



UNIVERSITE ABDELHAMID IBN-BADIS DE MOSTAGANEM
FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MAGISTER
SPECIALITE : GENIE MECANIQUE

OPTION : MODELISATION ET SIMULATION MESOSCOPIQUE DES PHENOMENES
DE TRANSPORT THERMO-FLUIDE

Par

ABDELMALEK Nouredine

Etude de la convection naturelle dans une cavité carrée munie d'obstacles solides par la méthode de Boltzmann sur réseau

Soutenu le

devant le jury composé de :

Président :	Mr ZENASNI Ramdane	Professeur	Univ.de Mostaganem
Examineurs :	M ^{me} SABEUR Amina	Professeur	USTO
	Mr OUADHA Ahmed	Professeur	USTO
	Mr ABSAR Belkacem	Maître de conférences A	Univ.de Mostaganem
Rapporteur :	Mr. HOUAT Samir	Maître de conférences A	Univ.de Mostaganem

Dédicaces

Après avoir remercié ALLAH le tout puissant qui m'a aidé d'accomplir mes études, je tiens à dédié ce modeste travail

A mes très chers parents :

Qui m'ont soutenu, protéger et m'encourager toute te long de ma vie, merci

A mes très chères sœurs Kheira et hafsa

A mes très chers frères

A ma femme et mon fils dont je lui souhaite un avenir prospère.

Merci enfin a toute la famille, les amis et les collègues.

Noureddine

Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin

Je tiens à remercier vivement et chaleureusement mon encadreur Mr. HOUAT Samir Maître de conférences à l'Université de Mostaganem, pour m'avoir offert les conditions favorables et pour m'avoir parfaitement guider tout le long de la réalisation de ce travail. J'ai particulièrement apprécié ses encouragements, ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je tiens à exprimer aussi mes remerciements :

A Mr le Pr Zenasni Ramdane qui nous a fait l'honneur de présider le jury et estimer mon travail.

A Mme Pr SABEUR Amina, Mr Pr OUADHA Ahmed et Mr ABSAR Belcacem maître de conférences qui ont fait l'honneur d'examiner mon travail.

J'adresse, également, mes remerciements à mes enseignants et mes collègues du Magister.

Merci

Etude de la convection naturelle dans une cavité carrée munie d'obstacles solides par la méthode de Boltzmann sur réseau

Résumé :

Le travail porte sur la simulation numérique par la méthode de Boltzmann sur réseau. On étudie la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée fermée et différentiellement chauffée. Cette dernière est munie de deux obstacles solides placés à l'intérieure et sur les parois horizontales.

Tout d'abord, une étude détaillée sur le transfert de chaleur par convection naturelle est présentée, ainsi qu'une revue bibliographique sur les travaux les plus importants trouvés dans la littérature associée à la configuration étudiée.

La configuration géométrique choisie dans cette étude, est une cavité carrée formée de deux parois horizontales adiabatiques et deux parois verticales isothermes et différentiellement chauffées. La cavité est entièrement remplie d'un fluide newtonien. Elle est munie de deux obstacles adiabatiques de forme rectangulaire insérés sur les parois horizontales. La hauteur des deux obstacles est variée de 10% à 40% de H, tandis que La largeur reste constante et égale à 10% de H. Le calcul a été effectué pour un régime laminaire et pour un fluide incompressible avec un nombre de Prandtl $Pr = 0,71$.

Les calculs sont effectués par les deux méthodes différentes : celle de Boltzmann sur réseau thermique, à double population où un programme a été élaboré sous l'éditeur MATLAB et testé durant le travail de ce mémoire. Ainsi que la méthode des volumes finis en utilisant le code commercial Fluent.

Pour le cas test d'une cavité carrée différentiellement chauffée, Une validation des résultats obtenus est présentée pour les deux méthodes et qui sont confrontés à ceux de la littérature.

Les résultats de l'analyse CFD pour la configuration géométrique étudiée est présentée. La comparaison entre les deux méthodes de calcul est exposée, en traçant les lignes de courant, les isothermes, les profils de vitesse et de température au milieu de la cavité. Cette analyse est complétée par l'étude de l'influence du nombre de Rayleigh et de la hauteur de l'obstacle sur le nombre de Nusselt. Les résultats ont révélés qu'il y'a un bon accord entre les deux méthodes de calcul, et que celle de Boltzmann sur réseau peut parfaitement reproduire le phénomène de la convection naturelle dans la configuration étudiée.

Mots clefs : Méthode de Boltzmann sur réseau thermique, Cavité carrée, convection naturelle, obstacles adiabatiques.

Study of the natural convection in a square cavity provided with solid obstacles by lattice Boltzmann method.

Abstract:

The work focuses on the numerical simulation by the lattice Boltzmann method. Laminar natural convection is studied in a closed square cavity and differentially heated. The latter is provided with two solid obstacles placed inside on the horizontal walls.

First, a detailed study of heat transfer by natural convection is exposed. A literature review and also presented on the most important works found in the configuration associated with this studied.

The geometry chosen for this study is a square cavity formed by two horizontal adiabatic walls and two vertical walls, differentially heated. The cavity is completely filled with a Newtonian fluid. It is provided with two rectangular adiabatic obstacles interposed on the horizontal walls. The height of the two obstacles is varied from 10% to 40% H, while the width remains constant and equal to 10% of H. The calculation was performed for a laminar flow and an incompressible fluid with a Prandtl number $Pr = 0.71$.

The calculations are performed by two different methods: the lattice Boltzmann method, with a double population where a program was developed under the MATLAB editor and tested during the work of this thesis. And the finite volume method using the Fluent commercial code.

For the test case of a square cavity differentially heated, a validation of the results is presented for the two methods are compared with those in the literature.

The results of the CFD analysis to the study geometric configuration are presented. The comparison between the two methods of calculation is displayed, by plotting the streamlines, the isotherms lines, the profiles of speed and temperature in the middle of the cavity. This analysis is complemented by a study of the influence of Rayleigh number and height of the obstacle on the Nusselt number. The results revealed that there's a good agreement between the two methods of calculation, and that the lattice Boltzmann can perfectly reproduce the phenomenon of natural convection in the configuration studied.

Keywords: Thermal Lattice Boltzmann method, square Cavity, natural convection, adiabatic obstacles.

دراسة عددية للحمل الحراري الطبيعي داخل فجوة مربعة تحتوي على عبات بطريقة بولتزمان للشبكات

ملخص:

هذا العمل يركز على المحاكاة الرقمية بطريقة بولتزمان للشبكات ، لدراسة الحمل الحراري الطبيعي لتدفق صفائحي داخل فجوة مربعة مغلقة و مختلفة التسخين ، هذه الأخيرة تحتوي على عبتين صلبتين موضوعتين في الداخل وعلى الجدارين الأفقيين.

أولاً، دراسة مفصلة على نقل الحرارة بنظام الحمل الحراري تم عرضها، وكذلك عرض مرجعي لأهم الأعمال الموجودة في المراجع والمشابهة للتكوين الهندسي المدروس المرتبط بدراسة هذا التكوين.

إن شكل الهندسي المختار في هذه الدراسة، عبارة عن فجوة مربعة متشكلة من جدارين أفقيين عازلين للحرارة و جدارين عموديين متولد فيهما حرارة ثابتة تختلف بين الجدارين. هذه الفجوة بأكملها ممثلة بسائل نيوتوني، و تحتوي على عبتين عازلتين للحرارة على شكل مستطيل موضوعتين على الجدارين الأفقيين. طول العبتين بتغير من 10% الى 40% من H، بينما يبقى العرض ثابت ويساوي 10% من H.

الحسابات أنجزت بطريقتين مختلفتين: من بولتزمان للشبكات الحرارية، بدالتي توزيع أين تم تطوير برنامج حسابي "ماتلاب" وفحصه من خلال دراسة هذه المذكرة. ولاسيما طريقة الأحجام المنتهية المنتهية عن طريق استعمال برنامج حسابي " فلويانت"

بالنسبة لحالة فحص فجوة مربعة مختلفة التسخين، تم عرض مقارنة للنتائج المحصل عليها باستعمال الطريقتين بالموجودة في المراجع.

عرضت نتائج cfd التحليلية للشكل الهندسي المدروس. المقارنة بين طريقتي الحساب تم عرضها، برسم خطوط الجريان، الحرارة، منحنيات السرعة ودرجة الحرارة في وسط الفجوة. هذا التحليل ختم بدراسة أثر عدد راييلي و علو العبات على عدد نوسلة. النتائج بينت على وجود مقاربة جيدة بين طريقتي الحساب، والتي هي بطريقة بولتزمان للشبكات بإتقان إحداث ظاهرة الحمل الحراري الطبيعي المدروس.

الكلمات المفتاحية: طريقة بولتزمان للشبكات الحرارية، فجوة مربعة، الحمل الحراري الطبيعي، عبات.

Table des matières

Dédicaces

Remerciements

Résumé du travail

Tables des matières

Nomenclature

Liste des figures et tableaux

INTRODUCTION

- Introduction.....1
- But du travail.....2
- Organisation du mémoire.....3

Chapitre I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

- 1. Transfert de chaleur par convection5
 - 1.1. convection naturelle5
 - 1.2. convection forcée.....6
 - 1.3. convection mixte.....6
- 2. Domaine d'application de la convection naturelle.....6
- 3. Formulation mathématique de l'écoulement par convection naturelle7
 - 3.1. Equations de Navier et Stokes.....7
 - 3.2. Approximation de Boussinesq.....8
 - 3.3. Les nombre adimensionnels caractérisant le transfert de chaleur par
Convection naturelle.....8
- 4. Convection dans les enceintes10
 - 4.1. Enceinte avec gradient de température vertical.....11

4.2. Enceinte avec gradient de température horizontal.....	12
5. Classification des techniques d'amélioration du transfert de chaleur.....	12
5.1. Les surfaces traitées.....	13
5.2. Les surfaces rugueuses.....	13
5.3. Les surfaces prolongées (ailettes)	14
6. Synthèse bibliographique.....	14
7. Description du phénomène étudié.....	18
7.1. Configuration Géométrie.....	18
7.2. Hypothèses.....	18
7.3. Description mathématique de l'écoulement.....	19
7.4. Conditions aux limites du problème.....	20
Conclusion.....	21

Chapitre II : Outils de simulation

Introduction.....	22
1. Méthode des volumes finis.....	22
1.1. Discrétisation spatiale.....	23
1.2. Evaluation du terme de convection.....	25
1.3. Evaluation du terme de diffusion	26
1.4. Procédures de résolution numérique du problème.....	26
2. Méthode de Boltzmann sur réseau.....	27
2.1. Historique de la méthode de Boltzmann sur réseau.....	28
2.2. Equation de Boltzmann.....	31
2.3. L'approximation BGK.....	32
2.4. Fonction de distribution d'équilibre de Maxwell-Boltzmann.....	33
2.5. Discrétisation de l'équation de Boltzmann.....	33
2.6. Modèles dynamique de Boltzmann sur réseau.....	34
2.6.1. Le modèle bidimensionnel à 9 vitesses (D2Q9)	34

2.6.2. Conditions aux limites.....	37
2.7. Modèle thermique de Boltzmann sur réseaux (TLBM)	39
2.7.1. Modèle à double population.....	39
2.7.2. Réseau D2Q5	40
2.7.3. Conditions aux limites.....	41
2.7.4. Mise en œuvre informatique.....	42

Chapitre III : RESULTATS & DISCUSSIONS

1. Validation du code de calcul.....	44
1.1. Etude du maillage.....	44
1.2. Le champ dynamique.....	47
1.3. Profils des vitesses.....	49
1.4. Le champ thermique.....	52
1.5. Profil de température	54
1.6. Validation des résultats.....	56
2. Effet de la hauteur des obstacles	58
2.1. Le champ dynamique.....	58
2.2. Profils des vitesses.....	64
2.3. Le champ thermique.....	72
2.4. Profil de température	77
2.5. Calcul du nombre de Nusselt moyen.....	85
3. Discussion générale.....	89
Conclusion générale.....	90

Références bibliographiques

Liste des Figures & Tableaux

1. Liste des figures :

N°	Définition
----	------------

Fig. 1.1. Schéma représentant la configuration de Rayleigh –Bénard.

Fig. 1.2. Représentation des rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard

Fig. 1.3. Schéma représentant la convection dans une enceinte avec gradient de température horizontal.

Fig. 1.4. Exemples de surfaces traitées.

Fig. 1.5. Des tubes avec rugosité structurée.

Fig. 1.6. Surfaces ailettes utilisées pour le refroidissement électronique.

Fig. 1.7. Schéma du problème physique.

Fig. 2.1. Schéma du Volume de contrôle bidimensionnel.

Fig. 2.2. Modèle D2Q9.

Fig. 2.3. Réseau D2Q9.

Fig. 2.4. Le rebond des particules.

Fig. 2.5. Modèle D2Q5.

Fig. 2.6. Réseau D2Q5.

Fig. 2.7. Schéma représentant les fonctions de distributions inconnues.

Fig. 2.8. Organigramme de calcul de TLBM.

Fig.3.1. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet des maillages utilisé de la cavité carrée sans obstacles pour la méthode LBM à nombre de $Ra=10^4$

Fig.3.2. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet des maillages utilisé de la cavité carrée sans obstacles pour la méthode MVF à nombre de $Ra=10^4$

Fig.3.3. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh

Fig.3.4. Fonctions de courant pour différents nombre de Rayleigh.

Fig.3.5. Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre de $Ra=10^3$.

Fig.3.6. Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre de $Ra=10^4$.

Fig.3.7. Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre de $Ra=10^5$.

Fig.3.8. Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre de $Ra=10^6$.

- Fig.3.9.** Isothermes pour différents nombre de Rayleigh
- Fig.3.10.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre de $Ra=10^3$.
- Fig.3.11.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre de $Ra=10^4$.
- Fig.3.12.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre de $Ra=10^5$.
- Fig.3.13.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre de $Ra=10^6$.
- Fig.3.14.** Evolution de la validation du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour une cavité carrée sans obstacles.
- Fig.3.15.** Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=10^4$.
- Fig.3.16.** Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=5 * 10^4$.
- Fig.3.17.** Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=10^5$.
- Fig.3.18.** Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=5 * 10^5$.
- Fig.3.19.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.
- Fig.3.20.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.
- Fig.3.21.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.
- Fig.3.22.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.
- Fig.3.23.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.
- Fig.3.24.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.
- Fig.3.25.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.
- Fig.3.26.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.
- Fig.3.27.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.
- Fig.3.28.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.
- Fig.3.29.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.
- Fig.3.30.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.
- Fig.3.31.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.
- Fig.3.32.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.
- Fig.3.33.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.
- Fig.3.34.** Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.
- Fig.3.35.** Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=10^4$.
- Fig.3.36.** Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=5 * 10^4$.
- Fig.3.37.** Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=10^5$.

- Fig.3.38.** Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=5 * 10^5$.
- Fig.3.39.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.
- Fig.3.40.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.
- Fig.3.41.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.
- Fig.3.42.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.
- Fig.3.43.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.
- Fig.3.44.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.
- Fig.3.45.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.
- Fig.3.46.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.
- Fig.3.47.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.
- Fig.3.48.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.
- Fig.3.49.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.
- Fig.3.50.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.
- Fig.3.51.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.
- Fig.3.52.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.
- Fig.3.53.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.
- Fig.3.54.** Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.
- Fig.3.55.** Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour hauteur d'obstacles $h=0.10H$.
- Fig.3.56.** Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour hauteur d'obstacles $h=0.20H$.
- Fig.3.57.** Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour hauteur d'obstacles $h=0.30H$.
- Fig.3.58.** Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour hauteur d'obstacles $h=0.40H$.
- Fig.3.59.** Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh et de différente hauteur d'obstacles.

2. Liste des tableaux :

N°	Définition
Tableau I	Comparaison des valeurs des composantes de la vitesse et du nombre de Nusselt moyen pour une cavité carrée sans obstacles entre les deux méthodes.
Tableau II	Validation du nombre de Nusselt moyen pour une cavité carrée sans obstacles.
Tableau III	Les nombres de Nusselt moyen pour une cavité carrée avec obstacles pour les deux méthodes LBM et MVF à différents nombres de Rayleigh.

Nomenclature

Lettres latines :

c	Vitesse [m/s].
c_i	Vitesse de propagation [m/s].
c_s	Vitesse de son [m/s].
C_p	Chaleur spécifique du fluide [J/Kg. K].
D	Dimension (LBM).
e_i	Vitesse de particule [m/s].
F	Force extérieure [N].
$f(r,c,t)$	Fonction de distribution.
f_i	Fonction de distribution pour un ensemble de particules.
f_i^{eq}	Fonction de distribution à l'état d'équilibre.
g	Gravitation [m/s ²].
g_i	Fonction de distribution de l'énergie.
g_i^{eq}	Fonction de distribution de l'énergie à l'état d'équilibre.
H	Hauteur de la cavité [m].
h	Hauteur des obstacles [m].
k	Conductivité thermique du fluide [W/ m ² . K].
p	Pression statique du fluide [Pa].
P	Pression statique adimensionnelle.
Q	Directions (LBM).
r	Position [m].
T	Température du fluide [°K].
T_f	Température froide [°K].
T_c	Température chaude [°K].
t	temps [s].
U	Vitesse adimensionnelle sur Ox.
V	Vitesse adimensionnelle sur Oy.

V_x	Vitesse longitudinale [m/s].
V_y	Vitesse transversale [m/s].
w	Largeur des obstacles [m].
w_i	Constantes du réseau, facteurs de poids.
x	Coordonnée verticale [m].
X	Coordonnée axiale adimensionnelle.
y	Coordonnée verticale [m].
Y	Coordonnée verticale adimensionnelle.
ΔT	Différente de température entre les parois froide et chaude [°C].

Paramètres adimensionnels

Gr	Nombre de Grashof, $Gr = \frac{g\beta(T_c - T_f)d^3}{\nu^2}$
Pr	Nombre de Prandtl, $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$
Ra	Nombre de Rayleigh, $Ra = Gr * Pr$
Nu	Nombre de Nusselt.

Lettres grecques :

α	Diffusivité thermique [m ² /s].
β	Coefficient d'expansion thermique a pression constante [K ⁻¹].
ρ	Masse volume [Kg/m ³].
ν	Viscosité cinématique [m ² /s].
μ	Viscosité dynamique [Kg/m.s].
λ	Conductivité thermique [W/m.°K].
θ	La température adimensionnelle
$\Omega(f)$	Opérateur de collision.
ω_i	Fréquence de relaxation [Hz].
τ	facteur de relaxation.
δt	Variation de temps [s].

Abréviations et symboles:

2D	Bidimensionnel.
BGK	Bhatnagar-Gross-Krook.
LBM	<i>Lattice Boltzmann Method.</i>
TLBM	<i>Thermal Lattice Boltzmann Method.</i>
MVF	Méthode volume finis.
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics.</i>

Indice

Coll	collisions entre particules.
Eq	équilibre.
i	nombre de directions (LBM).
m	modèle de vitesse. (LBM).
n	dimension du problème (1 pour 1D, 2 pour 2D et 3 pour 3D) (LBM).

Introduction

- **Introduction :**

Les phénomènes de transfert thermique par convection naturelle dans les enceintes confinées, ont fait et continuent de faire l'objet de nombreuses activités de recherche dans le domaine fondamental autant que dans le domaine pratique [1-5]. De nombreux travaux et d'applications étudiés pourront satisfaire les exigences de nombreuses applications industrielles, notamment dans le bâtiment, les collecteurs solaires, le refroidissement des composants électronique, le génie nucléaire, le chauffage et ventilationetc;

La convection naturelle intéresse aussi bien, sur le plan fondamental les mathématiciens, les physiciens, les chimistes et les biologistes, que sur le plan pratique les mécaniciens, les métallurgistes, les géologues, les électroniciens et bien d'autres. De ce fait, Il est devenu indispensable à tout ingénieur, quel que soit le domaine où il sera appelé, à posséder de bonnes connaissances des lois fondamentales de transfert thermique.

Pour résoudre théoriquement ce type des problèmes, on doit recourir à des méthodes numériques [6] dans le cas où on ne peut pas les résoudre analytiquement. Parmi ces méthodes les plus utilisées, on peut citer les différences finies (MDF), volumes finis (MVF), éléments finis (MEF)...etc.

Dans ce travail deux méthodes différentes ont été utilisé pour résoudre le problème de la convection. Il s'agit de la méthode des volumes finis et celle de Boltzmann sur réseau (LBM) [7-8]. Nous présenterons une contribuons dans l'utilisation de cette nouvelle méthode qui se base sur l'approche mesoscopique thermique de l'équation de Boltzmann sur réseau, appliquée au problème de transfert de chaleur par convection naturelle au sein d'une cavité carrée fermée et différentiellement chauffées, munie de deux obstacles adiabatiques.

On considère que les deux parois verticales de de la cavité sont isothermes et celles horizontales sont adiabatiques. La méthode de Boltzmann sur réseau, couramment appelle LBM (*Lattice-Boltzmann methode*) [7], est une nouvelle alternative récente pour la simulation numérique des phénomènes physiques qui à vue le jour au début des années 90. Il s'agit d'une méthode qui s'appuie sur la résolution de l'équation de Boltzmann avec l'approche hydrodynamique, elle décrit le mouvement d'un fluide à un niveau mesoscopique (vitesse, pression, densité) par la répartition de ces différentes particules. Cette méthode est bien adaptée à la simulation du fait qu'elle représente une nouvelle approche très intéressante relativement aux méthodes classiques, telles que les volumes finies, différences finies et éléments finies qui sont basées sur la discrétisation des équations de Navier et Stokes.

La méthode de Boltzmann sur réseau a prouvé des avantages par son efficacité dans la solution des problèmes de mécanique de fluides réside principalement dans la simplicité de la modélisation et de la simulation des phénomènes d'écoulements complexes, elle est très appropriée dans la mise en œuvre informatique qui permet un calcul parallèle aisée et efficace.

- **But de travail :**

- La convection naturelle dans une cavité partitionnée, a fait l'objet de diverses investigations, à cause de son importante application dans les différentes configurations.

L'étude présentée dans ce travail à pour but l'analyse du phénomène de transfert de chaleur par convection naturelle en régime laminaire, dans une cavité carrée avec deux parois horizontales adiabatiques et deux parois verticales isothermes et différentiellement chauffées. La cavité entièrement remplie d'un fluide newtonien est munie de deux obstacles adiabatiques de forme rectangulaire, insérés sur les parois horizontales. L'étude est réalisée pour un des nombre de Rayleigh qui variée de 10^4 à 5.10^5 et un nombre de Prandtl $Pr=0,71$. L'influence de la hauteur des obstacles sera aussi traitée pour des valeurs de 10% à 40% de H (Hauteur de la cavité), tandis que les épaisseurs restent constantes à 10% de H.

Les résultats seront obtenus avec les deux méthodes: MVF et LBM. Ceci permettra de connaître les performances et l'étendu des applications de la méthode de Boltzmann sur réseau dans le domaine de la convection. Pour cela, un code de calcul sera développé et testé durant cette étude sous l'éditeur MATLAB. Le modèle thermique à double population avec le réseau à neuf vitesses (D2Q9) sera utilisé pour reproduire le champ dynamique et celui simplifié à cinq vitesses (D2Q5), sera utilisé pour le champ de température. Le calcul par la méthode des volumes finis sera réalisé à l'aide du code calcule Fluent.

- **Organisation du mémoire :**

Le manuscrit de ce mémoire est constitué de trois chapitres précédé par une introduction générale sur le phénomène étudié ainsi que le but de ce travail.

Le premier chapitre présente une étude détaillée sur le transfert de chaleur par convection, notamment la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffées et muni d'obstacles, ainsi qu'une revue bibliographique sur les différents domaines d'applications concernant la configuration physique étudiée. Le modèle mathématique des équations de Navier et Stokes décrivant le phénomène est exposé, ainsi que les hypothèses simplificatrices et la description des conditions aux limites liées à la résolution du problème.

Le second chapitre est consacré à la description de l'historique de développement de la nouvelle méthode de Boltzmann sur réseau notamment, les bases théoriques et fondamentales de son application. Nous enchaînerons par la présentation de l'algorithme du code de calcul qui a été développé et testé durant ce travail sous l'éditeur MATLAB, en appliquant le modèle D2Q9 pour le champ dynamique et le modèle D2Q5 pour le champ thermique. Ce code est appliqué pour la simulation en deux dimensions de la configuration physique étudiée.

Dans le troisième et le dernier chapitre, nous présentons des résultats numériques tirées par la méthode de Boltzmann sur réseau et la méthode des volumes finis. Tous d'abord, une validation des résultats obtenus est présentée pour le cas test d'une cavité carrée différentiellement chauffée en utilisant les résultats de la littérature.

L'analyse CFD est présentée sous forme des lignes de courants, des isothermes, de la distribution des profils de vitesses et de température le long du plan médian de la cavité. Le travail est complété par l'étude de l'influence des différents paramètres sur le transfert de chaleur notamment, le nombre de Rayleigh et la variation de la hauteur des obstacles sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur.

Et enfin, une conclusion générale est présentée, résumant ainsi les principaux résultats obtenus.

Chapitre I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1. Transfert de chaleur par convection :

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. C'est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules du fluide adjacentes. L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules du fluide. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas l'écoulement transporte le fluide et l'énergie.

L'énergie étant emmagasinée dans les molécules du fluide, elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre et convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée. Si les deux modes de convection sont importants, la convection est dite mixte.

1.1. Convection naturelle :

C'est la convection ou l'écoulement se fait naturellement car le mouvement des molécules provoqué par la différence de masse volumique du fluide en différents points du milieu causé par la distribution de la température, engendrant ainsi son propre mouvement en créant des forces d'Archimède. Donc la différence de température, avec la force de gravité, crée une force de flottabilité, qui par conséquent crée une différence de quantité de mouvement.

1.2. Convection forcée :

La convection forcée dans laquelle le mouvement de fluide est provoqué par l'action des forces extérieures telle qu'un mécanisme comme une pompe ou un ventilateur...etc., qui lui imprime des vitesses de déplacement assez importantes. C'est ce mode qui est généré lorsque l'on veut améliorer c'est-à-dire augmenter l'échange thermique en conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement du fluide.

1.3. convection mixte :

La convection mixte correspond au couplage de deux phénomènes, à savoir la convection naturelle et forcée qu'on peut qualifier de cas général de la convection, quand le fluide est soumis simultanément à une augmentation de pression et à une différence de température, on peut citer les exemples de l'écoulement atmosphérique et les courants marins.

2. Domaine d'application de la convection naturelle :

Les applications de transfert thermique sont variées, dans lesquelles la convection naturelle est le phénomène le plus dominant, la communauté scientifique autant qu'industrielle avaient un intérêt croissant aux écoulements causés par la force de flottabilité, la meilleure compréhension de ce phénomène augmente le nombre d'applications et mène à un certain nombre de conceptions industrielles et environnementales sophistiquées. Toutefois, les coûts de fonctionnement sont importants, les petites améliorations d'efficacité sont essentielles et peuvent jouer un grand rôle dans la consommation d'énergie.

Le phénomène de la convection naturelle faire l'objet de maintes différentes applications à savoir : les problèmes océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serre, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques, à savoir les équipements électriques et les réacteurs nucléaires, les capteurs solaires, le stockage des fluides, l'écoulement d'air dans les pièces d'habitation, les appareils ménagers, les réfrigérateurs et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes, qui ont donné un intérêt particulier à cette science [1].

3. Formulation mathématique de l'écoulement par convection naturelle :

3.1. Equation de Navier et stokes :

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide et son mouvement et les causes qui le produisent. Donc, on peut indiquer que le taux de variation de la quantité de mouvement, contenu dans le volume de contrôle est égal à la somme de toutes les forces extérieures, qui lui sont appliquées. Les équations appliquées sont l'expression des conservations de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. L'objectif visé de cette formulation est la détermination de la distribution de la température, de la pression et des vitesses dans le système considéré.

a) Equation de continuité (conservation de la masse) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (1.1)$$

b) Equation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} - \nabla \cdot p + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (1.2)$$

c) Equation de l'énergie :

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot k \nabla T + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \phi \quad (1.3)$$

En deux dimensions, L'opérateur ∇ est un vecteur est défini comme suit :

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} \quad (1.4)$$

Et :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \quad (1.5)$$

ϕ est la fonction de la dissipation définie en deux dimensions comme suit :

$$\phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (1.6)$$

3.2. L'approximation de Boussinesq :

Diverses approximations sont généralement introduites pour simplifier les équations ci-dessus. Les plus utilisées est celle de Boussinesq.

Dans les cas les plus courants de convection naturelle, les variations de masse volumique au sein du fluide sont faibles et les vitesses d'écoulement sont assez lentes. Il est alors possible de considérer le fluide comme quasi incompressible. La variation de la masse volumique est négligée partout, excepté dans la force de gravité à l'origine du phénomène de convection naturelle. C'est le principe de l'hypothèse de Boussinesq [9].

Plus précisément, ce modèle traite la masse volumique comme valeur constante dans toutes les équations résolues, sauf pour le terme de Buoyancy dans l'équation de quantité de mouvement. Donc, la variation de la masse volumique (qui produit l'écoulement) est linéarisée autour de l'état de référence ($T_{réf}$, $\rho_{réf}$). Elle est exprimée comme suit [10] :

$$\rho = \rho_{réf} [1 - \beta (T - T_{réf})] \quad (1.7)$$

Où β est le coefficient de dilatation thermique à pression constante

La condition : $\rho_{réf} \beta (T - T_{réf}) \ll 1$ est très importante pour la validation de cette équation. Elle est très utilisée dans les cas de la convection naturelle.

3.3. Les nombres adimensionnels caractérisant le transfert de chaleur par convection naturelle:

L'utilisation de la méthode de l'analyse dimensionnelle dans la résolution des équations aux dimensions, propres à la convection a fait apparaître des nombres

adimensionnels très utiles dans l'étude de la mécanique des fluides et en particulier dans les phénomènes convectifs. Ces nombres sont en particulier :

a) Nombre de Grashof :

C'est un nombre sans dimension, utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection naturelle dans un fluide. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. On le définit par :

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu^2} \quad (1.8)$$

Où : g est la force gravitationnelle, T_c et T_f sont respectivement les températures des parois du bas (chaude) et celle du haut (froide) à l'intérieur du canal.

d : est La longueur caractéristique entre la paroi chaude et froide, ν est la viscosité cinématique et α la diffusivité thermique définie par l'usage de la conductivité thermique λ , la densité ρ et la chaleur spécifique à pression constante c_p :

$$\alpha = \frac{1}{\rho c_p} \quad (1.9)$$

β est le coefficient d'expansion volumétrique :

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad (1.10)$$

$$= -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (1.11)$$

b) Nombre de Prandtl :

C'est un nombre adimensionnel. Il représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique. On le définit de la manière suivante :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (1.12)$$

c) Nombre de Rayleigh :

C'est un nombre sans dimension, caractérisant aussi le transfert de chaleur au sein d'un fluide. Ce nombre est utilisé en mécanique des fluides. Inférieur à une valeur

critique de 2000, le transfert s'opère par conduction, au-delà de cette valeur, c'est la convection libre qui devient importante. On le définit de la manière suivante :

$$Ra = Pr \cdot Gr \quad \text{D'où :} \quad Ra = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\alpha} \quad (1.13)$$

d) Nombre de Nusselt :

Est un nombre adimensionnel utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert thermique total et le transfert par conduction. L'échange thermique entre les parois chaudes et froides est représenté par le nombre de Nusselt moyen :

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L/H} \int_0^{L/H} Nu \, dx \quad (1.14)$$

Où : Nu est le nombre de Nusselt local :

$$Nu = \left| \frac{\partial T^*}{\partial n} \right| \quad (1.15)$$

4. Convection dans les enceintes :

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles. L'enceinte rectangulaire continue à être la géométrie, qui présente le plus d'intérêt.

Dans ce type d'enceintes, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes, tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh-Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient de température horizontal.

4.1. Enceinte avec gradient de température vertical:

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard, qui traite la stabilité et le mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes (Fig.1.1). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale.

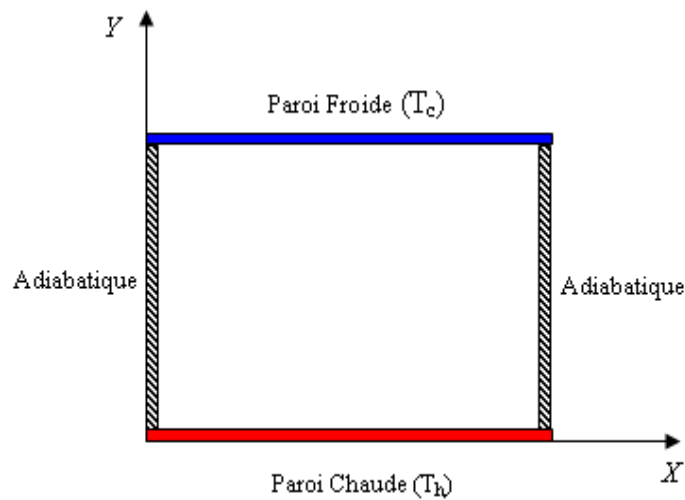


Fig.1.1:Schéma représentant la configuration géométrique de Rayleigh –Bénard [12,13].

Au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contrarotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (Fig.1.2).

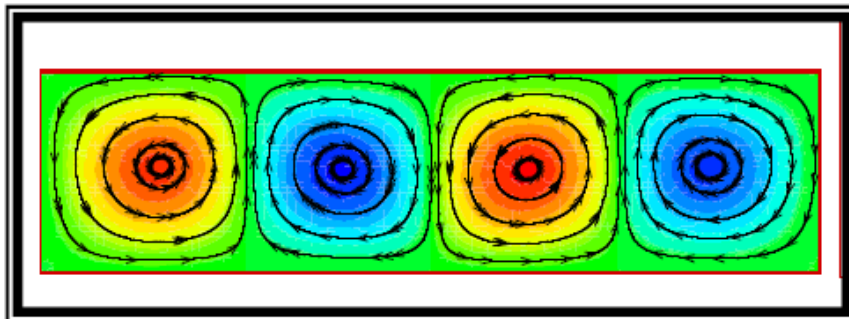


Fig.1.2:Représentation des rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard [11].

4.2. Enceinte avec gradient de température horizontal :

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée, tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques (Fig.1.3). L'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide.

C'est cette dernière configuration qui fera l'objet de notre étude avec des cavités, qui contiennent l'air comme fluide de convection.

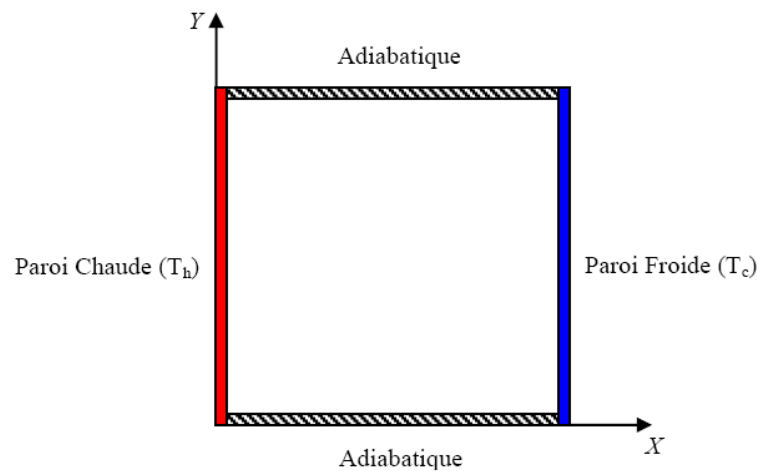


Fig.1.3: Schéma représentant la convection dans une enceinte avec gradient de température horizontal [12,13].

5. Classification des techniques d'amélioration du transfert de chaleur :

Pour améliorer le transfert de chaleur, plusieurs possibilités peuvent être considérées. Généralement, l'ajout d'un bloc isolant a pour objectif de perturber l'écoulement d'origine par rapport à son trajet de référence (sans bloc) engendrant ainsi une modification de la structure de l'écoulement et un changement quantitatif en terme de transfert de chaleur. Par contre, le recours à l'ajout de blocs conducteurs a, en général, un objectif d'augmenter la surface d'échange [14].

On peut voir l'exemple des blocs conducteurs dans les microprocesseurs, les radiateurs des voitures, les plaques solaires et dans plusieurs types d'échangeurs de chaleurs. Parmi celles-ci on va détailler les techniques citées ci-dessous:

5.1. Les surfaces traitées :

Elles sont des surfaces qui ont été rendues rugueuses dans le but d'améliorer leurs performances en termes de transfert de chaleur. Ce type de surfaces est principalement employé pour des applications d'ébullition ou de condensation.

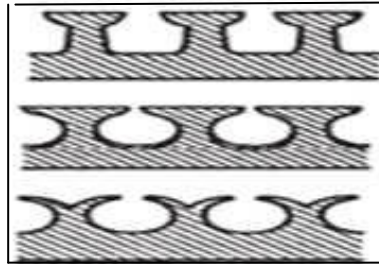


Fig.1.4 : Exemples de surfaces traitées.

5.2. Les surfaces rugueuses:

Elles sont généralement des modifications superficielles qui génèrent la turbulence dans l'écoulement, principalement dans des écoulements monophasiques et qui n'augmentent pas la surface de transfert de chaleur. Leurs particularités géométriques s'étendent de la rugosité de grain de sable aléatoire aux protubérances discrètes superficielles.

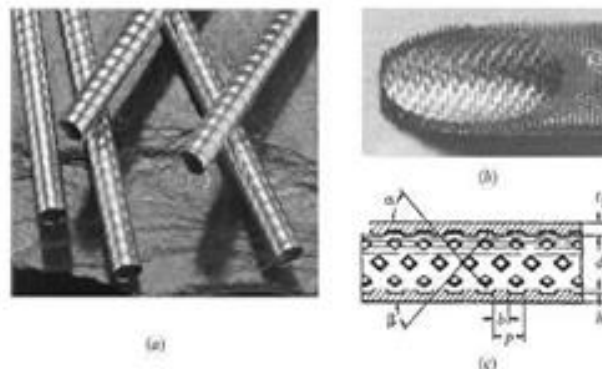


Fig.1.5 : Des tubes avec rugosité structurée

5.3. Les surfaces prolongées (ailettes) :

Généralement nommées surfaces ailettes, elles fournissent une augmentation de la surface d'échange. En particulier, les ailettes plates sont généralement employées dans les échangeurs de chaleur.

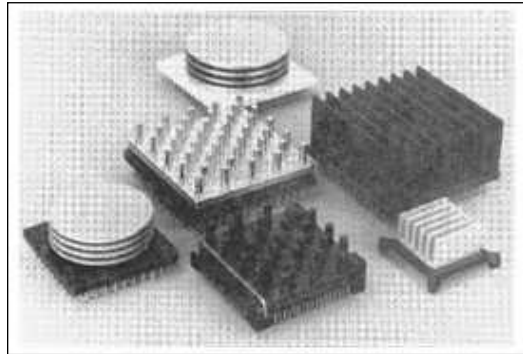


Fig1.6: surfaces ailettes utilisées pour le refroidissement électronique

6. Synthèse bibliographique:

Hasnaoui et al. [15] ont étudié la convection la convection naturelle dans une cavité rectangulaire munie de partitions adiabatiques, de faible épaisseur (ailettes) et attachées à la paroi chaude de la cavité. L'angle d'inclinaison de la cavité a été varié de 0 à 60 degrés. Les variations du nombre de Nusselt local le long de la paroi froide et du nombre de Nusselt moyen ont été simulées en fonction de Ra. Ils ont trouvé que le transfert de chaleur est réduit en diminuant la hauteur de la microcavité et passe par un maximum pour un angle d'inclinaison critique. Les résultats montrent également que le transfert de chaleur peut généralement être réduit en utilisant des paramètres géométriques appropriés en comparaison avec une cavité similaire sans ailettes. En tenant compte de l'effet d'autres paramètres géométriques, la continuité de ce problème a fait l'objet d'une étude par **Lakhal et al. [16]**. Des corrélations utiles dans le domaine de l'ingénierie ont été tirées pour des applications optimales et pratiques.

Bilgen [17] a mené une étude paramétrique en utilisant comme paramètres le nombre de Rayleigh (Ra de 10^4 à 10^9), la longueur adimensionnelle de l'ailette (qui varie de 0,1 à 0,9), la position adimensionnelle de l'ailette mince (qui varie de 0 à 0,9), le rapport des conductivités thermiques ailette/fluide (qui varie de 0 (parfaitement

isolée) à 60 (ailette conductrice)). Il a trouvé qu'il y a une réduction du transfert thermique (38 %) à la paroi chaude par rapport à la cavité sans ailettes.

Ragui karim et al. [18] ont étudié la convection naturelle d'un fluide newtonien dans une cavité carrée formée de deux parois horizontales adiabatique et deux parois verticales isothermes et différentiellement chauffée. La cavité est munie de deux obstacles adiabatiques de forme rectangulaire insérés parallèlement aux parois isothermes. Les équations générales de transport sont résolues par le biais de la méthode des volumes finis, en utilisant un code de calcul basé sur l'algorithme SIMBLER. Les résultats montrent que la hauteur des obstacles joue un rôle très important sur la structure de l'écoulement. De plus, il a été noté que le nombre de Nusselt moyen s'améliore avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Frederick et Valencia [19] ont étudié ce problème pour un petit rapport (ailette/fluide) de conductivités thermiques. Ils ont observé des réductions du transfert thermique à la paroi chaude par rapport à une cavité sans ailette, particulièrement pour un nombre de Rayleigh allant de 10^4 à 10^5

Farinas et al. [20] ont présenté une étude numérique sur l'écoulement engendré par la convection naturelle et laminaire bidimensionnelle dans une cavité rhombique horizontale remplie d'air sans ailettes puis avec ailettes, le fluide Newtonien est incompressible.

Nag et al. [21] ont considéré deux cas: le premier avec une ailette à conductivité thermique infinie et le deuxième avec une ailette adiabatique, pour différents nombres de Rayleigh, trouvé qu'il y a une réduction du transfert thermique à la paroi chaude par rapport à la cavité non ailette. Ils ont proposé une corrélation du nombre de Nusselt moyen à la paroi froide en fonction du Ra et de la longueur de l'ailette.

Shi et Khodadadi [22] ont considéré les longueurs de l'ailette mince égales à 20 %, 35 % et 50 % du côté de la cavité. L'ailette a été placée à 7 endroits différents sur

la paroi chaude pour Ra 10^4 , 10^5 , 10^6 et 10^7 et pour $Pr = 0,707$. Ils ont trouvé qu'il y a une réduction du transfert thermique à la paroi chaude par rapport à une cavité sans ailette. Pour une cavité sans ailette, le transfert thermique sur la paroi froide peut être augmenté pour des nombres de Rayleigh élevés, et pour une cavité avec ailette il faut placer ces ailettes près des parois isolées pour faire croître le transfert de chaleur au niveau de la paroi froide.

Tasnim et Collins [23] ont étudié numériquement les effets du nombre de Rayleigh, de la position et de la longueur d'une ailette sur la performance du transfert thermique. Ils ont trouvé que l'introduction d'une ailette augmente le flux de chaleur moyen transféré au fluide de 31,4% par rapport à une cavité sans ailette pour $Ra = 10^4$.

Silva et Gosselin [24] ont étudié numériquement ce problème. Ils ont considéré deux valeurs différentes pour le volume de l'ailette: une grande ailette qui occupe 10% de la cavité cubique et une autre ailette beaucoup plus petite, qui occupe seulement 0.1% du volume total de la cavité. La méthode des éléments finis a été appliquée pour résoudre le problème en 3D pour $10^3 < Ra < 10^5$. Ils ont trouvé que pour le 1er cas, le rapport hauteur/largeur d'une ailette ne joue pas un rôle important et le flux de chaleur moyen transféré au fluide augmente monotoniquement avec la longueur de l'ailette. Pour le 2ème cas, le flux de chaleur moyen fourni au fluide augmente avec le rapport hauteur/largeur de l'ailette et avec la longueur horizontale de l'ailette.

Ampofo [25, 26] a étudié expérimentalement le cas turbulent ($Ra = 1,58 \times 10^9$) dans une cavité (0,75 m: hauteur; 0,75 m: longueur et 1,5 m: largeur) avec et sans ailette. Les températures étant égales à $\theta_c = 50$ °C et $\theta_f = 10$ °C. Il a considéré comme longueur de l'ailette $L_a = 150$ mm. Il a constaté que cette longueur réduit le nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude par rapport à la cavité sans ailettes. Quant au champ de vitesse, le champ de température et les résultats des quantités turbulentes obtenus en cavité avec ailette, ils diffèrent sensiblement de ceux correspondant à la cavité sans ailette et ce pour les mêmes dimensions et conditions expérimentales.

Nada [28] a étudié expérimentalement l'optimisation d'une rangée d'ailettes rectangulaires dans des cavités étroites verticales pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Elle a étudié en particulier l'espacement et la longueur des ailettes. Elle a trouvé que l'augmentation de la longueur de l'ailette fait augmenter l'efficacité de la surface avec ailettes et l'augmentation de Ra fait croître le nombre de Nusselt moyen pour n'importe quelle géométrie de rangée d'ailettes.

Frederick [29] a étudié la convection naturelle dans une cavité inclinée avec une ailette fixée à sa paroi froide pour un nombre de Rayleigh allant de 10^3 à 10^5 . Il a considéré un petit rapport de conductivités thermiques (fluide/ailette) et l'angle de l'inclinaison qui varie de 45° à 90° . Il a observé des réductions du transfert thermique jusqu'à 47 % par rapport à une cavité sans ailette.

House et al [30] ont étudié l'effet d'un corps conducteur centré dans une cavité carrée sur la convection naturelle, où l'effet du nombre de Rayleigh, nombre de Prandtl, la taille de corps, rapport des conductivités thermiques sont étudiés. L'observation importante faite est que le transfert thermique à travers la cavité, peut être augmenté (réduit) par un corps avec un rapport de conductivité thermique petit (plus grand) que l'unité, par rapport à cela en l'absence d'un corps. C'est une observation importante en ce qui concerne le transfert thermique conjugué.

Arquis et Rady [31] ont effectué une étude numérique pour étudier ce problème. Ils ont étudié les effets des longueurs et de l'espacement d'ailettes pour un grand intervalle du nombre de Rayleigh (Ra de 2000 à 30000). Ils ont trouvé que l'introduction des ailettes réduit le taux de transfert thermique à la paroi chaude par rapport à une cavité sans ailette.

Ambarita et al. [32] ont étudié numériquement ce problème. Ils ont considéré deux ailettes parfaitement isolées et fixées aux parois horizontales. Ils ont effectué une étude paramétrique en utilisant les paramètres suivants: le nombre de Rayleigh allant

de 10^4 à 10^8 , les longueurs adimensionnelles des ailettes minces de 0,6; 0,7 et 0,8; les positions adimensionnelle des ailettes (Ha) allant de 0,2 à 0,8. Ils ont trouvé que le nombre de Nusselt est une fonction croissante de (Ra), décroissante de la longueur de l'ailette (La) et dépend fortement de la position (Ha).

7. Description du phénomène étudié:

7.1. configuration Géométrie

Le modèle physique considéré est schématisé sur la figure 1. Il s'agit d'une enceinte carrée de côté H formée de deux parois horizontales adiabatiques et deux parois verticales isothermes et différentiellement chauffées, La cavité est munie de deux obstacles adiabatiques de forme rectangulaire positionnée aux milieux des parois adiabatique et parallèlement aux parois isothermes où h et w sont respectivement la hauteur et l'épaisseur des obstacles et son caractérisée par le rapport de forme $w/H=10\%$ et h va être variée de forme $h/H = 10\%$, 20% , 30% , 40% .

7.2. Hypothèses :

Les hypothèses simplificatrices appliquées dans notre étude sont les suivantes :

- ✓ Le fluide considéré est un fluide newtonien, incompressible et satisfait l'hypothèse de Boussinesq.

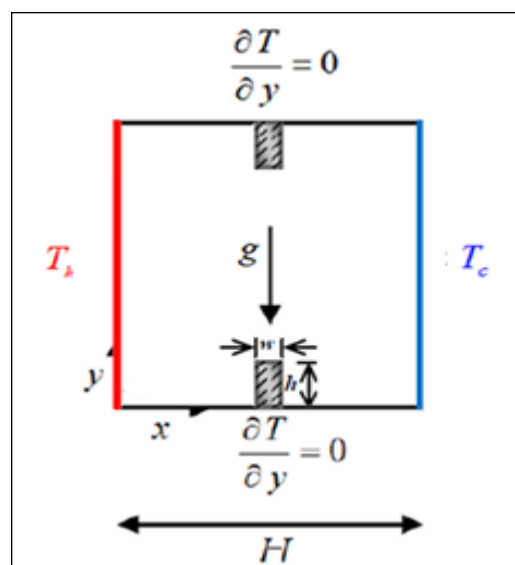


Fig.1.7: Schéma du problème physique.

- ✓ La masse volumique varie linéairement avec la température et elle est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_{\infty} [1 - \beta (T - T_f)] \quad (1.16)$$

- ✓ L'écoulement est de type convection naturelle.
- ✓ L'écoulement est considéré 2D et stationnaire.
- ✓ Le transfert de chaleur par radiation est négligeable.
- ✓ La dissipation de la chaleur par effet de viscosité est négligeable.
- ✓ Les propriétés thermo physiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température de référence.
- ✓ L'enceinte se trouve dans le champ gravitationnel de la Terre.

7.3. Description mathématique de l'écoulement :

Le modèle mathématique du problème est simulé en résolvant les équations différentielles de la continuité (conservation de la masse), de la quantité de mouvement et de l'énergie en prenant en considération les hypothèses. Ces équations se résument sous la forme adimensionnelle comme suit :

L'introduction de ces variables dans et on aura :

- Équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1.17)$$

- Équation de quantité de mouvement :

Suivant l'axe des x :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (1.18)$$

Suivant l'axe des y :

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{Pr} Ra \theta \quad (1.19)$$

- Équation d'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (1.20)$$

Les équations ci-dessus ont été ramenés à une forme adimensionnelle où :

$$X = \frac{x}{H} \quad (1.21)$$

$$Y = \frac{y}{H} \quad (1.22)$$

$$U = \frac{uH}{\alpha} \quad (1.23)$$

$$V = \frac{vH}{\alpha} \quad (1.24)$$

$$\theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f} \quad (1.25)$$

$$P = \frac{H^2}{\rho \alpha^2} p \quad (1.26)$$

7.4. Conditions aux limites du problème :

Pour notre problème (Fig.2.4) les conditions aux limites s'écrivent de la manière suivante:

$$\left. \begin{array}{lll} \text{Paroi chaude :} & X=0 \text{ et } 0 \leq Y \leq 1 : & U=0 ; V=0 \text{ et } \theta=\theta_c \\ \text{Paroi froide :} & X=1 \text{ et } 0 \leq Y \leq 1 : & U=0 ; V=0 \text{ et } \theta=\theta_f \\ \text{Paroi du bas :} & 0 \leq Y \leq 1 \text{ et } Y=0 : & U=0 ; V=0 \text{ et } \frac{\partial \theta}{\partial Y}=0 \\ \text{Paroi du haut :} & 0 \leq Y \leq 1 \text{ et } Y=1 : & U=0 ; V=0 \text{ et } \frac{\partial \theta}{\partial Y}=0 \end{array} \right\} \quad (1.27)$$

Pour la surface de chaque obstacle adiabatique, les conditions aux limites sous forme adimensionnelle sont :

$$U=V=0 \text{ et } \frac{\partial \theta}{\partial n}=0 \quad (1.28)$$

N étant la direction normale à la surface de l'obstacle.

La quantité de chaleur échangée par convection dans l'enceinte est obtenue à partir du nombre de Nusselt et ce, en utilisant l'expression suivante :

$$|Nu_c| = Nu_f = \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial X} dY \quad (1.29)$$

Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude détaillée sur le transfert de chaleur par convection, notamment la convection naturelle dans d'une enceinte carrée différentiellement chauffé et partitionné. Une recherche bibliographique sur ce phénomène est exposée pour des configurations de la cavité partitionnée avec une ou plusieurs obstacles (ailettes).

La fin de ce chapitre, nous avons présenté la configuration physique et la description mathématique du phénomène étudié dans ce travail.

Dans le chapitre qui suit, nous allons présenter la méthode des volumes finis, ainsi que l'approche théorique et fondamentale de la nouvelle méthode utilisée dans cette étude, notamment la méthode de Boltzmann sur réseau thermique en se basant sur le modèle thermique à double population.

Chapitre II : OUTILS DE SIMULATION

Introduction :

La résolution des équations de conservation décrivant le comportement de l'écoulement d'un fluide se fait par l'utilisation des méthodes numériques bien déterminées lorsque la solution analytique n'est plus possible. A cette étape, intervient le concept de la discrétisation des équations différentielles, qui a pour résultat, un système d'équations algébriques non linéaires. Ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide dans chaque nœud du domaine étudié.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles. Les plus utilisées sont : la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis, et la méthode des éléments finis. Par ailleurs une nouvelle alternative pour la simulation numérique des phénomènes physiques qui permet d'aborder un grand nombre de problèmes à diverses échelles. Il s'agit d'une méthode relativement récente qui se distingue des méthodes traditionnelles en adoptant une approche de " bas niveau" par la modélisation des écoulements. Pourtant, entre le fondement de la physique statistique sur laquelle elle est basée et son achèvement théorique. C'est La méthode de Boltzmann sur réseau, couramment appelé LBM (Lattice-Boltzmann méthode).

Comme déjà citées dans l'introduction, deux méthodes différentes ont été utilisées pour notre étude, il s'agit de la méthode des volumes finis et la méthode de Boltzmann sur réseau.

1) Méthode des volumes finis :

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [33]; le principe de cette méthode repose sur une technique de discrétisation, qui convertit les équations différentielles aux dérivées partielles en équations algébriques non linéaires, qui peuvent par la suite être résolues numériquement.

Elle se distingue par sa fiabilité aux résultats, son adaptation au problème physique, sa possibilité de traiter des géométries complexes, sa garantie pour la conservation de masse et de quantité de mouvement et de tout scalaire transportable sur chaque volume de contrôle, dans tout le domaine de calcul, ce qui n'est pas le cas pour les autres méthodes numériques.

1.1) Discrétisation spatiale :

Le domaine de calcul est divisé en nombres finis de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle, chacun de ces derniers englobe un nœud, dit nœud principal, comme il est indiqué sur la Figure (**Fig.2.1**).

La technique des volumes finis comporte essentiellement les étapes suivantes :

- La division du domaine considéré en volumes de contrôle;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles;
- Ecriture des équations algébriques aux nœuds du maillage ;
- Résolution du système algébrique non linéaire obtenu.

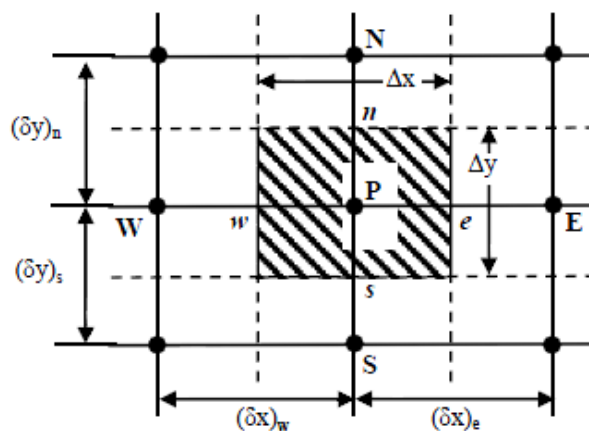


Fig.2.1. Schéma du Volume de contrôle bidimensionnel.

Pour un nœud principal P, les points E et W (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (Nord et Sud) sont ceux dans la direction y. Le volume de contrôle entourant P est montré par des lignes discontinues, alors que les faces sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction y.

La méthode **MVF** utilise comme point de départ, en considérant un cas stationnaire, l'équation suivante de conservation d'une quantité scalaire ϕ [34] :

$$\oint \rho \phi \vec{u} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_{\phi} \nabla_{\phi} \cdot d\vec{A} + \int S_{\phi} dV \quad (2.1)$$

Où :

ρ : est La masse volumique.

\vec{u} : Vecteur de vitesse.

\vec{A} : Vecteur surface.

Γ_{ϕ} : Coefficient de diffusion de ϕ .

∇_{ϕ} : Gradient de ϕ .

S_{ϕ} : Source de ϕ par unité de volume.

V : Volume élémentaire.

Dans un cas stationnaire et pour un écoulement incompressible et Newtonien avec les propriétés μ et C_p constantes, La discrétisation de l'équation (2.1) sur la maille P du domaine, montrée sur la figure **Fig2.1** devient :

$$\sum_f^{Nfaces} \rho_f \phi_f \vec{u}_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{Nfaces} \Gamma_{\phi} (\nabla_{\phi})_n \cdot \vec{A}_f + S_{\phi} V \quad (2.2)$$

Où :

$Nfaces$: Nombre de faces formant la maille.

ϕ_f : Valeur de ϕ de convection à travers la face.

$\rho_f \vec{u}_f \cdot \vec{A}_f$: Flux de masse à travers la face.

\vec{A}_f : Surface de la face.

$(\nabla_{\phi})_n$: Norme du ∇_{ϕ} dans la direction normale à la face f .

V : Volume de la maille.

Le développement de l'équation (3.2), permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} (\rho u \phi)_e \Delta y - (\rho u \phi)_w \Delta y + (\rho v \phi)_n \Delta x - (\rho v \phi)_s \Delta x &= \Gamma_e (\nabla \phi \vec{i})_e \cdot \vec{A}_e \\ + \Gamma_w (\nabla \phi \vec{i})_w \cdot \vec{A}_w + \Gamma_n (\nabla \phi \vec{j})_n \cdot \vec{A}_n \\ + \Gamma_s (\nabla \phi \vec{j})_s \cdot \vec{A}_s + S_{\phi} \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (2.3)$$

Ensuite les valeurs ϕ_f qui apparaissent dans le terme convectif et celles qui apparaissent dans le terme diffusif Γ_ϕ doivent être évaluées.

1.2) Evaluation du terme de convection :

Les valeurs ϕ_f sur les faces se calculent par interpolation à partir des valeurs aux centres des mailles en utilisant un schéma de type « amont » ; il en existe plusieurs à savoir : premier ordre, deuxième ordre, loi de puissance,.....

En utilisant le schéma amont de deuxième ordre « second order upwind », La valeur ϕ_f sera déterminée par l'expression suivante :

$$\phi_f = \phi + (\nabla_\phi) \Delta \vec{S} \quad (2.4)$$

Où :

ϕ : Est la valeur dans le centre de la cellule.

∇_ϕ : Est le gradient de ϕ calculé dans cellule en amont.

$\Delta \vec{S}$: Est le vecteur de position allant du point situé au centre de la cellule vers le point situé au centre de la face.

L'indice f désigne la face.

Le gradient de ϕ se calcule à partir de la forme discrète du théorème de Gauss :

$$\nabla_\phi = \frac{1}{V} \sum_f^{N_{faces}} \phi_f \vec{A}_f \quad (2.5)$$

Où :

ϕ_f : Représente la valeur moyenne des valeurs de (ϕ) sur les deux cellules adjacentes de part et d'autre à la face f .

Ce qui donne, après discrétisation [34] :

$$\phi_e = \phi_P + \nabla \phi_P \cdot \Delta \vec{S} \quad (2.6)$$

Avec

$$\begin{aligned} \nabla \phi_f \cdot \Delta \vec{S} &= \frac{1}{\Delta x \cdot \Delta y} (\overline{\phi}_e \Delta y \vec{i} - \overline{\phi}_w \Delta y \vec{i} + \overline{\phi}_n \Delta x \vec{j} - \overline{\phi}_s \Delta x \vec{j}) \cdot \frac{\Delta x}{2} \vec{i} \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\phi_E + \phi_P}{2} \right) - \left(\frac{\phi_W + \phi_P}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

D'où :

$$\phi_e = \phi_P + \frac{1}{4}(\phi_E - \phi_W) \quad (2.8)$$

1.3) Evaluation du terme de diffusion :

L'application de l'équation (2.2) dans le cas illustrée sur la figure Fig.2.1 et sur la face donne :

$$\Gamma_e(\nabla\phi\vec{i})_e \cdot \vec{A} = \Gamma_e \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\Delta x} \Delta y \quad (2.9)$$

Ensuite, les équations (2.8) et (2.9) seront injectées dans l'équation discrète (2.3), ce qui permet d'aboutir à l'équation linéaire dont la forme générale est la suivante [34]:

$$a_P + \phi_P = \sum_{voisin} a_{voisin} \phi_{voisin} + b \quad (2.10)$$

Avec : $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$ et : $b = S_\phi \Delta x \Delta y$

Où les coefficients a_E, a_W, a_N et a_S sont évalués comme suit :

$$\left. \begin{aligned} a_E &= \Gamma_e \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ a_W &= (\rho u)_e \Delta y + \Gamma_e \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ a_N &= \Gamma_n \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ a_S &= (\rho u)_s \Delta x + \Gamma_s \frac{\Delta y}{\Delta x} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Le regroupement de toutes les équations linéaires pour tous les nœuds du domaine de calcul, fournit un système d'équations algébriques ayant la forme matricielle suivante :

$$[\xi] = [A]^{-1}[B] \quad (2.12)$$

Avec : $[A]$ est la matrice des coefficients a_{ij} , $[\xi]$ est la matrice du champ de la variable recherchée et $[B]$ est la matrice terme source b_i

1.4) Procédures de résolution numérique du problème:

Les équations décrivant l'écoulement de la convection naturelle associé avec les conditions aux limites a été réalisée en utilisant le logiciel Fluent 6.3.26 [35]. Ce

logiciel est basé sur la méthode des volumes finis décrit par Patankar [33]. La résolution numérique des équations a été effectuée pour une configuration bidimensionnelle par la méthode des volumes finis à l'aide du code CFD Fluent 6.3. et le logiciel Gambit 2.3.16 comme préprocesseur. L'algorithme SIMPLE a été choisi pour le couplage vitesse pression dans les équations de Navier-Stokes. L'équation de pression est discrétisée par le schéma PRESTO, des schémas d'interpolation du deuxième ordre ont été adoptés pour les autres équations. La solution est considérée comme convergente quand le résidu des équations algébriques est inférieur à 10^{-6} .

La qualité du maillage structuré et uniforme pratiqué dans notre simulation nécessaire pour prendre en compte les différentes hauteurs d'obstacles utilisés dans notre cas. Les principales étapes à suivre lors du travail sur le logiciel de calcul FLUENT nécessitent la connaissance de certaines notions théoriques de base. Ces notions, concernent notamment, les définitions des principales équations régissant l'écoulement.

La résolution numérique par Fluent d'une manière générale, suit les étapes suivantes :

- ✓ Création de la géométrie sous le Logiciel GAMBIT ;
- ✓ Choix de la stratégie de maillage et création de plusieurs grilles ;
- ✓ Définition des conditions aux limites dans GAMBIT ;
- ✓ Définition du problème sous le logiciel FLUENT, étude des différentes grilles de maillage et sélection du maillage retenue ;
- ✓ Calcul avec FLUENT pour les différents cas retenus ;
- ✓ Analyse des résultats obtenus.

2) Méthode de Boltzmann sur réseau:

La méthode de Boltzmann sur réseau, couramment appelé LBM (Lattice-Boltzmann méthode), est une nouvelle alternative pour la simulation numérique de phénomènes physiques qui permet d'aborder un grand nombre de problèmes à diverses échelles. Il s'agit d'une méthode relativement récente qui se distingue des méthodes traditionnelles en adoptant une approche de " bas niveau" par la modélisation des écoulements. Pourtant, entre le fondement de la physique statistique sur laquelle elle est basée et son

achèvement théorique, il s'est écoulé plus d'un siècle. Ainsi, en guise d'introduction, nous allons présenter les grandes lignes historiques, nécessaires pour comprendre les différents aspects théoriques de cette méthode. Nous essaierons dans ce court paragraphe de faire ressortir les étapes fondamentales dans l'élaboration de l'équation de Boltzmann sur Réseau, dont la construction théorique sera détaillée dans la suite. La construction de la méthode Boltzmann sur Réseau peut se résumer en deux étapes paradoxalement indépendantes : le développement de la physique statistique d'une part et l'apparition des automates cellulaires d'autre part.

2.1) Historique de la méthode de Boltzmann sur réseau:

La première étape nous propulse au milieu du XIX^{ème} siècle avec l'avènement de la physique statistique basée sur les travaux de l'Américain Josiah Willard Gibbs, des Anglais Lord Kelvin et James Clerk Maxwell et de l'Autrichien Ludwig Eduard Boltzmann. La physique statistique, dérivée de la théorie cinétique des gaz, s'intéresse non plus à l'évolution globale des quantités macroscopiques (densité, vitesse, pression) mais au comportement microscopique de la matière et tente de décrire l'évolution des particules qui la constitue. Ainsi en 1872, Boltzmann propose sa célèbre équation (2.13) décrivant l'évolution spatio-temporelle d'une fonction f représentant la distribution des particules ayant une vitesse donnée à un endroit et à un temps donnés. Cette fonction est souvent appelée fonction de distribution et dépend donc de l'espace, de la vitesse et du temps :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{F_i}{m} \frac{\partial f}{\partial c_i} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (2.13)$$

Le membre de droite de l'équation de Boltzmann, appelé opérateur de collision, représente l'effet des collisions entre particules. Si ce terme est nul, les particules sont alors simplement affectées et soumises à l'action de la force F présente dans le membre de gauche. Si les particules se rencontrent, l'évolution du système dépend alors de la forme de l'opérateur de collision. A la fin du XIX^{ème} siècle Boltzmann lui-même n'avait qu'une idée approximative de cet opérateur et ne considérait que les collisions à deux particules (dites collisions binaires). On sait aujourd'hui depuis les travaux de

Cohen et Dorfman (1970) que l'équation de Boltzmann avec un tel opérateur de collision ne peut pas s'appliquer aux liquides et aux gaz de haute densité.

Les travaux de Boltzmann [36], très controversés à l'époque ne furent validés expérimentalement qu'après sa mort en 1906. Ce n'est que plus tard, dans les années 1920 que les travaux indépendants d'un astronome anglais, Sydney Chapman et d'un mathématicien suisse, David Enskog s'intéressent à des collisions plus complexes mettant en jeu plus de deux particules. Le jeune Enskog eut l'idée d'utiliser la méthode de Hilbert (1912) pour effectuer un développement systématique de la fonction de distribution de l'équation de Boltzmann. Chapman approfondi alors l'idée d'Enskog et décide de considérer les particules comme des sphères dures pour prendre en compte les collisions complexes. Ainsi, à partir de 1921 les travaux de Chapman et Enskog [37, 38], validés expérimentalement par le chimiste F.W. Dootson, permettent d'établir des liens directs entre l'équation de Boltzmann et celles de Navier-Stokes (1823), élargissant ainsi les travaux de Boltzmann (cette procédure sera détaillée plus précisément dans la suite de ce chapitre). Toutefois, l'opérateur de collision utilisé par Chapman et Enskog reste très complexe et très spécifique. Il faut alors attendre une trentaine d'années pour qu'un modèle de collision simple voit le jour. Ce sont les mathématiciens Prabhu Lal Bhatnagar, E.P. Gross et Max Krook qui lui donneront naissance en 1954 [39]. Ce modèle, établi à partir de développements théoriques complexes, est basé sur l'idée que la collision des particules peut être décrite comme la relaxation en un temps donné des particules, vers un état d'équilibre donné. Cette idée fondamentale permet ainsi d'écrire l'opérateur de collision sous une forme très simple qui porte le nom d'opérateur BGK, du nom de ses créateurs. Ainsi dès 1954, la physique statistique a montré que l'équation de Boltzmann munie de l'opérateur BGK permettait de décrire les écoulements de la mécanique des fluides régis par les équations de Navier-Stokes. La méthode de Boltzmann sur Réseau aurait alors pu naître à cette époque. Mais la notion de discrétisation et de réseau, propres aux usages informatiques, ne verra le jour que bien plus tard avec le développement intensif de la simulation numérique.

La notion de discrétisation naît donc dans la seconde moitié du XX^{ème} siècle avec l'apparition des premières machines de calculs. Les automates cellulaires apparaissent pour la première fois dans les années 50 avec John von Neumann, Stanislas Ulam et Konrad Zuse et utilisent des opérations booléennes (0 ou 1) très proches du langage machine [40]. Les premiers modèles à vitesses discrètes sont introduits par Broadwell [41] en 1964 puis par Gagnol [42] en 1973. Pourtant dans ces premiers modèles, la discrétisation spatiale et temporelle en vue d'une résolution numérique n'est pas introduite. C'est en fait le développement en 1973 des premiers automates cellulaires appliqués à la simulation en mécanique des fluides qui feront le lien avec la discrétisation de l'espace et du temps avec l'apparition des gaz sur réseau (LGCA pour Lattice Gas Cellular Automata). Le premier modèle de gaz sur réseau fut développé par Hardy, Pomeau et Pazzis (modèle HPP) en 1973 [43] et utilisait les distributions de Fermi-Dirac pour l'état d'équilibre mais ne permettait pas de retrouver les équations de Navier-Stokes. Il fut suivi en 1986 par le modèle 2D FHP (Frisch, Hasslacher et Pomeau) [44] basé sur une meilleure symétrie du réseau permettant de retrouver les équations de Navier-Stokes puis par le modèle 3D FCHC (pour Face Centered HyperCube) proposé par d'Humière quelques mois plus tard [45]. Très vite, les modèles de gaz sur réseau souffrent d'inconvénients importants comme la brisure de l'invariance galiléenne due à l'utilisation des distributions de Fermi-Dirac et du bruit numérique dû à l'utilisation de variables booléennes. Ainsi, à la fin des années 80, les travaux sur les gaz sur réseau se tournent vers l'équation de Boltzmann. Une étude reprenant l'ensemble des modèles de gaz sur réseau, menée par Wolfram en 1986 [46] puis par Frisch l'année suivante [47], permet de faire le lien entre les gaz sur réseau et l'équation de Boltzmann. Les variables booléennes sont alors remplacées par des variables réelles et les distributions de Maxwell-Boltzmann sont utilisées pour l'état d'équilibre. Ces modifications entraînent la suppression des inconvénients majeurs des gaz sur réseau. On peut alors parler des premiers modèle Boltzmann sur Réseau à proprement parler, introduit par McNamara et Zanetti en 1988 [48]. L'apparition des modèles Boltzmann sur réseau actuels se fera progressivement avec la linéarisation de l'opérateur de collision par Higuera et Jiménez en 1989 [49] et enfin, par l'utilisation

de l'opérateur BGK par Koelman en 1991 puis par Chen [50] et Qian en 1992 [51]. L'équation de Boltzmann sur Réseau est alors née et, au début des années 90 la méthode de Boltzmann sur Réseau est présentée comme une amélioration des gaz sur réseau. On peut alors remonter aux équations de Navier-Stokes et à l'équation de Boltzmann continue par un développement a posteriori. Pourtant, en 1996, He & Luo [52] montrent que l'équation de Boltzmann sur Réseau peut être dérivée directement de l'équation de Boltzmann continue. On parle alors de dérivation a priori de la méthode Boltzmann sur Réseau. Cette dérivation a priori fixe un cadre théorique pour la méthode Boltzmann sur Réseau sans passer par les gaz sur réseau dont elle est initialement issu. Dans la suite de ce chapitre, c'est cette méthode a priori qui sera explicitée dans ses grandes lignes. Cet aspect historique que nous venons d'exposé montre bien l'évolution longue et périlleuse qui s'est écoulée entre l'apparition de l'équation de Boltzmann en 1872 et l'équation de Boltzmann sur Réseau en 1992, soit 120 années de recherches. Ceci montre l'importance et la place de la physique statistique dans la science contemporaine. Aujourd'hui la méthode de Boltzmann sur Réseau est utilisée dans de nombreux domaines de modélisation et simulation physique [53, 54].

2.2) Equation de Boltzmann :

En physique statistique, un gaz est décrit par un nuage de particules obéissant à l'équation de Boltzmann [55, 56]. Cette équation continue telle qu'elle fut proposée par Boltzmann en 1872 de base de la théorie cinétique des gaz. Elle décrit la fonction de distribution des molécules de gaz qui est une fonction du temps, de l'espace et de la vitesse de la molécule, elle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{F_i}{m} \frac{\partial f}{\partial c_i} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (2.14)$$

$f = f(x, c, t)$ représente la densité de particule où :

x : position.

c : vitesse.

t : temps.

F : force extérieure.

m : masse moléculaire.

On remarque alors que la densité, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique du fluide sont retrouvées en considérant toutes les vitesses possibles :

$$\rho u = \int_{R^3} c f d\mathbf{c} \quad (2.15)$$

$$\rho = \int_{R^3} f d\mathbf{c} \quad (2.16)$$

$$\rho e + \frac{1}{2} \rho |u|^2 = \frac{1}{2} \int_{R^3} |c|^2 f d\mathbf{c} \quad (2.17)$$

L'opérateur de collision $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}$ décrit l'effet des collisions entre particules.

En ne considérant que les collisions binaires, transformant les vitesses $[c_1; c_2]$ (pré-collision) en $[c'_1, c'_2]$ (post-collision).

2.3) L'approximation BGK :

Il est très difficile de résoudre l'équation de Boltzmann à cause de la complexité de l'opérateur de collision. Cependant il est possible d'approximer l'opérateur de collision en un simple opérateur qui ne tient pas compte des erreurs qui proviennent de la collision entre particules. Bhatnagar, Gross and Krook (BGK) ont mis au point en 1954 un modèle simplifié de l'opérateur de collision [57]. L'opérateur de collision peut être écrit de la façon suivante :

$$\Omega = \omega(f^{eq} - f) = \frac{1}{\tau}(f^{eq} - f) \quad (2.18)$$

$$\omega = \frac{1}{\tau}$$

τ : facteur de relaxation.

ω : fréquence de collision.

La fonction de distribution locale est désignée par f^{eq} , qui est la fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann.

Après application de l'approximation de BGK l'équation de Boltzmann (sans forces extérieures) peut être écrite de la manière suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = \frac{1}{\tau} (f^{eq} - f) \quad (2.19)$$

L'équation de Boltzmann à vitesses discrètes peut être écrite de la manière suivante :

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + c_i \cdot \nabla f_i = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq} - f_i) \quad (2.20)$$

2.4) Fonction de distribution d'équilibre de Maxwell-Boltzmann :

En l'absence de collision, les particules sont en équilibre thermodynamique. Un tel état est décrit par une fonction de distribution à l'équilibre f^{eq} , solution de l'équation

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = 0 \quad \text{Une telle fonction vérifie donc :}$$

$$f_i^{eq} = f_i^{eq}(x, t) = w_i \rho \left[1 + \frac{(e_i \cdot u)}{\chi \cdot c^2} + \frac{(e_i \cdot u)^2}{2 \chi \cdot c^4} - \frac{(u \cdot u)}{2 \chi \cdot c^2} \right] \quad (2.21)$$

Ou :

- w_i : Constantes du réseau.
- c : vitesse de son.

2.5) Discrétisation de l'équation de Boltzmann :

La discrétisation de l'équation (2.20) nous donne l'équation de Boltzmann sur réseau ou La fonction de distribution locale et le temps de relaxation déterminent le type de problème à résoudre :

$$f_i(r + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(r, t) + \frac{\Delta t}{\tau} [f_i^{eq}(r, t) - f_i(r, t)] \quad (2.22)$$

f_i : La fonction de distribution de densité.

f_i^{eq} : L'état d'équilibre.

c_i : La vitesse de particule.

Δt : La variation de temps.

La méthode LBM se fait en deux étapes : la collision et la propagation.

L'étape de collision est décrite de la façon suivante :

$$f_k(x, y, t + \Delta t) = f_k(x, y, t)[1 - \omega] + \omega f_k^{eq}(x, y, t) \quad (2.23)$$

Où :

i : dépend du réseau (nombre de vitesse)

ω : Temps de relaxation

$$\omega = \frac{\Delta t}{\tau}$$

L'étape de propagation :

$$f_k(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = f_k(x, y, t + \Delta t) \quad (2.24)$$

i : dépend du réseau (nombre de vitesse)

2.6) Modèles dynamique de Boltzmann sur réseau:

Nous avons vu que pour des applications numériques l'équation de Boltzmann a été discrétisée dans l'espace, le temps et l'espace des vitesses. Ces différentes discrétisations sont liées les unes aux autres par une dépendance du pas géométrique au pas de temps en fonction de la vitesse de discrétisation. Pour ce la les domaines de solutions ont besoin d'être divisée en réseau. Pour chaque réseau son propre nombre de nœud et leurs particules artificielles (fonction de distribution). Certaines de ces flux de particule se déplacent dans les directions indiquées aux nœuds voisins. Le nombre de direction et liaison dépendent de l'arrangement du réseau. La terminologie usuelle utilisée par LBM doit se référer à la dimension du problème et du nombre de vitesse qui utilise **DnQm**

Où :

n : représente la dimension du problème (1 pour 1D, 2 pour 2D et 3 pour 3D).

m : désigne le modèle de vitesse,

Dans notre cas nous avons utilisé deux réseaux :

- **D2Q9** : pour la discrétisation des vitesses.
- **D2Q5** : pour la discrétisation de la température.

2.6.1) Le modèle bidimensionnel à 9 vitesses (D2Q9) :

C'est le modèle le plus utilisé spécialement pour l'étude des problèmes d'écoulement. Le modèle D2Q9 est basé sur un réseau carré de pas $\delta x = \delta y = 1$, chaque motif du réseau est caractérisé par neuf vitesses discrètes ($c_i, (i = 1 \dots 9)$) [58] Fig(2.2).

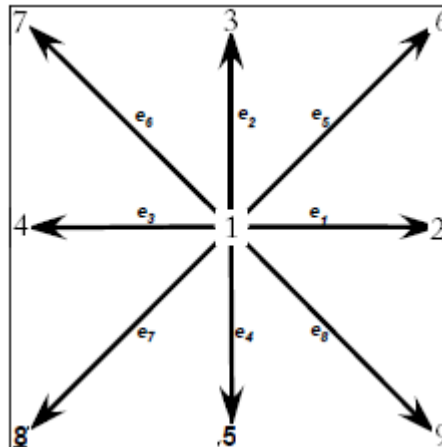


Fig.2.2. Modèle D2Q9

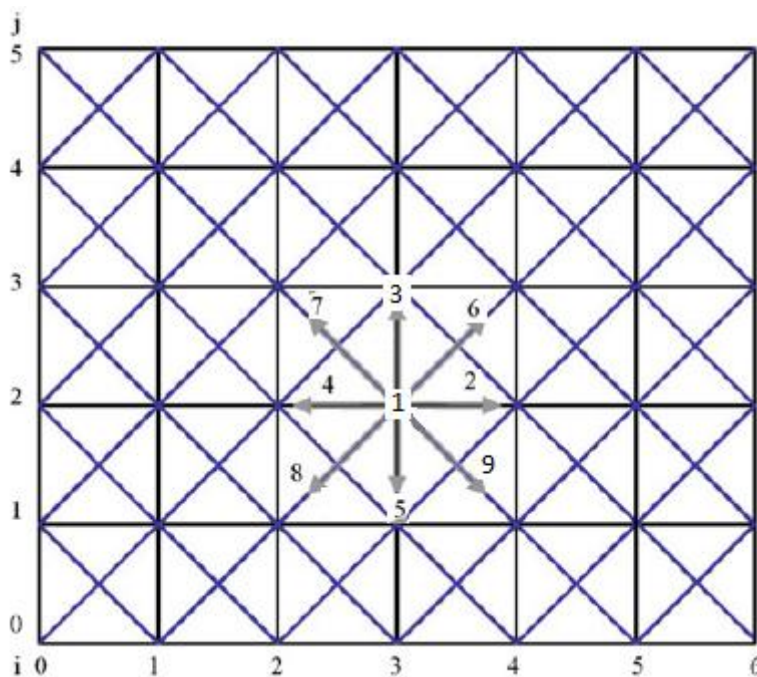


Fig.2.3 réseau D2Q9

Les particules fluides se déplacent d'un nœud de la grille vers le nœud voisin avec les vitesses discrètes qui sont données par :

$c_1 = (0,0)$, les composantes suivant x et y sont nulles.

$c_2 = (1,0)$, la composante suivant x est égale à 1 et suivant y est nulle.

$c_3 = (0,1)$, la composante suivant x nulle et suivant y est égale à 1.

$c_4 = (-1,0)$, la composante suivant x est égale à -1 et suivant y est nulle

$c_5 = (0, -1)$, la composante suivant x est nulle suivant y est égale à -1.

$c_6 = (1,1)$, la composante suivant x est égale à 1 suivant y est égale à 1.

$c_7 = (-1,1)$, la composante suivant x est égale à -1 suivant y est égale à 1.

$c_8 = (-1, -1)$, la composante suivant x est égale à -1 suivant y est égale à -1.

$c_9 = (1, -1)$, la composante suivant x est égale à 1 suivant y est égale à -1.

Chaque réseau est caractérisé des coefficients qu'on appelle des facteurs de poids pour le réseau D2Q9 les facteurs de poids sont les suivants :

$$w_1 = 4/9$$

$$w_2 = w_3 = w_4 = w_5 = 1/9$$

$$w_6 = w_7 = w_8 = w_9 = 1/36.$$

La fonction de distribution (2.10) à l'équilibre peut s'écrire pour chaque nœud de la manière suivante :

- Pour $i=1$

$$f_0^{eq} = \rho \left(\frac{4}{9} - \frac{2}{3} u^2 \right) \quad (2.25)$$

- Pour $i=2, 3, 4, 5$

$$f_i^{eq} = \rho \left[\frac{1}{9} + \frac{1}{3c^2} (e_i u) + \frac{1}{2c^4} (e_i \cdot u)^2 - \frac{1}{6c^2} u^2 \right] \quad (2.26)$$

- Pour $i=6, 7, 8, 9$

$$f_i^{eq} = \rho \left[\frac{1}{36} + \frac{1}{12c^2} (e_i u) + \frac{1}{2c^4} (e_i \cdot u)^2 - \frac{1}{24c^2} u^2 \right] \quad (2.27)$$

La viscosité est reliée au temps de relaxation par la relation :

$$\nu = \left(\tau_v - \frac{1}{2} \right) c_s^2 \quad (2.28)$$

La pression est donnée par la relation : $p = \rho/3$, ce qui nous permet de calculer la vitesse du son :

$$c_s = \frac{c_i}{\sqrt{3}} \quad (2.29)$$

La conservation de la masse: peut être décrite comme étant La sommation des fonctions de distributions dans chaque nœud du réseau représentent la densité macroscopique du fluide [57] :

$$\rho = \sum_{i=1}^9 f_i \quad (2.30)$$

La conservation quantité de mouvement : peut être décrite comme étant la sommation du produit des vitesses microscopiques du réseau par la fonction de distribution.

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^9 f_i c_i \quad (2.30)$$

2.6.2) Conditions aux limites :

L'une des plus importantes parties d'une simulation avec la méthode de Boltzmann sur réseau est l'établissement des conditions aux limites.

L'établissement des conditions aux limites pour les méthodes de calcul classique utilisées en hydrodynamique (CFD) se fait par l'obtention des variables de l'écoulement.

Ce n'est pas le cas pour la méthode LBM, où les fonctions de distributions entrantes dans le domaine doivent être déterminées.

On doit déterminer donc les équations appropriées pour le calcul des fonctions de distributions aux limites du domaine pour chaque condition aux limites.

Dans la littérature, plusieurs approches sont suggérées et testées, dans ce qui suit les conditions aux limites présentées sont ceux utilisés dans notre travail.

- **Le rebond :**

Cette condition aux limites est utilisée quand une particule rencontre une limite de type solide paroi, la particule rebondit sur ce dernier pour revenir dans l'écoulement en suivant sa direction d'origine. Le processus de collision n'intervient pas à la limite mais seulement dans la région interne du fluide.

Pour sa simplicité, la méthode du rebond joue un rôle majeur dans simulation des écoulements des fluides par la méthode de LBM, dans des domaines caractérisés par la complexité de leurs géométries. Cela peut être illustré par exemple dans la simulation des écoulements dans les milieux poreux.

La beauté du modèle réside dans le fait qu'on a qu'à designer une particule comme étant un obstacle solide, pas besoin d'autres traitements en programmation.

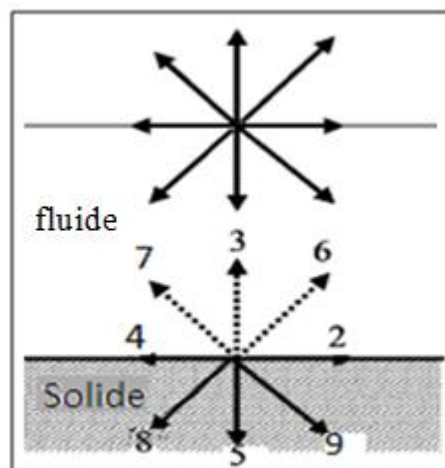


Fig.2.4. Le rebond des particules

Les fonctions de distributions f_5 , f_8 et f_9 sont connues par le processus de propagation. Lorsque ces fonctions de distributions rencontrent le mur, le schéma du rebond est appliquée, donc :

$$f_9 = f_7,$$

$$f_3 = f_5$$

$$f_6 = f_8.$$

Le schéma du rebond assure la conservation de la masse et de la quantité de mouvement, et peut être appliquée aux obstacles et aux murs, en considérant que la vitesse aux surfaces solides est nulle en chaque point.

2.7) Modèle thermique de Boltzmann sur réseaux (TLBM) :

Durant les 15 dernières années, la méthode LBM a connue une évolution rapide concernant la résolution d'une grande variété de types d'écoulements.

Cependant l'effort fournis pour l'établissement d'un modèle stable pour la méthode de Boltzmann sur réseaux thermique (TLBM) n'a porté ses fruits que récemment.

McNamara et Alder ont réussi à simuler le phénomène de transfert de chaleur en utilisant l'approche à double population [59]. Ce modèle sera utilisé dans notre travail.

2.7.1) Modèle à double population :

Dans ce modèle une fonction de distribution indépendante d'énergie interne est introduite pour obtenir le champ de températures. Donc deux fonction de distributions indépendantes sont utilisées à savoir la fonction de distribution de la densité de masse et celle de l'énergie interne pour simuler l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur respectivement.

Puisque deux fonctions de distributions indépendantes sont adoptées pour décrire l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur, ces deux dernières peuvent ne pas partager le même réseau et la même fonction d'équilibre.

Par exemple dans notre travail nous avons utilisées le réseau D2Q9 pour simuler l'écoulement du fluide, et le réseau simplifié D2Q5 pour le transfert de chaleur.

Pour un problème thermique incompressible, He et al [52] ont proposé deux fonctions de distributions : la fonction de distribution de densité de masse et la fonction de distribution de l'énergie interne.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_v} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] + \delta \mathbf{F} \quad (2.31)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_T} [g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (2.32)$$

Où : F : représente la force externe, τ_v et τ_T sont les temps de relaxation de l'écoulement et du transfert thermique respectivement.

2.7.2) Réseau D2Q5 :

C'est le réseau le plus utilisé pour la simulation du transfert de chaleur dans la méthode à double population.

Le modèle D2Q5 est basé sur un réseau carré de pas $\delta x = \delta y = 1$, chaque motif du réseau est caractérisé par cinq vitesses discrètes ($c_i, (i = 1 \dots 5)$) (fig.2.6).

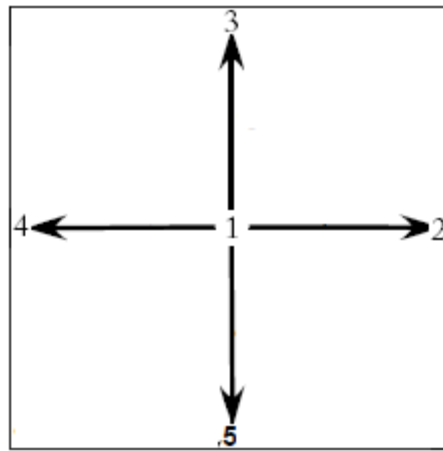


Fig.2.5. Modèle D2Q5

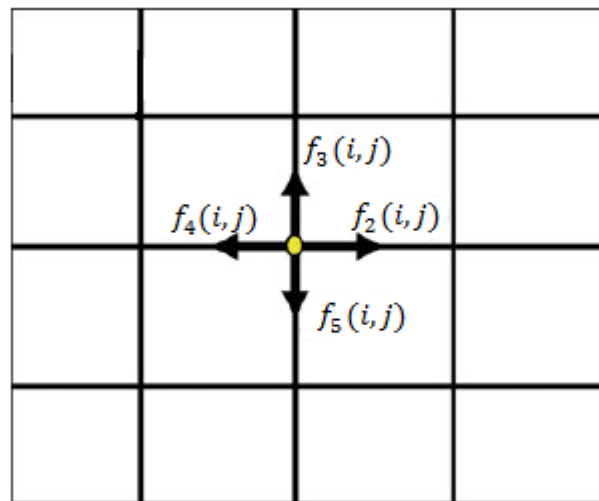


Fig.2.6. Réseau D2Q5

Les particules fluides se déplacent d'un nœud de la grille vers le nœud voisin avec les vitesses discrètes qui sont données par :

$c_1 = (0,0)$, les composantes suivant x et y sont nulles.

$c_2 = (1,0)$, la composante suivant x est égale à 1 et suivant y est nulle.

$c_3 = (0,1)$, la composante suivant x nulle et suivant y est égale à 1.

$c_4 = (-1,0)$, la composante suivant x est égale à -1 et suivant y est nulle

$c_5 = (0, -1)$, la composante suivant x est nulle suivant y est égale à -1.

Les facteurs de poids du réseau D2Q5 sont les suivants :

$$w_1 = 2/6, w_2 = w_3 = w_4 = w_5 = 1/6$$

La diffusivité thermique est reliée au temps de relaxation par la relation suivante :

$$\alpha = \frac{1}{3} \left(\tau_T - \frac{1}{2} \right) c^2 \delta t \quad (2.33)$$

Champ de température :

La sommation des fonctions de distributions dans chaque nœud du réseau D2Q5 représente nous donne la température :

$$T = \sum_{i=1}^5 g_i \quad (2.34)$$

2.7.3) Conditions aux limites :

La condition de température imposée est utilisée pour modéliser les frontières différemment chauffées : Dans notre cas nous avons deux températures imposées : la température de la paroi chaude $T_1 = 1$, ainsi que celle de la paroi froide $T_0 = 0$. Où les deux parois du haut et du bas sont adiabatiques.

On doit donc déterminer et résoudre les équations adéquates pour calculer les fonctions de distributions inconnues, par exemple à la paroi chaude, on doit déterminer g_2 (Fig.2.7) et nous avons une température imposée T_1 , donc en utilisant l'équation (2.23) on aura :

$$g_2 = T_1 - (g_1 + g_3 + g_4 + g_5) \quad (2.35)$$

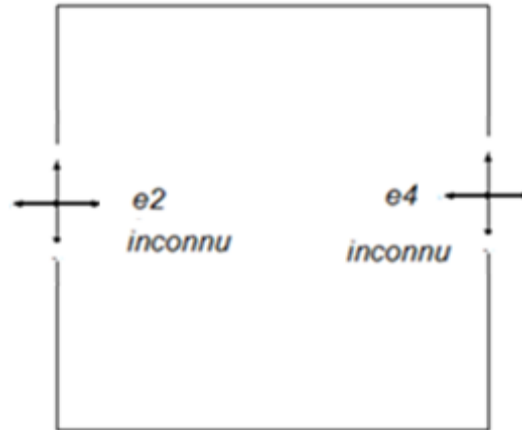


Fig.2.7.Schéma représentant la fonction de distribution inconnue.

Par exemple à la paroi froide, on doit déterminer g_4 (Fig.2.7) et nous avons une température imposée T_0 , donc en utilisant l'équation (2.35) on aura :

$$g_4 = T_0 - (g_1 + g_2 + g_3 + g_5) \quad (2.36)$$

Les deux parois du haut et du bas avec des conditions adiabatiques satisferont la condition $\nabla \cdot \mathbf{g} = 0$ ce qui fait que :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right| = 0 \quad n = x, y, z \quad (2.37)$$

D'après LBM avec l'approche du second degré, nous trouvons que la fonction de distribution inconnue est donnée par la formule suivante [59] :

$$g_k(i, j) = \frac{(4g_k(i, j - 1) - g_k(i, j - 2))}{3} \quad (2.38)$$

2.7.4) Mise en œuvre informatique :

Un code de calcul a été élaboré sous l'éditeur MATLAB, en appliquant la méthode de Boltzmann sur réseau thermique à double population pour simuler notre cas étudié, L'organigramme de calcul est présenté dans la figure (Fig.2.8).

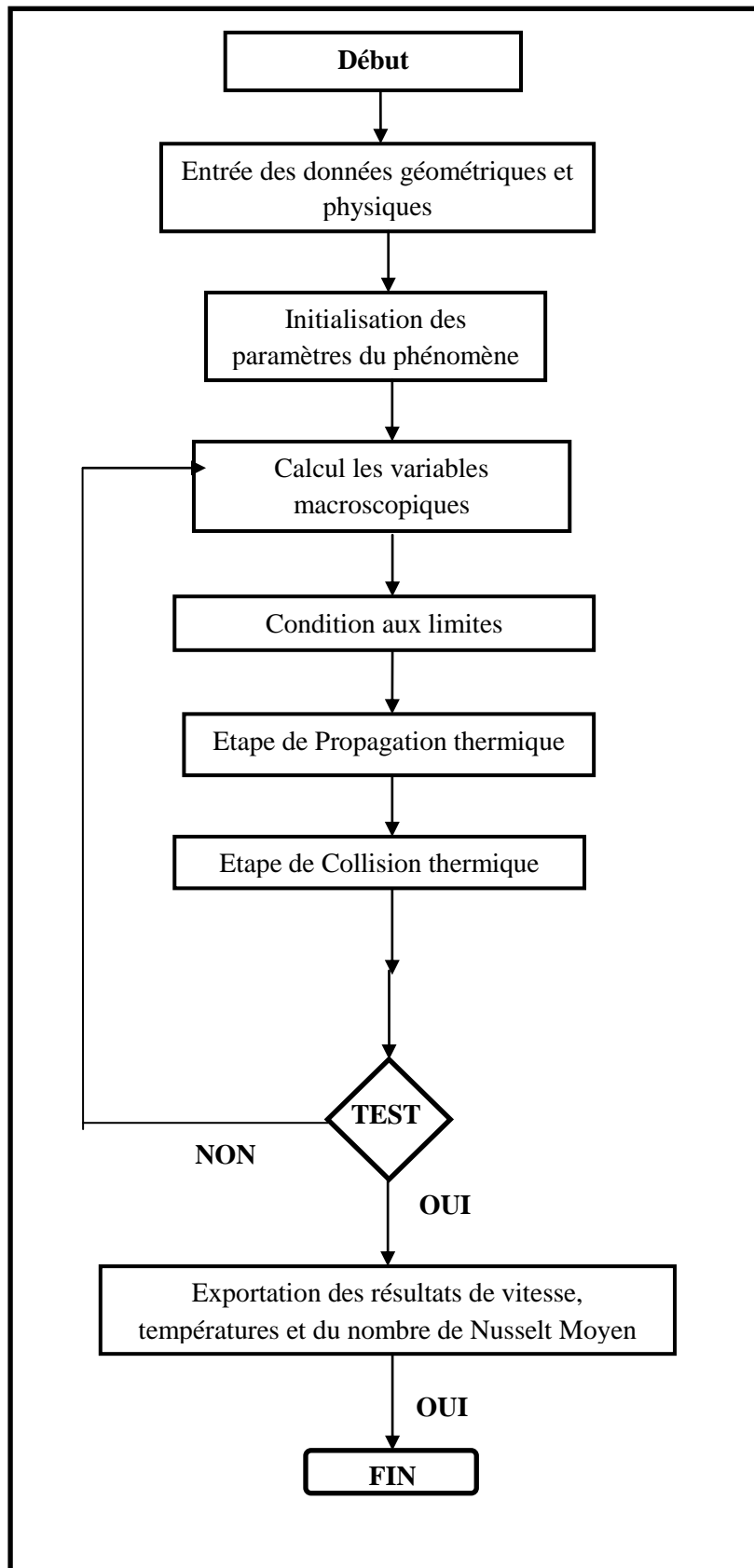


Fig. 2.8 : Organigramme de calcul de TLBM.

RESULTATS ET DISCUSSIONS

1) Validation de code de calcul:

Comme déjà citées dans le chapitre I, deux méthodes numériques différentes ont été utilisées dans ce travail. Il s'agit de la méthode des volumes finis et la méthode de Boltzmann sur réseau. De ce fait une étude de convergence de la solution s'impose.

1.1) Etude du maillage :

Nous avons examiné l'influence de la taille du maillage pour la solution de la configuration classique d'une cavité carrée sans obstacles à différents nombres de Rayleigh. Le maillage utilisé était de 41^2 jusqu'à 201^2 pour la méthode LBM et de 40^2 jusqu'à 120^2 pour la méthode MVF. La vérification des résultats obtenus était pour les valeurs du nombre de Nusselt moyen (Fig.3.1. et Fig.3.2.) et les vitesses le long du plan médian horizontal pour les deux méthodes et ceux de la littérature (Fig.3.3. et Tableau I). Le choix du maillage était pour chaque nombre de Rayleigh et pour des erreurs relatives les plus basses.

Il est important de citer que l'étude de convergence du maillage pour le cas de la cavité carrée munie d'obstacles a été effectué aussi, et ce pour différentes hauteurs d'obstacles, allant de $h=0.1H$ et $h=0.4H$ et à différents nombres de Rayleigh.

Pour la hauteur de l'obstacle inférieur à $h=0.3H$, nous avons utilisé le maillage validé pour le cas test, par contre $h \geq 0.3H$, on était obligé d'augmenter le maillage afin d'avoir la convergence des résultats. De ce fait, une autre étude de maillage en suivant le même principe que dans le cas test, a été utilisée en variant la taille de 161^2 jusqu'à 301^2 pour la méthode LBM et de 60^2 jusqu'à 140^2 pour la méthode MVF.

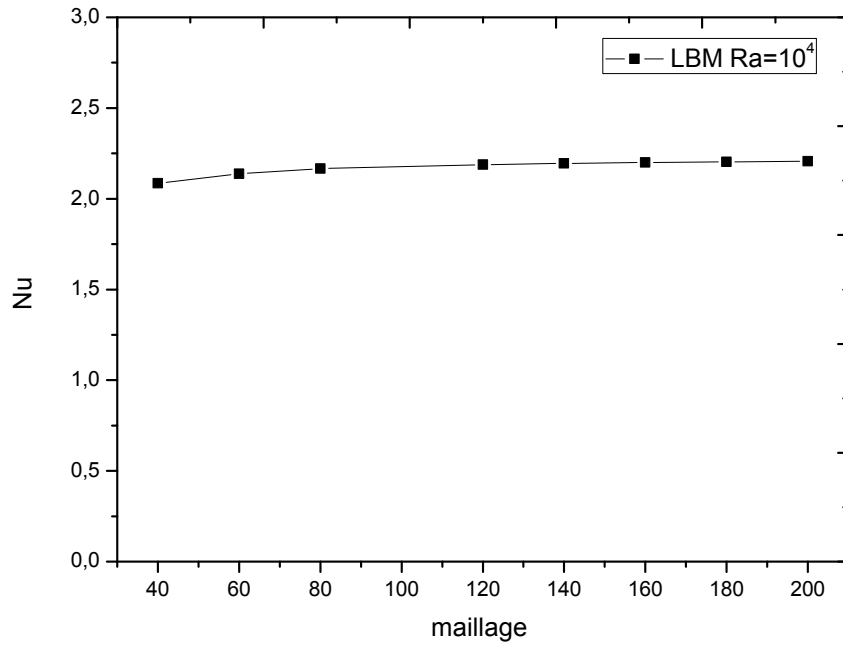


Fig.3.1. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet des maillages utilisé de la cavité carrée sans obstacles pour la méthode LBM à nombre de $Ra=10^4$.

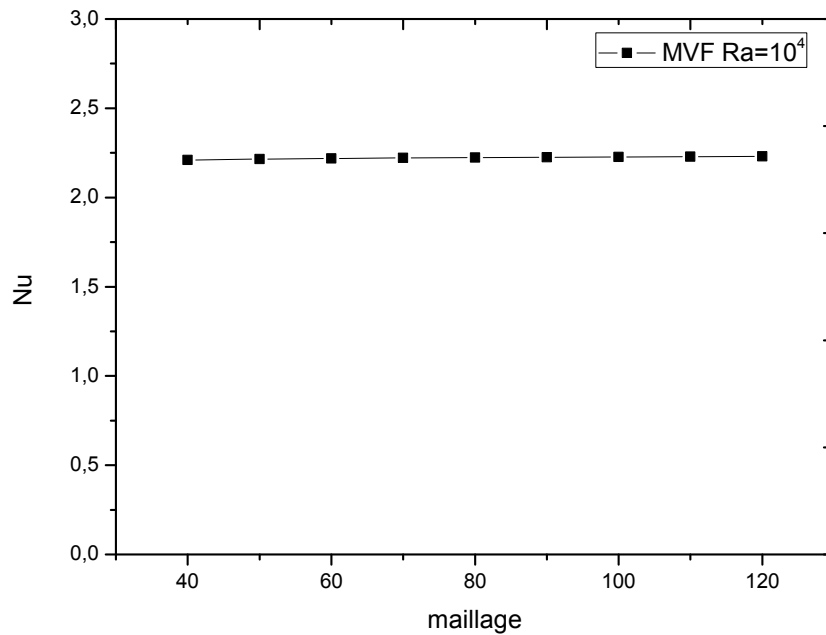
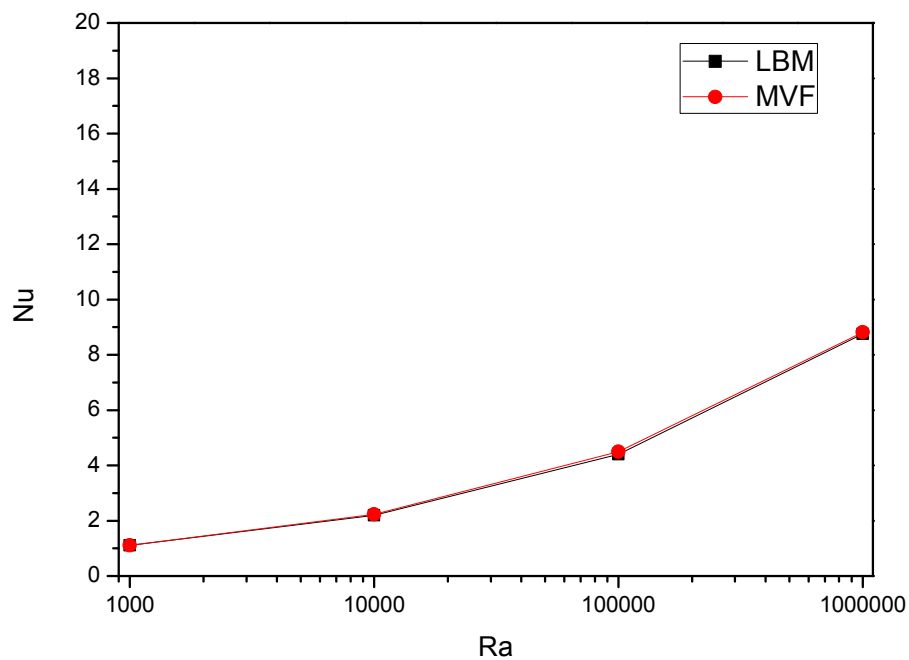


Fig.3.2. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet des maillages utilisé de la cavité carrée sans obstacles pour la méthode MVF à nombre de $Ra=10^4$.

Tableau I. Comparaison des valeurs des composantes de la vitesse et du nombre de Nusselt moyen pour une cavité carrée sans obstacles entre les deux méthodes

Ra	Méthode	Nu	Vy max	Xmax	Vy min	Xmin
10^3	LBM	1.111	3.82	0.179	-3.814	0.825
	MFV	1.108	3.693	0.175	-3.693	0.825
	Err	0.72%	3.32%	2.23%	3.17%	0%
10^4	LBM	2.195	19.835	0.127	-19.99	0.879
	MFV	2.229	19.607	0.116	-19.60	0.883
	Err	1.52%	1.14%	8.66%	1.94%	0.45%
10^5	LBM	4.406	68.661	0.069	-70.411	0.930
	MFV	4.499	68.474	0.066	-68.474	0.933
	Err	2.06%	0.27%	4.34%	2.74%	0.32%
10^6	LBM	8.475	217.205	0.043	-224.669	0.960
	MFV	8.819	217.216	0.042	-217.731	0.958
	Err	3.90%	0.24%	2.32%	3.32%	0.20%

**Fig.3.3.** Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh

1.2) Le champ dynamique :

La circulation du fluide à l'intérieur de la cavité carrée est illustré par les contours de lignes de courant, représentés sur la figure (Fig.3.13) et ce pour le nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 .

Pour un nombre de Rayleigh égale à $Ra = 10^3$, on constate l'existence d'une zone ronde stagnante au centre de la cavité (Fig.3.13.(a)). Ce qui signifie que la convection s'effectue d'une manière faible.

Pour le nombre de Rayleigh fixé à $Ra = 10^4$ (Fig.3.13. (b)); on remarque que la zone de recirculation devient ovale tendus vers les deux murs verticaux ; cela se traduit que la convection vient d'être initialiser.

À un nombre de Rayleigh élevé, de l'ordre de $Ra = 10^5$, on a remarqué l'existence de deux cellules fractionnés de la première, l'une est tendus au côté haut gauche et l'autre au côté bas droit, ce qui signifie que la convection s'effectue d'une manière plus actifs aux coins de la cavité (Fig.3.13. (c)).

Pour une augmentation plus élevée du nombre de Rayleigh à $Ra = 10^6$, on remarque que les lignes de courant deviennent faibles au centre de la cavité et qu'elles sont fortement intenses à proximité des endroits actifs qui sont influencés par les conditions aux limites thermiques (Fig.3.13. (d)).

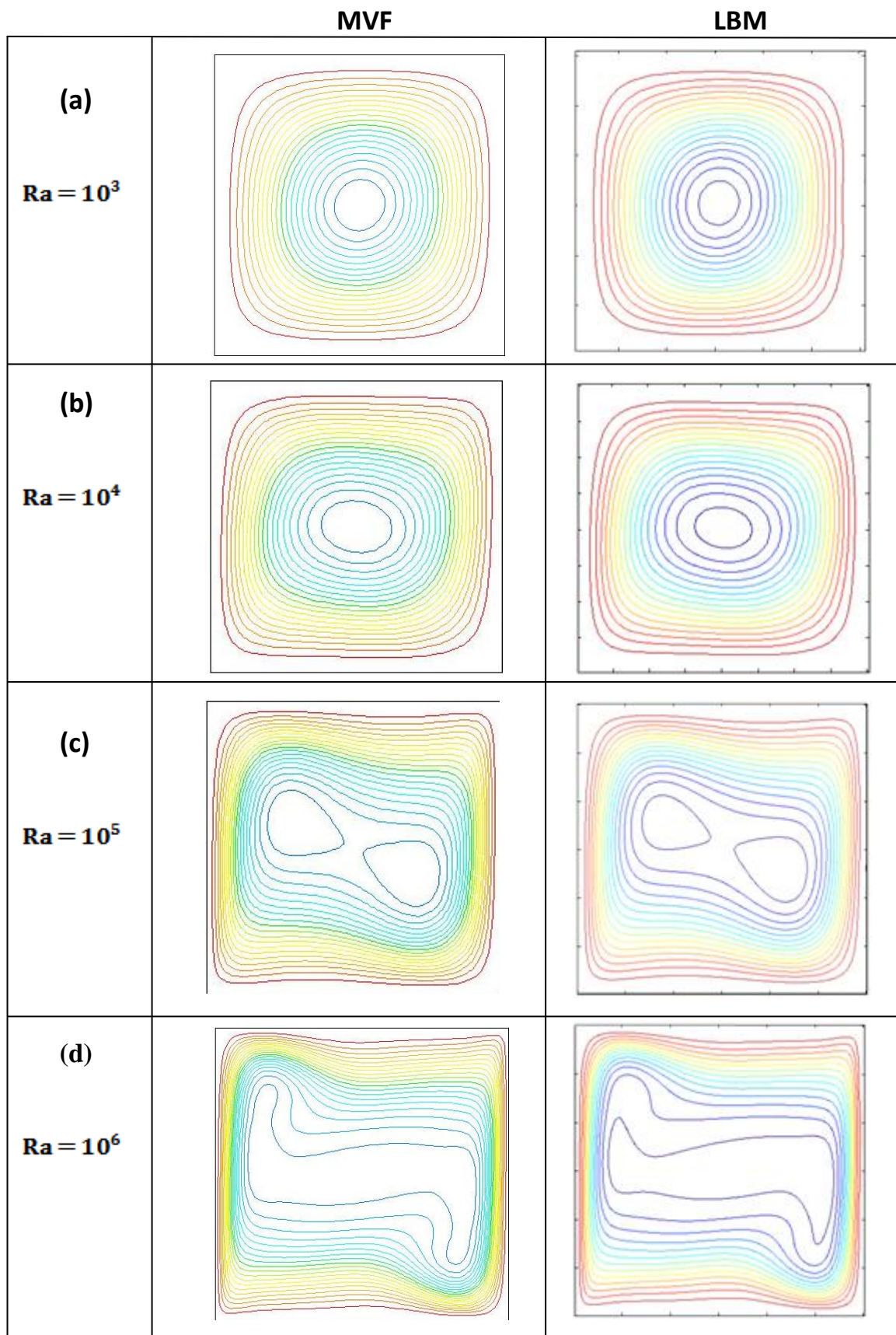


Fig3.4. Les Fonctions de courant pour différents nombre de Rayleigh

1.3) Profils des vitesses:

Les profils de vitesse le long du plan médian horizontal, représentés sur les figures Fig.3.5, Fig.3.6, Fig.3.7 et Fig.3.8, pour le nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 . L'allure de courbe représentant la vitesse est toujours symétrique à la ligne imaginaire passant par $Y=0,5$ et ou $X=0,5$; la vitesse est nulle à la paroi $X=0$ puis elle augmente peu à peu, jusqu'elle atteint son seuil; puis elle se met à se décroître jusqu'elle devienne nulle à la position correspondante au centre de la cavité et le même comportement se répète mais dans le sens opposé. On remarque que pour les nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et $Ra=10^6$, l'apparition d'une zone où la vitesse est nulle comprise entre $x=0.3$ à $x=0.7$ et $x=0.2$ à $x=0.8$ respectivement. Les résultats obtenus confirment que l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne l'augmentation de la vitesse du fluide.

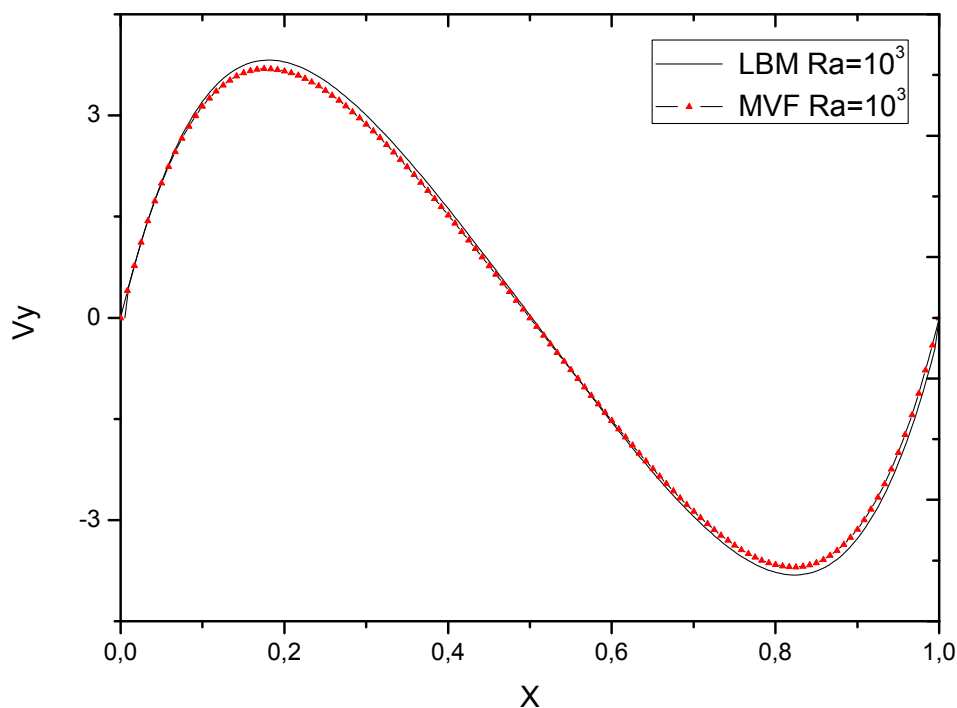


Fig.3.5. Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre $Ra=10^3$.

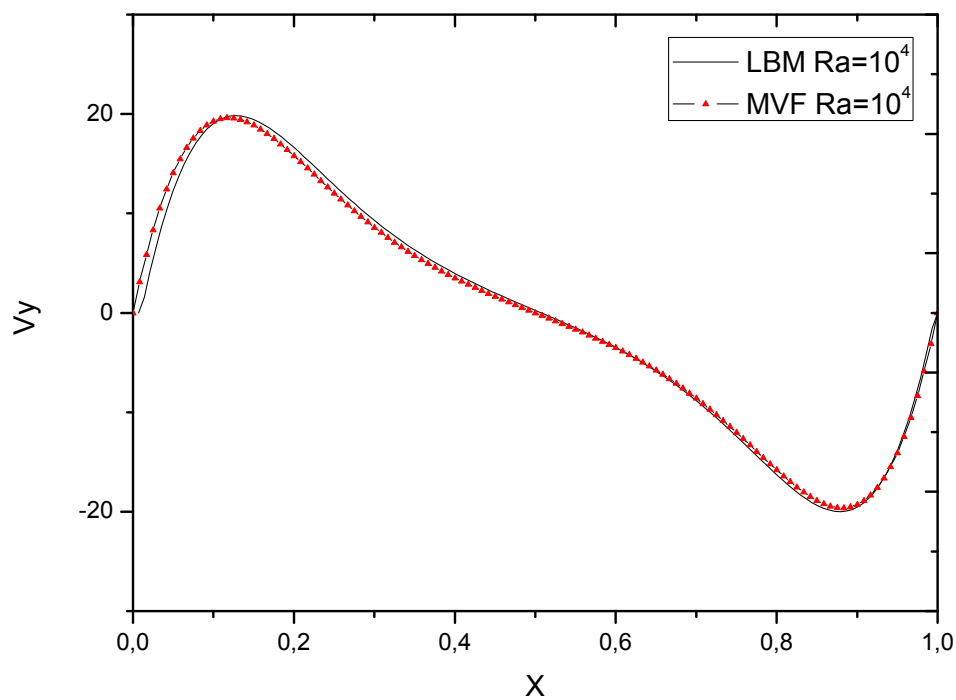


Fig.3.6. Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre $Ra=10^4$.

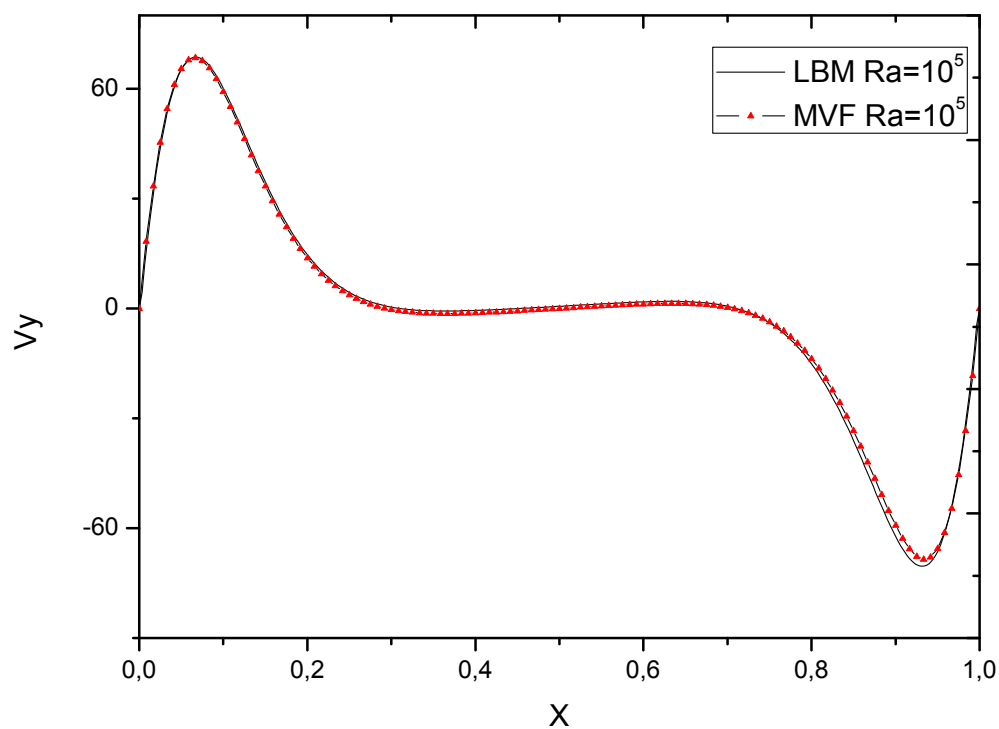


Fig.3.7. Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre $Ra=10^5$.

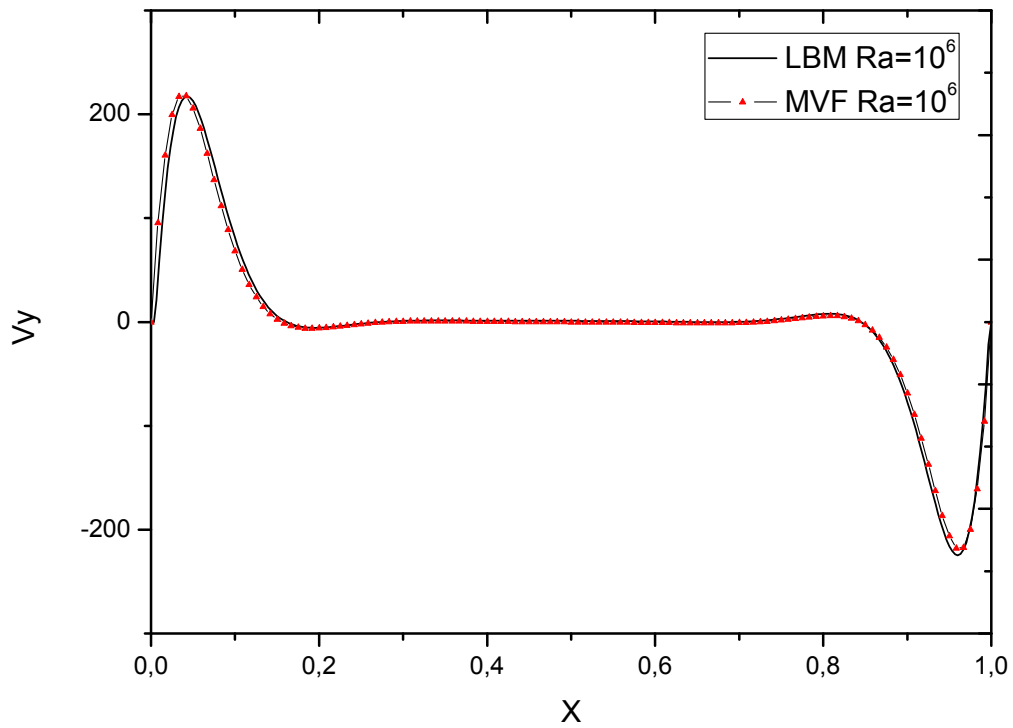


Fig.3.8. Profils de Vitesse le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre $Ra=10^6$.

1.4) Le Champ thermique :

L'aspect du champ thermique est représenté par les contours de température, illustrés respectivement sur la figure (Fig.3.9), et ce pour le nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 .

Pour le nombre de Rayleigh égale à $Ra = 10^3$ (Fig.3.14. (a)); on remarque que les isothermes semblent être parallèles aux parois verticale et normales aux parois horizontales ; cela se traduit que le transfert de chaleur à travers la cavité est principalement dominé par la conduction, le mur chaud transmet de la chaleur au fluide par conduction ; ce qui va augmenter la température des couches fluide se trouvant au voisinage du mur gauche et ainsi de suite.

Pour un nombre de Rayleigh à 10^4 l'échange thermique s'augmente et se manifeste par un changement brusque dans l'allure des isothermes. Ces isothermes se rapprochent les unes par rapport aux autres et se condensent près des situations actives (Fig.3.14.(b)).

Il est clair que l'allure des isothermes à nombre de $Ra = 10^5$ deviennent presque horizontales au centre de la cavité et plus rétrécies près des murs verticaux (Fig3.14.(c)). La convection devienne dominante dans ce transfert de chaleur.

Pour une valeur plus élevé de $Ra = 10^6$, les isothermes deviennent plus horizontales au centre de la cavité et de plus en plus rétrécies près des murs verticaux (Fig.3.14.(d)). On remarque que la dominance de la convection devienne de plus en plus le mécanisme du mode de ce transfert de chaleur.

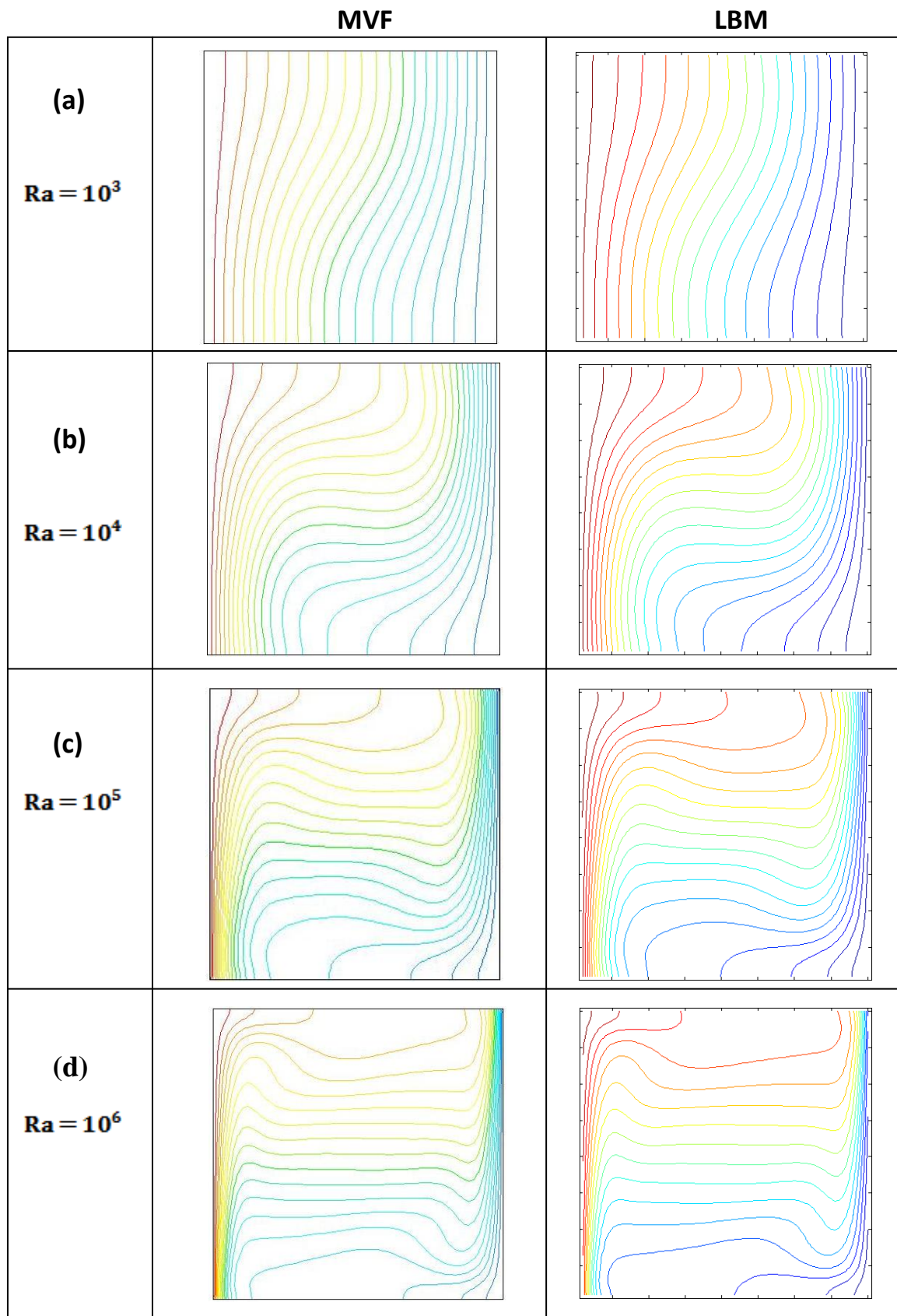


Fig.3.9. Isothermes pour différents nombre de Rayleigh

1.5) Profil de température :

Pour plus de justifications concernant la distribution de la température, les figures (Fig.3.10, Fig.3.11, Fig.3.12, Fig.3.13), montrent les profils de température le long du plan médian horizontal pour les mêmes valeurs des nombre de Rayleigh variant de 10^3 et 10^6 .

Pour un nombre de Rayleigh égale à $Ra = 10^3$ (Fig.3.10), montre que la température varie linéairement en décroissance. Cela traduit la dominance du mode de transfert de chaleur par conduction.

À partir du nombre $Ra = 10^4$, on remarque une stabilité de température dans une zone comprise entre $X=0.35$ et $X=0.63$, la largeur de cette zone de stabilité de la température s'accroît au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente, jusqu'à elle atteint l'intervalle entre $X=0.25$ et $X=0.75$ pour un Rayleigh $Ra = 10^6$. (Fig.3.11, Fig.3.12, Fig.3.13).

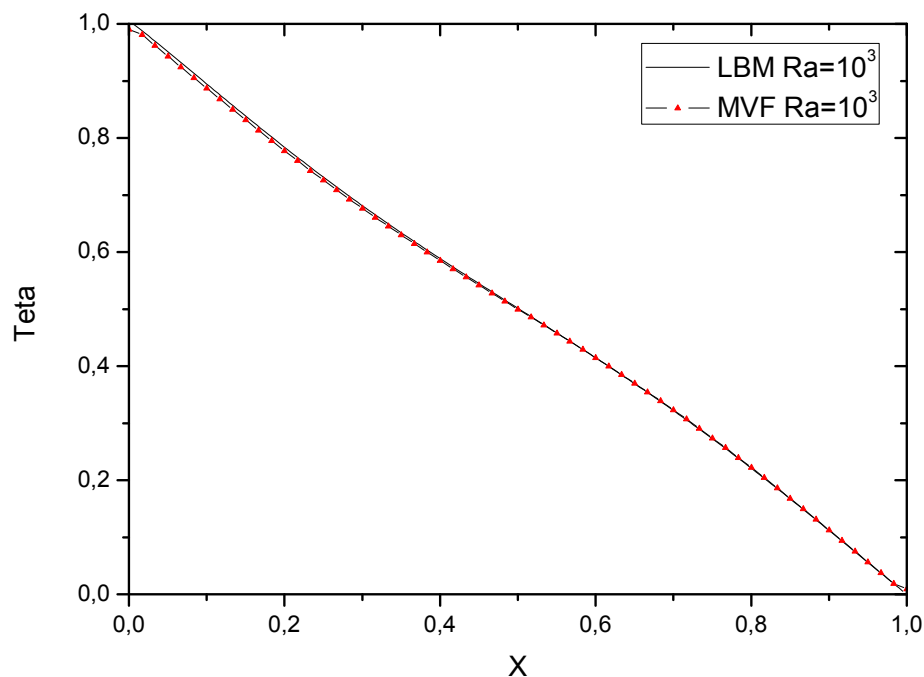


Fig.3.10. Profils de température le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre $Ra=10^3$. (Teta=0)

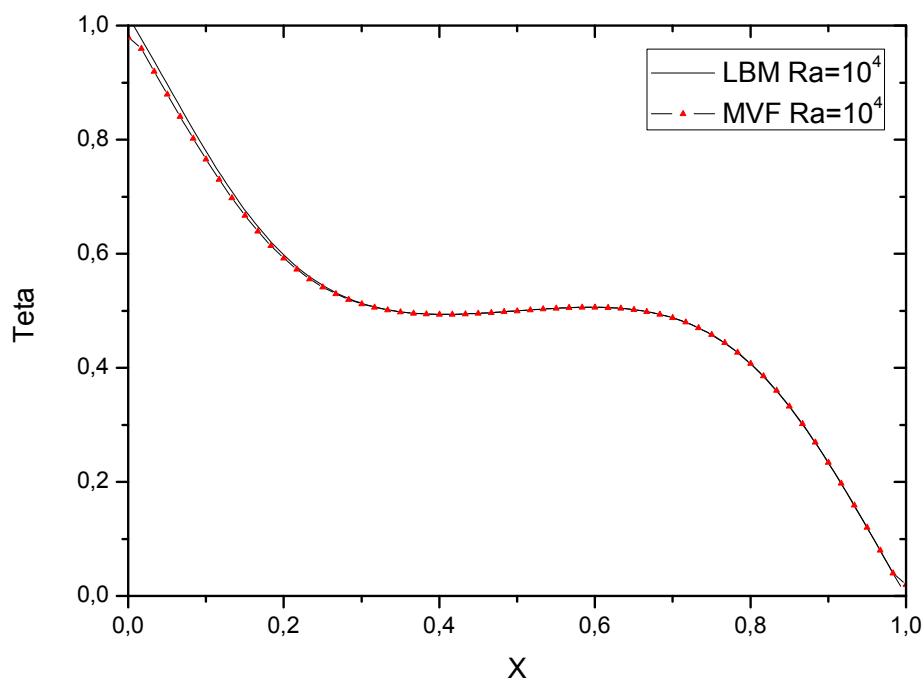


Fig.3.11. Profils de température le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre $Ra=10^4$. (Teta= θ)

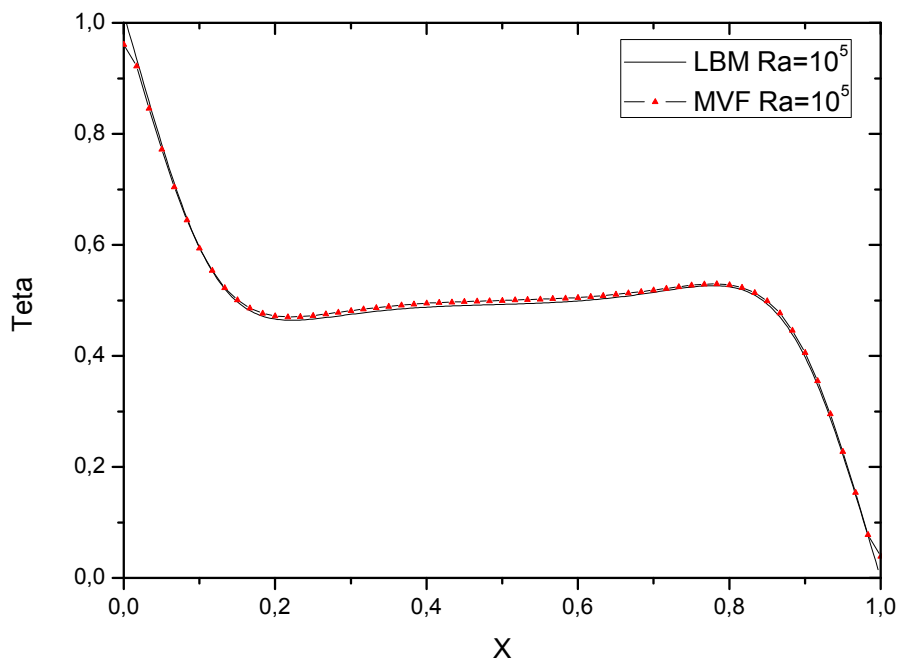


Fig.3.12. Profils de température le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre $Ra=10^5$. (Teta= θ)

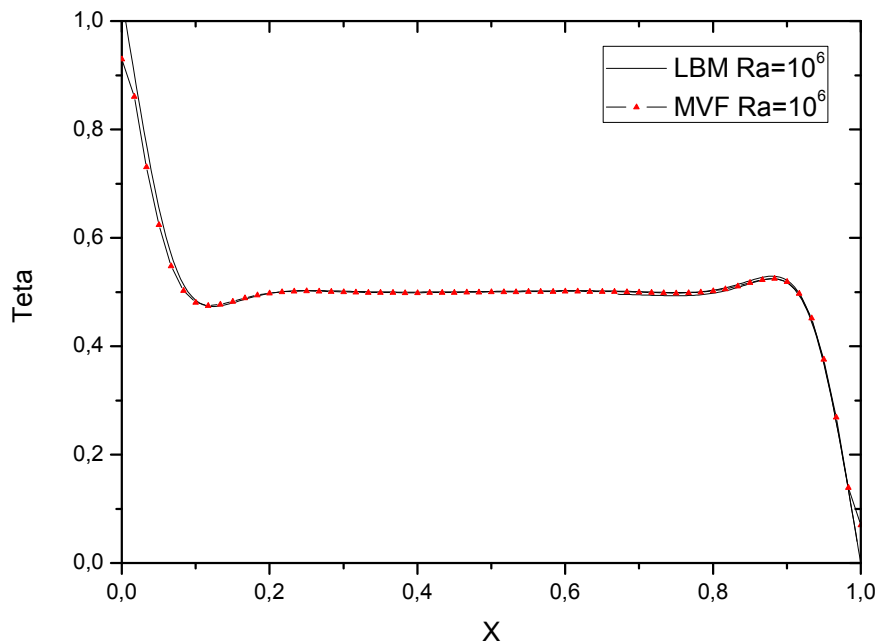


Fig.3.13. Profils de température le long du plan médian horizontal pour une cavité carrée sans obstacles à nombre $Ra=10^6$. (Teta= θ)

1.6) Les résultats de la validation :

L'étude de la validation des résultats sont effectués pour le cas test d'une cavité carrée sans obstacle, remplie par un fluide Newtonien. Le but de cette étude est : premièrement de valider les résultats obtenus par le code de calcul, écrit sur l'éditeur Matlab, et en se basant sur le LBM. Deuxièmement est de valider l'utilisation du code Fluent basé sur le MVF. Cette étude est effectuée en utilisant les résultats de la littérature, notamment ceux de De Vahl Davis [2], Kuznik et all. [3] et Baïri [60].

Le Tableau II et Fig.3.14. Présente les résultats de cette partie du travail, avec la comparaison des valeurs calculées du nombre de Nusselt moyen obtenues par les deux méthodes (MVF et LBM), avec ceux trouvées dans la littérature. Ces résultats illustrent le bon accord entre les valeurs, où l'erreur relative du Nombre de Nusselt moyen est minimale.

Pour la validation physique, nous avons remarqué que les deux méthodes numériques utilisées, notamment le MVF et le LBM ont pu reproduire les mêmes effets de l'écoulement dans la cavité test. L'interprétation du phénomène physique

exposé précédemment est valable pour les deux méthodes, et en accord avec la description illustrée dans littérature [1-3].

Tableau II. Validation du nombre de Nusselt moyen pour une cavité carrée sans obstacles

Travaux		Ra			
		10^3	10^4	10^5	10^6
Présent Travail	LBM	1.111	2.195	4.406	8.750
	MVF	1.108	2.229	4.499	8.819
De Vahl Davis 1983 [2]		1.118	2.243	4.519	8.800
Err	LBM	0.62%	2.13%	2.50%	1.14%
	MVF	0.89%	0.62%	0.44%	0.36%
Kuznik et all 2007 [3]		1.117	2.246	4.518	8.803
Err	LBM	0.53%	2.27%	2.47%	0.60%
	MVF	0.80%	0.75%	0.42%	0.18%
Bairi 2008 [60]		1.112	2.168	4.228	8.243
Err	LBM	0.09%	1.23%	4.03%	5.79%
	MVF	0.35%	2.73%	6.02%	6.53%

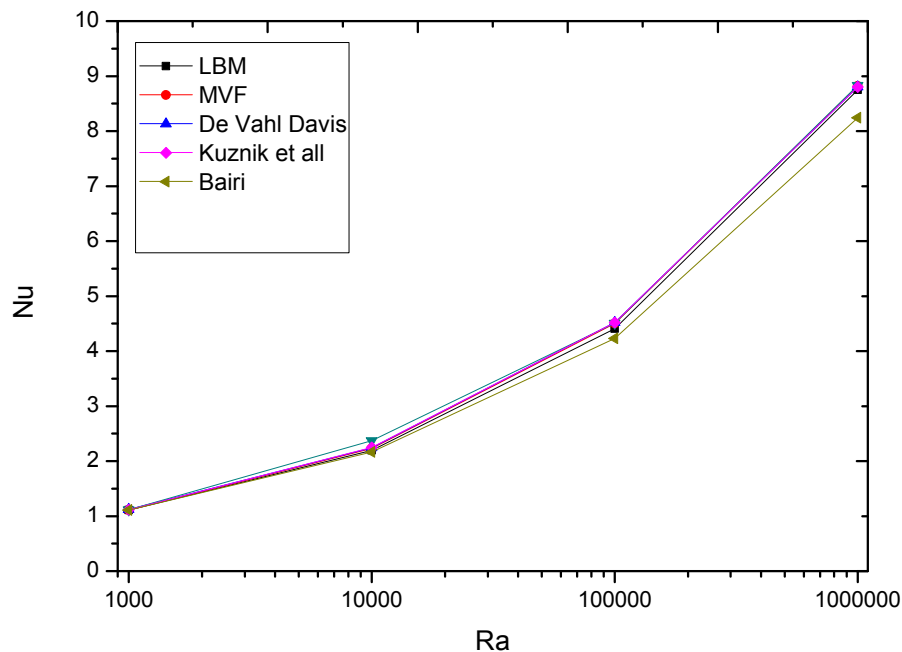


Fig.3.14. Evolution de la validation du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour une cavité carrée sans obstacles.

2) Effet de la hauteur des obstacles:

Cette deuxième partie du travail est consacrée à l'étude de l'influence de la hauteur des deux obstacles adiabatiques, qui varie entre $0.1H$ et $0.4H$ (voir chapitre 1, Fig.1.7), sur la convection naturelle au sein de la cavité. Cette étude est faite simultanément en variant le nombre de Rayleigh entre 10^4 à $5 * 10^5$.

2.1) Le champ dynamique :

Les figures (Fig.3.15, Fig.3.16, Fig.3.17 et Fig.3.18.), représentent respectivement les fonctions de courant pour différentes hauteurs d'obstacles et à différentes nombre de Rayleigh varie de 10^4 à $5 * 10^5$.

Pour une hauteur $h=0.1H$, la présence des partitions n'affecte nullement la structure de l'écoulement, alors que le phénomène du transfert de chaleur reste le même d'une cavité carrée sans obstacles. La circulation du fluide à l'intérieur de la cavité carrée muni d'obstacles est montrée par les contours des lignes de courant, représentés respectivement sur les figures (Fig.3.15.(a), Fig.3.16.(a), Fig.3.17.(a), Fig.3.18.(a)).

À une hauteur $h=0.2H$, une légère compression influe sur la structure de l'écoulement pour un nombre de Rayleigh égale $Ra=10^4$ (Fig.3.15.(b)). Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh ; l'influence de la compression sur la structure de l'écoulement augmente (Fig.3.16.(b), Fig.3.17.(b), Fig.3.18.(b)). Il faut noter que l'allure des lignes de courant tendu vers le côté haut gauche et l'autre au côté bas droit, deviennent presque horizontale au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

L'augmentation de la hauteur des obstacles à $h=0.3H$, induit une brisure de la structure unicellulaire de l'écoulement pour former deux cellules. On remarque que plus le nombre de Rayleigh augmente ; les lignes de courant se condensent au

centre de la cavité et l'allure des lignes de courant qui ont été presque horizontale pour une hauteur $h=0.2H$ se changent, où les cellules deviennent tendus vers le côté haut droit et l'autre au côté bas gauche (l'inverse pour une hauteur $h=0.1H$) (Fig.3.15.(c), Fig.3.16.(c), Fig.3.17.(c), Fig.3.18.(c)).

Il est bien claire que la structure de l'écoulement bicellulaire est très influencée par l'augmentation de la hauteur des obstacles à $h=0.4H$, où l'allure des lignes de courant deviennent de plus en plus condensée au centre de la cavité et tendus vers le côté haut droit et l'autre au côté bas gauche, cette allure croître avec l'augmentation du nombre de Rayleigh (Fig.3.15.(d), Fig.3.16.(d), Fig.3.17.(d), Fig.3.18.(d)).

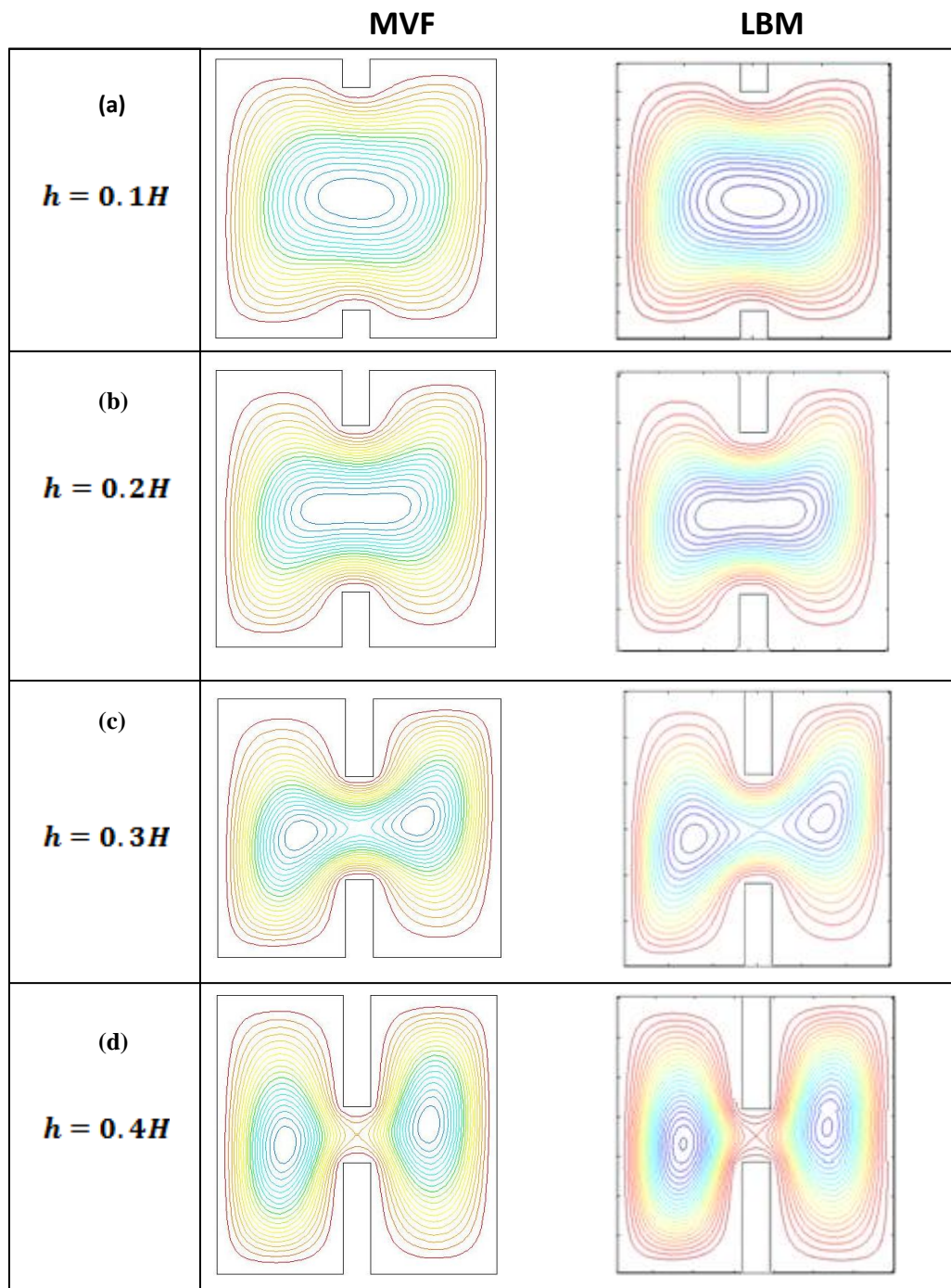


Fig.3.15. Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=10^4$

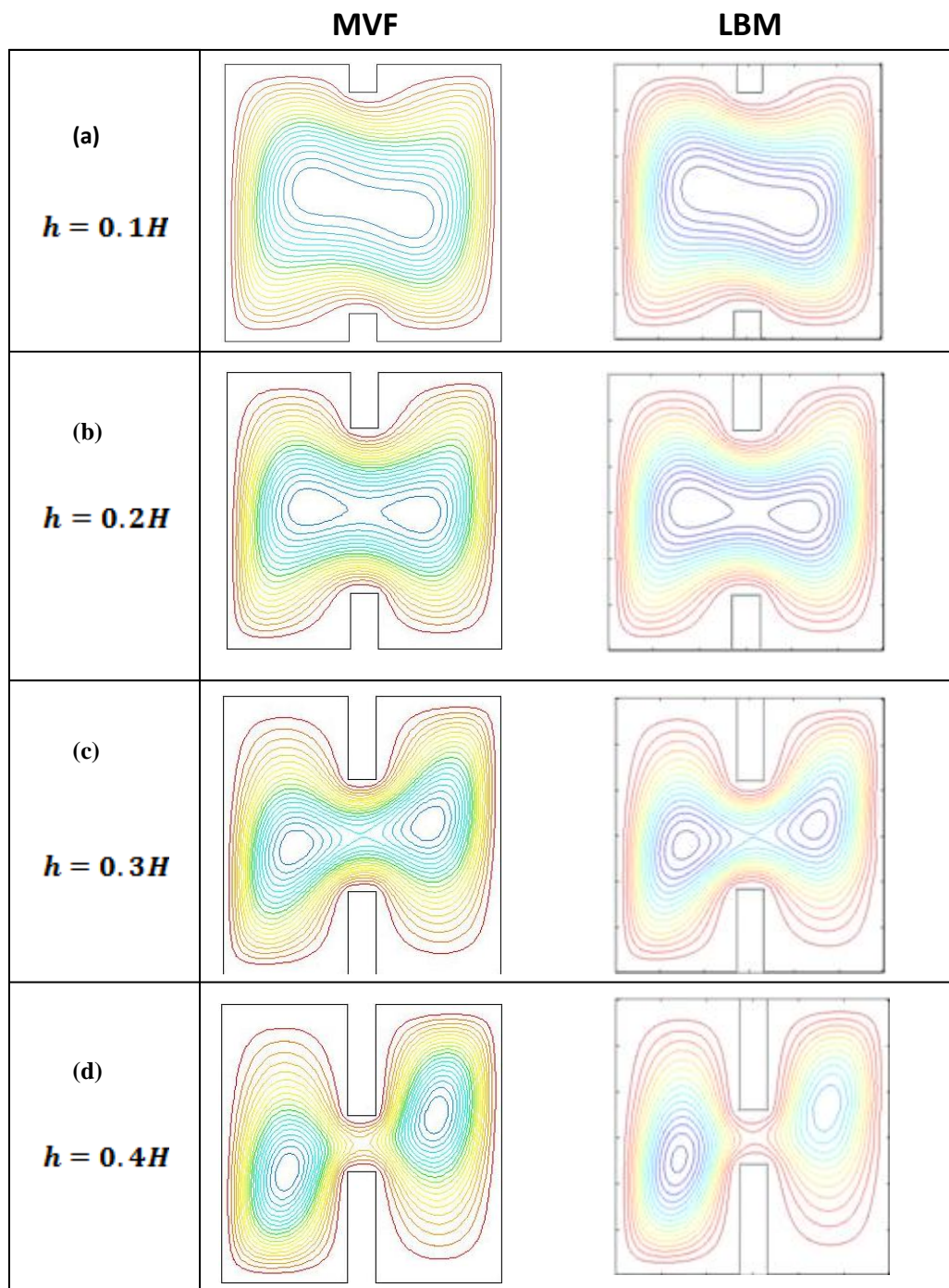


Fig.3.16. Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=5 * 10^4$

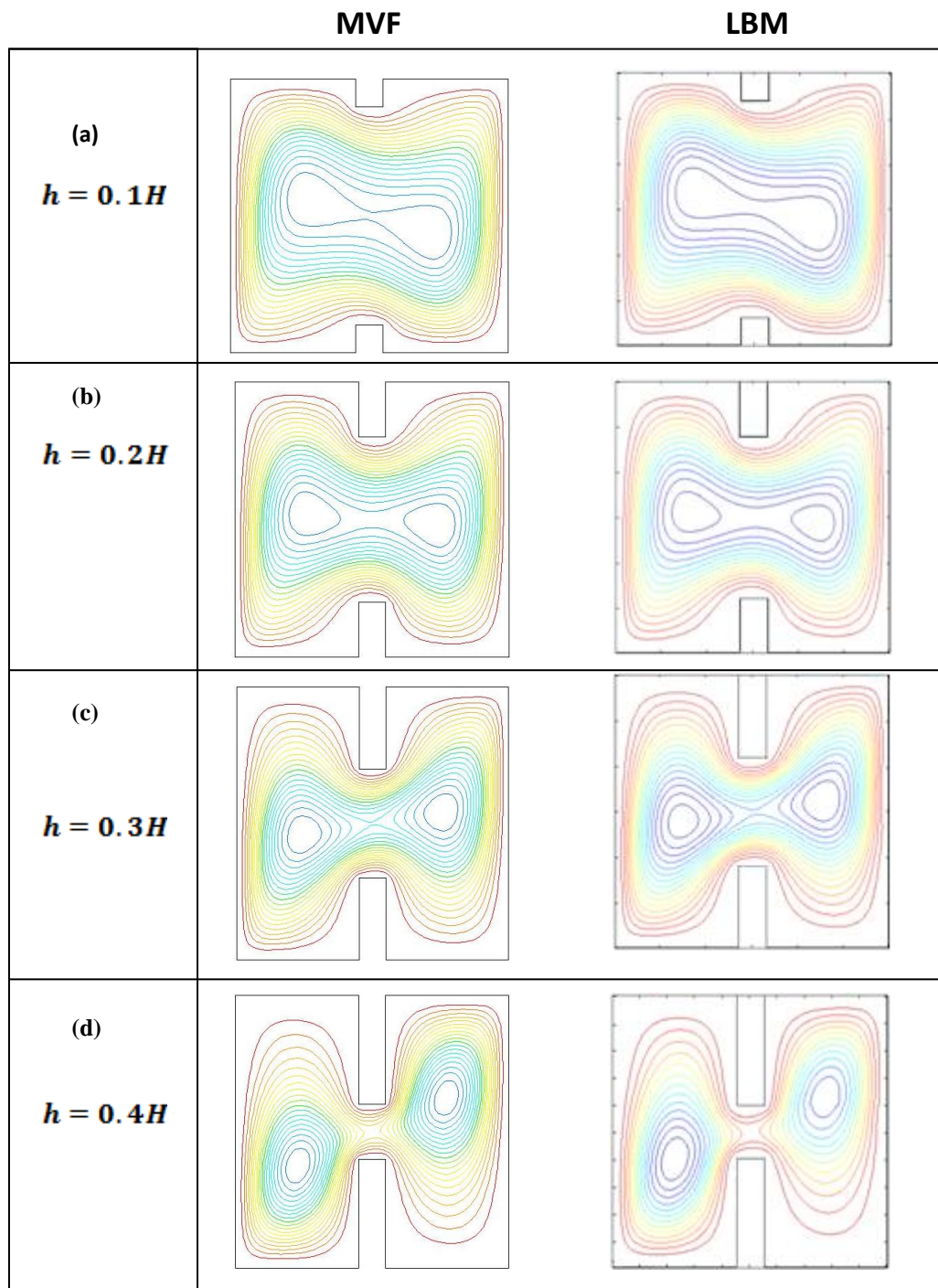


Fig.3.17. Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=10^5$

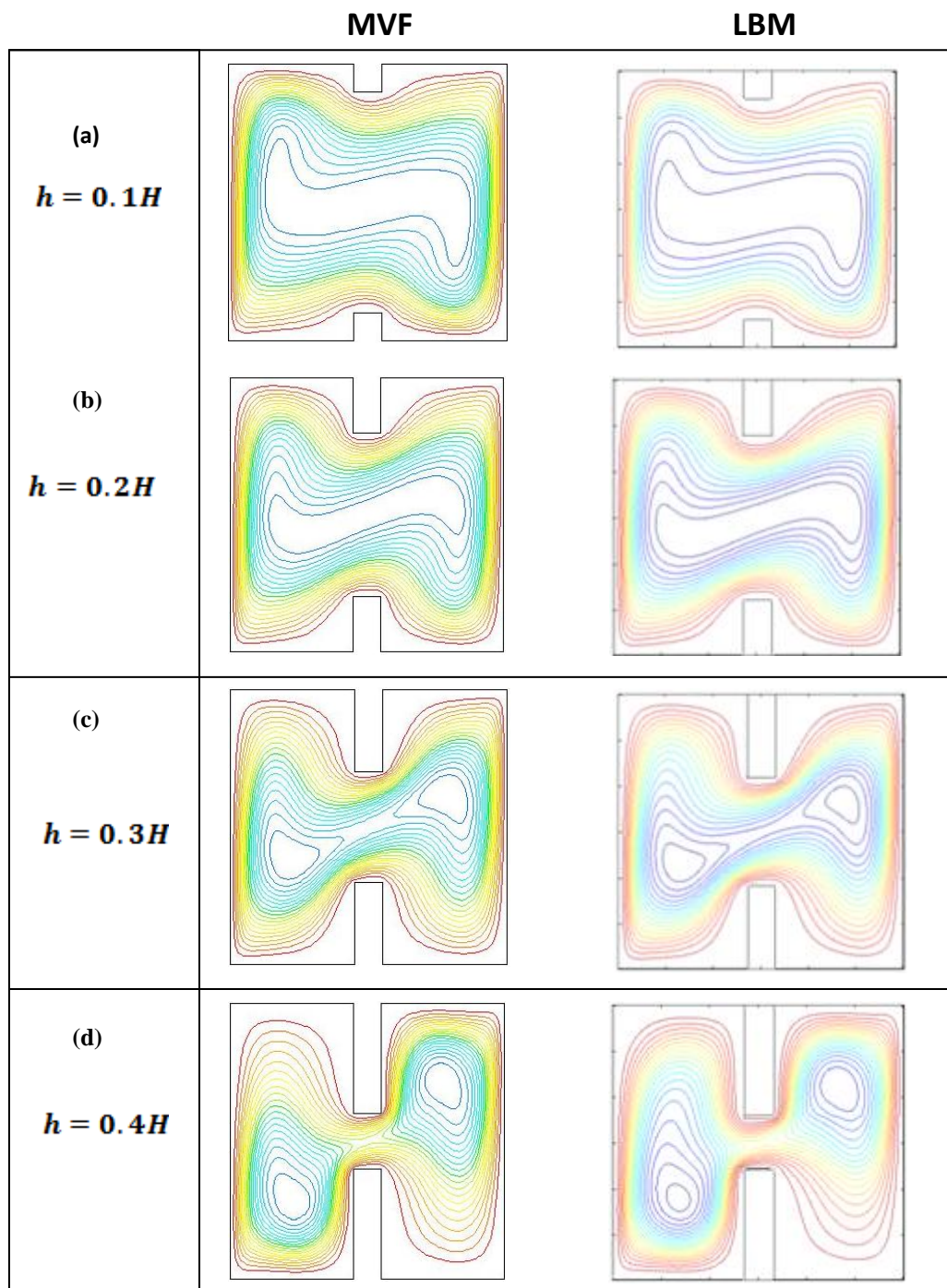


Fig.3.18. Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=5 * 10^5$

2.2) Profils des vitesses :

Les profils des vitesses le long du plan médian horizontal pour des différentes hauteurs d'obstacles et différents nombre de Rayleigh représentés sur les figures Fig.3.19 à Fig.3.34.

Aucune influence n'est remarquée sur les profils de vitesse pour une hauteur d'obstacles $h=0.1H$ est à différents nombre de Rayleigh. Par contre la hauteur d'obstacles $h=0.2H$ change l'allure de profil de vitesse, où elle diminue au coin de la cavité et devient perturbée au centre de la cavité cela se traduit par le début de l'augmentation de la vitesse dans cette zone, par ailleurs cette allure au voisinage d'obstacles devient de plus en plus remarquable par l'augmentation de la hauteur d'obstacles $h=0.3H$ et $h=0.4H$ qui atteint une vitesse importante. Ce phénomène a une renaissance hydrodynamique. Il convient de souligner que la vitesse augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh à différentes hauteurs d'obstacles.

a). Profils des vitesses pour nombre $Ra=10^4$:

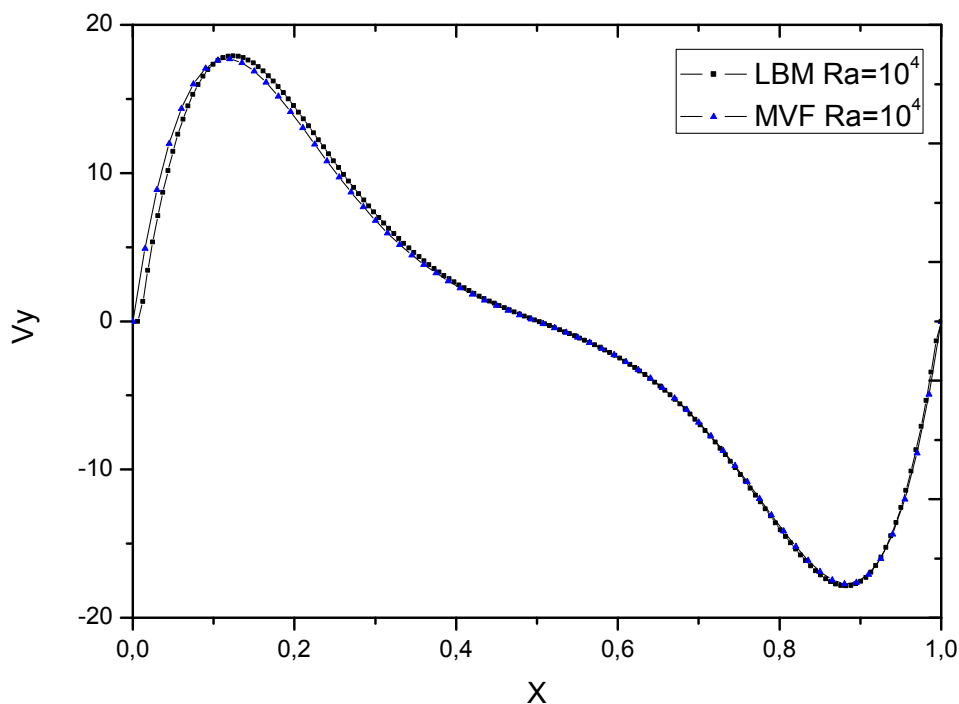


Fig.3.19. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.

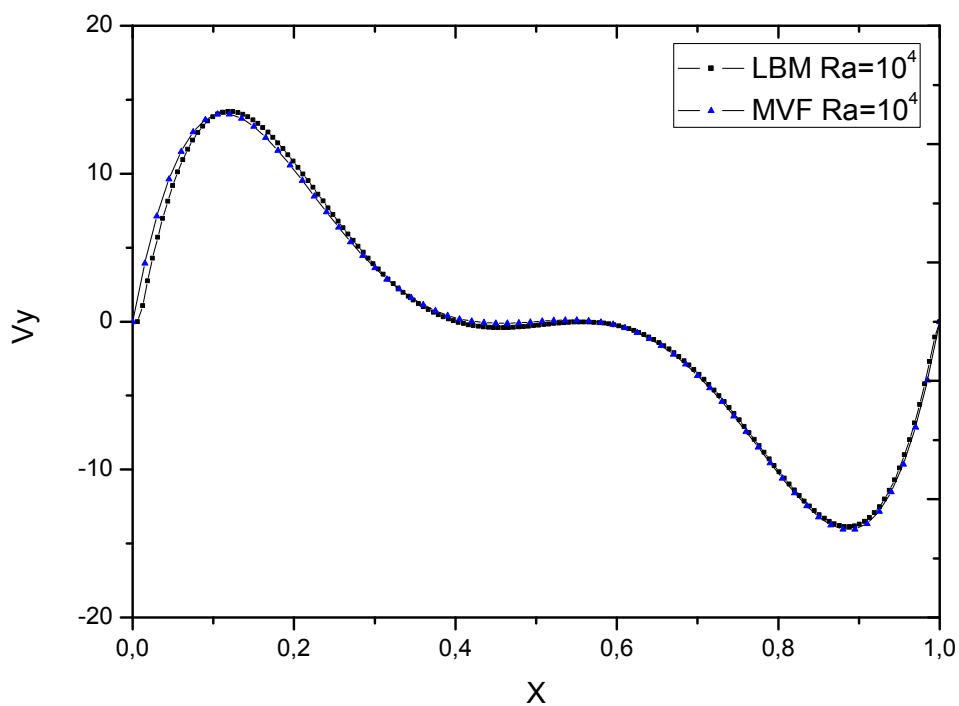


Fig.3.20. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.

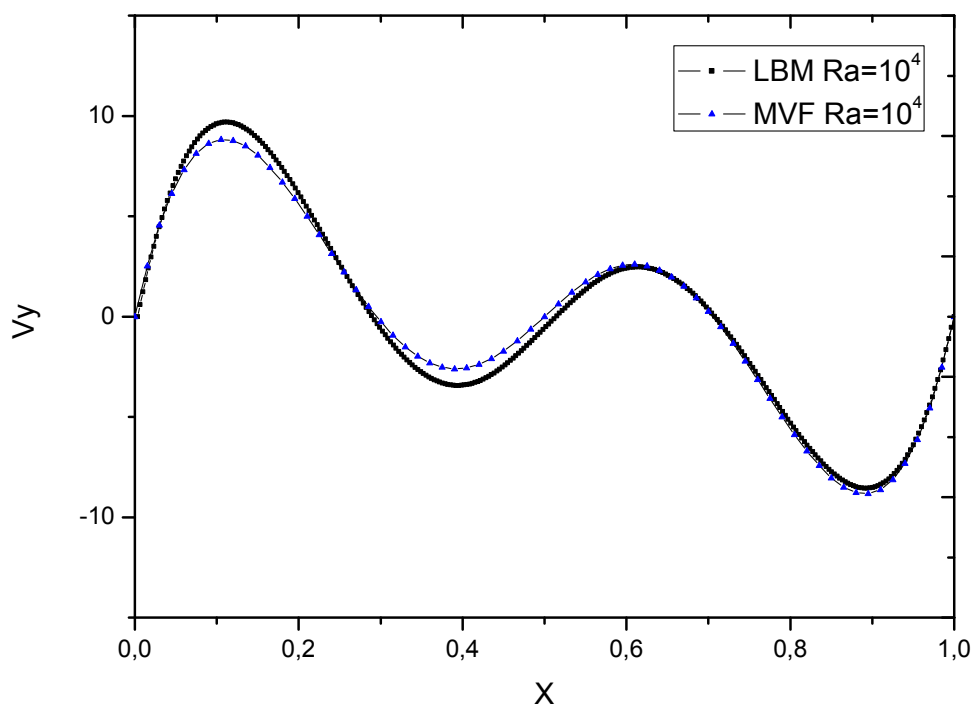


Fig.3.21. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.

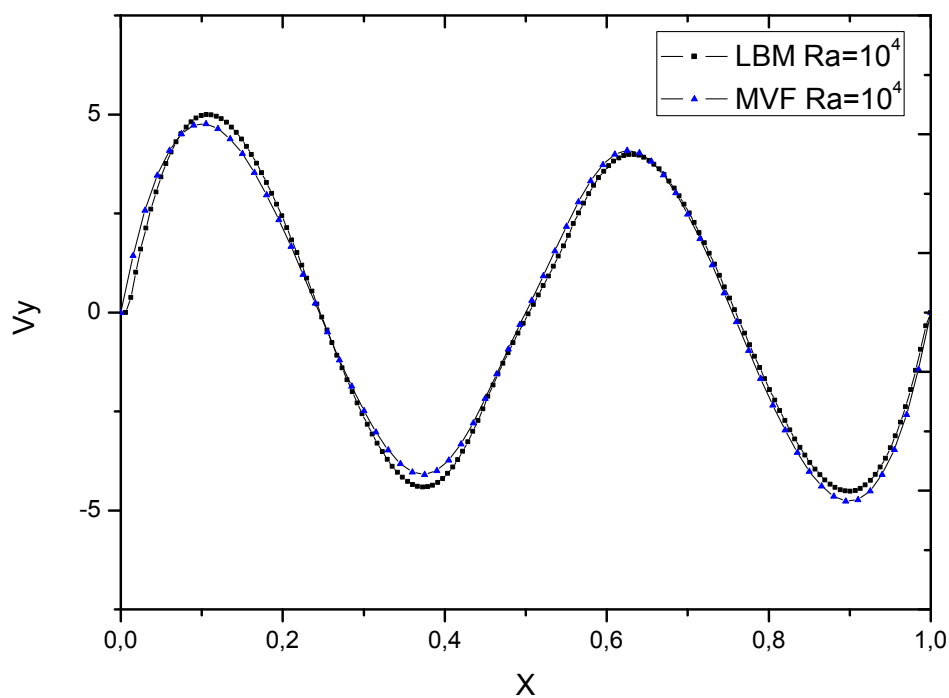


Fig.3.22. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.

a) Profils de vitesses pour nombre $Ra=5 * 10^4$:

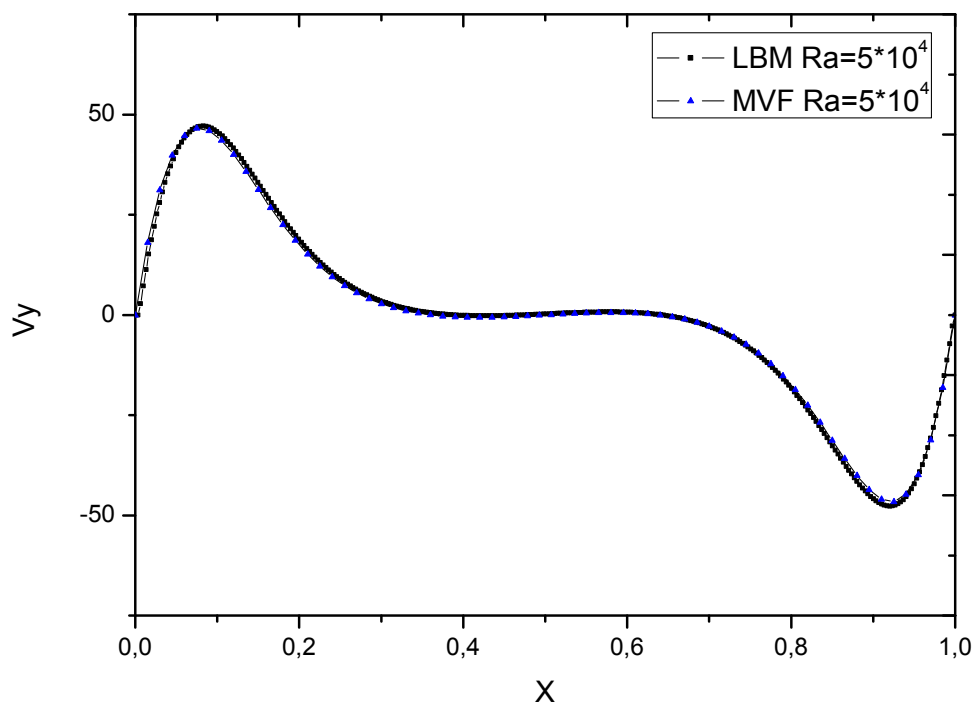


Fig.3.23. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.

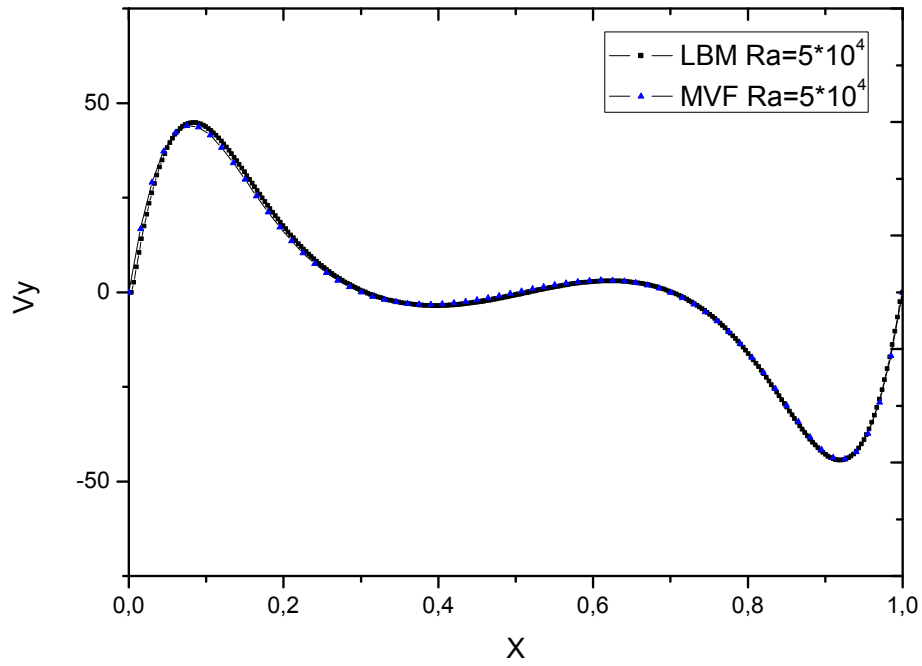


Fig.3.24. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.

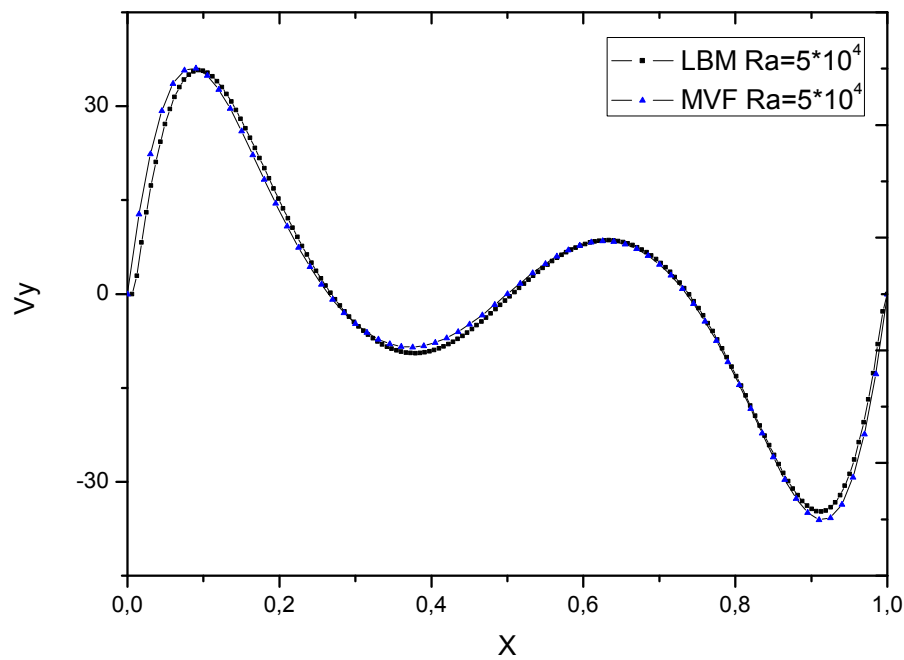


Fig.3.25. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.

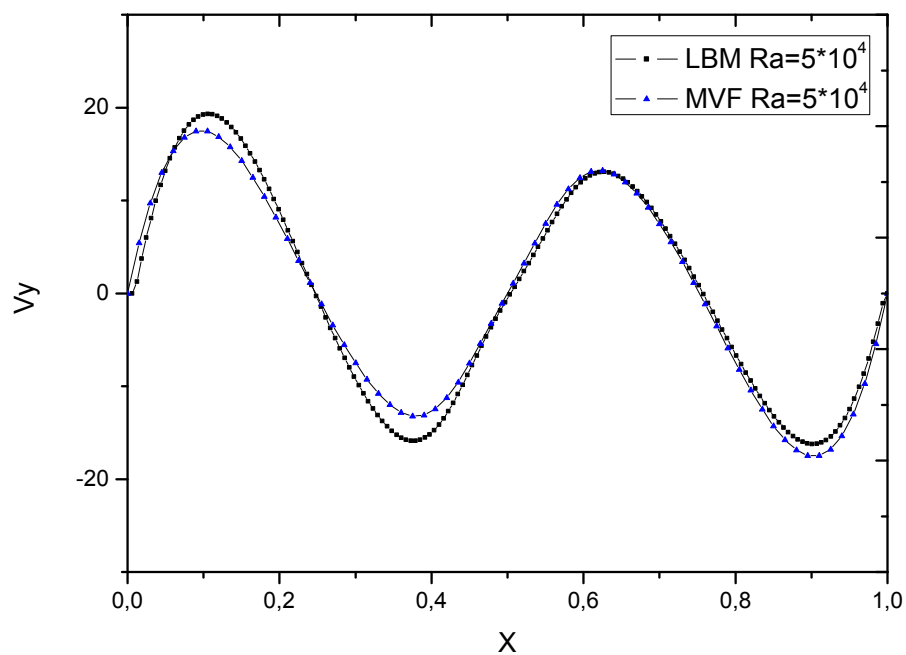


Fig.3.26. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.

b) Profils de vitesses pour nombre $Ra=10^5$:

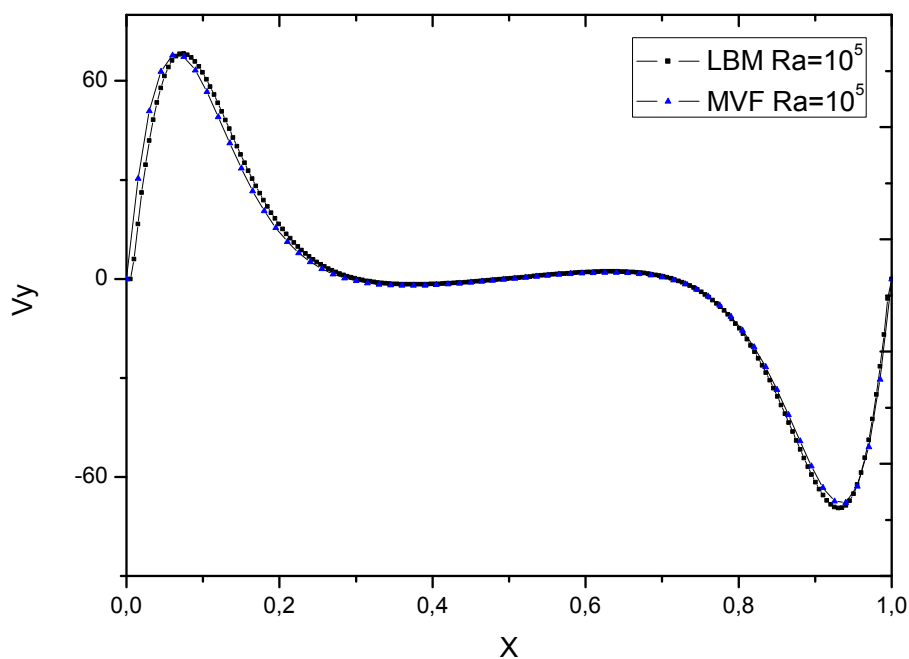


Fig.3.27. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.

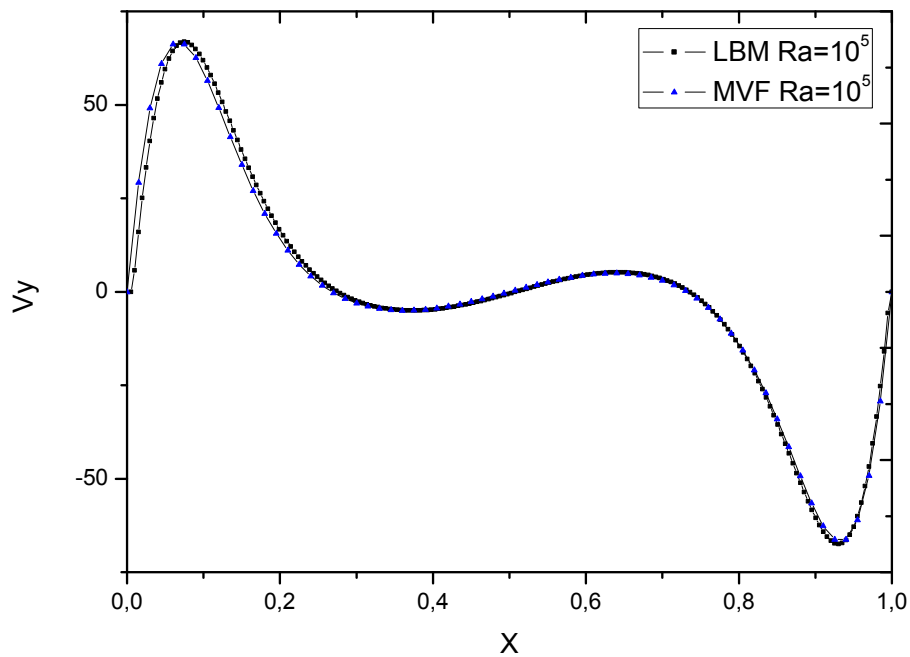


Fig.3.28. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.

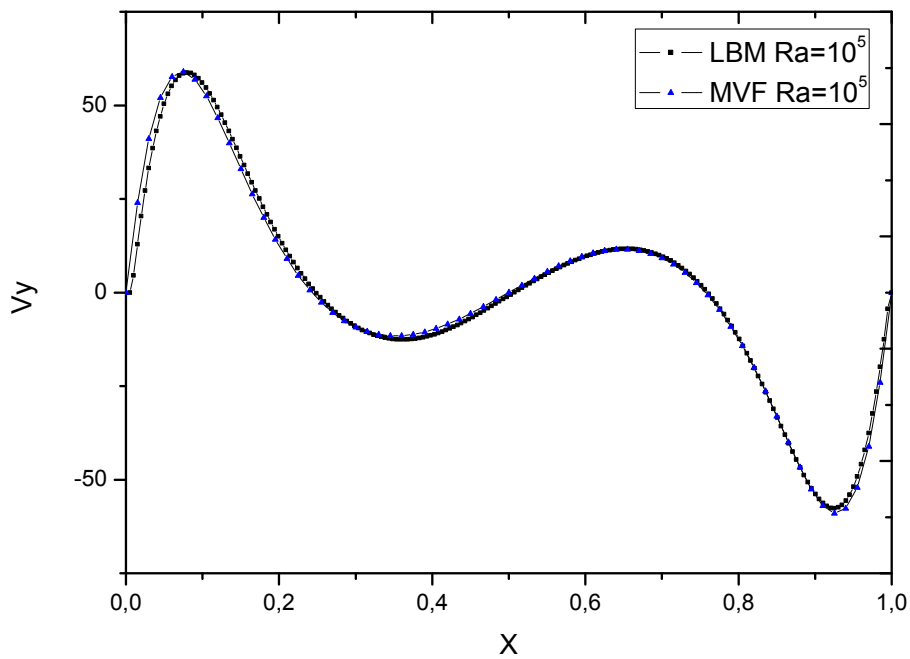


Fig.3.29. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.

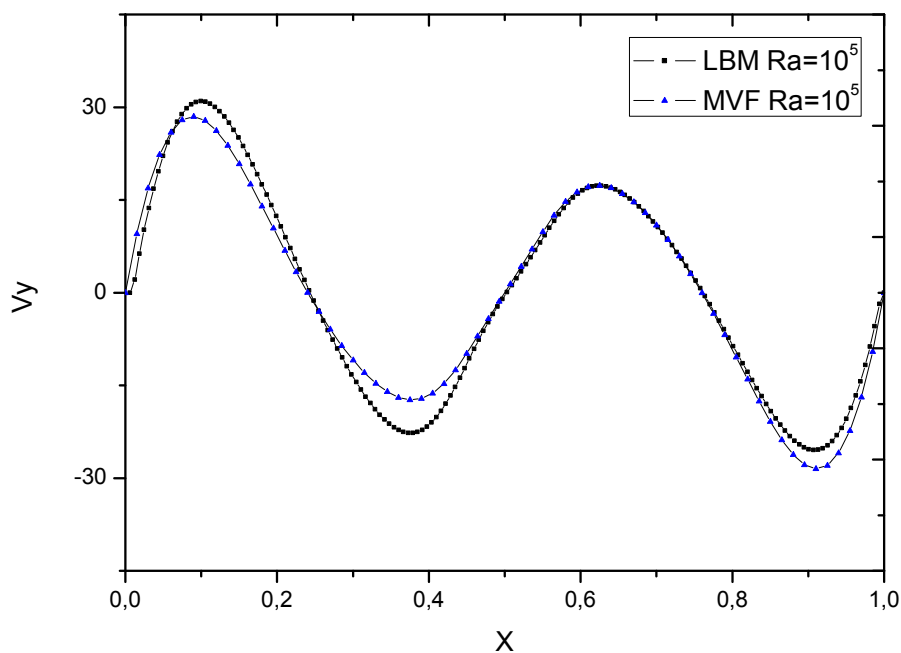


Fig.3.30. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.

c) Profils de vitesses pour nombre $Ra=5 * 10^5$:

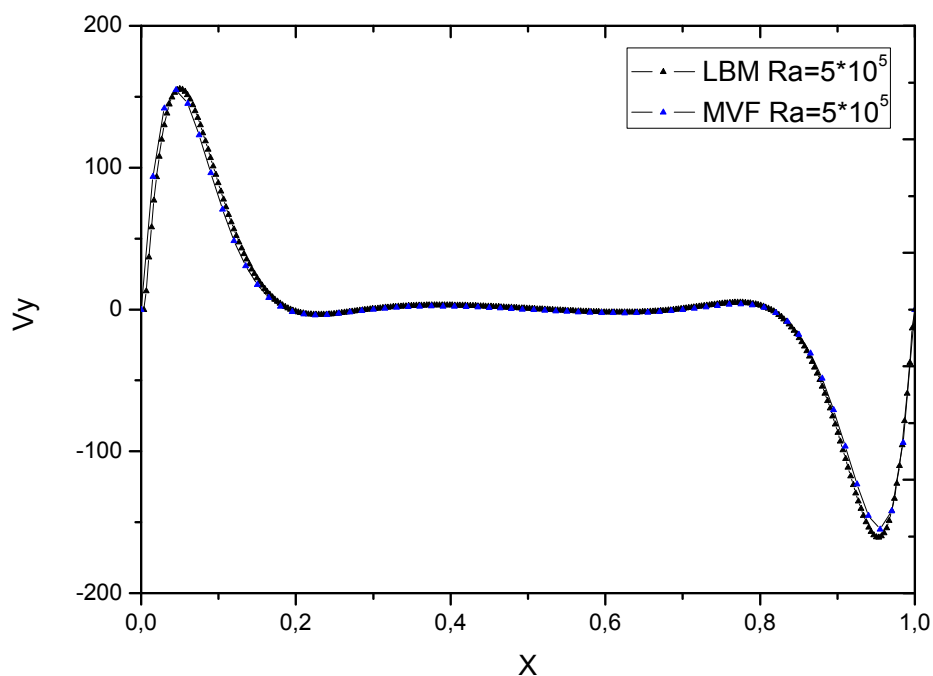


Fig.3.31. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$.

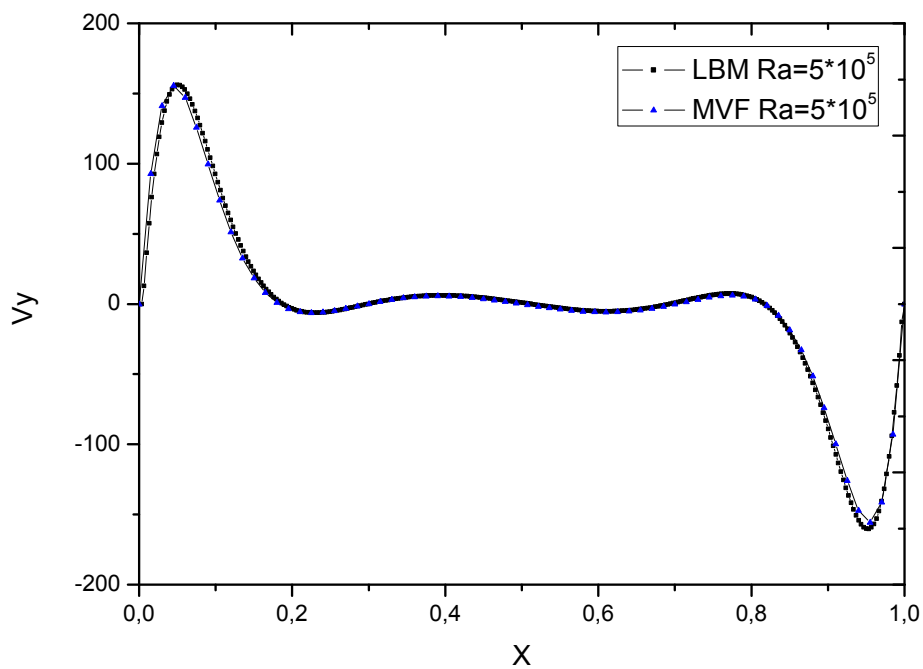


Fig.3.32. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.

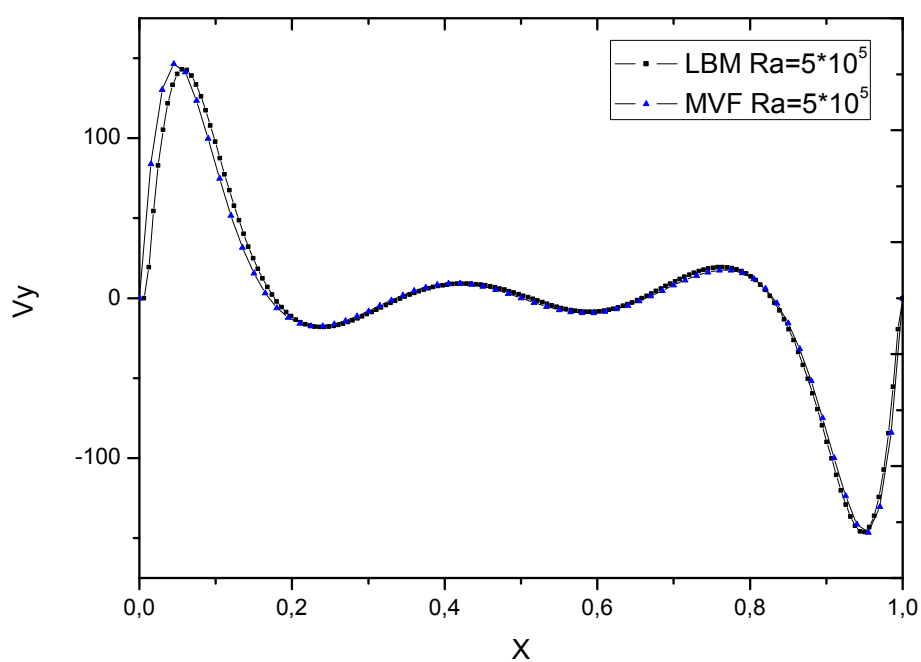


Fig.3.33. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.

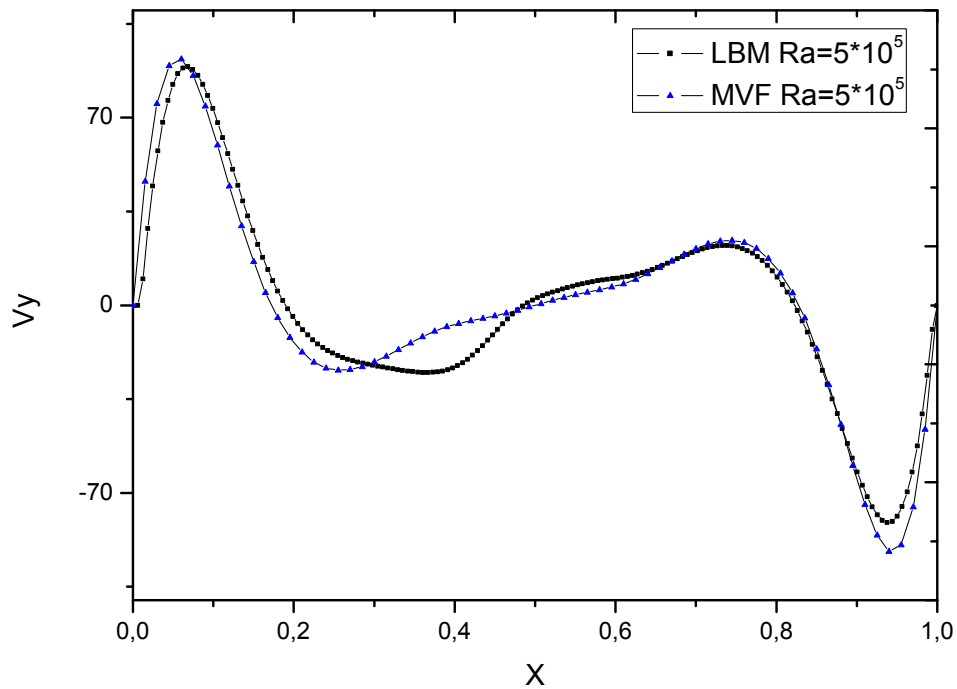


Fig.3.34. Profils de vitesses le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.

2.3) Le champ thermique :

Les isothermes pour différentes hauteurs d'obstacles et à différentes nombre de Rayleigh varient de 10^4 à $5 * 10^5$, sont représentés respectivement sur les figures Fig.3.35, Fig.3.36, Fig.3.37 et Fig.3.38.

L'allure des isothermes pour une hauteur $h=0.1H$ ressemble à celles obtenues pour une cavité carrée sans obstacles. La présence des partitions d'une hauteur $h=0.2H$ change d'une façon minimale l'allure des isothermes qui se stratifié au centre de la cavité près d'obstacles. Cette stratification ressemble plus avec l'accroissement des hauteurs obstacles ($h=0.3H$ et $h=0.4H$) est rend ces couches plus tordues vers une forme presque verticales. Il convient de souligner que les isothermes sont confinées plus en plus au voisinage de la partie supérieure de la paroi froide et celle inférieure de la paroi chaude pour des hauteurs plus haut d'obstacles et des valeurs plus bas du nombre de Rayleigh.

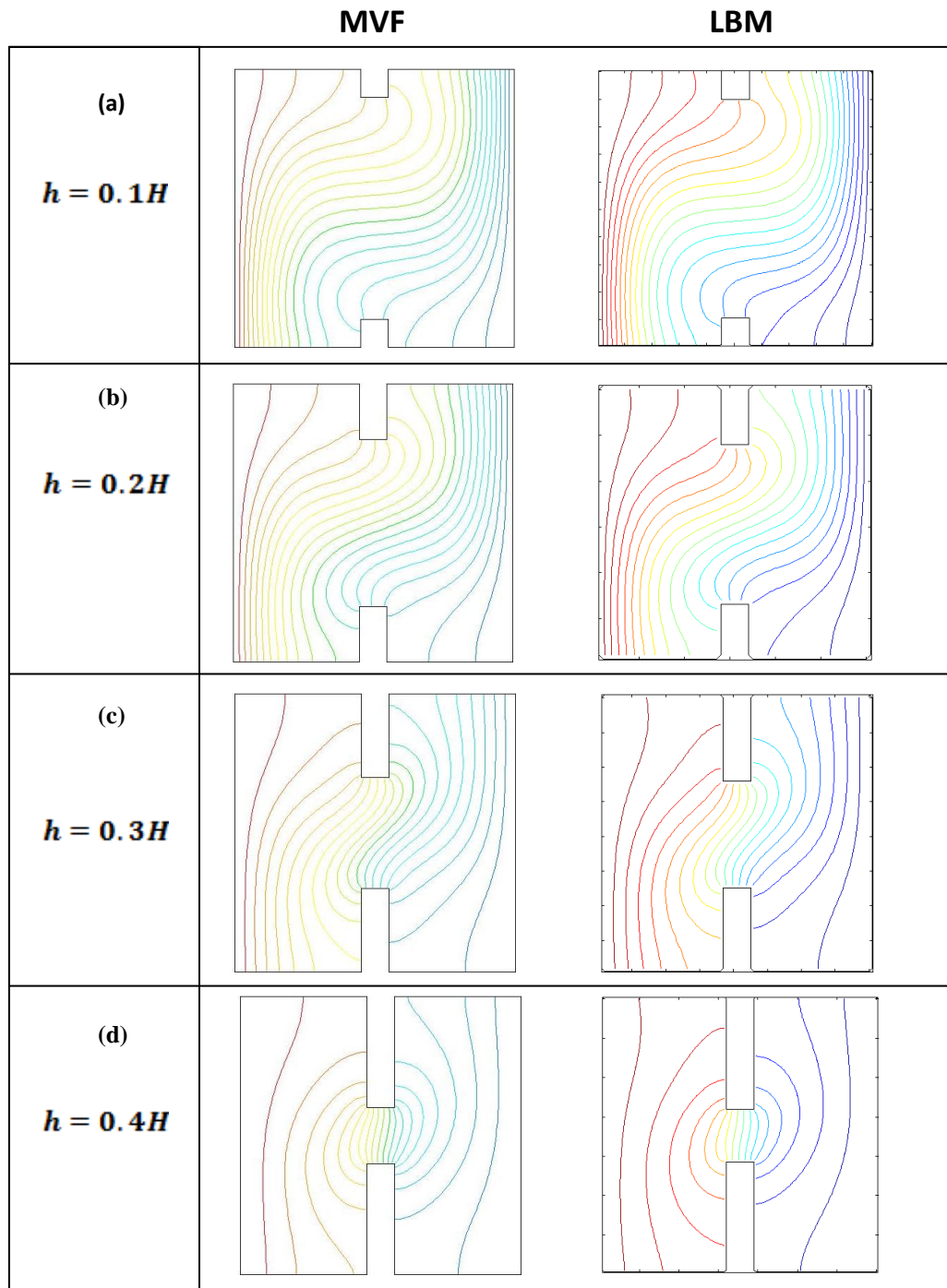


Fig.3.35. Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=10^4$

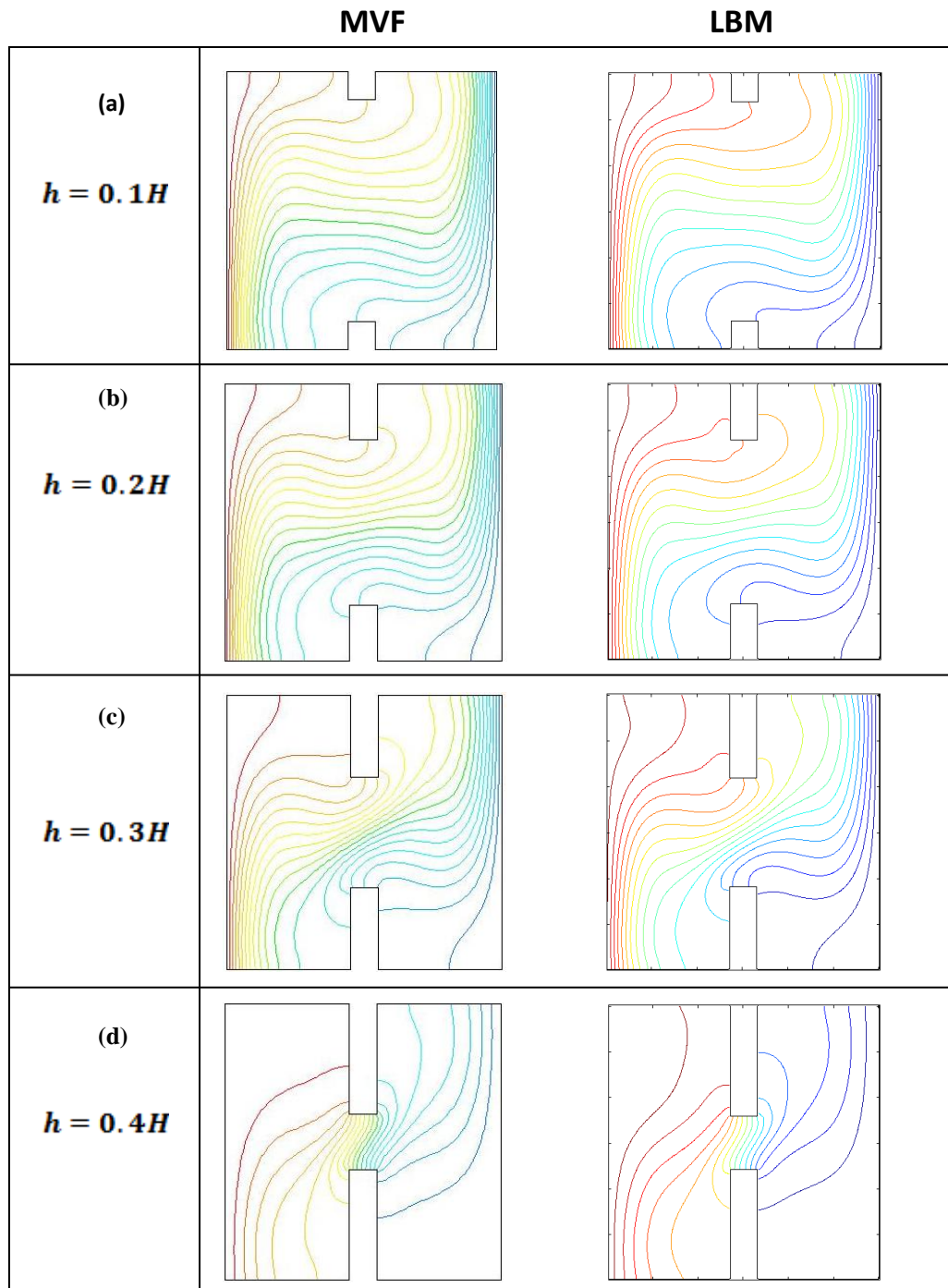


Fig.3.36. Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $\mathbf{Ra=5 * 10^4}$

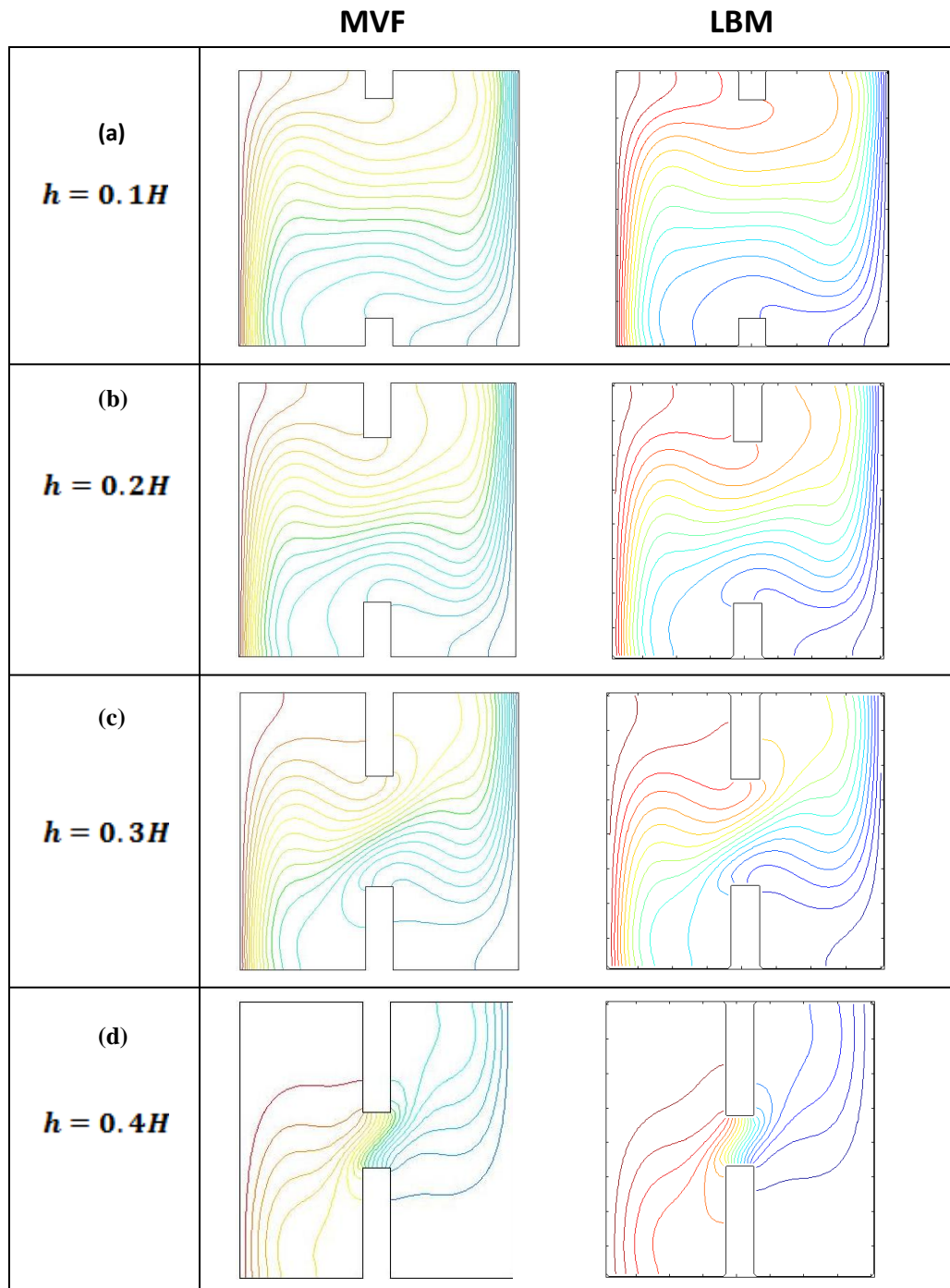


Fig.3.37. Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $\mathbf{Ra=10^5}$

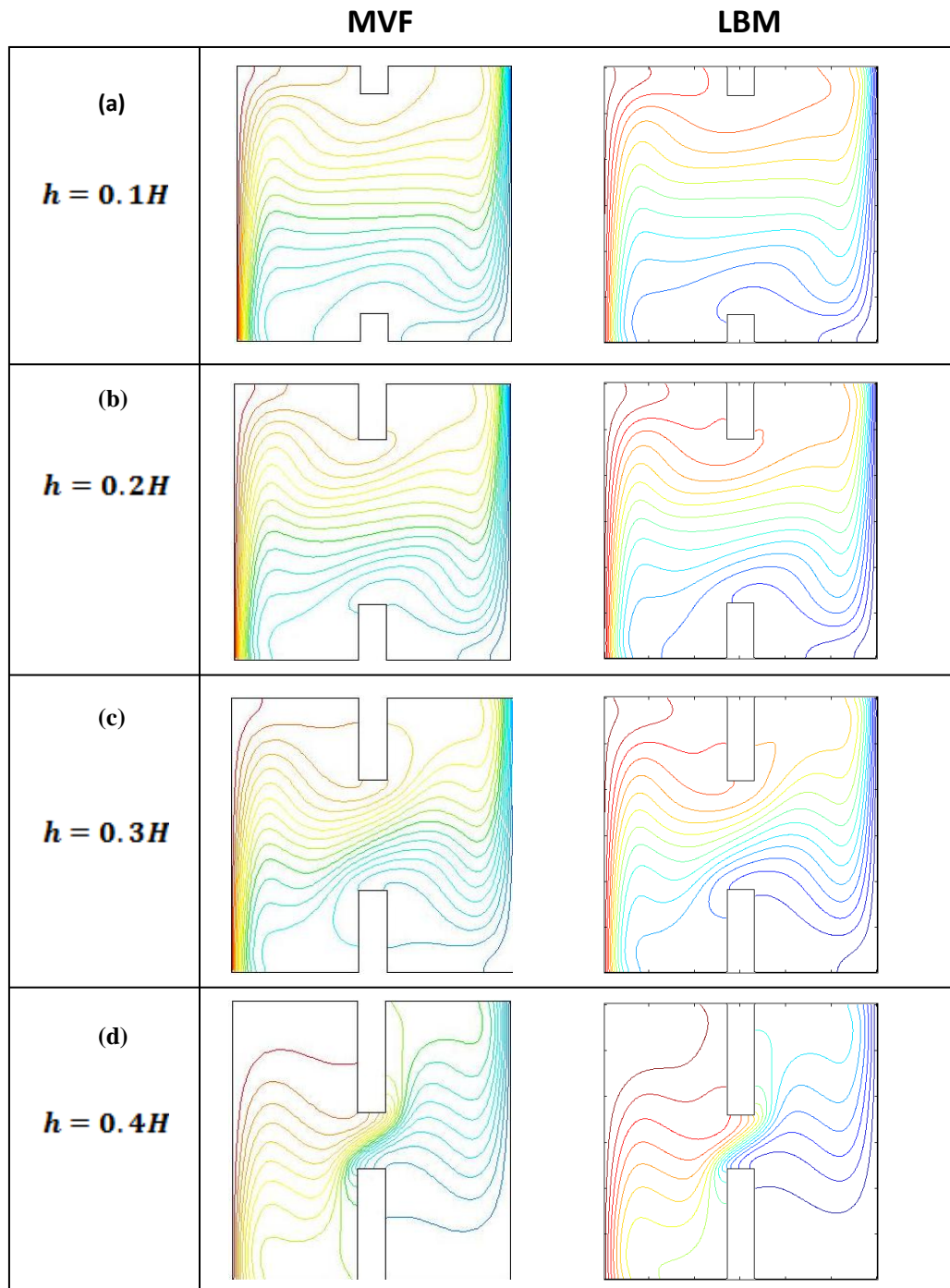


Fig.3.38. Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra=5 * 10^5$

2.4) Profils de température :

Les figures Fig.3.39 à Fig.3.54, montrent les profils de température le long du plan médian horizontal pour les mêmes valeurs du nombre de Rayleigh variant de 10^4 à $5 * 10^5$. Il est bien clair que les profils de température reflètent l'allure des isothermes pour les différents nombres de Rayleigh et les hauteurs d'obstacles.

Encore une fois, la hauteur d'obstacles $h=0.1H$ n'affecte nullement sur les profils de température par contre, au fur et à mesure que la hauteur d'obstacles augmente l'allure des profils de température prend des changements jusqu'à ce qu'elle devienne presque inversée pour une hauteur d'obstacles $h=0.4H$. On remarque que l'augmentation du nombre de Rayleigh perturbe l'allure des profils de température au centre de la cavité.

a) Profils de température pour nombre $Ra=10^4$:

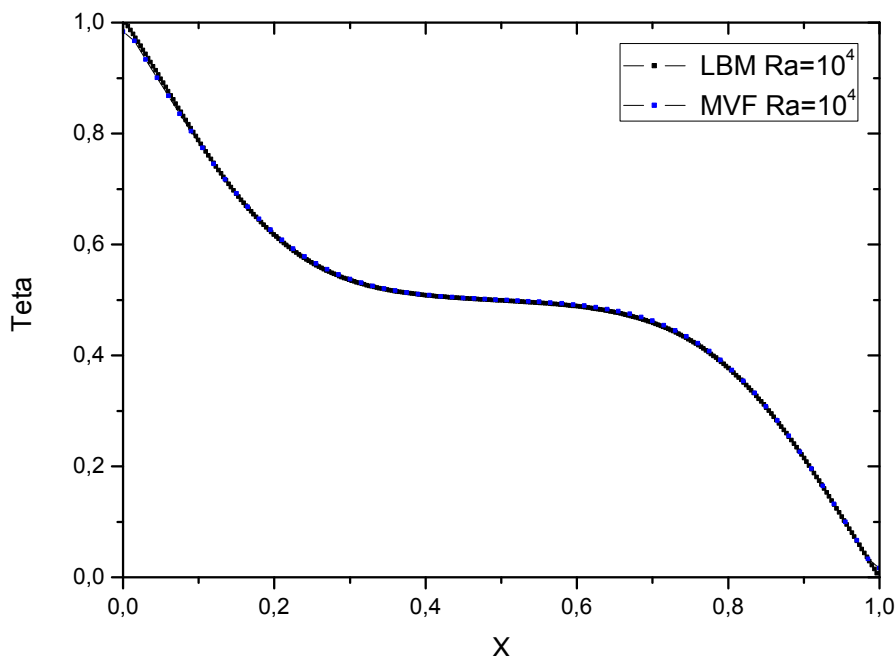


Fig.3.39. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10H$

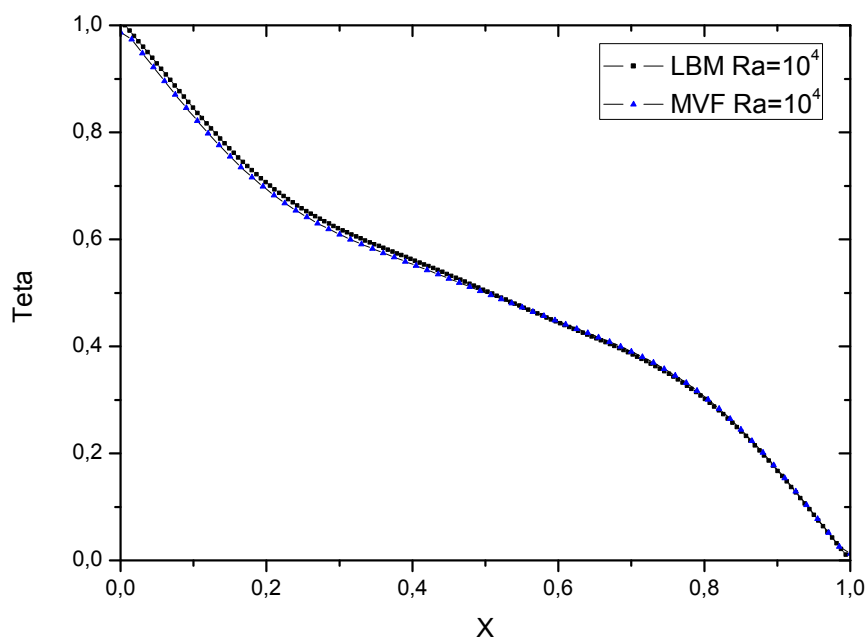


Fig.3.40. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.

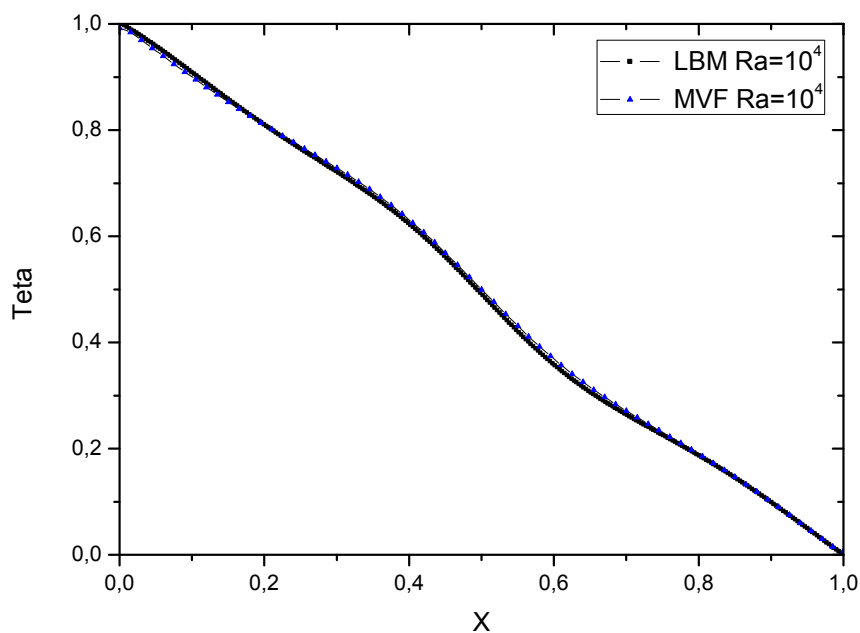


Fig.3.41. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.

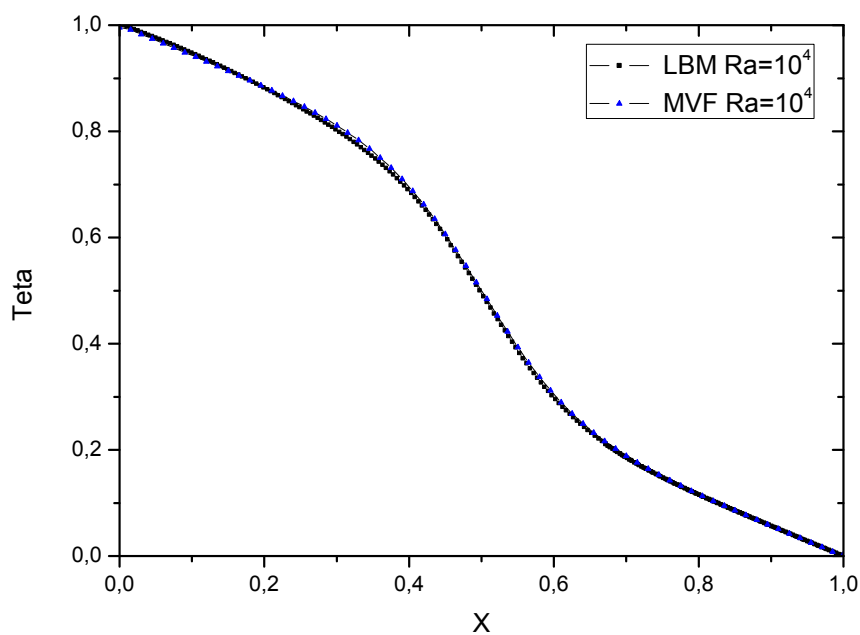


Fig.3.42. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40H$.

b) Profils de température pour nombre $Ra=5 * 10^4$:

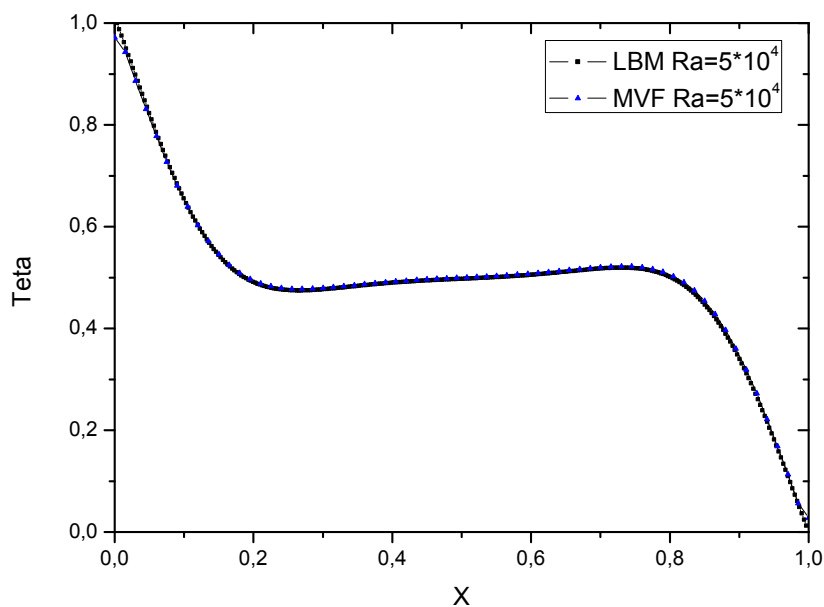


Fig.3.43. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10H$.

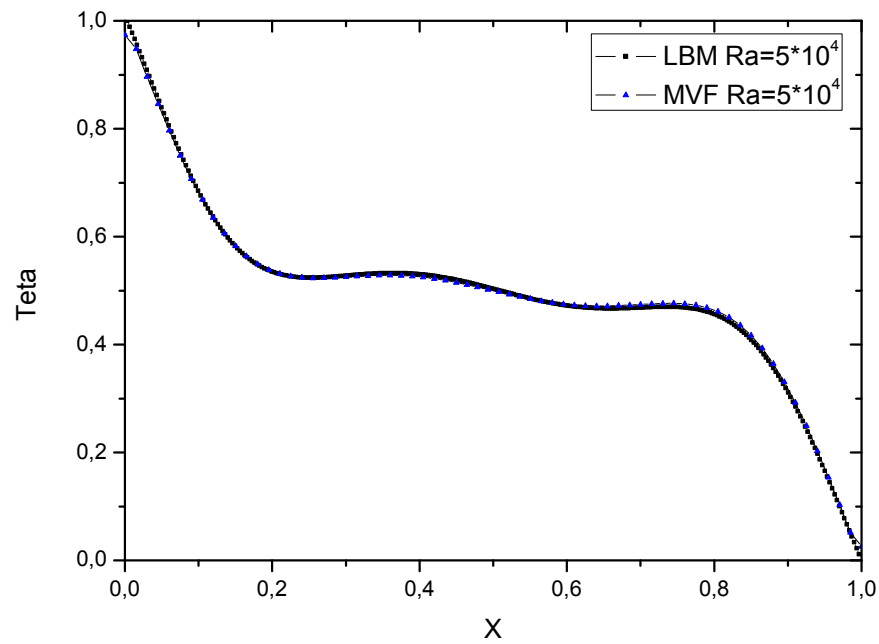


Fig.3.44. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.

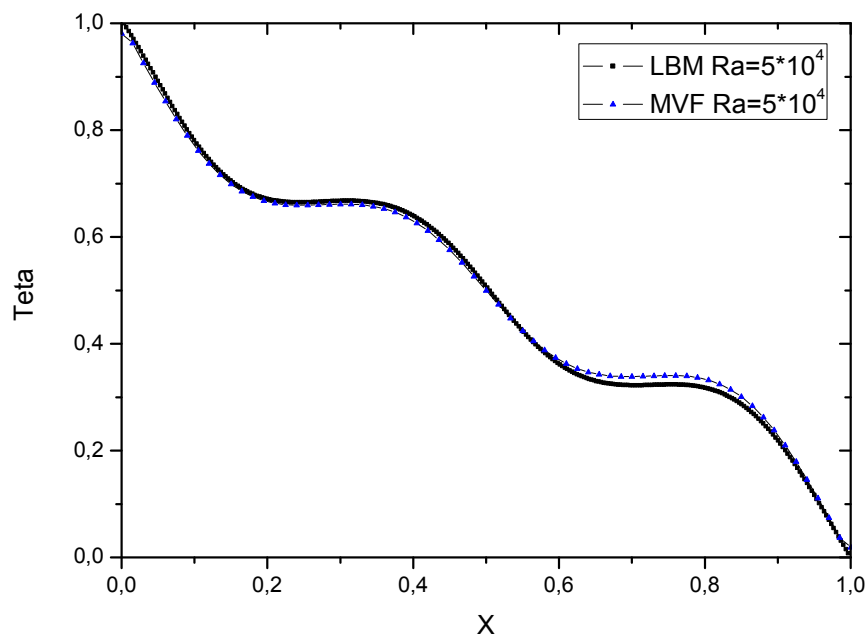


Fig.3.45. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.

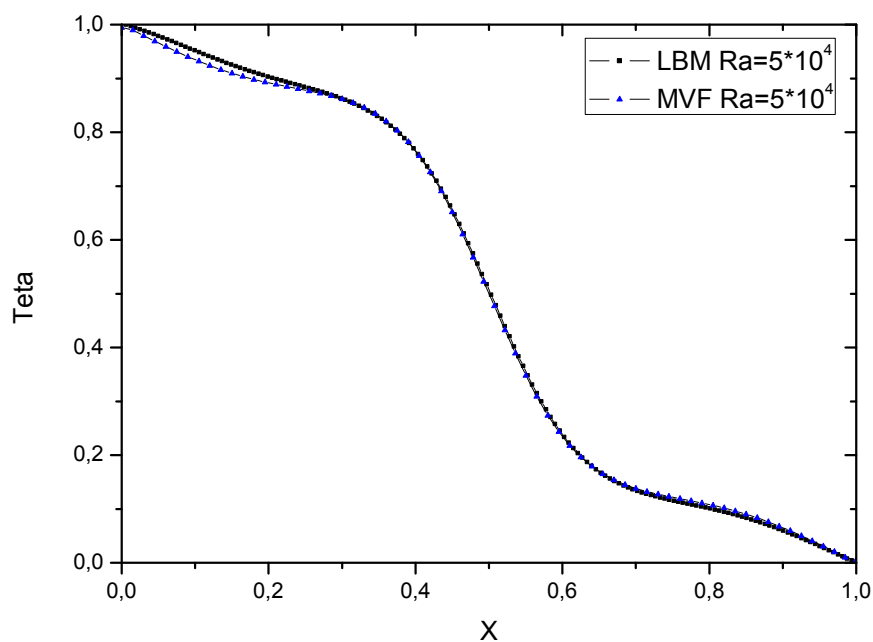


Fig.3.46. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$.

b) Profils de température pour nombre $Ra=10^5$:

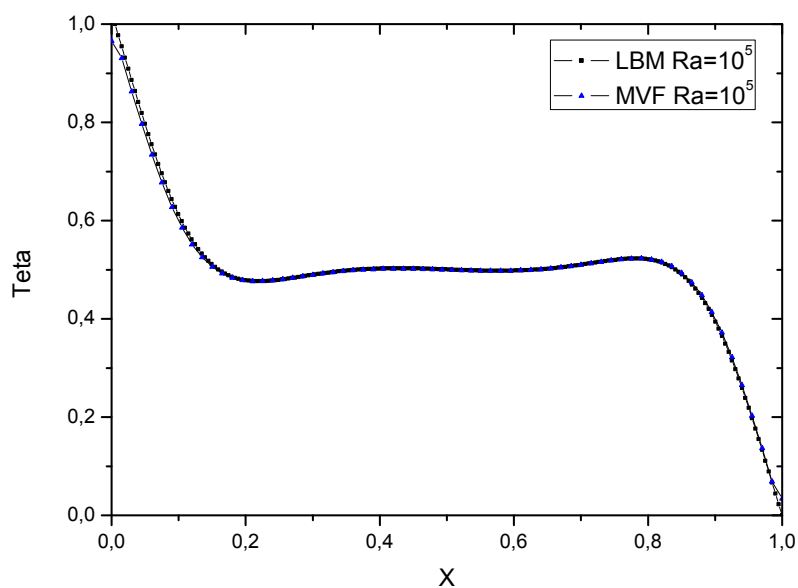


Fig.3.47. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$

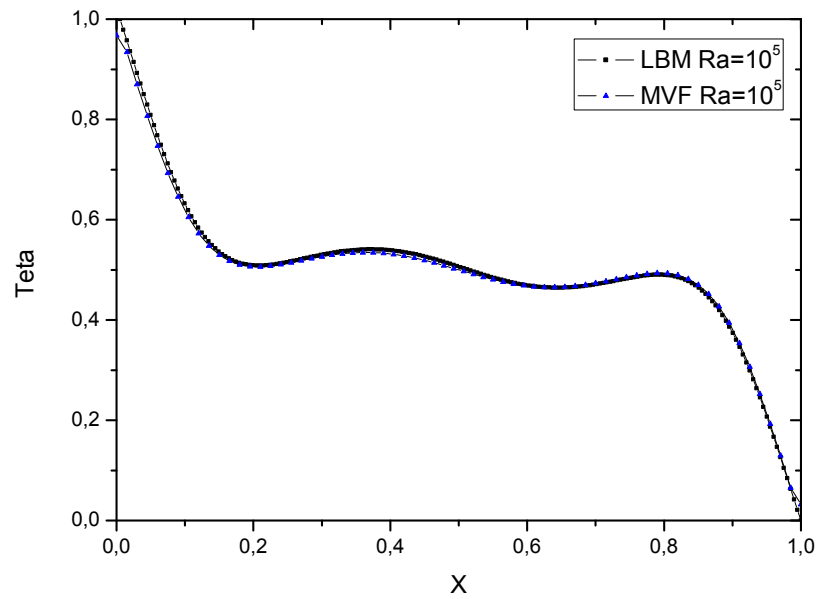


Fig.3.48. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$.

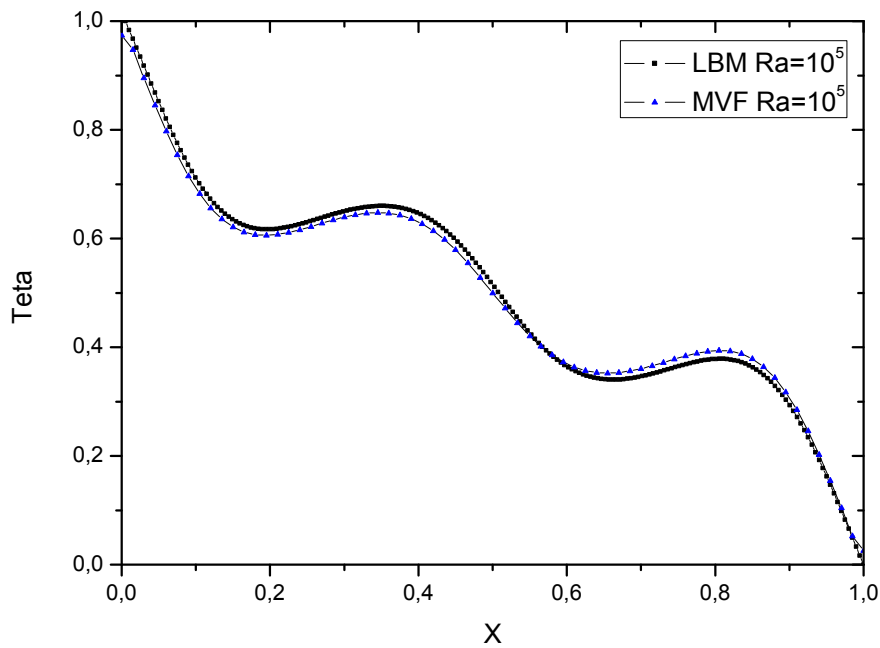


Fig.3.49. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$

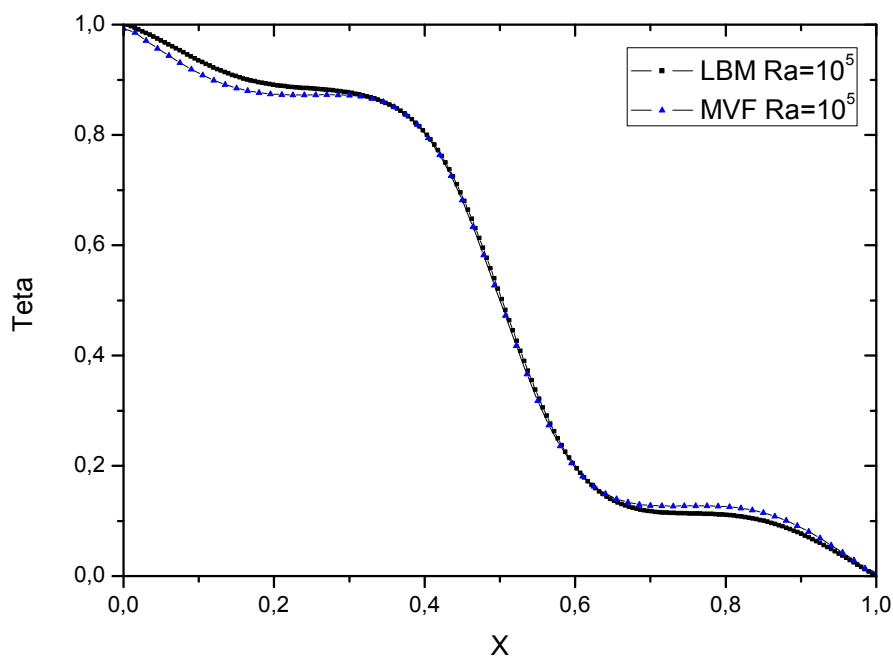


Fig.3.50. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$

a) Profils de température pour nombre $Ra=5 * 10^5$:

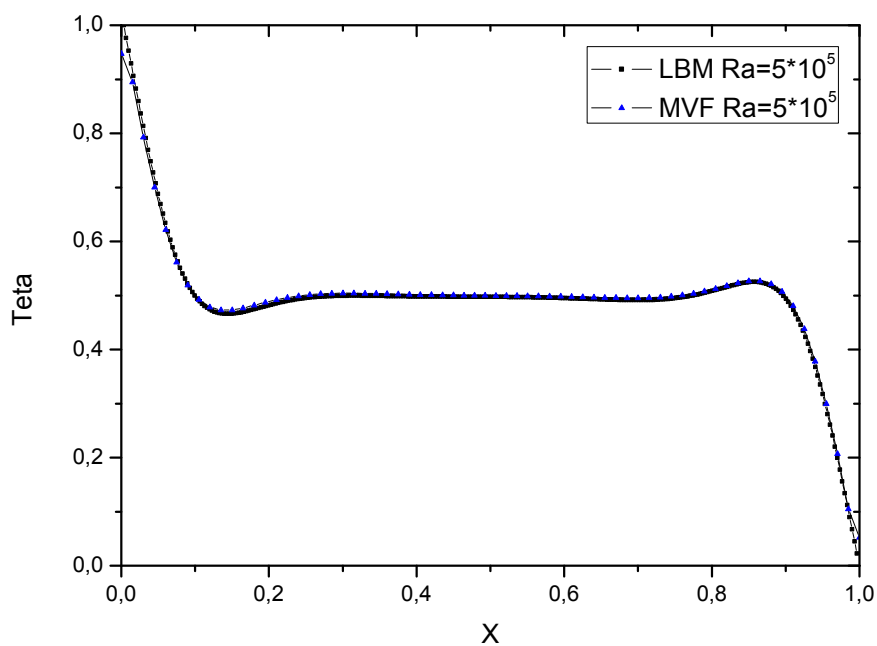


Fig.3.51. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.10 H$

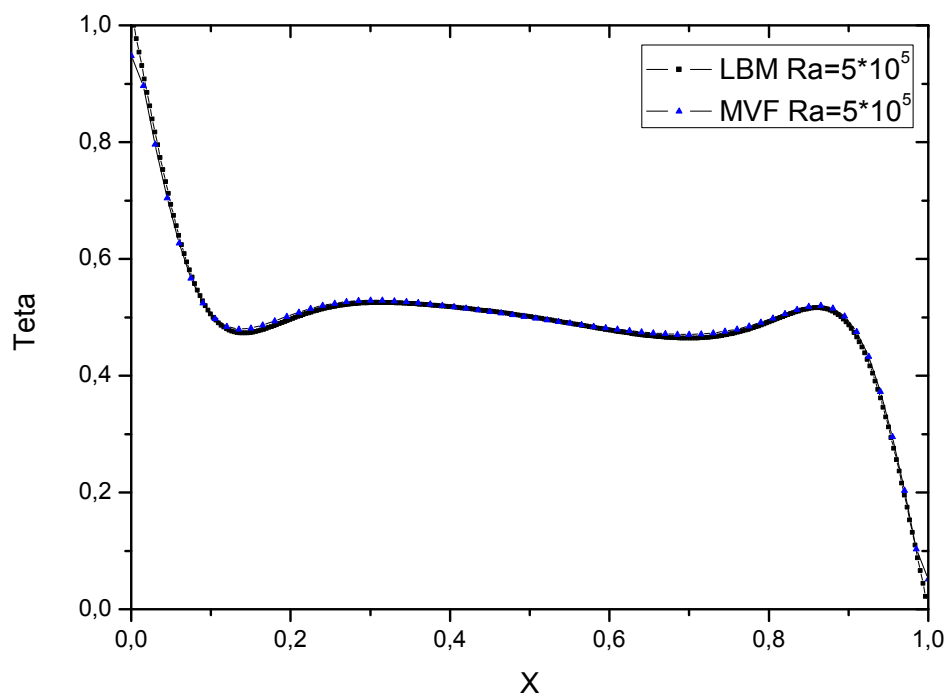


Fig.3.52. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.20 H$

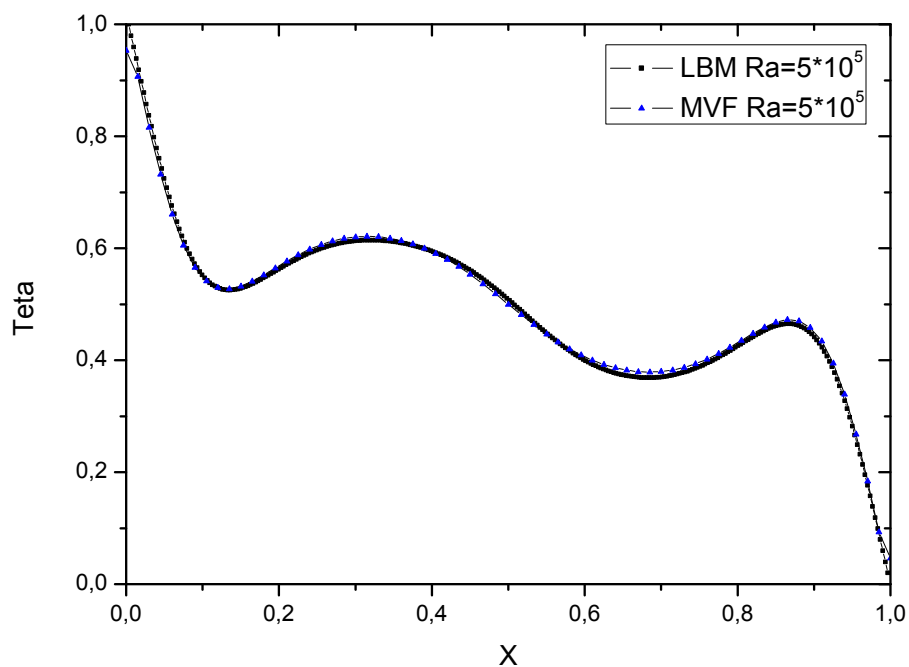


Fig.3.53. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.30 H$.

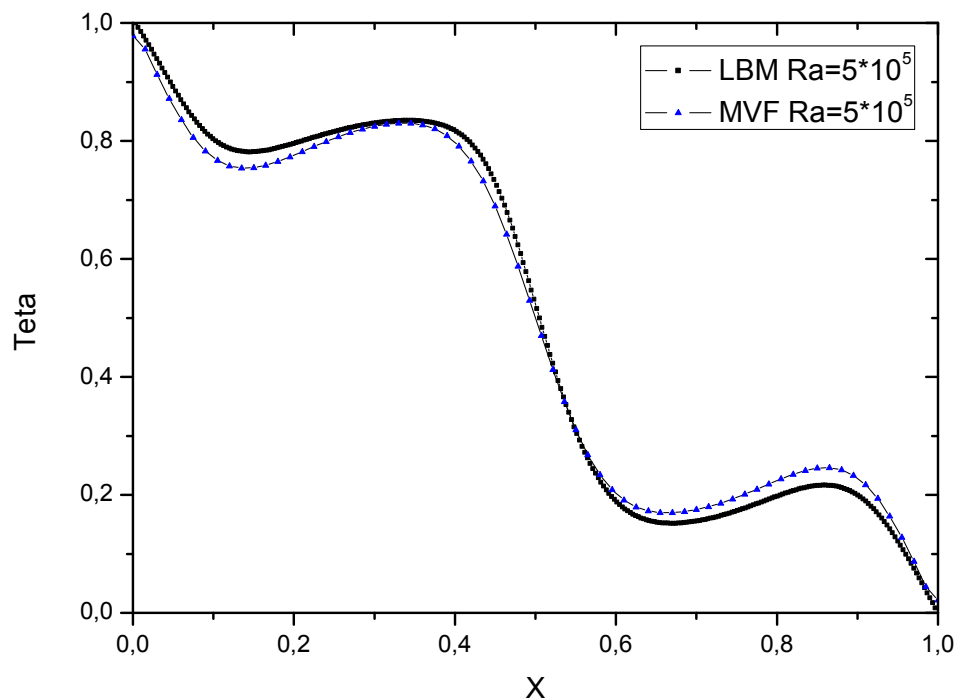


Fig.3.54. Profils de température le long du plan médian horizontal pour hauteur d'obstacles $h=0.40 H$

2.5) Calcul du nombre de Nusselt moyen:

Les résultats du nombre de Nusselt moyen reportés dans le Tableau.III sont obtenus pour chaque variation de la hauteur des obstacles et pour différents nombres de Rayleigh. La représentation graphique est illustrée sur les figures Fig.3.55 à Fig.3.58. On remarque bien que, quel que soit la hauteur de l'obstacles, la valeur du nombre de Nusselt moyen varie linéairement en fonction du nombre de Rayleigh où l'augmentation du nombre de Rayleigh induit une augmentation sur le nombre de Nusselt moyen, par contre nous remarquons dans la figure Fig.3.59 le résumé graphique des résultats du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh et la hauteur des obstacles au centre de la cavité, utilisées dans notre cas. Ces résultats sont obtenus par les deux méthodes (LBM, MVF), ou on remarque que l'augmentation de la hauteur d'obstacles induit une diminution sur le nombre de Nusselt moyen.

Tableau III. Les nombres de Nusselt moyen pour une cavité carrée avec obstacles pour les deux méthodes LBM et MVF à différentes nombres de Rayleigh.

Ra	Nu_{moy}							
	$h=0.1H$		$h=0.2H$		$h=0.3H$		$h=0.4H$	
	<u>LBM</u>	<u>MVF</u>	<u>LBM</u>	<u>MVF</u>	<u>LBM</u>	<u>MVF</u>	<u>LBM</u>	<u>MVF</u>
10^4	2,013	2,010	1,568	1,573	1,027	1,000	1,003	1,000
$5 \cdot 10^4$	3,436	3,490	3,145	3,183	2,469	2,463	1,184	1,000
10^5	4,283	4,376	4,027	4,111	3,370	3,448	1,425	1,115
$5 \cdot 10^5$	6,926	7,204	6,697	6,974	6,110	6,380	3,079	3,35

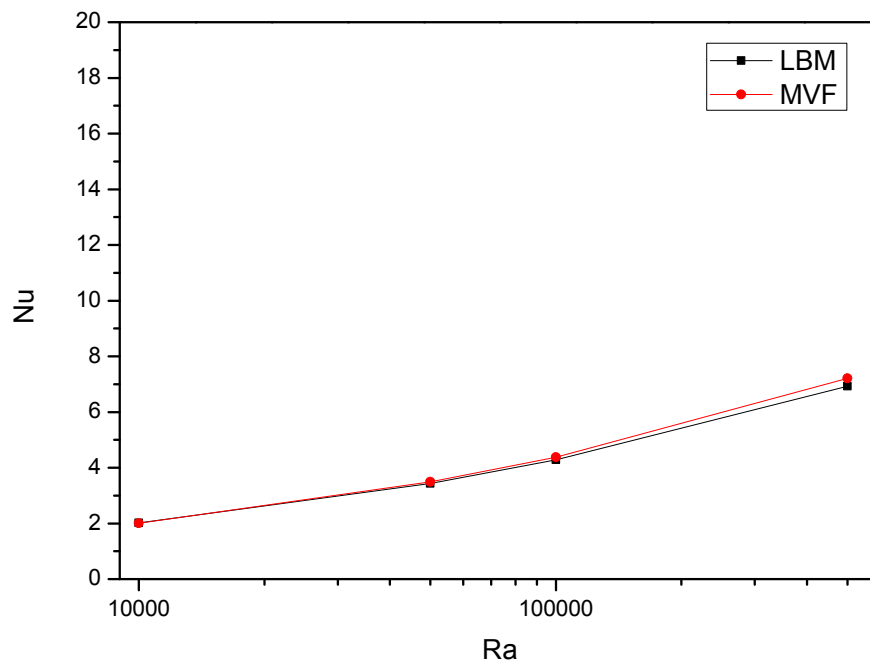


Fig.3.55. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour hauteur d'obstacles $h=0.10H$.

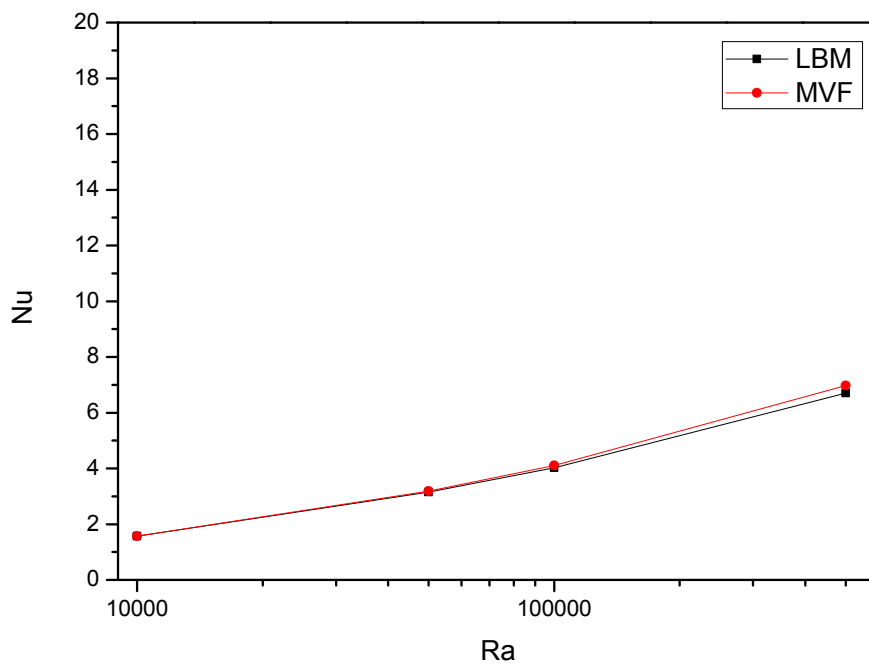


Fig.3.56. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour hauteur d'obstacles $h=0.20H$.

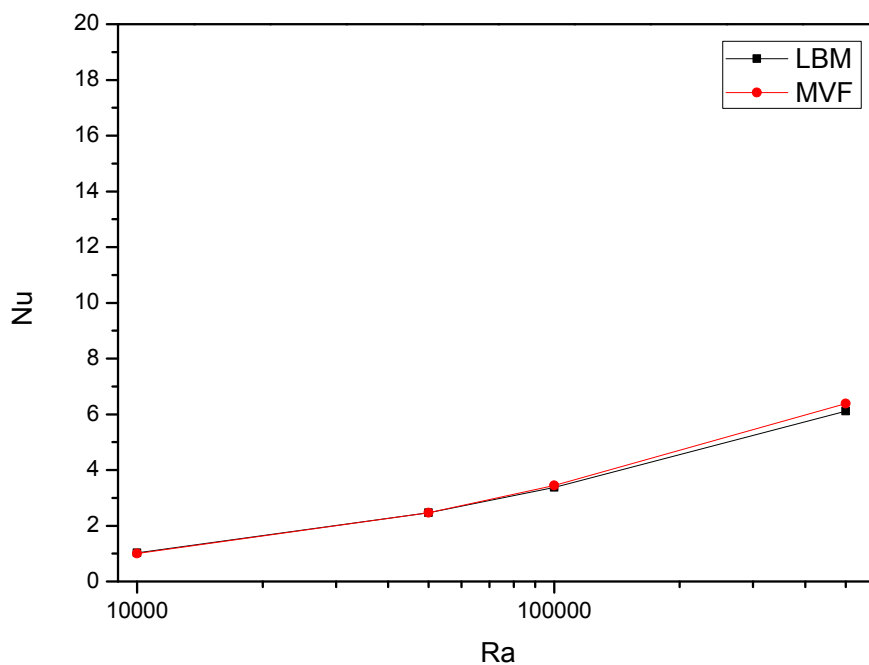


Fig.3.57. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour hauteur d'obstacles $h=0.30H$

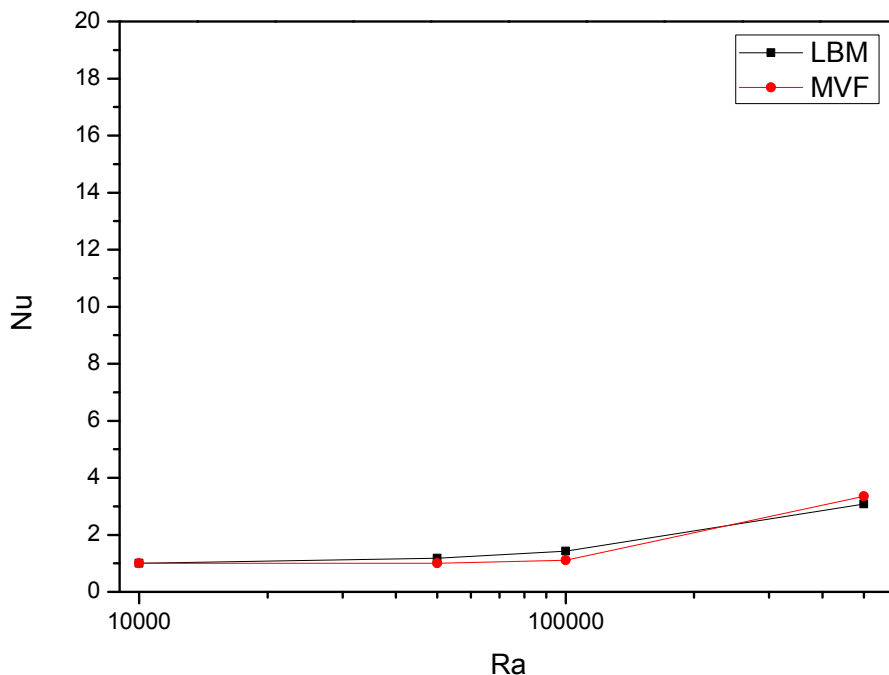


Fig.3.58. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh pour hauteur d'obstacles $h=0.40H$.

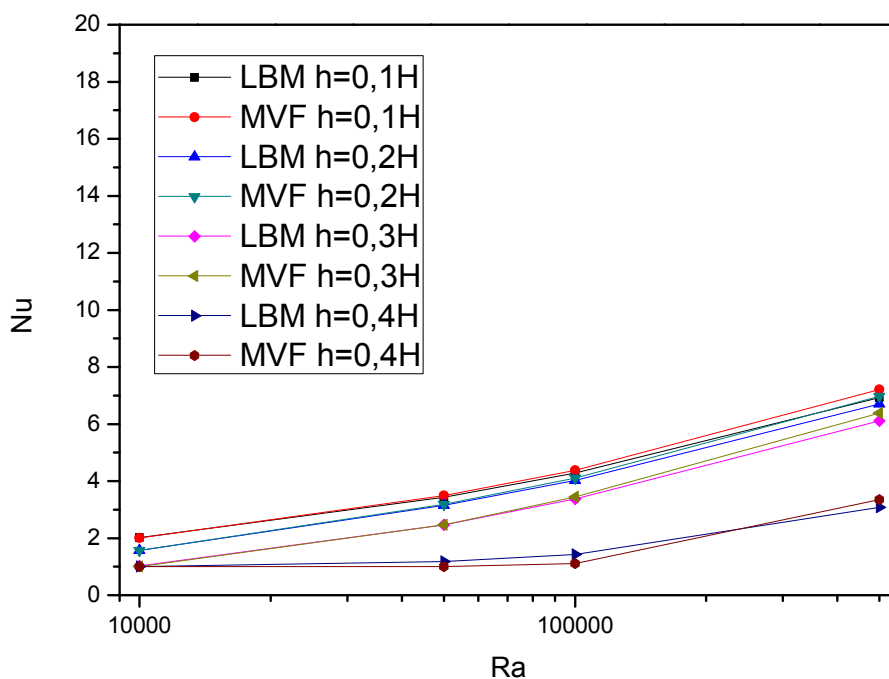


Fig.3.59. Evolution du nombre de Nusselt moyen sous l'effet du nombre de Rayleigh et de différente hauteur d'obstacles.

3) Discussion générale :

L'étude numérique de l'effet de la présence de deux partitions attachées aux parois adiabatiques d'une cavité carrée différentiellement chauffée, sur l'écoulement et sur le transfert thermique par la convection naturelle laminaire a été examinée. Pour cela, une simulation numérique basé sur deux méthodes, il s'agit de la méthode de Boltzmann sur réseau LBM et la méthode des volumes finis MVF, en affichant les lignes de courants, les isothermes, la distribution des profils de vitesses et de températures le long du plan médian horizontal ont été normalisées et affichées. Une comparaison qualitative et quantitative des résultats obtenus, confirme que la méthode LBM à fait la preuve de son efficacité et la capacité de reproduire ce type d'écoulement.

L'examen et la comparaison des résultats de LBM et de MVF pour une cavité carrée sans obstacles qui sont, respectivement, présentés sous forme de lignes de courants, des isothermes, des profils de température et des composantes de vitesse, avec ceux de la littérature, permet de bien souligner qu'elle présente une excellente concordance des valeurs.

Du point de vu physique, cette étude présentée dans ce mémoire révèle bien que le phénomène de transfert de chaleur est lié, à la fois, au nombre de Rayleigh et à la hauteur d'obstacles, dont :

- **Le nombre de Rayleigh** : l'augmentation du nombre de Rayleigh induit un meilleur transfert de chaleur ainsi un écoulement du fluide plus rapide.
- **Hauteur d'obstacles** : l'augmentation de la hauteur d'obstacles induit une diminution du transfert de chaleur ainsi un faible écoulement du fluide.

L'assemblage de ces deux critères permet de changer et maîtriser un écoulement selon les besoin. La présente étude de la convection naturelle laminaire au sein d'une cavité carrée muni d'obstacles va permettre aux industriels et concepteurs d'améliorer et d'optimiser les systèmes thermiques.