon = 0.35$	59
Fig. 5.13	Evolution du champ de pression pour $\varepsilon = 0.35$	59
Fig. 5.14	Comparaison des détachements tourbillonnantes mode double-paire pour $\varepsilon = 0.3$ et $0.1$	60

Fig. 5.15	- Comparaison des détachements tourbillonnantes mode mono-paire pour $\varepsilon = 0.3$ et $0.1$	60
Fig. 5.16	Evolution de la vorticité au cours de deux cycles d'intermittence consécutifs (197ieme et 198ieme cycle) pour le cas du rapport $\varepsilon=0.3$	61
Fig. 5.17	Historique des différentes formes de détachement tourbillonnaire durant 200 cycles pour $\varepsilon = 0.1, 0.25$ et $0.1$	62
Fig. 5.18	Evolution de la force transversale totale non-dimensionnelle en régime A pour différents rapports elliptiques	64
Fig. 5.19	Evolution de la force longitudinale totale non-dimensionnelle en régime A pour différents rapports elliptiques	65
Fig. 5.20	Evolution de (a) la force longitudinale de pression ; (b) Force longitudinale de cisaillement durant le 90eme cycle pour différents rapport elliptique	66
Fig. 5.21	Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale	68
Fig. 5.22	Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison	69
Fig. 5.23	Test d'indépendance du maillage en régime F (Résultats de la force longitudinale totale adimensionnelle)	71
Fig. 5.24	Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique $\varepsilon = 1$	72
Fig. 5.25	Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique $\varepsilon = 1$	72
Fig. 5.26	Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique $\varepsilon = 1$	73
Fig. 5.27	Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique $\varepsilon = 0,8$	73
Fig. 5.28	Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique $\varepsilon = 0.8$	73
Fig. 5.29	Différents modes des détachements tourbillonnantes apparus pour le cas du rapport $\varepsilon=0.7$	74
Fig. 5.30	Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique $\varepsilon = 0.6$	75
Fig. 5.31	Evolution du champ de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.6$	75
Fig. 5.32	Comparaison des détachements de tourbillonnaire en mode double-paire pour les rapports elliptiques $0,5, 0,3$ et $0,1$	75
Fig. 5.33	Evolution de la force transversale totale non-dimensionnelle en régime D pour différents rapport elliptiques	77
Fig. 5.34	Evolution de la force longitudinale totale non-dimensionnelle en régime D pour différents rapport elliptiques	78
Fig. 5.35	Evolution des forces longitudinales (a) de pression ; (b) de cisaillement durant le 100eme cycle pour différents rapport elliptique	79
Fig. 5.36	Evolution des forces transversales (a) de pression ; (b) de cisaillement durant le 100eme cycle pour différents rapport elliptique	80
Fig. 5.37	Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale	82

---

Fig. 5.38	Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison	82
Fig. 5.39	Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique $\varepsilon = 1$	84
Fig. 5.40	Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique $\varepsilon = 1$	84
Fig. 5.41	Evolution du champ de vorticité pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.1$	85
Fig. 5.42	Evolution du champ de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.1$	85
Fig. 5.43	Comparaison des détachements de tourbillonnaire en mode double-paire pour les rapports elliptiques 0,5, 0,3 et 0,1	86
Fig. 5.44	Evolution de la force transversale totale non-dimensionnelle en régime F pour différents rapport elliptiques	87
Fig. 5.45	Evolution de la force longitudinale totale non-dimensionnelle en régime F pour différents rapport elliptiques	88
Fig. 5.46	Evolution des forces longitudinales (a) de pression ; (b) de cisaillement durant le 97eme cycle pour différents rapport elliptique	89
Fig. 5.47	Evolution des forces transversales (a) de pression ; (b) de cisaillement durant le 97eme cycle pour différents rapport elliptique	90
Fig. 5.48	Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale	91
Fig. 5.49	Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison	92
Fig. 5.50	L'influence du rapport elliptique sur l'écart type des forces hydrodynamiques pour trois régimes d'écoulement (A, D et F)	93
Fig. 5.51	L'influence du rapport elliptique sur les coefficients de Morison pour trois régimes d'écoulement (A, D et F)	94
Fig. 5.52	Evolution des coefficients de Morison en fonction du KC à $\beta = 20$ et pour plusieurs valeurs du rapport elliptique.	95
Fig. 5.53	Evolution des valeurs efficaces des forces hydrodynamiques en fonction du KC à $\beta = 20$ et pour plusieurs valeurs du rapport elliptique.	95

## Nomenclature

$D$	: Diamètre du cylindre circulaire
$a ; b$	: Respectivement l'axe longitudinal et transversal du cylindre elliptique
$\varepsilon$	: Rapport elliptique (a/b)
$x_i(x, y, z)$	: Respectivement coordonnée cartésienne longitudinale, transversale et axiale.
$\xi_i(\xi, \eta, \zeta)$	: Respectivement coordonnée curviligne longitudinale, transversale et axiale.
$u_i(u, v, w)$	: Respectivement la vitesse suivant la direction longitudinale, transversale et axiale.
$T$	: Période d'oscillation de l'écoulement externe
$t$	: Temps
$U(t)$	: Vitesse oscillante de l'écoulement externe
$U_{max}$	: La vitesse d'oscillation maximale de l'écoulement externe
$U_m(U, V, W)$	: Flux de volume
$\omega$	: Fréquence d'oscillation de l'écoulement externe
$P ; \phi$	: Pression.
$\rho$	: Masse volumique
$\vartheta$	: Viscosité cinématique
$\frac{\partial}{\partial x_i}$	: La dérivée par rapport à $x_i$
Opérateur $\nabla$	: Gradient
Opérateur $\Delta$	: Laplacien
$L'indice (* )$	: Grandeur adimensionnelle
$L'indice (d )$	: Grandeur dimensionnelle
$L'indice (i, j, k)$	: Cordonné suivant les directions longitudinale, transversale et axiale d'un repère.
$B_i$	: Force de volume généré par l'écoulement oscillatoire suivant la direction $i$ .
$Re$	: Nombre adimensionnel de Reynolds
$Kc$	: Nombre adimensionnel de Keulegan-Karpenter
$\beta$	: Nombre de Stokes
$\delta_{i,j}$	: Symbole de Kronecker
$J^{-1}$	: Jacobien de la transformation
$\mathbf{g}^{mn}$	: Tenseur métrique contravariant
$\mathbf{G}^{mn}$	: Tenseur d'inclinaison de maille
$F_x ; F_y$	: Respectivement force totale longitudinale et transversale

## Nomenclature

---

$F_{x,rms} ; F_{y,rms}$	: Respectivement force totale longitudinale et transversale en RMS
$F_{x,p} ; F_{y,p}$	: Respectivement force de pression longitudinale et transversale
$F_{x,s} ; F_{y,s}$	: Respectivement force de cisaillement longitudinale et transversale
$F_x^S ; F_y^S$	: Respectivement force surfacique longitudinale et transversale
$C_d ; C_m$	: Respectivement coefficients de traînée et d'inertie
$C_d^S ; C_m^S$	: Respectivement coefficients surfaciques de traînée et d'inertie
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	: Pas d'espace.
$\Delta t$	: Pas du temps.
$\omega_x ; \omega_y ; \omega_z$	: Respectivement la vorticité suivant la direction longitudinale, transversale et axiale.
$\omega_\theta$	: Vorticité circonferentielle

## Résumé

Le présent travail présente une étude numérique d'un écoulement oscillatoire en 2D autour de différents cylindres à section elliptique, sous les conditions de trois régimes : *régime « A »* ( $Re=100$  et  $KC=5$ ), *régime « D »* ( $Re=130$  et  $KC=6.5$ ) et *régime « F »* ( $Re=170$  et  $KC=8.5$ ). Afin d'étudier l'effet de l'ellipticité du cylindre sur le champ d'écoulement et sur les forces hydrodynamiques, le rapport elliptique (rapport des axes) a été varié dans une large gamme (de 1 à 0,1) allant du cas d'un cylindre circulaire au cas d'un cylindre à section elliptique très effilé. Cette investigation est centrée principalement sur l'analyse du champ de vorticité et vise à déterminer les forces et les coefficients hydrodynamiques pour chaque rapport elliptique. Les résultats présentés dans ce travail ont été obtenus en utilisant un code numérique en fortran développé au Laboratoire de Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques (LMNEPM)   l'Université de Mostaganem. Les équations de Navier-Stokes ont été r solv es de manière tridimensionnelle et non stationnaire par une méthode des différences finies de second ordre de précision pour l'espace et le temps. La version originale de ce code a été utilisée pour simuler les écoulements oscillants autour des cylindres circulaires où la validation des résultats numérique a été réalisée avec des données expérimentales fournies par d'autres recherches. Les résultats du tracé tourbillonnaire, du champ de pression, des forces hydrodynamiques et des coefficients de Morrison seront présentés et discutés à la lumière de leur dépendance du rapport elliptique.

**Mots clés :** * coulement oscillatoire, régime A, régime D, régime F, rapport elliptique, détachement tourbillonnaire, forces hydrodynamiques, coefficients de Morrison, nombre de Reynolds (Re), nombre de Keulegan-Carpenter (Kc),*

### **Abstract**

This work presents a numerical study of a 2D oscillatory flow around different cylinders with elliptical section, under the conditions of three modes of vortex-shedding: regime "A" ( $Re = 100$  and  $KC = 5$ ) regime "D" ( $Re = 130$  and  $KC = 6.5$ ) and regime "F" ( $Re = 170$  and  $KC = 8.5$ ). To study the effect of the ellipticity of the cylinder on the flow field and the hydrodynamic forces, the elliptical ratio (axis ratio) was varied in a wide range (from 1 to 0.1) from the case of a circular cylinder to the case of a cylinder with very slender elliptical section. This investigation is centered mainly on the analysis of the vorticity field and aims to identify the hydrodynamic

forces and coefficients for each elliptical report. The results presented in this work were obtained using a numerical code developed in Fortran at "Numerical Modeling and Experimental Laboratory of Mechanical Phenomena" (LMNEPM) at the University of Mostaganem. The three-dimensional and non-stationary Navier-Stokes equations were solved by a finite difference method of second order of precision in space and time. The original version of this code was used to simulate the oscillatory flow around circular cylinders where the validation of numerical results was carried out with experimental data from other research. The results of the vortex path, the pressure field, hydrodynamic forces and Morrison coefficients will be presented and discussed in the light of their dependence on the elliptical ratio.

**Keywords:** *oscillatory flow, Regime A, Regime D, Regime F, elliptical ratio, vortex shedding, hydrodynamic forces, Morrison coefficients, Reynolds number (Re), number of Keulegan-Carpenter (Kc)*

### ملخص

يعرض هذا العمل على دراسة عددية لمتذبذبة 2D تدفق حول مختلف اسطوانات ذو مقطع إهليلجي، في ظل ظروف ثلاثة أنماط من ذرف دوامة: نظام "A" ( $Re = 100$  و  $KC = 5$ ) نظام "D" ( $Re = 130$  و  $KC = 6.5$ ) والنظام "F" ( $Re = 170$  و  $KC = 8.5$ ). كانت نسبة الإهليلجية (نسبة محور) متنوعة في مجموعة واسعة (1-1، 0) من حالة اسطوانة دائرية إلى حالة الاسطوانة ذو مقطع إهليلجي نحيلة جدا. ويتركز هذا التحقيق بشكل أساسي على تحليل مجال الدوامي، ويهدف إلى تحديد القوات ومعاملات الهيدروديناميكية لكل نسبة الإهليلجية. وقد تم الحصول على النتائج المقدمة في هذا العمل باستخدام برنامج تطويره باستخدام Fortran في مختبر النمذجة العددية والتجريبية للظواهر الميكانيكية (LMNEPM) في جامعة مستغانم. تم حل معادلات Navier-Stokes غير ثابتة، ثلاثية الأبعاد بطريقة الفرق محدود من الدرجة الثانية من الدقة في المكان والزمان. تم استخدام النسخة الأصلية من هذا البرنامج لمحاكاة تدفق متذبذب حول اسطوانات دائرية حيث جرى التحقق من صحة النتائج العددية ببيانات التجريبية من أبحاث أخرى. وستعرض نتائج مسار دوامة، مجال الضغط وقوات الهيدروديناميكية ومعاملات Morrison ومناقشتها في ضوء اعتمادها على نسبة الإهليلجية.

**كلمات البحث:** *تذبذبي تدفق حول الاسطوانية، نظام A، D النظام، نظام F، نسبة الإهليلجية، دوامة، قوات الهيدروديناميكية، معاملات Morrison، عدد Reynolds (Re)، وعدد Keulegan-Carpenter (Kc)*

## Introduction

La science est la base de développement de toute nation, et la nécessité pousse l'homme à découvrir des choses nouvelles pour lui offrir la facilité de vie. L'Algérie est parmi les pays en voie de développement, elle a investi de grandes ressources humaines dans le domaine de la science et elle a parût avec puissance dans les sciences de l'ingénierie en particulier la mécanique des fluides et les produits énergétiques (pétrole et gaz). L'Algérie est parmi les premiers pays à exporter ces richesses et pour rester toujours dans les premiers rangs dans ce domaine, il ne faut pas chercher toujours au Sahara, mais aussi au fond de la mer méditerranéen puisqu'elle occupe une longue côte qu'on peut exploiter à l'aide des plates-formes pétrolières pour découvrir des champs et concurrencer avec les marchés européens et américains.

Généralement les éléments cylindriques (circulaires ou non circulaires) ; sont les éléments les plus essentiels d'une structure maritime (offshores et pipes), et les plus fréquemment employés. Il existe dans le sillage de certaines structures des lâchers périodiques de tourbillons qui peuvent entrer en résonance avec la structure. On parle dans ce cas de Vibrations Induites par Vortex (VIV en anglais pour Vortex-Induced Vibrations).

Les vibrations engendrées par le détachement de tourbillons alternés (les tourbillons de Bénard - Von Karman du nom de leurs premiers découvreurs), sont rarement dommageables même en cas de résonance. En effet, les amplitudes de vibrations atteintes sont très fortement dépendantes du rapport de masse entre la structure et le fluide qui l'entoure. Plus ce rapport est grand, plus les amplitudes sont faibles et en aéroélasticité les rapports de masse entre la structure et l'air sont évidemment très grands. Ce n'est pas le cas pour l'exploitation des champs pétrolifères offshore où des structures très élancées utilisées pour assurer les liaisons entre les têtes de puits au fond de l'océan et le support flottant, plate-forme ou navire en surface, tels que les câbles d'ancrage et les conduites,

risers et pipelines, sont soumises aux courants marins et pour lesquelles les vibrations induites par vortex constituent un problème majeur.

Ces nouveaux problèmes dus aux VIV apparaissent et intéressent à la fois la recherche fondamentale et appliquée en mécanique des fluides, en mécanique des solides et en interaction fluide-structure. Une meilleure connaissance du comportement vibratoire d'une structure soumise au courant et à la houle, est nécessaire à cause de trois problèmes causés par les VIV : l'accroissement de la fatigue de la structure, ce qui limite sa durée de vie, l'augmentation de la traînée, donc de tous les efforts auxquels sont soumises les structures, et enfin la possibilité de collision entre liaisons proches. Des ruptures du matériel dues aux VIV, pouvant amener à la perte de la liaison, sont décrites dans la littérature : cela explique l'intérêt porté à ce phénomène physique dès la conception de ces structures. Il est donc primordial de pouvoir disposer d'outils permettant la modélisation des VIV, voir leur prédiction.

L'étude des écoulements oscillatoires autour d'un cylindre a fait l'objet de larges investigations tant sur le plan expérimental que numérique, et cela est dû aux multiples applications pratiques de ce type d'écoulement, citant à titre d'exemple la conception des plates-formes offshore soumises à l'action de la houle simulée à un mouvement oscillatoire. La conception de telles structures nécessite une compréhension profonde du champ d'écoulement, une évaluation précise des forces et des coefficients hydrodynamiques ainsi qu'une étude sur l'influence de la forme géométrique de l'obstacle cylindrique qui s'avèrent indispensables pour mieux maîtriser les paramètres principaux de conception des structures marines.

Le champ d'écoulement induit par les vagues autour des structures marines est extrêmement complexe et le problème peut être idéalisé en considérant un cylindre exposé à un écoulement bidimensionnel, harmonique et oscillant. Cette idéalisation reproduit les caractéristiques les plus importantes du corps implanté dans une mer houleuse.

## **2- But du travail**

L'objectif principal de cette étude est d'investiguer l'influence de la forme géométrique sur le champ d'écoulement et les forces hydrodynamiques agissant sur l'élément cylindrique. Parmi les objectifs aussi de cette recherche est de trouver des formes

cylindriques qui permettent d'éviter les problèmes de vibrations induites et qui menacent la construction maritime.

Parmi les paramètres qui motivent dans ce thème, son caractère scientifique qui coordonne entre le domaine théorique (numérique) et expérimental (réel) sans oublier l'aspect technique et son impact sur l'économie et l'environnement.

Nous présenterons, dans ce thème les résultats obtenus numériquement par un code développé au laboratoire de « modélisation numériques des phénomènes mécaniques » à l'université de Mostaganem. Les équations de Navier Stokes sont résolues d'une manière bidimensionnelle et instationnaire en second ordre de précision pour l'espace et le temps.

Le présent travail présente une étude numérique d'un

Pour réaliser les différents objectifs signalés précédemment, nous avons étudié l'écoulement oscillatoire en 2D autour de différents cylindres à section elliptique, sous les conditions de trois régimes : *régime « A »* ( $Re=100$  et  $KC=5$ ), *régime « D »* ( $Re=130$  et  $KC=6.5$ ) et *régime « F »* ( $Re=170$  et  $KC=8.5$ ). Pour cela, nous avons :

- a) Reproduit le champ d'écoulement autour des différentes formes elliptiques ;
- b) Étudié les effets du rapport elliptique sur le champ d'écoulement et sur le détachement tourbillonnaire ;
- c) Évalué l'effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques et sur leurs coefficients ;

Parmi les avantages de cette étude est de comprendre les phénomènes physiques liés à ce genre de problème et même les procédures d'une résolution numérique, consolider et développer des connaissances de conception des installations maritimes.

### **3- Plan d'étude**

Notre étude comprend cinq chapitres. Dans le :

#### **Chapitre I:**

Une recherche Bibliographique montre les différents travaux réalisés pour les écoulements oscillatoires soit expérimentalement soit numériquement.

### **Chapitre II :**

Présente la formulation du problème ou bien la modélisation du problème physique, en mettant les équations de Navier Stokes sous une forme conservative.

### **Chapitre III :**

Présente la discrétisation du problème continue, les équations de Navier Stokes sont discrétisées par la méthode de différences finis. Cette partie est une étape qui nous aide à préparer et comprendre le code de calcul.

### **Chapitre IV :**

C'est une partie qui a été consacré à la génération du maillage et la méthode utilisée est basée sur les équations de poisson en coordonnées généralisées permettant d'avoir une bonne obéissance géométrique au schéma numérique utilisé. La génération du maillage est une étape nécessaire pour entamer les calculs de l'écoulement.

### **Chapitre V :**

Nous présenterons les résultats obtenus et leurs discussions pour l'écoulement laminaire sinusoïdal en trois régimes : *régime « A »* (Re=100 et KC=5), *régime « D »* (Re=130 et KC=6.5) et *régime « F »* (Re=170 et KC=8.5) autour d'un obstacle et l'influence de la forme de la section cylindrique sur ce type d'écoulement. Nous analyserons l'effet la variation du rapport diamètre elliptique sur la grandeur des forces, et pour chaque analyse nous calculerons les coefficients des forces qui agissant sur l'obstacle, et l'effet de champ d'écoulement sur ces coefficients.

Nous terminerons finalement par une conclusion générale qui indique les différentes étapes de cette étude et des recommandations proposées.

## **Chapitre 1. Revue bibliographique**

Les pipelines sous-marins et les piliers des structures marines (offshore) sont l'un des sujets les plus importants dans le génie maritime. Afin de s'assurer que ces structures cylindriques sont stables et fonctionnelles au cours de leur vie de projet, une attention doit être accordée à leur conception. Dans la phase de conception, il faut tenir compte de tous les paramètres qui peuvent influencer sur leur stabilité. Dans le cas contraire, ces cylindres peuvent être détruits, partiellement ou totalement. Le type de la section transversale du cylindre est l'un des paramètres clé de sa stabilité, la section circulaire est largement utilisée, mais les cylindres non circulaires comme les cylindres elliptiques et rectangulaires sont parfois préférés pour des applications spéciales.

Dans le domaine du génie maritime, pour évaluer la charge sur les structures marines sous l'action d'ondes, les analyses sont généralement effectuées en vertu d'un état simplifié d'un écoulement sinusoïdal uniforme autour d'un cylindre. Ainsi, l'étude de l'écoulement oscillatoire autour d'un cylindre est de grand intérêt puisque c'est une représentation idéalisée des structures cylindriques implanté dans une mer souvent houleuse. Le champ d'écoulement résultant est complexe et caractérisé par une allée-tourbillonnaire (vortex shedding) qui est généralement asymétrique. Par suite, l'étude des écoulements oscillatoires autour d'un cylindre a fait l'objet de larges investigations tant sur le plan expérimental que numérique.

Physiquement, au moment où un écoulement traverse un cylindre avec une forme non-profilée, la séparation se produit généralement en raison de l'effet des gradients de pression négative. Les lignes de séparation peuvent se rouler et former des tourbillons. Dans le cas d'un écoulement oscillant, le mécanisme des tourbillons générés peuvent être affectés par l'action d'accélération et de décélération de l'écoulement, et en outre conduire à un changement de la force résultante sur le corps. Plus grave, comme la variation de l'écoulement est périodique, la mesure du changement peut devenir significative que la fréquence d'écoulement est proche de la fréquence de séparation

(shedding frequency). Sous ces conditions, l'amplitude de la charge moyenne et l'amplitude des fluctuations peuvent être haussées en raison de l'effet de la résonance [1].

Le phénomène d'écoulement de séparation et le sillage des corps non profilés ont longtemps été intensément étudiées en raison de leur importance fondamentale dans la physique des écoulements et de leur importance pratique dans les applications aérodynamiques et hydrodynamiques. Les analyses des écoulements oscillatoires visqueux sont données à la première fois par **Stokes** [2] pour le cas des sphères et des cylindres circulaires. Leur solution est donnée par une série de puissance du paramètre  $\beta^{-1/2}$  (ou  $\beta$  est le nombre de Stokes). Les analyses de Stokes sont valables seulement pour les grandes valeurs de  $\beta$  et ces résultats tiennent compte uniquement des efforts visqueux.

D'autre part, pour mieux estimer cette force, **Morison** [3] a mené des études expérimentales et a trouvé que la force longitudinale est la somme linéaire de la force de traînée qui est en phase avec la vitesse et de la force d'inertie qui est en phase avec l'accélération :

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_D \cdot U \cdot |U| + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \rho \cdot D^2 \cdot C_m \cdot \frac{\partial U}{\partial t} \quad [\text{N/m}] \quad (1.1)$$

Cette équation est largement utilisée pour la prédiction des forces appliquées sur le cylindre pour différents régimes d'écoulement. Dans l'équation de Morison (1),  $x$  est le long de la direction de l'écoulement (longitudinale),  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $U(t) = U_{max} \sin(2\pi t/T)$  est la vitesse d'écoulement du fluide,  $t$  est le temps,  $C_D$  et  $C_m$  sont respectivement les coefficients de traînée et d'inertie. Toutes les études numériques et expérimentales se font alors sur le modèle général de MORISON. Bien que la force soit supposé symétrique et périodique ce modèle donne une bonne évaluation des charges longitudinales appliquées sur les cylindres dans un écoulement oscillatoire.

Dans un Bassin d'essai, **Keulegan et Carpenter** [4] ont placé un cylindre vertical au-dessous d'une vague verticale, et ont découvert que l'écoulement et les coefficients de Morison dépendaient d'un certain nombre sans dimension  $KC$  (appelé nombre de Keulegan-Carpenter) :

$$KC = \frac{U_{max} T}{D} \quad (1.2)$$

Dans le cas d'un écoulement sinusoïdal nous aurons  $KC=2\pi A/D$ , dans ces conditions  $KC$  est proportionnelle à l'amplitude d'écoulement  $A$ .

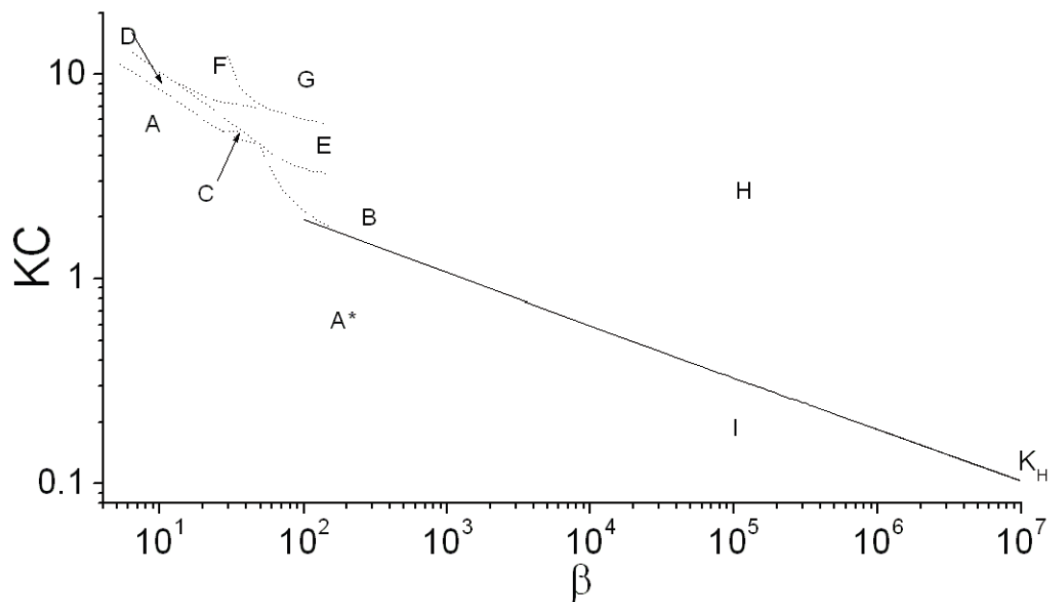
L'utilisation du tube  $U$  dans les essais expérimentaux produits la fermeture unidirectionnelle de l'écoulement sinusoïdale à l'arrière du corps, ces essais identifient les paramètres les plus importants qui influencent l'écoulement et qui gouvernent les forces. **Sarpkaya** [5] a découvert par l'utilisation de cette technique (tube  $U$ ), que l'écoulement et les coefficients de Morison dépendent pas seulement de  $KC$  mais dépendent aussi du nombre de Stokes  $\beta$  :

$$\beta = \frac{Re}{KC} = \frac{D^2}{T \cdot \vartheta} \quad (1.3)$$

$$\text{Avec } Re = \frac{U_{max} \cdot D}{\vartheta} \quad \text{le nombre de Reynolds.}$$

L'analyse et la paramétrisation des forces transversales sont très difficiles, par ailleurs elles sont très influencées par le sillage qui est formé et mobilisé par les tourbillons asymétriques (vortex shedding). **Maul et Milliner** [7] ont définie l'utilité de l'expression de Blasius pour la force transversale et la force longitudinale. Ils ont exprimé ces forces en deux termes : le premier c'est le terme lié à la contribution du mouvement irrotationnel et l'autre terme revient aux forces et aux mouvements tourbillonnaires dans le sillage. L'équation de Blasius est appliquée seulement dans l'écoulement visqueux, mais peut être utilisée d'une manière approximative pour relier les forces produites avec les mouvements principaux du tracé tourbillonnaire (vortex shedding). **Bearman et al** [8] ont fait un essai pour paramétrer la force transversale au moyen d'un modèle générale mais celui-ci n'a pas eu un caractère universel car sa validité est limitée sur certain nombre "KC".

Par la visualisation du champ d'écoulement d'un cylindre circulaire oscillant dans un réservoir d'eau, **Tatsuno & Bearman** [9] (ci-après désigné sous le nom de **TB90**) et **Sarpkaya** [6] ont montré l'existence potentielle de dix régimes d'écoulement ( $A^*$ , A, B, C, D, E, F, G, H et I). Ces différentes zones de  $A^*$ , A jusqu'à H sont étudiés dans la partie « pseudo-stationnaire » de l'écoulement, c'est-à-dire dans le cas où le cylindre a déjà réalisé plusieurs cycle (à partir d'une vingtaine environ). La plupart d'entre eux ont une structure tridimensionnelle, et dépendent des deux paramètres  $KC$  et  $\beta$  (voir fig.1.1) ou, d'une manière équivalente, sur  $KC$  et  $Re$ .



**Fig.1.1** – Cartographie identifiant différents régimes dans le plan  $KC - \beta$  [27]

Des régimes bidimensionnels et symétriques ont été identifiés à savoir  $A^*$  et A qui se trouvent respectivement dans la gamme du ( $KC$  très petit et du grand  $\beta$ ) et (grand  $KC$  et petit  $\beta$ ). Pour les valeurs intermédiaires du nombre de Stokes, une augmentation du nombre  $KC$  rend le vortex-shedding asymétrique et amplifie la force transversale (régimes B, C, D, E, F et G). Ces régimes sont également accompagnés par des effets tridimensionnels de l'écoulement du fluide, du fait qu'on observe des tourbillons de grandes structures se développer le long de la direction de l'axe du cylindre.

Il existe très peu d'études concernant la partie instationnaire. Badr et al. [10] ont étudié la phase du démarrage pour un cylindre entre le deuxième et troisième cycle et pour un nombre de  $\beta$  égal à 1000 et  $KC$  égal à 2 et à 4.

### **Topologie de l'écoulement**

#### **▪ Régime $A^*$ :**

L'écoulement est bidimensionnel (invariant suivant  $z$ ) et symétrique par rapport aux axes longitudinaux ( $Ox$ ) et transversaux ( $Oy$ ).

▪ **Régime A :**

Des paires de tourbillons symétriques par rapport à l'axe longitudinal et de nature bidimensionnelle, se forment de part et d'autre du cylindre pendant chaque demi-cycle. Au demi-cycle suivant leur création, ces tourbillons se séparent et sont convectés vers l'autre côté du cylindre pendant que se créent de nouveaux tourbillons, comme le montre la fig.1.2. Les tourbillons séparés sont ensuite convectés loin du cylindre et disparaissent progressivement.

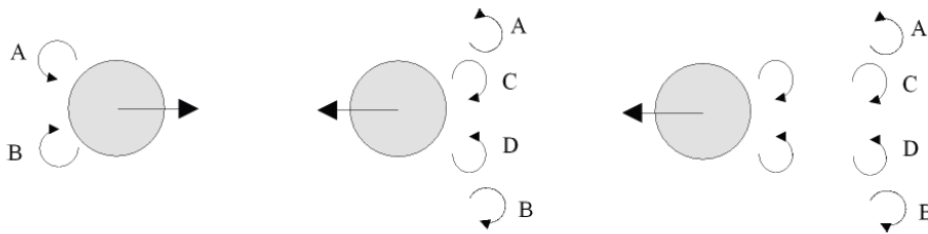


Fig.1.2 – Mécanisme de séparation du régime A d'après **Kuhtz** [11].

▪ **Régimes B, I et H :**

Aucun tourbillon ne se crée dans le plan 2D pour les régimes B et I, des structures 3D dues à l'instabilité de la couche limite apparaissent, l'écoulement proche de la paroi est cette fois-ci tridimensionnel. **Honji** [12] a détaillé expérimentalement cet écoulement (régime B) pour une gamme de  $\beta$  allant de 70 et 700 et des nombres de KC de 0 à 4. Ce dernier a visualisé la création alternative de paires de tourbillons contrarotatifs longitudinaux (Ox) (figure 1.3). Selon **Honji** [12], l'origine de ces tourbillons est due à une instabilité de type centrifuge. Ces observations ont été relevées par **Tatsuno & Bearman** [9] et confirmées théoriquement par **Hall** [13] à l'aide d'une étude de stabilité. Ce dernier définit ainsi une ligne délimitant une région stable d'une région instable dans le plan KC –  $\beta$  selon l'équation [13]:

$$K_H = 5.78 \beta^{-0.25} (1 + 0.21 \beta^{-0.25} + \dots) \quad (1.4)$$

Sur cette ligne, les instabilités de type centrifuge sont auto-entretenues d'une oscillation à une autre. En dessous de cette ligne (régime I), des instabilités appelés "quasi-cohérentes structures" par **Sarpkaya** [5,6] apparaissent. Ces dernières sont celles décrites sur la ligne de **Hall** [13] mais apparaissent de manière intermittente et prennent des formes irrégulières. **Sarpkaya** [5,6] décrit notamment les limites entre la région A\* et

I. Au-dessus de la ligne de **Hall** [13] (régime H), l'écoulement est turbulent résultant d'interactions entre le mécanisme bidimensionnel de séparation et les instabilités tridimensionnelles.

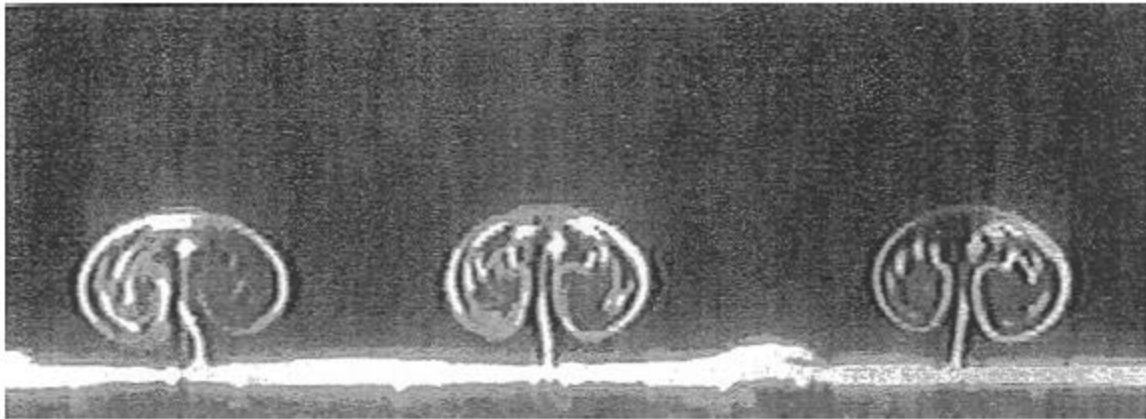


Fig. 1.3 – Instabilité de Honji [12] à  $\beta = 9956$  pour  $Kc = 0.58$  -régime B. [9]

▪ **Régime C:**

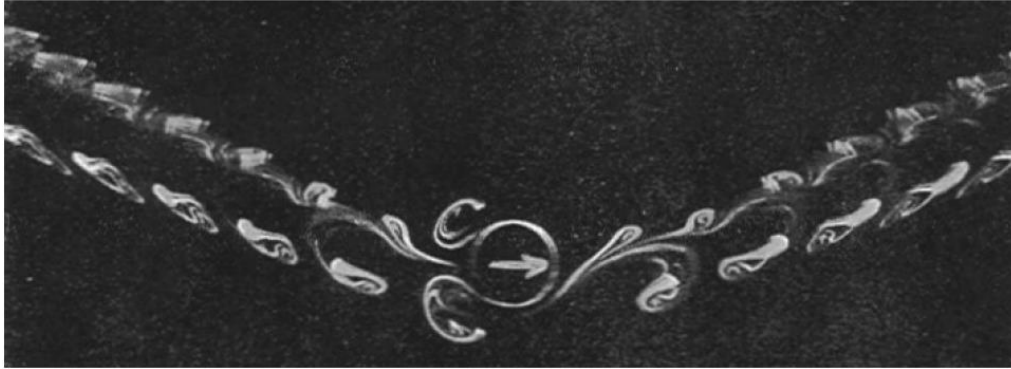
Ce régime est en sorte un mélange entre les zones A et B. En effet, le mécanisme de création de tourbillons est le même que dans le régime A. Les tourbillons créés sont cette fois-ci de plus grande taille et au demi-cycle suivant, ils se détachent de manière dissymétrique à la façon d'une allée de Benard-Von Karman dans un écoulement uniforme (figure 1.4). Cependant, les sens de rotations des tourbillons ont des signes opposés à ceux de l'allée [14]. D'autre part, il apparaît dans la direction de l'axe de révolution, des structures très perturbées à la manière du régime B.



Fig. 1.4 – Détachement tourbillonnaire à  $\beta = 42$  pour  $Kc = 4.4$  -régime C. [9]

▪ **Régimes D et E :**

La dynamique des phénomènes est identique à celle du régime précédent mais cette fois-ci, l'allée provoquée par les oscillations du cylindre est inclinée par rapport au mouvement (figure 1.5). Ces tourbillons créent des structures tridimensionnelles en forme de tubes déformés [15]. Le régime E est identique au régime D à ceci près que l'allée transverse est dans ce cas tantôt au-dessus de l'axe longitudinal et tantôt en dessous.



**Fig. 1.5** – Détachement tourbillonnaire transverse à  $\beta = 22.1$  pour  $Kc = 6.28$  -régime D [9]

▪ **Régimes F et G :**

Les régimes F et G présentent des allées de plus en plus complexes munies de plusieurs tourbillons oscillant dans différentes directions ajoutés à des structures placées selon l'axe de révolution du cylindre [9].

Les structures bidimensionnelles ainsi que tridimensionnelles du vortex ont été clairement visualisées et identifiées dans **TB90**[9], bien que leur quantification a été faite par **Nehari et al** [15] pour deux régimes tridimensionnels à savoir D et F en utilisant un code basé sur la méthode des différences finies de second ordre de précision pour le temps et l'espace. Les résultats obtenus montrent que la modulation tridimensionnelle de l'écoulement n'est pas significative et qu'un code de calcul en 2D mode peut prédire assez correctement tels écoulements.

Effectuer une analyse d'un écoulement instationnaire autour d'un cylindre n'est expérimentalement pas facile, ceci est principalement dû au fait que la variation de l'écoulement est difficile à contrôler avec précision. En revanche, l'application des simulations numériques ne souffre pas de ces difficultés techniques. En conséquence, les analyses numériques sont réalisées pour étudier le problème d'écoulement.

Les investigations, basées sur la simulation numérique bidimensionnelle du champ d'écoulement, ont été récemment effectuées par **Justesen** [16] et par **Dutsch et al.** [17]. Ces travaux ont été basés sur la capture des caractéristiques principales du vortex-shedding qui se produit dans les régimes d'écoulement mentionnés ci-dessus et pour évaluer les forces agissant sur le cylindre dans le temps.

**Justesen** [16] a résolu numériquement la formulation de fonction de courant vorticité des équations bidimensionnelles de Navier-Stokes à faibles nombres de  $KC$  et à grandes valeurs de  $\beta$ . La plupart des régimes d'écoulement définis par **Williamson** [10] ont été reproduits par les simulations numériques. En général un bon accord entre les résultats numériques et les données expérimentales a été trouvé.

**Dutsch et al.** [17] ont résolu les équations bidimensionnelles de Navier-Stokes et ont réalisé des expériences au laboratoire pour trois différents régimes d'écoulement de la carte de TB90 [9]. Spécifiquement, ils ont étudié les régimes A (symétrique), le régime F (diagonal, double pair vortex-shedding) et le régime E (allée transversale). Généralement un bon accord a été bien obtenu entre les prédictions numériques et les résultats expérimentaux correspondants pour le champ de vitesse et les coefficients des forces. D'autres calculs pour le nombre de Stokes  $\beta=35$  ont été effectués principalement pour comparer les coefficients de force aux résultats expérimentaux de **Kuhtz** [11]. Les coefficients obtenus des prévisions numériques se sont avérés en bon accord avec ceux des expériences bien que quelques petites différences, attribuées aux effets tridimensionnels, aient été trouvées.

Plusieurs études à savoir numériques et expérimentales ont été faites pour le cas d'écoulement oscillatoire autour d'obstacles à arêtes vifs. **Okajima et al.** [19] a mesuré les forces sur des cylindres circulaires et carrés à un angle de zéro attaque dans un réservoir d'eau du tube en U avec un large éventail de variation  $KC$  (1-90). **Zheng et Dalton** [20] ont adopté une méthode numérique pour simuler les écoulement oscillants autour d'un cylindre carré à des valeurs de  $KC$  faible (jusqu'à 5) à deux angles d'attaque (0 et 45 °) et ils ont comparé les prédictions numériques avec les résultats des mesures de **Bearman et al.** [8]. Il a été constaté que l'historique de la force longitudinale pourrait être expliqué par l'équation de Morison (1). Cependant, puisque le champ d'écoulement instantané n'a pas

été mesuré dans l'étude, son effet sur l'historique de la force longitudinale résultante n'a pas été examiné plus en détail.

**Sumner et al.** [21] ont étudié expérimentalement l'écoulement oscillant autour de cylindre à section circulaire, carrée, et diamant dans un fluide au repos en utilisant la vélocimétrie par images de particules (PIV). Les mesures du champ de vitesse ont été obtenus pour plusieurs phase de positions du cycle d'oscillation. Les expériences ont été réalisées de faible nombre Keulegan-Carpenter,  $KC = 1$  à  $3,5$ , et pour des nombres de Stokes modérées,  $\beta=250$  à  $376$ . Dans cette gamme de  $KC$ , l'écoulement reste symétrique autour des cylindres. Pour  $KC = 1$ , l'écoulement reste attaché à la surface des cylindres durant tout le cycle d'oscillation. Pour  $KC = 1,5$  à  $3,5$ , une paire de vortex attachée se forme derrière les cylindres circulaires et carrés à la position maximum d'amplitude. D'autre part, le cylindre diamant a deux points de séparation fixe et a un tracé tourbillonnaire unique mais toujours symétrique.

**Bearman et al** [8] ont investigué expérimentalement l'écoulement oscillatoire autour des cylindres à section carrée et diamant pour une large gamme du nombre de  $K=1$  à  $100$  et des nombres de Reynolds  $Re=200$  à  $2 \times 10^4$ . Les mesures ont été faites pour étudier l'effet du rayon de courbure sur les forces hydrodynamiques agissant sur les cylindres. Le Coefficients de traînée pour l'écoulement oscillatoire paraît être plus sensible au rayon de courbure que dans cas d'écoulement stationnaire. À un nombre fixe de  $KC$  le coefficient de traînée de la section diamant décroît avec l'augmentation du rayon de courbure, cette réduction est plus significative au faible nombre  $KC$ . Le Coefficients de traînée pour une section carrée ne suit pas une tendance consistante avec le rayon de courbure et les nombres de  $KC$  élevés. La section carrée arrondie avec un rayon de courbure égale à  $0.265D$  (où  $D$  est la largeur du modèle normal à la direction de l'écoulement) peut avoir un coefficient de traînée égale à la moitié de la valeur pour un cylindre circulaire.

L'écoulement autour des corps elliptiques dépend de  $KC$ ,  $Re$  et du rapport elliptique  $\varepsilon=B/A$ , ou  $A$  et  $B$  sont respectivement les longueurs de l'ellipse suivant la direction longitudinale et transversale de l'écoulement.

L'écoulement à travers un cylindre elliptique partage de nombreuses caractéristiques communes avec l'écoulement à travers des corps profilés (tel que les hydrofoils et les airfoils) ainsi que les corps non-profilés (bluff bodies) tels que les cylindres circulaires.

D'un point de vue mathématique, il représente une configuration plus générale d'un cylindre de section circulaire, car elle permet l'étude d'un large éventail de configurations allant d'un cylindre circulaire à une plaque plane en faisant varier le rapport des axes [22]. Cependant, malgré le grand nombre d'applications techniques qui comportent des écoulements à travers les corps profilés semblables aux cylindres elliptiques (par exemple, les ailes, sous-marins, etc) et les arguments mentionnés ci-dessus, il apparaît que la géométrie elliptique a attiré beaucoup moins d'attention que l'écoulement à travers des cylindres circulaires, qui reste encore la géométrie standard pour étudier caractéristiques du sillage ou le détachement tourbillonnaire (vortex shedding).

Au début, les recherches expérimentales se sont concentrées sur les caractéristiques aérodynamiques du sillage d'un cylindre elliptique à travers un écoulement uniforme. Le nombre de Strouhal et les caractéristiques du sillage de l'écoulement qui traverse des cylindres elliptiques ont été déterminées à partir des mesures du champ de pression fluctuante en fonction du rapport des axes, de l'angle d'attaque et le nombre de Reynolds [23].

Il y a beaucoup d'auteurs se sont intéressés à l'étude théorique et expérimentale de l'écoulement incompressible visqueux autour d'une ellipse. Plusieurs régimes d'écoulement selon l'allongement géométrique, le nombre de Reynolds et le type d'écoulement (stationnaire, instationnaire, périodique, ...etc.) ont été analysés.

Pour les écoulements générés par un cylindre elliptique en mouvement d'oscillation et translation, les références peuvent être faites que pour les travaux de **Davidson & Riley** [24], **Taneda** [25] et **Badr & Kocabiyik** [26]. Ces investigations concernent l'écoulement purement oscillatoire ou la direction d'oscillation coïncide soit avec le grand axe ou le petit axe de l'obstacle elliptique. Pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds convenablement définis, un tel écoulement induit un courant stationnaire dans le fluide et qui sera confiné à la région de la couche limite mince sur la surface du cylindre.

Une collision de ces couches limites en courant permanent a été pour la première fois prédite et visualisée par **Davidson & Riley** [24], résultant dans les jets du fluide d'éruption symétrique de la surface elliptique du cylindre long de l'axe de la vibration. La stabilité d'une classe d'écoulement que présente un courant stationnaire a été considérée par **Hall** [13]. En particulier, il a examiné en détail la stabilité de l'écoulement induit par les

oscillations transversales d'un cylindre circulaire et d'un cylindre elliptique incliné dans un fluide visqueux au repos. Dans le cas des cylindres de section elliptique, Hall [13] a constaté que, pour toute excentricité donnée, la configuration la plus instable est lorsque le cylindre oscille parallèlement à son petit axe.

**Badr & Kocabiyik** [26] ont effectué une étude numérique pour calculer les propriétés d'écoulement symétrique pour un rapport des axes du cylindre 0,6 lorsque le nombre de Reynolds est compris entre 500 et  $10^3$ . Leurs calculs ont été effectués dans la gamme des amplitudes d'oscillation suffisamment grande pour induire la séparation. Il est à noter que les écoulements générés par les oscillations des cylindres elliptiques partagent certaines caractéristiques communes avec ceux des corps non-profilés tels que les cylindres circulaires.

**Gus'kuva et al.** [27] ont étudié expérimentalement les forces hydrodynamiques agissant sur des cylindres elliptiques oscillant dans l'eau au repos pour le nombre de Reynolds se situant dans la gamme  $0.3$  à  $9.5 \cdot 10^4$  et pour  $KC$  entre 0.6 et 12. Les expériences réalisées sur des cylindres elliptiques ont permis de montrer que le paramètre de contrôle pour les forces hydrodynamiques est le nombre  $KC$ . Les coefficients des forces hydrodynamiques, à savoir, la force d'inertie et la force de traînée, dépendent fortement de l'épaisseur du cylindre et le rapport des axes du cylindre (longitudinale et en transversale). À de faibles valeurs du  $KC$ , le coefficient d'inertie est le même pour tous les cylindres et égale à celui d'une plaque de même rapport d'aspect dans un fluide parfait, cette valeur est conservée sur une certaine gamme de  $KC$ . Pour toutes les  $KC$ , le plus mince cylindre a le plus grand coefficient de traînée.

## Chapitre 2. Modélisation du problème

### 2.1 Présentation du problème à résoudre

L'étude consiste à résoudre numériquement par la méthode des différences finis les équations de Navier Stokes pour un écoulement externe ayant une fréquence harmonique  $\omega=2\pi/T$  autour d'une forme cylindrique de différent rapport de diamètre.

$$\text{La vitesse est : } U(t) = U_{max} \times \sin \omega t \quad (2.1)$$

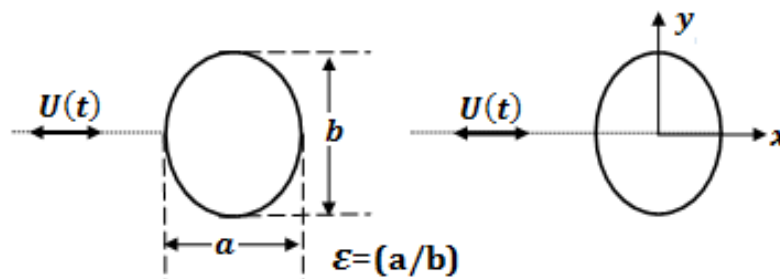


Fig.2.1-Schéma de la position du problème.

Les efforts induits par un écoulement oscillatoire sur un cylindre horizontal vont être influencés par le nombre de Keulegan-Carpenter  $Kc$ , le nombre de Reynolds  $Re$ , et les différents rapports des axes  $\epsilon=(a/b)$  qui définit la forme du cylindre. Les calculs se feront dans les conditions d'un régime (A) (à savoir pour  $Re = 100$  et  $Kc = 5$ ).

$$\text{Rappelons que : } \begin{cases} Kc = \frac{U_{max} \times T}{D} \\ Re = \frac{U_{max} \times D}{\nu} \end{cases} \quad (2.2)$$

Le régime A dans le cas d'un cylindre circulaire est exceptionnelle un régime symétrique et bidimensionnel.

## 2.2 Équations du mouvement

Dans le présent travail, l'écoulement considéré est bidimensionnel, instationnaire et celui d'un fluide incompressible. Dans ce qui suit, seront décrites les équations traduisant le transport de masse et de quantité de mouvement régissant un tel écoulement avec les simplifications nécessaires.

Dans le cas d'un fluide visqueux, incompressible, le fluide est modélisable par les équations de Navier-Stokes. Ces équations dans le cas 3D et instationnaire sont écrites dans un système de coordonnées cartésiennes liées au cylindre pour formuler les variables primitives et analyser les paramètres hydrodynamiques qui agissent sur le cylindre au cours du temps et dans l'espace.

Les équations s'écrivent alors sous cette forme :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(vu)}{\partial y} + \frac{\partial(wu)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \vartheta \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - B_x \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(wv)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \vartheta \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - B_y \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(vw)}{\partial y} + \frac{\partial(ww)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \vartheta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - B_z \quad (2.6)$$

- $u, v$  et  $w$  les composantes de la vitesse suivant les directions  $x, y, z$  ;
- $\rho$  et  $\vartheta$  sont respectivement la masse volumique du fluide et la viscosité cinématique ;
- $B_x, B_y, B_z$  sont respectivement les composantes du gradient de pression (force de masse) qui génère l'écoulement oscillatoire suivant les directions  $x, y, z$ .

L'écoulement est harmonique et est dirigé suivant la direction longitudinale ( $x$ ), par suite :

$$B_x = -B_0 \cos(2. \pi. t/T) \quad (2.7)$$

Ce terme représente la force de volume qui doit être ajoutée en étudiant le mouvement oscillant autour d'une forme géométriquement cylindrique.

### Remarque :

- Pour un fluide au repos, nous pouvons utiliser un repère de référence fixe au cylindre, qui correspond au terme de forcing de l'équation (2.6) de DDBL98 [17].

- le gradient imposé de  $B_x = -B_0 \cos(2. \pi. t/T)$  de pression donne un fluide qui oscille avec une vitesse externe  $U(t) = U_{max} \times \sin \omega t$

$$\text{Avec : } \begin{cases} B_y = B_z = 0 \\ B_0 = \omega U_{max} \end{cases} \quad (2.8)$$

Nous pouvons écrire les équations précédentes sous la forme indicelle suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - B_i \end{cases} \quad (2.10)$$

Ecrit dans ce formalisme, ce système est difficilement interprétable. Il est préférable d'utiliser l'analyse dimensionnelle permettant d'estimer l'influence de chaque terme et de dégager alors les termes dominants.

### 2.3 Phase d'adimensionnalisation

L'expression mathématique d'une loi physique doit être indépendante du système cohérent d'unités choisi pour l'écrire. Tous les termes qui figurent doivent être dimensionnellement homogènes c'est-à-dire qu'ils doivent tous posséder la même dimension. Nous adimensionnerons donc notre système afin d'assurer la globalité des résultats et assortir les nombres qui guident l'écoulement.

En considérant un cylindre de diamètre caractéristique  $D$  évoluant selon un mouvement contrôlé par la vitesse  $V^*$  et le temps  $t^*$ , il est alors possible d'adimensionner les variables principales du système NS, soit :

$$\begin{cases} u = U_{max} \cdot u^* \\ v = U_{max} \cdot v^* \\ w = U_{max} \cdot w^* \end{cases} \quad \begin{cases} x = D \cdot x^* \\ y = D \cdot y^* \\ z = D \cdot z^* \end{cases} \quad \begin{cases} P = \rho \cdot P^* \cdot U_{max}^2 \\ t = t^* \cdot T \end{cases} \quad (2.11)$$

En remplaçant les variables réduites dans les équations de conservation de quantité de mouvement de Navier stokes, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} &= \frac{\partial U_{max} u^*}{\partial T t^*} + U_{max} u^* \frac{\partial U_{max} u^*}{\partial D x^*} + U_{max} v^* \frac{\partial U_{max} u^*}{\partial D y^*} + U_{max} w^* \frac{\partial U_{max} u^*}{\partial D z^*} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^* U_{max}^2}{\partial D x^*} + \vartheta \left( \frac{\partial^2 U_{max} u^*}{\partial (D x^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} u^*}{\partial (D y^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} u^*}{\partial (D z^*)^2} \right) - B_x \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} &= \frac{\partial U_{max} v^*}{\partial T t^*} + U_{max} u^* \frac{\partial U_{max} v^*}{\partial D x^*} + U_{max} v^* \frac{\partial U_{max} v^*}{\partial D y^*} + U_{max} w^* \frac{\partial U_{max} v^*}{\partial D z^*} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^* U_{max}^2}{\partial D y^*} + \vartheta \left( \frac{\partial^2 U_{max} v^*}{\partial (D x^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} v^*}{\partial (D y^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} v^*}{\partial (D z^*)^2} \right) - B_y \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dw}{Dt} &= \frac{\partial U_{max} w^*}{\partial T t^*} + U_{max} u^* \frac{\partial U_{max} w^*}{\partial D x^*} + U_{max} v^* \frac{\partial U_{max} w^*}{\partial D y^*} + U_{max} w^* \frac{\partial U_{max} w^*}{\partial D z^*} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^* U_{max}^2}{\partial D z^*} + \vartheta \left( \frac{\partial^2 U_{max} w^*}{\partial (D x^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} w^*}{\partial (D y^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} w^*}{\partial (D z^*)^2} \right) - B_z \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} &= \frac{U_{max} \partial u^*}{T \partial t^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial u^* u^*}{\partial D x^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial v^* u^*}{\partial D y^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial w^* u^*}{\partial D z^*} \\ &= -\frac{\rho U_{max}^2}{D \rho} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\vartheta U_{max}}{D^2} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_x \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} &= \frac{U_{max} \partial v^*}{T \partial t^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial u^* v^*}{\partial x^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial v^* v^*}{\partial y^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial w^* v^*}{\partial z^*} \\ &= -\frac{\rho U_{max}^2}{D \rho} \frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{\vartheta U_{max}}{D^2} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_y \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dw}{Dt} &= \frac{U_{max} \partial w^*}{T \partial t^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial u^* w^*}{\partial x^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial v^* w^*}{\partial y^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial w^* w^*}{\partial z^*} \\ &= -\frac{\rho U_{max}^2}{D \rho} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{\vartheta U_{max}}{D^2} \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_z \end{aligned} \quad (2.17)$$

En multipliant les équations (2.15), (2.16), (2.17) par  $\left(\frac{D}{U_{max}^2}\right)$  nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} &= \frac{D}{T U_{max}} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^* u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^* u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^* u^*}{\partial z^*} \\ &= -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\vartheta}{DU_{max}} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_x^* \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} &= \frac{D}{T U_{max}} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^* v^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^* v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^* v^*}{\partial z^*} \\ &= -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{\vartheta}{DU_{max}} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_y^* \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dw}{Dt} &= \frac{D}{T U_{max}} \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^* w^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^* w^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^* w^*}{\partial z^*} \\ &= -\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{\vartheta}{DU_{max}} \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_z^* \end{aligned} \quad (2.20)$$

Où apparaissent dans ces équations, deux nombres adimensionnels :

- le nombre de Reynolds  $Re$  qui représente physiquement le rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses.
- le nombre de Keulegan & Carpenter  $KC$  décrivant l'importance relative des forces de traînée sur l'inertie des forces exercées sur le cylindre.

Nous obtenons finalement d'une forme générale :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = 0 \end{array} \right\} \quad (2.21)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{Kc} \frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x_j^*} (u_j^* u_i^*) = \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} - B_i^* \end{array} \right\} \quad (2.22)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Où } B_i^* = -\frac{2\pi}{Kc} \delta_{i,j} \cos(2\pi t^*) \end{array} \right\} \quad (2.23)$$

Avec  $\delta_{i,j}$  le symbole de Kronecker, tandis que la vitesse externe adimensionnelle sera par suite :

$$U^*(t) = \sin 2\pi t^* \quad (2.24)$$

## 2.4 Conditions aux limites

Les équations de Navier Stokes suffisent en principe à déterminer le champ de vitesse et le champ de pression. Encore faut-il préciser les conditions aux limites aux quelles obéisse la vitesse ou les contraintes.

Toutes les observations expérimentales et les simulations numériques s'accordent pour affirmer que la vitesse d'un fluide s'annule au voisinage immédiat d'une paroi solide. Le fait que la composante de la vitesse normale à la paroi soit nulle est simplement lié au fait que le fluide ne pénètre pas dans le solide. En revanche, la nullité de la composante de vitesse tangente à la paroi est liée à l'existence de la viscosité.

Dans ce présent travail, l'étude numérique d'écoulement autour d'un cylindre s'effectue dans un domaine numérique fini en utilisant des conditions périodiques dans la direction d'écoulement.

Les différentes formes géométriques de l'obstacle étudié exigent une simple modification du domaine physique.

Les expériences TB90 [9] pour un cylindre en mouvement oscillatoire ont montré que tous les régimes observés ont un vortex qui se répète périodiquement le long de la direction axiale.

Donc nous pouvons poser pour :

- Les conditions de frontière : la périodicité dans la direction d'écoulement.
- Les conditions d'adhérence sur la paroi de l'obstacle.
- Les conditions initiales : dans chaque cas étudié, le fluide commence à partir du repos et est conduit par le gradient imposé de pression de l'équation (2.7)

## 2.5 Paramétrisation

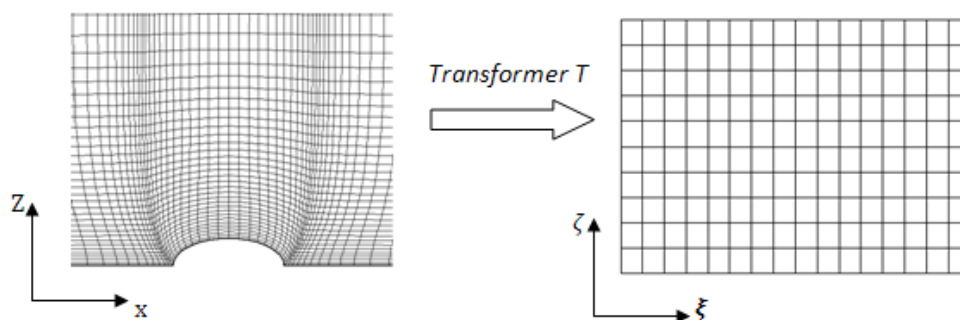
La simulation par différences finies sur des maillages cartésiens ne permet pas aisément d'étudier des objets de géométries quelconques. En effet le traitement d'une frontière non confondue avec une ligne de maillage, bien que possible, est peu pratique et souvent peu précis. Le recours à l'utilisation de techniques d'extrapolation peut

engendrer des instabilités difficiles à contrôler, et rendre problématique l'établissement d'une condition de paroi robuste.

L'utilisation de coordonnées curvilignes permet d'éviter ce problème. Un maillage structuré de forme curviligne, épousant la géométrie de la forme à simuler, est d'abord construit. Une transformation mathématique est ensuite utilisée pour passer du domaine curviligne (le domaine physique) à un domaine cartésien parfaitement régulier dans lequel se fait la résolution des équations. La paroi de l'objet est ainsi représentée par une ligne de maillage dont une des coordonnées transformées.

Il s'agit donc d'effectuer un changement de variables sur les équations que l'on cherche à résoudre. Cette approche permet de bénéficier à la fois des avantages d'un maillage parallèle à la paroi, et de ceux de la résolution sur un maillage cartésien.

On appelle paramétrisation l'ensemble des variables indépendantes d'un problème. En général la paramétrisation d'un problème n'est pas unique : penser aux différentes façons de décrire un cercle en polaire, en cartésiennes, mais aussi en donnant une spline, deux splines, etc. ou plutôt un ensemble de points reliés entre eux (formant des segments). Aussi dans le cas d'un écoulement autour d'un obstacle de géométrie curviligne, il est nécessaire de faire un changement de coordonnées appropriées, qui sert un passage ou bien une transformation(T) qui lie le domaine physique au domaine numérique.



**Fig.2.2**-Transformation du domaine physique au domaine numérique.

Nous définissons les nouvelles coordonnées curvilignes :  $\xi_i$  (avec  $i = 1, 2, 3$ )

$(\xi, \eta, \zeta)$  Sont en fonction des coordonnées cartésiennes :  $\xi_i = \xi_i(x_i)$

Et inversement :  $x_i = x_i(\xi_i)$

Donc les dérivées premières par rapport à  $x_i$  s'écrivent :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \quad (2.25)$$

Les termes  $\frac{\partial \xi_i}{\partial x_i}$  sont donnés par la transformation établie entre la carte numérique et

la carte physique de sorte :

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J^{-1}} \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \right. \quad (2.26a)$$

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{1}{J^{-1}} \left( \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) \right. \quad (2.26b)$$

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{1}{J^{-1}} \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \right. \quad (2.26c)$$

$$\left| \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{J^{-1}} \left( \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) \right. \quad (2.27a)$$

$$\left| \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J^{-1}} \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) \right. \quad (2.27b)$$

$$\left| \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{1}{J^{-1}} \left( \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right) \right. \quad (2.27c)$$

$$\left| \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{1}{J^{-1}} \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) \right. \quad (2.28a)$$

$$\left| \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{J^{-1}} \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \right. \quad (2.28b)$$

$$\left| \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \frac{1}{J^{-1}} \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \right. \quad (2.28c)$$

Avec  $J^{-1}$  Jacobien de la transformation et qui est égal au volume de la cellule

Les termes de la matrice jacobienne traduisent les variations des coordonnées transformées en fonction de celles des coordonnées physiques. Or, par construction, on ne peut calculer directement que l'inverse, c'est-à-dire les termes de la matrice inverse donnant la variation des coordonnées physiques par rapport aux coordonnées transformées. Il faut donc reconstituer la matrice jacobienne à partir des termes de la matrice inverse.

$$J^{-1} = \det \left( \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \quad (2.29)$$

$$J^{-1} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (2.30)$$

Concernant les dérivées du second ordre et plus précisément le Laplacien d'une quantité  $q$  est en coordonnées généralisées de la forme :

$$\Delta q = g^{mn} \frac{\partial^2 q}{\partial \xi_m \partial \xi_n} \quad (2.31)$$

$$\text{avec } g^{mn} = \frac{\partial \xi_m \partial \xi_n}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{appelé Tenseur métrique contravariant}) \quad (2.32)$$

Zang et al.[ 29] ont utilisé les composantes de flux de volume :

$$U_m = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} u_j \quad (2.33)$$

Dans le même sens les auteurs on définit le tenseur d'inclinaison de maille :

$$G^{mn} = J^{-1} \frac{\partial \xi_m \partial \xi_n}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.34)$$

Par suite on obtient un système différentiel des équations de Navier-Stokes sous forme conservatives :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial U_m}{\partial \xi_m} = 0 \end{array} \right| \quad (2.35)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial (J^{-1} u_i)}{\partial t} + \frac{\partial F_{im}}{\partial \xi_m} = 0 \end{array} \right| \quad (2.36)$$

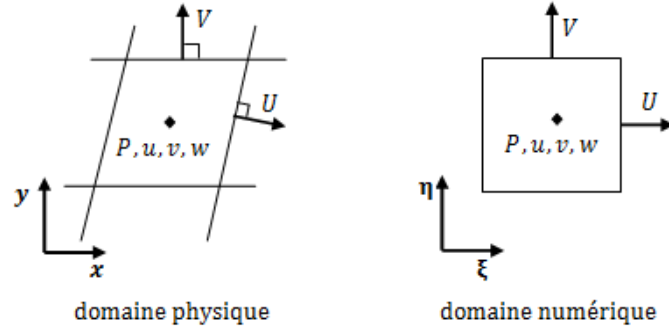
$$\text{avec } F_{im} = U_m u_i + J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} p + J^{-1} B_i - \nu G^{mn} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_n} \quad (2.37)$$

$$\text{et } \begin{cases} B_\xi = B_x \\ B_\eta = B_z = 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

Formellement ces équations ont la même structure que celle des équations de Navier-Stocks d'origine, et peuvent donc être résolues par les mêmes techniques numériques que celles développées pour un maillage cartésien.

## 2.6 Algorithme de résolution

D'après Zang et al. [23] toutes les vitesses cartésiennes sont posées et définies au centre du volume de contrôle, tandis que le flux de volume sont stockés au centre des facettes du volume de contrôle, cette technique est le principe du maillage non-entrelacé utilisé pour la présente méthode.



**Fig-2.3.** Principe du maillage non entrelacé.

Les termes de convection, de diffusion et le gradient de pression tous se trouve dans l'équation (2.37). Donc on peut écrire le système d'équations (2.35) et (2.36) sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{\partial U_m}{\partial \xi_m} = 0 \\ J^{-1} \frac{\partial u_i}{\partial t} = C_i + D_I(u_i) + D_E(u_i) + R_i(P) \end{cases} \quad (2.39)$$

$$avec \begin{cases} C_i = -\frac{\partial(U_m u_i)}{\partial \xi_m} & (2.41a) \\ D_I = \frac{\partial}{\partial \xi_m} \left( v G^{mn} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_n} \right) & \text{Avec } m = n & (2.41b) \\ D_E = \frac{\partial}{\partial \xi_m} \left( v G^{mn} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_n} \right) & \text{Avec } m \neq n & (2.41c) \\ R_i(P) = -\frac{\partial}{\partial \xi_m} \left( J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} P + J^{-1} B_i \right) & (2.41d) \end{cases}$$

En utilisant le schéma classique d'Adams-Bashforth/Crank-Nicolson [35] du second ordre où :

- La méthode d'Adams-Bashforth est utilisée pour les termes explicites. [30]
- Le schéma de Crank-Nicholson est employé pour les termes implicites. [31]

Ce résonnement de Kim et Moin [28] donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial U_m}{\partial \xi_m} = 0 \\ J^{-1} \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + R_i(P^{n+1}) + \frac{1}{2} D_i(u_i^{n+1} + u_i^n) \end{cases} \quad (2.42)$$

$$(2.43)$$

ou  $n$  représente le temps  $t$       $n = n \cdot \Delta t$

Cette technique est employée pour :

- Temps d'avancement des termes convectifs ;
- Temps d'avancement des termes diffusifs non-diagonales qui apparaissent dans les mailles non-orthogonales ( $G^{mn} \neq 0$  pour  $m \neq n$ ).

### 2.6.1 Utilisation de la méthode à pas fractionnel

L'équation (2.43) est décomposée et gouvernée par deux critères de calcul prédiction et correction :

#### **a-prédiction :**

Kim et Moin [28] ont proposé le calcul des vitesses intermédiaire  $u_i^*$  à partir des termes de convection et diffusion, et appliquée par Zang et Streets [23].

$$\left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_I\right) (u_i^* - u_i^n) = \frac{\Delta t}{J-1} \left[ \frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_i(u_i^n) \right] \quad (2.44)$$

#### **b-correction :**

Le champ de vitesse est corrigé par la contribution du champ de pression :

$$(u_i^{n+1} - u_i^*) = \frac{\Delta t}{J-1} R_i(\phi^{n+1}) \quad (2.45)$$

$$R_i(P) = \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_I\right) R_i(\phi) \quad (2.46)$$

Remarque : L'équation (2.46) relie la variable  $\phi$  et pression P.

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} (D_1 + D_2 + D_3)\right) (u_i^* - u_i^n) \\ &= \frac{\Delta t}{J-1} \left[ \frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_i(u_i^n) \right] \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$D_k = \frac{\partial}{\partial \xi_k} (v G^{kk} \frac{\partial U_i}{\partial \xi_k}) \quad (2.48)$$

Avec  $k=1, 2, 3$ , donc le côté gauche de l'équation (2.47) peut être approché en utilisant la technique de factorisation qui donne :

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_1\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_2\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_3\right) (u_i^* - u_i^n) \\ &= \frac{\Delta t}{J-1} \left[ \frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_i(u_i^n) \right] \end{aligned} \quad (2.49)$$

L'erreur de la ci-dessus factorisation est de l'ordre  $O(\Delta t^3)$ .

La résolution de l'équation (2.49) nécessite la résolution de trois matrices tri-diagonales. Concernant la condition de frontière pour la vitesse intermédiaire on utilise l'approche de Kim et Moin [28].

$$u_i^* = u_i^n \frac{\Delta t}{J^{-1}} R_i(\phi^n) + o(\Delta t^2) \quad (2.50)$$

### 2.6.2 Equation de poisson pour la pression

La pression  $\phi$  est obtenue en résolvant l'équation de pression de type poisson qui est obtenue en suivant la procédure ci-dessous :

En premier, le champ des vitesses cartésiennes de l'étape de prédiction est corrigé à l'aide de l'équation (2.45) aux faces du volume de contrôle, nous aurons donc :

$$(u_i^{n+1})_{face} = (u_i^*)_{face} - \Delta t \left( \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right)_{face} \quad (2.51)$$

En combinant l'équation (2.51) avec l'équation (2.33) nous obtenons ainsi :

$$U_m^{n+1} = U_m^* - \Delta t \left( G^{mn} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right) \quad (2.52)$$

avec  $U_m^* = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} U_j^*$  ; appelée vitesse contravariante intermédiaire

En substituant l'équation (2.52) dans l'équation de continuité (2.42) nous obtenons l'équation de pression de poisson :

$$\frac{\partial}{\partial \xi_m} \left( v G^{mn} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial U_m^*}{\partial x_m} \quad (2.53)$$

Cette équation est résolue par la technique de multigrid, cette technique a une procédure de résolution itérative efficace pour les équations elliptiques [35].

### 2.6.3 Tactique de résolution

Ainsi les équations qui permettent la résolution du problème en question sont :

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_1\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_2\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_3\right) (u_i^* - u_i^n) \\ = \frac{\Delta t}{J^{-1}} \left[ \frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_I(u_i^n) \right] \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi_m} \left( v G^{mn} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial U_m^*}{\partial x_m} \quad (2.55)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^* + \frac{\Delta t}{J^{-1}} R_i(\phi^{n+1}) \quad (2.56)$$

$$U_m^{n+1} = U_m^* - \Delta t \left( G^{mn} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right) \quad (2.57)$$

#### **1<sup>ère</sup> étape :**

Détermination de la vitesse cartésienne intermédiaire  $u_i^*$  au centre du volume de contrôle en utilisant l'équation (2.54).

#### **2<sup>ème</sup> étape :**

Interpolation de  $u_i^*$  aux facettes du volume de contrôle et calcul du côté droit de l'équation (2.55).

#### **3<sup>ème</sup> étape :**

Résolvant l'équation (2.55) par une technique de multigrade pour l'obtention de  $\phi^{(n+1)}$

#### **4<sup>ème</sup> étape :**

$$\text{obtenir } \begin{cases} u_i^{n+1} \text{ à partir de l'équation (2.56)} \\ U_m^{n+1} \text{ à partir de l'équation (2.57)} \end{cases}$$

## 2.7 Condition de stabilité

La condition de courant-Friedrich-Lewy souvent mentionnée exprime la compatibilité nécessaire entre domaine de dépendance théorique et domaine de dépendance numérique.

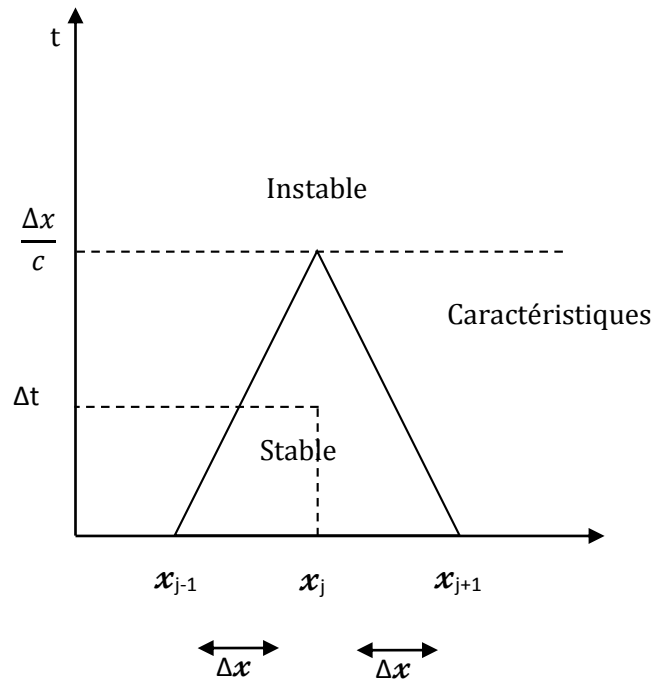


Fig.2.4- Domaine de dépendance et condition de stabilité CFL.

Le pas de temps  $\Delta t$  doit rester inférieur à la valeur limite au-delà de laquelle des parties du domaine de dépendance théorique ne seraient pas prises en compte dans le schéma numérique. Autrement dit le domaine de dépendance numérique issue du point  $(x_j, t_{n+1})$ , le triangle  $\{(x_{j-1}, t_n), (x_{j+1}, t_n), (x_j, t_{n+1})\}$  doit inclure le domaine de dépendance théorique correspondant.

La présente méthode est régie par la condition de CFL.

$$CFL = \left( \frac{|u|}{\Delta x} \frac{|v|}{\Delta y} \frac{|w|}{\Delta z} \right) \Delta t \quad (2.58. a)$$

$$CFL = (|U||V||W|) \frac{\Delta t}{J^{-1}} \quad (2.58. b)$$

La condition de stabilité pour la présente méthode numérique nécessite que :

$$\text{Max} \{CFL\} < C \approx 1 \quad (2.59)$$

Ou  $C$  est le nombre de courant.

L'organigramme schématisé dans la figure (2.5) résume l'algorithme utilisé.

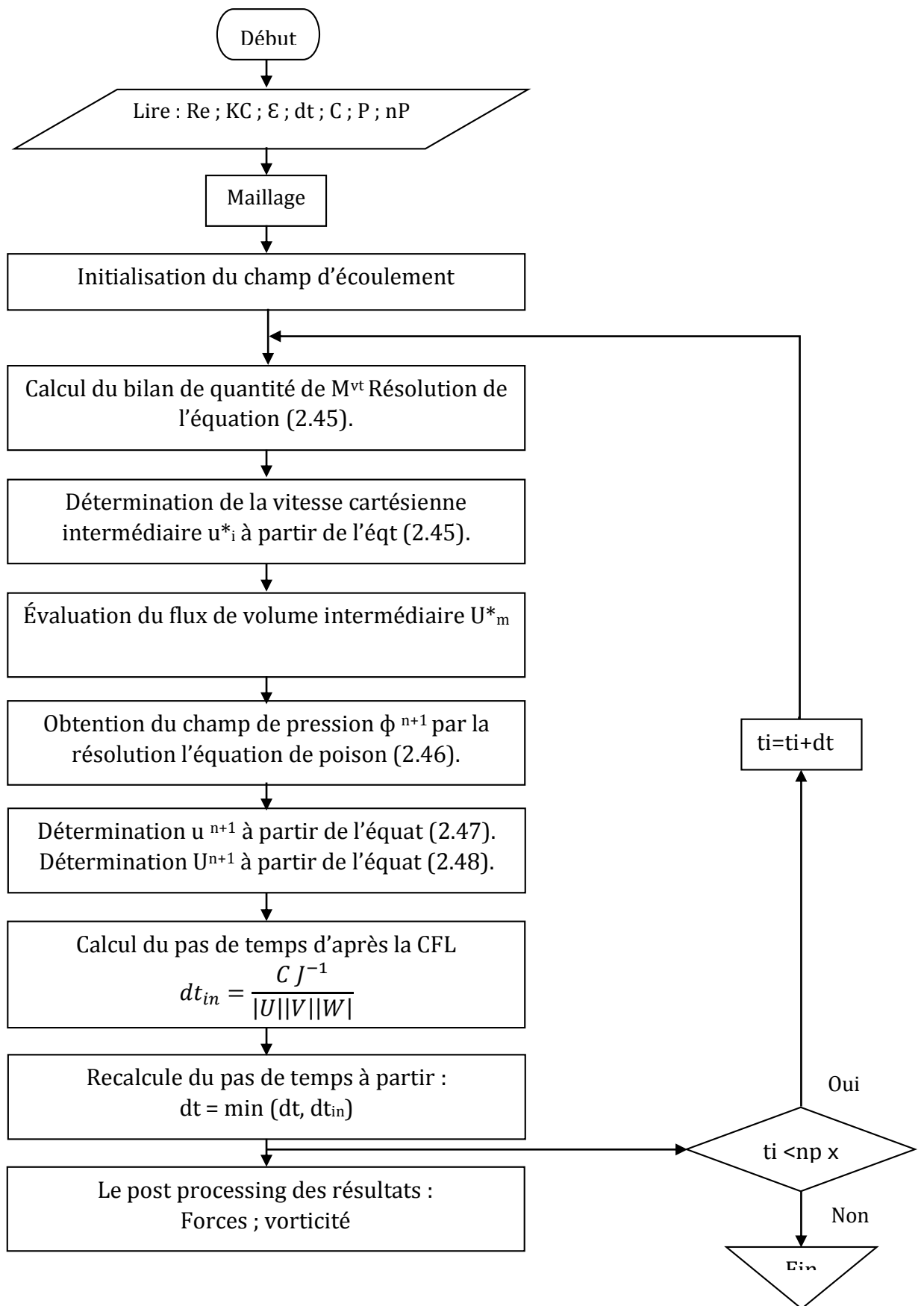


Fig.2.5- Organigramme de l'algorithme utilisé.

## 2.8 Évaluation du champ de vorticité et des forces hydrodynamiques

Toutes les investigations expérimentales montrent que la plupart des régimes des écoulements sont tridimensionnelles. L'analyse du champ instantané de vorticité est utile pour identifier les structures à grande échelle qui évoluent dans le domaine d'écoulement. Les forces qui agissent sur l'obstacle sont strictement liées au champ de vorticité évoluant dans le domaine environnant l'écoulement.

### 2.8.1 Champ de vorticité

Dans certaines circonstances, il est utile de décrire le champ de vitesse par l'intermédiaire de la vorticité  $\omega = \nabla \wedge u$ . Le champ est exprimé par des composantes cartésiennes :

$$\begin{cases} \omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{cases} \quad (2.60)$$

Les dérivées des équations (2.60) sont évaluées au centre des cellules du maillage en utilisant :

- Un schéma aux différences centrées de second ordre ;
- Des transformations entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées généralisées.

Pour décrire le tracé tourbillonnaire nous utiliserons la vorticité circonferentielle suivantes :

$$\omega_\theta = \omega_z \cos \theta - \omega_x \sin \theta \quad (2.61)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} R = \sqrt{x^2 + y^2} & (2.62. a) \\ \cos \theta = \frac{x}{a} & (2.62. b) \\ \sin \theta = \frac{y}{b} & (2.62. c) \\ R = \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} & (2.62. d) \end{cases}$$

Les composantes non-dimensionnels du champ de vorticité seront présentées dans des figures et discutées où :

$$\omega_i = \frac{\omega_{d,i} D}{U_{max}} \quad (2.63)$$

L'indice 'd' : indique que la grandeur est dimensionnelle.

## 2.8.2 Forces hydrodynamiques

La force totale sont décomposé par des composantes longitudinale  $F_{(A/B),x}$  (suivant l'axe x) ; et des composantes transversale  $F_{(A/B),y}$  (suivant l'axe des y) ; quant à la force de long du l'obstacle  $F_{(A/B),z}$ , cette dernière n'est pas utile est négligeable.

Ces forces résultent respectivement de la contribution des tensions de pression et de cisaillements le long des axes x et y, ainsi nous évaluerons séparément les quatre contributions comme suite :

$$F_{(d),x,p} = - \int_{SC} P_{(d)} n_i ds \quad (2.64a)$$

$$F_{(d),x,s} = - \int_{SC} \rho \vartheta \frac{\partial U_\tau}{\partial n} S_i ds \quad (2.64b)$$

$$F_{(d),y,p} = - \int_{SC} P_{(d)} n_j ds \quad (2.64c)$$

$$F_{(d),y,s} = - \int_{SC} \rho \vartheta \frac{\partial U_\tau}{\partial n} S_j ds \quad (2.64d)$$

Où :

- i et j : sont respectivement des vecteurs d'unité suivant l'axe x et y ;
- n et s : vecteurs d'unité suivant la direction normale et tangentielle de la surface d'obstacle ;
- ds : est la surface élémentaire ;
- Sc : la surface d'obstacle (cylindrique) ;
- $(\partial U_\tau / \partial n)$  : la contrainte de cisaillement sur la surface cylindrique.
- $P_{(d)}$  : pression dimensionnelle ;
- $\vartheta$  : viscosité cinématique du fluide.

Remarque : nous évaluerons à chaque instant les composantes des forces pendant le temps de calcul.

Ci-après les composantes des forces seront rendues sans dimensions avec :  $\rho U^2 \max D L_z$ .

Les forces surfaciques à savoir longitudinales  $F_x^S$  et transversales  $F_y^S$  qui agissent au-dessus d'un cylindre de longueur  $\Delta z$  sont définies comme suite :

$$F_{(d),x}^S = - \int_z^{z+\Delta z} \int_C (P_{(d)}n + \rho \vartheta \frac{\partial U_\tau^d}{\partial n} S) i \, dl \, dz \quad (2.65a)$$

$$F_{(d),y}^S = - \int_z^{z+\Delta z} \int_C (P_{(d)}n + \rho \vartheta \frac{\partial U_\tau^d}{\partial n} S) j \, dl \, dz \quad (2.65b)$$

- $c$  : le périmètre.
- $dl$  : pas élémentaire curviligne le long du périmètre.
- $dz$  : pas élémentaire le long de direction axiale du cylindre.

Les forces surfaciques non-dimensionnelles longitudinales et transversales sont utilisées pour décrire les effets 3D le long de la direction axiale et elles sont de la forme :

$$F_x^S = \frac{F_{d,x}^S}{U_{max}^2 \Delta Z} \quad (2.66a)$$

$$F_y^S = \frac{F_{d,y}^S}{U_{max}^2 \Delta Z} \quad (2.66b)$$

Afin de calculer le coefficient de traînée  $C_D$  et le coefficient d'inertie  $C_m$  de l'équation de Morrison, la force totale  $F_{x,t}$  a été considéré composé par la somme de :

La contribution non-dimensionnelle de Froude-Krylov :

$$\left( \frac{\pi^2}{2Kc} \right) \cos(2\pi t) \quad (2.67)$$

La force longitudinale non-dimensionnelle :

$$F_x = F_{x,p} + F_{x,s} \quad (2.68)$$

### 2.8.2 Coefficients de Morison

Pour les écoulements purement périodiques la force longitudinale totale prend la forme de l'équation de Morison. Parce que le champ d'écoulement régie par un mouvement sinusoïdal de l'équation (2.1), les coefficients de trainé et d'inertie se calculent par l'analyse de fourrier de la force comme suite :

$$C_D = \frac{2 \int_0^T F_x \sin \omega t \, dt}{\int_0^T |\sin \omega t| \sin \omega t^2 \, dt} \quad (2.69a)$$

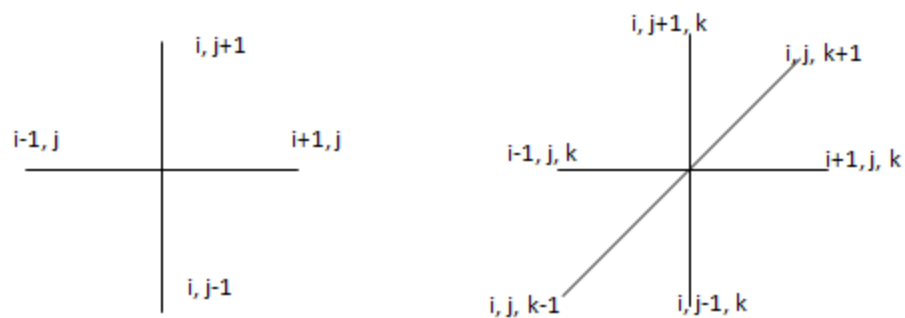
$$C_m = \frac{2 \int_0^T F_x \cos \omega t \, dt}{\frac{\pi D \omega}{U_{max}} \int_0^T \cos \omega t^2 \, dt} \quad (2.69b)$$

Le même procédé est employé pour le calcul des coefficients de Morrison surfacique  $C_m^S$  et  $C_D^S$  à partir de la force longitudinale surfacique  $F_x^S$ .

## Chapitre 3. Discrétisation

### 3.1- Présentation générale

En vue de passage d'un problème exacte (continue) au problème approché (discret), nous disposons de plusieurs techniques concurrentes et complémentaires concernent les DF, VF, EF. La méthode utilisée pour résoudre ce problème est celle des différences finies du second ordre de précision, cette méthode correspond à la formulation des équations de la physique suivant un équilibre des forces en chaque point.



**Fig.3.1** – Grilles différences finies bidimensionnelles et tridimensionnelles.

### 3.2 Principe de la discrétisation géométrique

Dans notre cas, en un domaine parallélépipédique en 3 dimensions de côtés parallèles aux axes, nous construirons une grille de discrétisation en différence finies par quadrillage selon les directions des axes. Cette discrétisation est faite à l'aide d'un schéma centrées et un maillage non-entrelacé.

La pression et les composantes des vitesses cartésiennes sont définis au centre et le flux de volume sont définis aux centres des facettes correspondantes du volume de control.

Le principe de la méthode des différences finies en coordonnées généralisées est :

Soit les quantités différentielles suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} qi = \frac{\partial q}{\partial \xi} \\ qj = \frac{\partial q}{\partial \eta} \\ qk = \frac{\partial q}{\partial \zeta} \end{array} \right. \text{ ces equations deviendront } \left\{ \begin{array}{l} q\xi = \frac{1}{\Delta \xi} (q_{i+\frac{1}{2},j,k} - q_{i-\frac{1}{2},j,k}) \\ q\eta = \frac{1}{\Delta \eta} (q_{i,j+\frac{1}{2},k} - q_{i,j-\frac{1}{2},k}) \\ q\zeta = \frac{1}{\Delta \zeta} (q_{i,j,k+\frac{1}{2}} - q_{i,j,k-\frac{1}{2}}) \end{array} \right. \quad (3.1. a)$$

$$\text{pour le maillage numérique } \Delta \xi = \Delta \eta = \Delta \zeta = 1 \quad (3.2)$$

$$\text{on obtient par suite } \left\{ \begin{array}{l} q\xi = q_{i+\frac{1}{2},j,k} - q_{i-\frac{1}{2},j,k} \\ q\eta = q_{i,j+\frac{1}{2},k} - q_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ q\zeta = q_{i,j,k+\frac{1}{2}} - q_{i,j,k-\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (3.3. a)$$

$$(3.3. b)$$

$$(3.3. c)$$

### III.3-Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement

Les équations des quantités du mouvement sont résolues d'après la tactique précédente, et le champ de vitesse sera évalué à partir de l'équation (3.4) suivantes :

$$\left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_1\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_2\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_3\right) \delta u_i = RHS \quad (3.4)$$

$$\text{avec : } \delta u_i = u_i^* - u_i^n \quad (3.5. a)$$

$$RHS = \frac{\Delta t}{J-1} \left[ \frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_I(u_i^n) \right] \quad (3.5. b)$$

- $\delta u_i$ : Incrément de vitesses cartésiennes
- $RHS$  : Bilan de quantité de mouvement.
- $C_i, D_I$  avec  $m=n$ ,  $D_E$  avec  $m \neq n$  et  $Ri(P)$  sont définit par les équations (2.41)

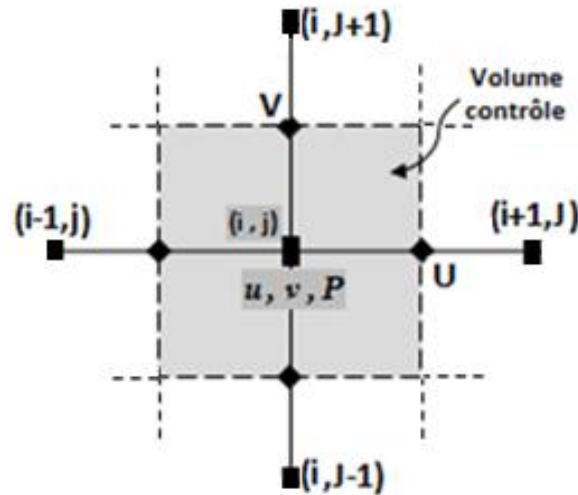


Fig.3.2 – Discrétisation en projection bidimensionnelle.

### 3.3.1 Évaluation du bilan de quantité de mouvement (RHS)

En premier lieu, nous évaluerons le bilan de la première équation de la quantité du mouvement suivant la direction x puis les autres ultérieurement par le même principe :

#### *a-Terms de convection*

Le terme de convection pour la 1<sup>ère</sup> équation de quantité de mouvement est :

$$C_i = -\frac{\partial(U_1 u_1)}{\partial \xi_1} - \frac{\partial(U_2 u_1)}{\partial \xi_2} - \frac{\partial(U_3 u_1)}{\partial \xi_3} \quad (3.6. a)$$

$$\text{ou simplement } C_i = -\frac{\partial(Uu)}{\partial \xi} - \frac{\partial(Vu)}{\partial \eta} - \frac{\partial(Wu)}{\partial \zeta} \quad (3.6. b)$$

Nous aurons donc :

$$C_i = -\left( U_{i+\frac{1}{2},j,k} u_{i+\frac{1}{2},j,k} - U_{i-\frac{1}{2},j,k} u_{i-\frac{1}{2},j,k} \right) - \left( V_{i,j+\frac{1}{2},k} u_{i,j+\frac{1}{2},k} - V_{i,j-\frac{1}{2},k} u_{i,j-\frac{1}{2},k} \right) - \left( W_{i,j,k+\frac{1}{2}} u_{i,j,k+\frac{1}{2}} - W_{i,j,k-\frac{1}{2}} u_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.7)$$

Nous savons que les composantes cartésiennes de la vitesse  $(u,v,w)$  sont définies aux point  $(i,j,k)$ , tandis que les composantes du flux de volume  $U,V$  et  $W$  sont définit respectivement aux point  $(i + \frac{1}{2}, j, k), (i, j + \frac{1}{2}, k), (i, j, k + \frac{1}{2})$ . une interpolation

linéaire est utilisé pour définir la composante de vitesse  $u$  aux points  $(i+\frac{1}{2},j,k),(i,j+\frac{1}{2},k),(i,j,k+\frac{1}{2})$ .

$$u_{i+\frac{1}{2},j,k} = 0.5(u_{i+1,j,k} + u_{i,j,k}) \quad (3.8. a)$$

$$u_{i,j+\frac{1}{2},k} = 0.5(u_{i,j+1,k} + u_{i,j,k}) \quad (3.8. b)$$

$$u_{i,j,k+\frac{1}{2}} = 0.5(u_{i,j,k+1} + u_{i,j,k}) \quad (3.8. c)$$

Le même raisonnement et le même principe d'interpolation est appliquée pour la variable  $u$  exprimé aux points  $(i-\frac{1}{2},j,k),(i,j-\frac{1}{2},k),(i,j,k-\frac{1}{2})$  dans l'équation (3.7).

Les équations (3.8) sont remplacées dans l'équation (3.7) pour l'obtention du terme de convection.

### ***b-Terms de diffusions non-diagonales***

$$D_E = \frac{\partial}{\partial \xi_m} \left( vG^{mn} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_n} \right) \quad \text{Avec } m \neq n$$

$$D_E = \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( vG^{1n} \frac{\partial u}{\partial \xi_n} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( vG^{2n} \frac{\partial u}{\partial \xi_n} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left( vG^{3n} \frac{\partial u}{\partial \xi_n} \right) \quad \text{Avec } m \neq n$$

$$D_E = \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( vG^{12} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} + vG^{13} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( vG^{21} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{23} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left( vG^{31} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{32} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)$$

Cette quantité est évaluée par schéma aux différences centrées au point  $(i,j,k)$  :

$$\begin{aligned} D_E = & + \left( vG^{12} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} + vG^{13} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} - \left( vG^{12} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} + vG^{13} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i-\frac{1}{2},j,k} \\ & + \left( vG^{21} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{23} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j+\frac{1}{2},k} - \left( vG^{21} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{23} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ & + \left( vG^{31} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{32} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \left( vG^{31} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{32} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j,k-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Pour l'évaluation de cette équation on doit exprimer les dérivées partielles de la vitesse :

$$\left( \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} = u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} - u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} \quad (3.10. a)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} = u_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}} - u_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}} \quad (3.10. b)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i,j+\frac{1}{2},k} = u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} - u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} \quad (3.10.c)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} = u_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} - u_{i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} \quad (3.10.d)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = u_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}} - u_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}} \quad (3.10.e)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = u_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} - u_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} \quad (3.10.f)$$

La composante de vitesse  $u$  exprimée aux points  $(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k)$  est évaluée par une double interpolation linéaire :

$$u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} = 0.25(u_{i,j,k} + u_{i,j+1,k} + u_{i+1,j,k} + u_{i+1,j+1,k}) \quad (3.11)$$

Le même principe d'interpolation est appliqué la variable  $u$  exprimée aux points  $(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2})$  et  $(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})$ .

### ***c-Terms de diffusions diagonales***

Le terme s'écrit sous la forme suivante :  $D_l = \frac{\partial}{\partial \xi_m} \left( \nu G^{mn} \frac{\partial u}{\partial \xi_n} \right)$  Avec  $m = n$

Par suit nous aurons :  $D_l = \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \nu G^{11} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( \nu G^{22} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left( \nu G^{33} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)$

En utilisant un schéma aux différences centrées nous obtenons :

$$D_l = \left( \nu G^{11} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} - \left( \nu G^{11} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i-\frac{1}{2},j,k} + \left( \nu G^{22} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j+\frac{1}{2},k} - \left( \nu G^{22} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j-\frac{1}{2},k} + \left( \nu G^{33} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \left( \nu G^{33} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j,k-\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

Nous remarquons bien que pour évaluer cette quantité il suffise de déterminer les dérivées partielles de la vitesse cartésienne.

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} = u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k} \quad (3.13a)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j+\frac{1}{2},k} = u_{i,j+1,k} - u_{i,j,k} \quad (3.13b)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = u_{i,j,k+1} - u_{i,j,k} \quad (3.13c)$$

**Remarque :**

Le même principe de discrétisation est appliqué les deux autres équations de quantité de mouvement.

### 3.3.2 Évaluation de la vitesse

Une fois que le bilan de quantité de mouvement (*RHS*) est déterminé selon l'équation (3.5), nous devons déterminer en suite le champ de vitesse selon l'équation (3.4). La technique pour résoudre telle équation se résume comme suit :

- Premièrement nous résoudrons l'équation suivante :

$$RHS = \left( 1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_1 \right) X^a \quad (3.14)$$

- Après avoir déterminé le champ  $X^a$  dérivant de l'équation (3.14), en second lieu nous évaluerons le champ  $X^b$  dérivant de l'équation suivante :

$$X^a = \left( 1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_2 \right) X^b \quad (3.15)$$

- En dernier étape nous déterminerons le champ  $X$  à partir de l'équation suivante :

$$X = \left( 1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_3 \right) X^b \quad (3.16)$$

L'équation (3.14) peut être écrite sous la forme suivante :

$$X^a - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( vG^{11} \frac{\partial X^a}{\partial \xi_1} \right) = RHS$$

Cette équation est écrite sous sa forme discrète en utilisant un schéma aux différences centrées au point (i, j, k) :

$$X^a_{i,j,k} - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \left[ \left( vG^{11} \frac{\partial X^a}{\partial \xi_1} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} - \left( vG^{11} \frac{\partial X^a}{\partial \xi_1} \right)_{i-\frac{1}{2},j,k} \right] = RHS \quad (3.17)$$

Les termes de la dernière équation sont évalués de la même manière faite dans le précédent paragraphe, sachant que la quantité  $X^a$  est défini aux point  $(i, j, k)$  puisqu'elle est relative à  $\delta u$ , nous obtenons par suite :

$$\alpha^a_{i,j,k} X^a_{i+1,j,k} + \beta^a_{i,j,k} X^a_{i,j,k} + \gamma^a_{i,j,k} X^a_{i-1,j,k} = Y^a_{i,j,k} \quad (3.18)$$

Avec

$$\alpha^a_{i,j,k} = \frac{-\frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu G^{11}_{i-\frac{1}{2},j,k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu \left( G^{11}_{i+\frac{1}{2},j,k} + G^{11}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right)} \quad (3.19a)$$

$$\beta^a_{i,j,k} = 1 \quad (3.19b)$$

$$\gamma^a_{i,j,k} = \frac{-\frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu G^{11}_{i+\frac{1}{2},j,k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu \left( G^{11}_{i+\frac{1}{2},j,k} + G^{11}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right)} \quad (3.19c)$$

$$Y^a_{i,j,k} = \frac{RHS}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu \left( G^{11}_{i-\frac{1}{2},j,k} + G^{11}_{i+\frac{1}{2},j,k} \right)} \quad (3.19d)$$

Ainsi pour tout le domaine de calcul  $(i=l, j_x ; j=l, j_y ; k=l, j_z)$  on obtient un système d'équations algébriques tridiagonal qui est facile à résoudre en utilisant la méthode Gauss.

Le même principe de calcul précédent est appliqué pour les équations (3.15) et nous obtenons donc :

$$\alpha^b_{i,j,k} X^b_{i,j+1,k} + \beta^b_{i,j,k} X^b_{i,j,k} + \gamma^b_{i,j,k} X^b_{i,j-1,k} = Y^b_{i,j,k} \quad (3.20)$$

avec

$$\alpha^b_{i,j,k} = \frac{-\frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu G^{22}_{i,j-\frac{1}{2},k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu \left( G^{22}_{i,j+\frac{1}{2},k} + G^{22}_{i,j-\frac{1}{2},k} \right)} \quad (3.21a)$$

$$\beta^b_{i,j,k} = 1 \quad (3.21b)$$

$$\gamma^b_{i,j,k} = \frac{-\frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu G^{22}_{i,j+\frac{1}{2},k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu \left( G^{22}_{i,j+\frac{1}{2},k} + G^{22}_{i,j-\frac{1}{2},k} \right)} \quad (3.21c)$$

$$Y^a_{i,j,k} = \frac{X^a_{i,j,k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu \left( G^{22}_{i,j+\frac{1}{2},k} + G^{22}_{i,j-\frac{1}{2},k} \right)} \quad (3.21d)$$

Finalement nous obtenons l'incrément du champ de vitesse  $\delta u$  comme suite :

$$\alpha_{i,j,k} \delta u_{i,j,k} + \beta_{i,j,k} \delta u_{i,j,k} + \gamma_{i,j,k} \delta u_{i,j,k} = Y_{i,j,k} \quad (3.22)$$

$$\alpha_{i,j,k} = \frac{-\frac{\Delta t}{2J^1} \nu G_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{33}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu \left( G_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{33} + G_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{33} \right)} \quad (3.23a)$$

$$\beta_{i,j,k}^a = 1 \quad (3.23b)$$

$$\gamma_{i,j,k}^b = \frac{-\frac{\Delta t}{2J^1} \nu G_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{33}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu \left( G_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{33} + G_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{33} \right)} \quad (3.23c)$$

$$Y_{i,j,k} = \frac{X_{i,j,k}^b}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \nu \left( G_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{33} + G_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{33} \right)} \quad (3.23d)$$

Avec

**Remarque :**

Les incréments du champ de vitesse ( $\delta v$  et  $\delta w$ ) sont calculés par le même principe et même procédure utilisé pour  $\delta u$ .

### 3.4- Discrétisation de l'équation de poisson de pression

Selon Zang et al. [23] le champ de pression est déterminé à partir de l'équation de poisson qui est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( G^{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{12} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{13} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( G^{21} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{22} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{23} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left( G^{31} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{32} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{33} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) = \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{\partial U_1^*}{\partial \xi_1} + \frac{\partial U_1^*}{\partial \xi_2} + \frac{\partial U_1^*}{\partial \xi_3} \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\text{Cette équation est de la forme} \quad \mathbf{L}\phi = \mathbf{S} \quad (3.25)$$

Ou S est le terme source de l'équation de poisson tandis que  $\mathbf{L}$  est l'opérateur différentiel qui est :

$$\begin{aligned} L\phi = \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( G^{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{12} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{13} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( G^{21} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{22} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{23} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left( G^{31} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{32} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{33} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

L'équation de poisson (3.24) c'est une équation du type elliptique ou ces coefficients sont seulement les tenseurs métriques du maillage, elle est résolue par la technique de multigrid.

La technique de multigrid basée sur un schéma aux différences centrées et une procédure itérative de sous-relaxation (S.O.R) donne :

$$\phi_{i,j,k}^{m+1} = \phi_{i,j,k}^m + \omega \left( \frac{L\phi_{i,j,k}^m - S_{i,j,k}}{|L|} \right) \quad (3.27)$$

- m : indique la m<sup>ème</sup> tération réalisée au cours du processus itératif de la pression.
- $\omega$  : est le facteur de relaxation (choisi ici ( $\omega < 1$ ))
- $|L|$  : module de l'opérateur aux différences  $L \phi_{i,j,k}^m$  au point (i, j, k) :

$$|L| = G_{i+\frac{1}{2},j,k}^{11} + G_{i-\frac{1}{2},j,k}^{11} + G_{i,j+\frac{1}{2}}^{22} + G_{i,j-\frac{1}{2},k}^{22} + G_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{33} + G_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{33} \quad (3.28)$$

## Chapitre 4 Génération du maillage

La génération du maillage exige pour un numéricien des connaissances approfondies en mathématique, informatique, et des phénomènes physiques. La mécanique des fluides conduit à des exigences sur la finesse de la discrétisation utilisée pour le calcul (différence finie, volume fini). La nécessité d'une bonne représentation du domaine physique dans le cas d'un problème extérieur (écoulement autour d'un obstacle) problème qui, théoriquement, se pose en milieu infini lorsqu'ils sont modélisés sur un ordinateur.

Dans les méthodes de différences finies la bonne traduction sur un ordinateur des modèles théoriques (numérique, analytique, algébrique) d'un espace physique à un espace numérique représente la base de la génération du maillage.

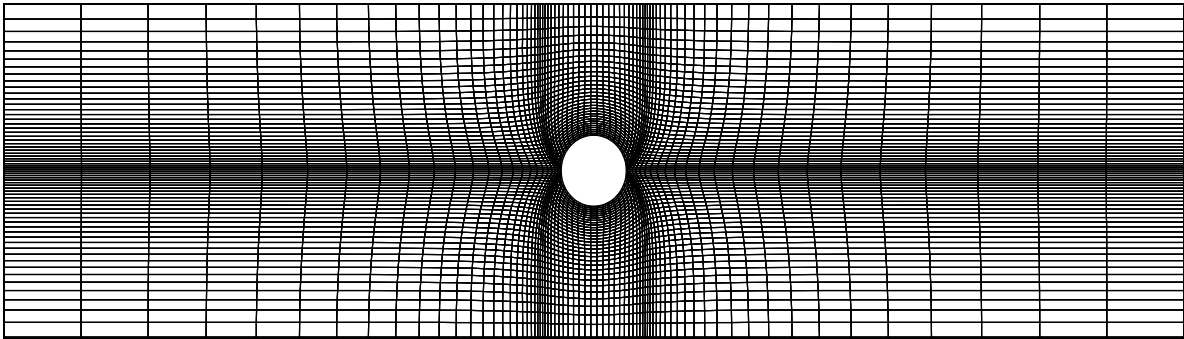
L'expérience montre que la qualité du maillage est cruciale pour avoir de bons résultats (lignes en 2D). Les conditions aux limites et la géométrie sont les paramètres qui permettent de choisir la bonne topologie du maillage. Il y a différents types de maillage du type O, type H, type C...etc.

### 4.1 Adaptation du maillage

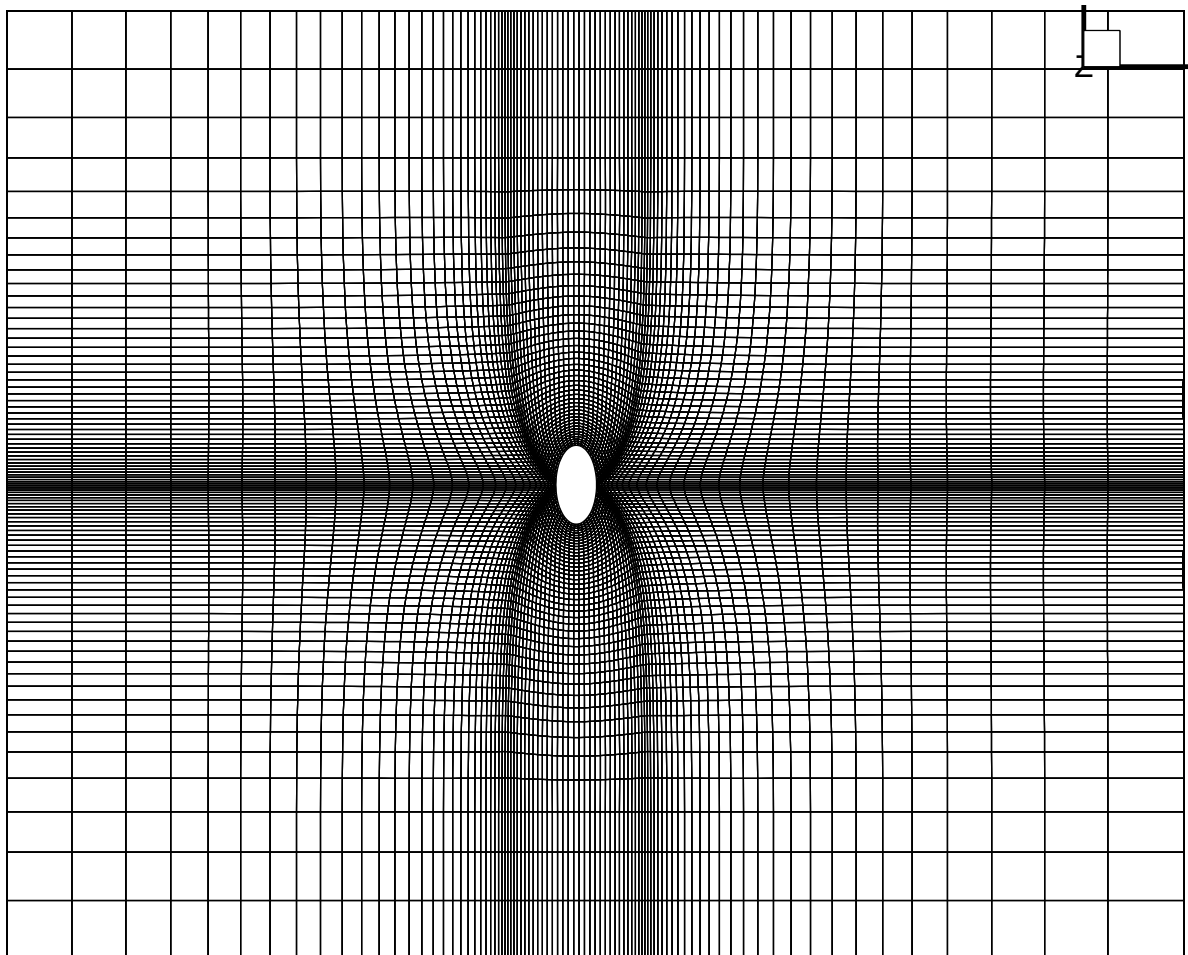
Le code source utilise une topologie d'un maillage type H créé pour répondre aux besoins d'une étude de régime infini du cylindre (l'analyse des rangées de cylindre). Cependant, la présente étude appréhende un écoulement oscillatoire autour d'un cylindre solitaire ayant une forme elliptique variable (diamètre), ce qui nous a amené à faire une modification de certains paramètres liés à la forme et à la mise des conditions périodiques sur les frontières en suivant ces étapes pour adapter le maillage :

- Garder la même topologie du maillage type H avec une discrétisation de façon régulière sur la frontière du solide et faire un raffinement sur la paroi physique.

- Eliminer les segments qui se trouvent hors de la forme et du domaine, puis relier les segments extérieurs entre eux.
- Répartition régulière des segments.
- Le domaine est choisi symétrique par rapport au plan longitudinale  $y=0$ , et au plan transversal  $x=0$ .



**Fig.4.1.a** - schéma physique pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 0.9$



**Fig.4.1.b**- schéma physique pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 0.5$

## 4.2 Procédure de génération de maillage

Le maillage est généré à partir des équations qui relient le domaine physique au domaine numérique :

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta) \end{array} \right. \quad (4.1a)$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta) \end{array} \right. \quad (4.1b)$$

Où P et Q sont les fonctions qui permettent le contrôle de l'orientation de la courbure et le pas d'espace ( $\Delta x, \Delta y$ ).

Les équations (4.1) sont transformées au domaine numérique en inter-changeant les rôles des variables indépendantes et dépendantes, ceci donnera deux équations elliptiques de la forme :

$$\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \beta \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = S_x \quad (4.2a)$$

$$\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \beta \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = S_y \quad (4.2b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \end{array} \right| \quad (4.3a)$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta = \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \end{array} \right| \quad (4.3b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = -2 \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \end{array} \right| \quad (4.3c)$$

$$\left. \begin{array}{l} J = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \end{array} \right| \quad (4.3d)$$

$$\left. \begin{array}{l} S_x = -J^2 \left( P \frac{\partial x}{\partial \xi} + Q \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \end{array} \right| \quad (4.3e)$$

$$\left. \begin{array}{l} S_y = -J^2 \left( P \frac{\partial y}{\partial \xi} + Q \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \end{array} \right| \quad (4.3f)$$

Pour résoudre l'équation de poisson nous utiliserons la technique de Sorenson [22], qui permet de générer le maillage dans l'espace numérique voir l'équation (4.2).

Pour la précision et pour accélérer la convergence, nous utiliserons un schéma aux différences centrées et une méthode itérative de (S.O.R) qui donne :

$$x_{i,j}^{m+1} = x_{i,j}^m + w \left( \frac{\alpha(x_{i,j}^m + x_{i-1,j}^m) + \gamma x_{\xi\eta}^m + \beta(x_{i,j+1}^m + x_{i,j-1}^m) - S_x}{2(\alpha + \beta)} - x_{i,j}^m \right) \quad (4.4a)$$

$$y_{i,j}^{m+1} = y_{i,j}^m + w \left( \frac{\alpha(y_{i,j}^m + y_{i-1,j}^m) + \gamma y_{\xi\eta}^m + \beta(y_{i,j+1}^m + y_{i,j-1}^m) - S_y}{2(\alpha + \beta)} - y_{i,j}^m \right) \quad (4.4b)$$

Avec

$$\begin{cases} x_{\xi\eta}^m = 0.25(x_{i+1,j+1} - x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j+1} + x_{i-1,j-1}) \\ y_{\xi\eta}^m = 0.25(y_{i+1,j+1} - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1} + y_{i-1,j-1}) \end{cases} \quad (4.5a)$$

$$y_{\xi\eta}^m = 0.25(y_{i+1,j+1} - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1} + y_{i-1,j-1}) \quad (4.5b)$$

Pour orienter la courbure des lignes du maillage et l'espacement des grilles nous utiliserons des fonctions de contrôle dans la technique de Sorenson [22] et qui sont de forme suivante :

$$P_{i,j} = P_{i,j \min} e^{c_1 \frac{j}{Nm}} + P_{i,j \max} e^{c_2 \frac{j_{\max} j}{Nm}} \quad (4.6a)$$

$$Q_{i,j} = Q_{i,j \min} e^{c_1 \frac{j}{Nm}} + Q_{i,j \max} e^{c_2 \frac{j_{\max} j}{Nm}} \quad (4.6b)$$

Avec  $P_{i,j \min}$ ,  $Q_{i,j \min}$ ,  $P_{i,j \max}$ ,  $Q_{i,j \max}$  : fonctions de contrôle estimées aux frontières, pour assurer l'orthogonalité avec les parois solide et indiquer l'espacement entre les lignes.

Les fonctions P et Q aux frontières sont de la forme :

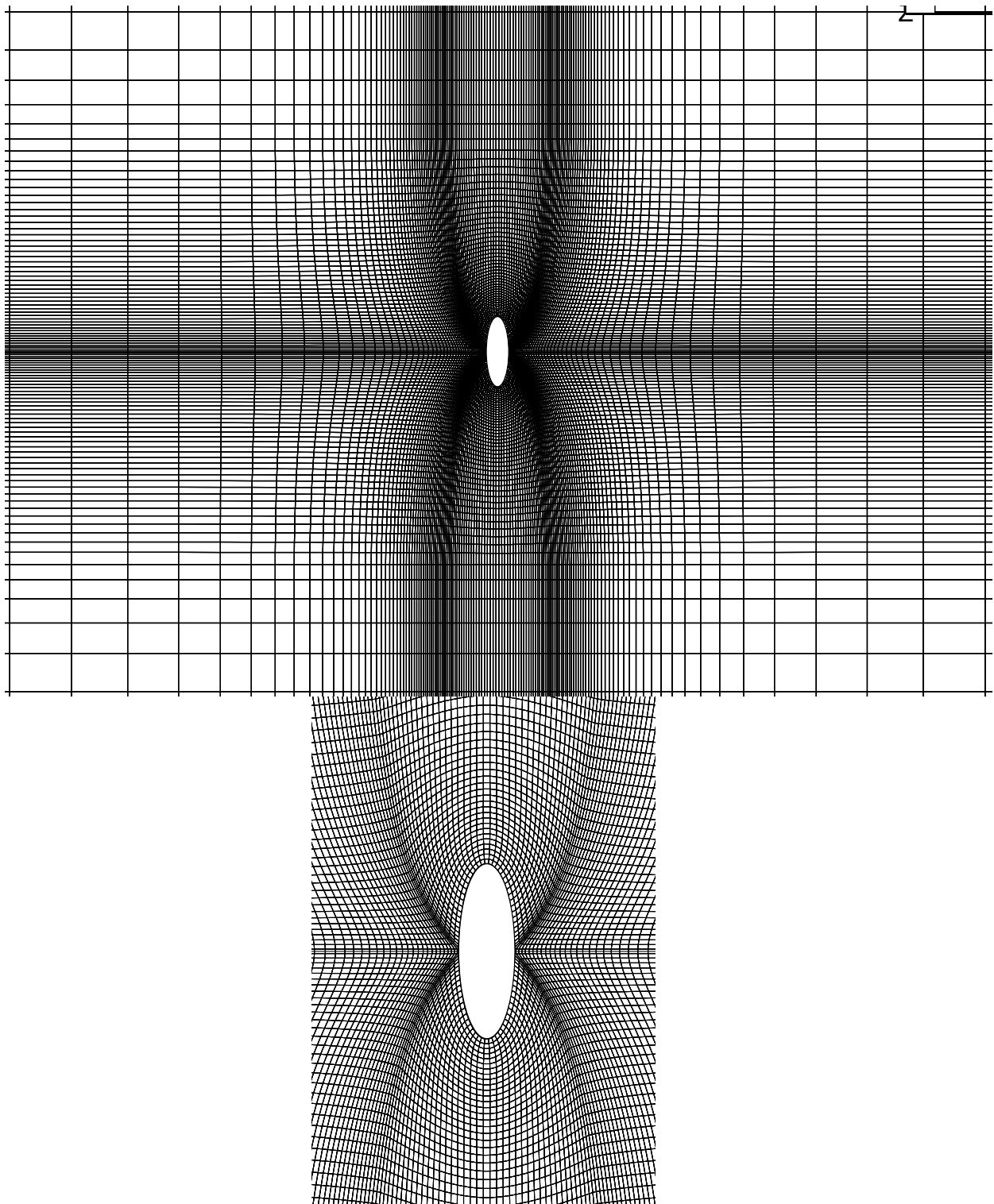
$$P = \frac{\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}}{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2} - \frac{\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2}}{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2} \quad (4.7a)$$

$$Q = \frac{\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \eta^2} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2}}{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2} - \frac{\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}}{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2} \quad (4.7b)$$

Ces fonctions de contrôle de Sorenson [22] assurent l'orthogonalité du maillage aux frontières et laissent indiquer l'espacement entre les lignes.

### 4.3 Génération du maillage

La technique utilisée dans la présente étude, permet de généré des maillages de haute qualité, avec les lignes orthogonales à la frontière solide, y compris la surface de corps, et très sérées de la surface de l'obstacle. Le maillage est uniforme dans la direction axiale. Un exemple de la topologie de maillage utilisé pour les plans  $z=cts$  est montré dans la figure 4.2



**Fig.4.2-** Maillage utilisé dans le calcul  $\varepsilon = 0.3$ [plan (x-y)]  
Vue complète et vue au voisinage de l'obstacle

## Chapitre 5. Résultats et Discussions

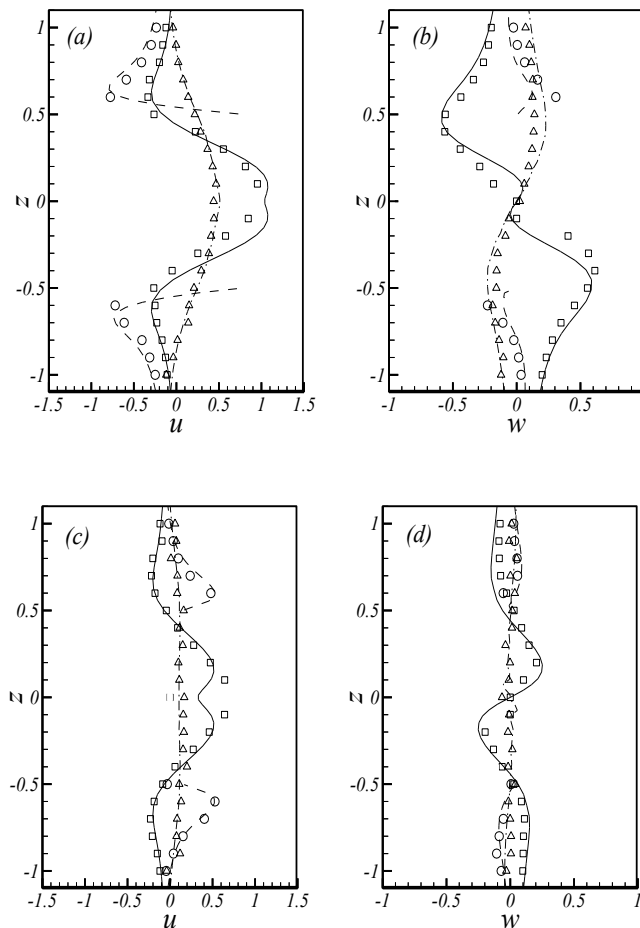
La simulation numérique des écoulements est un formidable outil aussi bien pour essayer de mieux comprendre les mécanismes physiques que pour la conception et le développement dans l'industrie. Son utilisation courante a été rendue possible par les progrès réalisés dans le domaine de la résolution numérique des équations de la mécanique des fluides et surtout par l'explosion des moyens de calcul. Aujourd'hui, la simulation numérique est un véritable complément aux études expérimentales et permet de limiter le nombre d'essais, entraînant une réduction des coûts et des délais de conception, et constitue ainsi un enjeu économique majeur.

Dans cette étude la simulation a été faite par un code développé au laboratoire de « modélisation numériques des phénomènes mécaniques » à l'université de Mostaganem. Cette méthode numérique a été largement utilisée pour l'analyse des écoulements laminaires oscillatoires autour des cylindres circulaires [15].

### 5.1 Validation du code [15]

Les résultats présentés ici ont été obtenus en utilisant le code numérique utilisé dans les premiers travaux de Nehari et al. [15] pour la prédiction et l'analyse des écoulements oscillatoire autour des cylindres circulaires. La validation du code numérique 3D a été réalisée par les derniers auteurs [15] par rapport aux données expérimentales fournies par Deutsch et al. (DDBL98) [17] et en utilisant également les résultats d'un code informatique 2D de Pentek et al. [18], qui utilise une méthode de différence spectrale-finis mixtes pour résoudre les équations de Navier-Stokes en coordonné polaire pour un seul cylindre. Les détails sur les tests de validation sont dans les documents cités et sont également présentés ci-dessous.

La figure 5.1 montre une comparaison entre les composantes longitudinales et transversales du champ de vitesse mesuré dans les expériences de **DDBL98** [17] et ceux calculés avec le présent modèle 3D. La comparaison est effectuée près de la surface du cylindre durant une période  $N_c$  et à différentes phases de position  $t_p$  où  $t_p=(t-N_cT)/T$  et  $N_cT < t < (N_c+1)T$ . Les résultats indiquent que le champ de vitesse est bien prédit par la présente méthode numérique.



**Fig.5.1-** Comparaison des composantes de la vitesse obtenues avec le modèle numérique et ceux mesuré dans les expériences de Deutsch et al. [17], à trois sections transversales, en régime A:

- a) composante longitudinale pour  $t_p=0.75$ ;
- b) composante transversale pour  $t_p=0.75$ ;
- c) composante longitudinale pour  $t_p=1.0$ ;
- d) composante transversale pour  $t_p=1.0$ .

Les symboles et les lignes référant respectivement aux résultats expérimentaux et numériques.

( $\Delta$ ,  $x=-0.8$ ;  $o$ ,  $x=0$ ;  $\square$ ,  $x=0.8$ ).

## 5.2 Résultats Discussion pour un écoulement en régime A

L'effet du rapport elliptique a été étudié pour 200 cycles d'écoulement en régime A de la carte TB90 [9] ( $Re=100$  et  $KC=5$ ) et qui a la particularité d'être un régime symétrique et bidimensionnel.

Le rapport elliptique  $\varepsilon = (a/b)$  a été changé dans une large gamme (de 1 jusqu'à 0.1) allant du cas d'un cylindre circulaire au cas d'un cylindre à section elliptique très effilé. Le tableau 5.1 montre les cas examinés, ainsi que les dimensions du domaine physique et les paramètres numériques de simulation.

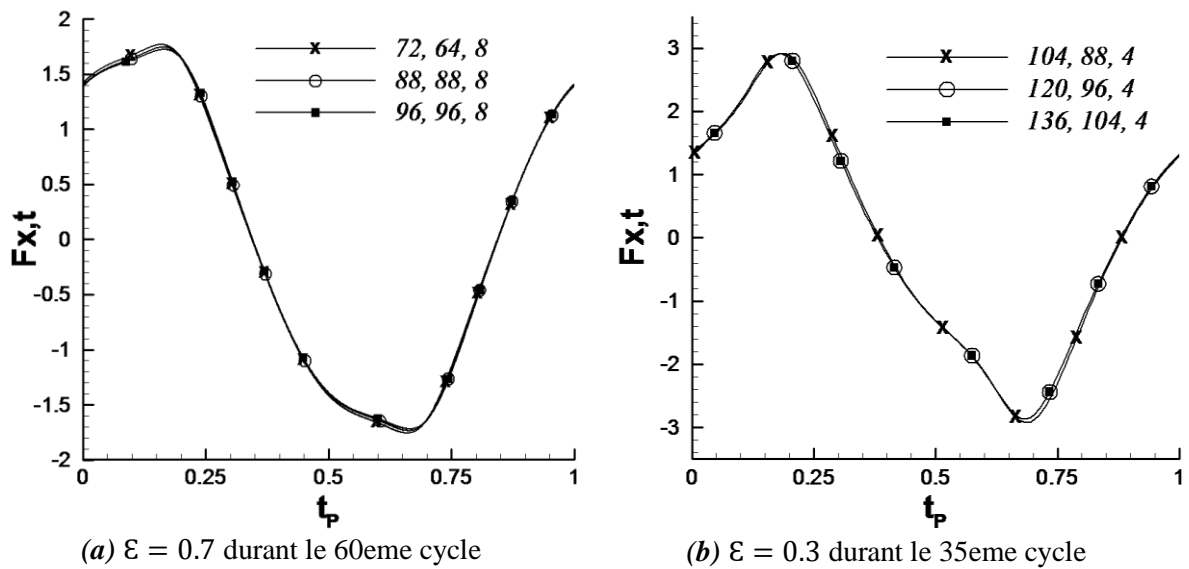
**Tableau 5.1** : Les paramètres des simulations régime A :

$\varepsilon = (a/b)$	$L_x/D$	$L_z/D$	$L_y/D$	$n_x; n_z; n_y$	$n_{cir}$
[0.7, 1]	18	5	1/2	72; 64; 8	48
[0.5, 0.65]	16	13	1	80; 88; 4	64
[0.1, 0.4]	22	14	2/3	136; 104; 4	80

Où :

- $D$  : diamètre du cylindre (égale à 2)
- $L_x; L_y; L_z$  : Respectivement les dimensions du domaine physique suivant les directions  $x; y; z$
- $n_x; n_y; n_z$  : Respectivement les nombres de point suivant les directions  $x; y; z$
- $n_{cir}$  : le nombre de points distribués le long de la circonférence du cylindre.

Les tests indépendances du maillage en régime A ont été effectuées. Le Figure 5.2 montre la force longitudinale totale adimensionnelle pour deux rapports elliptiques ( $\varepsilon = 0,7$  et  $\varepsilon = 0,3$ ). Les tests révèlent que les maillages utilisés sont assez fins pour donner des résultats précis.



**Fig. 5.2** - Test d'indépendance du maillage en régime A (Résultats de la force longitudinale totale adimensionnelle)

Les résultats du tracé tourbillonnaire, du champ de pression et des forces hydrodynamiques pour le régime A seront discutés à la lumière de leur dépendance à l'égard du rapport elliptique.

### 5.2.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression

Dans cette partie, les tracés tourbillonnaires et le champ de pression correspondant seront présentés pour des valeurs du rapport elliptique  $\varepsilon \in [0.1, 1]$  et discutés aux différentes phases de position  $t_p : 0 < \left[ t_p = \frac{t_d}{T} \right] < 1$  (où  $t_d$  est le temps écoule durant le  $n^{\text{ieme}}$  cycle). Nous dévoilerons également leurs caractéristiques en comparaison par rapport aux autres régimes d'écoulement classifiés par des TB90 [9] et Williamson [10].

L'analyse du champ de vorticité a permis de regrouper les différentes valeurs du rapport elliptique  $\varepsilon$  en cinq domaines à savoir  $\varepsilon \in [0.1, 0.3]$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$ ,  $\varepsilon \in [0.65, 0.75]$  et  $\varepsilon \in [0.8, 1]$ , chaque domaine se caractérise par des vortex-pertes de même structure.

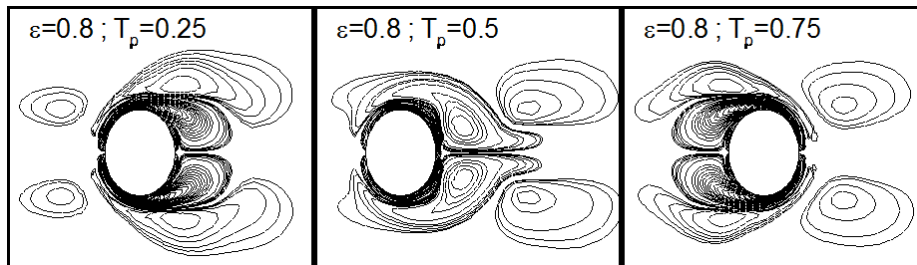
Ci-après l'angle de phase ( $2\pi t_p$ ) est référé à l'évolution du gradient externe de pression de l'équation (2.7). Spécifiquement à :

- $t_p = 0$  le gradient de pression est maximum négatif  $B_x = -\omega U_{max}$  et le champ des vitesses externes de l'écoulement de l'équation (2.1) est nulle  $U = 0$ .
- Pour  $0 < t_p < 0.25$  vitesse externe augmente avec la phase de position, tandis que le gradient imposé de pression diminue.
- À  $t_p = 0.25$  correspondant à un angle de phase de **90** degrés, le gradient imposé de pression est nul  $B_x = 0$  donnant une vitesse externe maximum  $U = U_{max}$ .
- Pour  $0.25 < t_p < 0.5$ , augmente, le champ de vitesse diminue dû à une augmentation d'un gradient positif de pression qui agit contre le champ de vitesse.
- À  $t_p = 0.5$  (angle de phase égal à **180** degrés), le gradient de pression atteint la valeur maximale dans la direction positive  $B_x = \omega U_{max}$  et la vitesse externe est nulle  $U = 0$ .
- Pour  $0.5 < t_p < 0.75$  (angle de phase entre **180** et **270** degrés) le gradient imposé de pression diminue et la vitesse augmente dans la direction  $x$  négative,
- À  $t_p = 0.75$  (angle de phase 270 degrés) le gradient imposé de pression est nul  $B_x = 0$  donnant une vitesse externe maximum dans la direction longitudinale négative  $U = -U_{max}$ .
- Successivement, la vitesse diminue pour  $0.75 < t_p < 1$  pour une augmentation correspondante de la valeur absolue du gradient imposé de pression de la direction  $x$  négative.
- Finalement, à  $t_p = 0.1$  les conditions de  $t_p = 0$  sont récupérées. Le cycle est symétrique par rapport à  $t_p = 0.5$ , de ce fait le second demi-cycle ( $0.5 < t_p < 1$ ) est l'image- miroir du premier demi-cycle.

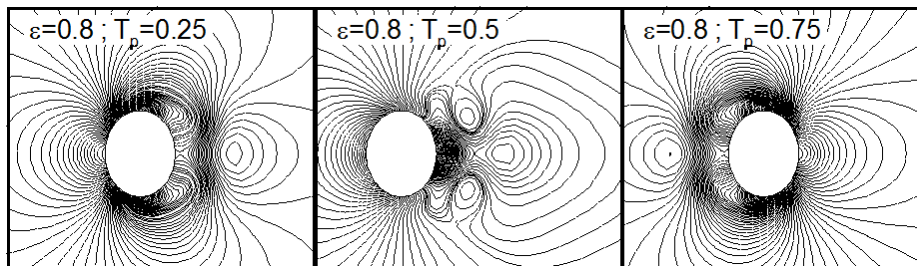
**5.2.1. A- Champ de vorticité et de pression pour  $\varepsilon \in [0.8, 1]$**

Pour les rapports elliptiques  $\varepsilon \in [0.8, 1]$ , le mode du détachement tourbillonnaire reste toujours le même que celui du régime A identifié par TB90 [9]. Des paires de tourbillons symétriques par rapport à l'axe longitudinal et avec les signes de vorticité opposés, sont formées des deux côtés du cylindre pendant chaque moitié-cycle et séparent au demi-cycle suivant. Les tourbillons séparés disparaissent progressivement. Ceci est clairement illustré sur figure 5.3.

Bien que notre étude soit de nature bidimensionnelle, les caractéristiques des régimes A et B sont confondues car ces deux régimes sont identiques dans le plan parallèle à l'écoulement mais différent par la présence d'une structure tridimensionnelle le long de l'axe de cylindre pour le régime B.



**Fig. 5.3** – Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 0.8$



**Fig. 5.4** - Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 0.8$

Initialement, le champ de la vorticité (Fig. 5.3) est discuté en se rapportant au domaine  $y > 0$ . Pour  $t_p = 0,25$  le champ externe de vitesse est égal à  $U_{max}$ . A cette phase, le champ de vorticité montre une couche limite qui s'étend du point de stagnation côté gauche jusqu'au point en arrière-partie du cylindre, au-delà duquel l'écoulement se sépare. À mesure que  $t_p$  augmente, le champ de vitesse externe diminue dû à un gradient positif de pression ; l'épaisseur de l'écoulement séparé et sa

prolongation le long de la surface du cylindre augmentent progressivement, en causant de ce fait, la réduction de la longueur de la couche limite en aval.

A  $t_p = 0,5$ , le champ externe de vitesse est nul et le gradient positif de pression atteint la valeur maximale. A cette phase, la vorticité dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, forme une couche limite s'écoulant dans la direction  $x$  négative et s'étend sur toute la surface du cylindre. La vorticité près de la frontière solide dans le sens horaire est décalée vers le haut autour de celle de la direction opposée.   mesure que le temps évolue, la couche limite se développe plus loin et se sépare finalement du côté gauche.

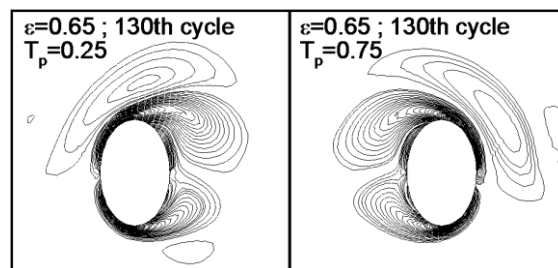
L'évolution du champ de vorticité pour  $0,5 < t_p < 1$  est semblable à celui du premier demi-cycle mais elle se développe dans la direction opposée avec le signe opposé.

Le champ de pression correspondant est montré sur la figure (5.4).    $t_p = 0,25$  la pression au point de stagnation en amont du cylindre est grande, tandis que les iso-lignes en aval montrent clairement l'écoulement séparé. Le champ de pression tend à être moins asymétrique par rapport au plan  $x=0$     $t_p = 0,5$  où le champ externe de vitesse est nul.    $t_p = 0,75$  et    $t_p = 1$ , le champ de pression est respectivement l'image-miroir de celui à  $t_p = 0,25$  et    $t_p = 0,5$ .

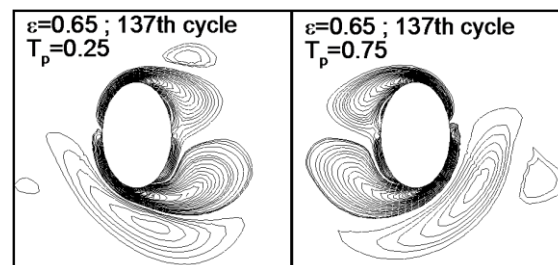
### 5.2.1. B- Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon \in [0.65, 0.75]$

Pour des valeurs du rapport elliptique  $\varepsilon \in [0.65, 0.75]$ , le mécanisme de création de tourbillons est le même que celui décrit dans la section précédente pour  $\varepsilon \in [0.8, 1]$ . Cependant, l'écoulement montre une asymétrie par rapport à son axe en développant un détachement de tourbillon plus important dans le domaine  $y > 0$  (voir la Fig. 5.5a) pour une durée de 4 à 6 cycles, puis commute au côté opposé ( $y < 0$ ) (voir Fig. 5.5b) par l'intermédiaire d'une phase intermittente de 1 à 2 cycles où l'écoulement retrouve sa symétrie. Ce genre d'écoulement a les mêmes caractéristiques décrites par le régime asymétrique "Pairing of attached vortices" visualisés par Williamson [10] pour  $4 < KC < 7$ .

L'analyse de l'historique d'écoulement (soit 200 cycles dans notre cas) révèle que ces commutations de la position des vortex apparaissent assez fréquemment rendant ainsi l'écoulement instable. Il est aussi à noter que l'asymétrie ne se produit pas dans les premiers cycles ; Au début de l'écoulement, les tourbillons sont formés symétriquement pendant un certain nombre de cycles au-delà desquels l'asymétrie s'installe ; le nombre de cycle symétrique diminue avec la réduction du rapport elliptique. Ces comportements auront une influence sur la force transversale, qui sera discutée plus tard.



(a) vortex shedding in the  $z > 0$  side



(b) vortex shedding in the  $z < 0$  side

**Fig. 5.5** - Différentes positions du détachement tourbillonnaire pour  $\varepsilon = 0.65$

### 5.2.1.C - Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$

Pour un cylindre ayant un rapport elliptique  $\varepsilon = 0.6$ , après que quelques cycles d'oscillation qui représentent une phase de démarrage, nous observons la création d'un détachement tourbillonnaire dans le domaine  $y > 0$  constitué de deux vortex contrarotatifs s'élançant parallèlement à l'axe d'écoulement. Ces derniers ne s'éloignent pas trop du cylindre et sont vite ramenés par l'écoulement changeant de direction, et se dissipent par la suite au contact de la paroi du cylindre. L'évolution du champ de vorticité présenté sur la figure 5.6 montre clairement ce phénomène.

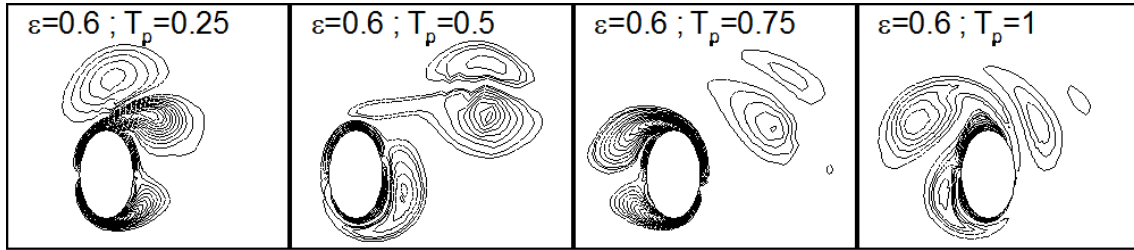


Fig. 5.6 - Evolution du champ de vorticité durant le 35eme cycle pour  $\varepsilon = 0.6$

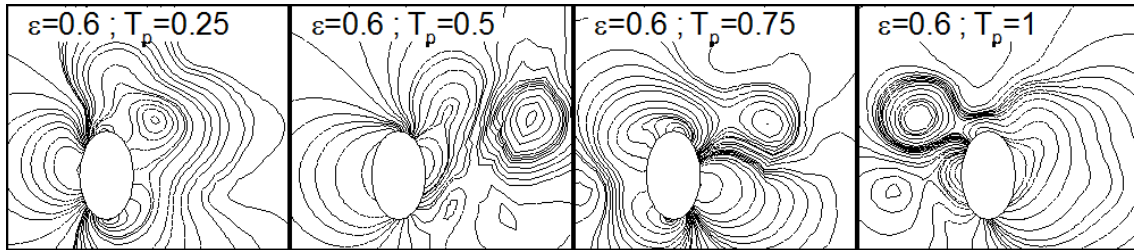


Fig. 5.7 - Evolution du champ de pression durant le 35eme cycle pour  $\varepsilon = 0.6$

Au fur et à mesure que ce rapport diminue dans l'intervalle de valeur  $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$ , la trajectoire du détachement tourbillonnaire devient de plus en plus diagonale (l'angle maximum atteint est de  $45^\circ$ ) et les vortex convectent de plus en plus loin. Ce comportement est clairement illustré sur les figures 5.8 et 5.10. Ce type de comportement est une caractéristique du régime « simple-paires » identifié par Williamson [10] pour  $13 < KC < 15$ . Il est également à noter que ces détachements changent de direction et de position en passant par quelques cycles intermittents où l'écoulement essaye de retrouver sa symétrie.

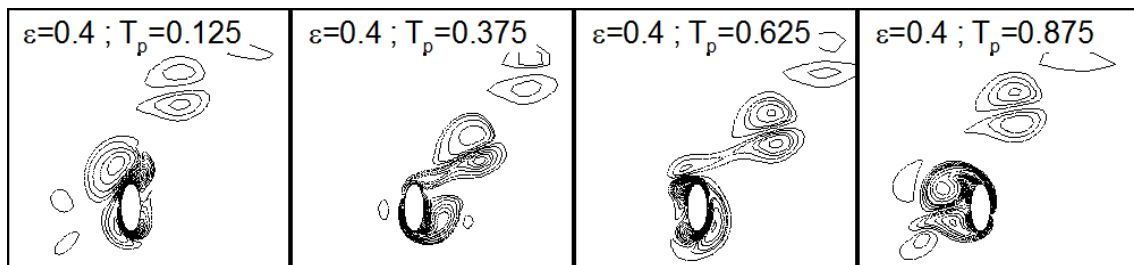


Fig. 5.8 - Evolution du champ de vorticité durant le 65eme cycle pour  $\varepsilon = 0.4$

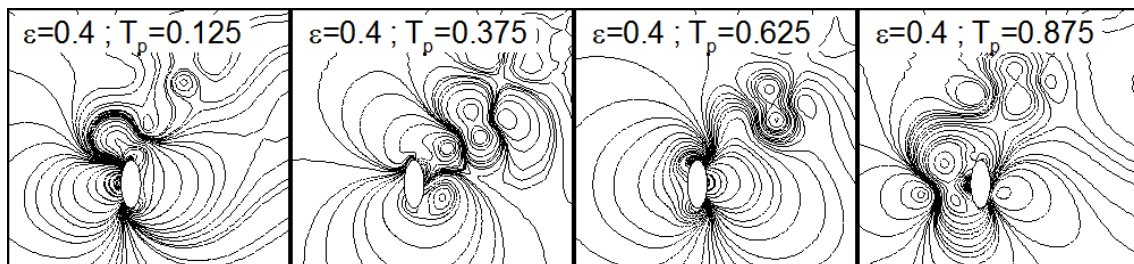


Fig. 5.9 - Evolution du champ de pression durant le 65eme cycle pour  $\varepsilon = 0.4$

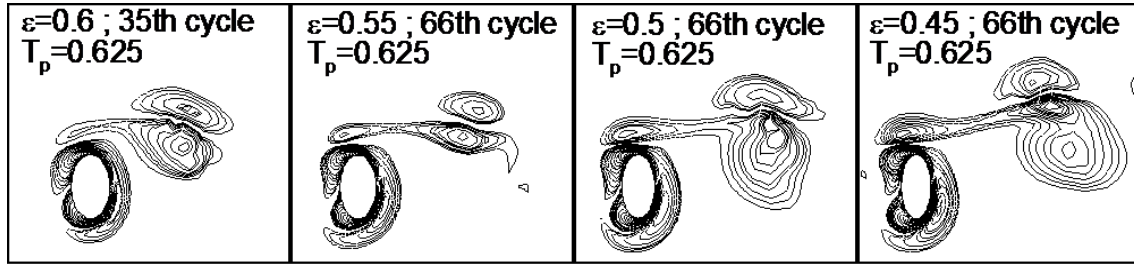
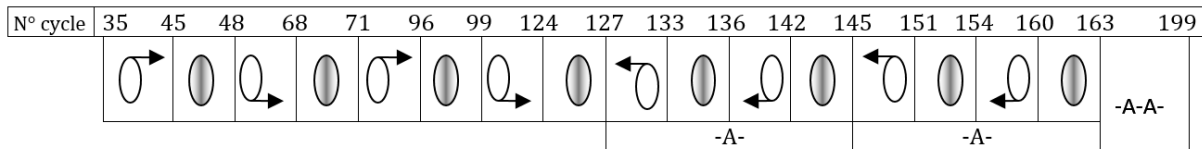
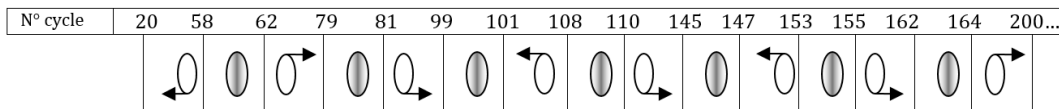


Fig. 5.10 - Comparaison des détachements de tourbillonnaire pour différents rapports elliptiques

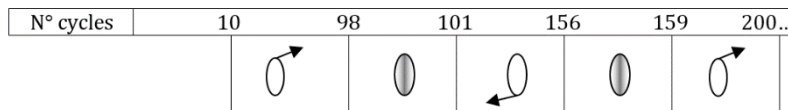
L'analyse de l'historique de l'écoulement (voir fig. 5.11a) indique que pour le rapport elliptique  $\varepsilon = 0,6$  l'écoulement est très instables, car les détachements tourbillonnaires changent souvent de direction. Avec la diminution du rapport elliptique, le mode de détachement tourbillonnaire est plus stable et dure plus longtemps, tel qu'il est montré sur la figure 5.11c pour le cas  $\varepsilon = 0,4$ . Cependant, nous ne pouvons pas dire autant en ce qui concerne la régularité, parce que les différents détachements apparaissent à intervalles non réguliers et les prochains changements de vorticité sont difficiles à prévoir. Les périodes intermittentes ne durent que quelques cycles entre 2 et 4 cycles dans toute la gamme de  $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$  comme le montre les figures 5.11.a-c.



(a)  $\varepsilon = 0.6$



(b)  $\varepsilon = 0.5$



(c)  $\varepsilon = 0.4$

Fig. 5.11 - Historique des différentes formes de détachement tourbillonnaire durant 200 cycles pour  $\varepsilon = 0.6, 0.5$  et  $0.4$ . Où  $\sigma$  représente un cycle développant un détachement tourbillonnaire en mode mono-pairs et  $\emptyset$  un cycle intermittent.

### 5.2.1. D - Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon = 0.35$

Les résultats de vorticité obtenus pour l'écoulement oscillant autour d'un cylindre ayant un rapport  $\varepsilon = 0,35$  montrent d'un comportement spécifique. Ce dernier se caractérise par la création d'une paire de tourbillons qui se détache du cylindre à

chaque demi-cycle et convecte loin du cylindre en une allée diagonale à l'axe d'écoulement (voir fig. 5.12). Ce tracé tourbillonnaire diagonal est une caractéristique du régime F déterminé par TB90[9] et également identifié comme étant le régime de double paires par Williamson [10]. A noté aussi qu'au cours des 200 cycles simulés, aucune commutation n'a été observée, nous déduisons donc que cet écoulement est très stable. Le champ de pression associé est également visualisé sur la figure 5.13.

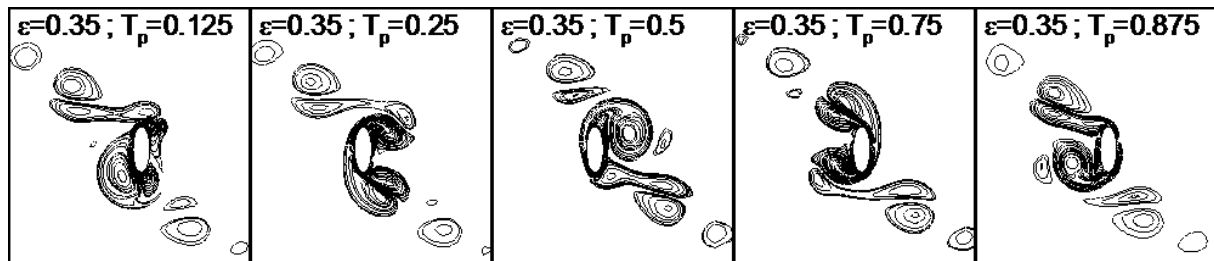


Fig. 5.12 - Evolution du champ de vorticité pour  $\varepsilon = 0.35$

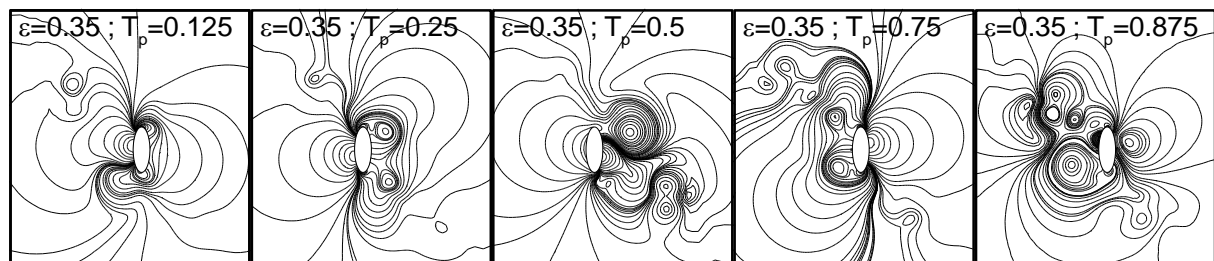
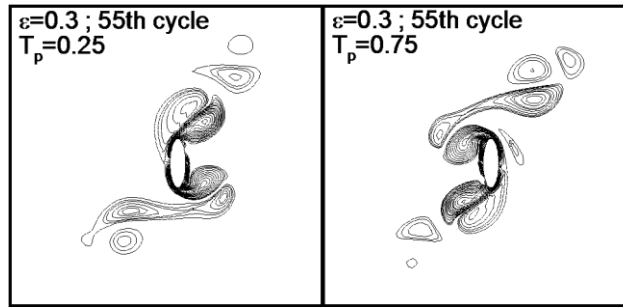


Fig. 5.13 - Evolution du champ de pression pour  $\varepsilon = 0.35$ .

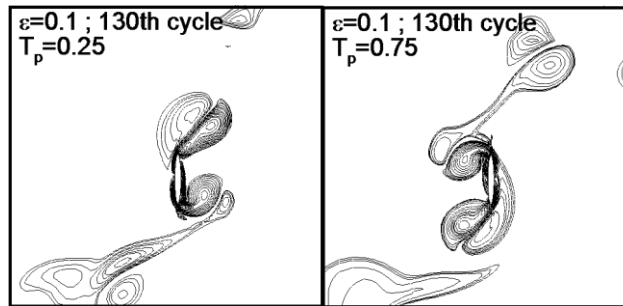
### 5.2.1.E - Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon \in [0.1, 0.3]$

L'écoulement dans le cas d'un rapport elliptique  $\varepsilon \in [0.1, 0.3]$  présente un mélange des différentes formes identifiées auparavant, à savoir le régime mono-paires contrarotatives diagonaux observés dans les cas de  $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$  et le régime doubles paires semblables à ceux rencontrés dans le cas  $\varepsilon = 0.35$ . Les figures 5.14 et 5.15 ci-dessous illustrent respectivement les détachements double paires et mono-paires pour les rapports elliptiques  $\varepsilon = 0,3$  et  $\varepsilon = 0,1$ . Ajouté à ces deux modes, nous remarquons également un troisième mode de détachement tourbillonnaire, assez difficile à décrire et que nous appellerons « régime chaotique ». En effet, ce mode se caractérise par un écoulement désordonné, pour lequel il n'est plus possible d'identifier un schéma de lâcher tourbillonnaire durable. Des tourbillons sont émis dans différentes directions. Les tourbillons peuvent se déchirer ou fusionner, rendant leurs interactions plus complexes

et instables. La figure 5.16 représentant la vorticité pour le rapport  $\varepsilon=0.3$  au cours de deux cycles consécutifs (198 et 197<sup>ème</sup> cycle) révèle l'ampleur du désordre.

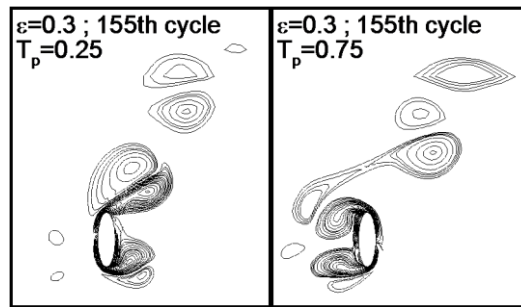


(a)  $\varepsilon = 0.3$  durant le 55ème cycle

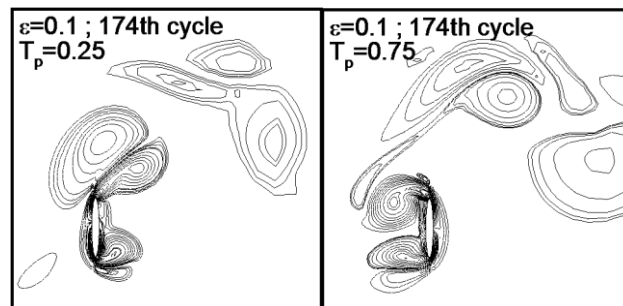


(b)  $\varepsilon = 0.1$  durant le 130ème cycle

**Fig. 5.14** - Comparaison des détachements tourbillonnants en mode double-paire pour  $\varepsilon = 0.3$  et  $0.1$

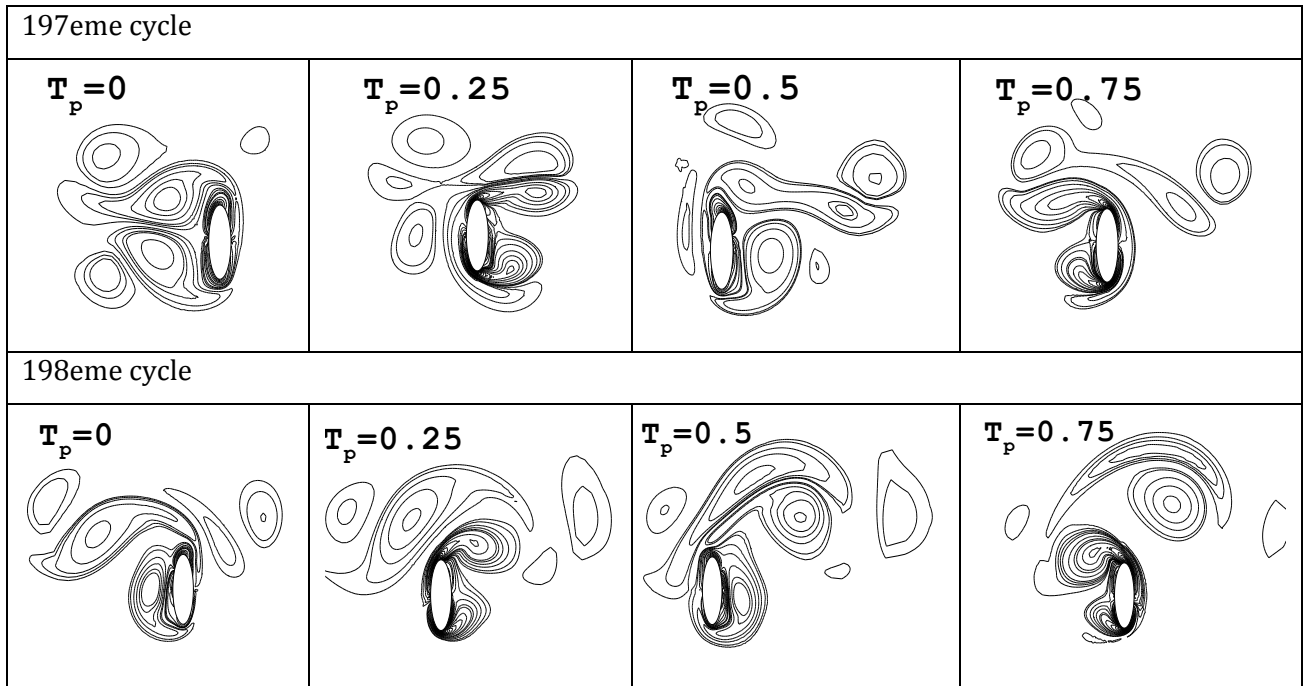


(a)  $\varepsilon = 0.3$  durant le 155ème cycle



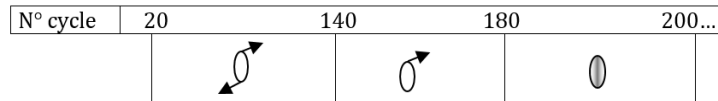
(b)  $\varepsilon = 0.1$  durant le 174ème cycle

**Fig. 5.15** - Comparaison des détachements tourbillonnants en mode mono-paire pour  $\varepsilon = 0.3$  et  $0.1$

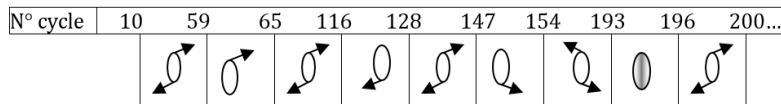


**Fig. 5.16** - Evolution de la vorticité au cours de deux cycles d'intermittence consécutifs (197ieme et 198ieme cycle) pour le cas du rapport  $\varepsilon=0.3$

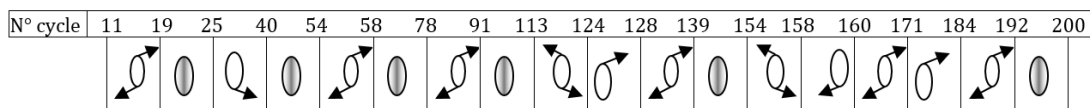
Les figures 5.17a-c sont une représentation schématique de l'histoire des détachements tourbillonnaires observés au cours des 200 cycles pour les valeurs du rapport elliptique (0,3, 0,25 et 0,1) respectivement. Ces figures peuvent être utilisées pour examiner la stabilité de l'écoulement. La figure 15.7a montre que pour un rapport elliptique de 0,3, les 200 cycles d'écoulement peuvent être divisés en trois sections de temps où chacune d'elles se distinguant par l'apparition d'une seule forme de détachement tourbillonnaire. A cet effet, nous déduisons donc que cet écoulement est pratiquement stable. Au-delà de ce rapport elliptique ( $\varepsilon < 0.3$ ), l'écoulement devient progressivement instable admettant ainsi un changement plus fréquent dans le mode des détachements tourbillonnaires où le mode chaotique dure plus longtemps. A noter également que ces changements sont plutôt difficiles à prévoir, car aucune régularité dans leur succession a été détectée au cours de ces 200 cycles étudiés (Fig. 5.17b, c).



(a)  $\varepsilon = 0.3$



(b)  $\varepsilon = 0.25$



(c)  $\varepsilon = 0.1$

**Fig. 5.17** – Historique des différentes formes de détachement tourbillonnaire durant 200 cycles pour  $\varepsilon = 0.1, 0.25$  et  $0.1$ . Où  $\sigma$  représente un cycle en mode mono-pairs,  $\sigma$  Cycle en mode double-pairs, et  $\emptyset$  un cycle intermittent en mode chaotique.

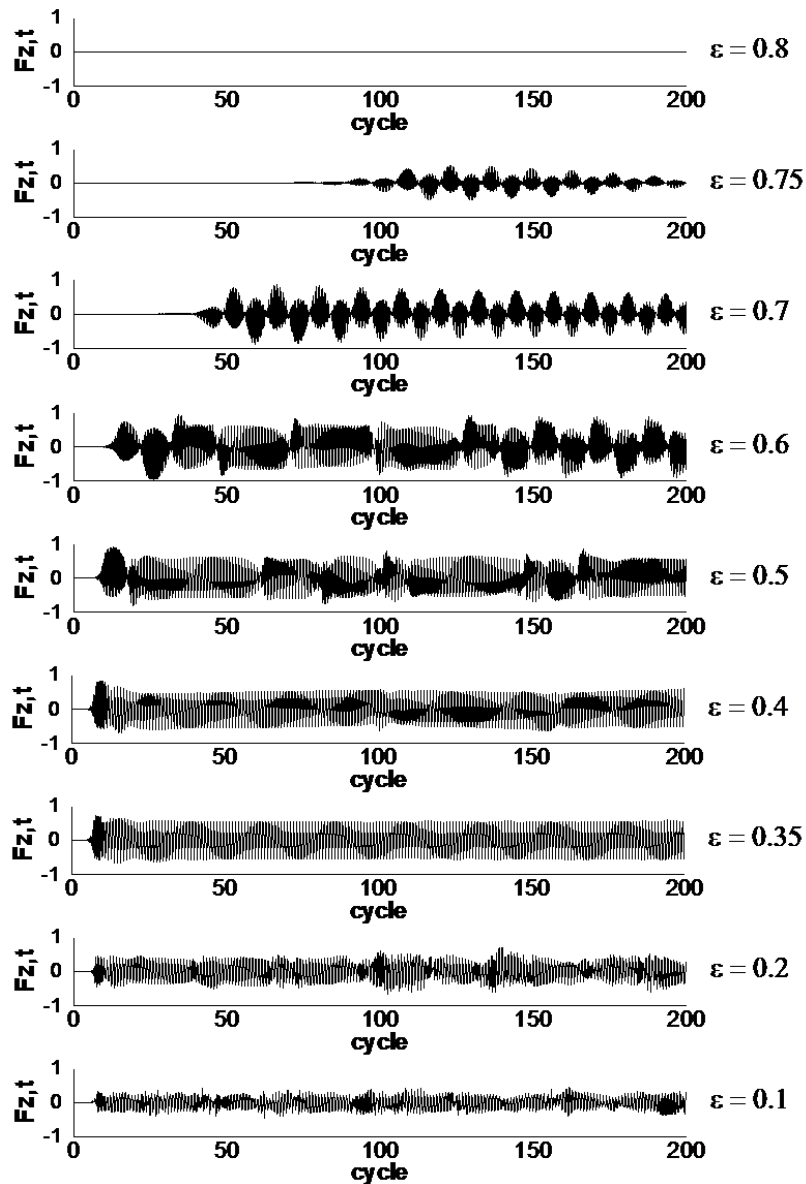
## 5.2.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques

Il est bien connu que la distribution du champ de vorticité affecte nettement les forces agissant sur le cylindre. Dans cette section, l'effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques transversale et longitudinale sera présenté et discuté. Les figures 5.18 et 5.19 montrent respectivement l'évolution temporelle de la force totale adimensionnelle transversale et de la force longitudinale pour plusieurs valeurs du rapport elliptique. Nous constatons en premier lieu que, dans tous les cas considérés, Ces forces sont périodiques et que la force longitudinale est beaucoup plus importante que la force transversale.

La figure 5.18 montre aussi que la variation du rapport elliptique affecte de façon considérable la force transversale. Les modulations de cette dernière semblent correspondre à l'instabilité provoquée par les tracés asymétriques des écoulements et dont les historiques ont été établis au cours de l'analyse de la vorticité. La réduction du rapport elliptique a un effet double sur l'évolution de cette force en produisant en

premier lieu une variation de l'amplitude de la force et favorisant l'asymétrie de l'écoulement en second.

En effet, pour les rapports elliptique  $\varepsilon \in [0,8, 1]$ , la force transversale est négligeable, cela est dû à la symétrie au plan  $y=0$  du champ de vorticité. Ce comportement a été observé dans des études expérimentales antérieures [9,13]. Les modulations de force transversales apparaissent à partir du rapport elliptique  $\varepsilon = 0,75$  et sont amplifiées et deviennent irrégulières avec la réduction du rapport elliptique jusqu'à  $\varepsilon = 0,4$ . Ces modulations peuvent être attribuées à l'instabilité causée par les flux tourbillonnants asymétriques, que leurs histoires ont été établies au cours des sections précédentes (Fig. 5.11 et 5.17). Pour  $\varepsilon = 0,35$ , la force retrouve sa périodicité et une atténuation des modulations est observée, ceci est dû aux caractéristiques stables du mode diagonal (régime F) généré pour ce rapport. Au-delà de cette valeur du rapport elliptique (pour  $\varepsilon \leq 0,3$ ), nous observons une diminution de l'amplitude de cette force, en raison du faible support offert par l'obstacle dans la direction transversale.



**Fig. 5.18** – Evolution de la force transversale totale non-dimensionnelle en régime A pour différents rapports elliptiques

La force longitudinale totale adimensionnelle représentée sur la Figure 5.19 ne présente aucune modulation pour des rapports elliptiques dans la gamme range  $0.6 \leq \varepsilon \leq 1$ . Ceci est dû au comportement symétrique de l'écoulement. D'autre part lorsque le rapport elliptique diminue ( $\varepsilon < 0.6$ ), nous notons l'apparition de faibles modulations en raison de la formation de tourbillons asymétriques, suivie d'une forte augmentation de l'amplitude de cette force.

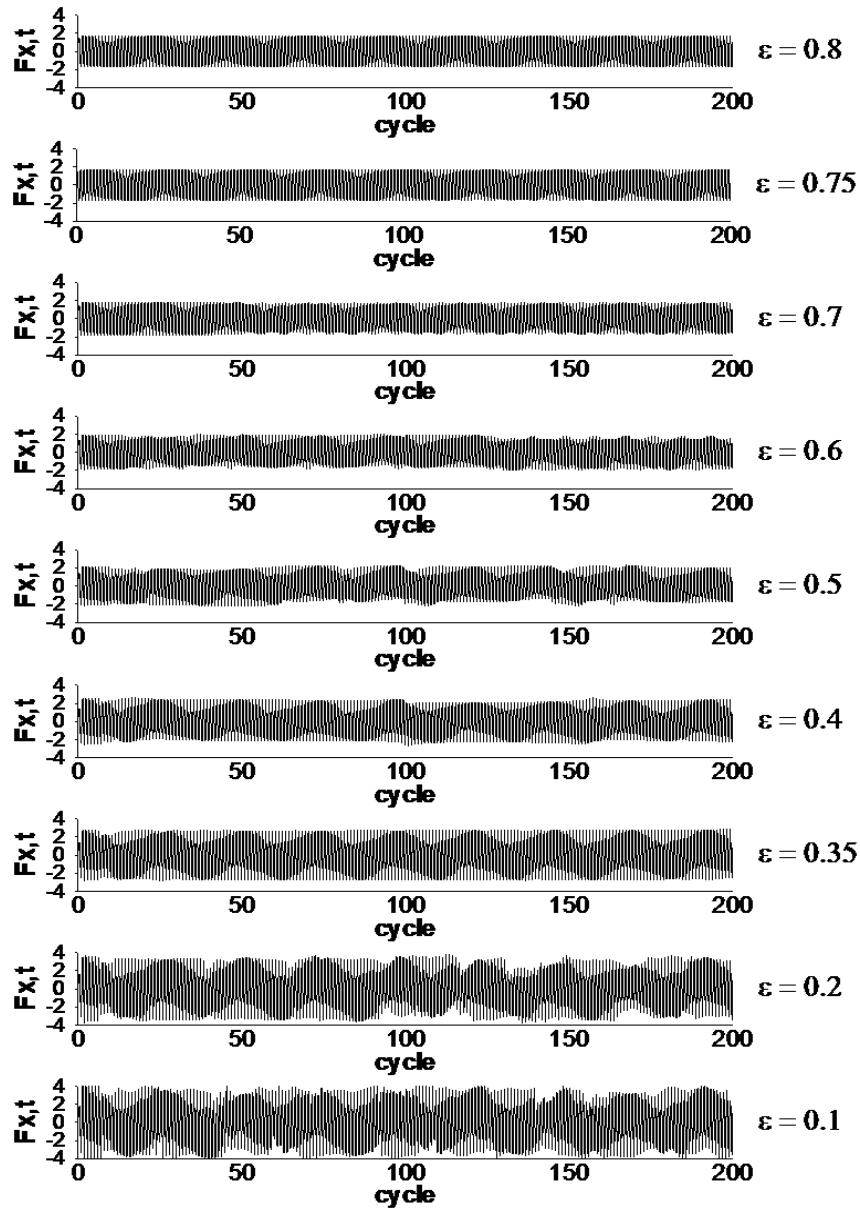
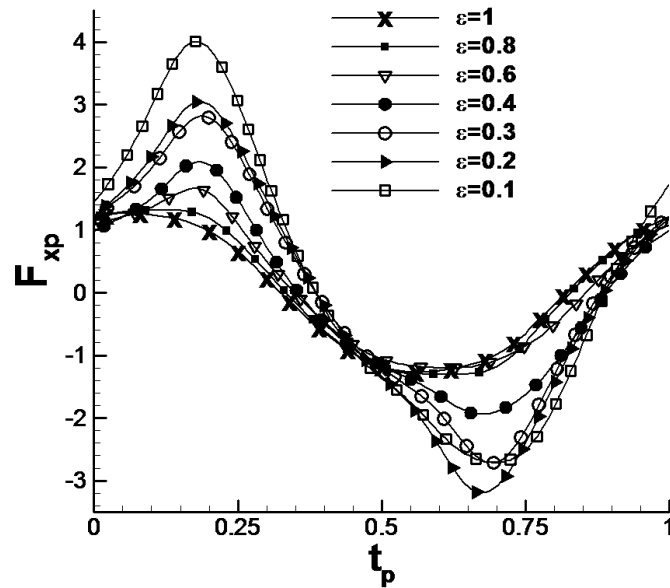
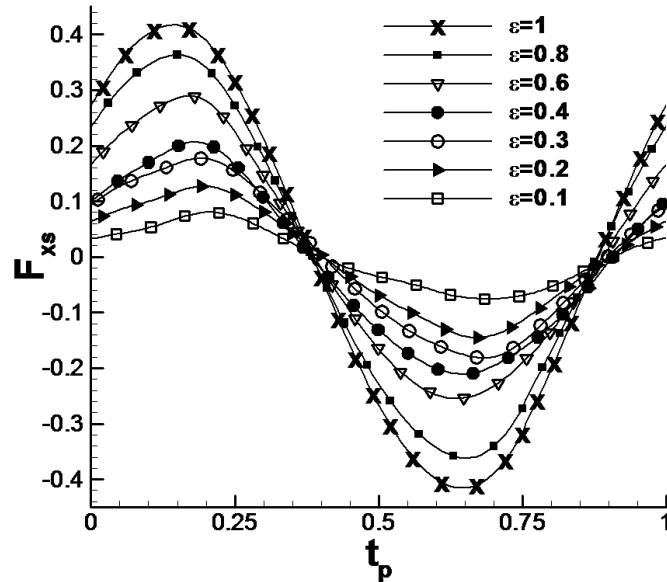


Fig. 5.19 - Evolution de la force longitudinale totale non-dimensionnelle en régime A pour différents rapports elliptiques

Les figures 5.20a,b illustrent respectivement l'évolution des composantes de la force longitudinale, à savoir la force longitudinale de pression ( $F_{x,p}$ ) et la force longitudinale de cisaillement ( $F_{x,s}$ ) pour plusieurs valeurs du rapport elliptique au cours un cycle. Ces deux figures montrent clairement que la forme géométrique du cylindre a un grand effet sur ces forces.



(a) Force longitudinale de pression ( $F_{x,p}$ )



(b) Force longitudinale de cisaillement ( $F_{x,s}$ )

**Fig. 5.20** - Evolution de **(a)** la force longitudinale de pression ; **(b)** Force longitudinale de cisaillement durant le 90eme cycle pour différents rapport elliptique

En premier lieu, nous observons que pour tous les rapports elliptiques, l'amplitude de la composante de pression est beaucoup plus importante que celle de la force de cisaillement. La figure 5.20a montre que la force longitudinale de pression, perpendiculaire à la surface du cylindre, augmente avec la diminution du rapport elliptique, tandis que la force longitudinale de cisaillement (fig. 5.20b), tangentielle à la surface du cylindre et due à la viscosité du fluide, diminue avec la réduction de ce rapport. En effet, la réduction du rapport elliptique donne un

profil de faible courbure exposant ainsi une zone plus large perpendiculairement à l'écoulement et réduisant l'étendue longitudinale de la surface du corps. Il est également noté que, dans la zone d'amplification des deux forces, les courbes suivent la même progression et le moment correspondant à leurs valeurs maximales s'étale dans le premier et le troisième quart de la période.

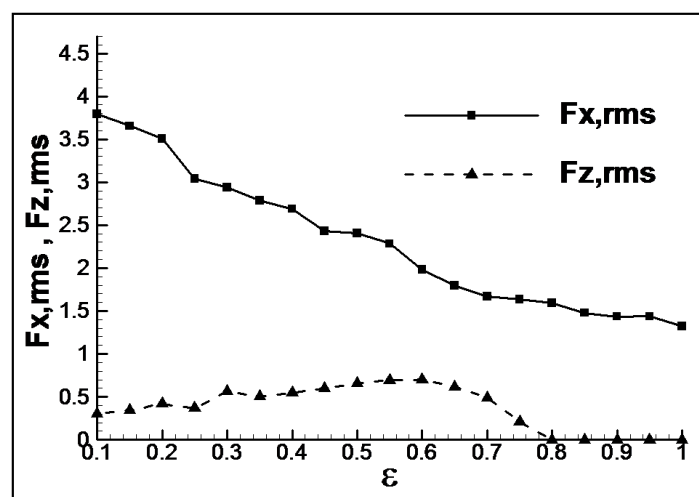
### 5.2.3 Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

Les valeurs efficaces (RMS) des forces ainsi que les coefficients du Morison ont été calculées à partir de la force longitudinale totale pour des configurations géométriques différentes dans les conditions d'écoulement du régime A. Les résultats sont rapportés dans le tableau 5.2 et présentés sur les figures 5.21 et 5.22 qui illustrent respectivement la variation des forces totales (longitudinale et transversale) et les coefficients Morison avec le rapport elliptique. Ces résultats mettent en évidence la grande influence de la géométrie du cylindre sur ces grandeurs.

**Tableau 5.2.** Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime A ( $KC = 5$  et  $Re = 100$ ) et pour les différents rapports elliptiques

$\epsilon$	$C_d$	$C_m$	$F_{X,RMS}$	$F_{Z,RMS}$
1	2,14	2,47	1,32	0
0.9	2,23	2,46	1,43	0
0.8	2,35	2,45	1,59	0
0.7	2,55	2,38	1,68	0,49
0.6	2,73	2,28	1,98	0,70
0.5	3,01	2,27	2,41	0,65
0.4	3,61	2,34	2,69	0,55
0.35	4,39	2,43	2,79	0,50
0.3	4,62	2,46	2,94	0,56
0.2	5,29	2,57	3,51	0,42
0.1	5,81	2,75	3,79	0,30

Comme prévu, l'évolution des valeurs efficaces (RMS) des forces longitudinales et transversales totale avec le rapport elliptique reflète les résultats obtenus à partir de leur évolution temporelle décrite dans la section précédente. Ainsi, la force longitudinale ( $F_{x,RMS}$ ) augmente avec la diminution du rapport elliptique ; son maximum correspond à  $\varepsilon = 0,1$  et égal à 3,8. Pour la force transversale ( $F_{y,RMS}$ ), comme il a été décrit précédemment, celle-ci prend une valeur négligeable au cours du mode symétrique soit jusqu'à  $\varepsilon = 0,8$ , puis augmente vers une valeur maximale de 0,7 pour  $\varepsilon = 0,6$  et décroît par la suite pour atteindre une valeur de 0,3 pour  $\varepsilon = 0,1$ .



**Fig. 5.21** - Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale

La figure 5.22 montre que le coefficient de traînée ( $C_d$ ) augmente fortement avec la diminution du rapport elliptique et prend un minimum de 2,13 pour le cylindre à section circulaire et d'un maximum de 5,80 pour le cylindre elliptique avec un rapport de  $\varepsilon = 0,1$ . En ce qui concerne le coefficient d'inertie, la valeur varie légèrement sur toute la plage du rapport elliptique considérée et reste dans l'intervalle  $2.25 < C_m < 2.75$ ; Cela prouve que l'évolution de ce rapport dans le sens d'écoulement n'a pas d'effet sur ce coefficient ( $C_m$ ).

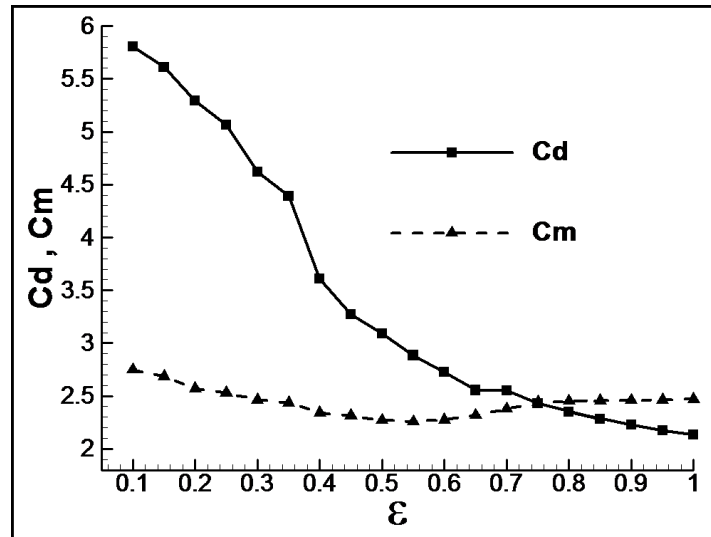


Fig. 5.22 - Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

Cette augmentation du coefficient de traînée ( $C_d$ ) et de la force longitudinale  $F_{x,RMS}$  est principalement attribuée à la caractéristique du corps non profilé acquise par le cylindre avec la diminution du rapport elliptique exposant ainsi une large surface qui s'oppose à l'écoulement, et qui génèrent les structures tourbillonnaire irréguliers décrites dans les sections précédentes.

### 5.3 Résultats obtenues pour un écoulement en régime D autour d'un cylindre elliptique

Dans leur analyse visuelle, TB90[9] ont observé qu'un tel régime est caractérisé par un tracé tourbillonnaire asymétrique, du fait que les vortex s'évacuent obliquement par rapport à l'axe de l'oscillation. Un grand vortex se développe sur un côté de l'axe de l'oscillation pendant chaque demi-cycle. En conséquence, la masse du fluide accompagnant le vortex est périodiquement convectée d'une façon oblique de l'autre côté de l'axe d'oscillation le long d'un tracé en forme *V*. Dans le cas examiné dans la présente étude, ( $Re=130$  et  $KC=6.5$ ) qui est classé dans le régime D, nous avons étudié plusieurs cas pour une large gamme de rapport elliptique ainsi que les paramètres de calculs sont rapportés dans le tableau 5.3. Les simulations ont été effectuées pendant un temps très long, correspondant à environ 200 cycles.

Le tableau 5.3 montre les dimensions du domaine physique et les paramètres numériques de simulation utilisés dans le cas des deux régimes étudiés, à savoir le régime D ( $Re=130$  et  $KC=6.5$ ) et régime F ( $Re=170$  et  $KC=8.5$ ).

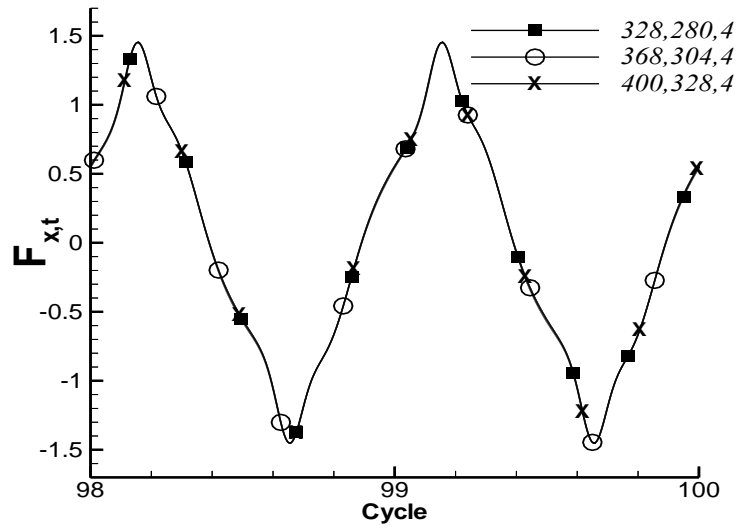
**Tableau 5.3 :** Les paramètres des simulations des régimes D et F :

$\varepsilon = (a/b)$	$L_x/D$	$L_z/D$	$L_y/D$	$n_x; n_z; n_y$	$n_{cir}$
[0.1, 1]	75	61	1/2	400 ; 328 ; 4	208

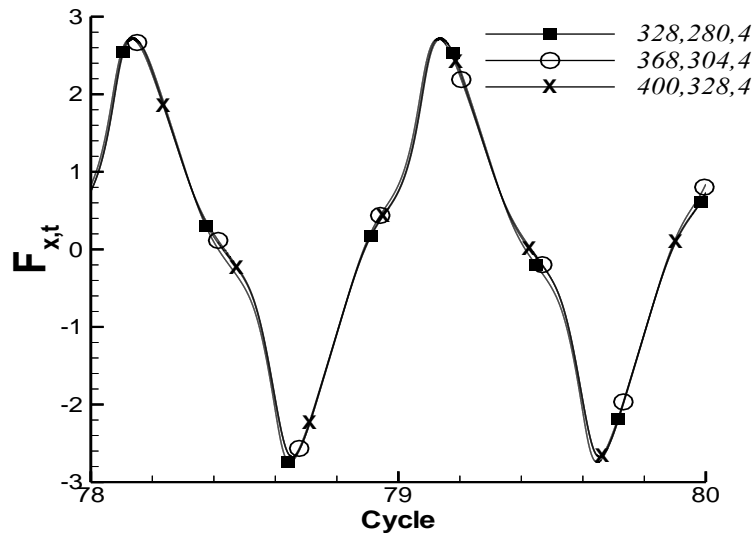
Où :

- $D$  : diamètre du cylindre (égale à 2)
- $L_x; L_y; L_z$  : Respectivement les dimensions du domaine physique suivant les directions  $x; y; z$
- $n_x; n_y; n_z$  : Respectivement les nombres de point suivant les directions  $x; y; z$
- $n_{cir}$  : le nombre de points distribués le long de la circonférence du cylindre.

Les tests indépendances du maillage pour les dimensions citées dans le tableau 5.22 ont été effectués dans les conditions d'écoulement du régime F ( $Re=170$  et  $KC=5$ ), étant donné que ce dernier possède un nombre de Reynolds plus important. La figure 5.23 montre la force longitudinale totale adimensionnelle pour deux rapports elliptiques ( $\epsilon = 0,8$  et  $\epsilon = 0,1$ ). Les tests révèlent que le maillage utilisés est assez fin pour donner des résultats précis.



(a)  $\epsilon = 0.8$



(b)  $\epsilon = 0.1$

**Fig. 5.23** - Test d'indépendance du maillage en régime F (Résultats de la force longitudinale totale adimensionnelle)

### 5.3.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression

#### 5.3.1.A- Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon \in [0.8, 1]$

Le figure 5.26 montre les iso-lignes de la composante axiale de la vorticité  $\omega_y$  pour deux différents cycles pendant l'oscillation (120eme cycle et 180eme cycle). Les visualisations de la figure 5.24 montrent clairement la commutation du V-tracé descendant (demi-plan  $y>0$ ) produisant dans le 120<sup>eme</sup> cycle de l'oscillation (figure 5.26a) à un V-tracé ascendant (dans le demi-plan  $y<0$ ) qui se produit au 192<sup>eme</sup> cycle (figure 5.26b). Chaque V-tracé est associé à une vorticité alternée positif et négatif qui s'évacue obliquement en chaque demi-cycle dépendant du signe du grand vortex produit du côté opposé. Aux cours des 200 cycles d'écoulement, trois commutations se sont produites, à savoir du début d'écoulement jusqu'au 70eme cycle le tracé en V est localisé dans le demi-plan  $y>0$ , 70eme cycle au 150eme cycle le tracé en V est localisé dans le demi-plan  $y<0$  et au-delà du 150eme dans le demi-plan  $y>0$ , Les présents résultats sont consistants avec la visualisation de TB90 [9]. Nehari et al. [15] ont justifié cette commutation intermittente du régime D par la présence des petites instabilités liées au domaine d'écoulement.

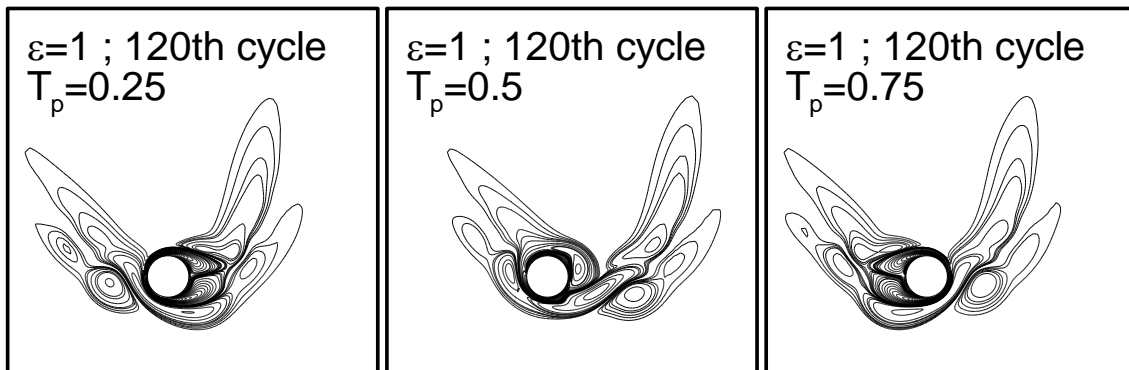


Fig. 5.24 - Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 1$

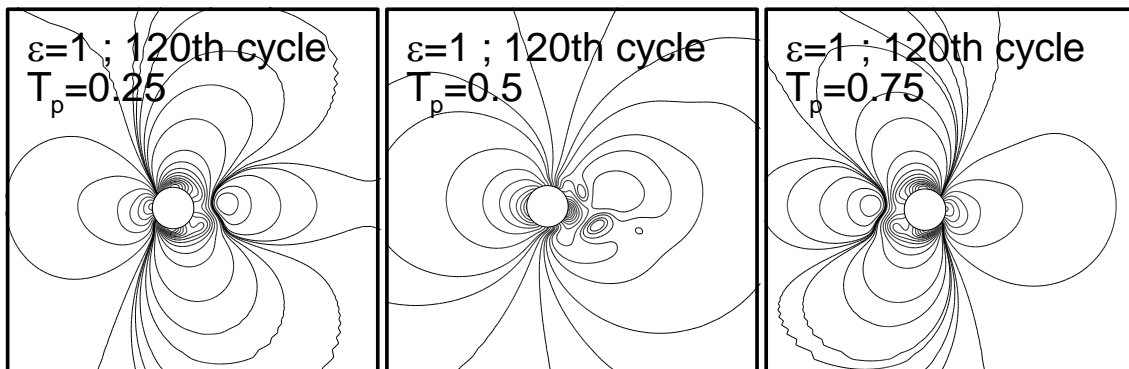
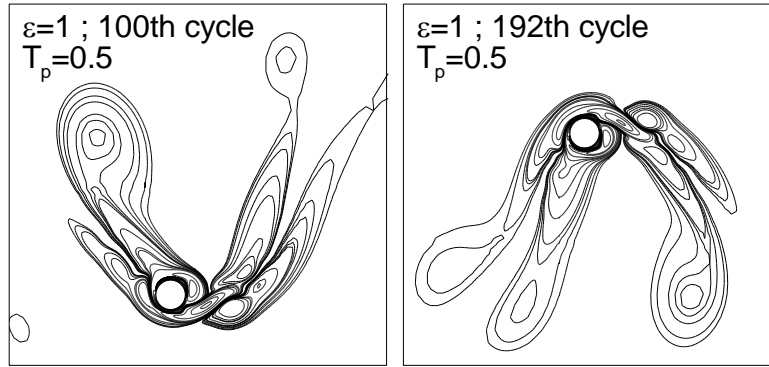
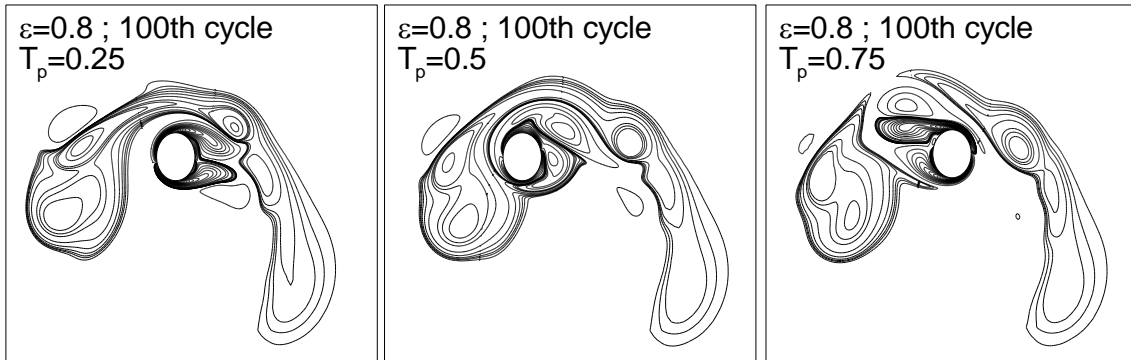


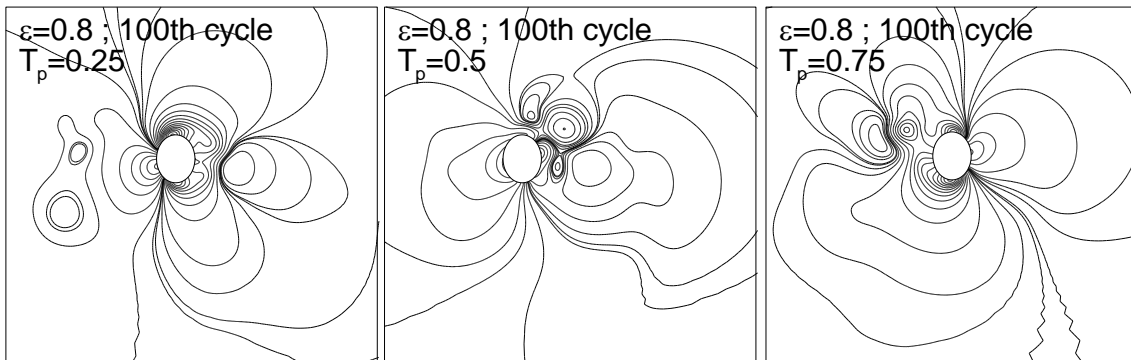
Fig. 5.25 - Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 1$



**Fig. 5.26** - Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 1$



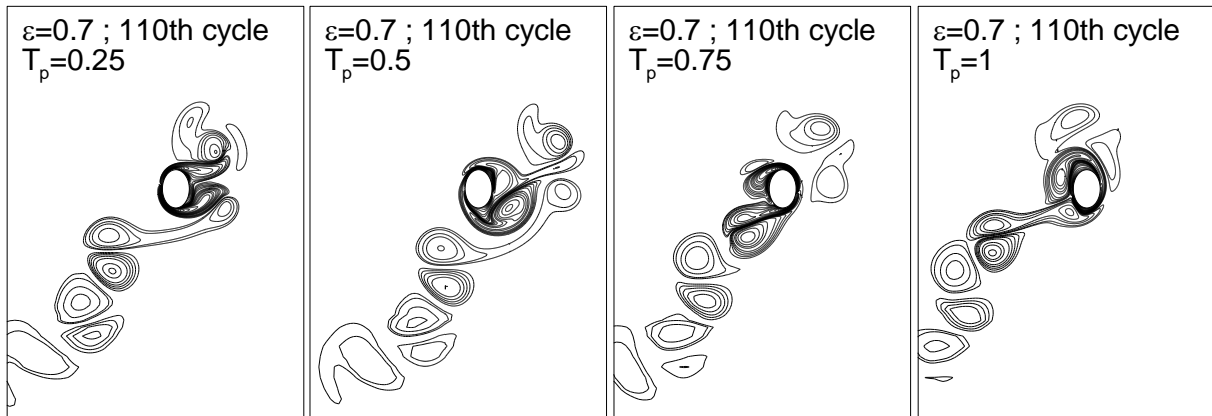
**Fig. 5.27** - Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 0,8$



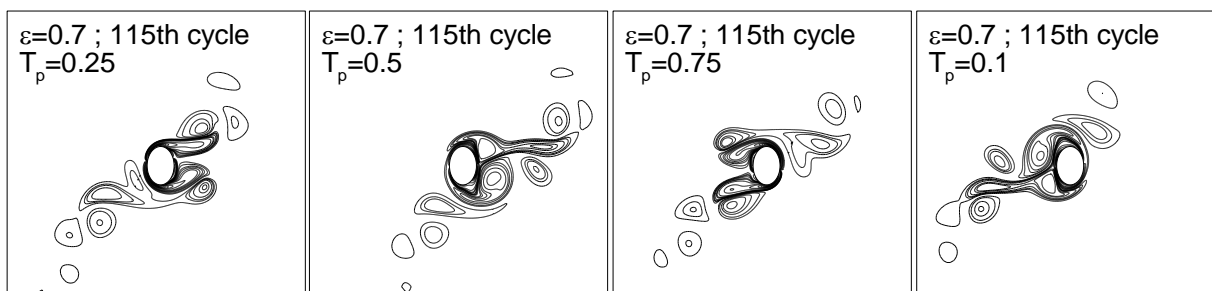
**Fig. 5.28** - Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 0.8$

### 5.3.1.B - Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon = 0.7$

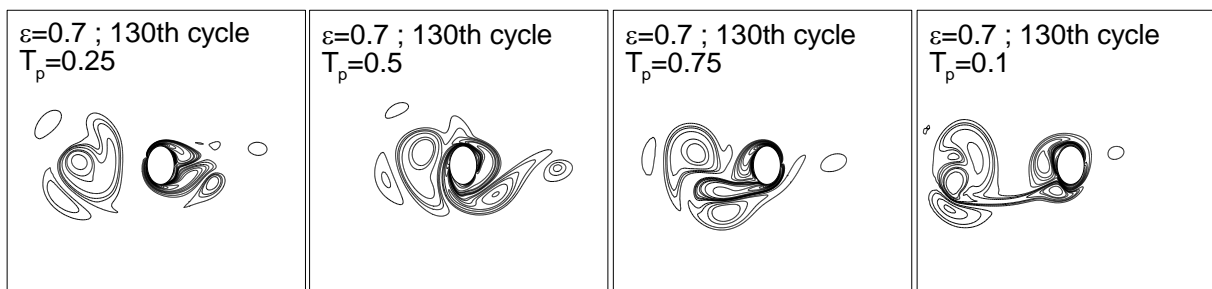
Le tracé tourbillonnaire en V n'est plus retrouvé, marquant la fin du régime D. l'analyse du champ de vorticité durant les 200 cycles simulés a montré deux modes connus et déjà décrits précédemment, à savoir le mode simple-paire (Fig. 5.29 a, c) et le mode double-paires (Fig. 5.29b) d'une durée de 10 à 20 cycles. Le passage d'un mode à un autre (ou également une commutation de position du lâché tourbillonnaire) se fait via quelques cycles d'intermittence d'une durée de 2 à 3 cycles.



(a) Mode simple-paire au 110eme cycle (tracé oblique)



(b) Mode double-paires au 115eme cycle



(c) Mode simple-paire au 130eme cycle (détachement parallèle à l'écoulement)

**Fig. 5.29** – Différents modes des détachements tourbillonnantes apparus pour le cas du rapport  $\epsilon=0.7$

5.3.1.C - Champ de vorticité et de pression pour  $\varepsilon \in [0.1, 0.6]$

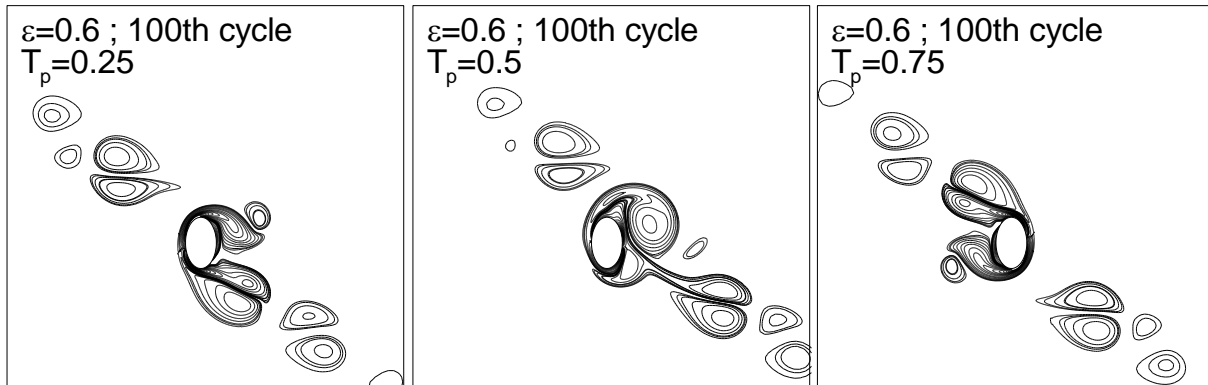


Fig. 5.30 - Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 0.6$

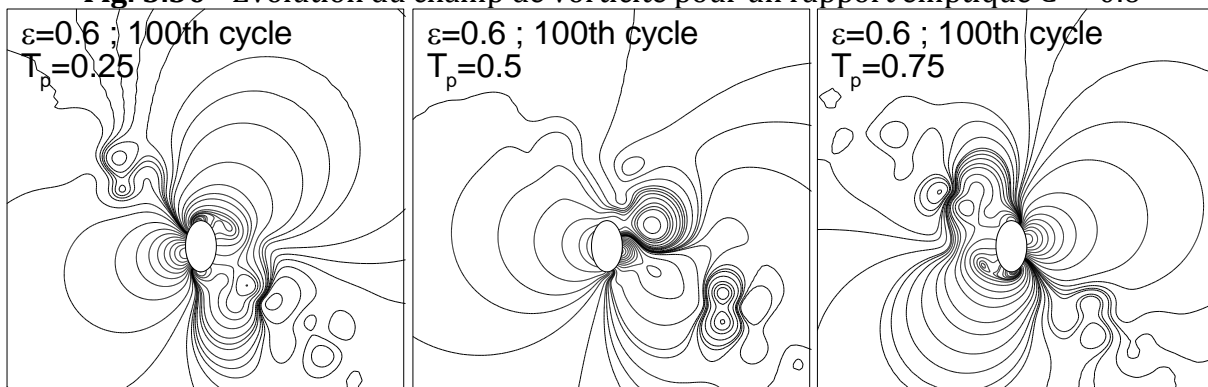


Fig. 5.31 - Evolution du champ de pression pour le rapport elliptique  $\varepsilon = 0.6$

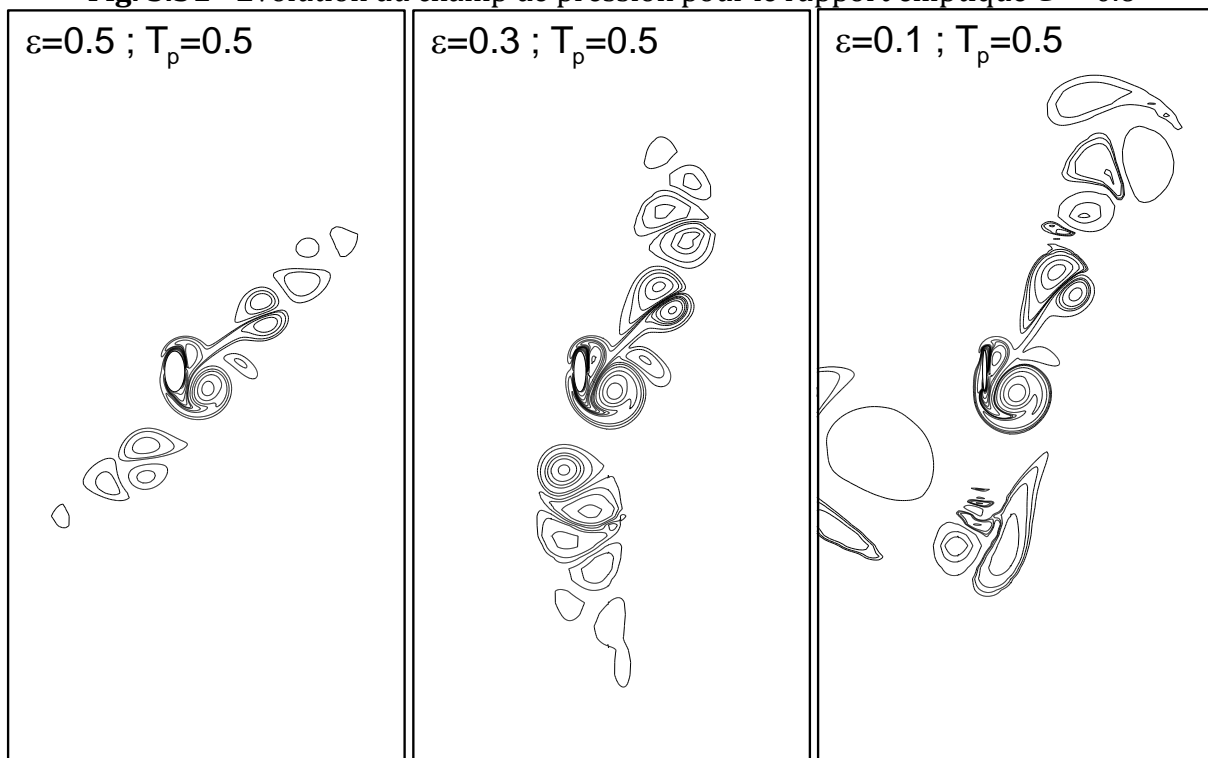


Fig. 5.32 - Comparaison des détachements de tourbillonnaire en mode double-paire pour les rapports elliptiques 0,5, 0,3 et 0,1

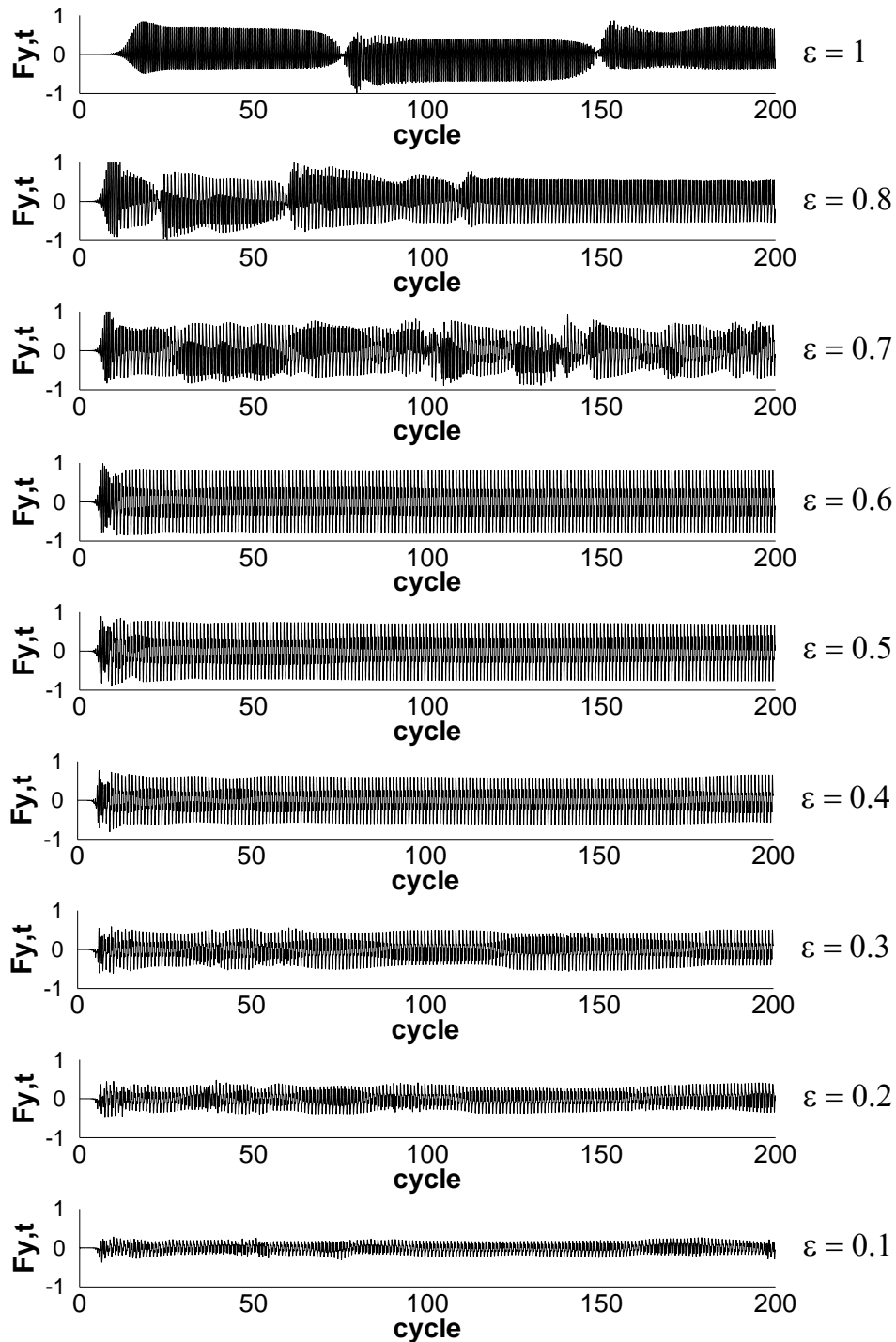
### 5.3.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques

Comme il est bien connu, la distribution du champ de vorticité affecte nettement les forces agissantes sur le cylindre. Ici, on explore l'évolution au cours du temps des forces agissant sur le cylindre et de l'effet du rapport elliptique sur leur grandeur.

Le V-tracé ci-dessus discuté à ses propres effets sur l'évolution de la force transversale. En particulier, le V-tracé descendant induit une force d'oscillation, dont la valeur moyenne par cycle est positive. Réciproquement le V-tracé ascendant induit une force ayant une valeur moyenne par cycle négative. Dans l'étape transitoire, dans laquelle le V-tracé descendant se transforme en ascendant, et vice-versa la force transversale se dégrade nettement, de sorte que la période dont le V-tracé est observé soit identifiée par un groupe d'oscillations semblables de la force transversale. Ceci est clairement illustré dans la figure 5.33 pour les rapports elliptiques  $\varepsilon = 1$  et  $\varepsilon = 0.8$  qui montre l'évolution au cours du temps de la force transversale totale adimensionnelle. On observe la présence de plusieurs *groupes* chacun caractérisé en étant décentrée vers des valeurs positives ou négatives. Les groupes concentrés vers les valeurs positives (ayant une valeur moyenne par cycle positive) correspondent au V-tracé descendant du champ de vorticité, et l'opposé est vrai pour les autres groupes.

Pour le rapport elliptique  $\varepsilon = 7$  (voir Fig.5.33), caractérisé par une instabilité de l'écoulement dominé par deux types de mode (mode simple-paire et double-paires), la complexité de force transversale est à l'image de l'instabilité du champ de vorticité décrite. En effet, cette force présente plusieurs modulations irrégulières pour ce rapport elliptique.

Pour des valeurs du rapport elliptique comprises entre  $0.4 \leq \varepsilon \leq 0.6$ , la force transversale ne présente aucune modulation, attestant ainsi du caractère stable du mode diagonal double-paires qui domine ce cas. Notons aussi que l'amplitude de cette force décroit avec la réduction du rapport elliptique dans la gamme  $\varepsilon \in [0.1, 0.6]$  en raison du faible profile que présente l'obstacle dans la direction transversale (voir Fig.5.33).



**Fig. 5.33** - Evolution de la force transversale totale non-dimensionnelle en régime D pour différents rapport elliptiques

L'évolution au cours du temps de la force longitudinale pour plusieurs valeurs du rapport elliptique est montrée dans la figure 5.34. Nous remarquons en premier lieu que l'amplitude de cette force augmente avec la réduction du rapport elliptique dans tout l'intervalle considéré. En effet, ceci est dû à la caractéristique non-profilée acquise par le cylindre elliptique où le petit axe est parallèle à l'écoulement. Par ailleurs, la force longitudinale présente une faible modulation

dans le cas du rapport elliptique  $\varepsilon = 7$ , ceci peut être attribué au caractère instable de la vorticité. Cependant pour ce qui est des autres rapports elliptiques, la force longitudinale ne semble pas ˆtre affectée par la vorticité asymétrique (mode V et mode double paire) car aucune modulation n'est remarqu e.

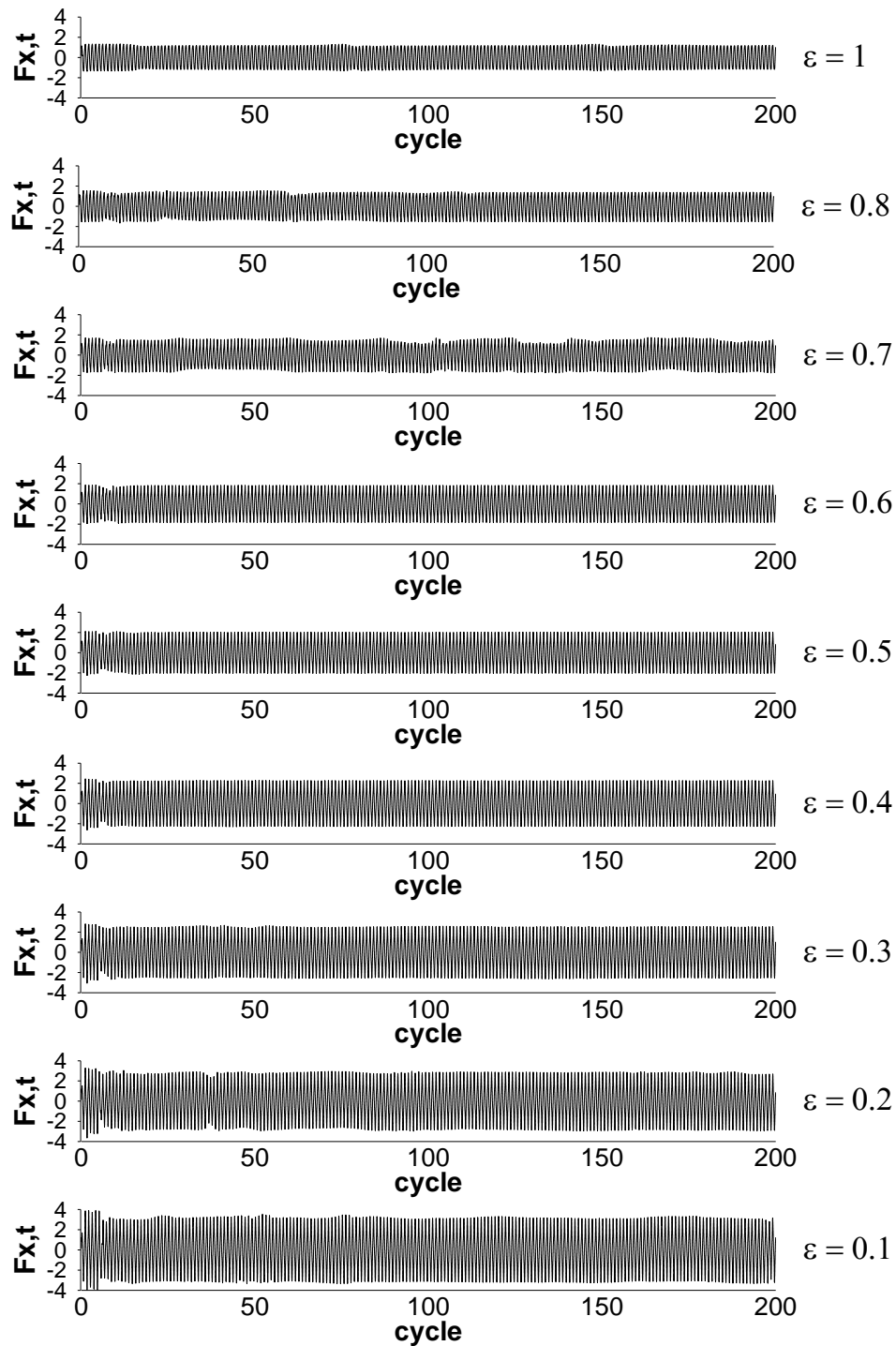
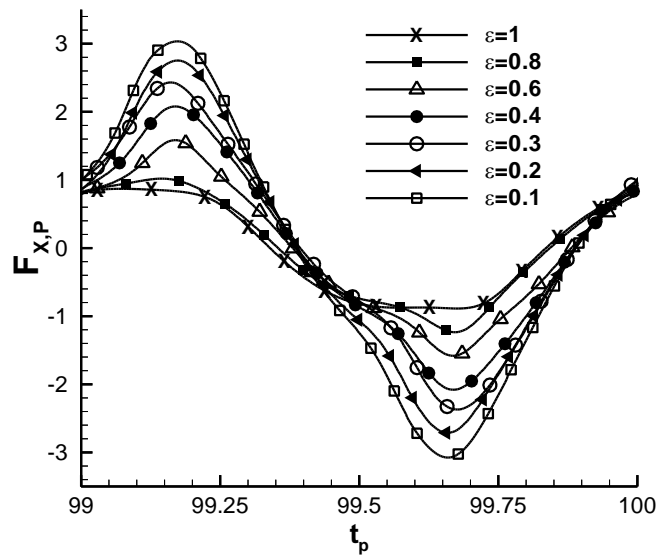
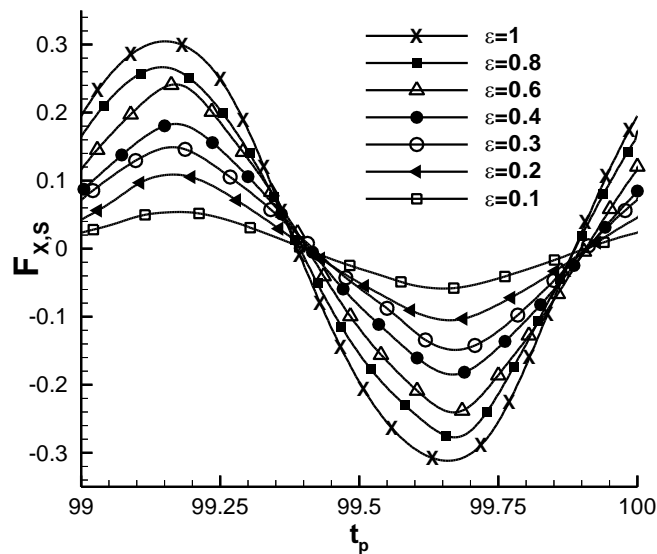


Fig. 5.34 - Evolution de la force longitudinale totale non-dimensionnelle en régime D pour différents rapports elliptiques

Les composantes de la force longitudinale, à savoir la force longitudinale sont présentés sur les figures 5.35a-b qui illustrent respectivement l'évolution de la force longitudinale de pression ( $F_{x,p}$ ) et la force longitudinale de cisaillement ( $F_{x,s}$ ) pour plusieurs valeurs du rapport elliptique au cours d'un cycle d'oscillation. Comme prévu, pour tous les rapports elliptiques, l'amplitude de la composante de pression est plus importante que celle de la force de cisaillement et que la réduction du rapport elliptique entraîne une amplification de la force longitudinale de pression (fig. 5.35a) et un amortissement la force longitudinale de cisaillement (fig. 5.35b), En effet, ceci a été déjà observé dans le cas du régime A étudié dans la section précédente.



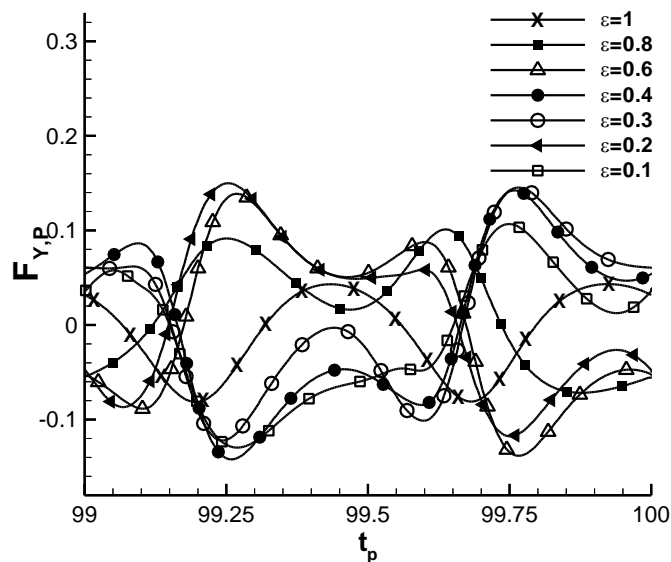
(a) Force longitudinale de pression ( $F_{x,p}$ )



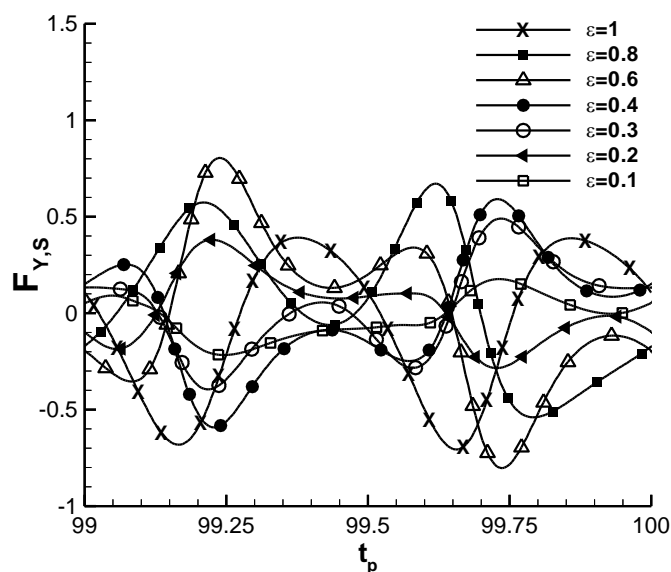
(b) Force longitudinale de cisaillement ( $F_{x,s}$ )

**Fig. 5.35** - Evolution des forces longitudinales (a) de pression ; (b) de cisaillement durant le 100ème cycle pour différents rapport elliptique

Aussi, l'effet du rapport elliptique sur les composantes de la force transversale a été aussi analysé. Les figures 5.36a,b illustrent respectivement l'évolution de la force transversale de pression ( $F_{y,p}$ ) et la force transversale de cisaillement ( $F_{y,s}$ ) pour plusieurs valeurs du rapport elliptique au cours un cycle. Contrairement aux composantes longitudinales, la force transversale de cisaillement ( $F_{y,s}$ ) est plus importante que celle de pression ( $F_{y,p}$ ). Cependant l'évolution temporelle de ces forces ne semble suivre un comportement régulier. Il en est de même pour leurs évolutions en fonction du rapport elliptique.



(a) Force transversale de pression ( $F_{y,p}$ )



(b) Force transversale de cisaillement ( $F_{y,s}$ )

Fig. 5.36 - Evolution des forces transversales (a) de pression ; (b) de cisaillement durant le 100eme cycle pour différents rapport elliptique

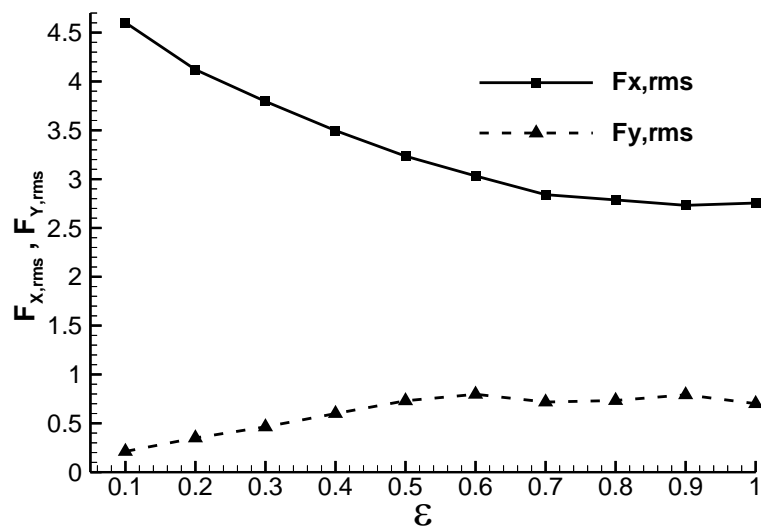
### 5.3.3- Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

Les écarts type (root mean square) de la force longitudinale et transversale ainsi que les coefficients de Morison sont rapportés dans le tableau 5.4 pour différentes configurations géométriques en régime asymétrique D.

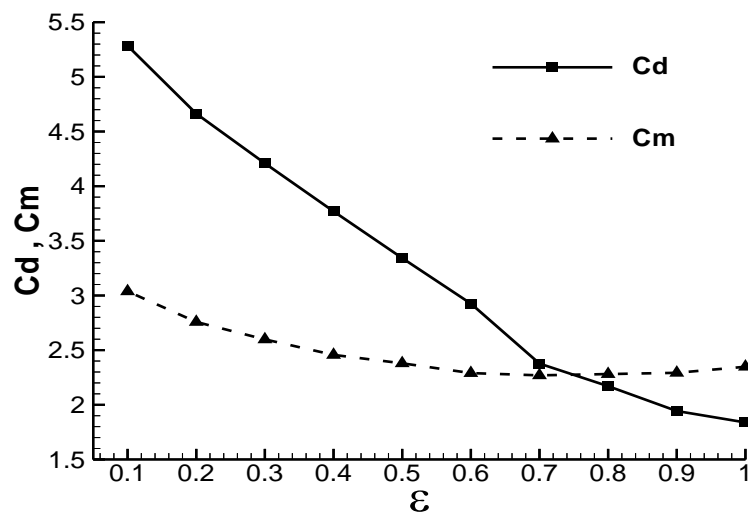
**Tableau 5.4.** Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime A ( $KC = 6.5$  et  $Re = 130$ ) et pour les différents rapports elliptiques

$\varepsilon$	$C_d$	$C_m$	$F_{X,RMS}$	$F_{Z,RMS}$
1	1.84	2.35	2.53	0.7011
0.9	1.94	2.29	2.51	0.7917
0.8	2.17	2.28	2.57	0.733
0.7	2.38	2.27	2.63	0.717
0.6	2.93	2.29	2.83	0.797
0.5	3.34	2.35	3.04	0.730
0.4	3.76	2.46	3.321	0.598
0.3	4.18	2.61	3.61	0.462
0.2	4.62	2.76	3.93	0.353
0.1	5.26	3.03	4.42	0.213

Comme il a été cité auparavant, la force longitudinale augmente avec la réduction du rapport elliptique. Ceci, est clairement indiqué par la figure 5.37, qui montre l'écart type (r.m.s) de la force longitudinale et transversale rapporté sur le tableau 5.4. Ceci est justifié par le fait qu'un cylindre non profilé (bluff body) a une résistance d'avancement plus importante par rapport à un cylindre profilé. Pour ce qui est de la force transversale (r.m.s), la réduction du rapport elliptique cause une diminution de la valeur maximale de la force transversale pendant l'oscillation, et, par conséquent, de son écart type (r.m.s). La réduction mentionnée ci-dessus est liée au faible profilé du cylindre dans la direction transversale.



**Fig. 5.37** - Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale



**Fig. 5.38** - Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

La figure 5.38 montre l'effet du rapport elliptique sur le coefficient de Morison rapporté sur le tableau 5.4. Il est évident que les changements produits sur les forces hydrodynamiques se répercuteront sur les coefficients de Morison. Les résultats indiquent que le coefficient de trainée ( $C_d$ ) est plus affecté par le changement du profil elliptique du cylindre que le coefficient d'inertie ( $C_m$ ). En effet, le coefficient de trainée augmente au fur et à mesure que le cylindre s'effile dans direction transversale et prend une valeur minimale de  $C_d = 1.84$  pour  $\epsilon = 1$  et un maximum de  $C_d = 5.26$  pour  $\epsilon = 0.1$ .

Pour ce qui est du coefficient d'inertie (Fig 5.38), ce dernier ne semble pas subir de grand changement, à savoir que pour de valeur du rapport elliptique  $0.4 \leq \varepsilon \leq 0.6$  le coefficient de d'inertie est compris entre  $2.27 \leq C_m \leq 2.35$ , pour des valeurs du rapport  $\varepsilon \leq 0.5$  le coefficient de d'inertie augmente avec la réduction ce rapport pour atteindre un maximum de 3.03 pour  $\varepsilon = 0.1$ .

## 5.4 Résultats obtenues pour un écoulement en régime F autour d'un cylindre elliptique

Le régime F est caractérisé par l'émission d'une paire de tourbillons contrarotatifs à chaque demi-période. Chacune des deux paires étant convectée dans des quadrants diamétralement opposés, on obtient un profil diagonal qui définit le régime F de Tatsuno & Bearman [9]. Il est également identifié sous le nom de régime double-paire par Williamson [10].

### 5.4.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression

L'évolution temporelle du champ de vorticité de ce mode est donnée par les figures 5.39 et 5.41 pour les rapports elliptiques  $\varepsilon = 1$  et  $\varepsilon = 0.1$  respectivement. Le champ de vorticité présente une symétrie centrale par rapport au centre du cylindre avec un déphasage d'une demi-période. Cette symétrie locale sur le contour du cylindre est préservée dans l'écoulement global et aucune commutation n'est observée durant les 200 cycles d'écoulement pour toute la gamme du rapport elliptique considérée, démontrant ainsi la stabilité de ce type d'écoulement. Cependant, il est à noter qu'au fur et à mesure que le rapport elliptique décroit, le tracé tourbillonnaire devient de plus en plus oblique. Ceci est clairement visualisé sur la figure 5.43.

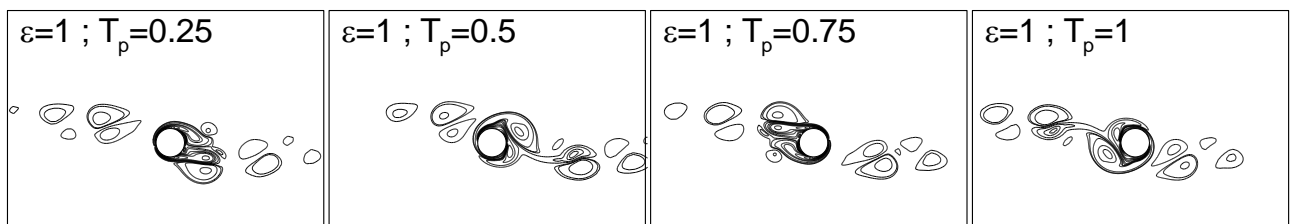


Fig. 5.39 - Evolution du champ de vorticité pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 1$

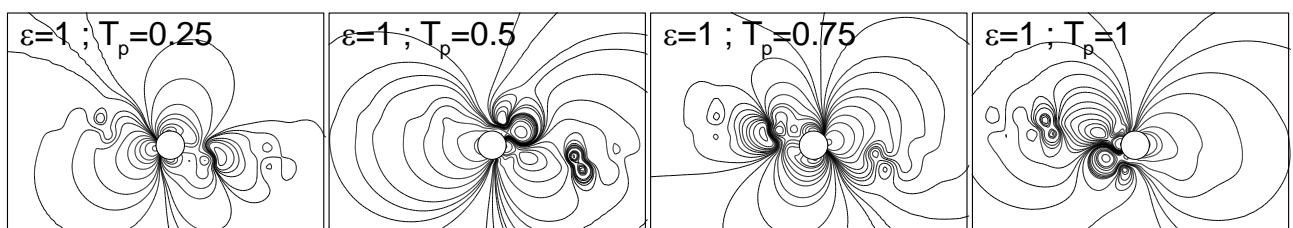


Fig. 5.40 - Evolution du champ de pression pour un rapport elliptique  $\varepsilon = 1$

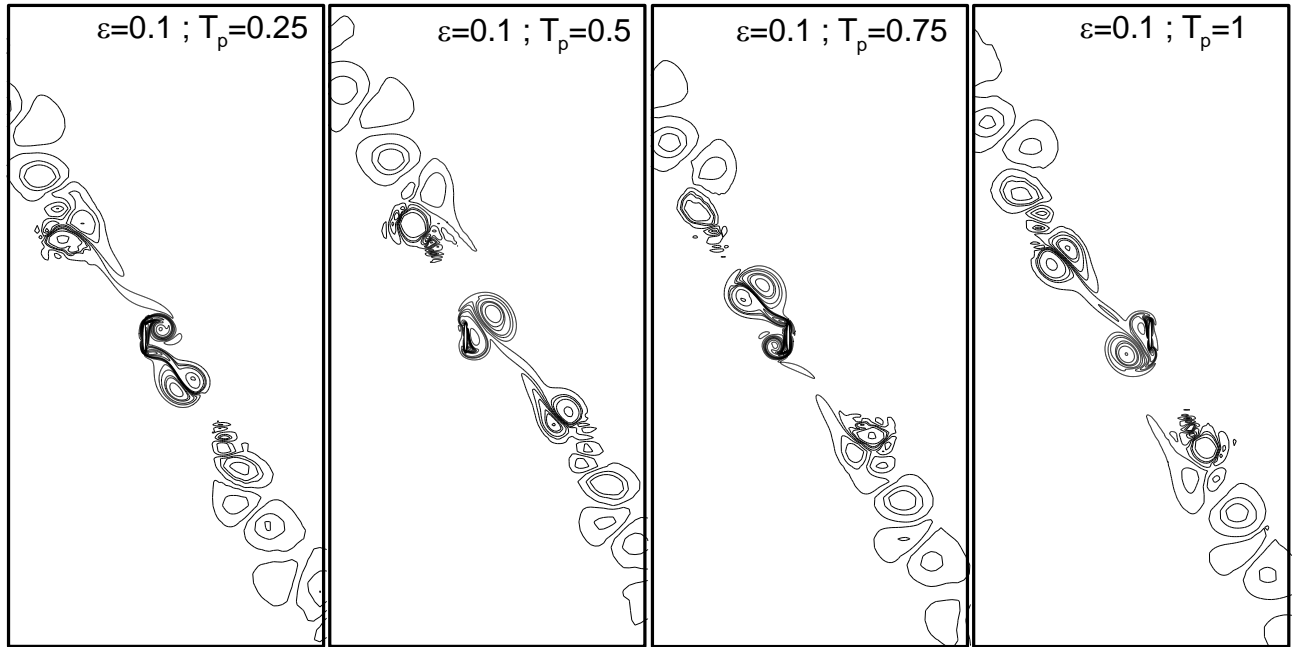


Fig. 5.41 - Evolution du champ de vorticité pour le rapport elliptique  $\varepsilon = 0.1$

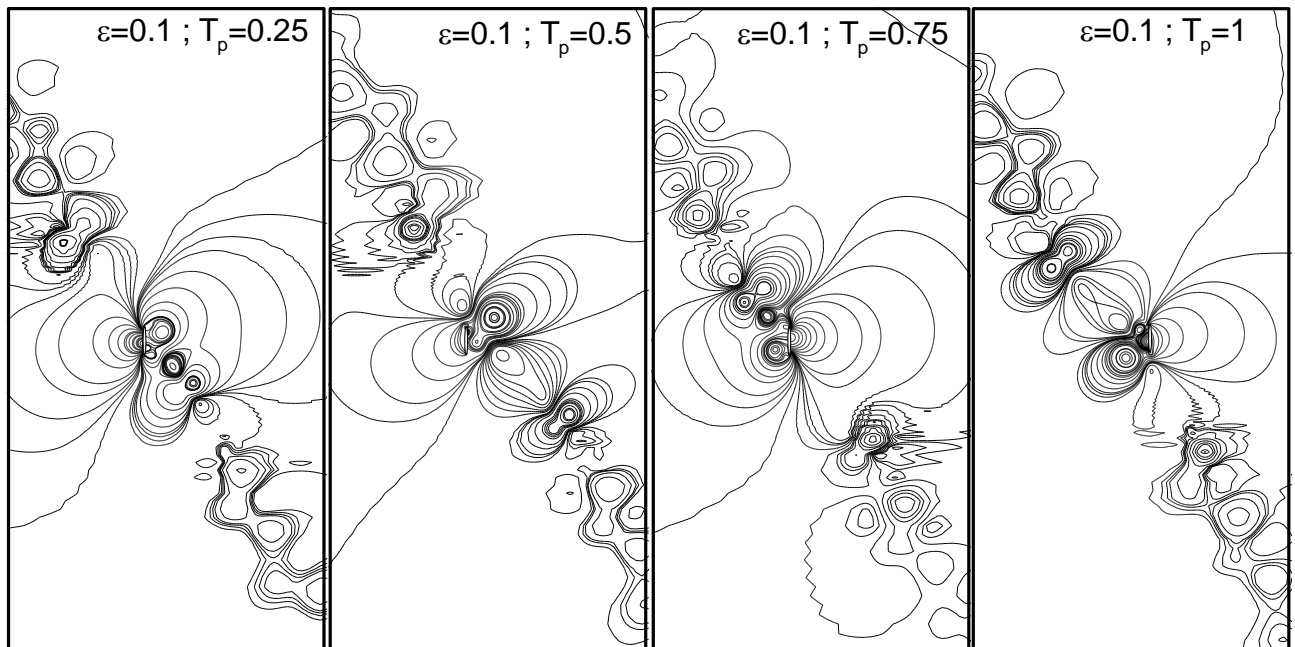
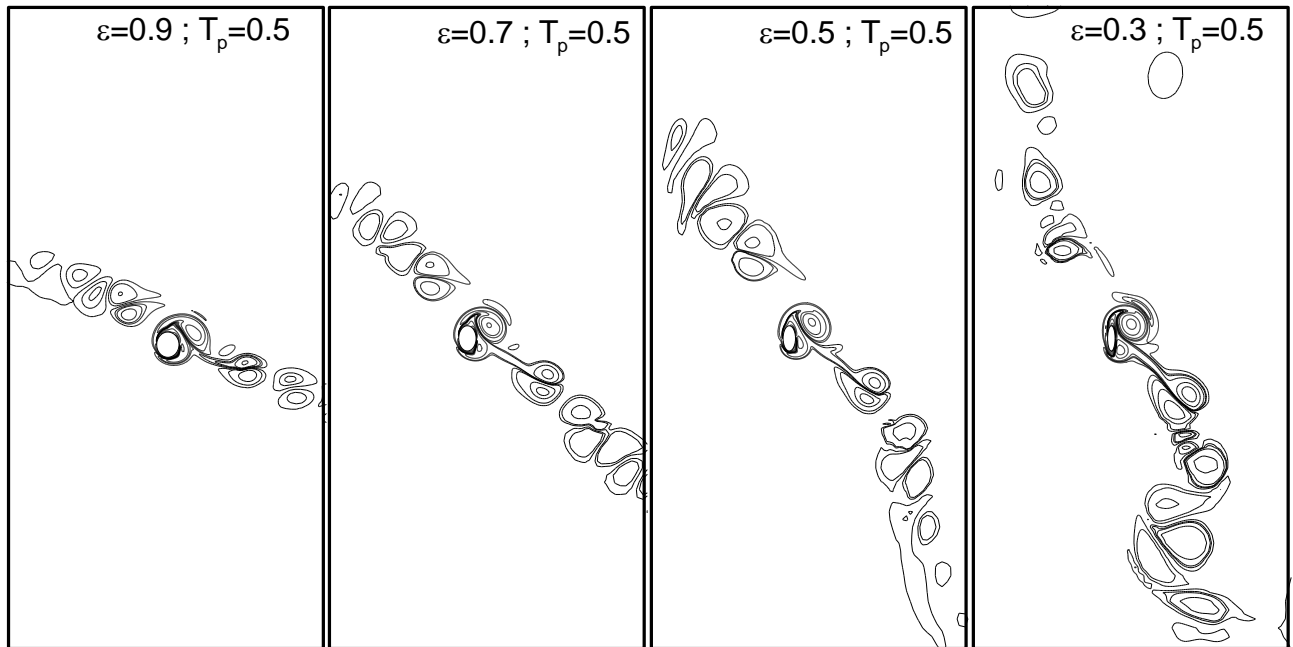


Fig. 5.42 - Evolution du champ de pression pour le rapport elliptique  $\varepsilon = 0.1$



**Fig. 5.43** - Comparaison des détachements de tourbillonnaire en mode double-paire pour les rapports elliptiques 0,5, 0,3 et 0,1

#### 5.4.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques

Dans cette partie, nous analyserons l'effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques dans un écoulement sous les conditions du régime F. les figures 5.44 et 5.45 montrent l'évolution temporelle de la force transversale et la force longitudinale respectivement. Contrairement aux cas des régimes A et D, dont l'occurrence de basculements d'un mode à un autre avec la réduction du rapport elliptique, l'axe du lâcher tourbillonnaire du mode diagonal dans le régime F, déterminé initialement de façon arbitraire, est maintenu tout au long des 200 cycles d'écoulement simulé et pour toute la gamme du rapport elliptique. Le mode diagonal semble ainsi complètement périodique et stable comme Tatsuno & Bearman [9] l'ont décrit à l'origine. Cette stabilité est mise en évidence aussi sur la figure 5.44 qui présente la force transversale au cours des 200 cycles simulé. En effet, dans les cas des régimes A et D déjà étudiés, la force transversale est celle qui semble être la plus affectée par le changement du mode de détachement tourbillonnaire (mode asymétrique, simple-paire, double-paire, chaotique, tracé en V, commutations, etc). Dans le cas du régime F, cette force ne présente que de faible modulation, attestant ainsi de la stabilité du mode diagonal. Ceci dit, la réduction du

rapport elliptique provoque une atténuation en amplitude de cette force tel qu'il a été déjà observé dans les autres cas des régimes étudiés.

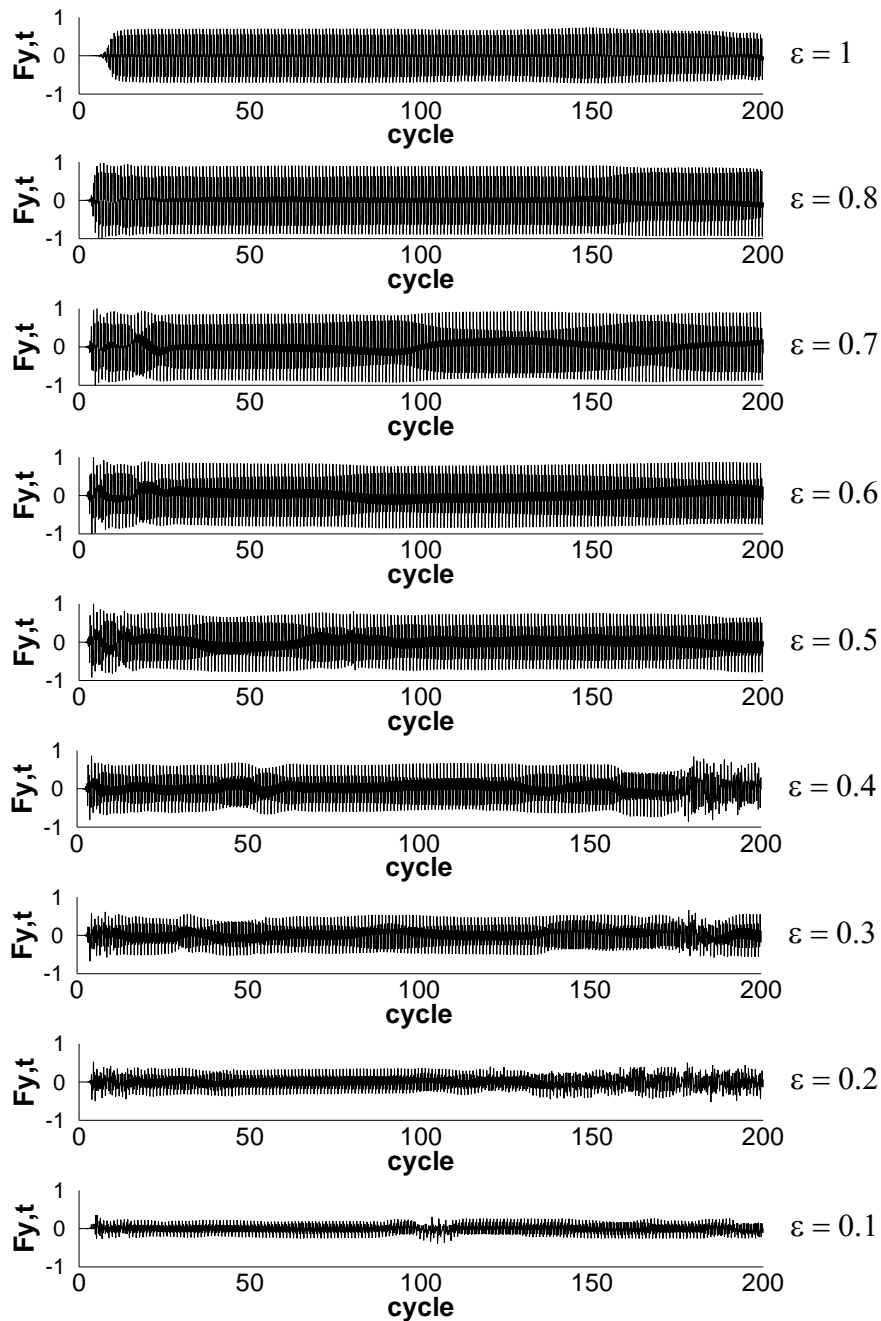


Fig. 5.44 - Evolution de la force transversale totale non-dimensionnelle en régime F pour différents rapport elliptiques

Pour l'évolution de la force longitudinale montrée sur la figure 5.45, Le même comportement observé dans l'autre cas est observé pour le cas du régime F. On effet l'amplitude de cette force augmente avec la réduction du rapport elliptique dû à la caractéristique non-profilée acquise par le cylindre elliptique où le petit axe est parallèle à l'écoulement. Cependant, contrairement aux régimes A et D, aucune modulation de cette force n'est observée du fait de la stabilité du mode diagonal.

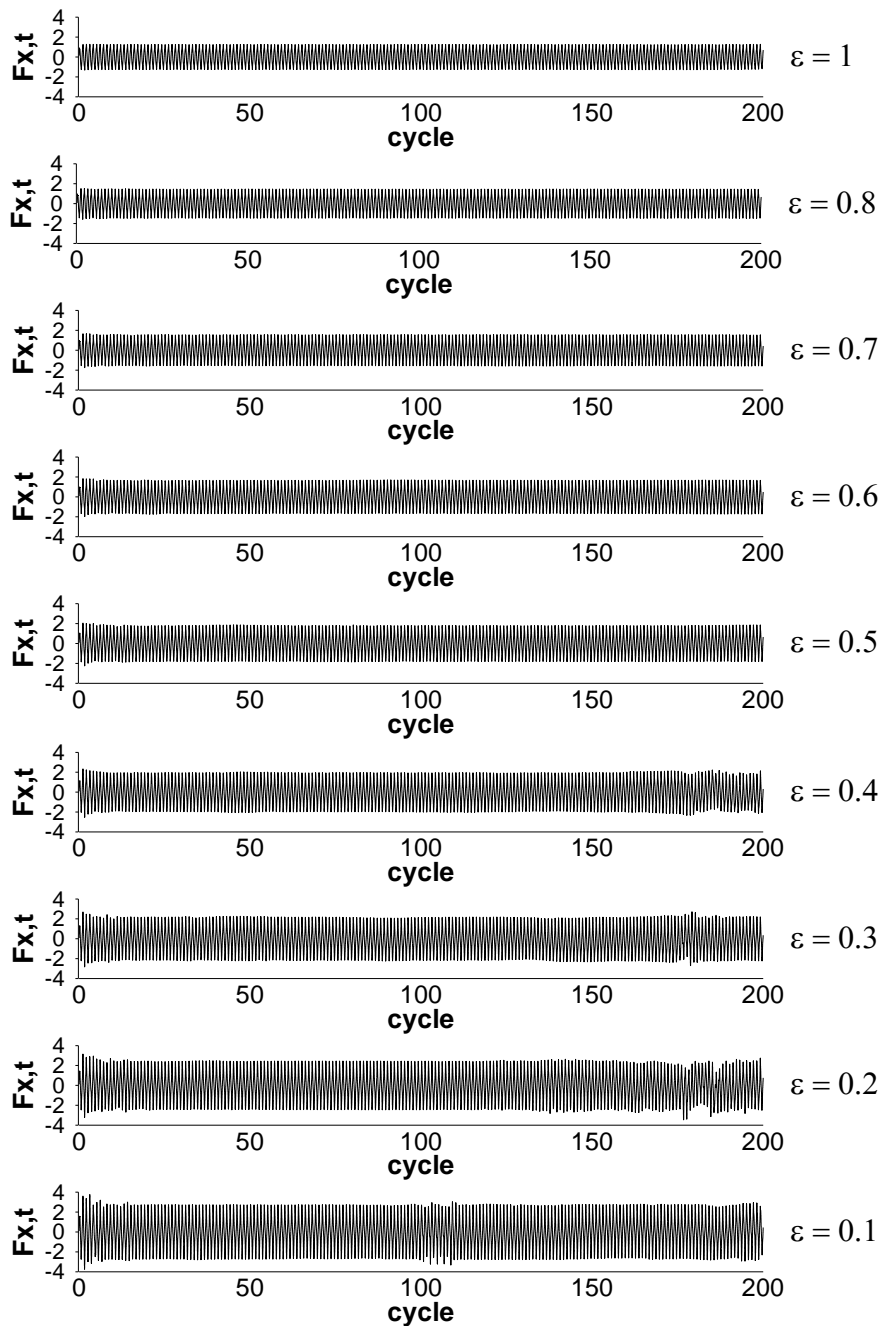
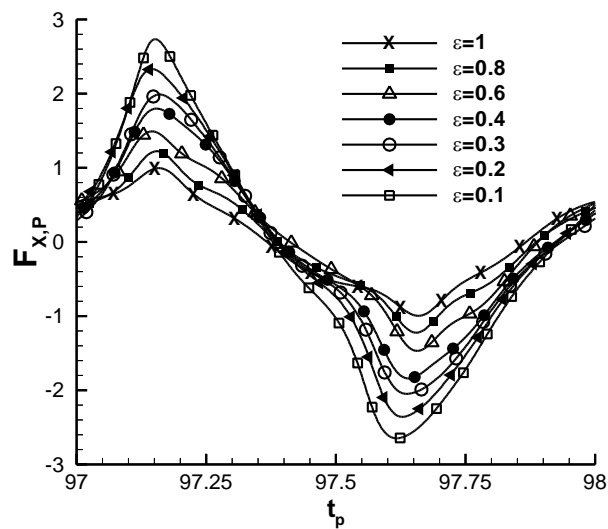


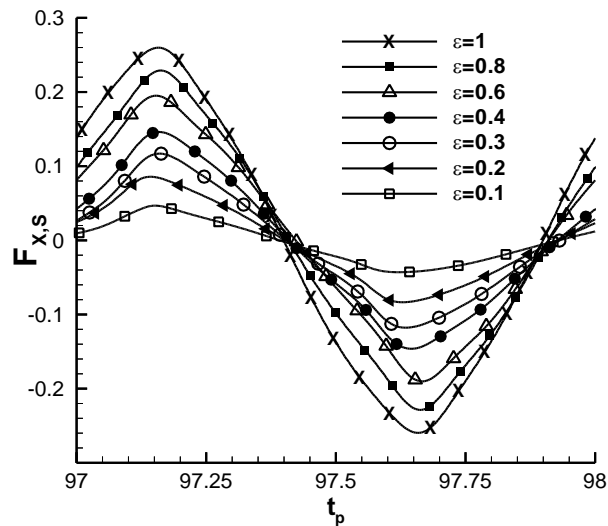
Fig. 5.45 - Evolution de la force longitudinale totale non-dimensionnelle en régime F pour différents rapport elliptiques

Les figures 5.46 et 5.47 montrent respectivement les composantes de pression et de cisaillement de la force longitudinale ( $F_{x,p}$  et  $F_{x,s}$ ) et ceux de la force transversale ( $F_{y,p}$  et  $F_{y,s}$ ) pour plusieurs valeurs du rapport elliptique au cours du 97ième cycle d'oscillation.

Concernant les composantes de la force longitudinale dans le cas du régime F, le même constat est fait que dans les cas des régimes A et D déjà étudiés, à savoir que pour tous les valeurs du rapport elliptique considérées, la force de pression (Fig 5.46a) est plus importante que celles de cisaillement (Fig 5.46b). Aussi, la figure 5.46 indique que la réduction du rapport elliptique entraîne une amplification de la force de pression et un amortissement de la force de cisaillement.



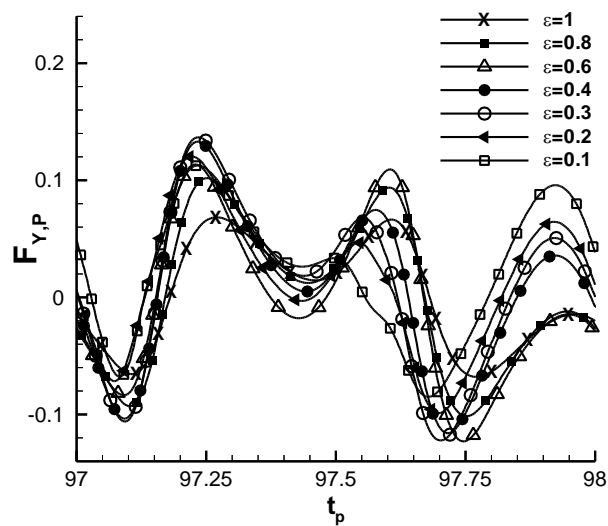
(a) Force longitudinale de pression ( $F_{x,p}$ )



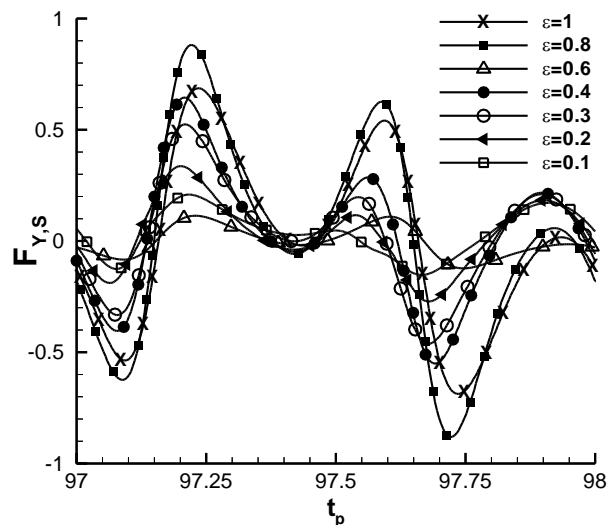
(b) Force longitudinale de cisaillement ( $F_{x,s}$ )

**Fig. 5.46** - Evolution des forces longitudinales (a) de pression ; (b) de cisaillement durant le 97ème cycle pour différents rapport elliptique

Contrairement aux composantes de la force longitudinale, les figures 5.47a-b indiquent que la force transversale de cisaillement  $F_{y,s}$  est supérieure à celle transversale de pression  $F_{y,p}$ . Aussi, contrairement au régime D, Ces composantes transversale ( $F_{y,p}$  et  $F_{y,s}$ ) semblent suivre une évolution plus régulière. En effet, les figures 5.47a-b montrent que pour un cycle d'oscillation, les courbes suivent la même progression. Cette régularité peut être attribuée au caractère stable du mode double-paire. Nous notons également six zones d'amplification des deux forces. Cependant, aucun lien ne peut être établi entre l'amplitude de ces forces et la variation du rapport elliptique.



(a) Force transversale de pression ( $F_{y,p}$ )



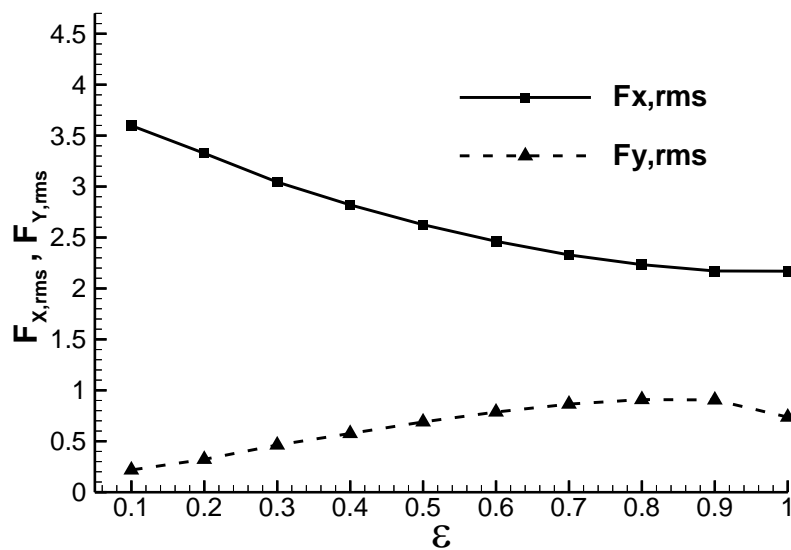
(b) Force transversale de cisaillement ( $F_{y,s}$ )

**Fig. 5.47** - Evolution des forces transversales (a) de pression ; (b) de cisaillement durant le 97eme cycle pour différents rapport elliptique

### 5.4.3 Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

**Tableau 5.5.** Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime A ( $KC = 8.5$  et  $Re = 170$ ) et pour les différents rapports elliptiques

$\varepsilon$	$C_d$	$C_m$	$F_{X,RMS}$	$F_{Z,RMS}$
1	1.82	2.27	2.17	0.736
0.9	2.00	2.18	2.17	0.905
0.8	2.24	2.15	2.23	0.909
0.7	2.46	2.16	2.33	0.862
0.6	2.73	2.20	2.46	0.786
0.5	2.99	2.29	2.63	0.690
0.4	3.29	2.39	2.82	0.576
0.3	3.65	2.47	3.04	0.463
0.2	3.99	2.68	3.33	0.322
0.1	4.37	2.83	3.60	0.218



**Fig. 5.48** - Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale

L'effet du rapport elliptique sur le coefficient de Morison est illustré sur la figure 5.49. Dans le cas du régime F, nous constatons le même comportement déjà observé dans les cas des régimes A et D étudiés, à savoir que le coefficient de trainé ( $C_d$ ) est plus affecté par le changement du profile elliptique du cylindre que le coefficient d'inertie ( $C_m$ ). En effet, le coefficient de trainé augmente d'une façon plus linéaire avec la diminution du rapport elliptique et prend une valeur minimale de  $C_d = 1.82$  pour  $\varepsilon = 1$  et un maximum de  $C_d = 4.37$  pour  $\varepsilon = 0.1$ .

Concernant le coefficient d'inertie (Fig 5.39), les valeurs qu'il prend dans tout l'intervalle du rapport elliptique considéré sont comprise entre  $2.15 \leq C_m \leq 2.83$ . Il est à noter que ce coefficient décroît faiblement avec la réduction du rapport elliptique dans la gamme  $0.7 < \varepsilon \leq 1$  en prenant des valeurs comprises dans l'intervalle  $2.16 < C_m \leq 2.27$ . D'autre part, la réduction du rapport elliptique au-delà de 0.7 ( $\varepsilon \leq 0.7$ ) entraîne une augmentation de ce coefficient qui prend une valeur minimale de  $C_m = 2.16$  pour  $\varepsilon = 0.7$  et atteint une valeur maximale de  $C_m = 2.83$  pour  $\varepsilon = 0.1$ .

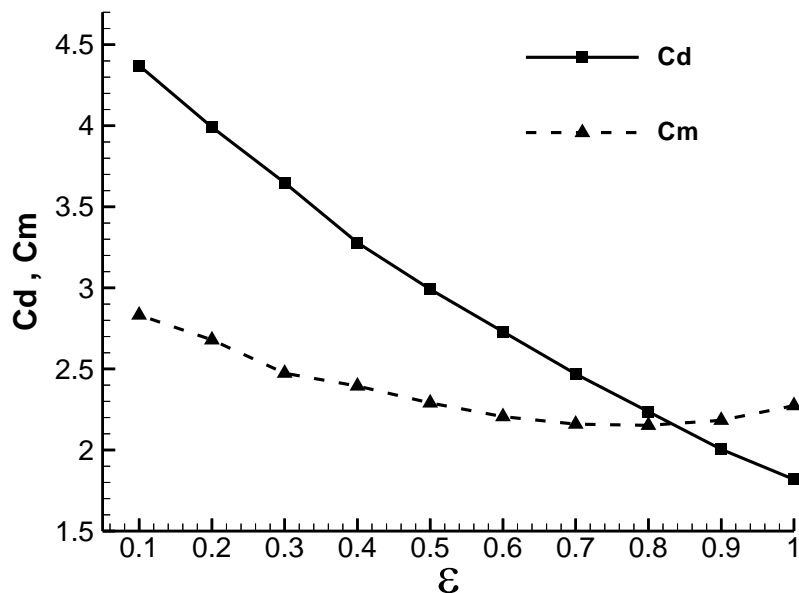
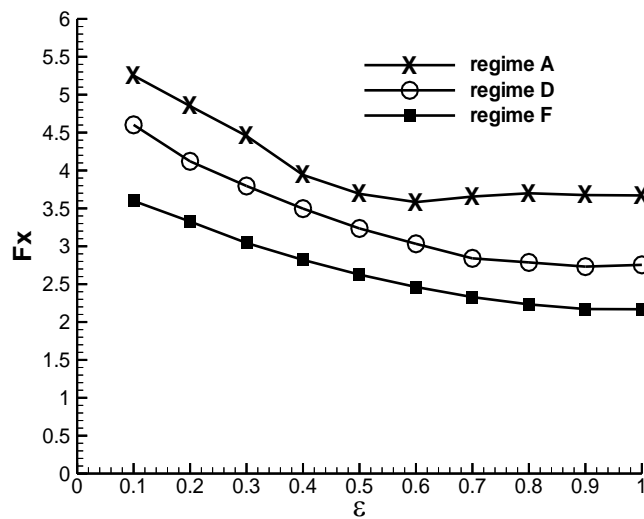


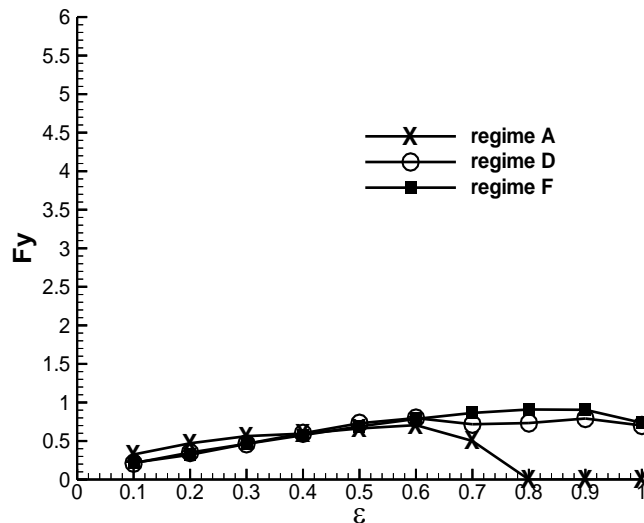
Fig. 5.49 - Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

### 5.5 Force hydrodynamique et coefficients de Morison en fonction du KC et du rapport elliptique

Afin de mettre en évidence l'évolution globale des forces hydrodynamiques ainsi que les coefficients de Morrison en fonction du rapport elliptique et selon le type de régime étudié, nous regroupons les résultats déjà présentés pour chaque cas sur les figures 5.50 et 5.51 qui illustrent respectivement l'influence du rapport elliptique sur l'écart type des forces hydrodynamiques et des coefficients de Morrison pour les trois régimes d'écoulement (A, D et F).



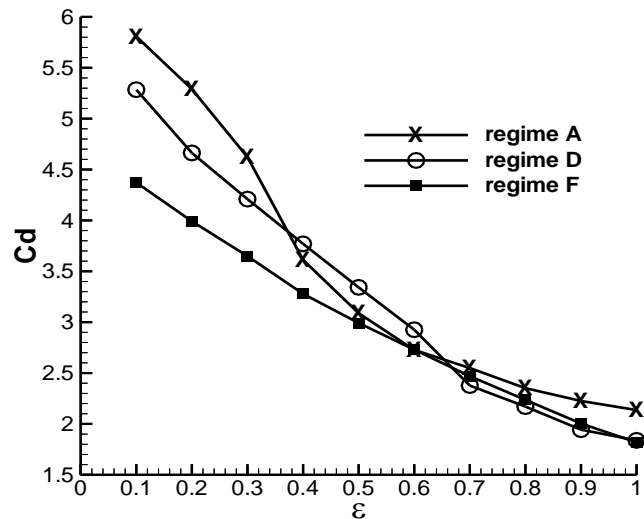
(a) Force longitudinale



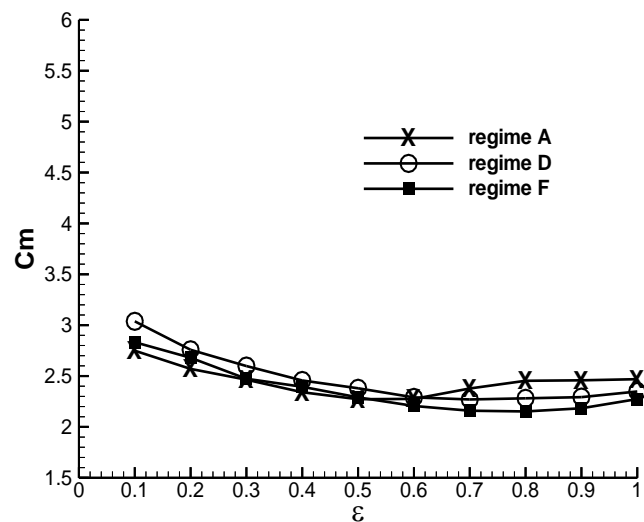
(b) Force transversale

**Fig. 5.50** - L'influence du rapport elliptique sur l'écart type des forces hydrodynamiques pour trois régimes d'écoulement (A, D et F)

Les forces longitudinales (rms) de chaque régime présenté sur la figure 5.50a, semblent suivre une évolution en parallèles. Pour ce qui est des forces transversales (rms) (fig 5.50b), l'évolution de cette force pour les régimes D et F se trouve confondue dans tout l'intervalle du rapport elliptique à l'exception du régime A où la force transversale s'annule pour le mode symétrique observé dans la gamme du rapport elliptique  $0.1 \leq \epsilon \leq 0.6$ .



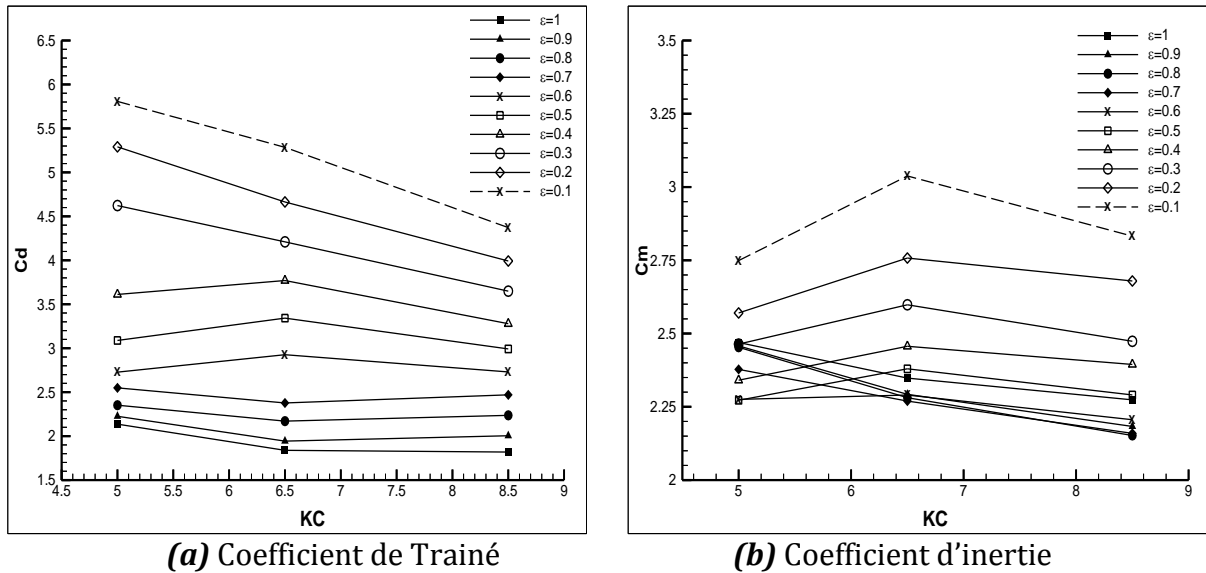
(a) Coefficient de Trainé



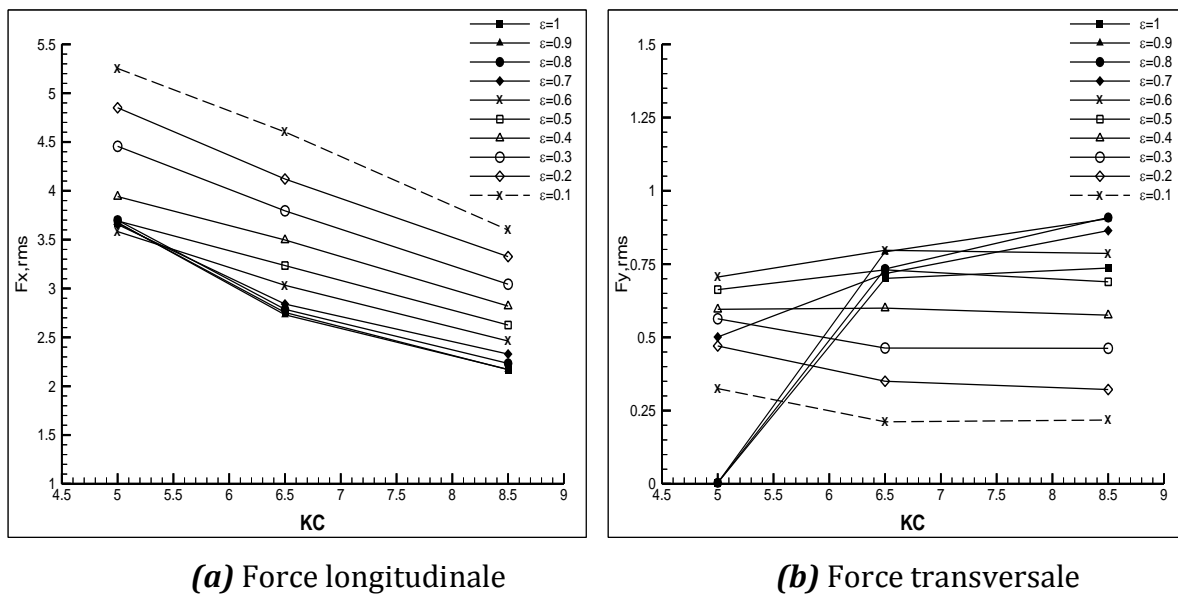
(b) Coefficient d'inertie

**Fig. 5.51** - L'influence du rapport elliptique sur les coefficients de Morison pour trois régimes d'écoulement (A, D et F)

Quant aux coefficients de Morrison, le coefficient d'inertie présenté sur la figure 5.51b ne semble pas être affecté par le changement de régime. En effet, les trois évolutions de ce coefficient en fonction du rapport elliptique semblent être confondues. Cependant, nous ne pouvons pas en dire autant du coefficient de trainé. La figure 5.51a montre que ces coefficients se confondent pour les deux régimes D et F dans l'intervalle du rapport elliptique  $0.7 \leq \varepsilon \leq 1$ .



**Fig. 5.52** – Evolution des coefficients de Morrison en fonction du KC à  $\beta = 20$  et pour plusieurs valeurs du rapport elliptique.



**Fig. 5.53** - Evolution des valeurs efficaces des forces hydrodynamiques en fonction du KC à  $\beta = 20$  et pour plusieurs valeurs du rapport elliptique.

## Conclusion

La présente étude est une contribution numérique pour étudier les effets des paramètres géométriques d'un cylindre elliptique sur un champ d'écoulement oscillant et les forces hydrodynamiques générées sur l'obstacle. Cette investigation est réalisée numériquement, en résolvant les équations instationnaires de Navier-Stokes tridimensionnelles par une méthode des différences finies de deuxième ordre de précision pour l'espace et le temps. Trois régimes de la carte de TB90 [9] sont considérés, à savoir le régime A ( $KC = 5$  et  $Re = 100$ ), le régime D ( $KC = 6.5$  et  $Re = 130$ ) et le régime F ( $KC = 8.5$  et  $Re = 170$ ), ceci donne pour les trois régimes choisis un nombre de Strouhal de  $\beta = 20$ . Le rapport elliptique  $\varepsilon = (a / b)$  a été varié dans une large gamme de valeurs allant du cylindre circulaire ( $\varepsilon = 1$ ) pour le cas d'un corps effilé ( $\varepsilon = 0,1$ ) où le petit axe est parallèle à l'écoulement. À la connaissance des auteurs, ceci est une nouvelle contribution qui étudie numériquement les structures tourbillonnaires, quantifie leurs effets sur la répartition axiale des composantes de force et de leurs coefficients. Les résultats obtenus dans cette étude montrent ce qui suit :

- Dans le cas du **régime « A » ( $Re=100$  et  $KC=5$ )**, le champ de vorticités pour le cas des cylindres de section faiblement elliptique ( $1 \geq \varepsilon \geq 0.8$ ) le mode paire symétrique attachée reste conservé. D'autre part, au fur à mesure que ce rapport diminue l'écoulement devient plus asymétrique en développant quatre différents modes de détachement tourbillonnaire déjà observés et classifiés par TB90 [5] et Williamson [8] pour des conditions d'écoulement ( $Re$  et  $KC$ ) différentes à savoir le mode paire attachés asymétrique, le mode simple-paire, le mode double-paire « appelé aussi régime F » et le mode chaotique. Pour le cas du **régime « D » ( $Re=130$  et  $KC=6.5$ )**, caractérisé par un tracé tourbillonnaire en V, cette caractéristique reste conservée pour des valeurs du rapport elliptique  $1 \geq \varepsilon \geq 0.8$ . Pour le cas du rapport  $\varepsilon = 0.7$ , l'écoulement se montre très instable et est dominé par le mode de détachement tourbillonnaire chaotique. Au final, pour des valeurs de  $\varepsilon < 0.7$ , l'écoulement développe le mode double-paire (caractéristique du régime F) et se montre très stable. Quant au **régime « F » ( $Re=170$  et  $KC=8.5$ )**, le

mode double paire en tracé diagonal ainsi que la stabilité du champ de vorticité sont conservés dans toute la gamme du rapport elliptique considéré  $1 \geq \varepsilon \geq 0.1$ .

- Les résultats ont montré aussi que la composante longitudinale prédite de la force augmente avec la réduction de ce rapport dans le cas de tous les régimes étudiés (régime A, D et F). Il est à noter aussi de faibles modulations de cette force sont remarqu es dans le cas des rapports elliptique provoquant une grande instabilité du champ de vorticité. La composante transversale de la force hydrodynamique a été aussi analys e et la réduction du rapport elliptique a montré un double effet sur cette force. En effet, pour des sections faiblement elliptiques, la force transversale est affectée par le type de mode de détachement tourbillonnaire, à savoir qu'elle s'annule dans le cas du mode symétrique et se manifeste avec modulations dans les cas correspondant aux détachements asymétriques décrits dans chaque régime étudié. Pour des sections effilé (de faibles valeurs du rapport elliptique  $\varepsilon$ ), la force transversale est atténuée en raison du faible profile du cylindre apporté dans la direction transversale.
- En ce qui concerne les coefficients Morrison, dans tous les régimes étudiés, les résultats dévoilent que le coefficient de traîné est sensible à la réduction du rapport elliptique dans la direction longitudinale et accroit au fur et à mesure que le cylindre devient plus effilé. Pour ce qui est du coefficient d'inertie, ce dernier ne semble pas être affecté par la géométrie du cylindre.

## Références

- [1] Chu-Chang, C., Fuh-Min, F., Yi-Chao, L., Long-Ming, H., and Cheng-Yang, C., 2009, "Fluid Forces on a Square Cylinder in Oscillating Flows with Non-Zero-Mean Velocities," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **60**, pp. 79-93.
- [2] Stokes, G. G., 1851, "On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums," *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, **9**, pp. 8-106.
- [3] Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W., and Schaff, S. A., 1950, "The Force Exerted by Surface Waves on Piles," *Petroleum Trans. AIME*, **189**, pp. 149-154.
- [4] Keulegan, G. H., and Carpenter, L. H., 1958, "Forces on Cylinders and Plates in an Oscillating Fluid," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **60** (5), pp. 423-440.
- [5] Sarpkaya, T., 2002, "Experiments on the Stability of Sinusoidal Flow Over a Circular Cylinder," *J. Fluid Mech.*, **457**, pp. 157-180.
- [6] Sarpkaya, T., 1986, "Forces on a Circular Cylinder in Viscous Oscillatory Flow at Low Keulegan-Carpenter," *J. Fluid Mech.*, **165**, pp. 61-71.
- [7] Maull, D.J., and Milliner, M.G., 1978, "Sinusoidal Flow Past a Circular Cylinder", *Coast. Engng.*, **2**, pp. 149-168.
- [8] Bearman, P. W., Graham, J. M. R., Obasaju, E. D., and Drossopoulos, G. M., 1984, "The Influence of Corner Radius on the Forces Experienced by Cylindrical Bluff Bodies in Oscillatory Flow," *Appl. Ocean Res.*, **6**, pp. 83-89.
- [9] Tatsuno, M., and Bearman, P. W., 1990, "A Virtual Study of the Flow around an Oscillating Circular Cylinder at Low Keulegan-Carpenter Numbers and Low Stokes Numbers," *J. Fluid Mech.*, **211**, pp. 157-182.
- [10] Williamson, C. H. K., 1985, "Sinusoidal Flow Relative to Circular Cylinders," *J. Fluid Mech.*, **155**, pp. 141-174.
- [11] Kuhtz, S., 1996, "Experimental Investigation of Oscillatory Flow around Circular Cylinder at Low  $\beta$  Numbers," Ph.D. thesis, University of London, United Kingdom.
- [12] Honji, H., 1981, "Streaked Flow around an Oscillating Cylinder," *J. Fluid Mech.*, **107**, pp. 509-520.

- [13] Hall, P., 1984, "On the Stability of Unsteady Boundary Layer on a Circular Cylinder Oscillating Transversely in a Viscous Fluid," *J. Fluid Mech.*, **146**, pp. 347-367.
- [14] Vincent MELOT. (2006). Thèse de doctorat « Hydrodynamique instationnaire d'un cylindre sous choc ». Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes
- [15] Nehari, D., Armenio, V., and Ballio, F., 2004, "Three-Dimensional Analysis of the Unidirectional Oscillatory Flow around a Circular Cylinder at Low Keulegan-Carpenter and B Numbers," *J. Fluid Mech.*, **520**, pp. 157-186.
- [16] Justesen, P., 1990, "A Numerical Study of Oscillating Flow around a Circular Cylinder," *J. Fluid Mech.*, **222**, pp. 157-196.
- [17] Dutsch, H., Durst, F., Becker, S., and Lienhart, H., 1998, "Low Reynolds Number Flow around an Oscillating Circular Cylinder at Low Keulegan-Carpenter Numbers," *J. Fluid Mech.*, **360**, pp. 249-271.
- [18] Pentek, A., Kadtke, J.B., and Pedrizzetti G., 1998, "Dynamic Control for Capturing Vortices Near Bluff Bodies," *Phys. Rev. E.*, **58** (2), pp. 1883-1898.
- [19] Okajima, A., Takata, H., and Asanuma, T., 1975, "Viscous flow around a transversely oscillating elliptic cylinder," Tokyo, University, Institute of Space and Aeronautical Science, Report no 533., vol **40**, p 339-368
- [20] Zheng W., and Dalton C., 1999, "Numerical prediction of force on rectangular cylinders in oscillating viscous flow," *J Fluids Struct.*, **13**, pp. 225-249.
- [21] Sumner D., Hemingson H. B., Deutscher D. M. and Barth J. E., 2007, "PIV Measurements of the Flow Around Oscillating Cylinders at Low KC Numbers" Proceeding of IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows and their Control, **14**, I, pp. 3-13.
- [22] Sorenson, R.L., 1980, "A Computer Program to Generate Two-Dimensional Grids about Airfoils and Other Shapes by the Use of Poisson's Equations," NASA TM 81198, NASA Ames Research Center.
- [23] Zang Y., Street R.L., and Koseff, J. R., 1994, "A Non-Staggered Grid, Fractional Step Methods for Time-Dependent Incompressible Navier-Stokes Equations in Curvilinear Co-Ordinates," *J. Comput. Phys.*, **114**, pp. 18-33
- [24] Davidson, B. J., and Riley, N., 1972, "Jets Induced by Oscillatory Motion," *J. Fluid Mech.*, **53**, pp. 287-303.
- [25] Taneda, S., 1977, "Visual Study of Unsteady Separated Flows around Bodies," *Prog. Aerospace Sci.*, **17**, pp. 287-348.

- [26] Badr, H. M. and Kocabiyik, S., 1997, "Symmetrically Oscillating Viscous Flow Over an Elliptic Cylinder," *J. Fluid Str.*, 11 (7), pp. 745-766.
- [27] Gus'kuva, N. Yu., Makhortykh, G. V., and Shcheglova, M. G., 1998, "Inertia and Drag of Elliptic Cylinders Oscillating in a Fluid," *Fluid Dyn.*, 33 (1), pp. 91-95.
- [28] Kim, J., and Moin, P., 1985, "Application of A Fractional Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations," *J. Comput. Phys.*, **59**, pp. 308-323.
- [29] Williamson, C. H. K., 1992, "The Natural and Forced Formation of Spot-like Vortex Dislocations in the Transition Wake," *J. Fluid Mech.*, **243**, pp. 393-441.
- [30] Choi, J. H., and Lee, S. J., 2000, "Ground Effect of Flow around an Elliptic Cylinder in a Turbulent Boundary Layer," *J. Fluid Str.*, **14**, pp. 697-709.
- [31] Castiglia, D., Balabani, S., Papadakis, G., and Yianneskis, M., 2001, "An Experimental and Numerical Study of the Flow Past Elliptic Cylinder Arrays," *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, **215** (11), pp. 1287-1301.