

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

**ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION MIXTE DANS UNE
CAVITE TRAPEZOIDALE EN PRESENCE D'UNE PAROI
MOBILE**

Présenté par :

❖ DRIA Chaimaa Hamida

Soutenu le 29 / 06 / 2025 devant le jury composé de :

Président	Pr HOUAT Samir	Université de Mostaganem UMAB
Examineur	Pr RETIEL Noureddine	Université de Mostaganem UMAB
Encadreur	Dr. SAHRAOUI Nassim	Université de Mostaganem UMAB

Année Universitaire : 2024 / 2025

Remerciement

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire. Tout d'abord, je remercie sincèrement mon encadrant, **M. SAHRAOUI Nassim Mahfoud**, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses précieux conseils tout au long de ce projet.

Je tiens également à remercier sincèrement les membres du jury, **M. HOUAT Samir** et **M. RETIEL Noureddine**, pour leurs remarques pertinentes et leur temps consacré à l'évaluation de ce travail.

Je tiens enfin à exprimer ma reconnaissance envers **M. OULD SAID Belkacem**, notre chef de département, ainsi qu'à tous les enseignants du département de génie mécanique pour leurs enseignements et leur soutien qui m'ont fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires.

Résumé :

Dans le présent travail, nous avons étudié numériquement la convection mixte dans une cavité trapézoïdale. La paroi supérieure mobile est maintenue à une température froide, tandis que la paroi inférieure est à une température chaude. Les parois latérales inclinées de la cavité sont considérées comme étant adiabatiques. Le problème traité est résolu avec le code Fluent, utilisant la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations du modèle mathématique. Une étude du maillage ainsi qu'une validation du modèle physique (numérique) ont été faites. De nombreuses simulations numériques ont été réalisées pour l'étude des effets du nombre de Richardson ($0.1 \leq Ri \leq 10$), du nombre de Reynolds ($50 \leq Re \leq 150$) et du nombre de Prandtl ($0.1 \leq Pr \leq 7$) sur les différentes structures de l'écoulement ainsi que le transfert de chaleur. Les résultats ont été présentés en montrant l'influence de ces différents paramètres sur l'écoulement dans la cavité trapézoïdale considérée sous formes des lignes de courant et de contours de température, et ont permis d'analyser la variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude. Nous avons constaté que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds, du nombre de Richardson ainsi que du nombre de Prandtl.

Mots clés : Convection mixte, cavité trapézoïdale, CFD, Méthode de volume finis, effet du nombre de Richardson, effet du nombre de Prandtl.

Abstract:

In this work, we numerically studied mixed convection in a trapezoidal cavity. The moving upper wall is kept at a cold temperature, while the lower wall is at a hot temperature. The inclined side walls of the cavity are considered to be adiabatic. The problem is solved with the Fluent code, using the finite volume method to discretize the mathematical model equations. A mesh study as well as a validation of the physical (numerical) model were made. Numerous numerical simulations were carried out to study the effects of the Richardson number ($0.1 \leq Ri \leq 10$), the Reynolds number ($50 \leq Re \leq 150$) and the Prandtl number ($0.1 \leq Pr \leq 7$) on the different flow structures as well as the heat transfer. The results were presented by showing the influence of these different parameters on the flow in the trapezoidal cavity considered in the form of streamlines and temperature contours, and made it possible to analyze the variation of the average Nusselt number on the hot wall. We found that the heat transfer increases with the increase of the Reynolds number, the Richardson number as well as the Prandtl number.

Keywords: Mixed convection, trapezoidal cavity, CFD, Finite volume method, Richardson number effect, Prandtl number effect.

المخلص:

في هذا العمل، درسنا الحمل الحراري المختلط عدديًا في تجويف شبه منحرف. يُحفظ الجدار العلوي المتحرك عند درجة حرارة باردة، بينما يُحفظ الجدار السفلي عند درجة حرارة ساخنة. تُعتبر الجدران الجانبية المائلة للتجويف معزولة حراريًا. حُلّت المشكلة باستخدام شفرة Fluent، باستخدام طريقة الحجم المحدود لتقسيم معادلات النموذج الرياضي. أُجريت دراسة شبكية، بالإضافة إلى التحقق من صحة النموذج الفيزيائي (العددي). أُجريت العديد من عمليات المحاكاة العددية لدراسة تأثيرات رقم رينشاردسون ($0.1 \leq Ri \leq 10$)، ورقم رينولدز ($50 \leq Re \leq 150$) ورقم براندتل ($0.1 \leq Pr \leq 7$) على هياكل التدفق المختلفة، بالإضافة إلى انتقال الحرارة. عُرضت النتائج بإظهار تأثير هذه المعلمات المختلفة على التدفق في التجويف شبه المنحرف، مُمثلةً في خطوط انسيابية وخطوط حرارة، مما أتاح تحليل تغير متوسط رقم نوسلت على الجدار الساخن. وجدنا أن انتقال الحرارة يزداد بزيادة رقم رينولدز، ورقم رينشاردسون، ورقم براندتل.

الكلمات المفتاحية: الحمل المختلط، التجويف شبه المنحرف، ديناميكا الموائع الحسابية، طريقة الحجم المحدود، تأثير عدد رينشاردسون، تأثير عدد براندتل.

Table des matières

Remerciment	
Résumé	
Abstract	
المخلص	
Table des matières	v
Listes des figures	ix
Liste des tableaux.....	11
Nomenclatures.....	xii
Nombres adimensionnels	xiv
Introduction générale	01
Chapitre 1 : Etude bibliographique et modélisation mathématique.....	04
1.1 Introduction	05
1.2 Etude bibliographique	05
1.3 Description du problème et hypothèses	09
1.3.1 Géométrie du problème	09
1.3.2 Equations générales	10
1.3.2.1 Equation de continuité (conservation de la masse)	10
1.3.2.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement	10
1.3.2.3 Equation d'énergie	10

1.3.3 Hypothèses simplificatrices	11
1.3.4 Formulation mathématique du problème	11
1.3.4.1 Équation de continuité	11
1.3.4.2 Équation de quantité de mouvement	11
1.3.4.3 Equation Energie	12
1.3.5 Formulation adimensionnelle	12
1.3.5.1 Equation de continuité	12
1.3.5.2 Équations de quantité de mouvement	13
1.3.5.3 Equations de l'énergie	13
1.3.6 Conditions aux limites	13
1.4 Approximation de Boussinesq et nombres adimensionnels	14
1.4.1 Approximation de Boussinesq	14
1.4.2 Nombre adimensionnel	15
1.4.2.1 Nombre de Reynolds	15
1.4.2.2 Nombre de Grashof	15
1.4.2.3 Nombre de Prandtl	16
1.4.2.4 Le nombre de Richardson	16
1.4.2.5 Nombre de Rayleigh	16
1.4.2.6 Nombre de Nusselt	17
1.5 Conclusion	18
Chapitre 2 : Description de la Méthode de résolution des équations de conservation et les Logiciels utilisés	19
2.1 Introduction	20

2.2 Méthode des volumes finis (MDF)	20
2.3 Description du logiciel Gambit	21
2.3.1 Définition de Gambit	21
2.3.2 Interface et étapes de Gambit	22
a) Lancer Gambit	22
b) Construction de la géométrie	23
c) Génération de maillage	23
d) Les conditions aux limites	24
e) Exportation du maillage de Gambit	25
2.4 Le solveur fluent	26
2.4.1 Définition de fluent	26
2.4.2 Les étapes de solveur fluent	26
a) Lancer Fluent	26
b) Importation de la géométrie	27
c) Vérification du maillage	27
d) Vérification des unités et des dimensions	28
2.4.3 Définition du modèle	28
a) Choix du solveur	28
b) Choix du régime d'écoulement	29
2.4.4 Définition du matériel	29
a) Les caractéristiques du matériau	29
b) Les conditions opératoires	30

c) Les conditions aux limites	30
2.4.5 Le solveur	31
a) Contrôle de la solution	45
b) Initialisation	32
c) Choix des critères de convergence	33
2.4.6 Post-traitement de la solution	34
2.5 Conclusion	35
Chapitre 03 : Résultats et discussions	36
3.1 Introduction	37
3.2 Validation du Calcul	38
3.2.1 Etude du maillage	38
3.2.2 Validation physique	39
3.3 Résultats et discussions	41
3.3.1 L'effet du nombre de Richardson	42
3.3.2 L'effet du nombre de Prandtl	46
3.4 Conclusion	50
Conclusion générale	51
Références	53

Listes des figures

Figure 1.1 : Configuration physique du phénomène étudié.....	09
Figure 2.1 : Interface de GAMBIT.....	22
Figure 2.2 : Construction de la géométrie.....	23
Figure 2.3 : Génération de maillage.....	24
Figure 2.4 : Incorporation des conditions aux limites.....	24
Figure 2.5 : Exportation du maillage.....	25
Figure 2.6 : Enregistrement du fichier.....	25
Figure 2.7 : Lancement du logiciel Fluent.....	26
Figure 2.8 : Importation de la géométrie.....	27
Figure 2.9 : Vérification du maillage.....	27
Figure 2.10 : Vérification les dimensions et les unités.....	28
Figure 2.11 : Choix du solveur.....	28
Figure 2.12 : Choix de modèle laminaire.....	29
Figure 2.13 : Les caractéristiques du matériau.....	29
Figure 2.14 : choix des conditions opératoires.....	30
Figure 2.15 : Les températures (conditions aux limites).....	30
Figure 2.16 : La vitesse d'entrée (conditions aux limites).....	31
Figure 2.17 : Choix d'ordre d'équation.....	32
Figure 2.18 : Initialisations de calcul.....	32
Figure 2.19 : Choix des critères de convergence.....	33
Figure 2.20 : Choix du nombre des itérations.....	34

Figure 2.21 : Allures de l'évolution des résidus de calcul pour maillage 90*90.....	34
Figure 3.1 : Configuration physique.....	38
Figure 3.2 : Forme des maillages utilisés	38
Figure 3.3 : Etude du maillage (Re = 400 et 1000 pour un Gr = 10 ⁴).....	39
Figure 3.4 : Configure physique du phénomène étudié.....	41
Figure 3.5 : Maillage 90*90 de la cavité.	41
Figure 3.6 : Contours de température pour Re = 50,100 et 150 et Ri = 0.1, 1 et 10 (Pr= 0.74)	43
Figure 3.7 : Lignes de courant pour Re = 50,100 et 150 et Ri = 0.1, 1 et 10 (Pr= 0.74)	44
Figure 3.8 : Variation du Nombre de Nusselt moyen en fonction du Nombre de Richardson pour Ri = 0.1, 1,3 ,6 ,8 et 10.....	45
Figure 3.9 : Contours de température pour Pr = 0.1,1 et 10 et Ri = 0.1, 1 et 7 (Re = 100)	47
Figure 3.10 : Lignes de courant pour Pr = 0.1,1 et 10 et Ri = 0.1, 1 et 7 (Re = 100)	48
Figure 3.11 : Variation du Nombre de Nusselt moyen pour le nombre de Prandtl (Pr = 0.1 ,0.71 ,1, et 7) et du nombre de Richardson (Ri = 0.1, 1,3 ,6,8 et 10).....	50

Liste des tableaux

Tableau 3.1 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen obtenu dans notre étude avec celui obtenu dans les résultats de la littérature.....	40
Tableau 3.2 : Comparaison des erreurs du nombre de Nusselt moyen avec les résultats de la littérature.	40

Nomenclatures :

Symbole	Définition	Unité
C_p	La chaleur spécifique à pression constante	[J/kg.K]
g	L'accélération de pesanteur	[m/s ²]
ϕ	Source de chaleur	[W]
p	La pression	[Pa]
H	Hauteur de la cavité	[m]
L	Largeur de la paroi supérieur	[m]
l	Largeur de la paroi inférieur	[m]
T_f	Température froide	[K]
T_c	Température chaude	[K]
ΔT	La différence de température	[K]
U	Composante adimensionnelle de vitesse suivant X	
V	Composante adimensionnelle de vitesse suivant Y	
u	Vitesse suivant x	[m/s]
v	Vitesse suivant y	[m/s]
x, y	Coordonnées d'espace dimensionnelles	[m]
X, Y	Coordonnées d'espace adimensionnelles	
U_0	La vitesse d'entrée	[m/s]
ρ	Masse volumique	[Kg/m ³]
μ	Viscosité dynamique	[Kg/m.s]
ν	Viscosité cinématique	[m ² /s]
α	La diffusivité thermique	[m ² /s]

β	Coefficient de dilatation thermique volumétrique	[1/K]
λ	Conductivité thermique	[W/m.K]
h_c	Coefficient d'échange convectif local	[W/m ² .K]
θ	Température adimensionnelle	
ρ_0	Mass volumique de référence	[Kg/m ³]
T_m	Température Moyenne	[K]
T_0	Température de référence	[K]
P_0	Pression atmosphérique	[Pa]

Nombres adimensionnels :

- Gr : Nombre de Grashof
- Re : Nombre de Reynolds
- Nu : Nombre de Nusselt
- \overline{Nu} : Nombre de Nusselt moyen
- Ri : Nombre de Richardson
- Pr : Nombre de Prandtl
- Ra : Nombre de Rayleigh

Introduction générale

La simulation numérique en mécanique des fluides (C.F.D : Computational Fluid Dynamics) est devenue un outil indispensable dans les processus de développement de systèmes innovants dans divers domaines de l'industrie (énergie, chimie des procédés, hydraulique, pollution et environnement...). Cet outil n'a cessé de se développer durant les cinquante dernières années ce qui a permis un essor considérable, non seulement des connaissances théoriques des phénomènes Physiques, mais aussi des applications pratiques dans les domaines déjà cités. Cette progression est due essentiellement au développement simultané des méthodes numériques et des moyens informatiques.

Les transferts de chaleur constituent la base de nombreux processus industriels qui sont présents dans notre vie quotidienne. L'intensification de ces échanges et l'amélioration du rendement sont devenus aujourd'hui une problématique majeure dans le monde industriel, des organismes de réglementation, mais aussi de la société dans son ensemble, qui prend conscience de l'épuisement progressif des ressources énergétiques et qui se soucie de l'avenir en matière énergétique. L'amélioration de transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux et pour se faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essais théorique, numérique et expérimentaux pourtant sur la description des phénomènes gérant la convection. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles.

Dans le présent travail, nous avons considéré le cas de la convection mixte dans un cavité trapézoïdale en présence d'une paroi mobile. Notre objectif est d'analyser en particulier l'influence de certains paramètres sur le mécanisme de la convection.

Ce mémoire est organisé en trois chapitres, le premier explore les différentes études bibliographiques traitant des problèmes de la convection mixte dans les cavités trapézoïdales avec une description physique géométrique et les équations mathématiques régissant le phénomène ainsi que les hypothèses simplificatrices et les conditions aux limites.

La méthode de résolution numérique du problème étudié a été présenté dans le deuxième chapitre. La méthode des volumes finis est utilisée pour la discrétisation des équations gouvernant l'écoulement à l'intérieur de la cavité. Nous expliquerons également au fil de ce

chapitre Les différentes étapes du processus pour les deux logiciels GAMBIT et FLUENT que nous avons utilisé au cours de notre étude.

Pour finir, le dernier chapitre est dédié à l'analyse approfondie des résultats et des discussions concernant l'étude numérique. L'effet de nombre de Richardson et Prandtl est montré sous forme de contours de température et de lignes de courant sur les différentes structures de l'écoulement ainsi que sur le transfert de chaleur.

Chapitre 1 : Etude bibliographique et modélisation mathématique

1.1 Introduction :

Ce premier chapitre a pour objectif de poser les bases de notre étude numérique de la convection mixte dans une cavité trapézoïdale. Nous tenterons à travers ce chapitre de présenter quelque revue bibliographique liés directement à la problématique abordée. Ensuite, nous présentons dans ce chapitre, Les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées à notre configuration. Enfin, nous introduirons les équations modélisant le problème traité dans ce travail. Ces équations mettent en évidence le comportement des fluides en convection Laminaire Mixte. Elles sont fondées selon les lois physiques : de conservation de masse (continuité), de quantité de mouvement (Navier-Stokes), et d'énergie.

1.2 Etude bibliographique :

L'objectif principal de cette revue de littérature est de fournir une vue d'ensemble des recherches récentes sur la convection mixte dans les cavités trapézoïdale.

Parmi les travaux réalisés sur ce sujet, nous pouvons citer :

M.A. El-Shorbagy et al [1] Ont étudié l'écoulement de fluide et du transfert de chaleur par convection mixte d'un nano fluide (eau- Al_2O_3) dans un canal trapézoïdal présence de milieux poreux. Les paramètres étudiés consistaient en la hauteur du milieu poreux, le nombre de Darcy (10^2 , 10^3 et 10^4), le nombre de Richardson (0,1, 1 et 10) et le rapport d'aspect (0,3 et 0,5). La méthode des volumes finis et le modèle monophasique sont appliqués pour un écoulement laminaire.

Les résultats montrent qu'avec la diminution du nombre de Richardson, le Nusselt local et le Nusselt moyen augmentent.

Hijaz Ahmad et al [2] Ont présenté une étude numérique concernant de l'écoulement d'un fluide d'Ostwald-de Waele dans une cavité trapézoïdale ondulée en présence d'un cylindre chauffé situé au centre de la cavité.

Le travail consiste à caractériser la convection mixte en fonction de l'intensité du flux de chaleur. Les paramètres de contrôle sont l'indice d'Ostwald-de Waele ($0,5 \leq n \leq 1,5$), le nombre de Prandtl ($1 \leq Pr \leq 10$), le nombre de Grashof ($100 \leq Gr \leq 1000$), le nombre d'ondulations ($0 \leq \lambda \leq 4$) et l'amplitude non dimensionnelle de la surface ondulée ($0,02 \leq A \leq 0,06$). Ils ont étudié l'influence des paramètres sur l'écoulement et le transfert de chaleur. L'énergie cinétique et le nombre de Nusselt moyen sont calculés pour différentes valeurs de ces paramètres.

Zafar Hayat Khan et al [3] ont traité La convection naturelle magnétohydrodynamique (MHD) au sein d'une cavité trapézoïdale sous l'influence d'obstacles solides internes de différentes formes. La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre les équations d'Oberbeck-Boussinesq qui régissent l'écoulement du fluide et le processus de transfert de chaleur. Ils ont examiné l'effet des nombres de Rayleigh ($Ra = 10^4-10^6$), des nombres de Hartmann ($Ha = 0-100$) et les conditions aux limites thermiques pour les plaques horizontales internes sur les modèles d'écoulement et l'efficacité du transfert de chaleur.

Les résultats indiquent que L'augmentation du nombre de Rayleigh et la diminution du nombre de Hartmann améliorent généralement le transfert de chaleur, en particulier lorsque les plaques horizontales sont refroidies. De plus, ils ont montré que L'augmentation du champ magnétique diminue l'intensité de l'écoulement convectif qui est mesurée par l'énergie cinétique.

Transfert de chaleur par convection naturelle d'un nano fluide hybride Al_2O_3-Cu /eau dans une enceinte recto trapézoïdale sous l'influence d'un champ magnétique périodique a été effectuée par **M.M. Haque et M.S. Alam [4]**. Les équations sont résolues numériquement à l'aide de la méthode des éléments finis. L'étude tient compte l'influence du nombre de Rayleigh, l'indice d'efficacité, le facteur de friction et le transfert de chaleur.

De plus Lorsque le pourcentage de Cu augmente (de 0% à 100%), le transfert de chaleur dans le nanofluide hybride augmente pour une fraction volumique fixe de nanoparticules hybrides.

Mohammed Azeez Alomari et al [5] Se sont intéressés au sujet de la convection libre MHD dans une cavité trapézoïdale bidimensionnelle d'un nano fluide hybride. Le nano fluide hybride (MgO-Ag/eau) a été utilisé comme fluide de travail. Les paramètres de contrôle sont les nombres de Rayleigh ($Ra = 10^3$ à 10^6), les nombres de Hartmann ($Ha = 0$ à 60) et les fractions volumiques ($\phi = 0$ à $0,02$).

Ils ont observé que l'intensité des fonctions de courant et des isothermes augmente avec l'augmentation de Ra et de ϕ , tandis que l'augmentation du nombre de Hartmann réduit la circulation de l'écoulement et augmente l'intensité des isothermes. De plus, le nombre de Nusselt augmente avec Ra et ϕ , tandis qu'il diminue avec Ha .

Une étude numérique du transfert de chaleur et de masse naturel dans une cavité à section transversale isocèle droite contenant de l'air a été étudiée par **Gagnon Koffi Apédanou et al [6]**. Le système d'équations discrétisé par la méthode implicite des différences finies est résolu par l'algorithme de Thomas. Ils ont trouvé que l'augmentation du rapport d'aspect ou du nombre de Lewis diminue la vitesse du fluide. De plus, ils ont montré que Le nombre de Nusselt moyen, qui est indépendant du nombre de Rayleigh, augmente légèrement lorsque l'angle d'inclinaison des parois diminue. Aussi, L'augmentation du nombre de Lewis entraîne la diminution des valeurs des composantes de la vitesse de l'écoulement.

Priyajit Mondal et al [7] ont étudié numériquement la convection mixte double-diffusive MHD d'écoulement de différents nano fluides dans une enceinte trapézoïdale est réalisée avec une source interne de génération/absorption de chaleur à l'intérieur de l'enceinte.

Les équations non dimensionnelles de quantité de mouvement, de chaleur et de masse sont résolues numériquement par la méthode des différences finies. Ils ont trouvé que L'augmentation du nombre de Hartmann (Ha) réduit le taux de transfert de chaleur et de masse.

Sardar Bilal et al [8] ont rapporté une étude numérique de l'effet du rapport d'aspect sur la génération d'entropie due à la convection de Rayleigh-Bénard dans une cavité trapézoïdale 2D. Une approche par éléments finis via le logiciel COMSOL Multiphysics est utilisée pour exécuter les simulations numériques. Les études ont été effectuées pour une large gamme des nombres de Rayleigh ($10^2 \leq Ra \leq 10^5$), des rapports d'irréversibilité ($10^{-4} \leq \varphi \leq 10^{-2}$) et des rapports d'aspect ($0,25 \leq AR \leq 0,75$). Ils ont constaté que le rapport d'aspect augmente avec l'augmentation de l'amplitude de l'entropie locale.

Muhamad S. Ishak et al [9] ont étudié numériquement la production d'entropie et de la convection mixte dans une cavité trapézoïdale remplie de nano fluide (nanoparticules de Al_2O_3) contenant un cylindre solide localisé. L'influence du nombre de Reynolds, Le nombre de Richardson, de la fraction volumique des nanoparticules, du rayon sans dimension et de l'emplacement du cylindre solide sur les lignes de courant, les isothermes et l'isentropie est étudiée. Les résultats indiquent que L'augmentation du nombre de Richardson et le nombre de Reynolds augmente le taux de transfert de chaleur. Aussi, Le nombre de Nusselt moyen est augmenté de 30 % lorsque R passe de 0 à 0,25.

S. Saqib Shah et al [10] Se sont intéressés au sujet de la performance thermique d'un nano fluide enfermé dans une cavité trapézoïdale à couvercle divisé, comprenant un obstacle de forme elliptique. La méthode des éléments finis est appliquée. Leur étude a porté sur l'effet de divers paramètres de contrôle tels que :

Le nombre de Richardson ($0.01 \leq Ri \leq 10$), le nombre de Lewis ($0,1 \leq Le \leq 10$), le nombre de Reynolds ($300 \leq Re \leq 500$) et le rapport de flottabilité ($-10 \leq Br \leq 10$), sur les profils directionnels de vitesse, de température et de concentration. Les résultats montrent que le nombre de Lewis a un impact significatif sur les isothermes et la concentration.

1.3 Description du problème et hypothèses :

1.3.1 Géométrie du problème :

La géométrie de la configuration considérée (Fig. 1.1) est une cavité trapézoïde. Dans cette figure, la cavité est refroidie à partir de la paroi supérieure qui est mobile et maintenue à une température constante T_f , tandis que la paroi inférieure, maintenue à une température constante et chaude T_c . Les deux parois latérales inclinées sont considérées comme étant adiabatiques. La paroi supérieure a une longueur L , tandis que la paroi inférieure a une longueur l , et la hauteur de la cavité est représentée par H .

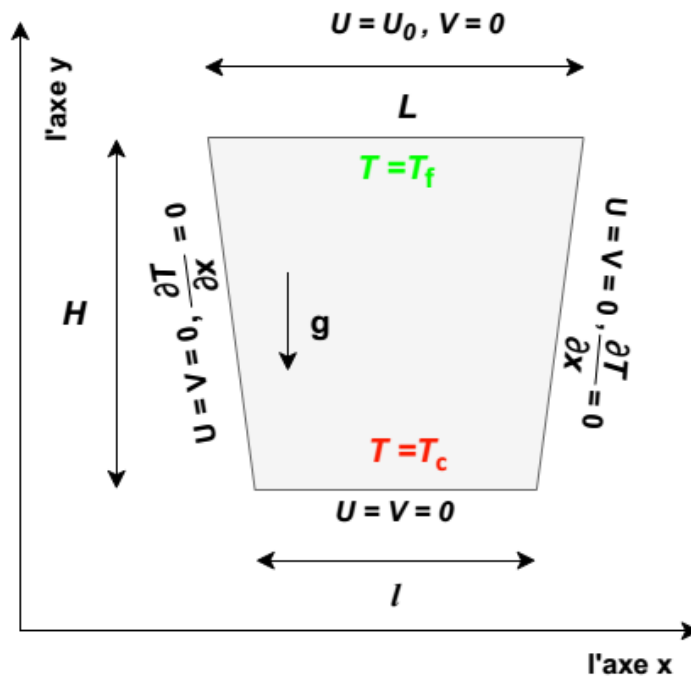


Figure 1.1 : Configuration physique du phénomène étudié.

1.3.2 Equations générales :

L'équation régissant la convection mixte est :

Le bilan de masse (équation de continuité), le bilan de la quantité de mouvement et le bilan d'enthalpie (d'énergie).

1.3.2.1 Equation de continuité (conservation de la masse) :

C'est la formule de la loi de conservation de la masse pour le volume de contrôle du matériau.

Mathématiquement, il s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (1.1)$$

1.3.2.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement :

Également connue sous le nom de deuxième loi de Newton, cette loi établit la relation entre les propriétés du mouvement des fluides et les causes qui le produisent.

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \rho g - \nabla \cdot p + \mu \nabla^2 \vec{v} \quad (1.2)$$

1.3.2.3 Equation d'énergie :

Il obéit à la première loi de la thermodynamique :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \lambda \nabla T + \beta \frac{\partial p}{\partial t} + \mu \phi \quad (1.3)$$

1.3.3 Hypothèses simplificatrices :

Afin de construire un modèle mathématique d'un problème physique simple, nous avons les hypothèses suivantes :

- Le régime est laminaire.
- Le fluide (air) considéré newtonien et incompressible.
- Ecoulement bidimensionnel.
- Les propriétés physiques du fluide (ρ, μ, k) sont supposées constantes.
- La puissance volumique dissipée et le transfert de chaleur par rayonnement sont négligeable.
- L'écoulement est permanent : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.
- L'approximation de Boussinesq est valide, elle consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables au niveau de tous les termes des équations de quantité de mouvement (sauf au niveau du terme de gravité).

1.3.4 Formulation mathématique du problème :

Compte tenu des hypothèses simplificatrices, l'équation à deux dimensions peut être écrite comme suit :

1.3.4.1 Équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.4)$$

1.3.4.2 Équation de quantité de mouvement :

- Suivant l'axe x :

$$U \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (1.5)$$

- Suivant l'axe y :

$$U \frac{\partial v}{\partial x} + V \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + g\beta(T - T_0) \quad (1.6)$$

1.3.4.3 Equation Energie :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (1.7)$$

1.3.5 Formulation adimensionnelle :

Afin de réduire les équations précédentes à une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir les variations suivantes des variables :

$$U = \frac{u}{U_0} ; V = \frac{v}{U_0} ; P = \frac{p - P_0}{\rho U_0^2} ; X = \frac{x}{L} ; Y = \frac{y}{L} ; \theta = \frac{T - T_f}{T_C - T_f} \quad (1.8)$$

Nous écrivons l'équation sous forme adimensionnelle comme suit :

1.3.5.1 Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1.9)$$

1.3.5.2 Équations de quantité de mouvement :

- Suivant l'axe x :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (1.10)$$

- Suivant l'axe y

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + Ri\theta \quad (1.11)$$

1.3.5.3 Equations de l'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (1.12)$$

1.3.6 Conditions aux limites :

Les conditions aux limites sous forme adimensionnelle sont :

$$\text{A la Paroi haute : } -0.5 \leq X \leq 0.5 \text{ et } Y=1 \quad U=U_0, V=0, T=T_f \quad (1.13)$$

$$\text{A la Paroi gauche : } \begin{array}{l} X=-0.5, Y=1 \text{ à} \\ X=-0.4, Y=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} U=0, V=0, Q=0 \\ \text{(adiabatique)} \end{array} \quad (1.14)$$

$$\text{A la Paroi droite : } \begin{array}{l} X=0.5, Y=1 \text{ à} \\ X=0.4, Y=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} U=0, V=0, Q=0 \\ \text{(adiabatique)} \end{array} \quad (1.15)$$

$$\text{A la Paroi du bas : } -0.4 \leq X \leq 0.4 \text{ et } Y=0 \quad U=0, V=0, T=T_c \quad (1.16)$$

1.4 Approximation de Boussinesq et nombres adimensionnel :

1.4.1 Approximation de Boussinesq :

L'approximation de Boussinesq inclut l'introduction d'une hypothèse d'incompressibilité de l'écoulement et tient compte du fait que les changements de densité sont négligeables au niveau de tous les termes de l'équation de quantité de mouvement ($\rho = \rho_0$) à l'exception de la direction latérale du mouvement.

En pratique, cette hypothèse consiste à simplifier l'équation d'état du fluide en linéarisant l'expression de ρ en fonction du changement de température T , comme suit :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_f)] \quad (1.17)$$

Où (T_0, ρ_0) : est l'état thermodynamique de référence.

β : est le coefficient de dilatation volumique thermique, défini comme le rapport du changement de volume relatif v au changement de température T à pression constante p .

$$\beta = \frac{\partial v/v}{\partial T} = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{p=cst} \quad (1.18)$$

Pour une unité de masse volumique $v = \frac{1}{\rho}$, en remplaçant cette expression dans

l'expression de β on aura :

$$\beta = \rho \frac{\partial(1/\rho)}{\partial T} = \rho - \frac{(\partial\rho/\rho^2)}{\partial T} \quad (1.19)$$

qui se simplifie pour donner l'expression suivante :

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P=cst} \quad (1.20)$$

et pour un gaz parfait, l'expression du coefficient de dilatation thermique volumétrique est donnée par :

$$\beta = \frac{1}{T_m} \quad (1.21)$$

1.4.2 Nombre adimensionnel :

1.4.2.1 Nombre de Reynolds :

Nombre de Reynolds est un nombre adimensionnel utilisé en mécanique des fluides pour caractériser le régime d'écoulement d'un fluide autour d'un objet ou à travers un conduit. Il est donné par la relation suivante :

$$Re = \frac{U_0 \cdot L}{\nu} = \frac{\rho \cdot L \cdot U_0}{\mu} \quad (1.22)$$

1.4.2.2 Nombre de Grashof :

Il caractérise le rapport des effets thermiques de convection naturelle aux effets visqueux.

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3}{\nu^2} \quad (1.23)$$

1.4.2.3 Nombre de Prandtl :

Le nombre Prandtl est un nombre sans dimension. Il est défini comme le rapport de la diffusivité de la quantité de mouvement, autrement dit, c'est le rapport de la viscosité cinématique à la diffusivité thermique :

$$Pr = \frac{\rho \cdot \nu \cdot c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (1.24)$$

$$\text{Avec : } \alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \quad (1.25)$$

1.4.2.4 Le nombre de Richardson :

Le nombre de Richardson est un nombre sans dimension utilisé surtout en thermodynamique. Ce nombre est en fait le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle d'une parcelle du fluide et son énergie cinétique.

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (1.26)$$

1.4.2.5 Nombre de Rayleigh :

Le Nombre de Rayleigh représente le transfert thermique à l'intérieur d'un fluide. Lorsqu'il dépasse une valeur critique, appelée Ra_{cr} , le mouvement du fluide par convection se manifeste et devient significatif. Il est souvent plus approprié que le nombre de Grashof pour décrire la convection naturelle.

$$Ra = \beta \frac{(T_c - T_f) \cdot L^3 \cdot g}{\nu \cdot \alpha} \quad (1.27)$$

$$\text{Et : } Ra = Gr \cdot Pr \quad (1.28)$$

1.4.2.6 Nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt est un nombre adimensionnel très utilisé dans les applications de transfert de chaleur il caractérise le transfert de chaleur entre la plaque et le fluide environnant. Il représente le rapport entre le flux transmis réellement de la plaque vers le fluide et le flux qui serait transmis en régime de conduction pure.

$$\phi_{réel} = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial X} \right| = h_c (T_P - T_0) \quad (1.29)$$

Avec h_c coefficient d'échange convectif local.

$$\phi_{conductif} = \frac{\lambda (T_P - T_0)}{L} \quad (1.30)$$

$$Nu = \frac{\phi_{réel}}{\phi_{conductif}} = \frac{-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial X} \right|}{\frac{\lambda (T_P - T_0)}{L}} = \frac{h_c \cdot L}{\lambda} \quad (1.31)$$

Le Nusselt moyen peut aussi être exprimé par la relation intégrale comme suit :

$$Nu_{moy} = - \int_0^L \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0} \quad (1.32)$$

1.5 Conclusion :

L'étude bibliographique présentée dans ce chapitre démontre que le sujet de la convection mixte dans une cavité trapézoïdale est d'un intérêt majeur en mécanique des fluides et en transfert de chaleur. Ces études permettent de mettre en évidence l'influence de divers paramètres physiques et géométriques sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Les travaux de recherche utilisent des différentes méthodes numériques, telles que la méthode des éléments finis et des volumes finis.

Chapitre 2 : Description de la Méthode de résolution des équations de conservation et les Logiciels utilisés

2.1 Introduction :

Dans le domaine de thermique, de la mécanique de fluides, les phénomènes physiques sont décrits par des équations aux dérivées partielles (EDP). Une solution numérique peut être possible en transformant ces équations différentielles en systèmes d'équations algébriques linéaires par une méthode de discrétisation avant de résoudre ce système par des méthodes directes ou par itérations. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation sont utilisées actuellement on peut citer par exemple :

- La méthode des différences finis.
- La méthode des éléments finis.
- La méthode des volumes finis.

Lors de notre étude, nous avons choisi la méthode des volumes finis pour résoudre le système d'équations présenté dans le chapitre précédents.

Nous avons comme objectif au cours de ce chapitre de présenter de manière détaillés les différentes étapes de la simulation numérique en CFD (Computational Fluid Dynamics) utilisant les logiciels GAMBIT et FLUENT, appliquées à notre sujet depuis la création géométrique et la génération de maillage jusqu'à la définition des conditions aux limites et convergence de calcul.

2.2 Méthode des volumes finis (MDF) :

La méthode de volumes finis est universellement employée dans la discrétisation des équations gouvernantes dans l'espace et le temps. La discrétisation transforme les équations différentielles du modèle mathématique en équation algébrique.

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Pantakar et Spalding, puis publiée en 1980 par Pantakar. Elle consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volumes finis jointifs, appelées volumes de contrôle couvrant le domaine physique.

La méthode de volumes finis maintient une base physique qui garantit la conservation de masse et de la quantité de mouvement dans chaque volume de contrôle et aussi dans tout le domaine de calcul.

Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

- La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle.
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- Écriture des équations algébriques aux nœuds du maillage.
- Résolution du système algébrique linéaire obtenu.

La résolution par le logiciel de simulation numérique de l'écoulement FLUENT nécessite la description de la logiciel GAMBIT.

2.3 Description du logiciel Gambit :

2.3.1 Définition de Gambit :

Le logiciel GAMBIT (Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit) est un mailleur 2D/3D ; pré-processeur qui permet de mailler des domaines de géométrie d'un problème de CFD. Il permet de générer un maillage structuré ou non structuré en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou axisymétriques. Il peut réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangle. Les options de génération de Gambit offrent une flexibilité de choix. On peut décomposer la géométrie en plusieurs parties pour générer un maillage structuré. Sinon, Gambit génère automatiquement un maillage non structuré adapté au type de géométrie construite. Avec les outils de vérification du maillage, les défauts sont facilement détectés.

Il peut être utilisé pour construire une géométrie et lui générer un maillage éventuellement, une géométrie d'un autre logiciel de CAO peut être importée dans ce préprocesseur. Il génère des fichiers *.msh pour Fluent.

Gambit regroupe trois fonctions principales :

- Définition de la géométrie du problèmes (construction si la géométrie est simple ou bien import de la géométrie CAO).
- Le maillage et sa vérification.
- La définition des frontières (Types de conditions aux limites) et définitions des domaines de calculs.

Si la géométrie est conçue par des logiciels de la CAO (Solidworks, CATIA...), il est conseillé d'importer des fichiers sous format ACIS *.sat et il est souvent indispensable de nettoyer la géométrie.

2.3.2 Interface et étapes de Gambit :

a) Lancer Gambit :

Après lancement du le logiciel, l'interface d'utilisation :

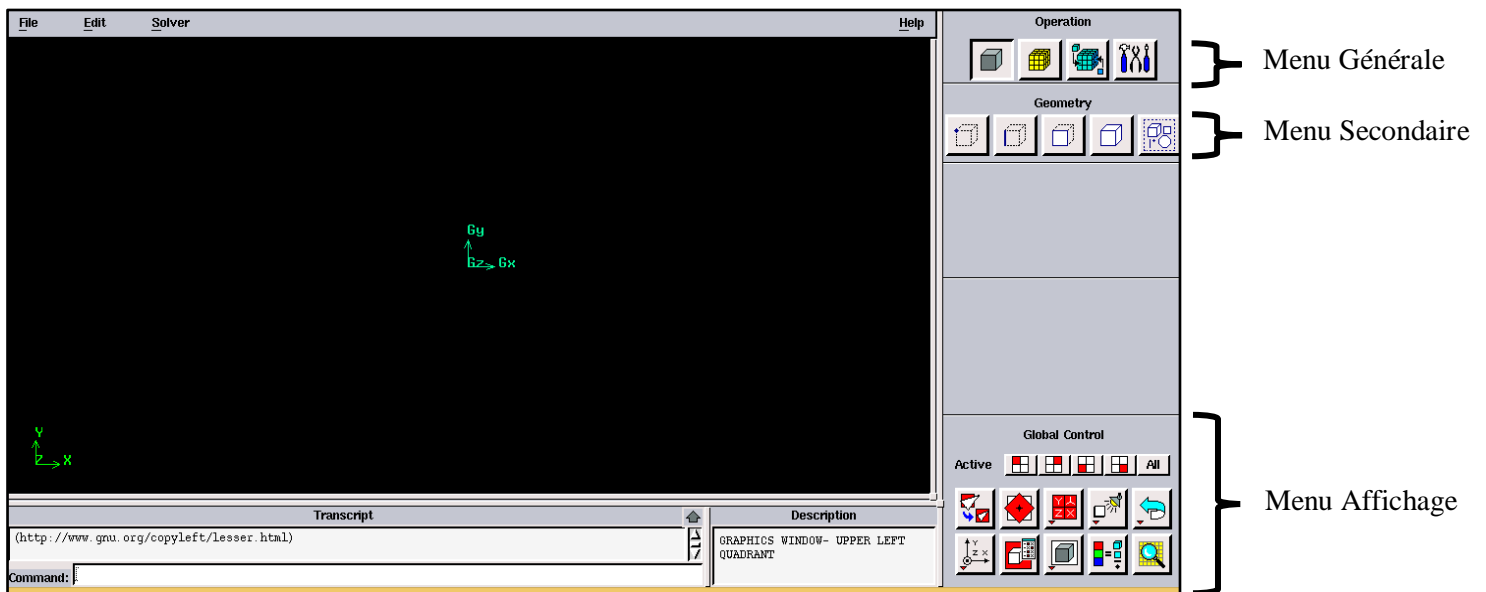


Figure 2.1 : Interface de GAMBIT

b) Construction de la géométrie :

La première opération est la construction de la géométrie. Ce menu permet de créer des volumes, des surfaces, des lignes et des points. On peut également modifier des géométries importées (Voir Fig. 2.2).

Pour assurer la création de notre géométrie sur gambit 2D on a suivi la méthode de point par point et les relier par la suite par les arrêts (edges) dans toutes les directions. Pour obtenir la géométrie souhaitée, nous avons ensuite créé les faces nécessaires.

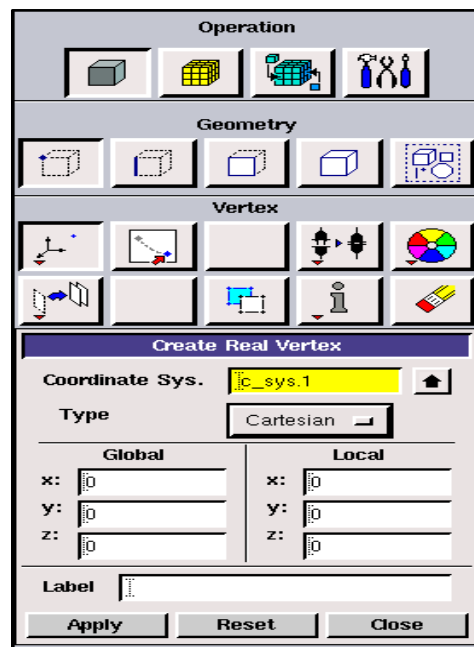


Figure 2.2 : Construction de la géométrie

c) Génération de maillage :

La seconde opération est le maillage de la géométrie. Ce menu permet de mailler des volumes, des surfaces mais aussi discrétiser des lignes.

Dans notre étude on choisit le maillage de 90*90 pour réaliser notre travail.

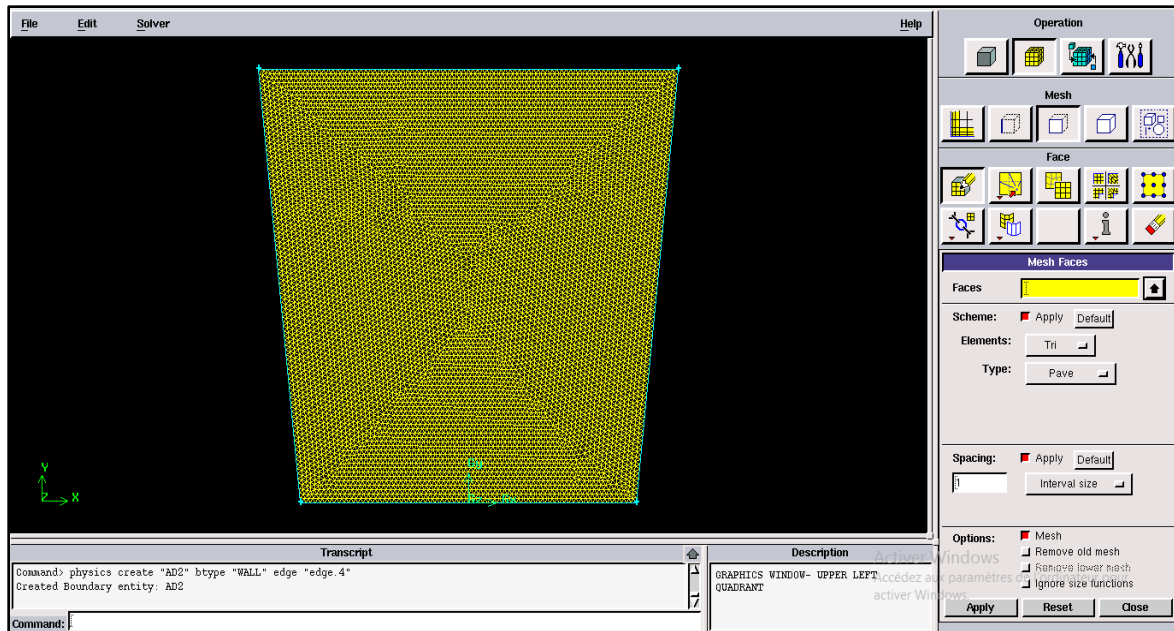


Figure 2.3 : Génération de maillage

d) Les conditions aux limites :

La troisième opération permet de définir les conditions aux limites et domaines fluides. La figure 2.4 montre les différentes conditions appliquées sur la cavité trapézoïdale.

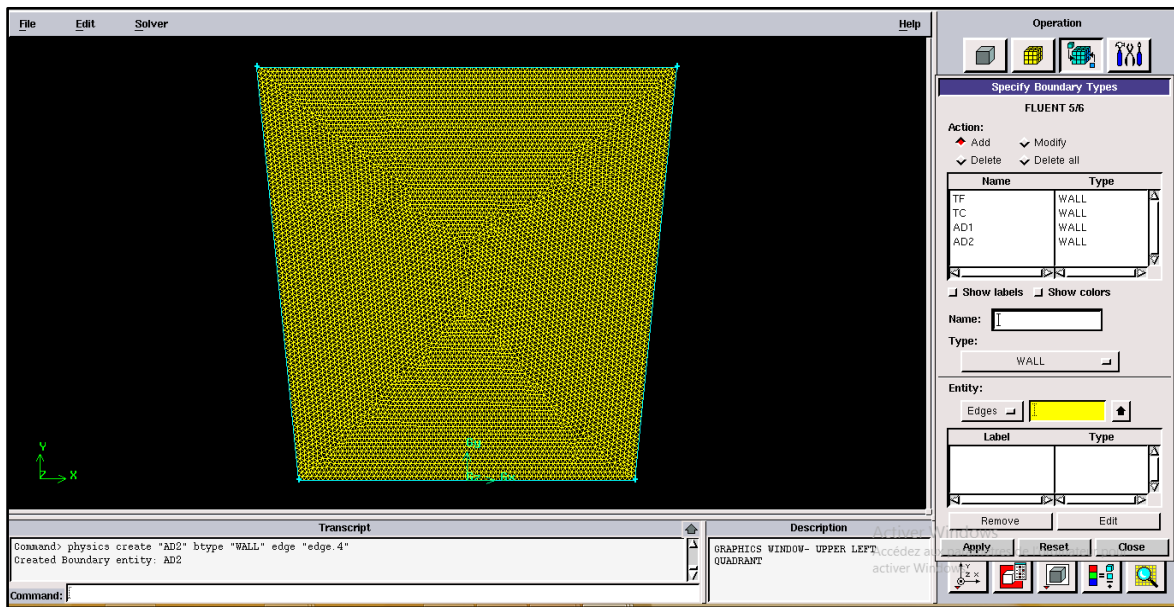


Figure 2.4 : Incorporation des conditions aux limites

e) Exportation du maillage de Gambit :

Une fois que la géométrie a été créée, que les conditions aux limites ont été définies.

La quatrième opération (Voir Fig. 2.6) consiste à exporter le maillage, *.msh pour que Fluent soit capable de le lire et de l'utiliser d'après les étapes suivantes :

File → Export → Mesh.

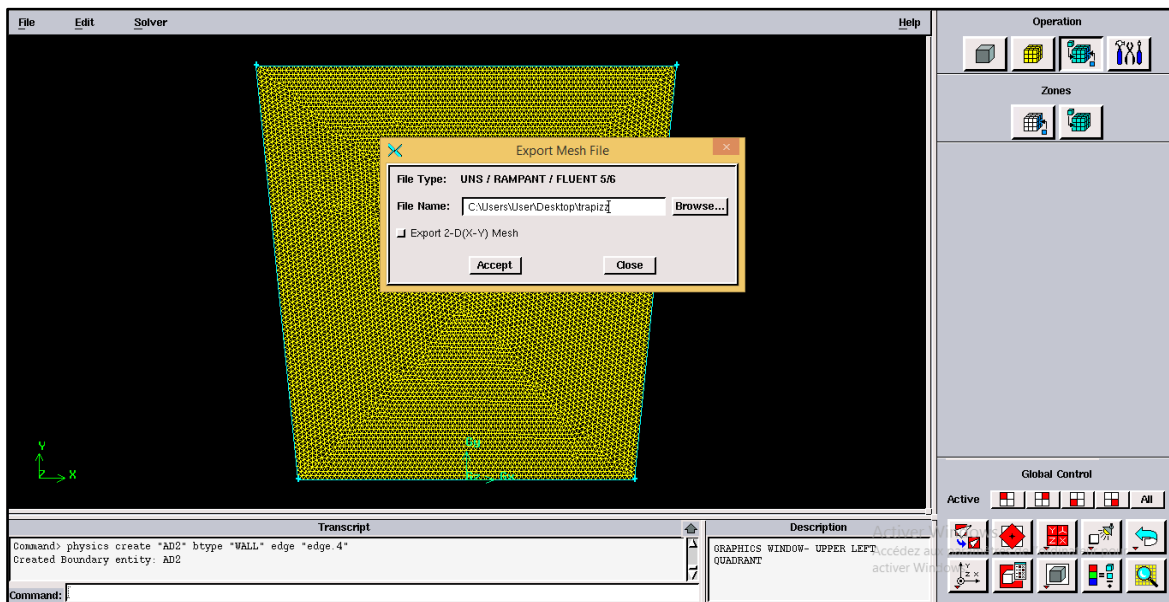


Figure 2.5 : Exportation du maillage



Figure 2.6 : Enregistrement du fichier

2.4 Le solveur fluent :

2.4.1 Définition de fluent :

FLUENT est un code de calcul pour modéliser l'écoulement des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut par exemple calculer la portance d'une aile d'avion, la traînée d'une voiture, le refroidissement de circuits électroniques par de l'air ventilé et cetera.

Les types de mailles supportées sont :

- Des mailles en 2D, triangulaires ou quadrilatérales.
- Des mailles en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales.
- Des mailles (hybrides) mixtes.

FLUENT emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement, telles que l'équation de continuité et de quantité de mouvement et de l'énergie. Il utilise cette technique basée sur l'intégration des équations sur un volume de contrôle.

2.4.2 Les étapes de solveur fluent :

a) Lancer Fluent :

Pour la présente simulation, on doit choisir les dimensions du domaine de calcul en 2D ainsi que la précision à utiliser, qui est la double précision



Figure 2.7 : Lancement du logiciel Fluent

b) Importation de la géométrie :

Pour commencer la simulation il faut importer le fichier (*.msh) généré sous Gambit Par l'étape suivante : File → Read → Case.

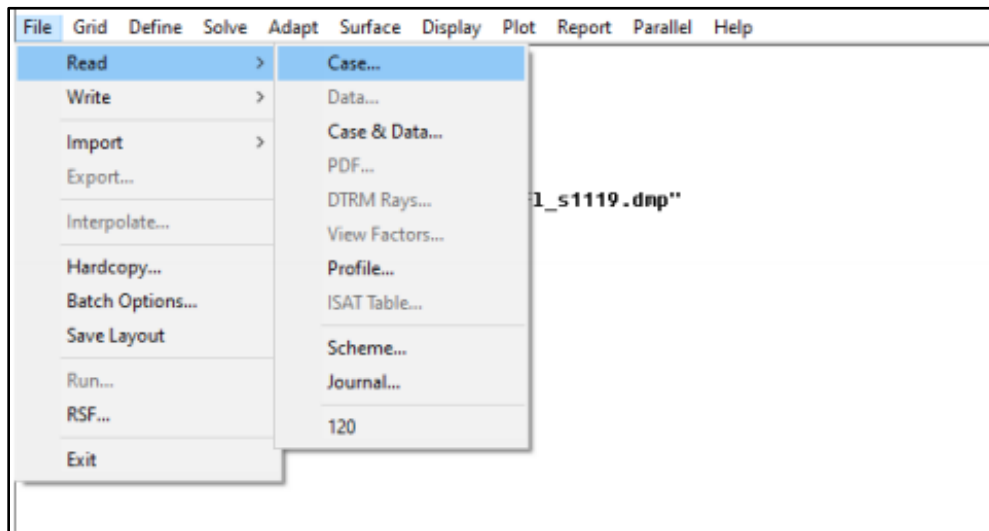


Figure 2.8 : Importation de la géométrie

c) Vérification du maillage :

Cette étape (Grid → Check) permet de vérifier si le maillage importé ne contient pas d'erreurs.

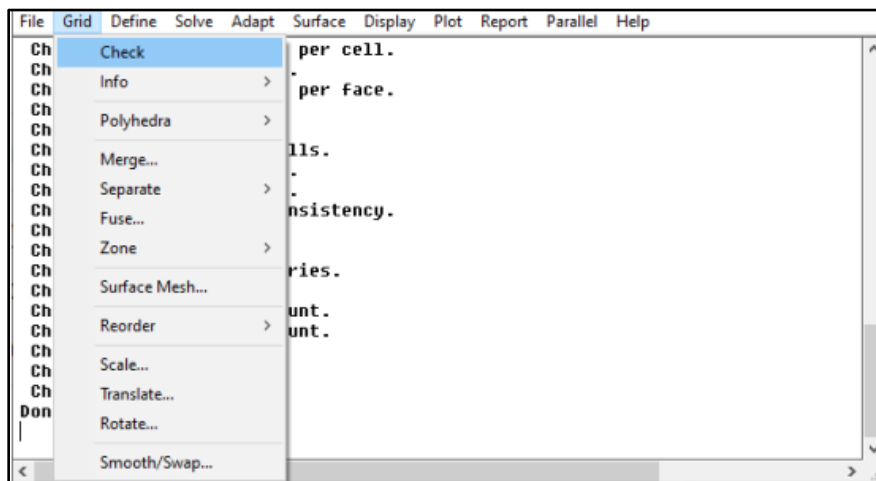


Figure 2.9 : Vérification du maillage

d) Vérification des unités et les dimensions :

Pour vérifier que les dimensions et les unités affichées correspondent aux dimensions Physiques du problème, d'après l'étape suivante : Grid → Scale.

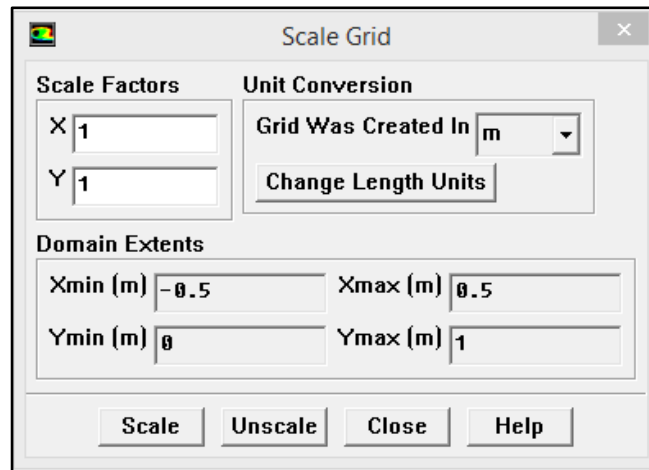


Figure 2.10 : Vérification les dimensions et les unités

2.4.3 Définition du modèle :**a) Choix du solveur :**

Cette étape (Define → Models → Solver) menu permet de choisir le type de solveur que l'on souhaite utiliser (schéma implicite, régime stationnaire, configuration 2D...) définit comme suit :

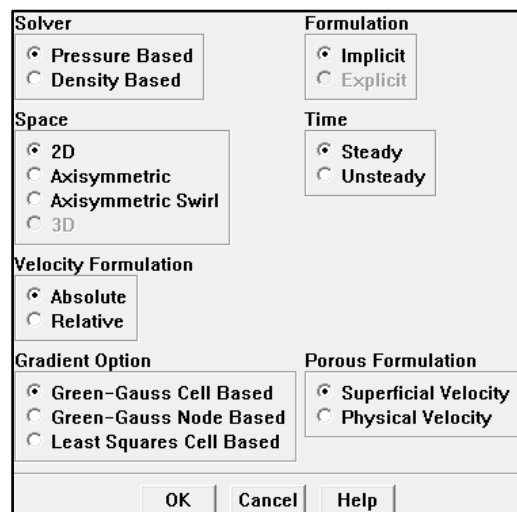


Figure 2.11 : Choix du solveur

b) Choix du régime d'écoulement :

FLUENT propose différentes modélisations de l'écoulement. Parmi lesquels les écoulements non visqueux, laminaires, turbulents et cetera.

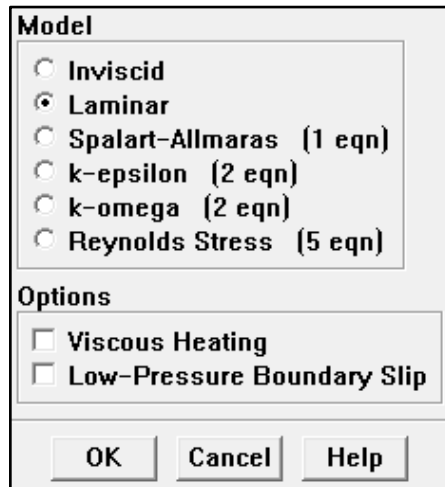


Figure 2.12 : Choix de modèle laminaire

2.4.4 Définition du matériel :

a) Les caractéristiques du matériau :

Les caractéristiques du fluide sont chargées à partir de la bibliothèque de données de FLUENT. On définit le choix de fluide comme suit : Define → Materials.

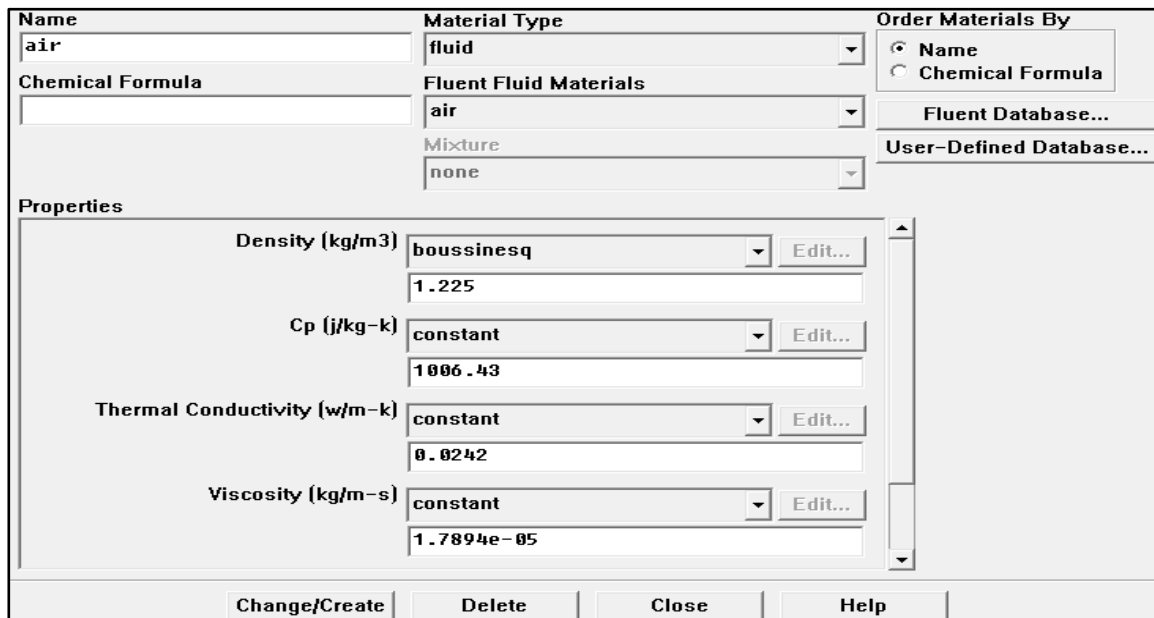


Figure 2.13 : Les caractéristiques du matériau

b) Les conditions opératoires :

Cette étape permet de définir les conditions de fonctionnement :

Section	Parameter	Value
Pressure	Operating Pressure (pascal)	101325
	Reference Pressure Location X (m)	0
	Reference Pressure Location Y (m)	0
	Operating Temperature (k)	293
Gravity	Gravity	<input checked="" type="checkbox"/>
	Gravitational Acceleration X (m/s ²)	0
	Gravitational Acceleration Y (m/s ²)	-8.08237e-07
Boussinesq Parameters	Operating Temperature (k)	293
	Variable-Density Parameters	<input type="checkbox"/> Specified Operating Density

Figure 2.14 : choix des conditions opératoires

c) Les conditions aux limites :

Ensuite, il faut fixer les valeurs des conditions aux limites pour le problème considéré.

Zone	Type
ad1	inlet-vent
ad2	intake-fan
default-interior	interface
fluid	mass-flow-inlet
tc	outflow
tf	outlet-vent
	pressure-far-field
	pressure-inlet
	pressure-outlet
	symmetry
	velocity-inlet
	wall

ID: 6

Figure 2.15 : Les températures (conditions aux limites)

The image shows a dialog box for setting boundary conditions in a fluid zone. The 'Zone Name' is 'tf' and the 'Adjacent Cell Zone' is 'Fluid'. The 'Wall Motion' section has 'Moving Wall' selected. The 'Motion' section has 'Relative to Adjacent Cell Zone' selected, with a speed of 0.00073036 m/s. The 'Direction' is set to X=1 and Y=0. The 'Shear Condition' section has 'No Slip' selected. The interface includes tabs for Momentum, Thermal, Radiation, Species, DPM, Multiphase, and UDS, and buttons for OK, Cancel, and Help.

Figure 2.16 : La vitesse d'entrée (conditions aux limites)

2.4.5 Le solveur :

a) Contrôle de la solution :

L'algorithme choisit dans notre étude est l'algorithme SIMPLE « Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations » qui permet de résoudre le système d'équations discrétisées. Cet algorithme stipule l'existence d'une relation entre les vitesses corrigées et les pressions corrigées, en vue de vérifier l'équation de conservation de la masse.

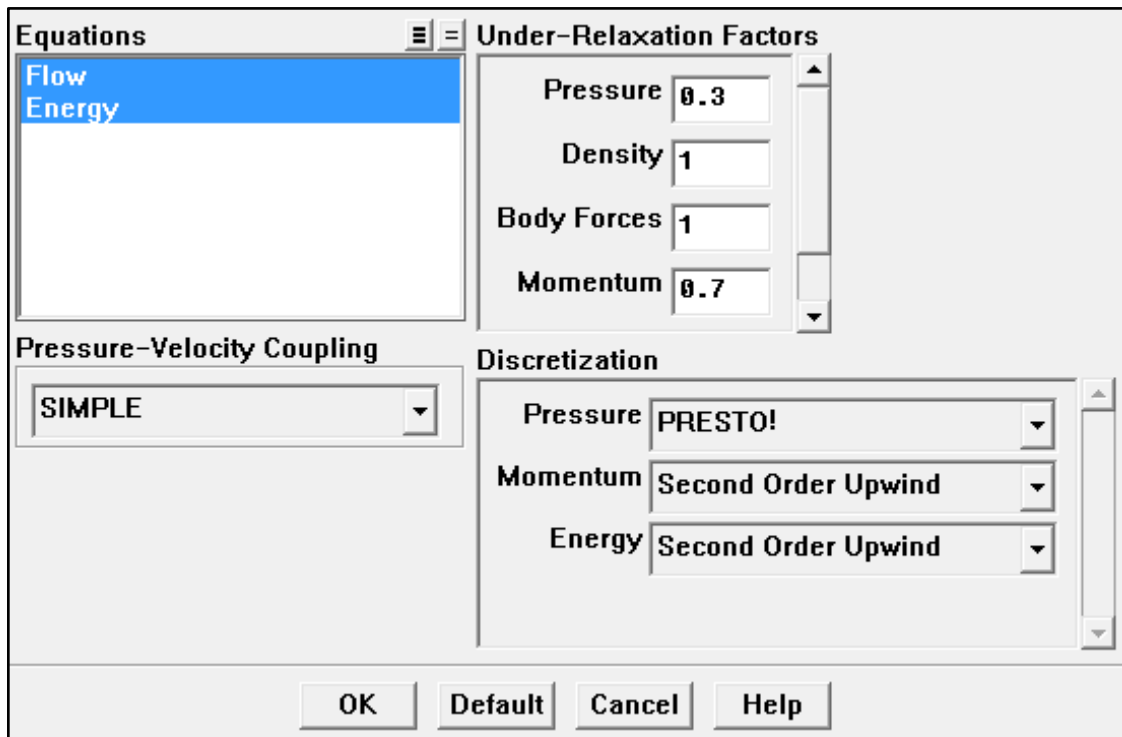


Figure 2.17 : Choix d'ordre d'équation

b) Initialisation :

Cette option permet d'initialiser le calcul : Solve → Initialize → Initialize.

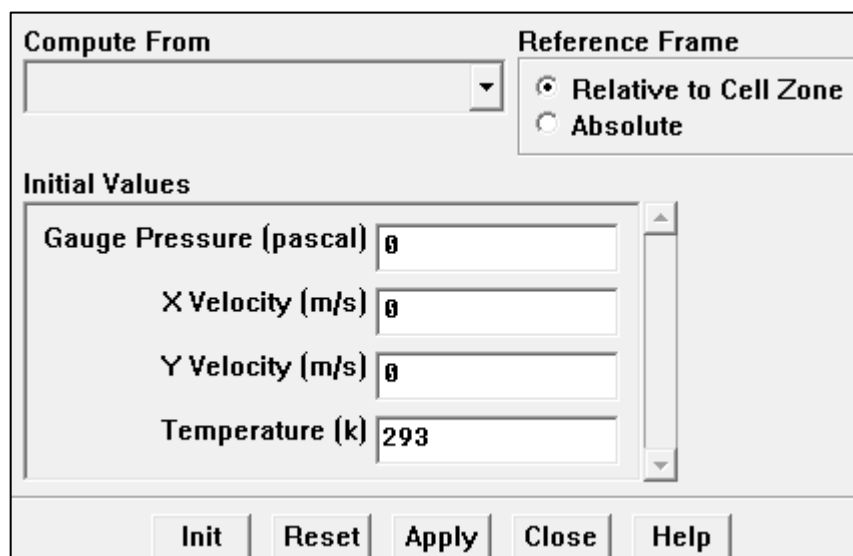


Figure 2.18 : Initialisations de calcul

c) Choix des critères de convergence :

Une procédure est convergente si toute erreur tend à décroître au cours des itérations à une valeur ϵ . Elle a convergé lorsque les itérations ne produisent plus de changements significatifs sur les variables selon un critère qui doit être défini par l'utilisateur.

Le critère de convergence est fixé pour l'ensemble de notre travail à un résidu normalisé inférieur ou égal à 10^{-6} .

Le paramétrage étant effectué, il ne reste plus qu'à choisir le nombre d'itérations que FLUENT devra réaliser (Voir Fig. 2.20).

Pour afficher la convergence à l'écran pendant les calculs sous forme d'un graphe, il faut activer l'option Plot (Voir Fig. 2.21).

Residual	Check Monitor	Check Convergence	Absolute
continuity	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1e-06
x-velocity	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1e-06
y-velocity	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1e-06
energy	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1e-06

Figure 2.19 : Choix des critères de convergence

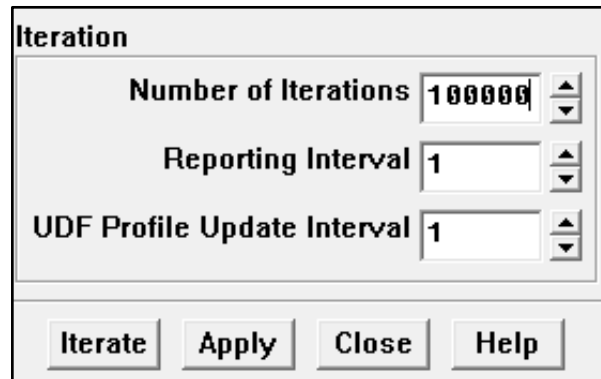


Figure 2.20 : Choix du nombre des itérations

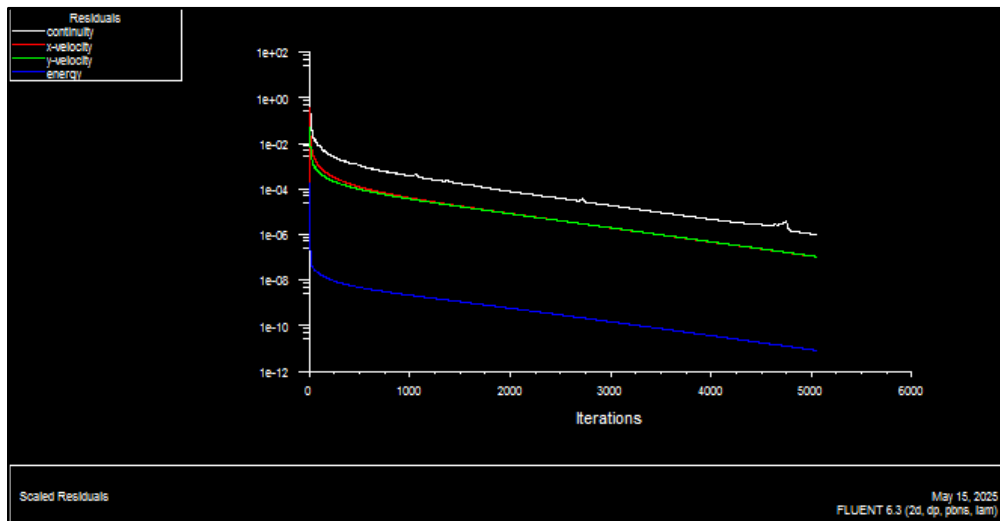


Figure 2.21 : Allures de l'évolution des résidus de calcul pour maillage 90*90

2.4.6 Post-traitement de la solution :

Fluent offre principalement la possibilité d'analyser et de visualiser les résultats à l'aide du post traitement.

- **Display** : La première option c'est le menu des contours ; elle permet d'étudier les variations des variables sous forme de ligne de courant, profile de vitesse :

Display →Contours.

- **Surface** : Représenter des réseaux (lignes, plans, etc.) avec visualisation de zone. Cette option garantit que des lignes ou des plans sont créés à partir des points de la géométrie.
- **Plot** : Plot est une option qui fournit un tracé 3D de toutes les variables.

2.5 Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons présenté la méthode de volumes finis, puis les principales étapes à suivre sur les deux logiciels GAMBIT et FLUENT pour ce travail. La résolution numérique effectuée par le logiciel FLUENT donne des résultats qui sont présentés et analysés dans le chapitre suivant.

Chapitre 03 : Résultats et discussions

3.1 Introduction :

L'objectif principal du présent travail est d'étudier numériquement les phénomènes de convection mixte dans une cavité trapézoïdale en présence d'une paroi mobile.

La première partie de ce chapitre est dédiée à la validation de modèle numérique. Une étude du maillage a été effectuée pour le cas de convection mixte dans une cavité carrée entraînée, dont les parois supérieure et inférieure sont maintenues à des températures chaudes et froides, respectivement. Les résultats ont été validés par comparaison avec des données de la littérature.

Dans la seconde partie, les effets du nombre de Richardson et du nombre de Prandtl sur l'écoulement et le transfert de chaleur seront étudiés en termes de contours de températures, ligne de courant et du nombre de Nusselt au niveau de la paroi chaude.

L'étude est divisée en deux parties : nous avons fait varier les nombres de Richardson de 0.1 à 10 (0.1, 1, 3, 6, 8, 10) , le nombre de Reynolds de 50 jusqu'à 150 (50, 100, 150) et cela pour un nombre de Prandtl fixe ($Pr = 0.74$).

Concernant l'étude de l'effet du nombre de Prandtl , nous avons fait varier ce dernier de 0.1 à 7 (0.1 , 0.667, 0.71, 1, 7) et cela pour un nombre de Reynolds fixe qui est égal à 100.

3.2 Validation du Calcul :

3.2.1 Etude du maillage :

L'étude du maillage de la convection mixte a été faite pour une cavité carrée entrainé. La cavité est constituée d'une paroi supérieure et inférieure sont maintenues à des températures chaudes et froides, respectivement. Les autres parois sont considérées comme étant adiabatiques.

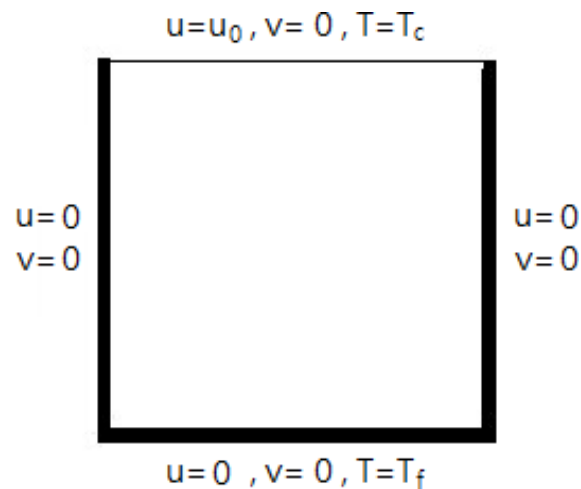


Figure 3.1 : Configuration physique

Nous avons examiné l'influence du maillage sur la solution numérique, pour cela les maillage utilisées varient de 40×40 à 120×120 .

On considère que les simulations ont été réalisées pour des nombre de Reynolds de 400 et 1000 avec un nombre de Grashof est égal à 10^4 et $Pr = 0.71$.

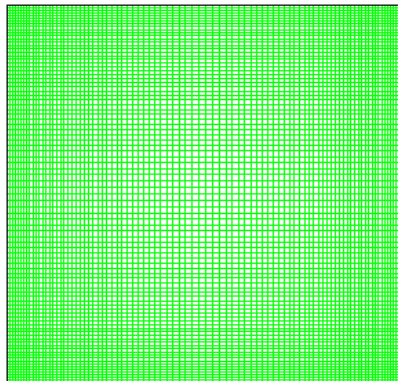


Figure 3.2 : Forme du maillages utilisés

Afin de valider nos résultats nous avons présentés, dans la Figure 3.3, la variation du nombre de Nusselt moyen au niveau de la paroi chaude obtenus pour chaque maillage considéré. Etant donné la faible valeur de l'erreur et afin d'économiser le temps de calcul, le maillage de 90*90 est adopté pour le reste du travail.

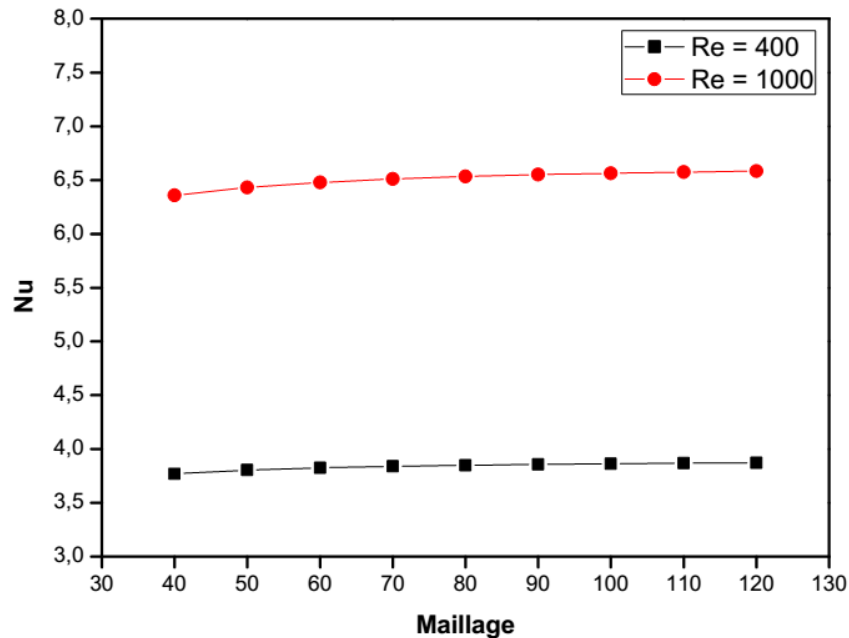


Figure 3.3 : Etude du maillage (Re = 400 et 1000 pour un Gr = 10^4).

3.2.2 Validation physique :

La validation du code a été effectuée en comparant nos résultats numériques avec les travaux de Sivakumar et Sivasankaran [11], Sharif [12] et Iwatsu et al [13].

Pour Sivakumar et Sivasankaran une comparaison du nombre de Nusselt moyen (sur la paroi chaude) pour la convection mixte dans une cavité inclinée à paroi mobile avec chauffage non uniforme sur les parois latérales.

Les travaux de Sharif et Iwatsu et al, nous avons aussi comparé le nombre de Nusselt moyen (sur la paroi chaude) pour la convection mixte laminaire dans des cavités peu profondes inclinées avec paroi supérieure mobile chauffée et paroi inférieure refroidie.

De plus, une comparaison a été réalisée pour la convection mixte dans une cavité a paroi mobile en présence d'un gradient thermique vertical stable.

Les résultats obtenus sont respectivement illustrés dans les tableaux 3.1 et 3.2.

On constate que l'erreur maximale ne dépasse pas les 6% ce qui signifie que nos résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature.

Tableau 3.1 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen obtenu dans notre étude avec celui obtenu dans les résultats de la littérature.

<i>Re</i>	\overline{Nu}			
	$Gr = 10^4$			
	Présent travail	Sivakumar et Sivasankaran [11]	Sharif [12]	Iwatsu et al [13]
400	3.85	3.85	3.82	3.62
1000	6.55	6.47	6.50	6.29

Tableau 3.2 : Comparaison des erreurs du nombre de Nusselt moyen avec les résultats de la littérature.

<i>Re</i>	Erreur par rapport à Sivakumar et Sivasankaran [11]	Erreur par rapport à Sharif [12]	Erreur par rapport à Iwatsu et al [13]
400	0 %	0.78 %	5.97 %
1000	1.22 %	0.76 %	3.97 %

3.3 Résultats et discussions :

Le principal objectif du présent travail est d'étudier la convection mixte dans une cavité trapézoïdale en présence d'une paroi supérieure mobile.

La paroi inférieure est chauffée, la paroi supérieure refroidie et les parois latérales inclinées sont adiabatique. (Voir Fig. 3.4)

Le maillage (Voir Fig. 3.5) utilisé est celui qui a été choisi lors de la validation, notamment 90*90.

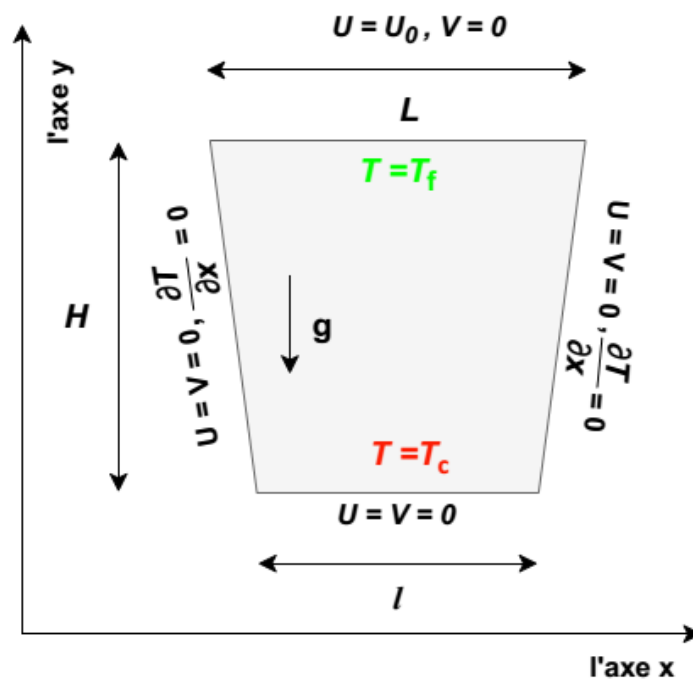


Figure 3.4 : Configue physique du phénomène étudié

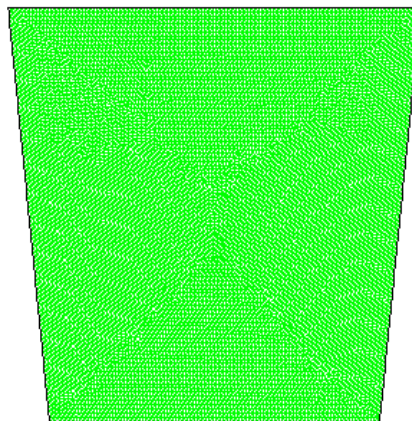


Figure 3.5 : Maillage 90*90 de la cavité.

3.3.1 L'effet du nombre de Richardson :

Des simulations numériques ont été effectuées pour $Ri = 0.1, 1, 3, 6, 8$ et 10 et $Re = 50, 100$ et 150 , pour voir l'effet du nombre de Richardson sur les différentes structures de l'écoulement ainsi que la qualité du transfert de chaleur dans la cavité. Le paramètre maintenu constant dans cette partie est le nombre de Prandtl $Pr = 0.74$ (air).

Les Figure 3.6 et 3.7 présentent l'effet du nombre de Richardson ($Ri=0.1, 1$ et 10) pour différents nombres de Reynolds ($Re = 50, 100$ et 150) sur les contours des températures et lignes de courant dans la cavité trapézoïdale.

Pour des valeurs faibles du nombre de Richardson ($Ri=0.1$), les contours de températures sont influencés par le mouvement de la paroi supérieur mobile et la distribution de température est plus uniforme dans la cavité. On constate pour les lignes de courant que le vortex se rapproche de la paroi supérieure avec l'augmentation du nombre de Reynolds ce qui signifie que la convection forcée est dominante. Puis, à $Ri=1$, les isothermes et les lignes de courant montrent l'interaction entre les deux phénomènes (convection mixte) les forces de flottabilité et de cisaillement commencent à influencer la structure de l'écoulement. A mesure que Re augmente, le vortex principal est décalé, surtout en bas de la cavité et les contours de températures commencent à montrer plus de courbure.

Enfin, pour des Ri élevés ($Ri=10$), la convection naturelle prédomine sur la structure de l'écoulement. La paroi mobile a une influence moins remarquée sur les contours de température dans la majorité de la cavité. Une déformation marquée du vortex principal est observée (visible sur les lignes de courant), qui se déplace vers le centre de la cavité due aux forces de flottabilité, son déplacement et sa déformation étant accrus par l'augmentation de Re .

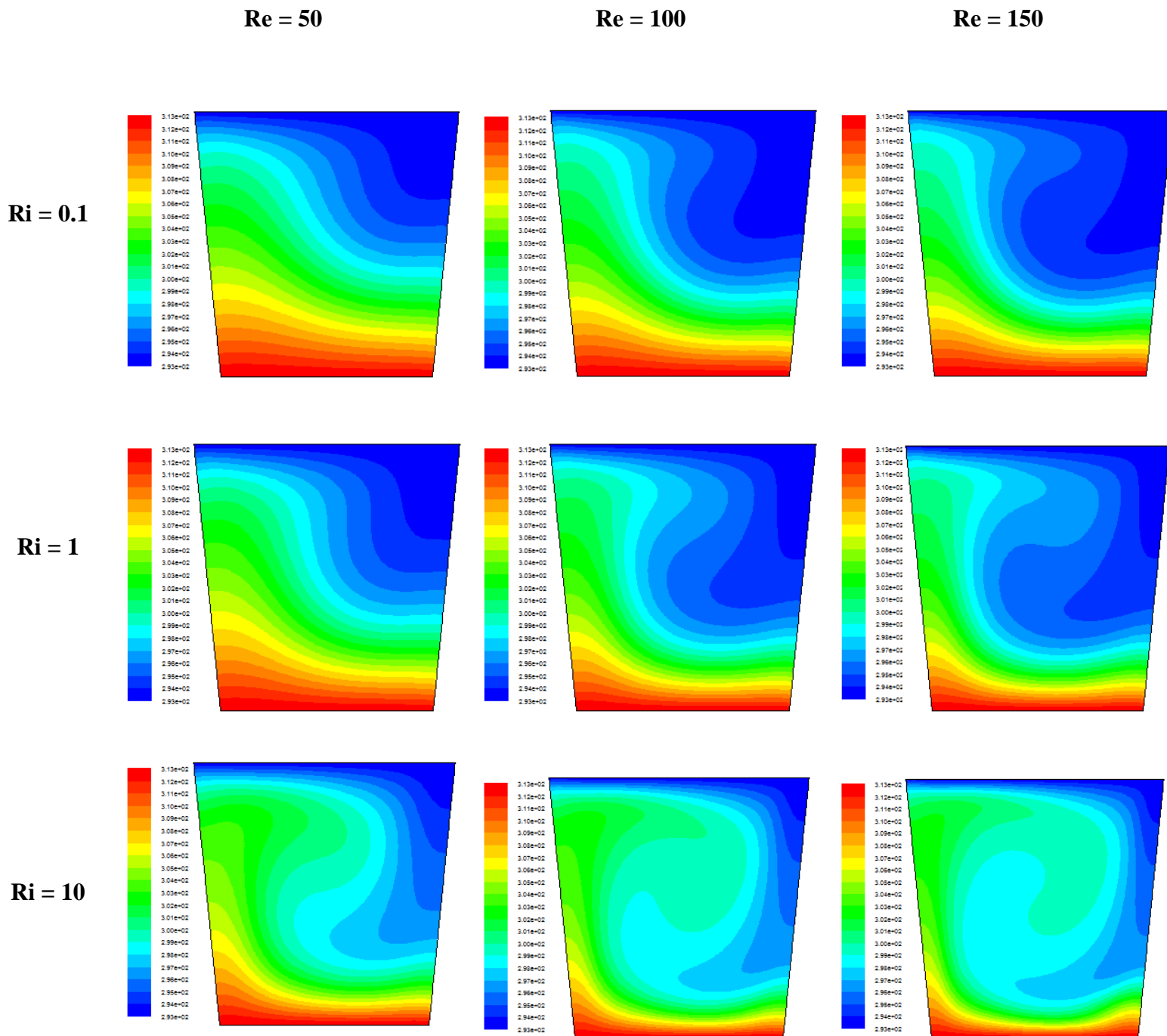


Figure 3.6 : Contours de température pour $Re = 50, 100$ et 150 et $Ri = 0.1, 1$ et 10 ($Pr = 0.74$)

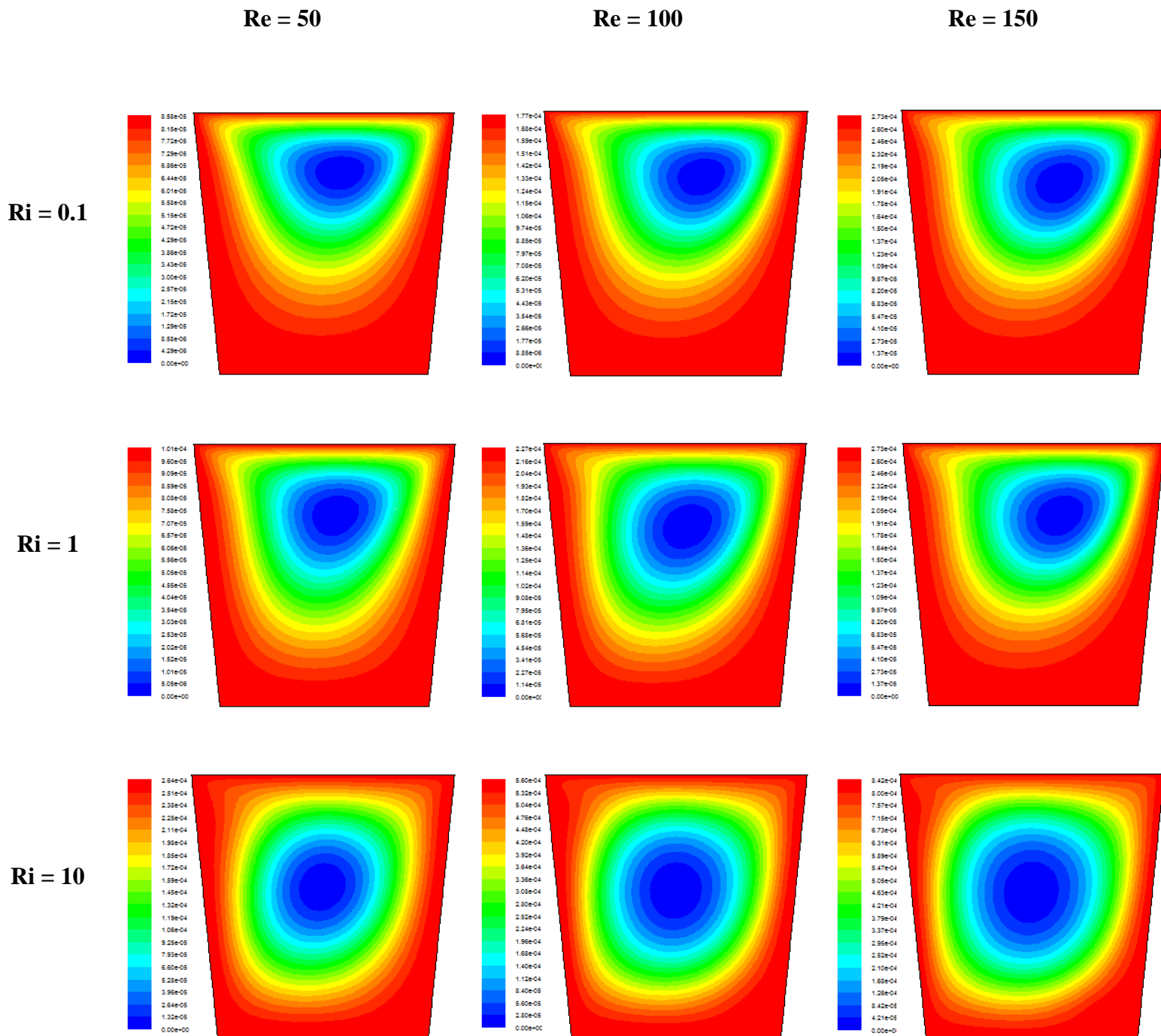


Figure 3.7 : Lignes de courant pour $Re = 50, 100$ et 150 et $Ri = 0.1, 1$ et 10 ($Pr = 0.74$)

La figure 3.8 qui suit illustre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre Richardson pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

Le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de Re due à la paroi mobile supérieur pour toutes les valeurs de Ri donnés.

Pour $Ri < 1$, on remarque que les valeurs de Nusselt augmentent de 18,29 % pour $Re=50$ et de 31,92 % pour $Re = 150$. Cela indique que le transfert de chaleur est principalement gouverné par la convection forcée (l'effet de flottabilité est très faible) jusqu'à ce que la valeur de Ri égal à 1 (convection mixte) que les deux effet (forcée et naturelle) sont comparable.

Puis, pour $Ri > 1$, on constate que les valeurs de Nusselt continuent d'augmenter de 69,58 % pour $Re=50$ et de 62,68 % pour $Re = 150$. Cela signifie que la convection naturelle a un rôle majeur dans l'amélioration de transfert de chaleur (la flottabilité est très dominante).

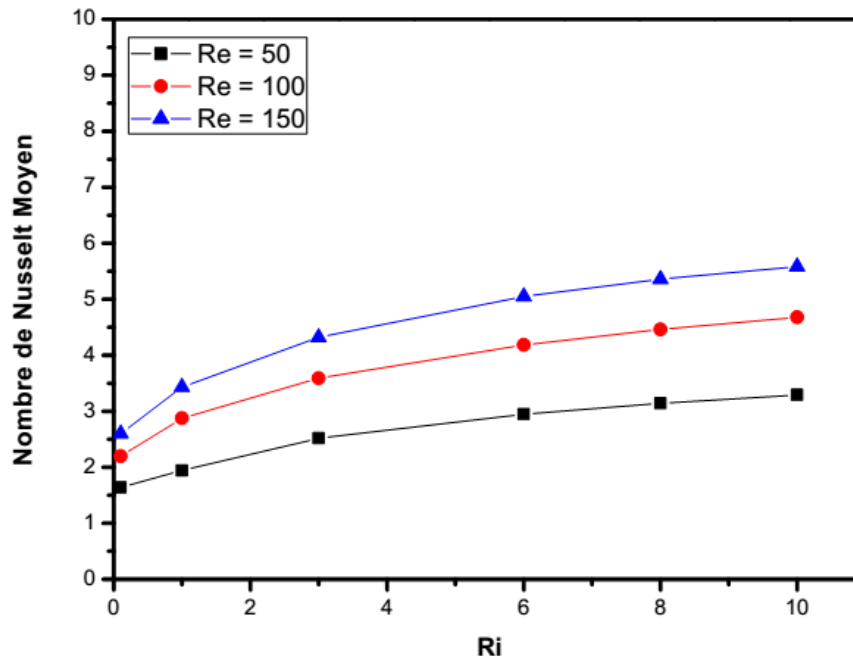


Figure 3.8 : Variation du Nombre de Nusselt moyen en fonction du Nombre de Richardson pour $Ri = 0.1, 1, 3, 6, 8$ et 10 .

3.3.2 L'effet du nombre de Prandtl :

Dans cette section, nous étudions l'influence de nombre de Prandtl ($Pr=0.1, 0.667, 0.71, 1$ et 7) pour des différents nombres de Richardson ($Ri=0.1, 1, 3, 6, 8$ et 10) sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide.

Le paramètre maintenu constant dans cette section est $Re=100$.

Les figure 3.9 et 3.10 qui suivent illustrent les contours de température et les lignes de courants à différents nombres de Prandtl ($Pr= 0.1, 1$ et 7) pour $Ri = 0.1, 1$ et 10 .

L'augmentation de Ri (de $0,1$ à 10) amplifie l'influence de la convection naturelle. Cela provoque une déformation marquée des isothermes. De plus, pour les lignes de courants, cela permet l'augmentation de l'influence des forces de la flottabilité, ce qui se traduit par une déformation du vortex primaire et surtout par la naissance et développement de vortex secondaires au sien de la cavité.

Pour de faibles nombres de Prandtl ($Pr = 0,1$) la chaleur diffuse plus rapidement. Les isothermes restent horizontales, parallèles à la paroi supérieure mobile ($Ri= 0,1$ et 1). À $Ri=10$ elles présentent une courbure vers le centre de la cavité. Les gradients de température restent relativement faibles, et en termes de lignes de courant le vortex primaire reste dominant et légèrement déformé même si Ri est très élevé. Cela montre que l'impact des forces de flottabilité est négligeable car la diffusivité thermique est plus élevée que la diffusivité de la quantité de mouvement. De plus, le transfert de chaleur est principalement dominé par la conduction.

Puis, pour un nombre de Prandtl de 1 , la diffusion thermique (diffusivité thermique) et la diffusion de la quantité de mouvement (viscosité) sont égales. Cela signifie que la chaleur et la quantité de mouvement se propagent à des vitesses comparables dans le fluide, ce qui entraîne une amélioration du transfert de chaleur par convection, les forces de flottabilité commencent à influencer l'écoulement, et à $Ri = 10$, la convection naturelle devient dominante. On observe qu'au cour de l'augmentation de Ri les contours de température sont fortement déformés et s'inclinent clairement, et pour les lignes de courant, le vortex primaire est significativement déformé.

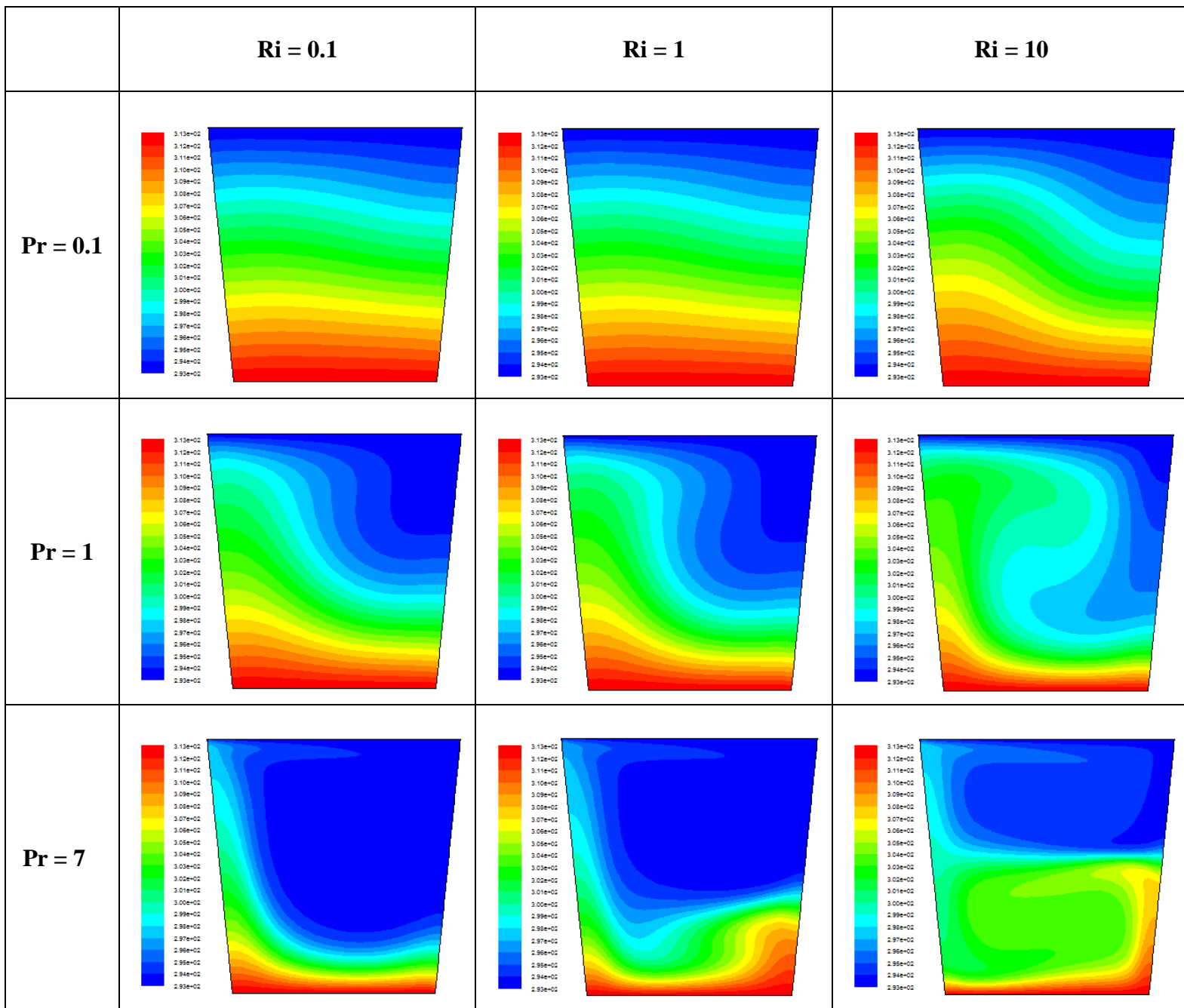


Figure 3.9 : Contours de température pour Pr = 0.1, 1 et 7 et Ri = 0.1, 1 et 10 (Re = 100)

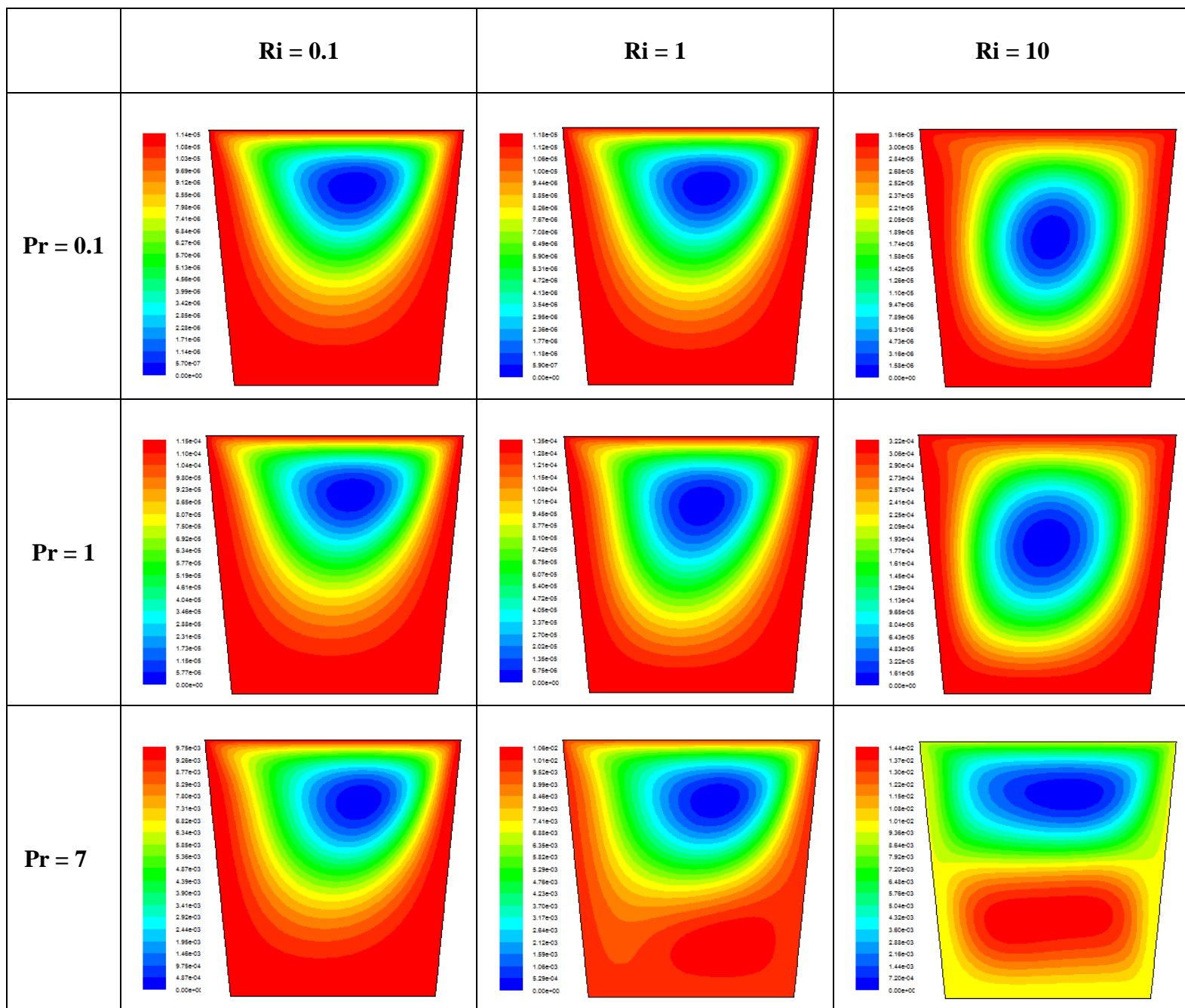


Figure 3.10 : Lignes de courant pour Pr = 0.1 ,1 et 7 et Ri = 0.1, 1 et 100 (Re = 100)

Ensuite, pour les nombres de Prandtl élevés ($Pr=7$), la chaleur se diffuse lentement. La diffusion de la quantité de mouvement est plus élevée que la diffusion thermique, ce qui permet d'observer clairement l'apparition d'un vortex secondaire qui circule dans la direction opposée à celle du vortex primaire (pour les lignes de courant) et créant des zones de forts gradients et une distribution de température (pour les contour de température), le tout entraîné par l'effet des forces de flottabilité indiquant la domination de la convection naturelle sur le transfert de chaleur à mesure que le nombre de Richardson augmente .

La figure 3.11 montre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Richardson pour différents nombres de Prandtl pour un nombre de Reynolds fixé à $Re = 100$.

Pour $Pr = 0.1$, On remarque une légère augmentation (variant de 1.18 pour $Ri = 0.1$ à 2.91 pour $Ri = 8$), puis une légère diminution à $Ri=10$. Cette remarque suggère que la géométrie de la cavité créer des zones où le fluide circule moins efficacement et qu'à faibles nombres de Prandtl le fluide transfère rapidement la chaleur mais réagit lentement au mouvement créé par les forces d'inertie, ce qui peut créer une saturation. Lorsque les forces de flottabilités deviennent très importantes ($Ri = 10$) pour un faible nombre de Prandtl, les couches thermique horizontales isolent les parois du mouvement transversal du fluide, ce qui conduit à une baisse du nombre de Nusselt, ce phénomène est appelé stratification thermique.

Pour $Pr=0.667$ et $Pr = 0.71$ on observe que les deux courbes sont très proches. La variation du nombre de Nusselt moyen augment de manière significative avec l'augmentation de Ri . Cela montre que pour ces fluides (l'hélium et l'air) la convection naturelle joue un rôle plus important dans l'amélioration du transfert de chaleur.

Pour $Pr = 1$ on observe que le nombre de Nusselt moyen augmente progressivement avec l'augmentation de Ri . Ce qui signifie que l'augmentation de l'effet de flottabilité (convection naturelle) continue à améliorer le transfert de chaleur.

Pour $Pr = 7$, on remarque que le nombre de Nusselt moyen est généralement élevé et augmente avec Ri . Pour les fluides comme les huiles et les liquides visqueux ont des Pr élevés ce qui indique que le transfert de chaleur est plus efficace.

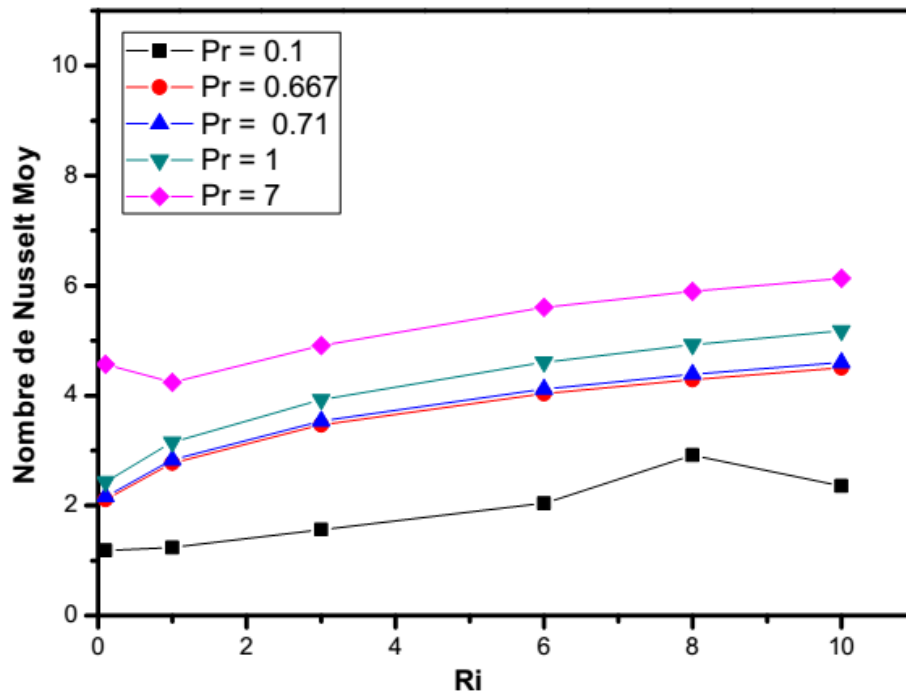


Figure 3.11 : Variation du Nombre de Nusselt moyen pour le nombre de Prandtl ($Pr = 0.1$, 0.667 , 0.71 , 1 , et 7) et du nombre de Richardson ($Ri = 0.1, 1, 3, 6, 8$ et 10).

3.4 Conclusions :

Nous avons traité dans ce chapitre les résultats du sujet qui est proposé dans ce mémoire qui concerne l'étude numérique de convection mixte dans une cavité trapézoïdale à paroi mobile. Nous avons commencé par présenter les résultats qui ont été validés avec les ceux de la littérature pour un écoulement en convection mixte dans une cavité carrée entraînée, puis nous avons effectué des simulations numériques pour étudier l'influence du nombre de Richardson et nombre de Prandtl sur les différentes structures de l'écoulement ainsi que le transfert de chaleur. Les conclusions tirées de cette étude sont les suivantes :

- La variation du des différents paramètres contrôlant le phénomène physique influent d'une manière significative sur les différentes structures de l'écoulement.
- Le transfert de chaleur est globalement amélioré en augmentant le nombres de Reynolds, le nombre de Richardson et le nombre de Prandtl.

Conclusion Générale

L'étude de la convection est depuis toujours un domaine d'investigation de grande importance vue les questions fondamentales qu'elles soulèvent d'une part, et sa présence dans les applications Industrielles diversifiées d'une autre part.

Dans le présent travail, la méthode des volumes finis par l'approche de l'algorithme SIMPLER est utilisée pour résoudre numériquement le problème de la convection mixte dans une cavité trapézoïdale ayant une paroi supérieur mobile maintenue à une température froide et la paroi inférieure maintenue à une température chaude. Les deux parois latérales sont considérées adiabatiques.

En premier lieu, nous avons effectué une analyse des travaux de recherche portant sur la convection mixte dans des cavités trapézoïdale. Ces travaux utilisent différentes méthodes numériques, telles que la méthode des éléments finis et des volumes finis. L'influence des nombres de Rayleigh, Richardson, Hartmann et d'autres paramètres sur le Nusselt, l'énergie cinétique et la production d'entropie a été largement étudiée.

En second lieu, Dans le but de donner plus de confiance aux résultats obtenu dans ce mémoire, une validation pour le phénomène de convection mixte a été faite, en comparant les résultats obtenus avec des résultats numériques présentes dans la littérature.

On a simulé ensuite avec le logiciel FLUENT pour différentes valeurs de nombre de Reynolds ($Re = 50, 100$ et 150) et différents nombres de Prandtl ($Pr = 0.1, 0.667, 0.71, 1$ et 7) en augmentant le nombre de Richardson ($Ri = 0.1, 1, 3, 6, 8$ et 10) afin de voir leurs effets sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats obtenus montrent :

- L'augmentation des nombres de Reynolds et de Richardson produit un taux de transfert de chaleur nettement plus élevé

- Pour des faible Ri , la convection forcée domine l'écoulement et le transfert de chaleur et pour des Ri élevée, la convection naturelle domine l'écoulement, pour $Ri=1$ c'est la convection mixte (pure).
- Le nombre de Prandtl a un impact significatif sur la distribution de la température à l'intérieure de la cavité. Cela s'explique par le fait que Pr représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité thermique.
- Le nombre de Nusselt moyen augmente lorsqu'on augmente le nombre de Richardson de 0.1 à 10 ainsi quand on augmente du nombre de Pr de 0.1 à 7. Les résultats montrent que le transfert de chaleur s'améliore de 114, 61 % (l'effet Ri) et de 160,85 % (pour l'effet de Pr).

Références

- [1] M.A. El-Shorbagy, Farshad Eslami, Muhammad Ibrahim, Pouya Barnoon, Wei-Feng Xia, Davood Toghraie, “Numerical investigation of mixed convection of nanofluid flow in a trapezoidal channel with different aspect ratios in the presence of porous medium”, *Case Studies in Thermal Engineering* 25 (2021) 100977.
- [2] Hijaz Ahmad, Rashid Mahmood, Muhammad Bilal Hafeez, Afraz Hussain Majeed, Sameh Askar, Hasan Shahzad, “Thermal visualization of Ostwald-de Waele liquid in wavy trapezoidal cavity: Effect of undulation and amplitude”, *Case Studies in Thermal Engineering* 29 (2022) 101698.
- [3] Zafar Hayat Khan, Zhiquan Yang, Waqar A. Khan, Mikhail A. Sheremet, Weifen Wua, “Computational investigation of magnetohydrodynamic convective flow in a trapezoidal cavity with multiple obstacles via finite element analysis”, *Thermal Science and Engineering Progress* 50 (2024) 102570.
- [4] M.M. Haque, M.S. Alam,” Natural convective heat transfer of Al₂O₃-Cu/water hybrid nanofluid in a rectotrapezoidal enclosure under the influence of periodic magnetic field”, *International Journal of Thermofluids* 22 (2024) 100661.
- [5] Mohammed Azeez Alomari, Khaled Al-Farhany, Alaa Liaq Hashem, Mohamed F. Al-Dawody, Fares Redouane, Olalekan Adebayo Olayemi,” Numerical Study of MHD Natural Convection in Trapezoidal Enclosure Filled With (50%MgO-50%Ag/Water) Hybrid Nanofluid: Heated Sinusoidal from Below”, *International Journal of Heat and Technology*, Vol. 39, No.4, (August, 2021), pp. 1271-1279.
- [6] Gagnon Koffi Apédanou, Kokou N’wuitcha, Yendoubé Laré and Kossi Napo, “Numerical Study of Natural Solutal Convection in an Isoscele Trapezoidal Cavity”, *Asian Journal of Physical and Chemical Sciences* (2022), Volume 10, Issue 4, Page 69-87.

- [7] Priyajit Monda, T. R. Mahapatra, Rujda Parveen, and Bikash C. Saha, “Heat Generation/Absorption in MHD Double Diffusive Mixed Convection of Different Nanofluids in a Trapezoidal Enclosure”, *Journal of Nanofluids* (2024), Vol. 13, pp. 339–349.
- [8] Sardar Bilal, Noor Zeb Khan, Ali Akgül,” Numerical study of the effect of aspect ratio on the entropy generation due to Rayleigh–Benard convection in 2D trapezoidal cavity”, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry* (2024) 149:7121–7134. <https://doi.org/10.1007/s10973-024-13180-x>.
- [9] Muhamad S. Ishak, Ammar I. Alsabery, Ishak Hashim & Ali J. Chamkha,” Entropy production and mixed convection within trapezoidal cavity having nano-fluids and localised solid cylinder”, *Scientific Reports* (2021)11:14700
<https://doi.org/10.1038/s41598-021-94238-w>.
- [10] S. Saqib Shah, Rizwan Ul Haq, Wael Al-Kouz,” Mixed convection analysis in a split lid-driven trapezoidal cavity having elliptic shaped obstacle”, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 126 (2021) 105448.
- [11] V. Sivakumara and S. Sivasankaran, “Mixed convection in an inclined lid-Driven cavity with non-uniform heating on both sidewalls”, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 55, No. 4, pp. 634–649 (2014).
- [12] M.A.R. Sharif, “Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom”, *Applied Thermal Engineering* 27 (2007) 1036–1042.
- [13] R. Iwatsu, J.M. Hyun and K. Kuwahara, “Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient”, *Int. J. Heat Mass Transfer* 36, 1601–1608 (1993).