



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Abdel Hamid Ibn Badis de Mostaganem  
Faculté des Sciences Exactes et l'Informatique

Domaine Sciences de la Matière

Département de Physique

**Projet de Fin d'Etudes**

**Pour l'obtention du Master en Physique**

Option : Modélisation et Caractérisation des Matériaux

Présenté  
Par

**Bouziane Ismail**  
Sujet

**Etude de la transmission d'une onde électronique dans un  
système désordonné à une dimension.**

Soutenu le 24 juin 2014

Devant le jury composé de :

|                |            |                          |              |
|----------------|------------|--------------------------|--------------|
| Meghoufel F    | M.C .B     | Université de Mostaganem | Examinatrice |
| Belaroussi T   | M.C .B     | Université de Mostaganem | Examineur    |
| Senouci Khaled | Professeur | Université de Mostaganem | Encadreur    |

Année universitaire : 2013-2014

## Table des matières

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| Table des matières : .....    | I   |
| Introduction générale : ..... | III |

## CHAPITRE I : Généralités sur les systèmes désordonnés

|       |                                                             |    |
|-------|-------------------------------------------------------------|----|
| I.    | Introduction : .....                                        | 1  |
| II.   | Historique : .....                                          | 2  |
| III.  | Les systèmes ordonnés : .....                               | 2  |
| IV.   | Les systèmes désordonnés : .....                            | 2  |
| V.    | Désordre et structure : .....                               | 3  |
|       | a. Désordre structural : .....                              | 3  |
|       | b. Désordre topologique : .....                             | 3  |
|       | c. Désordre compositionnel : .....                          | 3  |
| VI.   | Transition de phase Métal-isolant : .....                   | 4  |
| VII.  | Modèle d'Anderson : .....                                   | 5  |
| VIII. | La théorie d'échelle de la localisation d'Anderson : .....  | 7  |
| IX.   | Critères de localisation : .....                            | 10 |
|       | a. Rapport de participation inverse : .....                 | 10 |
|       | b. Exposant de Lyapunov : .....                             | 10 |
|       | c. Longueur de localisation : .....                         | 10 |
|       | d. Le coefficient de transmission : .....                   | 11 |
| X.    | Modèles de Propagation d'une onde électronique : .....      | 11 |
|       | a. Modèle de Kronig-Penney : .....                          | 11 |
|       | b. Le modèle de liaisons fortes (The tight-binding) : ..... | 13 |
|       | i. Description du modèle : .....                            | 13 |

## CHAPITRE II : Technique de la matrice de transfert

|       |                                                                       |    |
|-------|-----------------------------------------------------------------------|----|
| I.    | Introduction : .....                                                  | 15 |
| II.   | Une expérience de diffusion : .....                                   | 16 |
| III.  | Matrice de diffusion et matrice de transfert : .....                  | 17 |
| IV.   | Transmission et la réflexion Amplitudes : .....                       | 18 |
| V.    | Multiplication des matrices de transfert : .....                      | 19 |
| VI.   | VI. Potentiels rectangulaires : .....                                 | 21 |
|       | a. matrice de transfert : .....                                       | 21 |
| VII.  | Transmission dans un système périodique $E > V_0$ : .....             | 23 |
|       | a. Matrice de Transfert : .....                                       | 23 |
|       | b. Coefficient de transmission : .....                                | 24 |
| VIII. | Le modèle de Kronig-Penny dans la limite de la fonction delta : ..... | 25 |

## CHAPITRE III : Modèle et méthode de calcul

|     |                      |    |
|-----|----------------------|----|
| I.  | Introduction : ..... | 27 |
| II. | Formalisme : .....   | 28 |

## Table des matières

|                      |                                                                  |    |
|----------------------|------------------------------------------------------------------|----|
| a.                   | Modèle A :.....                                                  | 28 |
| b.                   | Modèle B :.....                                                  | 29 |
| III.                 | Résultats et discussion :.....                                   | 30 |
| a.                   | La transmission entre le potentiel de barrière et de puits:..... | 33 |
| Conclusion :.....    |                                                                  | 37 |
| Bibliographie :..... |                                                                  | 38 |

## Introduction générale

La physique des matériaux joue un rôle de plus en plus important dans les applications technologiques, et ce rôle ne fera que progresser dans beaucoup de domaines. La conception et la fabrication des matériaux nouveaux, aux propriétés souvent étonnantes (alliages spéciaux, matériaux composites très légers et très résistants, cristaux liquides, semi-conducteurs...etc.) constitue un domaine très actif de la recherche et de la technologique moderne [56].

Les matériaux désordonnés présentent des phénomènes physiques qui, jusqu'à présent, ne sont pas complètement maîtrisés, comme les phénomènes de localisation...etc.

En 1958, Anderson prédit que dans un tel système sans interaction les interférences des réflexions multiples des particules sur les impuretés mènent à la localisation des fonctions d'onde. Le système est alors qualifié d'isolant d'Anderson.

Dans un cadre plus général, Abrahams et Anderson montrèrent en 1979 grâce à une théorie d'échelle de la localisation, qu'à température nulle et en l'absence d'interaction, l'état fondamental d'un système désordonné est un isolant à une et à deux dimensions.

Ce mémoire a pour but de contribuer à l'étude des propriétés de transport quantique des systèmes désordonnés une dimension à travers la statistique de l'exposant de Lyapunov.

Le travail que nous présentons dans ce mémoire comprend les parties suivantes:

Le premier chapitre comporte une introduction présentant différentes théories physiques et notions de base. Nous rappelons un historique sur le développement des systèmes désordonnés, les états électroniques, la théorie d'échelle de localisation qui prédit une dimension critique, transition métal-isolant. Ainsi que les différents régimes de transport.

Dans le deuxième chapitre, Nous présentons la méthode de la matrice diffusion et la matrice de transfert et définition le coefficient de transmission.

Dans le troisième chapitre, nous introduisons certains modèles pour étudier les systèmes désordonnés. Ce Chapitre est consacré aux résultats numériques obtenus lors de notre étude et leurs interprétations.

## Introduction

Peu après la découverte de la mécanique quantique, les physiciens ont commencé à l'appliquer aux électrons dans les solides. Ils se sont intéressés en premier lieu aux cristaux comportant peu de défauts structuraux dans lesquels, les électrons sont soumis en première approximation à un potentiel ayant la même périodicité de translation que le cristal.

Grace au théorème de Bloch [1], les états électroniques sont classés selon une structure de bandes, ce qui a permis d'expliquer le caractère isolant ou métallique de nombreux cristaux en fonction de l'appartenance ou pas du niveau de Fermi à la bande interdite [2].

Aussi à travers la théorie de Boltzmann, une approche semi-classique a été adoptée au transport électronique pour lequel les porteurs de charges sont analogues à des particules classiques subissant des collisions avec les défauts structuraux du cristal.

Le transport dépendant des trois longueurs caractéristiques : la taille du système  $L$ , le libre parcours moyen  $l_e$  et la longueur d'onde de Fermi  $\lambda_F$  définit trois régimes de transmission : isolant lorsque  $l_e < \lambda_F < L$ , diffusif si  $\lambda_F < l_e < L$  et balistique quand la condition  $\lambda_F < L < l_e$  est vérifiée [3]. L'absence de la périodicité est due à la présence de défauts dans la structure. Lorsqu'il y a peu de défauts dans le cristal, les paquets d'ondes électroniques peuvent être considérés entre deux collisions consécutives comme des particules classiques. Mais, ce n'est plus le cas lorsque la densité de défauts augmente : la nature ondulatoire de l'électron se manifeste sur des distances de propagation supérieures à la distance moyenne ( $l_e$ ) entre défauts.

Ces effets d'interférences quantiques perturbent la propagation du paquet d'ondes et peuvent même arrêter totalement la propagation de l'onde électronique si le désordre est suffisamment important. La probabilité d'avoir un confinement d'électrons (dû au désordre) sur une distance caractéristique appelée longueur de localisation (notée  $\xi$ ), a été démontrée par Anderson en 1958 [4].

Depuis, la théorie du transport dans les systèmes électroniques désordonnés s'est développée sur la base de la théorie d'échelle de la localisation pour décrire la physique fondamentale de la propagation des ondes dans les structures aléatoires mésoscopiques [5,6].

Ce chapitre est consacré à la description des notions de base concernant les systèmes désordonnés.

## II. Historique

Le problème de la localisation dans les systèmes désordonnés a été étudié par P.W.Anderson en (1958) [4]. Il a formulé en donnant une estimation quantitative de la force du potentiel aléatoire qui est nécessaire pour l'absence de la diffusion dans certain réseau aléatoire.

L'intérêt de la localisation concernant les propriétés de transport des semi-conducteurs amorphes a été discuté par Mott (1968) [7]. Il a proposé le concept de front de mobilité, une énergie séparant les états électroniques localisés des états étendus. Ainsi à température nulle, la conductivité s'annule à partir d'un certain degré de désordre rendant le système isolant.

Pendant les années 70, Landauer [8,9] était le premier qui a relié le coefficient de transmission  $T$  (paramètre microscopique) à la résistance  $R$  (paramètre macroscopique) pour les systèmes unidimensionnels par :

$$R = T^{-1} - 1 \quad (1.1)$$

En 1979, Abrahams et al [10] ont proposé une nouvelle théorie: Théorie d'échelle de localisation, qui prédit une dimension critique  $d_c=2$  en dessous de laquelle tous les états sont localisés.

En 1998, Schreiber et al [11] ont utilisé le modèle d'Anderson pour étudier la localisation des états électroniques d'un système bidimensionnel en présence d'un désordre non diagonal, ils ont trouvé des états critiques à l'énergie  $E=0$ . Leurs résultats sont confirmés par l'étude du comportement de la longueur de localisation réduite  $\xi / M$  pour des systèmes quasi-1D à l'aide de la méthode de la matrice de transfert (MMT).

## III. Les systèmes ordonnés

Le cas du désordre zéro décrit un cristal infini parfait. Bien que l'électron soit influencé par le potentiel du réseau. La fonction d'onde de l'électron est donnée sous la forme d'une onde de Bloch:

$$\psi_{n,k}(\vec{r}) = U_{n,k}(\vec{r}) \exp i \vec{k} \vec{r} \quad (1.2)$$

L'onde de Bloch est solution de l'équation de Schrödinger dans l'espace libre avec les conditions aux limites périodiques. La symétrie de la solution signifie que nous pouvons trouver la fonction d'onde de tout l'échantillon en répétant la solution d'une cellule unité[4].

## IV. Les systèmes désordonnés

Quand le désordre est introduit, la symétrie est perdue et des quantités physiques deviennent aléatoirement distribuées. La fonction d'onde doit être calculée pour plusieurs réalisations d'une petite cellule et des grandeurs physiques sont évaluées en prenant les moyennes sur les valeurs prévues.

La théorie semi-classique du transport à  $T=0^\circ\text{K}$  pour un petit désordre utilise les états de Bloch.

La distance moyenne que l'électron traverse entre événement de diffusion est appelé le libre parcours moyen  $l$  et dans le régime métallique, cette quantité est une bonne mesure de la force du désordre. Durant chaque événement de diffusion élastique, l'énergie de l'électron est conservée, bien que la phase de l'électron puisse changer.

La cohérence d'événement de diffusion multiple résulte dans l'interférence quantique de la fonction d'onde de l'électron qui mène à plusieurs propriétés intéressantes que l'approche semi-classique ne révèle pas. Peut-être le résultat le plus surprenant est l'apparition d'états localisés partout dans la bande d'énergie quand le désordre est suffisamment fort [4]. Par opposition avec les ondes étendues de Bloch, un état localisé a la forme générale:

$$\psi(\vec{r}) = f(\vec{r})\exp(-\vec{r}/\lambda) \quad (1.3)$$

$f(r)$  est une fonction variant aléatoirement et l'enveloppe de la fonction d'onde décroît exponentiellement dans l'espace avec un rapport caractérisé par la longueur de localisation  $\lambda$  figure I.1.



Figure I.1 : Forme de la fonction d'onde. (a) état étendu, (b) état localisé

## V. Désordre et structure

Les matériaux désordonnés qui se trouvent abondamment dans la nature en phases amorphes et qui sont caractérisés par l'absence apparente de l'ordre géométrique. On trouve dans ces derniers différents types tels que:

**V. a. Désordre structural** (désordre spatial) : Dans ce cas de désordre, les atomes sont tous de même type mais disposés aléatoirement, voir figure.I.2. (b).

**V. b. Désordre topologique** Les atomes sont disposés aléatoirement sur des sites fixes et le nombre de plus proches voisins est constant, voir figure.I.2. (c).

**V. c. Désordre compositionnel** On a deux types d'atomes ou plus disposés sur des sites qui forment un arrangement régulier, voir figure.I.2.(d)

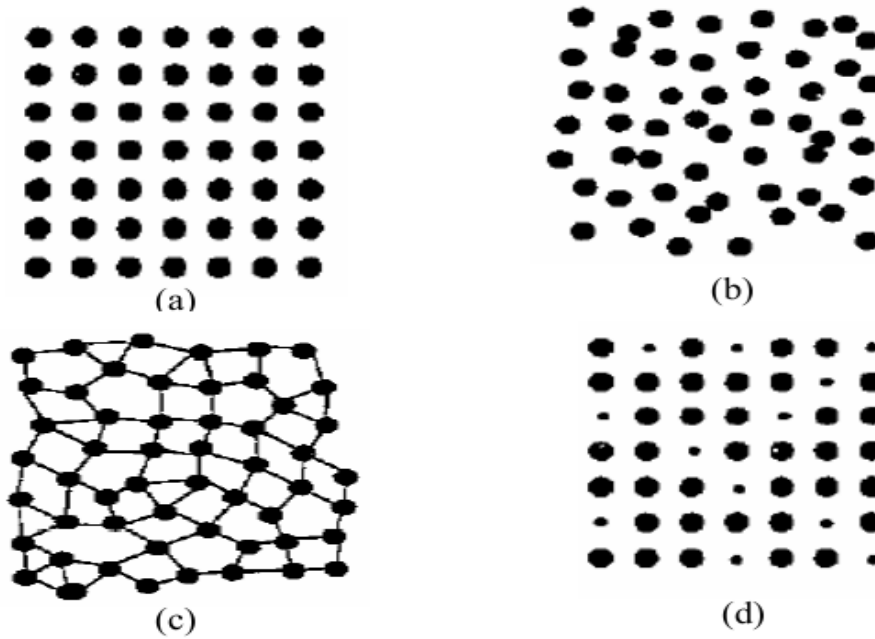


Fig 1.2 : Différents types de désordre dans le cas d'un système (a) ordonné, (b) avec désordre structural, (c) avec désordre topologique, (d) désordre compositionnel.

## VI. Transition de phase Métal-isolant

Dans les limites de faible désordre et de fort désordre, les états au centre de la bande sont étendus ou localisés respectivement. Pour les systèmes avec un degré intermédiaire de désordre, on prévoit l'existence à la fois des états localisés et des états étendus qui sont séparés en énergie par le front de mobilité fig.I.3 [12]. Les états en bord de bande ont une énergie cinétique plus faible que les états en milieu de bande. Ainsi les états en bord de bande sont plus facilement localisés que ceux en milieu de bande. Mott [12] a montré que des états localisés et des états délocalisés ne peuvent pas coexister à la même énergie. En effet, ces états coexistent à la même énergie sous l'effet d'une interaction alors l'état localisé doit complètement se mélanger avec l'état étendu et la superposition résultante sera-elle même qualifiée comme un état étendu. Un autre caractère important est la tendance des états localisés dans les queues de bande plutôt qu'au centre.

Dans la limite  $T = 0^0$  K, le couplage aux phonons est négligeable et seulement les électrons dans les états étendus contribuent à la conduction dans la limite thermodynamique. Le front de mobilité marque le changement des états localisés à ceux étendus, alors est une aide à expliquer la transition de l'isolant au métal observé dans certains semi-conducteurs dopés désordonnés [12].

Quand le désordre augmente, la longueur de localisation diminue, la région localisée s'étend et le front de mobilité se déplace vers l'intérieur. A un désordre critique  $E_C$ , le front de mobilité se croise à l'énergie de Fermi et l'isolant d'Anderson apparaît.

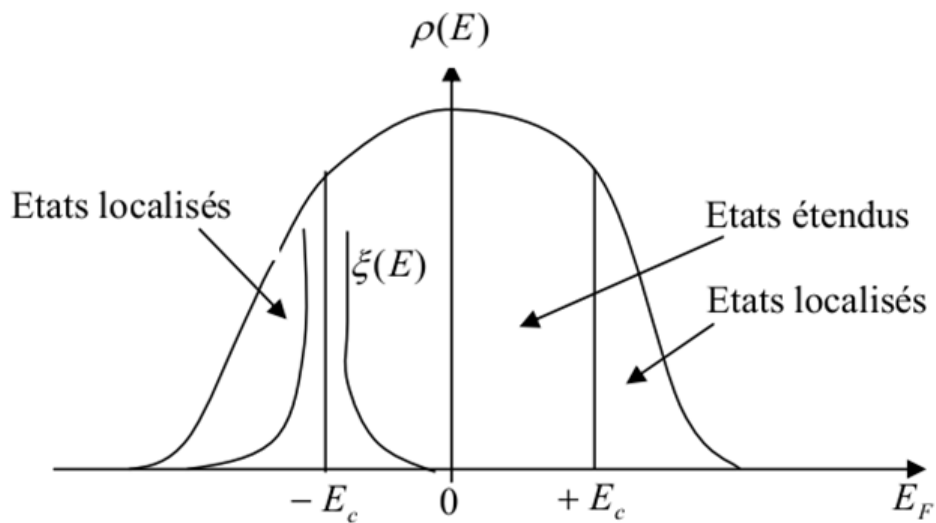


Figure 1.3. Densité de état pour le modèle d'Anderson à trois dimensions [13]

## VII. Modèle d'Anderson

En 1958, Anderson [4] s'intéresse à la propagation des électrons dans un milieu désordonné. Des défauts introduits dans la matrice cristalline (par exemple des défauts compositionnels comme l'ajout d'impuretés dans le cristal), jouent le rôle du désordre. Si l'intensité du désordre est suffisamment importante, les fonctions d'onde électroniques vont se localiser spatialement (figure I.4).

Ce résultat, qui porte le nom de localisation d'Anderson, est un phénomène ondulatoire tout à fait général qui affecte aussi la propagation des ondes classiques (ondes sonores, lumineuses etc)

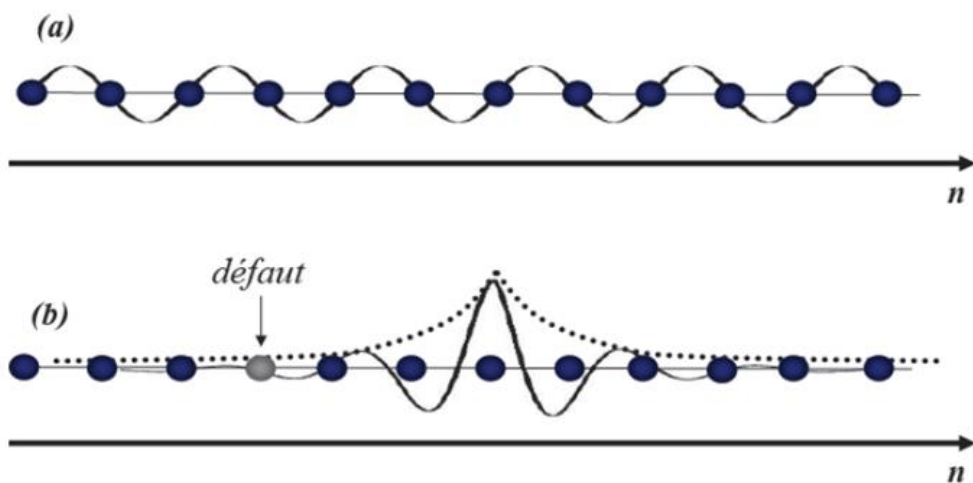


Figure 1.4. (a) ondes de Bloch, (b) Localisation d'Anderson.

Dans un réseau cristallin parfait. Les fonctions d'ondes électroniques sont délocalisées en ondes de Bloch (a). L'ajout d'un défaut (l'atome de couleur claire) localise les fonctions d'ondes : localisation d'Anderson. Dans cette section, nous allons introduire brièvement le modèle d'Anderson pour les solides désordonnés à une dimension. Le modèle d'Anderson est un terme générique qui regroupe diverses variantes de l'équation de Schrödinger pour un potentiel aléatoire à une dimension. Son origine physique est l'étude de la propagation des électrons dans un métal qui contient des impuretés.

A faible température, nous pouvons éliminer les collisions inélastiques électrons-phonons qui deviennent négligeables, seules les collisions élastiques électrons-électrons et les interactions des électrons avec le potentiel du réseau cristallin subsistent. Les électrons se trouvent alors dans un état quantique cohérent et les effets d'interférence sont importants. En négligeant les interactions Coulombiennes entre les électrons, nous pouvons écrire l'équation de Schrödinger stationnaire (équation aux valeurs propres) à un électron et à une dimension :

$$H\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (1.4)$$

Où le potentiel  $V(x)$  représente l'interaction entre un électron et les atomes du réseau. Si  $V(x)$  est périodique, on retrouve le résultat des ondes de Bloch. Pour le modèle d'Anderson,  $V(x)$  est une fonction aléatoire dont les corrélations sont à courte portée. L'équation de Schrödinger (1.4) se prête mal à des investigations analytiques ou numériques.

Une discrétisation va nous simplifier la tâche en remplaçant la variable continue, par une variable discrète  $n$ , indice des sites du réseau. Pour cela, nous décomposons la fonction d'onde sur les états de Wannier [14] du réseau :

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^n \Phi_i |i\rangle \quad (1.5)$$

Les états de Wannier  $|i\rangle$  sont des états localisés sur chaque site  $n$  du réseau.

En projetant l'équation (1.4) sur les états de Wannier, on obtient l'hamiltonien des liaisons fortes (Tight-Binding) :

$$H\Phi_i = \sum_{i,j} t_{ij} \Phi_{i+j} + \varepsilon_i \Phi_i = E\Phi_i \quad (1.6)$$

Où les termes diagonaux  $\varepsilon_i$  sont les énergies de sites, ils constituent une moyenne du potentiel  $V(x)$  pour des valeurs de  $x$  proches du site  $n$ . Les termes non diagonaux  $t_{ij}$  sont les taux de transition (hopping rates) entres sites. Il s'agit de quantités complexes proportionnelles aux amplitudes de transitions quantiques d'un site  $i$  à un site  $j$ , ces taux de transition décroissent rapidement avec  $|i-j|$ . De plus, le caractère hermitien de l'hamiltonien impose  $t_{ij} = t_{ji}^*$ .

On peut alors simplifier l'équation (1.6) par une approximation aux premiers voisins.

$$t_{i,1}\Phi_{i+1} + t_{i,-1}\Phi_{i-1} + \varepsilon_i\Phi_i = E\Phi_i \quad (1.7)$$

### VIII. La théorie d'échelle de la localisation d'Anderson

Le concept de la conductance dans les systèmes mésoscopiques désordonnés a été introduit par Thouless [15]. En disposant plusieurs sous-systèmes différents en série, l'idée consistait à définir la conductance comme étant la réponse globale à la susceptibilité des énergies propres à changer en fonction de la variation des conditions de continuité à travers ces portions successives [15,16] : les états propres résultant dans une série de deux sous systèmes successifs dépendent non seulement de la nature de l'état dans chaque sous système mais aussi des conditions de continuité d'un élément à un autre (Figs. I.5 et I.6).

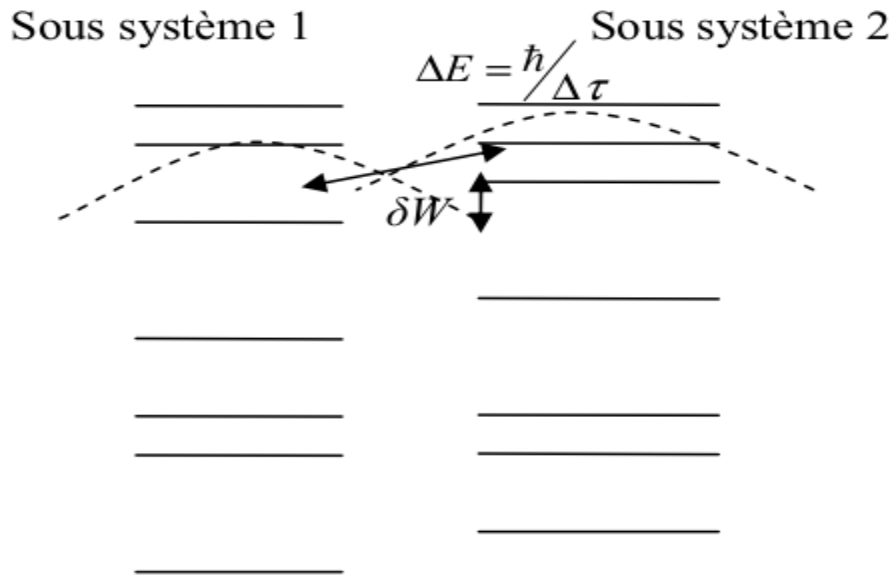


Fig. I. 5. La conductance selon les considérations de Thouless :  $\Delta E$  est la largeur du niveau électronique et  $\delta W$  est l'espacement énergétique moyen entre niveaux d'énergies à l'interface [16].

Dans l'approche de Thouless, la conductance est décrite à partir le nombre de Thouless proportionnel au rapport  $\frac{\Delta E}{\delta W}$ , où  $\Delta E$  est la largeur du niveau électronique relative au temps de transmission dans la sous structure et  $\delta W$  est l'espacement énergétique moyen entre niveaux d'énergies [16]. En particulier, si  $\Delta E$  est faible par rapport à  $\delta W$ , l'état propre de la structure est plutôt localisé dans son élément d'origine. Etant insensible aux conditions aux limites de la structure globale, la conductance est dans ce cas là exponentiellement faible. Par ailleurs, si  $\delta W$  est négligeable, une situation tendant vers l'ordre est ainsi obtenue : l'état propre correspondant aux échantillons en série, se retrouve en conséquence étendu et projeté sur la base de chaque échantillon et l'aptitude à conduire devient importante. Ainsi, la susceptibilité des niveaux d'énergie aux changements des conditions aux limites d'un échantillon à un autre, apparait comme étant le seul paramètre pouvant contrôler la nature des états propres pouvant diffuser dans ces systèmes désordonnés. En introduisant la conductance  $g$  (sans dimension), Thouless montra que cette grandeur est mesurable sur des systèmes à longueurs finies. La conductance mésoscopique est directement exprimée par le Nombre de Thouless via :

$$g = G/G_0 \propto \frac{\Delta E}{\delta W} = \frac{\Delta E}{dE/dN} \quad (1.8)$$

reliant ainsi la nature locale de l'état quasi-lié (à travers  $\Delta E$ ) et la granularité du spectre par le rapport  $dE/dN$  dans chaque échantillon.  $N$  représentant le nombre d'atome dans l'échantillon.

En 1979, Abrahams et al. [10] ont développé la théorie d'échelle de la localisation, basée essentiellement sur les considérations de Thouless [16]. Le problème consistait à décrire la variation de la conductance en fonction de la taille du système et de sa dimension linéaire pour décrire comment  $g(bL)$  dépend de  $g(L)$  lorsque la longueur du système passe de  $L$  à  $bL$  où  $b$  est le facteur d'échelle. Abrahams et al. [10] ont proposé une fonction  $g(bL)$  dépendant uniquement de  $g(L)$  et du facteur d'échelle  $b$ , telle que

$$g(bL) = f[b, g(L)] \quad (1.9)$$

Où  $f$  est une fonction universelle, dépendant uniquement de la dimension du système considéré. Cette équation, peut également être exprimée d'une manière différentielle en posant :  $b = 1 + \varepsilon$  où  $\varepsilon$  est un paramètre faible devant l'unité.

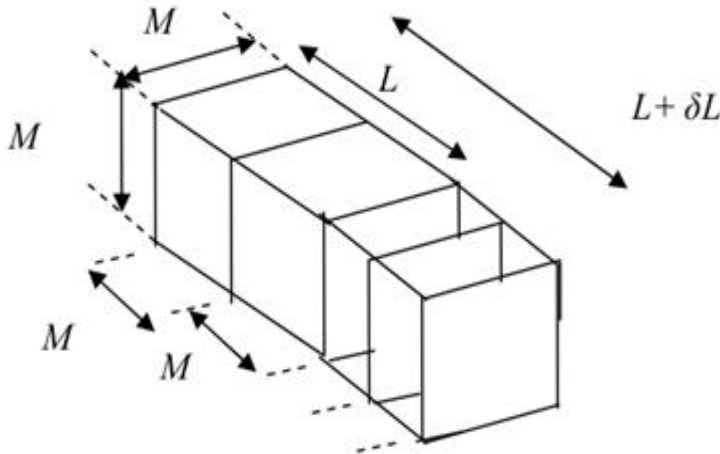


Figure.I.6 Le principe de base de la théorie d'échelle de la localisation : la variation de la conductance en fonction de la longueur d'un système désordonné

La théorie d'échelle est valable pour une propagation diffusive des électrons ( $L > l_e$  où  $l_e$  est le libre parcours moyen). L'idée est que le changement de désordre effectif dans un système lorsque ce dernier devient plus grand, dépend de sa valeur précédente. La seule mesure de ce désordre effectif provient de la conductance sans dimension  $g$ . La fonction d'échelle  $\beta(g)$  est définie par:

$$\frac{d \ln g(L)}{d \ln L} = \frac{[\partial f(bg)/\partial b]_{b=1}}{g(L)} = \beta[g(L)] \quad (1.10)$$

En supposant la fonction  $\beta[L(g)]$  continue et monotone, son comportement qualitatif est déduit par extrapolation, à partir des réponses asymptotiques de la conductance  $g$  dans les structures métallique et isolante: Si le système est faiblement désordonné, les lois d'addition des conductances dans le régime métallique (loi d'Ohm) restent valables. La conductance varie en loi de puissance  $L^{d-2}$ . En conséquence :

$$\beta(g) = d - 2 \quad (1.11)$$

Par contre, dans le cas des isolants, avec la décroissance exponentielle de  $g$ , ( $g \propto e^{-\frac{L}{\xi}}$  est la longueur de localisation), la fonction d'échelle s'écrit :

$$\beta(g) = \ln(g) \quad (1.12)$$

Conformément à ces considérations, la fonction d'échelle  $\beta(g)$  est représentée sur Fig. I.7

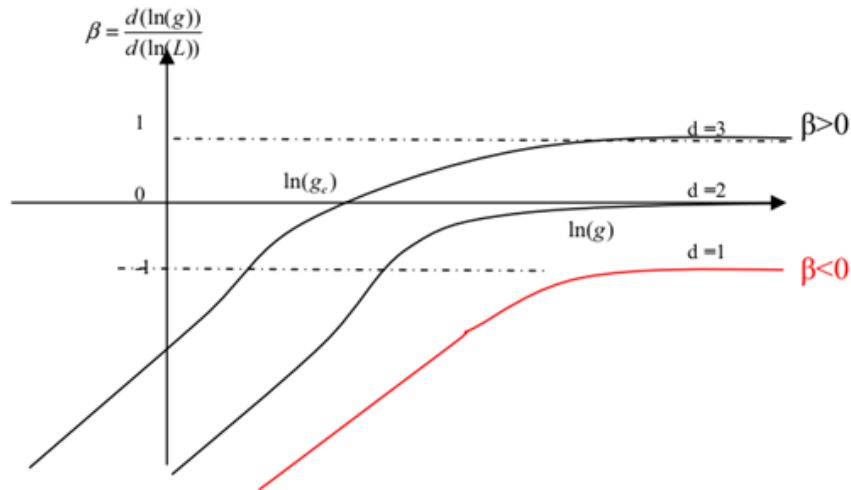


Figure. I. 7 Représentation schématique de la fonction d'échelle  $\beta(g)$ . L'apparition de la dimension critique  $d_c=2$  au delà de laquelle la transition métal-isolant se produit à  $g=g_c$ . Systèmes 1D sont localisés ( $\beta < 0$ ) [11]

L'étude de la fonction d'échelle  $\beta$  a permis de mettre en évidence l'existence d'une dimension critique  $d_c = 2$  au-delà de laquelle la transition de phase métal-isolant est réalisée. En effet, conformément à Fig. I. 8, la situation ( $0 < \beta$ ) correspond à la décroissance de la conductance en fonction de la taille du système et à la présence uniquement d'états localisés dans toutes les structures désordonnées 1D et 2D. La théorie d'échelle de la localisation à un seul paramètre  $g$  a ainsi présenté des arguments pour décrire les propriétés de transmission dans les systèmes désordonnés. En se basant sur l'approche de Landauer dans la description

de la conductance à partir des propriétés de la transmission des ondes [17], d'autres travaux ont appuyé les résultats universels de la théorie d'échelle de la localisation d'Anderson à un paramètre ( $g$ ) dans les systèmes désordonnés 1D. [18].

## IX. Critères de localisation :

### IX. a. Rapport de participation inverse

Pour distinguer les états localisés des états étendus, il est parfois suffisant de considérer le second membre de la probabilité appelé le rapport de participation inverse R.P.I. Il a été introduit par Bell et Dean [19] et donné par l'expression suivante :

$$R.P.I = \frac{1}{L} \frac{\sum_{i=1}^L |\Psi_i|^4}{(\sum_{i=1}^L |\Psi_i|^2)^2} \leq 1 \quad (1.13)$$

Où  $\Psi_i$  est l'amplitude au site  $i$  de l'état propre  $\Psi$  et  $L$  est la longueur du système électronique. Cette grandeur physique se comporte comme suit :

### IX. b. Exposant de Lyapunov

L'exposant de Lyapunov  $\gamma$  représente l'un des principaux outils dans l'étude des systèmes désordonnés, il est obtenu à partir du formalisme de la matrice de transfert et permet de déterminer, par exemple, la longueur de localisation  $\ell_c$ . Il est défini comme

$$\gamma = -\frac{1}{2L} \ln T \quad (1.14)$$

Ce paramètre est toujours positif et décrit les propriétés d'échelle spatiale d'un système désordonné.

### IX. c. Longueur de localisation :

Les systèmes désordonnés sont caractérisés par des fonctions d'onde dominantes uniquement dans l'espace de dimension caractéristique  $\xi$  appelé « la longueur de localisation », elle est définie comme étant la mesure de la prolongation spatiale de l'état localisé.

Cette longueur décroît quand on se rapproche du bord de la bande (Fig.I.9) où les états sont localisés et elle diverge quand on se rapproche du front de mobilité où les états sont étendus. Alors c'est un concept fondamental pour comprendre l'existence des métaux et des isolants et en particulier pour expliquer la transition métal-isolant du système.

En dimension 1, la conductance disparaît quand  $L \rightarrow \infty$ . Les électrons sont exponentiellement localisés sur une longueur de localisation  $l_{loc}^{1D}$  de l'ordre du libre parcours moyen  $l$ . Ce résultat était déjà connu antérieurement grâce au travail de Mott et Thouless (1956) [20].

### IX. d. Le coefficient de transmission

Le coefficient de transmission est le paramètre le plus utilisé dans l'étude des propriétés de transport électronique dans les super-réseaux [21] et le phénomène de localisation dans les systèmes désordonnés. Cette quantité physique est définie comme la probabilité de transfert de l'onde électronique à l'autre extrémité du système. A 1D le coefficient de transmission se comporte comme suit :

$$T \propto e^{-2\gamma L} \quad (1.15)$$

Où  $\gamma$  et  $L$  étant l'exposant de Lyapunov et la longueur du système respectivement. Dans le cas des états localisés l'électron se trouve confiner dans une région limitée du système, par conséquent, le coefficient de transmission décroît rapidement.

### X. Modèles de Propagation d'une onde électronique

Le phénomène de localisation des états électroniques des systèmes désordonnés à 1D à été largement étudié à la fois numériquement et analytiquement. Les deux modèles utilisés pour étudier les propriétés de transport de ces systèmes sont : le modèle de Tight-Binding [22] et de Kronig-Penney [23]. Ces derniers couvrent un large domaine de la localisation dans les liquides et les solides désordonnés.

#### X. a. Modèles de Kronig-Penney

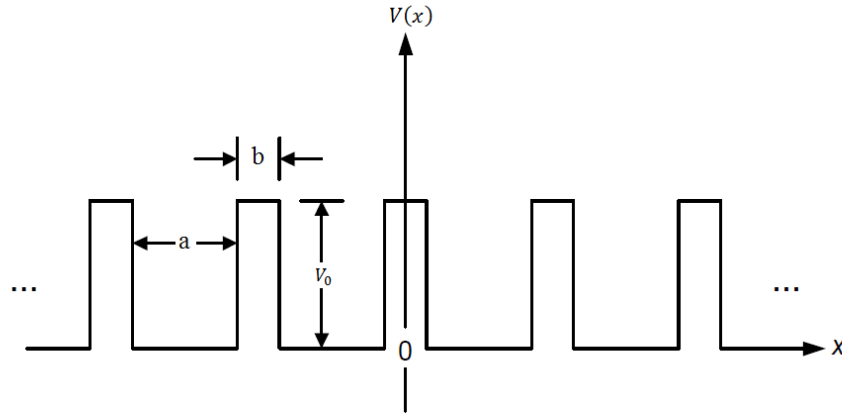


Figure I.8 potentiel périodique de Kronig-Penney

L'équation d'onde est :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \psi''(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (1.16)$$

Où  $V(x)$  exprime l'énergie potentielle est  $E$  est une valeur propre de l'énergie. Dans l'intervalle  $0 < x < a$ , pour lequel  $V = 0$ , la fonction propre est une combinaison linéaire, d'ondes planes qui se déplacent simultanément vers la droite et vers la gauche,

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (1.17)$$

avec une énergie

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (1.18)$$

Dans l'intervalle  $-b < x < 0$ , correspondant à l'intérieur de la barrière, la solution aura la forme

$$\psi(x) = Ce^{Qx} + De^{-Qx} \quad (1.19)$$

Avec

$$V_0 - E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (1.20)$$

Nous recherchons la solution complète sous la forme d'une fonction du Bloch. La solution dans la région  $0 < x < a + b$  doit être reliée à la solution (1.19) de la région  $-b < x < 0$  d'après le théorème du Bloch :

$$\psi(a < x < a + b) = \psi(-b < x < 0)e^{ik(a+b)} \quad (1.21)$$

Qui permet de définir le vecteur d'onde servant à indexer les solutions. Les coefficients  $A, B, C, D$  sont choisis de telle façon que  $\psi(x)$  et  $\frac{d\psi}{dx}$  soient continues aux points  $x = 0$  et  $x = a$ . Ce sont les conditions aux limites usuelles pour un problème de mécanique quantique avec un puits de potentiel carré. En  $x = 0$  :

$$A + B - C - D = 0 \quad (1.22)$$

$$ikA - ikB - QC + QD = 0 \quad (1.23)$$

En  $x = a$  et en utilisant l'équation (1.21) où  $\psi(a)$  et  $\psi(-b)$  exprimées du côté des barrières ne diffèrent que du facteur d'un facteur de phase  $e^{ik(a+b)}$ , on a :

$$Ae^{ika} + Be^{-ika} - Ce^{ik(a+b)-Qb} - De^{ik(a+b)+Qb} = 0 \quad (1.24)$$

$$Aike^{ika} - Bike^{-ika} - CQe^{ik(a+b)-Qb} + DQe^{ik(a+b)+Qb} = 0 \quad (1.25)$$

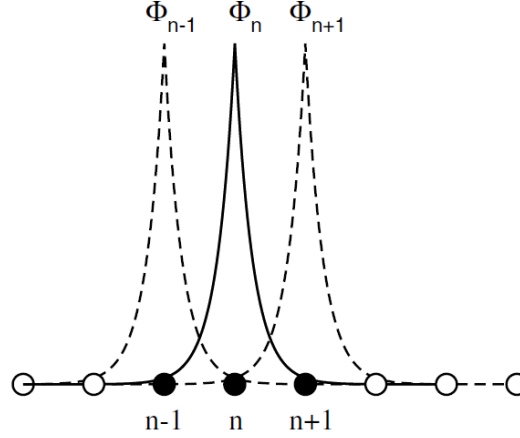
Les quatre équations (1.24) à (1.25) ont une solution si et seulement si le déterminant des coefficients  $A, B, C, D$  est nul, c'est-à-dire si

$$\left[ \frac{(Q^2 - k^2)}{2Qk} \right] \sinh Qb \sin ka + \cosh Qb \cos ka = \cos k(a + b) \quad (1.26)$$

### X. b. Le modèle de liaisons fortes (The tight-binding)

Dans cette section, nous présentons les idées les plus importantes de la propagation des électrons dans un réseau périodique unidimensionnel [24]. Appelée l'approximation liaisons fortes. Nous commençons par noter que les solides sont constitués d'atomes. La méthode est illustrée en considérant d'abord un électron qui se déplace localement dans l'état  $\phi_n(x)$  le plus bas de l'énergie, ou s-orbitale atomique, d'un atome isolé. La structure

électronique d'un réseau périodique de ces atomes est ensuite développée en permettant un faible recouvrement des fonctions d'ondes électroniques entre atomes voisins.



**Figure 1.9** : les fonctions d'onde atomiques de solide cristallin unidimensionnel. Les atomes sont placés dans des sites du réseau  $x_n = na$ , où  $n$  est un nombre entier et  $a$  est la distance entre les atomes du plus proche voisin.

Le potentiel de l'atome  $n$ -ième à la position  $x_n = na$  est  $V(x - x_n)$ , le potentiel total pour le cristal est la somme sur les potentiels un seul atome.

### X. b. i. Description du modèle

Le point de départ de base est l'équation de Schrödinger indépendante du temps pour un seul électron dans un réseau discret dimensions :

$$H|\psi\rangle = E|\psi\rangle \quad (1.27)$$

Voici  $H$  est l'hamiltonien de liaisons fortes:

$$H = \sum_n V_n |n\rangle\langle n| + \sum_{n \neq m} t_{n,m} |n\rangle\langle m| \quad (1.28)$$

Où  $v_n$  est l'énergie potentielle d'une particule quantique occupant le site  $n$  avec coordonner  $x_n$ , et  $|n\rangle$  représentent l'orbitale atomique, appelé également la fonction Wannier.

Nous avons supposé que l'orbitale atomique  $|n\rangle$  centré autour du site  $n$  chevauchements faiblement avec les orbitales atomiques aux autres sites du réseau. Le saut de (chevauchement) élément de la matrice entre les atomes au niveau du site  $n$  et  $m$  est désigné par  $t_{n,m}$ .

Dans ce modal, l'analyse se limite à une interaction plus proche voisin, c'est-à-dire  $t_{n,m} = 0$  Lorsque  $|n - m| \neq 1$ . L'équation (1.28) simplifie la forme bien connue [25]

$$H = \sum_n V_n |n\rangle\langle n| + t_{n,n+1} |n\rangle\langle n+1| + t_{n,n-1} |n\rangle\langle n-1| \quad (1.29)$$

Depuis les orbitales  $\{|n\rangle\}$  est constituée une base orthonormée de l'espace de Hilbert du système, les états propres peuvent être écrites comme

$$|\psi\rangle = \sum_n u_n |n\rangle \quad (1.30)$$

En multipliant l'équation de Schrödinger (1.27) avec  $\langle n|$ . Pour l'état (1.30) L'équation de Schrödinger est ensuite traduite en une équation discrète pour les coefficients  $u_n$  [26]

$$Eu_n = V_n u_n + t_{n,n+1} u_{n+1} + t_{n,n-1} u_{n-1} \quad (1.31)$$

## I. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons et discutons une méthode mathématique pour l'analyse de la propagation des ondes dans les systèmes unidimensionnels. La méthode utilise la matrice de transfert et est généralement connu comme la méthode de matrice de transfert [23, 33].

La méthode de la matrice de transfert peut être utilisée pour l'analyse de la propagation de l'onde de particules quantiques [28]. Une fois que cette technique est développée pour un type d'onde, elle peut facilement être appliquée à d'autres problèmes d'onde.

L'invariance par renversement du temps et la conservation de la densité de courant imposent des conditions fortes sur la forme de la matrice de transfert  $M$ , indépendamment de la forme spécifique du potentiel. Par l'intermédiaire du formalisme de la matrice de transfert, les amplitudes de transmission et de réflexion peuvent être facilement définis et évaluées. Une fois que la matrice de transfert est calculée pour un potentiel, elle peut être facilement étendue pour calculer analytiquement la matrice de transfert pour  $N$  potentiels identiques [30].

## II. Une expérience de diffusion

Peut-être le problème le plus simple de la mécanique quantique est la propagation à une dimension d'un électron en présence d'un potentiel localisé. Le mouvement d'une particule quantique de masse  $m$ , en présence d'un potentiel  $V(x)$  dans une dimension est régie par l'équation de Schrödinger [27].

$$-\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (2.1)$$

Ici,  $\psi(x)$  est la fonction d'onde et  $E$  l'énergie de l'électron (en unit é de Rydberg).

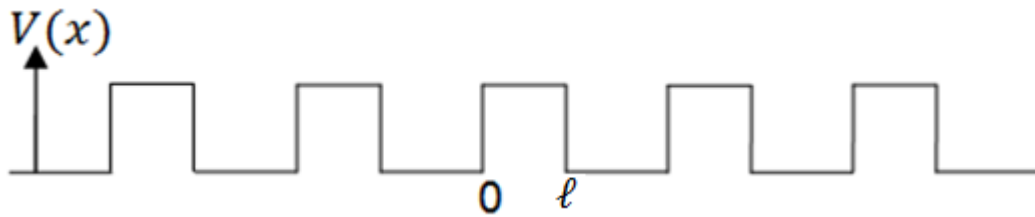


Figure II.1 : potentiel périodique de Kronig-Penney

Pour plus de simplicité, nous supposons que le potentiel  $V(x)$  est non nul seulement à l'intérieur d'une région finie Figure II.1,

$$V(x) = \begin{cases} V(x), & 0 \leq x \leq \ell \\ 0, & x < 0 \text{ et } x \geq \ell \end{cases} \quad (2.2)$$

Un électron se rapproche de l'échantillon représenté par le potentiel  $V(x)$ . Des moyens de diffusion de l'électron qui est soient réfléchis ou transmise à travers l'échantillon. Nous pouvons mesurer la transmission et de réflexion amplitudes,  $t$  et  $r$ , respectivement, nous pouvons extraire des informations sur les propriétés physiques de l'échantillon.[29]

Nous supposons que l'équation de Schrödinger en dehors de la région de potentiel est connue et que la fonction d'onde peut être écrite comme une superposition d'ondes planes:

$$\psi_L(x) = \psi_L^+(x) + \psi_L^-(x) \quad x < 0 \quad (2.3)$$

$$\psi_R(x) = \psi_R^+(x) + \psi_R^-(x) \quad x > \ell \quad (2.4)$$

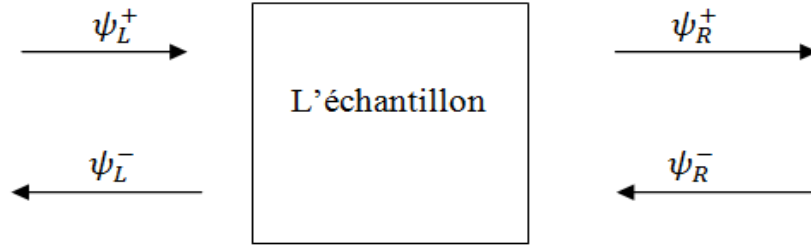


Figure II.2. Expérience typique de diffusion.

Les composantes de la fonction d'onde peuvent être exprimées comme :

$$\psi_L^+(x) = A_1 e^{+ikx}, \quad \psi_L^-(x) = B_1 e^{-ikx} \quad (2.5)$$

$$\psi_R^+(x) = A_2 e^{+ikx}, \quad \psi_R^-(x) = B_2 e^{-ikx}$$

Ici,  $k$  est le vecteur d'onde liée à l'énergie.

### III. Matrice de diffusion et matrice de transfert

La solution générale de  $\psi(x)$  de l'équation de Schrödinger

$$-\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + (V(x) - E)\psi(x) = 0 \quad (2.6)$$

doit être une fonction continue de la position  $x$ . La même chose doit être vraie pour la première dérivée  $\frac{d\psi(x)}{dx}$ , est exprimée ici en unités de  $\frac{2m}{\hbar^2}$

En particulier, l'exigence de la continuité de la fonction d'onde et son dérivé aux bornes de potentiel  $V(x)$  donne :

$$\psi_L(x = 0^-) = \Phi(x = 0^+), \quad \frac{\partial \psi_L(x)}{\partial x} = \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} \quad (2.7)$$

Sur la limite gauche de l'échantillon, et

$$\Phi(x = \ell^-) = \psi_R(x = \ell^+), \quad \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} = \frac{\partial \psi_R(x)}{\partial x} \quad (2.8)$$

Sur la limite droite. Ici,  $\Phi(x)$  est la solution de l'équation de Schrödinger à l'intérieur de la région de potentiel  $0 \leq x \leq \ell$ . Généralement,  $\Phi(x)$  ne peut pas être exprimée comme une superposition simple, de propagation d'ondes. Les relations linéaires en générale entre les ondes entrantes et sortantes peuvent être écrites comme :

$$\begin{pmatrix} \psi_L^-(0) \\ \psi_R^+(\ell) \end{pmatrix} = \mathbf{S} \begin{pmatrix} \psi_L^+(0) \\ \psi_R^-(\ell) \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Lorsque la matrice  $\mathbf{S}$ ,

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Par définition, la matrice  $\mathbf{S}$  concerne les ondes sortantes aux ondes entrantes comme le montre la figure II.2. Ses éléments caractérisent complètement les propriétés de diffusion et de transmission du potentiel  $V(x)$  à une dimension.

On peut aussi définir la matrice de transfert  $\mathbf{M}$  par la relation :

$$\begin{pmatrix} \psi_R^+(\ell) \\ \psi_R^-(\ell) \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \psi_L^+(0) \\ \psi_L^-(0) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

La matrice  $\mathbf{M}$  exprime les coefficients de la fonction d'onde sur le côté droit de l'échantillon en fonction des coefficients de la fonction d'onde sur le côté gauche.

En comparant les équations linéaires (2,9) et (2,11), il est facile à exprimer les éléments de la matrice de transfert  $\mathbf{M}$  en ce qui concerne les éléments de la matrice de diffusion  $\mathbf{S}$  [29] :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{21} - \frac{S_{22}S_{11}}{S_{12}} & \frac{S_{22}}{S_{12}} \\ -\frac{S_{11}}{S_{22}} & \frac{1}{S_{12}} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

De façon équivalente, on peut exprimer les éléments de la matrice de diffusion  $\mathbf{S}$  en ce qui concerne les éléments de la matrice de transfert:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{M_{21}}{M_{22}} & \frac{1}{M_{22}} \\ M_{11} - \frac{M_{12}M_{21}}{M_{22}} & \frac{M_{12}}{M_{22}} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

#### IV. Transmission et la réflexion Amplitudes

Pour trouver la signification physique des éléments de la matrice de diffusion  $\mathbf{S}$ , nous revenons à l'expérience de diffusion précédente. Considérons une particule qui approche l'échantillon de la droite. Comme aucune particule ne vient de la gauche, nous avons

$$\psi_L^+ = 0 \quad (2.14)$$

On normalise également l'onde incidente à l'unité,

$$|\psi_R^-|^2 = 1 \quad (2.15)$$

De l'équation (1.10), on obtient que l'onde émise  $\psi_R^-$  est donnée par

$$\psi_L^-(x=0) = S_{12}\psi_R^-(x=\ell) \quad (2.16)$$

Et l'onde réfléchie

$$\psi_L^+(x=0) = S_{22}\psi_R^-(x=\ell) \quad (2.17)$$

Nous appelons  $S_{12}$  l'amplitude de transmission  $t$  et  $S_{22}$  la réflexion en amplitude  $r$ :

$$t = S_{12}, r = S_{22} \quad (2.18)$$

De la même manière, nous ne considérons que la diffusion de la particule provenant de la partie gauche du potentiel. Nous obtenons  $r' = S_{11}$  que l'amplitude de la réflexion, et  $t' = S_{21}$  que l'amplitude de la transmission.

Nous pouvons écrire la matrice de diffusion  $S$  sous la forme :

$$S = \begin{pmatrix} r' & t \\ t' & r \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

En utilisant la relation entre la matrice de diffusion et des matrices de transfert, l'équation (2.13), nous pouvons exprimer la matrice de transfert sous la forme :

$$M = \begin{pmatrix} t' - rt^{-1}r' & rt^{-1} \\ -t^{-1}r' & t^{-1} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

## V. Multiplication des matrices de transfert

Considérons une expérience plus complexe dans lequel la particule est diffusée par deux échantillons individuels. Le premier échantillon est donnée par le potentiel  $V_1(x)$ , situé à ( $a < x \leq b$ ), et le second échantillon est déterminé par le potentiel  $V_2(x)$ , Situé à ( $b \leq x < c$ ). Le problème de la transmission et de la réflexion à travers un tel système peut être traité de deux façons: soit nous pouvons utiliser les matrices de transfert  $M_1$  et  $M_2$ , qui déterminent les propriétés de diffusion de potentiels individuels  $V_1$  et  $V_2$ , ou nous pouvons considérer le potentiel  $V_{12}(x)$  définie sur l'intervalle  $a \leq x \leq c$  et utiliser la matrice de transfert correspondant  $M_{12}$ .

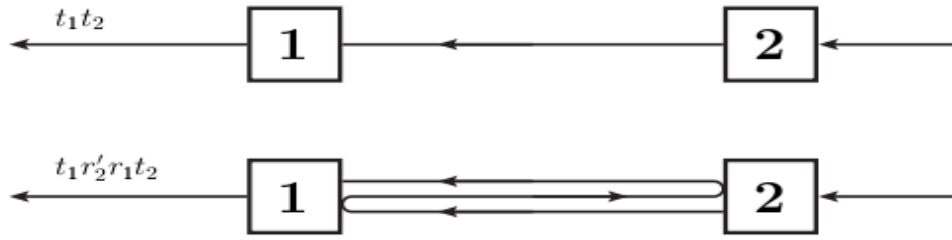


Figure II.3 : Schématique explication du calcul de la transmission par l'intermédiaire de deux barrières.

Deux échantillons sont représentés schématiquement à la figure II.3. Puis, à partir de la définition de la matrice de transfert  $M$ , l'équation (1.12), nous avons

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = M_2 \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

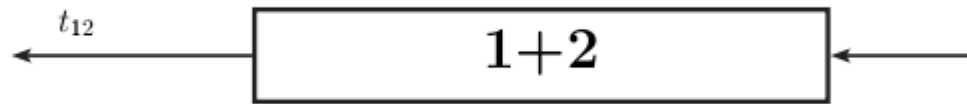


Figure II.4. Transmission des électrons à travers l'ensemble du système consistant en deux échantillons 1-2

En combinant les équations (2.21) et (2.22), nous obtenons

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = M_2 M_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = M_{12} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

A partir de la formule cette forme (2.23) et (2.24) la loi de composition est donnée par :

$$M_{12} = M_2 M_1 \quad (2.25)$$

La relation de composition (2.25) peut être facilement généralisée pour le cas de  $N$  obstacles, conduisant à la matrice de transfert  $M$  donnée par :

$$M = M_N M_{N-1} \dots M_2 M_1 = \prod_i^N M_i \quad (2.26)$$

## VI. Potentiels rectangulaires

La barrière de potentiel rectangulaire, comme le montre la figure II.5, représente l'un des plus simples problèmes de mécanique quantique. Nous allons utiliser notre formalisme de la matrice de transfert, afin de déterminer les coefficients de transmission et de réflexion [27].

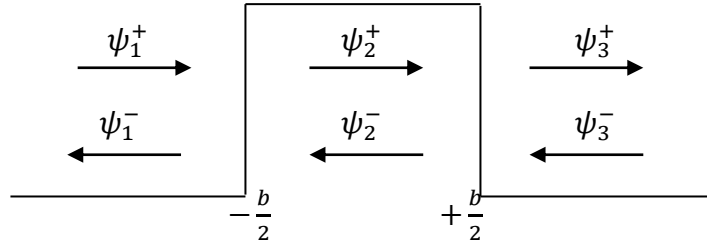


Figure II.5 : Barrière de potentiel rectangulaire de largeur  $b$  et la hauteur  $V_0$  [29].

### VI. a. matrice de transfert

La solution de l'équation de Schrödinger (2.1) dans trois régions différentes représentées dans la figure II.5 peut être exprimée comme une superposition d'ondes planes

$$\psi(x) = \begin{cases} \psi_1(x) = A_1 e^{+ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} , & x \leq -\frac{b}{2} \\ \psi_2(x) = A_2 e^{+ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x} , & -\frac{b}{2} < x < \frac{b}{2} \\ \psi_3(x) = A_3 e^{+ik_3 x} + B_3 e^{-ik_3 x} , & x > +\frac{b}{2} \end{cases} \quad (2.27)$$

Ici,  $k$  est donnée à

$$k_1 = \sqrt{E} \quad \text{et} \quad k_2 = \sqrt{E - V_0} \quad (2.28)$$

En prend  $\frac{2m}{\hbar^2} = 1$ .

On utilise la continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée première au niveau des bords de la barrière de potentiel,  $x = -\frac{b}{2}$  et  $x = +\frac{b}{2}$ , après des petits calculs, on obtient deux matrices. Pour  $x = -b/2$ :

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{k_1+k_2}{2k_2}\right) e^{i(k_2-k_1)\frac{b}{2}} & \left(\frac{k_2-k_1}{2k_2}\right) e^{i(k_1+k_2)\frac{b}{2}} \\ \left(\frac{k_2-k_1}{2k_2}\right) e^{-i(k_1+k_2)\frac{b}{2}} & \left(\frac{k_1+k_2}{2k_2}\right) e^{i(k_1-k_2)\frac{b}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

et pour  $x = +b/2$ :

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{k_2+k_3}{2k_3}\right) e^{i(k_2-k_3)\frac{b}{2}} & \left(\frac{k_3-k_2}{2k_3}\right) e^{-i(k_2+k_3)\frac{b}{2}} \\ \left(\frac{k_3-k_2}{2k_3}\right) e^{i(k_2+k_3)\frac{b}{2}} & \left(\frac{k_2+k_3}{2k_3}\right) e^{i(k_3-k_2)\frac{b}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

En recombinaut les équations (2.29) et (2.30), obtenons

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Tel que les éléments de la matrice  $M$  sont définies par :

$$\begin{cases} M_{11} = \frac{1}{4k_3k_2} [(k_2+k_3)(k_1+k_2)e^{ik_2b} + (k_3-k_2)(k_2-k_1)e^{-ik_2b}] e^{-i(k_1+k_3)\frac{b}{2}} \\ M_{12} = \frac{1}{4k_3k_2} [(k_2+k_3)(k_2-k_1)e^{ik_2b} + (k_3-k_2)(k_2+k_1)e^{-ik_2b}] e^{i(k_1-k_3)\frac{b}{2}} \\ M_{21} = \frac{1}{4k_3k_2} [(k_3-k_2)(k_2+k_1)e^{ik_2b} + (k_2+k_3)(k_2-k_1)e^{-ik_2b}] e^{i(k_3-k_1)\frac{b}{2}} \\ M_{22} = \frac{1}{4k_3k_2} [(k_3-k_2)(k_2-k_1)e^{ik_2b} + (k_2+k_3)(k_1+k_2)e^{-ik_2b}] e^{i(k_1+k_3)\frac{b}{2}} \end{cases} \quad (2.32)$$

en prend  $k_1 = k_3$  donc on trouve :

$$M = \begin{pmatrix} \left[ \cos k_2b + \frac{i}{2} \left( \frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin k_2b \right] e^{-ik_1b} & \frac{i}{2} \left( \frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right) \sin k_2b \\ -\frac{i}{2} \left( \frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right) \sin k_2b & \left[ \cos k_2b - \frac{i}{2} \left( \frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin k_2b \right] e^{+ik_1b} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

On peut facilement vérifier que  $M$  satisfait à l'exigence de la conservation du courant. En outre, nous constatons que

$$M_{22} = M_{11}^* \quad , \quad M_{21} = M_{12}^* \quad (2.34)$$

De sorte que la matrice de transfert est de la forme donnée par l'équation :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{11}^* \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

## VII. Transmission dans un système périodique $E > V_0$

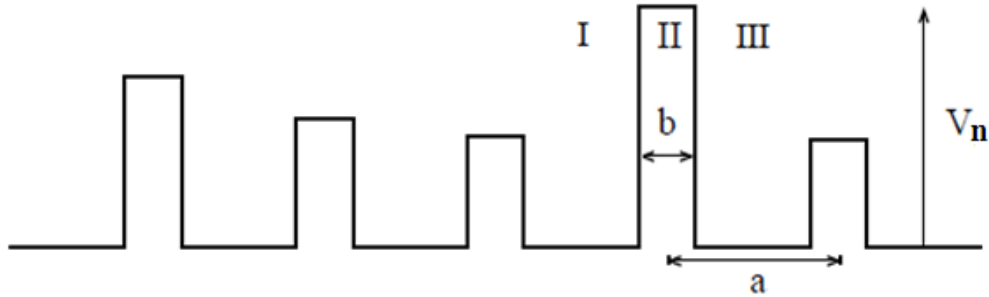


Figure II-6 : Modèle de Kronig–Penney : potentiel non périodique unidimensionnel.

Le modèle considéré ici est constitué d'un seul électron d'énergie  $E$  se déplaçant le long d'un réseau périodique unidimensionnel de  $N$  potentiels de barrières rectangulaires équidistants avec un paramètre de maille  $a$  [31]. L'équation de Schrödinger correspondant est

$$-\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (2.36)$$

Ici,  $E$  est l'énergie de l'électron est mesurée en unités atomiques, et  $\psi$  est la fonction d'onde.

La forme générale de potentiel  $V(x)$  est. [32]

$$V(x) = \begin{cases} V_n, & na - \frac{b}{2} \leq x \leq na + \frac{b}{2} \\ 0, & x < na - \frac{b}{2} \text{ et } x > na + \frac{b}{2} \end{cases} \quad (2.37)$$

### VII. a. Matrice de Transfert

La solution de l'équation de Schrödinger (2.82) dans trois régions différentes représentées sur la figure II.6 dans la cellule nième peut être écrite en général:

$$\psi_j(x) = A_j e^{+ik_j x} + B_j e^{-ik_j x} \quad (2.38)$$

$A_j$  et  $B_j$  sont les amplitudes des fonctions d'onde et  $k_j$  sont les vecteurs d'onde dans trois régions différentes. La construction de la matrice de transfert  $M_n$  dans la nième cellule est faite en imposant la continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée aux points de discontinuité du potentiel. Explicitement, par une barrière de potentiel donnée, comme illustré sur la figure. II.6, on obtient:

Pour  $x = na - \frac{b}{2}$

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{k_1+k_2}{2k_2}\right) e^{i(k_1-k_2)(na-\frac{b}{2})} & \left(\frac{k_2-k_1}{2k_2}\right) e^{-i(k_1+k_2)(na-\frac{b}{2})} \\ \left(\frac{k_2-k_1}{2k_2}\right) e^{i(k_1+k_2)(na-\frac{b}{2})} & \left(\frac{k_1+k_2}{2k_2}\right) e^{i(k_2-k_1)(na-\frac{b}{2})} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

et pour  $x = na + \frac{b}{2}$

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{k_2+k_3}{2k_3}\right) e^{i(k_2-k_3)(na+\frac{b}{2})} & \left(\frac{k_3-k_2}{2k_3}\right) e^{-i(k_2+k_3)(na+\frac{b}{2})} \\ \left(\frac{k_3-k_2}{2k_3}\right) e^{i(k_2+k_3)(na+\frac{b}{2})} & \left(\frac{k_2+k_3}{2k_3}\right) e^{i(k_3-k_2)(na+\frac{b}{2})} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Selon notre définition de la matrice de transfert, l'équation (2.6), et les deux dernières équations (2.39) et (2.40), nous pouvons écrire la matrice des éléments de transfert  $M_n$  de la cellule unique comme:

$$\begin{cases} M_{n11} = \frac{1}{4k_3k_2} [(k_2+k_3)(k_1+k_2)e^{ik_2b} + (k_3-k_2)(k_2-k_1)e^{-ik_2b}] e^{i[(k_1-k_3)na-(k_1+k_3)\frac{b}{2}]} \\ M_{n12} = \frac{1}{4k_3k_2} [(k_2+k_3)(k_2-k_1)e^{ik_2b} + (k_3-k_2)(k_2+k_1)e^{-ik_2b}] e^{-i[(k_1+k_3)na+(k_3-k_1)\frac{b}{2}]} \\ M_{n21} = \frac{1}{4k_3k_2} [(k_3-k_2)(k_2+k_1)e^{ik_2b} + (k_2+k_3)(k_2-k_1)e^{-ik_2b}] e^{i[(k_1+k_3)na+(k_3-k_1)\frac{b}{2}]} \\ M_{n22} = \frac{1}{4k_3k_2} [(k_3-k_2)(k_2-k_1)e^{ik_2b} + (k_2+k_3)(k_1+k_2)e^{-ik_2b}] e^{-i[(k_1-k_3)na-(k_1+k_3)\frac{b}{2}]} \end{cases} \quad (2.41)$$

Avec

$$k_2 = \sqrt{E - V_0} \quad (2.42)$$

Si on prendre

$$k_1 = k_3 = \sqrt{E} \quad (2.43)$$

On trouve la matrice

$$\mathbf{M}_n = \begin{pmatrix} \left[ \cos k_2b + \frac{i}{2} \left( \frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin k_2b \right] e^{-ik_1b} & \left[ \frac{i}{2} \left( \frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right) \sin k_2b \right] e^{-2ik_1na} \\ \left[ -\frac{i}{2} \left( \frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right) \sin k_2b \right] e^{2ik_1na} & \left[ \cos k_2b - \frac{i}{2} \left( \frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin k_2b \right] e^{+ik_1b} \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

## VII. b. Coefficient de transmission

Le coefficient de transmission peut être obtenu soit à partir de la matrice de diffusion  $S$ , ou à partir de la matrice de transfert, en tant que

$$T = |t|^2 = |S_{12}|^2 = \frac{1}{|M_{22}|^2} \quad (2.45)$$

$$T = \frac{1}{|M_{22}|^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \left( \frac{k_1}{k_2} - \frac{k_2}{k_1} \right)^2 \sin^2(k_2 b)} \quad (2.46)$$

### VIII. Le modèle de Kronig-Penney dans la limite du potentiel de fonction delta

Dans ce modèle, le potentiel  $V(x)$  comprenant  $N$  potentiels de pic  $\delta$  équidistants avec un paramètre de maille  $a$  a la forme générale [33]:

$$V(x) = \sum_{n=1}^N V_0 \delta(x - x_n) \quad (2.47)$$

Nous considérons d'abord l'équation de Schrödinger indépendante du temps à une dimension:

$$\left[ -\frac{d^2}{dx^2} + \sum_{n=1}^N V_0 \delta(x - x_n) \right] \psi(x) = E \psi(x) \quad (2.48)$$

Ici  $\psi(x)$  est la fonction d'onde de particule en  $x$ ,  $V_0$  est le potentiel et  $E$  l'énergie de la particule en unités de  $\hbar^2/2m$

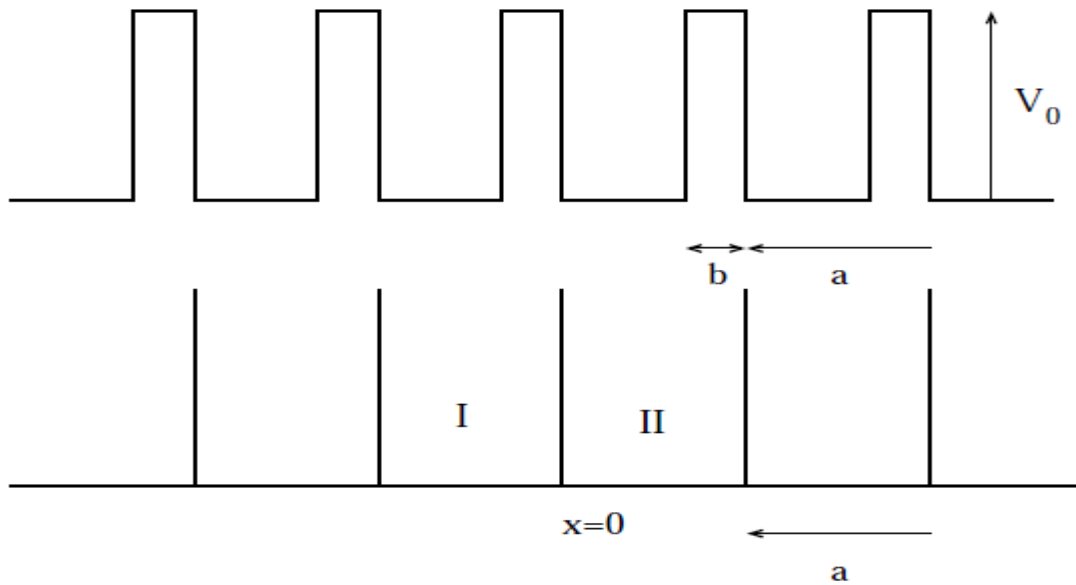


Figure II.7 : modèle de Kronig-Penney, potentiel rectangulaire(en haut) modèle de Kronig Penney potentiel delta (en bas).

Pour évaluer les propriétés de transmission, il est commode d'utiliser la technique de la matrice de transfert. L'amplitude relative des fonctions d'onde des cellules voisines est obtenue pour un système de  $N$  sites par le produit des matrices de transfert pour chaque cellule individuelle.

Comme il n'y a pas de potentiel dans la région entre deux barrières voisins,  $x_n < x < x_{n+1}$ , la fonction d'onde d'un électron dans cette région peut être écrite comme une superposition d'ondes planes d'une particule libre:

$$\psi_n(x) = A_n e^{ik_1 x} + B_n e^{-ik_1 x} \quad (2.49)$$

Où  $\psi_n(x)$  sont les fonctions d'onde dans un ensemble discret de points spatiaux  $x_n = na$  [1], et  $k_1 = \sqrt{E}$  représente le vecteur d'onde de la particule libre.

En utilisant les formules (II.21) pour la matrice de transfert de modèle de Kronig-penny avec potentiels rectangulaires et effectuer la procédure limite donnée à la section précédente [1]. Nous pouvons immédiatement écrire la matrice de transfert,  $\mathbf{M}_n$  concernant les amplitudes  $(A_n, B_n)$  et  $(A_{n+1}, B_{n+1})$  pour le transfert d'un électron d'une cellule à l'autre [30]:

$$\mathbf{M}_n = \begin{pmatrix} 1 + \frac{V_0}{2ik_1} & \frac{V_0}{2ik_1} \\ -\frac{V_0}{2ik_1} & 1 - \frac{V_0}{2ik_1} \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

La matrice de transfert totale  $\mathbf{M}$  pour un réseau avec  $N$  cellules est obtenue à partir de:

$$\mathbf{M} = \prod_n \mathbf{M}_n \quad (2.51)$$

### Introduction

La théorie de la localisation avait permis la compréhension de nombreux phénomènes en physique de la matière condensée, liés à la présence des impuretés ou à d'autres formes de désordre structural à l'échelle microscopique. Nous citons en particulier la transition métal–isolant qui peut être due à des effets purement géométriques tels que la percolation ou à un phénomène d'interférence quantique tel que la localisation d'Anderson.

Des études sur les propriétés optiques et électroniques sur les systèmes non cristallins ont suscité ces dernières années un vif intérêt surtout dans les composants tels que les polymères, les semi-conducteurs dopés, les alliages binaires et les amorphes. Récemment, l'introduction d'une corrélation dans les systèmes désordonnés unidimensionnels délocalise les états électroniques et l'apparition des états étendus [34]. Les états obtenus ne sont pas des ondes de types de Bloch mais l'enveloppe des fonctions d'ondes est périodique [35,36]. D'autre part, des travaux ont été faits théoriquement et expérimentalement sur les systèmes désordonnés à 1D en présence d'un champ électrique avec un grand choix d'intérêt aussi bien scientifique que technologique.

Dans notre travail nous présentons une étude numérique et analytique sur les propriétés électronique des systèmes désordonnés en absence d'un champ électrique. Les études ont été faites sur une chaîne linéaire de  $N$  potentiels en pics delta régulièrement espacés avec un paramètre du réseau  $a$ . Plusieurs résultats ont montré l'existence de différents états : états fortement localisés, états faiblement localisés. Pour la résolution numérique nous utilisons la représentation de Poincaré. Cette transformation consiste à relier les fonctions d'ondes en différents sites du réseau en utilisant la technique de la matrice de transfert, précisément la matrice de propagation et la matrice de transfert à travers des potentiels de pics delta pour calculer la transition d'un état électronique à un autre.

## II. Formalisme

On considère un modèle de Kronig-Penny appliqué à un système de potentiels  $v(x)$  avec des forces aléatoires. L'équation de Schrödinger correspondant s'écrit:

$$\left[ -\frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] \psi(x) = E\psi(x) \quad (3.1)$$

Où  $E$  est l'énergie de l'électron mesurée en unité de  $\frac{2m}{\hbar^2}$ . Le paramètre du réseau  $a$  sont pris comme unité. La longueur de la chaîne est donc identique au nombre de diffuseurs ( $L = N$ ).

Les deux extrémités de la chaîne sont ohmiquement connectées à des fils parfaits (Où l'électron est libre). La force de potentiel est uniformément distribuée entre:

$$\begin{array}{llll} 0 & \text{et} & W & \text{pour les barrières} \\ -W & \text{et} & 0 & \text{pour les puits} \end{array}$$

Où  $W$  est le paramètre du désordre.

Le coefficient de transmission est relié à la fonction d'onde. On traite deux types de potentiel : le potentiel de pic  $\delta$  (appelé modèle A) et le potentiel de largeur finie (appelé modèle B).

### II. a. Modèle A

Dans ce modèle le potentiel prend la forme générale:

$$V(x) = \sum_{n=1}^N V_n \delta(x - x_n) \quad (3.2)$$

L'équation différentielle 3.1 du second ordre peut être simplifiée par l'utilisation de la représentation de Poincaré. Ceci consiste à relier les vecteurs fonctions d'onde ( $\Psi_{n+1}, \Psi_n$ ) et ( $\Psi_n, \Psi_{n-1}$ ) aux différents sites du réseau. La fonction d'onde entre le site  $n$  et le site  $n+1$  est de la forme:

$$\psi_n(x) = A_n e^{+ikx} + B_n e^{-ikx} \quad (3.3)$$

En utilisant les conditions de continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée, on obtient l'équation récursive suivante [38] :

$$\Psi_{n+1} = \left[ 2 \cos(k) + V_n \frac{\sin k}{k} \right] \Psi_n - \Psi_{n-1} \quad (3.4)$$

Avec  $k = \sqrt{E}$

Coefficient de transmission :

$$T = \frac{|\exp(-2ik) - 1|^2}{|\Psi_{N+2} - \Psi_{N+3} \exp(-ik)|^2} \quad (3.5)$$

Où  $k = \sqrt{E}$

## II. b. Modèle B

Dans ce modèle le potentiel à la forme:

$$V(x) = \sum_{n=1}^N V(x - x_n) \quad (3.6)$$

Avec :

$$V = \begin{cases} V_n, & \text{pour } |x - x_n| \leq \frac{b}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.7)$$

Ici  $v_n$  est le potentiel du site au centre  $x_n$  et  $N$  est le nombre total des barrières de potentiel dans une chaîne de longueur  $L = N$  (voir Fig.III 1). Nous prenons le paramètre du réseau  $a = 1$  et la largeur de la barrière  $b = \frac{1}{2}$  [37].

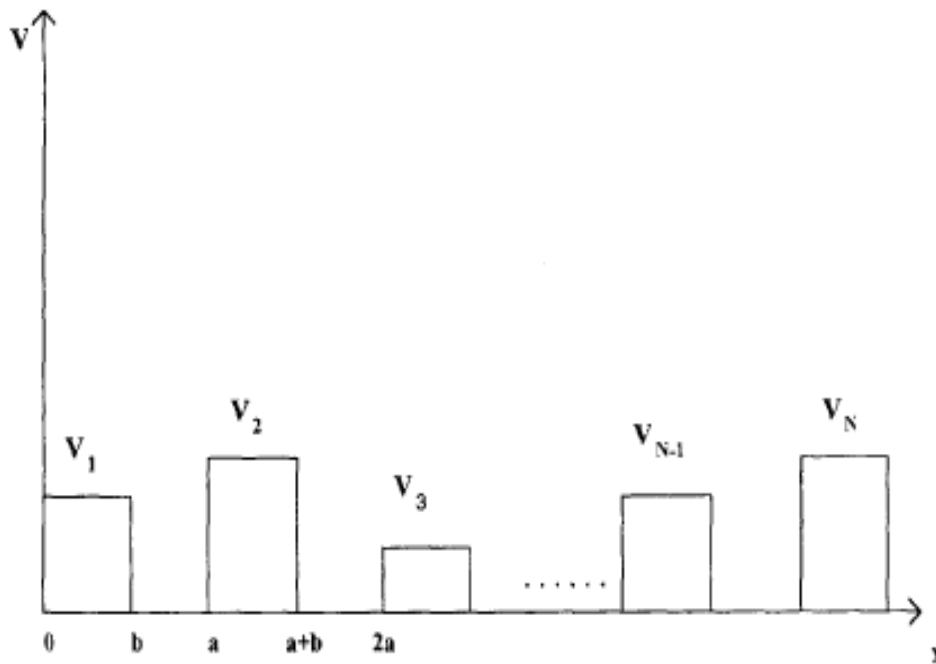


Figure III.1: Modèle de Kronig-Penny avec potentiels de barrière aléatoires

La matrice de transfert totale s'écrit donc

$$M = \prod_{n=1}^N m(na) \quad (3.8)$$

Pour des champs faibles, nous utilisons l'approximation Ladder (escalier). Dans ce cas les éléments de la matrice  $m$  s'écrivent:

$$m_{11} = \frac{k_1}{4k_3} \left( \alpha_{12} \alpha_{32} \exp(ik_2 b) + \alpha'_{21} \alpha'_{32} \exp(-ik_2 b) \right) \exp(i(k'_{13} - k_{13})b) \quad (3.9)$$

$$m_{12} = \frac{k_1}{4k_3} \left( \alpha'_{21} \alpha_{32} \exp(ik_2 b) + \alpha_{21} \alpha'_{32} \exp(ik_2 b) \right) \exp(-i(k_{13}na - k'_{13}b_1)) \quad (3.10)$$

Et  $M_{22} = M_{11}^*$  ,  $M_{21} = M_{12}^*$

ici les paramètres  $k_{ij}$ ,  $k'_{ij}$ ,  $\alpha_{ij}$  et  $\alpha'_{ij}$  sont définis :

$$\alpha_{12} = 1 + \frac{k_1}{k_2}, \quad \alpha_{32} = 1 + \frac{k_3}{k_2}, \quad \alpha'_{21} = 1 - \frac{k_1}{k_2}, \quad \alpha'_{32} = 1 - \frac{k_3}{k_2}, \quad k'_{13} = (k_1 - k_3)$$

et  $k_{13} = (k_1 + k_3)$

Le coefficient de transmission est donc donné par :

$$T = \frac{1}{|M_{11}|^2} \quad (3.11)$$

### III. Résultats et discussion

Nous avons étudié analytiquement puis numériquement de la transmission d'une onde électronique dans un système désordonné à une dimension.

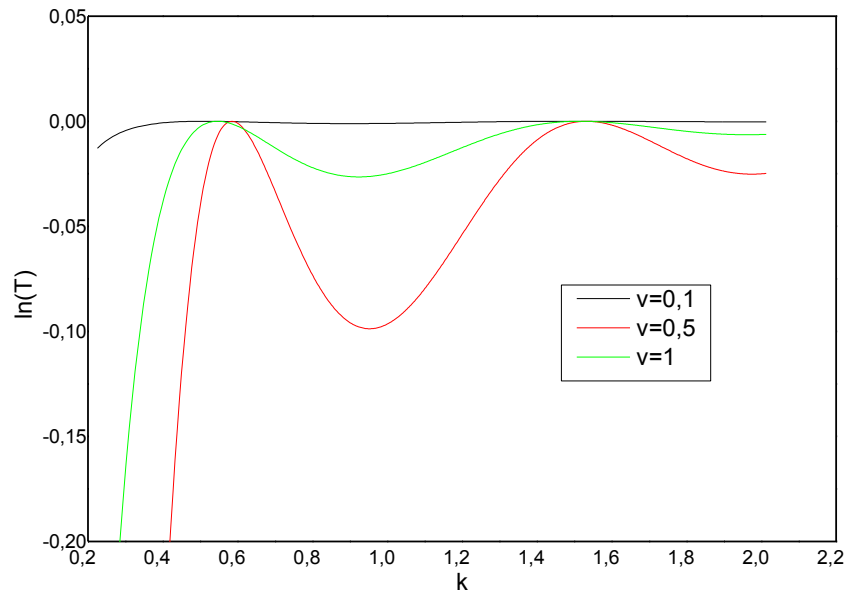
Tous d'abord, nous commençons par l'effet du nombre de site sur la transmission. Pour  $N=2$ , la figure III.2 montre  $\ln(T)$  en fonction du vecteur d'onde  $k$ ,  $k = \sqrt{E}$  ( $E$  est l'énergie) pour 3 valeur du potentiel  $V$  cette figure III.2 montre sur la résonance se déplacé vers les énergies inférieure.

En augmentant le nombre des sites (atomes)  $N=500$ , la figure III.3 montre le spectre d'énergie pour  $V=1$ . On voit clairement la structure de bandes, des bandes permise où  $T=1$  séparées par des bandes interdite où  $T=0$ .

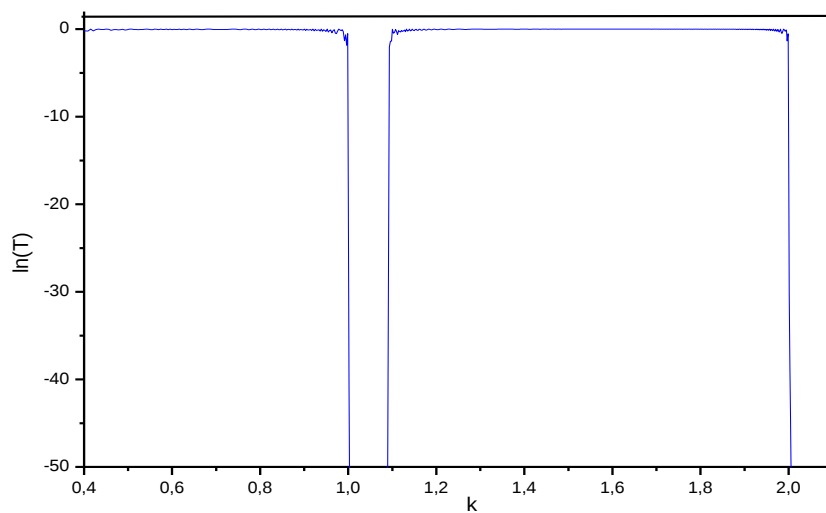
Pour connaitre la valeur des états électrique de ce système, nous avons calculé la transmission  $-\ln(T)$  Par la fonction de la taille de système  $L$ .

Pour l'énergie  $E_1=5$  correspondant à une énergie appartenant à la bandes permise et  $E_2=11$  correspondant à une énergie appartenant à la bande interdite les résultats sont montrés sur les figures 4 et 5.

Pour  $E=5$  la figure III.4 montre sur la fonction d'onde est de type de Bloch, les états sont donc étendus. Pour  $E=11$ , la figure III.5 montre sur la fonction d'onde décroît exponentiellement avec la taille du système,  $T \sim \exp(-l/\varepsilon)$  ce si montre que les états électronique dans la bandes interdite sont localises.

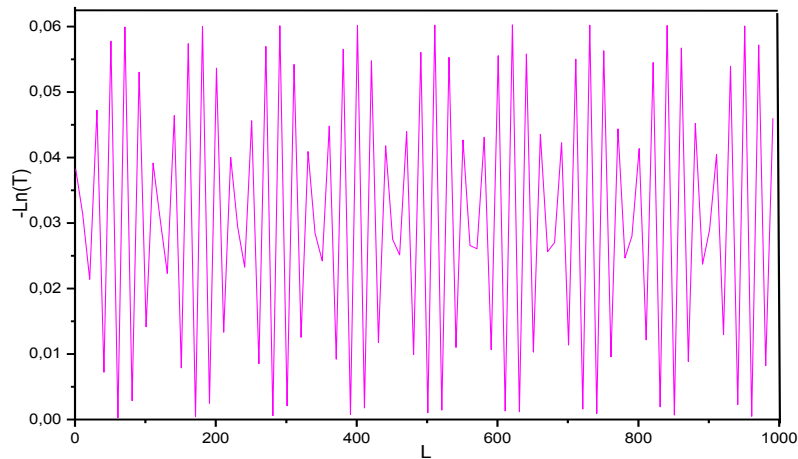


**Figure III.3:**  $\ln(t)$  en fonction de  $k$  dans un système ordonné



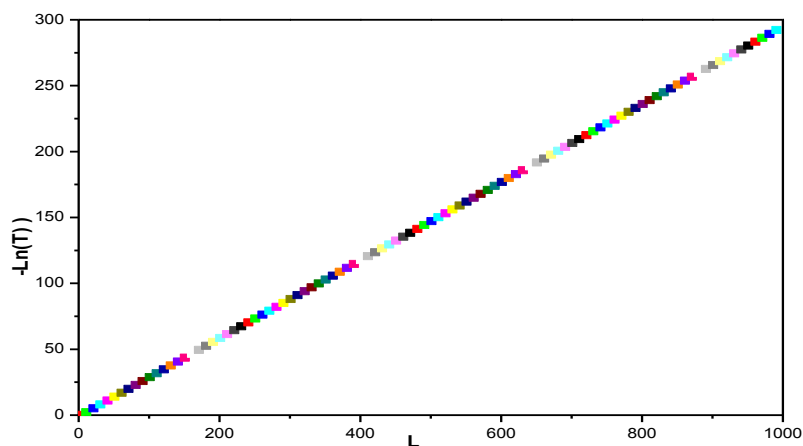
**Figure III.3 :**  $\ln(T)$  en fonction du vecteur d'onde  $k$  pour  $N= 500$ . Cas d'un système ordonné

Sur ce diagramme, on observe la transmission dans la bande permise est quasi-totale. On remarque aussi que la bande interdite, entre 1 et 1,05 la transmission est nulle.



**Figure III.4:**  $-\ln(T)$  en fonction de la taille  $L$  du système à  $E=5$ , pour un système ordonné.

La nature du mode résonant est décrite à partir de la détermination du comportement de la fonction enveloppe correspondante sur Figure III.4. Le coefficient de transmission  $-\ln(T)$  en fonction de taille de système  $L$ , montre que le mode résonant possède une fonction enveloppe périodique à amplitude uniforme.



**Figure III.5 :**  $\ln(T)$  en fonction de la taille  $L$  du système à  $E=11$ , pour un système ordonné.

Pour  $E=11$  appartenant à bande interdite, figure III.5 le graphe est un droite qui montre une parfaite corrélation entre la longueur de chaîne et la transmission en BI.

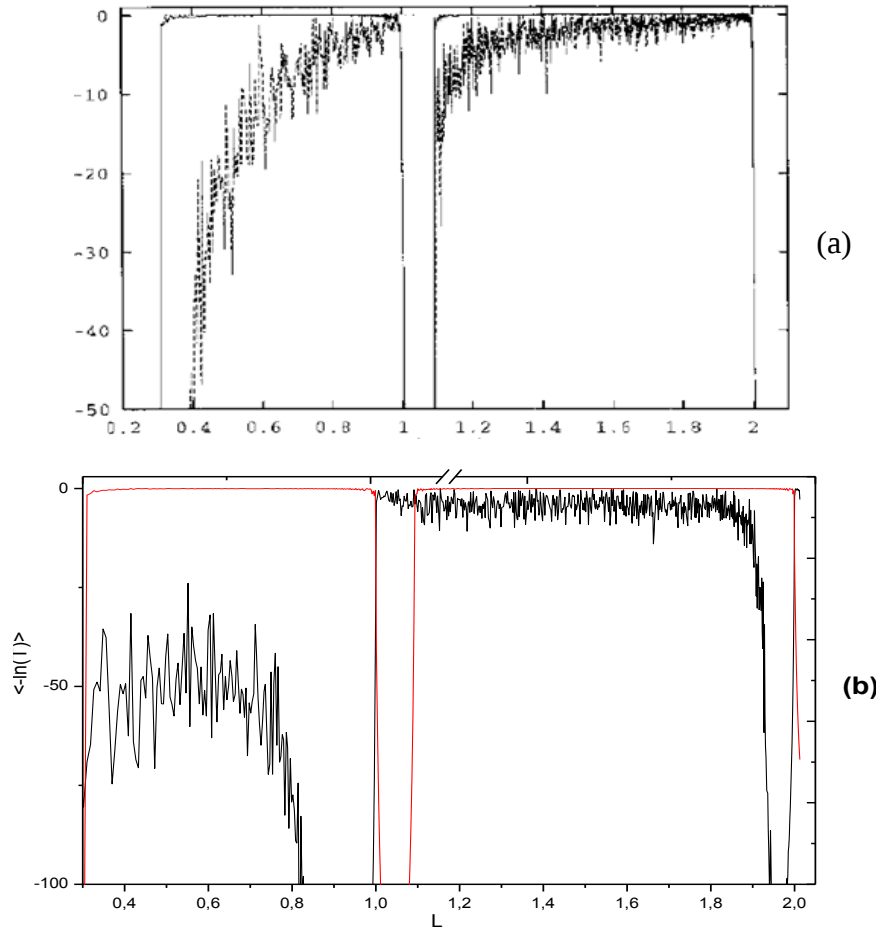
### III. a. Effet du type de potentiel :

Le coefficient de transmission est la quantité d'intérêt ici et peut être obtenu à partir de la fonction d'onde numériquement calculées d'une manière directe [13].

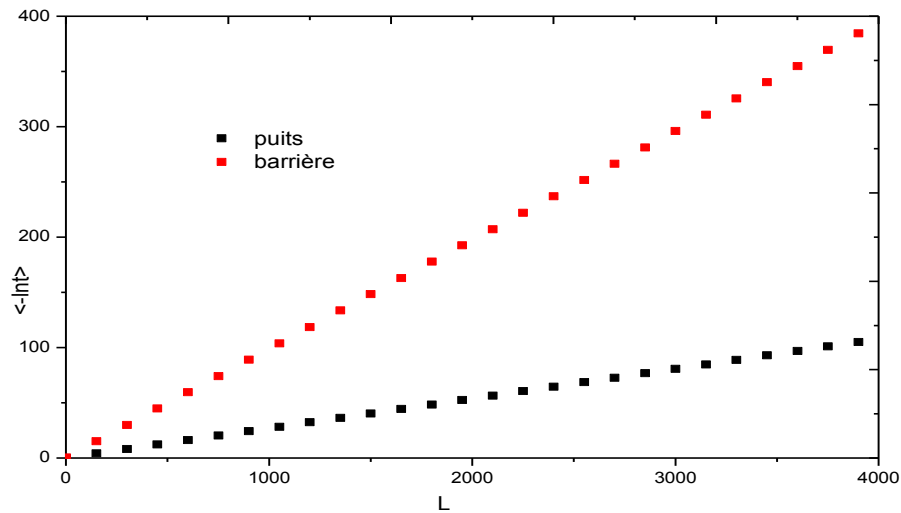
La figure III.6 montre l'effet du désordre sur le spectre d'énergie.

On remarque, sur cette figure que le désordre diminue le coefficient de transmission à l'intérieur des bandes permise. Cet effet se produit à la fois pour les systèmes avec des barrières (figure III.6 (a)) ou de puits (figure III.6 (b)).

En conclusion, en examinant séparément les systèmes avec des puits ou des barrières, nous avons observé que le spectre de chaque système à bande est décalé par rapport à l'autre, et que la transmission se montre dans un puits diminué par rapport à la barrière.



**Figure III.6 :** Effet du désordre sur le coefficient de transmission pour  $N=500$ , la comparaison des systèmes ordonne, et des systèmes désordonnés : (a) Systèmes avec des barrières [39]; (b) les systèmes avec puits.



**Figure III. 7 :** Comparaison le coefficient de transmission entre barrière et puits.

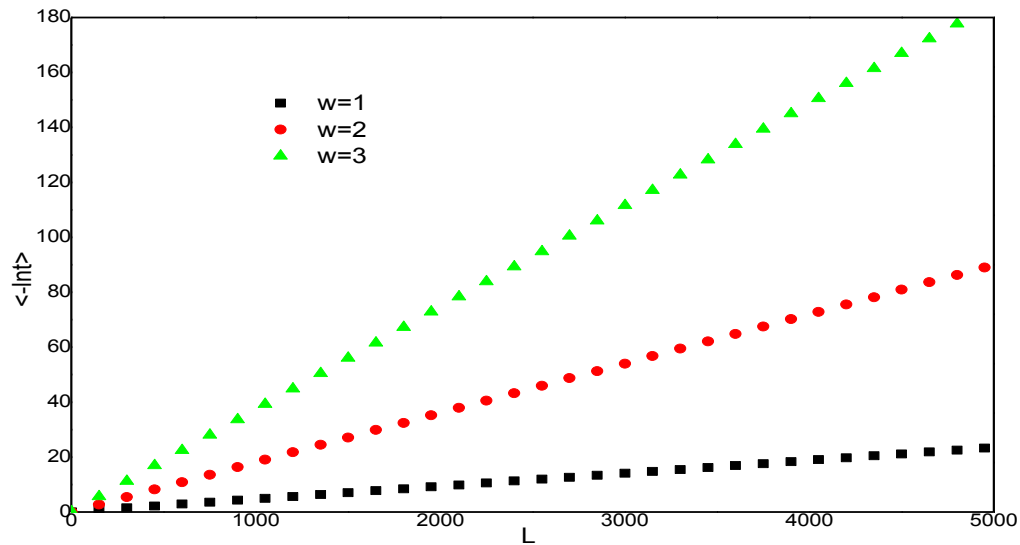
Etudiant maintenant le ‘scaling’ de la transmission pour différents degrés de désordre. La figure III.8, montre que le coefficient de transmission décroît exponentiellement avec la taille du système, comme  $T \sim \exp(-2\gamma L) \sim \exp(-L/\varepsilon)$ . Où  $\gamma$  l’exposant de Lypunov, et  $\varepsilon$  longueur de localisation.

L’influence du potentiel désordonné sur la transmission des ondes électronique est diminuée.

Comme représenté sur la figure III.8 la valeur moyenne du logarithme du le coefficient de transmission,  $\langle -\ln T \rangle$ , augmente linéairement avec l’augmentation de la longueur de système.

Dans un système faible désordre la transmission prendre même comportement à système ordonné, on obtient des états étendu.

L’augmentation des désordres diminue la transmission, en certain désordre la transmission est nulle, on obtient l’état localisé.



**Figure III.8 :** La figure présente  $\langle -\ln T \rangle$  en fonction de la taille  $L$  pour différentes valeurs de désordre  $w$  dans une barrière de potentiel.

### III. c. L'estimation de l'exposant de Lyapunov

Pour mieux comprendre l'effet du désordre, nous avons calculé de l'exposant de Lyapunov  $\gamma$  et la longueur de localisation pour différents degrés du désordre pour le système de barrière désordre et un autre système de puits désordre

Le calcul de  $\langle -\ln(T) \rangle$  permet alors de trouver l'exposant de Lyapunov  $\gamma$  ainsi que la longueur caractéristique  $\ell_c$ .

$$\gamma = -\frac{1}{2L} \ln T \quad (3.12)$$

Avec  $T$  la transmission.

Pour illustrer les résultats trouvés dans le graphe précédent, on propose une représentation de deux tableaux (1,2).

**Tableau 1 : la barrière de potentiel**

| $w$      | 0,5       | 1        | 1,5      | 2        | 2,5     | 3       |
|----------|-----------|----------|----------|----------|---------|---------|
| $\gamma$ | 0,0006    | 0,0023   | 0,0052   | 0,0090   | 0,0135  | 0,0185  |
| $\xi$    | 1628,7798 | 425,9887 | 193,8801 | 111,3655 | 74,0681 | 54,0591 |

**Tableau 2 : le puits de potentiel**

| W        | 0,5        | 1        | 1,5      | 2       | 2,5     | 3      |
|----------|------------|----------|----------|---------|---------|--------|
| $\gamma$ | 0,0007     | 0,0030   | 0,0075   | 0,0149  | 0,0270  | 5,4118 |
| $\xi$    | 1 393,7069 | 333,1743 | 133,8237 | 66,9261 | 37,0162 | 0,1848 |

Les deux tableaux (1) et (2) représentent les valeurs calculées des longueurs de localisation et de l'exposant de Lyapunov pour les deux cas de potentiel puits et barrières.

Il est observé que les potentiels en puits montrent une petite longueur de localisation ( $\xi=37,01$ ) alors que les barrières ont une grande longueur de localisation ( $\xi=74,06$ )

On remarque que le système de puits de potentiel présente des états plus localisés que le système à barrière de potentiel. Ceci est dû à la forte attraction des puits de potentiels, dans les systèmes à barrières de potentiel.

## Conclusion

En utilisant au model simple de K.P nous avons calculé le coefficient de transmission qui représente la fonction d'onde.

L'étude à été étendue pour un système désordonné. Nous avons analysé l'effet du désordre sur les propriétés de transport de système unidimensionnel.

Nous avons montré dans le cas ordonné, nous avons montré le spectre d'énergie donnant les bandes permise séparées par la band interdite.

En introduisant le désordre nous avons montré que les états électronique deviennent localisés du quelque point le degré du désordre.

Plusieurs résultats ont été trouvés et analysés.

## Bibliographie

- [1]. F. Bloch , Z. phys. 52, 555 (1928)
- [2]. M.P. Marder, Condensed Matter physics, Wiley Interscience publication, New York (1999)
- [3]. M. Di Vantra , Electrical transport in Nanoscale systems, Cambridge university press, New York (2008)
- [4]. P.W. Anderson, Phys. Rev. 109, 1492 (1958)
- [5]. I. M. Lifchitz, S.A. Gradeskul, L.A. Pastur , Introduction to the theory of disordered systems, Wiley interscience publication, New York (1988)
- [6]. P. Sheng, Scattering and localization of classical waves in random media, World Scientific,
- [7]. N.F.Mott,J.Non-Cryst.Solids 1, 1 (1968).
- [8]. R.Landauer,Philos.Mag.21,863 (1970).
- Ya Azabel M 1983 Solid state Commun.45,527.
- [9]. R.Landauer ,Phil.Mag.21,263 (1970). Singapore, (1990).
- [10]. E. Abrahams, P.W. Anderson, D.C. Licciardello and T.V. Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. 42, 673 (1979).
- (1979).
- [11]. Mikael Cassé, Etude du transport électronique dans les systèmes mésoscopiques: Intèrferomètre à anneau, thèse INSA Toulouse (2001).
- [12]. N.F.Mott,J.Non-Cryst.Solids 1, 1 (1968).
- [13]. Macleans Lutende Ndawana, thèse de doctorat "On the Universality of the Metal-Insulator Phase Transition", université de Warwick (September 2004).
- [14] G. H. Wannier, Phys. Rev. 117, 432 (1960).
- [15]. T. Edwards and D.J. Thouless, J. Phys. C 5, 807 (1972), D.C. Licciardello and D.J. Thouless, J. Phys. C 8, 4157 (1975); Phys. Rev. Lett. 35, 1475 (1975).
- [16]. D.J. Thouless, Phys. Rev. Lett. 39, 1167 (1977).
- [17]. R. Landauer, Philo. Mag. 21, 863 (1970); A. Douglas Stone and A. Szafer, IBM J. Res. Develp. 33, 384 (1988); Y. Imry and R. Landauer, Rev. Mod. Phys. 71, 306 (1999).
- [18]. P.W. Anderson, D.J. Thouless, E. Abrahams and D.S. Fisher, Phys. Rev. B 22, 3519 (1980) , P.W. Anderson, Phys. Rev. B 23, 4828 (1981).

- [19]. R.J.Bell et P.Dean, Discuss, Farady Soc.50,55 (1970).
- [20]. N.F.Mott et W.D.Twose, Adv.Phys.10,107 (1961).
- [21]. Comme.Ref: G.Bastard, E.Emendez, L.L.Chang et L.Esaki , Phys.Rev.B28,3241 (1983); G.Gonzalaz, I.Delgadillo et A.Calderon, Sol.Stat Commun.98,357 (1996); S.M.A.Nimour, N.Zekri et R.Ouasti, Phys.Lett.A.226,393 (1997).
- [22]. A. R. Gonzalez, *Quantum wires in one dimension: disorder, electronic transport and dissipation*, Tesis Doctoral, Universidad de Salamanca (2005).
- [23]. Cohen-Tannoudji, C. B. Diu, and F. Lalce, *Quantum Mechanics*. John Wiley & Sons, New York (1977).
- [24]. P. Markoš, C. M. Soukoulis, *Wave Propagation: from Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials*. Princeton University Press, New Jersey (2008).
- [25] F.M. Izrailev, A.A. Krokhin, N.M. Makarov, Physics Reports 512 (2012) 125–254.
- [26]. A. R. Gonzalez, *Quantum wires in one dimension: disorder, electronic transport and dissipation*, Tesis Doctoral, Universidad de Salamanca (2005).
- [27]. Cohen-Tannoudji, C., B. Diu, and F. Lalce, *Quantum Mechanics*. John Wiley & Sons, New York (1977).
- [28]. Mello, P. A., and N. Kumar, *Quantum Transport in Mesoscopic Systems: Complexity and Statistical Fluctuations*. Oxford University Press, Oxford (2004).
- [29]. Peter Markos, costas M. Soukoulis. Wave propagation (from electrons to photonic crystals and left-handed materials)
- [30]. Yeh, P., *Optical Waves in Layered Media*, 2nd ed. Wiley Series in Pure and Applied Optics. John Wiley & Sons, New York (2005).
- [31]. Landau, L. D. and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics*. Pergamon, Oxford (1984).
- [32] Flügge, S., *Practical Quantum Mechanics*. Springer, Berlin (1994, reprinted 1999).
- [33].Economou, E. N., *Green's Functions in Quantum Physics*, 2nd ed. Springer, Berlin (1979).
- [34]. A.Sanchez, E. Marcia et F. Dominguez-Adame, Phys. Rev. B 49, 147 (1994)
- [35]. M.Hilke, J.C.Flores, F. Dominuez-Adame, Phys. Rev .B 58, 13 (1998)
- [36]. H. Xiuqing et W. Xintian, Phys. Rev. B 55, 11 018 (1997)
- [37]. K. Senouci, N. Zekri, R. Ouasti, Physica A 234 (1996) 23.

- [38]. Rabah Benhenni, Khaled Senouci, Rachid Bouamrane, Nouredine Zekri Physica A 389 (2010) 1002-1008
- [39]. N. Zekri, M. Schreiber, R. Ouasti, R. Bouamrane, A. Brezini, Z. Phys. B 99, 381-386 (1996)
- [40]. Macleans. Lutende. Ndawana, thèse de doctorat "On the Universality of the Metal-Insulator. Phase Transition", université de Warwick (September 2004).