



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique



**Thèse présentée pour l'obtention du
DIPLOME DE DOCTORAT EN SCIENCES**

SPECIALITE: Energétique

Présenté par:

Mr. OULD SAID BELKACEM

Intitulée

**Etude des écoulements de convection thermosolutale
dans un espace annulaire conique vertical**

Date de Soutenance:

Devant la commission de jury composé de :

Président	Mr. Mohamed BENDOUKHA	Maitre de conférences A	UMAB Mostaganem
Examineur	Mr. Lahouari ADJLOUT	Professeur	USTO-MB Oran
Examineur	Mr. Bachir IMINE	Professeur	USTO-MB Oran
Encadreur	Mr. Noureddine RETIEL	Professeur	UMAB Mostaganem

ANNEE UNIVERSITAIRE : 2015/2016

ملخص

الغرض من هذا العمل هو دراسة عددية لنقل الحرارة بواسطة الحمل الحراري الطبيعي في الهندسة الحلقية العمودية. هذه التشكيلات ذات أهمية كبرى في مجال التطبيقات الصناعية المنتجة للطاقة النووية أو الكيميائية وفي هذا الصدد، فإن عمل هذه الأطروحة يتكون من دراسة الحمل الحراري الحر والمختلط مع التدفق الحراري غير قابل للانضغاط ثنائي الأبعاد من الهواء في تجويف مخروطي الحلقي العمودي. استخدمت المعادلات لاستمرارية والزخم والطاقة والتي تم حلها عن طريق الأسلوب حجم محدود باستعمال رمز التجاري بطلاقة. بالإضافة إلى ذلك، تمت مقارنة النتائج العددية من حيث عدد نسلت مع تلك الموجودة في الكتابات. وعرضت النتائج لتدفق المجال الحيوي والحرارية ومناقشتها للأعداد مختلفة من رايلي وريولدز. تم تسليط الضوء على تأثير الهندسة العلاقة بين الشكل والارتفاع .

كلمات البحث: الحمل الحراري الطبيعي، الحمل مختلط، والمحاكاة العددية، حجم محدود، المخروطية حلقي، وتدفق أصفحي.

RÉSUMÉ

L'objet du présent travail est d'étudier numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle au sein d'une géométrie annulaire verticale. Ces configurations sont d'un intérêt capital dans le domaine des applications industrielles ou des systèmes produisant l'énergie nucléaire ou chimique. A ce propos, les travaux de la présente thèse consistent en une étude de la convection libre et mixte d'un écoulement thermique incompressible bidimensionnelle d'air au sein d'une cavité conique annulaire verticale. Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie ont été résolues par la méthode des volumes finis en utilisant le code commercial Fluent. De plus, les résultats numériques en termes de nombre de Nusselt ont été comparés avec ceux de la littérature. Les résultats concernant le champ dynamique et thermique d'un écoulement ont été présentés et discutés pour des différents nombres de Rayleigh et Reynolds. L'influence de la géométrie (les rapports de forme et de hauteur) a été mise en exergue.

Mot-clé : Convection naturelle, Convection mixte, Simulation numérique, Volumes finis, Conique annulaire, Ecoulement laminaire.

Abstract

The purpose of this work is to numerically study the heat transfer by natural convection in a vertical annular geometry. These configurations are of a capital interest in the field of industrial applications or systems producing nuclear or chemical energy. In this regard, the work of this thesis consists of a study of free convection and combination of a two-dimensional incompressible thermal flow of air in a vertical annular tapered cavity. The equations of continuity, momentum and energy were solved by the finite volume method using FLUENT commercial code. In addition, the numerical results in terms of Nusselt number were compared with those of the literature. The results for the dynamic and thermal field flow were presented and discussed for different Rayleigh numbers and Reynolds. The geometry influence (the aspect ratio and height ratio) was taken into account.

Keywords: Natural convection, Mixed convection, Numerical simulation, Finite volume, Annular conical, laminar flow.

Remerciements

Remerciements

Avant tout, je remercie **DIEU** le tout puissant de m'avoir donnée la force et le courage afin que je puisse accomplir ce travail.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse, le Professeur **Retiel NOUREDDINE**, pour toute la confiance qu'il m'a accordée en acceptant de m'intégrer dans son équipe de recherche. Je le remercie aussi pour sa disponibilité, et de la persévérance dont il a fait preuve tout au long des étapes d'élaboration du présent travail.

Je voudrais remercier tout particulièrement Monsieur **Mohamed BENDOUKHA** Maître de conférences à l'UMAB-Mostaganem. Il a toujours été disponible, à l'écoute de mes nombreuses questions. C'est un grand honneur pour moi qu'il préside ce jury de soutenance.

Je remercie Monsieur **Lahouari ADJLOUT** Professeur à l'USTO-MB-Oran, pour ses multiples conseils et pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant de le juger malgré ces très nombreuses occupations.

Je souhaite également que Monsieur **Bachir IMINE** Professeur à l'USTO-MB-Oran à accepté d'expertiser ce travail de thèse et de participer à mon jury de soutenance.

Belkacem OULD SAID

Dédicaces

A ma mère

A mes frères et sœurs

A tous mes amis et proches

A tous ceux qui m'ont enseigné

BELKACEM OULD SAÏD

Tableau des matières

Table des matières

Résumé	I
Abstract	I
Sommaire	II
Liste des Figures	VI
Liste des Tableaux	IX
Nomenclature	X
INTRODUCTION GENERALE	1
Chapitre I : Recherche Bibliographie	
I.1 Introduction	3
I.2 La convection naturelle dans les cavités annulaires	3
I.3 La convection mixte dans les cavités annulaires	14
Chapitre II : Formulation Mathématique	
II.1 Introduction	20
II.2 Rappel théorique du transfert thermique	20
II.3 Description du Problème	23
II.4 Modèle mathématique	25
II.4.1 Conservation de masse	26
II.4.2 Conservation de quantité de mouvement	26
II.4.3 Conservation d'énergie	26
II.5 Adimensionnement	27
II.5.1 Les grandeurs de référence	27
II.5.2 Les paramètres caractéristiques du problème	29
II.6 Les conditions aux limites	31
II.7 Conclusion	32
Chapitre III : Modélisation numérique	
III.1 Introduction	33
III.2 Méthode des volumes finis	33
III.2.1 Notion et choix de maillage	34
III.2.3 Géométrie et topologie	34
III.2.4 Connectivité	35
III.2.5 Génération de maillage 2D	36
III.2.6 Définition des frontières	38

III.2.7	Discrétisation des termes de l'équation de transport	39
III.3	Procédure de résolution	42
III.3.1	Choix de la méthode de couplage Pression -Vitesse	42
III.3.2	Algorithme SIMPLE	43
III.3.3	Résolutions des systèmes d'équations	46
III.3.4	Critère de convergence	46
III.3.5	Choix du schéma d'interpolation de la pression	47
III.3.6	Schémas numériques de discrétisation	47
III.3.6.1	Schema centre (Central Differencing Scheme: CDS)	48
III.3.6.2	Schema Upwind (Upwind Differencing Schema: UDS)	49
III.3.6.3	Schéma hybrid	49
III.3.6.4	Schéma en loi de puissance (Power law scheme)	49
III.3.6.5	Schema Quick (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics)	50
III.3.7	Choix des facteurs de relaxation	50
III.4	Résolution par Fluent	51
III.4.1	Présentation du code de calcul	51
III.4.2	Le préprocesseur GAMBIT	51
III.4.3	Le solveur Fluent	52
III.4.4	Le post-processeur	52
III.5	Conclusion	54
III.5	Conclusion	54
Chapitre IV : Résultats et discussions		
IV.1	Effet du nombre de Rayleigh sur la convection naturelle dans une cavité conique annulaire	55
IV.1.1	Domaine d'étude	55
IV.1.1.1	Choix des principaux paramètres de la configuration	55
IV.1.1.2	Présentation des objectifs	55
IV.1.2	Sensibilité du maillage	56
IV.1.3.1	Effets du nombre de Rayleigh	57
IV.1.3.2	Effets du rapport de forme	61
IV.1.3.3	Conclusion	64
IV.2	Effet de la géométrie de la cavité	65
IV.2.1	Analyse de la sensibilité du maillage	65

IV.2.2 Résultats et Discussion	66
IV.2.2.1 Effet du rapport de Hauteur	67
IV.2.2.2 Effet du rapport de forme	69
IV.2.3 Conclusion	71
IV.3 Etude de la convection mixte dans une cavité conique annulaire	72
IV.3.1 Introduction	72
IV.3.2 Sélection des paramètres adimensionnels	72
IV.3.3 Résultats et discussion	73
IV.3.3.1 Effet du nombre de Rayleigh n	73
IV.3.3.2 Effet du nombre de Reynolds	77
IV.3.4 Conclusion	81
Conclusion Générale	83
Référence Bibliographiques	86

Liste des figures

Fig. I.1.	Effet de l'épaisseur relative de la paroi intérieure sur le nombre de Nusselt pour $Ra=710^6$ et $K=3$, $K^*=1$	7
Fig. I.2.	Effet du rapport de conductivité sur le nombre de Nusselt pour $Ra=710^6$ et $K=3$, $K^*=1$	7
Fig. I.3.	Schéma du domaine physique de la cavité annulaire avec plusieurs sources de chaleur discrète	10
Fig. I.4.	Géométrie d'une cavité cylindrique conique	10
Fig. I.5.	Modèle physique d'une cavité annulaire avec source discrète	11
Fig. I.6.	L'effet du rapport de rayon sur le nombre de Nusselt pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh for (a) $\varepsilon = 0.25$ et (b) $\varepsilon = 0.125$ avec $L = 0.5$	12
Fig. I.7.	La variation de la température maximale au niveau le chauffage discrète pour différentes taille de la surface chauffée (a) $Ar=1$ et (b) $Ar=1$	12
Fig. I.8.	Représentation de la cavité annulaire avec un champ magnétique	13
Fig. I.9.	Diagramme schématique et le système de coordonnées	16
Fig. II.1.	Développement d'une couche limite sur une plaque plane.	21
Fig. II.2.	Convection thermique pure le long d'une plaque verticale.	22
Fig. II.3.	Ecoulement thermique de couches limites dans une cavité annulaire.	23
Fig. II.4.	Modèle Physique étudié.	25
Fig.III.1.	Quelques types d'éléments.	35
Fig.III.2.	Maillage structuré non orthogonal.	35
Fig.III.3.	Exemples de maillages.	35
Fig.III.4.	Exemples de grilles multiblocs : (a) cas conforme; (b) cas non-conforme.	36
Fig.III.5.	Maillage (a) : Conforme/non conforme, (b) : orthogonal/ non orthogonal.	36
Fig.III.6.	Structure de maillage d'une cavité conique annulaire verticale bidimensionnelle	37
Fig.III.7.	Volume de contrôle typique.	40
Fig.III.8.	Maillage une seule dimension 1D.	41
Fig.III.9.	Maillage décalé du volume de contrôle pour les trois vitesses dans les trois directions séparées.	43
Fig.III.10.	Organigramme de la méthode simple.	44

Fig.III.11.	Schémas de discrétisation.	48
Fig.III.12.	Maillage généré au niveau les parois actives verticales.	53
Fig. IV.1.	Maillage irrégulier pour une cavité conique annulaire.	56
Fig. IV.2.	La variation du profile de la température avec la distance horizontale pour rapport de forme $Ar=1$, $K=2$ and $\delta=45^\circ$ à $Z=0,75$.	60
Fig. IV.3.	La variation du profile de la vitesse Axiale avec la distance horizontale pour rapport de forme $Ar=1$, $K=2$ and $\delta=45^\circ$ à $Z=0,75$.	60
Fig. IV.4.	La variation du nombre de Nusselt le long de la paroi chaude de la cavité avec $Pr=0,71$, en fonction de la valeur de Ra .	60
Fig. IV.5.	Les lignes de courants et les isothermes pour rapport de forme $Ar=1$, $K=2$ and $\delta=45^\circ$.	61
Fig. IV.6.	Les lignes de courants et les isothermes pour différentes rapport de forme à $Ra=10^5$, $K=2$ et $\delta=63^\circ, 71^\circ$ & 75° .	63
Fig. IV.7.	Le nombre de Nusselt moyen en fonction de rapport de forme pour différent nombre de Rayleigh à $K=2$ et $\delta=63^\circ, 71^\circ$ & 75° .	64
Fig. IV.8.	Maillage généré près des parois actives	66
Fig. IV.9.	Les lignes de courants et isothermes pour différent rapport de Hauteur ($Ra=10^5$, $Ar=1$, $K=2$ et $\delta=45^\circ$).	68
Fig. IV.10.	La variation du nombre de Nusselt en fonction du rapport de Hauteur et du nombre de Rayleigh à $Ar=1$, $K=2$ et $\delta=45^\circ$.	69
Fig. IV.11.	Les lignes de courants et les isothermes pour différente rapport de forme avec le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et $K=2$.	70
Fig. IV.12.	La variation du nombre de Nusselt avec nombre de Rayleigh et le rapport de forme, rapport de Hauteur avec $K=2$ et $\delta=45^\circ, 56^\circ$ et 63° .	70
Fig. IV.13.	Structure de l'écoulement et distribution de température $Re=10$ et $Ar=1$, $K=2$, $\delta=45^\circ$.	75
Fig. IV.14.	Profile horizontal de la température au milieu de la cavité pour le nombre de Reynolds $Re=10$ et $Ar=1$, $K=2$, $\delta=45^\circ$ à $Z=0,75$.	76
Fig. IV.15.	Nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude $Re=10$ et $Ar=1$, $K=2$, $\delta=45^\circ$.	77
Fig. IV.17.	Effet des nombres de Reynolds sur la structure de l'écoulement et la distribution de température pour le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et $Ar=1$, $K=2$ et $\delta=45^\circ$.	80
Fig. IV.18.	Profile horizontal de la température au milieu de la cavité pour le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et $Ar=1$, $K=2$ et $\delta=45^\circ$.	80

- Fig. IV.19.** Profile de la vitesse au milieu de la cavité pour le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et $Ar=1$, $K=2$ et $\delta =45^\circ$. 80
- Fig. IV.20.** La variation du nombre de Nusselt avec nombre de Reynolds pour différent nombre de Rayleigh à $Ar= 1$, $K=2$ et $\delta =45^\circ$. 81

Liste des tableaux

Tableau III.1.	Conditions limites bidimensionnelle dans le cas convection naturelle dans cavité conique annulaire verticale.	38
Tableau III.2.	Conditions limites bidimensionnelle dans le cas convection naturelle dans cavité conique partiellement annulaire verticale.	38
Tableau III.3.	Conditions limites bidimensionnelle dans le cas convection mixte dans une cavité conique partiellement annulaire verticale.	38
Tableau III.4.	Identification des termes sources et des coefficients pour les équations de transport sous forme adimensionnelle.	39
Tableau III.5.	Paramètres de dans – relaxation pour notre problème.	50
Tableau III.6.	Paramètres de dans – relaxation pour notre problème.	51
Tableau III.7.	Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour la convection naturelle thermique dans une cavité carrée pour $Pr=0.71$.	53
Tableau III.8.	Les valeurs du nombre de Nusselt global au niveau de la paroi isotherme pour le rapport de forme $Ar=10$ et $K=2$, $\delta=90^\circ$.	56
Tableau. IV.1.	Résultats de maillage indépendant d'une étude de la convection naturelle dans un espace conique annulaire à $Ra=10^5$, $Ar=1$ & $K=2$.	56
Tableau. IV.2.	Maillage généré près des parois actives.	66

Nomenclature

$Ar=H/L$	Rapport de forme	
h	La hauteur du cône interne	[m]
$K=r_o/r_i$	Rapport de rayon	
Nu	Nombre de Nusselt	[-]
P^*	Pression adimensionnelle	[-]
Ra	Nombre de Rayleigh	[-]
Re	Nombre de Reynolds	[-]
r_o	Rayon extérieure inférieure	[m]
R_o	Rayon extérieure inférieure adimensionnelle	
r	Coordonnée radial	
R	Coordonnée radial adimensionnelle	
T_i, T_o	Températures maintenues sur la paroi interne et extérieure	[K]
u	La vitesse suivant la direction radiale	[m. s ⁻¹]
U	La vitesse adimensionnelle suivant la direction radiale	
$X=h/H$	Rapport de hauteur	
T^*	temperature adimensionnelle	
H	La hauteur du cône externe	[m]
L	La largeur de l'espace annulaire= ($r_o - r_i$)	[m]
P	Pression statique	[Pa]
Pr	Nombre de Prandtl	
r_i	Rayon interne inférieure	[m]
R_i	Rayon interne inférieure adimensionnelle	
z	Coordonnée axial	
Z	Coordonnée adimensionnelle axial	
T	Temperature locale	[K]
ΔT	Difference de temperature	[K]
v	La vitesse suivant la direction axiale	[m. s ⁻¹]
V	La vitesse adimensionnelle suivant la direction axiale	
• <i>symboles grecs</i>		
ρ	Masse volumique de fluide	[kg. m ⁻³]
δ	Angle d'inclinaison	[rad]
g	Accélération de la pesanteur	[m. s ⁻²]
α	Diffusivité thermique	[m ² .s ⁻¹]

ν	Viscosité cinématique	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$
μ	Viscosité dynamique	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$
β	Coefficient d'expansion thermique	$[\text{K}^{-1}]$
λ	Conductivité thermique de fluide	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$

• *Liste des abréviations*

CV	Volume de controle
MVF	Méthode des volume finis
EDP	Equations aux dérivées partielles
CFD	Computational Fluid Dynamics
i	Intérieure
0	Extérieure

Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE

Le transfert de chaleur par convection est l'un des modes de transfert de chaleur que l'on rencontre fréquemment dans de plusieurs applications pratiques telles que les capteurs solaires, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des réacteurs nucléaires ...ete.

La convection se produit quand il y a un mouvement relatif entre une surface et un fluide sur la surface et il y a une différence de température entre la surface et l'écoulement. Le mécanisme de l'écoulement sur une surface chauffée est divisé en trois groupes distincts: convection libre, convection forcée et convection mixte.

Le mouvement de la masse dans la convection libre dépend du gradient de densité qui est entraîné par la force de flottabilité de l'écoulement, tandis que l'écoulement en convection forcée est entraîné par d'autres forces externes telles que la vitesse d'écoulement et le gradient de pression. D'autre part, la convection mixte est entraînée par deux convections libre et forcée. Au cours de ces dernières années, plus d'attention a été accordée à la convection naturelle. En outre, la plupart des méthodes pratiques et économiques pour le développement de chauffage et refroidissement des systèmes utilisent la convection naturelle induite par les forces de flottabilité.

Le manuscrit de cette thèse est constitué de quatre chapitres. Le premier est consacré à une étude bibliographique couvrant les études expérimentales et numériques sur la convection naturelle et mixte dans les cavités annulaire avec différents conditions limites.

Le second chapitre est réservé à la modélisation mathématique bidimensionnelle de la convection naturelle et mixte pour un écoulement laminaire au sein d'une cavité conique annulaire verticale avec des parois inclinées chauffée à des températures constante. La configuration géométrique étudiée (modèle physique) et les équations de conservation considérée combinées avec l'approximation de Boussinesq.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation méthodologique de résolution numérique du système d'équations établies précédemment. La discrétisation ces équations en utilisant la méthode des volumes finies.

Dans quatrième chapitre, notre objectif est de mettre en évidence, l'impact des paramètres géométriques et physiques sur l'écoulement du fluide de la convection naturelle dans une cavité conique annulaire contenant un fluide newtonien incompressible. L'étude comprend principalement trois volets :

Tout d'abord nous intéressons premièrement à l'effet du nombre de Rayleigh en convection naturelle en régime laminaire stationnaire dans une cavité conique annulaire verticale. Ici, l'écoulement obtenu est généré par les forces de poussée d'Archimède lorsque le fluide est soumis simultanément à la variation de température. L'intensité de gradient thermique, ainsi que la façon dont la chaleur diffuse au sein d'un fluide engendre des différences de masse volumique. L'accent

est mis sur la sensibilité de la structure d'écoulement et des transferts thermiques au rapport de forme de la cavité et au nombre de Rayleigh.

Dans le deuxième volet, nous sommes intéressés à l'effet de la géométrie sur la convection naturelle dans une cavité conique partiellement annulaire verticale remplie d'air, avec des parois inclinées isothermes différentiellement chauffée et les parois extérieur horizontale sont supposées adiabatiques. Notre objectif est donc d'étudier l'influence des rapports de forme et de hauteur de l'espace annulaire sur la structure d'écoulement de fluide.

A la fin de ce chapitre on va discuter sur des simulations numériques au sein d'un écoulement incompressible bidimensionnel de la convection mixte avec la présence d'un jet ascendant verticale dans une cavité conique annulaire verticale. Parmi les principaux objectifs de ces parties l'analyse des effets des nombres de Rayleigh et Reynolds sur le comportement dynamique et thermique de l'écoulement de fluide.

Finalement, cette thèse se termine par une conclusion générale dans laquelle sont relevées les particularités des résultats obtenus. En outre les perspectives d'évaluation pouvant s'ouvrir par le biais de ce travail sont également développées.

Chapitre I
Recherche Bibliographie

I.1 Introduction

Le transfert de chaleur par convection naturelle est très important à cause de son implication dans plusieurs phénomènes naturels et industriels. Pour maîtriser ces phénomènes ou du moins les comprendre, des études expérimentales, théoriques ou numériques ont été réalisées depuis longtemps. Alors que les premiers travaux s'intéressaient à la convection libre le long de parois planes ou autour d'obstacle, d'autres concernent l'écoulement convectif dans des espaces confinés ou semi-confinés.

des travaux récents concernant le transfert de chaleur par convection naturelle et mixte au sein d'un fluide a été rapportée dans la littérature tel que le refroidissement des réacteurs nucléaires **Zvirin** [1], chauffe-eau solaire **Tabor** [2], échangeurs de chaleur à convection naturelle **Parent & al.** [3], thermosiphons **Bernier & al.** [4], convection mixte dans les canaux verticaux **Hanratty & al.** [5]. Plusieurs travaux en convection naturelle se sont intéressés à des cavités avec espaces annulaires verticaux ou horizontaux, à cause de la forme cylindrique qui est souvent rencontrées en pratique et particulièrement dans le domaine industriel **Ranganathan** [6] et **Cheddadi & al.** [7]. Pour enrichir cette littérature nous nous sommes intéressés à ce type de géométrie, en introduisant la forme conique de l'espace annulaire dans notre travail.

Dans ce chapitre, nous définirons le phénomène de la convection naturelle et mixte d'un fluide dans des cavités en régime laminaire et nous présenterons une revue bibliographique des principaux travaux réalisés dans ce domaine.

I.2 La convection naturelle dans les cavités annulaires

La convection naturelle thermique dans un espace annulaire vertical avec un gradient de température horizontal a été étudiée par plusieurs auteurs. Citons en particulier les travaux de **De vahl davis & al.** [8] qui ont étudié la convection naturelle dans un espace annulaire vertical à des nombres de Rayleigh de l'ordre de $2 \cdot 10^5$. Une étude paramétrique faisant varier le nombre de Prandtl dans un intervalle de $0.5 < Pr < 10^4$ et un rapport de forme A_r entre 1 et 33 pour des rapports de rayon compris entre 1 et 10 leur ont permis de conclure que le transfert de chaleur n'est pas seulement fonction du nombre de Rayleigh Ra et du rapport de forme A_r mais également du rapport des rayons. Ainsi **De vahl davis & al.** [8] ont obtenu un écoulement unicellulaire pour un nombre de Rayleigh modéré lorsque le rapport de forme A_r est supérieur à 5 pour un rapport de rayon $K=2$, et un écoulement multicellulaire lorsque le nombre de Rayleigh est plus important.

Citons également les travaux de **Schwab & al.** [9] qui ont été étudié numériquement la convection naturelle au sein d'une cavité annulaire verticale, pour proposer une relation qui permet de calculer le nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de Ra , Pr et A_r et pour un rapport de rayon $K=2$. La distribution de la température et le champ de vitesses sont également présentés dans cette étude pour permettre de mieux comprendre le mécanisme de l'écoulement accompagné

du transfert de chaleur. Ils ont constaté que la région centrale de l'espace annulaire vertical était immobile avec une stratification thermique avec un gradient de température presque uniforme pour des valeurs élevés du nombre de Rayleigh. Ainsi leurs résultats obtenus sont 30 à 50% supérieurs à ceux de **De vahl davis & al.** [8].

L'estimation du transfert de chaleur en fonction du rapport des rayons K leur ont permis de préciser l'évolution de l'exposant p dans le cadre d'une corrélation $Nu \sim K^{p(k)}$. Cet exposant est estimé par **De vahl davis & al.** [8] à 0,442, indépendamment de K tandis que Kumar le fait évoluer suivant la loi $p = \frac{0.329}{K} + 0.34$. Lorsque K augmente fortement, la courbure de la paroi extérieure n'aura plus d'influence sur l'écoulement dans le centre de la cavité, il sera alors assimilé à un écoulement de couche limite autour d'un cylindre vertical chaud, c'est d'ailleurs la conclusion à laquelle aboutit **Prasad & al.** [10] dans une autre étude dans laquelle il considère cela à partir de $K > 20$.

Contrairement aux études précédentes qui se sont principalement intéressés à la détermination du transfert de chaleur, **Lee & al.** [11] ont concentré leurs travaux sur la structure d'écoulement pour des fluides à faible nombre de Prandtl ($0 \leq Pr \leq 0,7$) pour des cavités à fort allongement vertical ($10 \leq Ar \leq 20$) et pour des rapports de rayons compris entre 1 et 10, notamment sur l'observation de régimes multicellulaires à $Pr = 0,71$.

Prasad & al. [12] sont les premiers à avoir étudié expérimentalement l'effet de la courbure sur la convection en cavité annulaire. L'influence du rapport des rayons de la cavité annulaire y est étudiée à des nombres de Rayleigh compris entre $8 \cdot 10^6$ et $3 \cdot 10^{10}$ et rapport de forme $Ar = 0,5, 1$ et $1,5$. Ils ont aussi étudié le problème de la couche limite et l'effet du rapport de rayon sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats montrent que les effets de courbure sur les champs de température et sur l'épaisseur de la couche limite sont importantes, ainsi que la dépendance du nombre de Nusselt par rapport au nombre de Rayleigh. Ainsi ils observent également qu'au fur et à mesure que la courbure de la cavité augmente, le fluide chaud s'accumule au voisinage de la paroi intérieure (chaude); il en résulte un faible gradient vertical de température dans la zone inférieure de la cavité et un fort gradient au niveau de la zone supérieure. Qualitativement, cela a été également obtenu par **De vahl davis & al.** [8], **Schwab & al.** [9] et **Lee & al.** [11].

L'étude la plus récente sur la convection naturelle dans une cavité annulaire verticale avec le cylindre intérieur maintenu à une température plus élevée que le cylindre extérieur, tandis que les parois supérieure et inférieure sont adiabatiques a été effectuée par **Kumar & al.** [13]. Les résultats obtenus sont comparés avec les données expérimentales et des corrélations développées pour le taux de transfert de chaleur. Pour un fluide ayant un nombre de Prandtl égal à 0,7 et des cavités à faible et moyen rapport de forme ($0,3 \leq Ar \leq 10$), pour des rapports de rayons compris entre 1 et 15 et des

nombre de Rayleigh variant de 10 à 10^6 ont obtenu des corrélations pour un fluide ayant un nombre de Prandtl constant et égal à $0,7$. Notons également que, les études menées par **Thomas & al.** [14] dans une cavité annulaire verticale a montré que le nombre de Nusselt moyen varie faiblement en fonction du nombre de Prandtl. Cet aspect se retrouve également dans la faible valeur de l'exposant de Pr dans la corrélation de **De Vahl Davis & al.** [8]

$$Nu_L = 0.18Ra_L^{0.278}k\left(\frac{0.329}{k}\right)^{+0.34}A^{-0.122}$$

Les travaux menés par **Thomas & al.** [14] sur la convection naturelle dans une cavité annulaire verticale montrent que le nombre de Nusselt moyen varie faiblement en fonction du nombre de Prandtl. Cet aspect se retrouve également dans la faible valeur de l'exposant de Pr dans la corrélation de **De vahl davis & al.** [6].

Nagendra & al. [15] ont étudié, du point de vue analytique et expérimentale, le transfert de chaleur par la convection libre dans des anneaux verticaux concentriques et cylindriques. Différentes corrélations pour le cylindre intérieur, selon le rapport rayon/longueur du cylindre intérieur et le nombre de Rayleigh, ont été employées pour trouver les corrélations relatives aux anneaux. Les résultats s'accordent aux corrélations existantes (10 pour cent environ) pour le cas de cylindres courts à l'intérieur de tubes. Pour les autres cas, soit longs cylindres dans les anneaux et fils dans les anneaux, les expériences effectuées s'accordent à l'analyse. Les résultats obtenus s'accordent aux corrélations existantes (10 pour cent environ) pour le cas de cylindres courts à l'intérieur de tubes. Pour les autres cas, soit longs cylindres dans les anneaux et fils dans les anneaux, les expériences effectuées s'accordent à l'analyse.

Keyhani & al. [16] ont présentés une étude de la convection naturelle dans un espace annulaire vertical, dans lequel le cylindre intérieur est soumis à un flux de chaleur constant et le cylindre extérieur est maintenu à une température constante. Ils ont recueilli les données globales de transfert de chaleur dans une plage du nombre de Rayleigh de 10^3 à $2,310^6$. Ainsi des régimes d'écoulement transitoire dans la couche limite, et des coefficients de transfert de chaleur moyen sont obtenus avec l'air et l'hélium en tant que fluides de travail.

Joshi [17] a étudié la convection naturelle laminaire complètement développé dans un anneau vertical. Il a ensuite résolu analytiquement les équations gouvernant l'écoulement avec des conditions aux limites thermiques sur les deux parois verticales sont maintenus isothermes. Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir d'une solution aux différences finies d'écoulement en développement. On en conclut que les conditions complètement développées peuvent être supposées pour des nombres Grashof plus petits que 10 .

Une étude numérique a été menée par **Khan & al.** [18], pour évaluer les effets du rapport de diamètre et le rapport de forme sur la convection naturelle dans une cavité annulaire vertical rempli de gaz. Le cylindre intérieur est soumis au flux thermique uniforme et le cylindre extérieur est maintenu à une température constante. Les parois supérieure et inférieure horizontales sont adiabatiques. Le taux de transfert de chaleur, la distribution de température et le champ des vitesses ont été obtenus pour $1 \leq K \leq 15$, $1 \leq Ar \leq 10$ et $10^2 < Ra < 10^7$. Les résultats de transfert de chaleur ont été comparés avec ceux pour le chauffage isotherme, et ont été trouvés à être plus élevés. Pour des valeurs plus importantes du nombre de Rayleigh et le rapport de rayon, ils ont trouvés que le transfert de chaleur est négligeable pour des rapports supérieurs à 10. Des corrélations de transfert de chaleur sont obtenues.

Wei & al. [19] ont étudié la convection naturelle bidimensionnelle dans un espace annulaire vertical, remplie d'air. Où la paroi intérieure est chauffée avec un flux de chaleur constante et la paroi extérieure est maintenu à une température constante dont les parois horizontales sont supposées être isolées. L'effet de rapport de forme et le nombre de Rayleigh sur la structure d'écoulement et le transfert de chaleur ont été examinés. Ainsi la dépendance de la conductivité relative moyenne sur le rapport de forme et l'effet de l'imperfection au niveau les deux parois supérieure et inférieure adiabatique sur la température de la paroi intérieure sont également discutés.

Prasanna [20] a étudié numériquement l'écoulement de fluide et le transfert de chaleur par convection naturelle en régime transitoire dans un espace annulaire verticale. Les deux parois intérieure et extérieure sont maintenues à des températures uniformes et les autres parois horizontales sont adiabatiques. La méthode des différences finies a été utilisée pour résoudre le système d'équations non linéaires couplées. Les résultats numériques obtenus ont indiqué que les champs de température et de vitesse sont modifiés de façon significative par l'effet du rapport de rayons. Le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du rapport des rayons.

Une étude numérique de transfert de chaleur par convection naturelle au sein d'un écoulement de fluide dans un espace annulaire cylindrique vertical a été réalisée par **Choukairy & al.** [21]. La paroi intérieure, d'une épaisseur finie, est maintenue à une température supérieure à la paroi externe mince. Les parois supérieure et inférieure sont supposés adiabatiques. Une analyse d'échelle est utilisée pour caractériser l'effet de la conductivité et de l'épaisseur de la paroi intérieure sur le transfert de chaleur. Ils ont trouvé que les résultats numériques obtenues sont en bon accord avec les résultats analytiques (figure I.1, I.2).

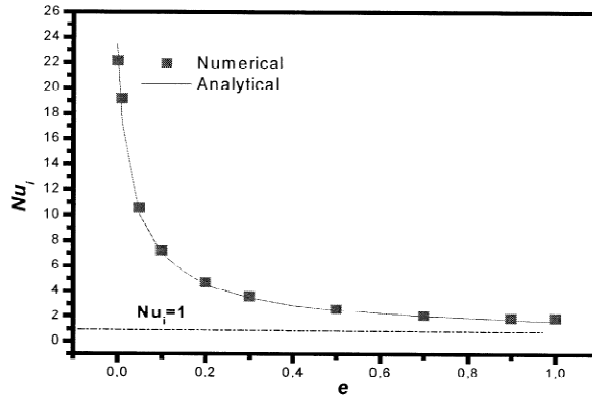


Fig. I.1. Effet de l'épaisseur relative de la paroi intérieur sur le nombre de Nusselt pour $Ra=7.10^6$ et $K=3, K^*=1$.

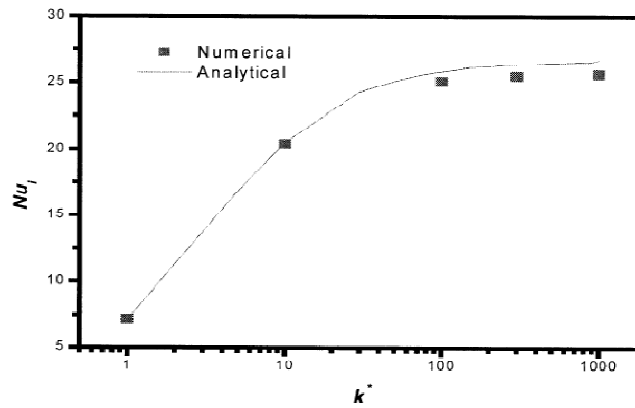


Fig. I.2. Effet du rapport de conductivité sur le nombre de Nusselt pour $Ra=7.10^6$ et $K=3, K^*=1$.

Inaba & al. [22] ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace annulaire verticale avec des gaz à haute température. En outre, les *simulations numériques ont été* faites à l'aide de l'outil numérique CFD commercial *Fluent* pour la comparaison dans leur étude. Ils ont également présenté une corrélation empirique du transfert de chaleur dans des écoulements des fluides.

$$Nu_l(l) = 0.364\{Ra(l)f(Pr)\}^{0.25}(r_o/r_i)^{0.5} + \frac{q_r}{(T_1 - T_2)} \frac{l}{k}$$

Des résultats de la simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité cylindrique annulaire verticale sous l'influence d'un *fluide électriquement conducteur* en présence d'un champ magnétique axial et radial ont été présentés dans l'étude conduit par **Sankar & al.** [23]. Dans cette étude, l'effet de flux sur l'écoulement de fluide à été établi pour $1 \leq \lambda \leq 10$ et $0,5 \leq Ar \leq 2$ et $10^3 \leq Ra \leq 10^6$. Les résultats numériques obtenus sont en bon accord avec les données publiées dans la littérature. De plus ces résultats montrent que les oscillations de flux peuvent être efficaces en imposant un champ magnétique externe. Et en termes de transfert de

chaleur le nombre de Nusselt moyen augmente avec le rapport des rayons, mais diminue avec le nombre de Hartmann.

Reddy & al. [24] ont présenté une étude numérique de la convection naturelle conjuguée dans un espace annulaire vertical, avec une tige de génération de chaleur vertical situé au centre. Les équations régissant sont discrétisées sur un maillage décalé et sont résolus en utilisant un algorithme de correction de pression. Une étude paramétrique est réalisée en faisant varier le nombre de Grashof, le rapport de forme et le rapport de conductivité thermique entre la paroi et le fluide en fonction du nombre de Prandtl fixé à 0,7. Des corrélations sont présentées pour le nombre de Nusselt et les températures en fonction des paramètres du problème.

La même configuration à été étudié numériquement avec la convection naturelle conjuguée dans un espace annulaire, avec une tige verticale de génération de chaleur localisée au centre est effectuée par **Reddy & al.** [25]. Les équations sous forme primitive sont résolues en utilisant un algorithme de correction de pression. Une étude paramétrique est réalisée en faisant varier le nombre de Grashof basé sur la génération de la chaleur, le rapport de forme et le taux de conductivité thermique dans le solide. Le nombre de Prandtl pour le fluide est fixé à 0,7. Les résultats sont présentés sous forme de distributions de température et de transfert de chaleur. Il été remarqué que le nombre de Nusselt moyen subit une augmentation avec le nombre de Grashof au niveau des deux parois intérieures et extérieures. Les corrélations du nombre de Nusselt moyen sont présentées en fonction des paramètres du problème.

$$Nu = aGr^b H^{*c} k^{(d+\frac{e}{k})} [1 + g \exp(-\lambda_s^*)]^f$$

Kiwan & al. [26] ont simulé numériquement en régime laminaire le transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace annulaire entre deux cylindres concentriques verticale. Un code basé sur la méthode des volumes finis a été utilisée pour résoudre numériquement les équations qui régissent le phénomène de transfert de chaleur. Ces auteurs ont étudié l'écoulement de fluide Pour estimer le nombre de Nusselt moyen et analyser l'effet de plusieurs paramètres géométriques. Ceux-ci comprennent différents paramètres physique et géométrique. Ils ont également constaté que les caractéristiques de transfert de chaleur peuvent être fortement affectées par la présence des surfaces poreuses. Les valeurs de conductivités thermiques Kr pour différents cas d'écoulement sont trouvées et présentés.

La même configuration a été étudiée numériquement par **Reddy & al.** [27] où ils ont utilisé l'approximation de Non-Boussinesq dans le transfert de chaleur par convection naturelle conjugué dans un espace annulaire vertical, avec une paroi verticale qui génère une chaleur situé au milieu de la cavité, en tenant compte des propriétés de transport variables. Les résultats sont présentés sous forme de températures maximales à la paroi solide, et le nombre de Nusselt moyen. En général, le

modèle de Boussinesq prévoit que des températures plus élevées au niveau de la paroi solide et le nombre de Nusselt moyen deviennent inférieures sur les parois intérieures et extérieures.

Sankar & al. [28] ont étudié l'effet de flux de chaleur sur la convection naturelle dans un espace annulaire vertical, rempli d'un fluide incompressible, la paroi interne est soumise à une source de chaleur discrète. La paroi extérieure est maintenue de manière isotherme à une température inférieure, tandis que les parois supérieure et inférieure sont adiabatiques. Une méthode implicite de différences finies a été utilisée pour résoudre les équations qui régissent le système d'écoulement. Ils ont analysé l'effet des nombres de Rayleigh pour différentes longueurs et différents emplacements de la source de chaleur. Les résultats obtenus montrent que pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh modifié et le rapport de rayon le transfert de chaleur augmente, tandis que le transfert de chaleur diminue avec une augmentation de la longueur de la surface chauffée. La température maximale à la surface chauffée augmente avec une augmentation de la longueur de la taille chauffée, tandis qu'il diminue lorsque le nombre de Rayleigh modifié et le nombre de Darcy augmentent. En plus, ils ont mis en évidence l'effet de la taille et l'emplacement de l'élément chauffant sur le comportement dynamique et thermique dans la cavité annulaire.

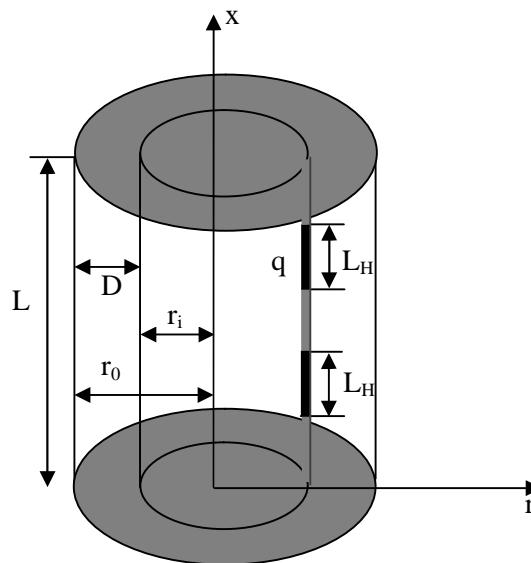


Fig. I.3. Schéma du domaine physique de la cavité annulaire avec plusieurs sources de chaleur discrète.

Salman Ahmed & al. [29] ont présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans un cylindre conique annulaire verticale (figure I.4). La paroi intérieure du cylindre conique est maintenue à une température uniforme, et les équations aux dérivées partielles non-linéaires sont résolues en utilisant la méthode des éléments finis. Les résultats sont discutés pour différentes valeurs de paramètres géométriques et physiques en mettant l'accent sur l'angle de cône du cylindre. Ils ont observé que l'angle de cône joue un rôle essentiel dans le transfert de chaleur à partir de la paroi chaude.

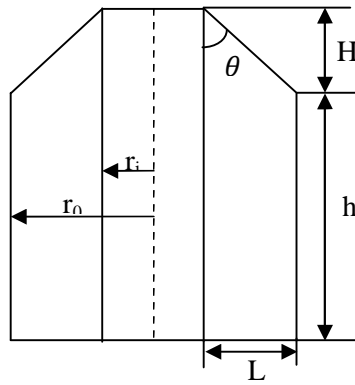


Fig. I.4. Géométrie d'une cavité cylindrique conique.

Sankar & al. [30] ont effectué une étude numérique de la convection naturelle dans une espace cylindrique annulaire vertical. Dans cette étude, les conditions aux limites thermiques appliquée (une source de chaleur discrète imposée à la paroi interne et la paroi extérieure est maintenue de manière isotherme à une température inférieure représentée sur la figure I.5). L'analyse est effectuée pour une large gamme des nombres de Rayleigh et Darcy modifiés pour différentes taille et l'emplacement de source de chaleur sur le comportement dynamique et thermique. Ils ont montré que l'effet du rapport de rayon avec différents nombre de Rayleigh augmente le transfert de chaleur, tandis que le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de la surface chauffée. Ainsi La taille et l'emplacement de la source de chaleur ont des effets différents sur l'intensité de mouvement fluide et le taux de transfert de chaleur.

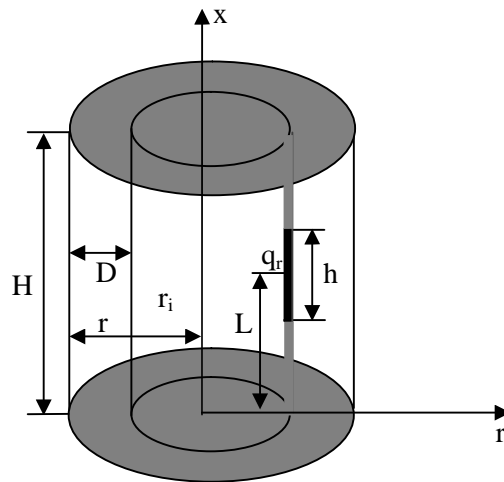


Fig. I.5. Modèle physique d'une cavité annulaire avec source discrète.

Singh & al. [31] ont examiné le transfert de chaleur par convection naturelle d'un écoulement laminaire entièrement développé dans un espace annulaire verticale par la présence d'un champ magnétique radial. Ce dernier induit un mouvement d'un fluide électriquement conducteur est pris en compte. Des solutions analytiques unifiées pour la vitesse, le champ magnétique induit et le champ de température sont obtenus pour les cas d'isotherme et flux de chaleur constant sur le cylindre intérieur de l'anneau concentrique. Ils ont constaté que l'effet du champ magnétique induit augmente les profils de vitesse d'écoulement du fluide. Ainsi que le champ magnétique est plus

grande dans le cas d'une condition isotherme par rapport au cas de flux de chaleur constant lorsque l'écart entre les cylindres est inférieur ou égale à 1,70 fois au rayon du cylindre intérieur, alors qu'une tendance inverse se produit lorsque l'écart entre les cylindres est supérieur à 1,71 fois au rayon du cylindre intérieur.

Sankar & al. [32] ont étudié numériquement le transfert de chaleur induit par la convection dans un anneau cylindrique avec une source de chaleur discrète. L'influence de l'emplacement et la taille de la partie chauffée sur les structures d'écoulement de fluide correspondant sont obtenues pour une large gamme de paramètres physiques. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur augmente en fonction du rapport des rayons de l'espace annulaire. En outre, ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur et la température maximum dans la cavité annulaire est sensiblement modifié par la taille et l'emplacement de la surface chauffée.

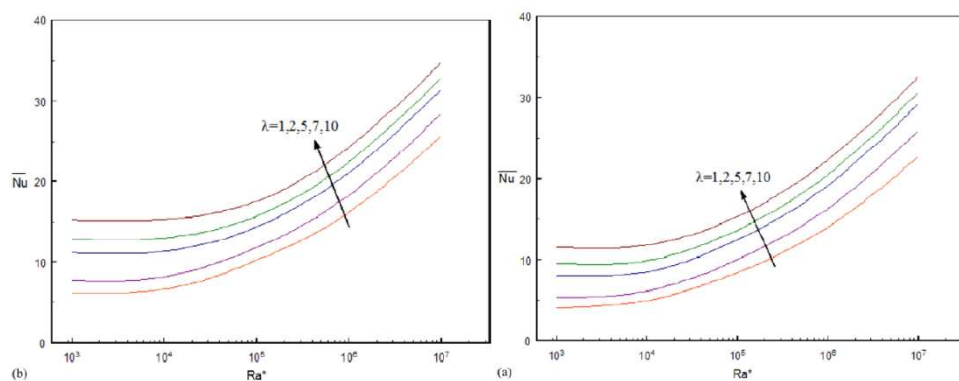


Fig. I.6. L'effet du rapport de rayon sur le nombre de Nusselt pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh pour (a) $\varepsilon = 0.25$ et (b) $\varepsilon = 0.125$ avec $L = 0.5$.

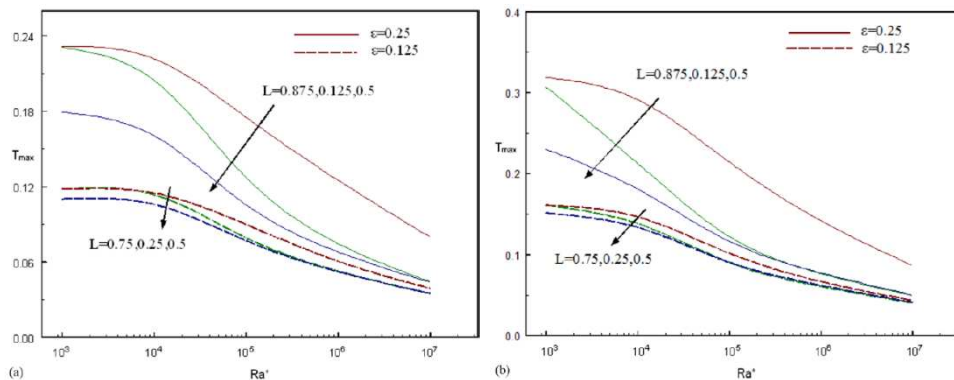


Fig. I.7. La variation de la température maximale au niveau le chauffage discrète pour différentes tailles de la surface chauffée (a) $Ar=1$ et (b) $Ar=1$.

Anil Lal & al. [33] ont développé un code numérique pour simuler la convection naturelle dans une cavité annulaire verticale soumise à un flux de chaleur constant. Leurs résultats montrent que le transfert de chaleur à travers l'anneau est soumis à des variations spatiales nettes en raison de la configuration de l'écoulement typique à des valeurs élevées de nombre de Rayleigh qui est influencé par une conduction amont à de faibles valeurs de nombre de Rayleigh. Des corrélations

pour le nombre de Nusselt moyen sont obtenues en fonction du nombre de Rayleigh (dans la gamme de 10^3 à 10^5) et le rapport de rayon varie entre (2 à 20).

Alipour & al. [34] ont étudié les effets du rapport de rayon sur le transfert de chaleur dans une cavité annulaire chauffée électriquement en mettant en place une expérience. Ils ont proposés des corrélations en fonction de la variation du rapport de rayon, du rapport de forme de l'espace annulaire, et du nombre de Rayleigh.

$$Nu = 433. Ra^{0.187} H^{-3.154} K^{-0.094}$$

Sarveshanand & al. [35] ont analysé l'écoulement laminaire et le transfert de chaleur par convection naturelle complètement développé dans des anneaux concentriques verticaux ouverts et soumis à un flux de chaleur constant imposé sur la paroi intérieur, dont la paroi extérieur est à une température constante, en présence d'un champ magnétique radial. Les équations différentielles à dérivés partielles linéaires sont obtenues sous la forme adimensionnelle et résolues analytiquement. Ils ont observé, à partir d'une étude comparative que l'effet du champ magnétique augmente les profils de vitesse. En plus, l'écoulement de fluide peut être augmenté en augmentant l'écart entre les cylindres.

Afrand & al. [36] ont étudié numériquement la convection naturelle dans un anneau cylindrique formé par deux cylindres coaxiaux verticaux. Les parois cylindriques sont isothermes, et les autres parois sont supposées être adiabatiques. Un champ magnétique horizontal constant est également appliqué sur la cavité. Les résultats montrent que l'écoulement est axisymétrique en l'absence du champ magnétique, mais par l'application d'un champ magnétique horizontal, il devient asymétrique. Cela est dû à la croissance des couches limites à proximité des parois parallèles et perpendiculaires au champ magnétique. Ce dernier appliqué provoque à une réduction du nombre de Nusselt dans la plupart des régions de l'espace annulaire. L'effet du champ magnétique induit sur le transfert de chaleur par convection naturelle d'un écoulement Newtonien laminaire entièrement développé dans un espace annulaire concentrique vertical différentiellement chauffée (figure I.8), rempli d'un fluide visqueux incompressible et électriquement conducteur en présence d'un champ magnétique radial a été étudié par **Kumar & al.** [37]. Les équations régissant le comportement dynamique et thermique sont transformées en des équations différentielles à dérivés partielles sont résolus analytiquement. Ils ont analysé l'influence du champ magnétique induit et la densité de courant induit sur la vitesse du fluide. Les résultats montrent que l'effet du champ magnétique augmente la vitesse, et le profile de la densité de courant induit.

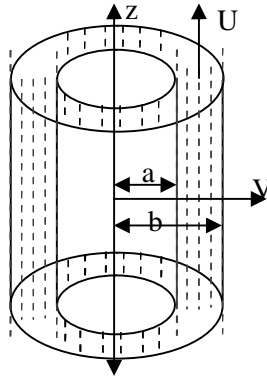


Fig. I.8. Représentation de la cavité annulaire avec un champ magnétique.

I.2 Travaux antérieurs sur la convection mixte dans les cavités annulaires

Parmi les premières études expérimentales et numériques traitant le phénomène de la convection mixte dans une conduite verticale on retrouve celle de **Hanratty & al.** [5]. Ils ont montré que les structures d'écoulement deviennent non isothermes et instables.

Lawrence & al. [38] ont développé une méthode numérique pour le calcul des écoulements entrant dans des tubes verticaux pour les cas ascendant ou descendant avec des conditions de flux de chaleur ou de température constante imposé sur les parois. Les solutions obtenues sont en excellent accord avec les données expérimentales obtenues d'un écoulement ascendant dans un tube vertical chauffé. Ils ont montré que la densité et la viscosité doivent être traitées en tant que fonctions non linéaires de la température.

Jackson & al. [39] ont examiné le phénomène de transfert de chaleur par convection mixte dans un tube verticale. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur augmente de manière monotone avec l'augmentation de flottabilité, ainsi des corrélations ont été obtenues avec succès en termes de variables locales.

$$\frac{Nu_{min}}{Nu_F} = 14.91 \left[\frac{Gr}{Re^{3.425} Pr^{0.8}} \right]^{0.28}$$

Une analyse numérique a été menée par **Choudhury & al.** [40] pour le cas de transfert de chaleur combinée par la convection forcée et libre d'un écoulement laminaire dans un tube incliné ou la région d'entrée est isotherme. Dans leur travail, différents paramètres indépendants sont introduits tels que le nombre de Prandtl Pr, le nombre de Rayleigh et la vitesse de rotation, ainsi l'angle d'inclinaison. Les résultats montrent que les effets de flottabilité ont une influence considérable sur les caractéristiques d'écoulement de fluide caloporteur du flux de développement.

Ianello & al. [41] ont présenté une solution analytique d'un écoulement laminaire par convection mixte développés au sein d'une géométrie annulaire vertical de sous-canal et du faisceau de tige. Ils ont montré que le coefficient de frottement peut varier de manière significative.

Yao & al. [42] ont déterminé les caractéristiques de la stabilité linéaire de l'écoulement non-isotherme par convection mixte dans une cavité annulaire verticale. L'analyse montre que le comportement d'écoulement instable est complètement développé au sein de l'espace annulaire. En outre, ils ont constaté que les perturbations les plus instables sont souvent axisymétriques dans la plage de paramètre d'intérêt pratique.

Aung & al. [43] ont effectué une étude théorique de transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité annulaire concentrique verticale. Une technique des différences finies implicite a été développée pour étudier les effets des propriétés des fluides dépendant de la température, qui sont représentés par des relations de loi de puissance. Ils ont montré que le taux de transfert de chaleur le long de la longueur de la conduite, peut être influencé par la variation des propriétés du fluide.

Tsou & al. [44] ont étudié numériquement la convection mixte laminaire dans un canal annulaire circulaire concentrique, remplie d'air. Les parois interne et externe de la conduite sont maintenues à des flux de chaleur uniforme. Les équations non linéaires régissant l'écoulement sont résolues numériquement par la méthode des différences finie, avec un schéma implicite. Les résultats obtenus indiquent que, la vitesse de chauffage de la paroi intérieure peut encore améliorer le nombre de Nusselt local de 30 pour cent.

Ho & al. [45] ont effectué une étude numérique sur l'effet de perturbation de la convection forcée dans un espace annulaire cylindrique vertical due à la rotation axiale du cylindre intérieur sur le comportement dynamique et thermique de l'écoulement. Ils ont trouvé que le transfert de chaleur de convection mixte et des structures d'écoulement du fluide dans l'espace annulaire, sont fortement affectée par l'effet d'inversion de densité. Ainsi l'augmentation de taux du transfert de chaleur dépend de la rotation axiale lente du cylindre intérieur.

Moutsoglou & al. [46] ont analysé numériquement l'effet de la force de flottabilité sur la convection mixte laminaire dans un tube vertical différentiellement chauffée, remplie d'air. Les résultats obtenus montrent que Les effets du paramètre de flottabilité dépendent des facteurs de friction et le nombre de Nusselt.

Rothe & al. [47] ont réalisé une étude expérimentale et numérique de l'écoulement turbulent et le transfert de chaleur dans un anneau concentrique entre des tubes rotatifs de manière indépendante. Les conditions aux limites différentes sont imposées sur les deux tubes intérieure et extérieure avec le modèle *des contraintes de Reynolds* de turbulence qui a été appliqué. Ils ont observé que les effets du rapport des rayons et la contrainte de cisaillement supplémentaire sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur est du à la rotation des deux tubes intérieur et extérieur.

Barletta [48] présente une étude analytique de la convection mixte d'un fluide Newtonien et la convection forcée d'un fluide non Newtonien (loi de puissance) par la présence du renversement de

l'écoulement de fluide laminaire entièrement développé à l'intérieur d'une conduite annulaire verticale. Ensuite, dans le cas général, l'évaluation des coefficients de friction est utilisée pour déterminer les conditions de l'apparition du renversement de l'écoulement de fluide, pour des valeurs fixes de l'indice de loi de puissance et du rapport entre les rayons intérieur et extérieur de la conduite.

Les effets de la dissipation visqueuse et la flottabilité sur l'écoulement du fluide Newtonien (laminaire) et parallèle dans une conduite cylindrique vertical avec une section transversale circulaire ont été analysé par **Barletta & al.** [49]. Les équations de l'équilibre dynamique et énergétique ont été résolues au moyen d'une méthode de perturbation, dans le cas d'un flux de chaleur uniforme prescrite à la paroi du conduit. Ils ont évalués le nombre de Nusselt et le coefficient de friction Fanning de façon analytique. En outre, la vitesse et la température du fluide ont été comparés avec ceux obtenus dans les deux cas particuliers: convection forcée avec dissipation visqueuse (effet de flottabilité négligeable); convection mixte avec des effets de dissipation visqueuse négligeables.

Venkatachalappa & al. [50] ont présenté une étude numérique pour comprendre l'effet de la rotation de l'écoulement de révolution entraînée par poussée dans une cavité annulaire formée de deux cylindres verticaux concentriques qui tournent autour de leur axe avec des vitesses angulaires différentes. Les parois verticales intérieure et extérieure sont maintenues de manière isotherme, tandis que les deux parois horizontales supérieures et inférieure sont adiabatiques. Ils ont étudié les effets du nombre de Grashof, des vitesses de rotation de cylindre intérieur et extérieur sur le transfert de chaleur et l'écoulement de fluide. Les résultats numériques montrent que, lorsque le nombre de Grashof devient plus important, avec des vitesses de rotation modérées, l'écoulement de fluide au sein de l'espace annulaire est dominé par la convection naturelle, et une augmentation du taux de transfert de chaleur se produit. Par contre, Le taux de transfert de chaleur au niveau le cylindre chaud va diminuer lorsque sa vitesse de rotation est supérieure à celle du cylindre froid.

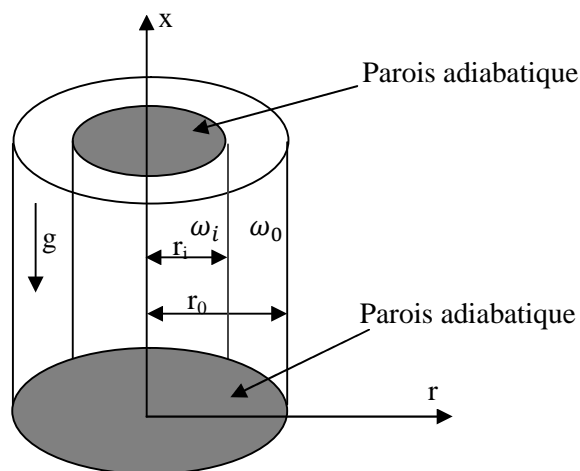


Fig. I.9. Diagramme schématique et le système de coordonnées.

Barletta & al. [51] ont étudié analytiquement le développement de la convection mixte laminaire dans une conduite circulaire verticale, en référence aux conditions aux limites non axisymétriques de telle sorte que la température du fluide ne change pas dans la direction axiale. Les équations de conservation de quantité de mouvement et d'énergie adimensionnelles sont résolues en termes de mode de série fourrier. Deux cas particuliers ont été étudiés en détail: le premier cas une distribution de température sinusoïdale imposée à la paroi et le deuxième un canal soumis à deux milieux ayant des températures de référence différentes. Ils ont montré que le champ de température ne soit pas influencé par la distribution de vitesse et que le coefficient de friction de Fanning n'est pas affecté par la flottabilité. D'autre part, le champ de vitesse est fortement influencé par les forces de flottabilité et peut afficher des phénomènes d'inversion de l'écoulement.

Bezhadmehr & al. [52] ont étudié numériquement l'écoulement de fluide ascendant par convection mixte dans un tube verticale, remplie d'air, avec une paroi chauffée uniformément avec un flux de chaleur. Pour une large gamme des nombres de Reynolds et Grashof $Re=1000$, $Re=1500$ et $Gr \leq 108$ en fonction de la combinaison de ces paramètres en utilisant le modèle k- ϵ avec faibles valeurs de nombres de Reynolds. Ils montrent l'apparition d'une transition laminaire-turbulent de l'écoulement entièrement développé qui correspondent à des combinaisons entre Re-Gr. Une corrélation exprimant le nombre de Nusselt entièrement développé en termes de nombres de Reynolds et de Grashof a été présentée.

$$Nu_M = 4.36 \left(1 + \frac{Gr^{0.468}}{750 + 0.24Re} \right)$$

Des simulations des grandes échelles de l'écoulement turbulent dans un anneau concentrique avec la rotation de la paroi interne ont été réalisées par **Chung & al.** [53]. Pour différentes valeurs de vitesse de rotation, la déstabilisation des structures turbulentes à proximité de la paroi due à la rotation de la paroi intérieure et les fonctions de densité de probabilité avec des fluctuations de la vitesse ont été examinés. Ils ont montré que la modification des structures turbulentes peut être attribuée à l'effet déstabilisateur de rotation de la paroi interne.

Param & al. [54] ont étudié le développement de la convection mixte instable de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible est laminaire sur un cône vertical. Les équations différentielles et aux dérivées partielles non linéaires couplées régissant l'écoulement instable de convection mixte ont été résolues numériquement par l'utilisation d'un schéma aux différences finies implicite. Ils ont choisi des profils de vitesse, température et leurs gradients à la surface pour différentes valeurs des paramètres régissant l'écoulement de fluide. Les résultats montrent qu'il y a un régime de transition entre l'état d'équilibre initial à l'état d'équilibre final.

Al-Zahrani & al. [55] ont effectué une étude numérique du transfert de chaleur par convection mixte d'un écoulement stationnaire, laminaire dans un espace annulaire entre deux cylindres concentriques verticaux. Le cylindre intérieur est soumis à un flux de chaleur constant et

le cylindre extérieur est isolé. Un code basé sur la méthode des volumes finis est utilisé pour résoudre numériquement l'ensemble des équations qui régissent l'écoulement des fluides. Ils ont constaté que, de façon générale, le transfert de chaleur est amélioré pour des hauts rapports de conductivité thermique. Ainsi ils ont également remarqué qu'il existe un rapport de conductivité thermique critique à laquelle si les valeurs de Kr sont supérieures à la valeur critique le nombre de Nusselt moyen commence à diminuer.

Nadeem & al. [56] ont étudié la convection mixte sur les écoulements de fluide dans un anneau vertical. Le tube interne est maintenu à une température constante, et le tube extérieur a une onde sinusoïdale maintenu à une température constante. Les équations régissant le comportement dynamique et thermique en utilisant les hypothèses de grande longueur d'onde et des faibles valeurs du nombre de Reynolds, et d'autres paramètres physiques sont examinées. Des comparaisons ont été effectuées avec des solutions analytiques et numériques ont été trouvés.

Jha & al. [57] ont analysé théoriquement le comportement de d'écoulement d'un fluide incompressible et visqueux de la convection mixte pleinement développé dans un micro-anneau vertical. Les auteurs ont examiné la convection mixte en présence d'aspiration et d'injection et l'effet de nombre de Knudsen, le nombre de Prandtl et le rapport de rayon sur les comportements hydrodynamiques et thermiques du fluide. Ils ont remarqué que, comme le rapport aspiration/injection augmente au sein de fluide, ce qui permet d'améliorer la vitesse et la température d'écoulement des fluides. En plus, le taux de transfert de chaleur à la surface extérieure de cylindre interne diminue avec l'augmentation du nombre de Knudsen.

Une solution analytique pour le problème d'un écoulement laminaire par convection mixte complètement développé dans un espace annulaire vertical est présentée par **Jha & al.** [58]. La surface extérieure du cylindre intérieur est chauffé sinusoïdalement et la surface intérieure du cylindre extérieur est maintenu à une température constante. Cette étude est basé sur une méthode de perturbation est utilisée pour résoudre les équations de conservation de quantité du mouvement et d'énergie. Ils ont montré que l'effet de la fréquence sans dimension Ω du chauffage de la paroi sinusoïdale sur la valeur absolue d'un terme oscillatoire de la vitesse du fluide est négligeable dans la plage de $0,5 \leq \Omega \leq 2$. En outre, l'amplitude de la composante oscillante augmente à la fois la température et la vitesse avec l'augmentation de la largeur de l'espace annulaire.

Une revue complète des études antérieures sur le transfert de la chaleur par convection naturelle et mixte et forcé d'un écoulement de fluide à travers une cavité annulaire a été présentée par **Dawood & al.** [59]. Les effets de plusieurs paramètres principaux, comme le nombre de Rayleigh, le rapport de forme, le nombre de Reynolds et le flux de chaleur, ont également été largement étudiée. Ils ont conclu que les mécanismes impliqués dans les phénomènes de transport de chaleur ne restent pas pleinement compris; Néanmoins, les capacités accrues de transfert de chaleur continuent d'attirer l'attention des chercheurs.

I.3 Conclusion

A travers cette analyse de la revue bibliographique, on peut conclure que la majorité des travaux se sont concentrées sur la convection naturelle et mixte dans les cavités annulaire sous forme cylindrique. Ce phénomène physique a fait également l'objet de nombreux travaux de recherche dans un domaine d'application.

L'absence de travaux sur la convection naturelle et mixte conjuguée en régime laminaire dans un espace annulaire conique vertical a motivé ce présent travail par une étude des écoulements du fluide d'origine thermique en régime stationnaire.

I.4 Objectif

L'objectif principal du présent travail consiste à étendre l'étude pour aborder la convection naturelle et mixte bidimensionnelle au sein d'une cavité annulaire conique contenant un écoulement incompressible laminaire. Du fait de la nécessité d'analyser l'influence de certains paramètres physiques et géométriques dans un espace annulaire verticale muni des parois inclinées soumis à des températures constante sur le comportement dynamique et thermique du fluide. A travers cette étude, la simulation du comportement dynamique et thermique d'un fluide Newtonien contenu dans un espace annulaire conique, nous permet d'avoir une analyse complète des écoulements dans de ce type de géométries.

En plus de la modélisation mathématique de la convection naturelle et mixte, basée sur les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, en plus des modèles numérique permettant de simuler le phénomène du transfert de chaleur à partir des champs des vitesses et des distributions de températures. Il en résulte un modèle couplé permettant à la fois l'analyse de l'écoulement du fluide tel que les profils des vitesses et les lignes de courant et le transfert de chaleur.

Chapitre II
Formulation Mathématique

II.1 Introduction

Lorsque la chaleur est diffusée dans une direction où le gradient température existant va en diminuant et cesse lorsque le gradient de température s'annule au sein d'une couche limite de fluide. On vient de présenter brièvement des rappels théoriques de la convection naturelle utilisée dans notre étude.

Le transfert de chaleur peut s'effectuer dans un domaine où le fluide est au repos en phase gazeuse ou en phase liquide, soit par diffusion thermique, soit par transport du fluide en écoulement (la convection thermique).

Ce chapitre est consacré à la présentation des équations qui régissent la convection thermique d'un fluide dans une cavité annulaire. Il s'agit principalement de montrer d'où celles-ci proviennent et dans le cadre de quelles hypothèses elles sont valables.

II.2 Rappel théorique de la convection naturelle

a- Le transfert de chaleur par conduction

La conduction thermique est le transfert de chaleur entre deux zones d'un même corps ayant des températures différentes. Ce type de transfert de chaleur est régi par la loi de Fourier qui indique que le taux de transfert de chaleur est proportionnel linéairement au gradient de température. L'équation du flux de chaleur par conduction thermique s'écrit comme suit.

$$\vec{q} = -k \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (\text{II. 1})$$

\vec{q} : est la densité du flux thermique exprimée en W/m^2

k : est la conductivité thermique exprimée en $\text{W/m} \cdot \text{K}$

T : est la température

b- Le transfert de chaleur par convection

Le transfert de chaleur par convection se produit entre une paroi et un fluide en mouvement avec la présence d'un gradient de température. L'écoulement du fluide peut être provoqué naturellement par différence de masse volumique du fluide due aux variations de températures (c'est la convection libre ou naturelle) ou avec des moyens mécaniques (c'est la convection forcée).

Dans le transfert de chaleur par convection, le flux de chaleur est donnée par:

$$Q = h A(T_s - T_\infty) \quad (\text{II. 2})$$

Où Q est le taux de transfert de chaleur par convection entre la paroi maintenue à une température T_s et le fluide à une température extérieure T_∞ . h est appelé coefficient de transfert de chaleur par convection. Pour certains phénomènes physiques du transfert de chaleur par convection ce coefficient peut être calculé analytiquement mais pour des systèmes plus complexes, le coefficient de transfert de chaleur par convection peut être déterminé expérimentalement ou numériquement.

c- Couches limites

Il existe deux types de couches limites, la couche limite dynamique et la couche limite thermique. Pour définir ces deux couches limites, il est préférable d'envisager l'écoulement sur une plaque plane, comme indiqué dans la figure II.1. Une zone d'écoulement se développe à partir du bord d'attaque de la plaque considérée, où les effets de la force visqueuse sont dominants. Cette grandeur dépend de la contrainte de cisaillement appliqué au sein des couches de fluides. Cette contrainte de cisaillement est proportionnelle au gradient de la vitesse normale.

$$\tau = \mu \frac{du}{dx} \quad (\text{II. 3})$$

Où τ : Contrainte de cisaillement

μ : Viscosité dynamique

$\frac{du}{dx}$: Gradient de vitesse

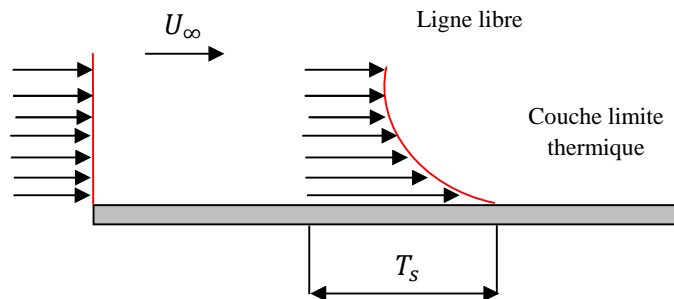


Fig. II.1. Développement d'une couche limite sur une plaque plane.

La couche limite dynamique dans laquelle les effets de viscosité sont observés commence à se développer à partir du bord d'attaque de la plaque; Cette couche limite se termine à une certaine distance sur la coordonnée x, y où la vitesse est de 99% de la valeur de la vitesse U_∞ .

La couche limite thermique se développe lorsque la température de surface de la plaque et la température de l'écoulement du fluide sont différentes. En outre, elle est définie comme en tant la région proche d'une paroi d'un corps solide où les gradients de température sont présents dans l'écoulement. Ce gradient de température génère un échange de chaleur entre la surface de la plaque et le fluide. La couche limite thermique se termine à une distance x, y où $(T_s - T) = 0,99(T_s - T_\infty)$.

Considérons l'écoulement sur une plaque plane, comme indiqué sur la figure II.1. La température de la paroi est T_s , la température du fluide à l'extérieur de la couche limite est T_∞ et l'épaisseur de la couche limite thermique est δ_t . Au niveau de la surface de la plaque le transfert de chaleur ne se produit que par conduction parce qu'il n'y a pas de mouvement du fluide. Ainsi, le flux de chaleur local est :

$$q = -k \frac{dT}{dx} \quad (\text{II. 4})$$

Pour expliquer le comportement d'écoulement due à la diffusion thermique, prenons l'exemple simple d'une plaque plane verticale maintenu à une température T_s et baignant dans un fluide à une température T_∞ . Si $T_s > T_\infty$ le fluide près de la paroi s'échauffe ce qui entraîne une diminution de sa densité, et par conséquent un mouvement ascendant s'établit le long de la paroi, du fait de la poussée d'Archimède. C'est le cas de la convection libre. Ce cas peut intervenir suivant la nature du fluide et des conditions aux limites, en effet le comportement du fluide le long de la paroi configuration est représenté sur la figure II.2. **Bejan** [60] présente des résultats concernant ce même type d'écoulement naturel d'un fluide le long d'une plaque verticale soumise à des gradients horizontaux de température.

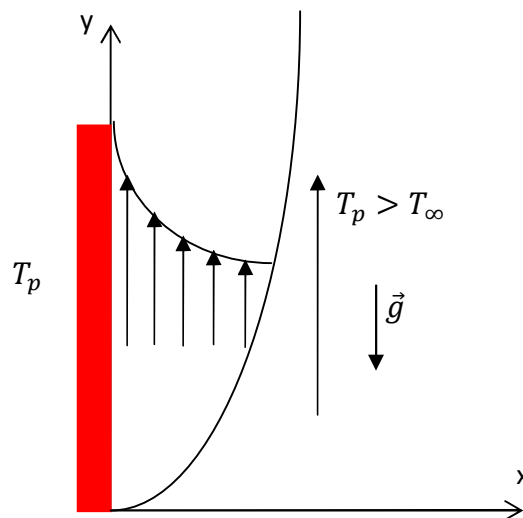


Fig. II.2. Convection thermique pure le long d'une plaque verticale.

Une cavité verticale (conique annulaire) différentiellement chauffée, en présence d'un gradient horizontal de température, peut être considérée comme l'assemblage d'une configuration élémentaire composée d'une paroi chaude à une température constante ou l'écoulement thermique ascendant et d'une paroi horizontale considéré comme adiabatique forçant le fluide à se déverser latéralement de la configuration antisymétrique tel que représenté sur la figure II.3. Si les couches limites sont suffisamment minces par rapport à la largeur de la cavité, elles sont alors séparées par une région centrale dans laquelle l'écoulement possède une vitesse verticale négligeable devant la vitesse horizontale.

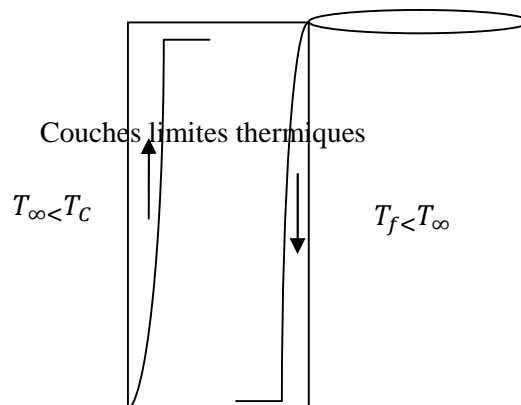


Fig. II.3. Ecoulement thermique de couches limites dans une cavité annulaire.

En combinant cette équation avec la loi de Newton (équation un au-dessus):

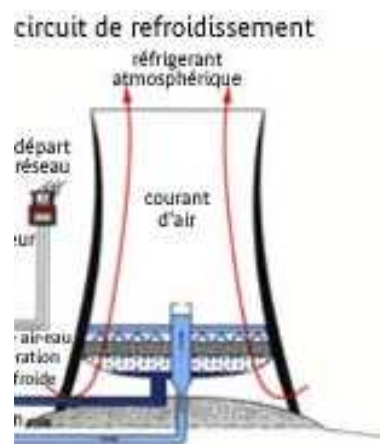
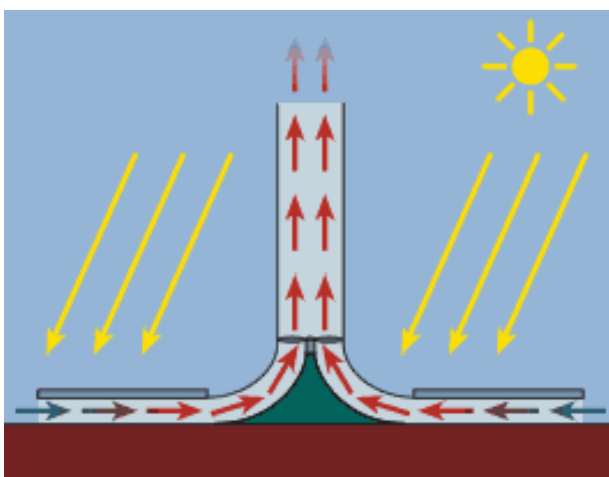
$$h = \frac{-k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)}{(T_s - T_\infty)} \quad (\text{II. 5})$$

Cela signifie que, pour trouver le coefficient de transfert de chaleur, il est nécessaire qu'il y ait un gradient thermique à la surface de la plaque.

II.3 Description du Problème

Dans cette étude le modèle physique est représenté par la figure II.4. Pour étudier l'écoulement produit par la convection naturelle dans un espace annulaire conique verticale qui contient un fluide incompressible de viscosité cinématique ν , et de diffusivité thermique α : cette dernière grandeur concerne la présence d'une diffusion de particules présente dans l'écoulement de fluide à une température variable. Le domaine d'étude est délimité par deux cônes tronqués concentriques, de hauteur axiale H , de rayon intérieur r_i et de rayon extérieur r_o à leurs bases. Les parois horizontales de cette cavité sont considérés comme adiabatiques, tandis que les parois inclinées verticales engendrent des gradients horizontaux de température (parois actives) comme le montre la Figure II.4.b. c. L'intérêt porté à l'étude d'un espace conique partiellement annulaire verticale est motivé par l'existence en pratique de cheminées solaires ou des tours de refroidissement, pour cela différents rapport de hauteur ont été examinés (Figure II.4.a).

Une dernière configuration a été considéré, c'est le cas de la convection naturelle thermique, si en plus une force extérieure contribue à cet écoulement naturel la convection est dite mixte. Notre travail a donc pour but d'étudier l'écoulement de convection mixte dans une cavité conique annulaire verticale traversé par un écoulement forcé comme indiqué dans la Figure II.4.d.



a

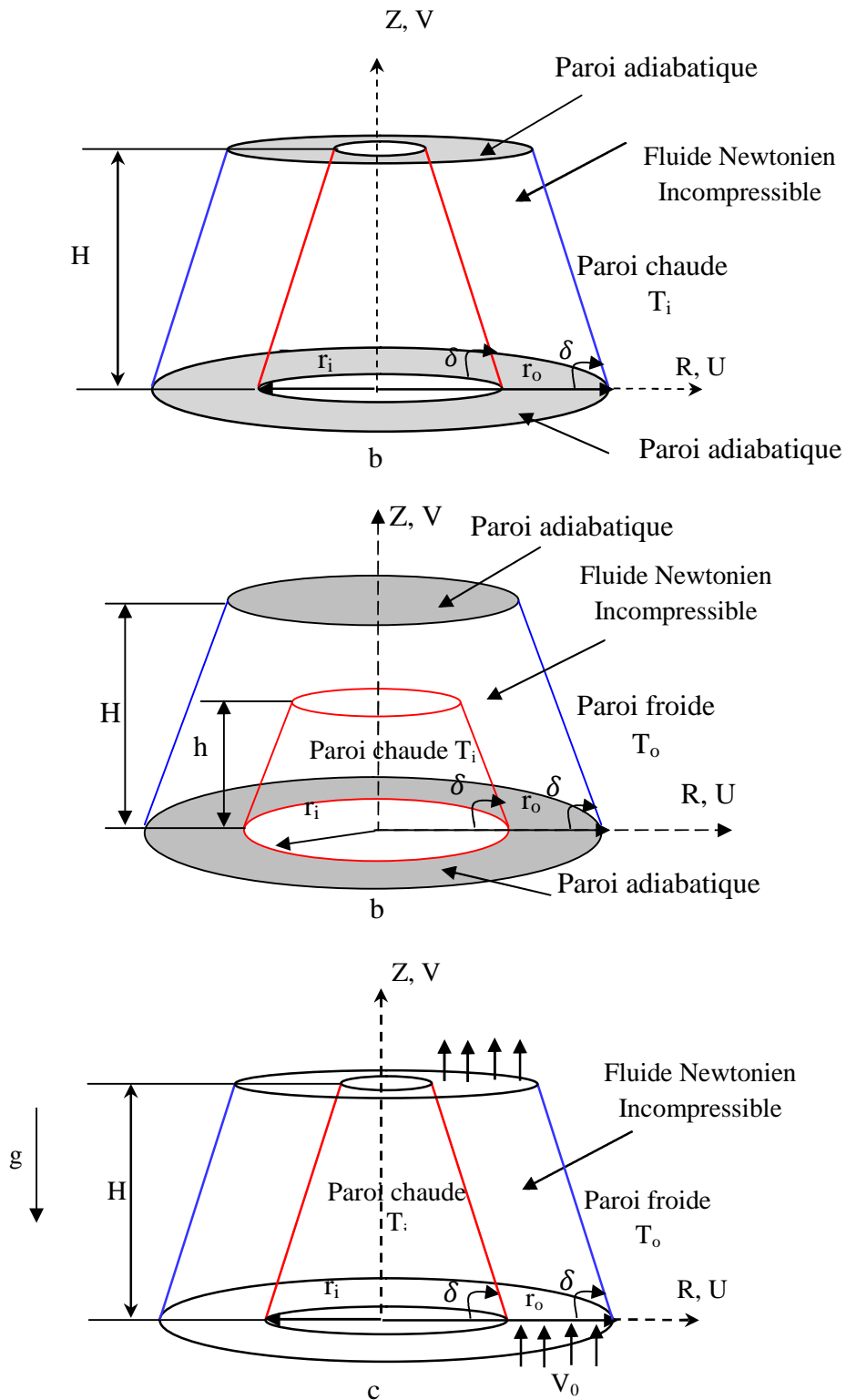


Fig. II.4. Modèle Physique étudié.

- **Hypothèses simplificatrice**

Toute simulation numérique d'un problème repose sur une modélisation mathématique. Cette dernière basée sur des hypothèses simplificatrices. Les hypothèses retenues dans notre cas sont énumérées comme suit:

- ✚ Absence de source de chaleur,
- ✚ L'écoulement laminaire permanent d'un fluide supposé Newtonien et incompressible,
- ✚ La dissipation visqueuse est négligée,
- ✚ les propriétés thermo-physiques du fluide sont considérées constantes (K, B, C_p, μ) et prises à la température de référence, à l'exception la masse volumique au sein du fluide dans le terme de la poussé d'Archimède, pour laquelle l'approximation de Boussinesq est adoptée.

L'hypothèse de Boussinesq suppose que la masse volumique du fluide varie linéairement avec la température selon la relation suivante:

$$(\rho - \rho_0) = -\rho_0[\beta(T - T_0)] \quad (II.6)$$

où ρ est la densité, ρ_0 est la densité de référence, calculée à partir de la température de référence T_0 , T est la température du fluide, p est la pression, β est le coefficient de dilatation thermique du fluide donné par l'expression :

$$\beta = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \quad (II.7)$$

II.4 Modèle mathématique

Les dimensions de toutes les grandeurs physiques peuvent être manipulées de manière algébrique et les résultats peuvent être utilisés pour fournir des informations utiles pour les processus physiques considérées. Cette opération mathématique est définie comme une technique qui peut être utilisée pour représenter les relations de ces grandeurs physiques. Ces derniers sont basés sur des approches théoriques pour établir les équations dimensionnelles qui caractérisent le comportement dynamique et thermique d'écoulement des fluides, à partir de considérations physiques de base suivantes :

- ✚ Loi de Lavoisier (principe de conservation de masse) ;
- ✚ Deuxième loi de Newton (principe de conservation de quantité de mouvement);
- ✚ Loi de conservation d'énergie (premier principe de la thermodynamique).

En tenant compte des hypothèses simplificatrices ci-dessus, les équations traduisant le principe de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont décrites ci-dessous.

Dans ce chapitre, les quatre variables physiques qui caractérisent l'écoulement d'un fluide dans un système de coordonnées (x, y, z, t) sont: la vitesse \vec{V} de composantes (u, v, w) , la température (T) et la pression statique (P).

II.4.1 Conservation de masse

Cette équation traduit le principe de conservation de la masse par le fait que la matière est conservée au sein un volume de contrôle du système. On doit avoir la forme différentielle de l'équation de conservation de masse sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{II. 8})$$

II.4.2 Conservation de quantité de mouvement

D'après la loi fondamentale de la dynamique, il faut tenir compte des différentes forces de surfaces et de volume agissant sur un élément de volume dV . La variation de quantité de mouvement dans le volume de contrôle, s'écrit alors :

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = -\nabla \cdot P + \nabla(\mu \nabla \vec{V}) + \rho \vec{g} \quad (\text{II. 9})$$

Avec $\vec{g} = -g \vec{e}_z$ le vecteur de l'accélération gravitationnelle et \vec{e}_z le vecteur d'unité vertical pointant vers le haut.

II.4.3 Conservation d'énergie

A partir du premier principe de la thermodynamique, l'équation de conservation est écrite comme suit :

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} + C_p \nabla \cdot (\rho \vec{V} C_p T) = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (\text{II. 10})$$

Les écoulements de fluide sont régis par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie, qui expriment, respectivement, la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

✓ Equation de continuité

En considérant l'hypothèse d'un fluide Newtonien incompressible, l'équation de continuité traduit le principe de la conservation. Pour un écoulement bidimensionnel incompressible, l'équation de continuité se réduit à :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{II. 11})$$

✓ Equation de Navier-Stokes

Le bilan de la quantité de mouvement sur un domaine bidimensionnelle en régime stationnaire, aboutit aux équations dites de Navier-Stokes régissant l'écoulement de fluide est s'écrite comme suit :

$$\rho(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})\vec{V} = \mu \nabla^2 \vec{V} - \vec{\nabla} p - \rho \vec{g} \quad (\text{II. 12})$$

✓ Equation d'énergie

Le principe de conservation de l'énergie en régime stationnaire donne l'équation d'énergie sous la forme suivante :

$$\rho c_p (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) T = k (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) T \quad (\text{II. 13})$$

Les grandeurs thermophysiques, ρ, μ, k et C_p sont respectivement, la masse volumique, la viscosité dynamique, la conductivité thermique et la chaleur massique à pression constante du milieu. Dans les équations du mouvement, \vec{g} est l'accélération de la pesanteur.

II.5 Adimensionnement

II.5.1 Les grandeurs de référence

D'après **Le quere** [61] l'utilisation de la vitesse de diffusion thermique comme vitesse de référence rapportée à la largeur de la cavité α/L et la largeur L entre les deux parois isothermes sont à l'origine de nombreuses difficultés rencontrées par les méthodes numériques utilisant une méthode itérative de résolution du champ de pression lorsque le nombre de Rayleigh atteint des valeurs élevées. Par contre l'adimensionnement utilisant la vitesse de convection comme vitesse de référence s'adapte mieux aux écoulements de convection naturelle en cavité. Ainsi, notre modèle mathématique est mis sous forme adimensionnelle en se rapportant aux références suivantes:

$$U = \frac{uL}{\alpha}; V = \frac{vL}{\alpha}; R = \frac{r}{L}; Z = \frac{z}{L};$$

$$\theta = \frac{T - T_o}{T_i - T_o}; P = \frac{pL^2}{\rho\alpha^2}; Pr = \frac{\nu}{\alpha};$$

En tenant compte de ces adimensionnements, notre modèle mathématique devient:

- Equation de continuité,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RU) + \frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \quad (\text{II. 14})$$

- Equation de quantité de mouvement suivant l'axe R,

$$U \frac{\partial U}{\partial R} + V \frac{\partial U}{\partial Z} = - \frac{\partial P}{\partial R} + Pr \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RU) \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right] \quad (\text{II. 15})$$

- Equation de quantité de mouvement suivant l'axe Z,

$$U \frac{\partial V}{\partial R} + V \frac{\partial V}{\partial Z} = - \frac{\partial P}{\partial Z} + Pr \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right] + PrRa(\theta - 0.5) \quad (\text{II. 16})$$

- Equation de conservation de l'énergie

$$U \frac{\partial \theta}{\partial R} + V \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \quad (\text{II. 17})$$

Il est plus clair de présenter les équations gouvernantes qui régissent le phénomène de la convection mixte sous forme adimensionnelle en introduisant des caractéristiques sans dimension qui réduiront considérablement la complexité du problème.

Dans cette section, les équations régissant le phénomène de la convection mixte dans une enceinte annulaire ont été adimensionnées en utilisant des variables adimensionnelles. A cet effet, la largeur L entre les deux parois isotherme de la cavité a été choisie comme longueur de référence. La vitesse est adimensionnée par rapport à la vitesse moyen V_0 à l'entrée de l'espace annulaire. Les variables adimensionnelles sont données par :

$$U = \frac{u}{V_0}; V = \frac{v}{V_0}; R = \frac{r}{L}; Z = \frac{z}{L};$$

$$\theta = \frac{T - T_o}{T_i - T_o}; P = \frac{p}{\rho V_0^2}; Pr = \frac{\nu}{\alpha};$$

Donc avec l'introduction de toutes ces variables adimensionnelles, le système d'équations dans le milieu fluide s'écrivent comme suit :

➤ Equation de continuité

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RU) + \frac{\partial U}{\partial Z} = 0 \quad (\text{II. 18})$$

➤ Conservation de la quantité du mouvement radial

$$V \frac{\partial U}{\partial R} + U \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right] \quad (\text{II. 19})$$

➤ Conservation de la quantité du mouvement axial

$$V \frac{\partial U}{\partial R} + U \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right] + Ri (\theta - 0.5) \quad (\text{II. 20})$$

➤ Equation de conservation de l'énergie

$$V \frac{\partial \theta}{\partial R} + U \frac{\partial \theta}{\partial Z} = -\frac{1}{RePr} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} \right] \quad (\text{II. 21})$$

II.5.2 Les paramètres caractéristiques du problème.

Les paramètres caractéristiques qui interviennent dans les équations adimensionnelles ci-dessus et dont les valeurs conditionnent le transfert de chaleur dans la cavité sont:

❖ Les paramètres géométriques

- Le rapport de forme Ar qui caractérise l'allongement de la cavité: $Ar = \frac{H}{L}$,
- Le rapport de forme X qui caractérise l'allongement du cône intérieur: $X = \frac{h}{H}$,
- Le rapport des rayons qui caractérise la courbure des parois verticales: $K = \frac{R_o}{R_i}$,

❖ Les paramètres physiques

Les équations régissant l'écoulement de fluide au sein de la cavité par les différents modes du transfert de chaleur sont dépend de plusieurs paramètres physiques qui sont principalement utilisée pour produire les nombres sans dimension et réduire le nombre total des variables.

a. Le nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl est le rapport entre l'épaisseur de la couche limite dynamique et la couche limite thermique, ou bien il peut être défini comme le rapport de la diffusivité dynamique (viscosité) et la diffusivité thermique.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{\alpha} \quad (\text{II. 22})$$

b. Le nombre de Grashof

Les équations qui régissent le transfert de chaleur par convection naturelle peuvent être adimensionnelles en utilisant certaines propriétés constantes.

Le nombre de Grashof est le rapport de la force de flottabilité à la force visqueuse agissant sur un fluide.

$$Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\vartheta^2} \quad (\text{II. 23})$$

c. Le nombre de Rayleigh

C'est le produit du nombre de Grashof et le nombre de Prandtl. C'est un nombre sans dimension qui est associée à la flottabilité entraîné flux dire gratuite ou convection naturelle. Lorsque le nombre de Rayleigh est inférieur à la valeur critique pour ce fluide, le transfert de chaleur est principalement sous forme de conduction; quand il dépasse cette valeur critique, le transfert de chaleur est principalement sous forme de convection.

$$Ra = GrPr = \frac{g\beta}{\vartheta\alpha} (T_s - T_\infty)L^3 \quad (\text{II. 24})$$

d. Le nombre de Reynolds

Il est le rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses. Et utilisé pour identifier les différents régimes d'écoulement tels que laminaire ou turbulent.

$$Re_L = \frac{\rho u_\infty L}{\mu} = \frac{u_\infty L}{\vartheta} = \frac{\text{Force d'inertie}}{\text{Force de viscosité}} \quad (\text{II. 25})$$

où u_∞ : vitesse de référence

L= Longueur de référence

ρ = Masse volumique du fluide

e. Le nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est une quantité adimensionnelle caractérise l'échange thermique entre le fluide et une solide. En gros est interprété physiquement comme étant le rapport entre le transfert thermique convectif et le transfert thermique conductif. Si la conduction est le principal mode de transfert de chaleur.

Considérons le transfert d'une couche de fluide près de la surface A, L est une épaisseur d'une différence de température entre les deux faces $\Delta T = (T_1 - T_2)$. Si le fluide est en mouvement, d'après l'équation (II.1), le transfert de chaleur par convection soit par l'équation:

$$Q_{Conv} = h A(T_1 - T_2)$$

Si le fluide est immobile la chaleur est transférée par conduction pure selon cette équation:

$$Q_{Cond} = \frac{k A(T_1 - T_2)}{L} \quad (\text{II. 27})$$

Les deux équations peuvent être adimensionnelles en prenant le rapport des deux équations:

$$\frac{Q_{Conv}}{Q_{Cond}} = \frac{[h A(T_1 - T_2)]}{\left[\frac{k A(T_1 - T_2)}{L}\right]} = \frac{hL}{k} = Nu \quad (II. 28)$$

Le transfert de chaleur convectif est donc représenté par le nombre de Nusselt. Ce nombre adimensionnel se calcule en fonction de valeurs locales de température le long de chaque paroi inclinée. En plus la chaleur transmise par le cône intérieur de l'espace annulaire est exprimée en valeurs physique pour obtenir le nombre de Nusselt local et moyen. Le nombre de Nusselt local au niveau du cône intérieur de l'espace annulaire est obtenu à partir des relations suivantes:

$$Nu_1 = \left. \frac{\partial \theta}{\partial n} \right|_{l=\frac{x}{\sin \delta}} \quad \text{et} \quad Nu_2 = \left. \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right|_{Z=x} \quad (II. 30)$$

Le nombre de Nusselt moyen est défini par

$$\begin{aligned} \overline{Nu} &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{x}{\sin \delta}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial R} \sin \delta + \frac{\partial \theta}{\partial Z} \cos \delta \right) R d\phi dl}{\frac{\pi}{\cos \delta} [R_i^2 - (R_i - X \cot \delta)^2] + \pi (R_i - X \cot \delta)^2} \\ &\quad + \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{R_i - X \cot \delta} \frac{\partial \theta}{\partial Z} R d\phi dR}{\frac{\pi}{\cos \delta} [R_i^2 - (R_i - X \cot \delta)^2] + \pi (R_i - X \cot \delta)^2} \\ \overline{Nu} &= \frac{2\pi \left[\int_0^x \frac{\partial \theta}{\partial R} (R_i - \tan \delta Z) dZ - \int_{R_i}^{R_i - X \cot \delta} \frac{\partial \theta}{\partial Z} R dR \right]}{\frac{\pi}{\cos \delta} [R_i^2 - (R_i - X \cot \delta)^2] + \pi (R_i - X \cot \delta)^2} \\ &\quad + \frac{\int_0^{R_i - X \cot \delta} \frac{d\theta}{dZ} 2\pi R dR}{\frac{\pi}{\cos \delta} [R_i^2 - (R_i - X \cot \delta)^2] + \pi (R_i - X \cot \delta)^2} \quad (II. 31) \end{aligned}$$

II.6 Les conditions aux limites

En ce qui concerne les phénomènes étudiés, nous distinguons trois configurations différentes:

Les conditions aux limites sont les conditions imposées sur les parois de délimitant l'espace annulaire. Ces conditions peuvent être données sous une forme adimensionnelle:

a- La convection naturelle dans une cavité conique annulaire verticale.

- A $0 \leq Z \leq \frac{H}{L}$ et $R_0 \leq R \leq R_0 \cdot \frac{H}{L} \cot \delta$: $U=V=0$ et $\theta=0$ pour la paroi froide inclinée.

- A $0 \leq Z \leq \frac{H}{L}$ et $R_i \leq R \leq R_i \cdot \frac{H}{L} \cot \delta$: $U=V=0$ et $\theta=0$ pour la paroi chaude inclinée.

- A $Z = \frac{H}{L}$ et $Z = 0$: $U=V=0$ et $\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$ pour des parois adiabatiques.

b- la convection naturelle dans une cavité conique partiellement annulaire verticale.

- A $0 \leq Z \leq \frac{H}{L}$ et $R_0 \leq R \leq R_0 \cdot \frac{H}{L} \cot \delta$: $U=V=0$ et $\theta=0$ pour paroi froide inclinée.

- A $0 \leq Z \leq \frac{h}{L}$ et $R = R_i$: $U=V=0$ et $\theta=1$ pour paroi chaude inclinée.

- A $Z = \frac{h}{L}$ et $0 \leq R \leq R_i$: $U = V = 0$ et $\theta = 1$ pour paroi chaude horizontale.
- A $Z = \frac{H}{L}$ et $Z = 0$: $U = V = 0$ et $\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$ pour des parois adiabatiques.
- c- La convection mixte dans une cavité conique annulaire.
 - A $0 \leq Z \leq \frac{H}{L}$ et $R_o \leq R \leq R_o - \frac{H}{L} \cot \delta$: $U = V = 0$ et $\theta = 0$ pour paroi froide incliné.
 - A $0 \leq Z \leq \frac{H}{L}$ et $R_i \leq R \leq R_i - \frac{H}{L} \cot \delta$: $U = V = 0$ et $\theta = 0$ pour paroi chaude incliné.
 - $Z = 0$: $U = V = 1$ et $\theta = 0$ paroi horizontale entre de jet verticale.
 - A $Z = \frac{H}{L}$ $U = V = 1$ et $\theta = 1$ paroi horizontale sortie de jet.

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle physique et les équations qui régissent le phénomène de la convection naturelle et mixte en régime stationnaire à l'intérieur d'un espace conique annulaire verticale.

Ensuite, nous avons présenté les conditions aux limites sur les frontières du domaine d'étude contenant le fluide pour résoudre le système des équations qui gouvernent le comportement d'écoulement.

Chapitre III
Modélisation Numérique

III. 1 Introduction

Ce chapitre est consacré la méthode numérique utilisée dans notre étude. Nous présentons la méthode de résolution des équations différentielles aux dérivées partielles (E.D.P) qui régissent notre modèle physique. Notre modèle mathématique est composé par les équations de conservation de masse (équation de continuité), de conservation de quantité de mouvement et de conservation d'énergie. Ces équations appelées habituellement les équations de Navier-Stokes régissent l'écoulement d'un fluide accompagné de transfert de chaleur.

Malgré des avancés en analyse mathématique, il est actuellement impossible de résoudre ces équations différentielles, non linéaires et couplées entre elles, pour trouver une solution analytique. La plus part des travaux réalisés pour des modèles mathématiques similaires ont eu recours à des méthodes expérimentales ou numériques. Il est donc très important de bien choisir la méthode numérique adéquate pour obtenir les meilleures approximations.

Toutes les méthodes numériques possèdent le même objectif, c'est de passer d'un problème exact continu régit par des Equations à Dérivées Partielles (EDP) à un problème approché discret. On distingue alors trois grandes familles de méthodes les plus habituellement utilisées dans le domaine du transfert thermique:

- La méthode des différences finies,
- La méthode des éléments finis,
- La méthode des volumes finis.

Dans notre travail la méthode des volumes finis a été retenue pour étudier le comportement thermique de notre modèle physique et effectuer des simulations. Nous avons jugé que cette méthode est la mieux adaptée à notre problème et surtout elle a un avantage de garder les équations sous leur forme primitive. Pour cette raison nous allons présenter uniquement cette méthode.

III.2 Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis à été développée par **Patankar** [62]. Elle est utilisée pour résoudre numériquement les équations de conservation sous forme intégrale. Celle-ci s'appuie sur une discrétisation du domaine de calcul en plusieurs volumes. Chacun d'entre eux est entouré d'un ensemble d'éléments de volume qui recouvrent le domaine sur lequel on transforme directement les équations aux dérivées partielles (E.D.P) en équations algébriques facile à résoudre.

La méthode est basée sur les principes généraux suivants [63]:

- Discrétisation spatiale des nœuds où les différentes variables son définies (vitesses, pressions, températures, etc.);
- Discrétisation spatiale des éléments de volumes où associés aux nœuds;

- Discrétisation des équations en intégrant les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sur chaque élément de volume du domaine en approximant les différents termes des équations.
- Application du principe de conservation à chaque élément de volume pour écrire le bilan de chaque variable sur chaque élément de volume.

Il existe différentes méthodes de résolution selon la forme des éléments et les fonctions utilisées pour approximer les différents termes du bilan. Dans ce chapitre, on étudiera les méthodes aux volumes finis sur des maillages structurés non uniforme sur une géométrie de forme conique annulaire.

III.2.1 Notion et choix de maillage

Le choix du maillage est absolument nécessaire pour garantir la précision et l'exactitude des résultats numériques. Pour cela, l'objectif de cette partie est de déterminer les paramètres optimaux et choisir une stratégie pertinente du maillage étudié. Ces paramètres sont [63]:

- ✚ Le nombre de mailles;
- ✚ La distance entre les mailles (concentration des mailles);
- ✚ La forme de la maille;
- ✚ Les paramètres de déformation pour le cas du maillage déformable;

III.2.2 Géométrie et topologie

Nous faisons la différence entre l'espace géométrique qui se caractérise essentiellement par la forme du domaine et la topologie qui est le résultat basé sur le découpage spatial du domaine sur lequel s'appuie le maillage. La topologie donc cherche à classer des objets de type différents segments, faces, etc.

Il existe plusieurs types de maillages, définis par chaque élément qui est associé à un certain nombre de type de nœuds qui servent la liaison (Figure III.1) [63].

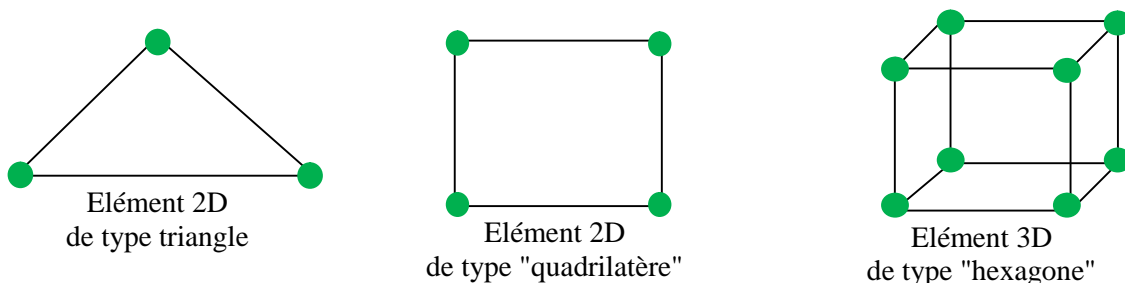


Fig.III.2. Quelques types d'éléments.

III.2.3 Connectivité

La connectivité décrit très précisément la partie des liaisons entre les sommets des éléments. On parle de maillage structuré lorsque les nœuds de même type (sur les limites ou sur les coins du domaine d'étude) ont toujours à un nombre identique de nœuds adjacents, ou sont en général associés au nombre identique d'éléments (Figure III.2) [63].

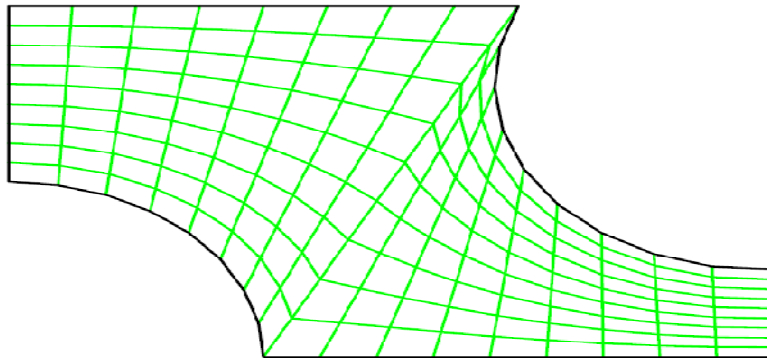


Fig.III.3. Maillage structuré non orthogonal.

La connectivité entre ces nœuds est alors toujours de même type de l'arête de droite. Dans le cas d'un maillage non-structure, la connectivité est de type bien quelconque, et le maillage se résume dans le nombre de voisins de chaque nœud qui diffère localement (Figure III.3).

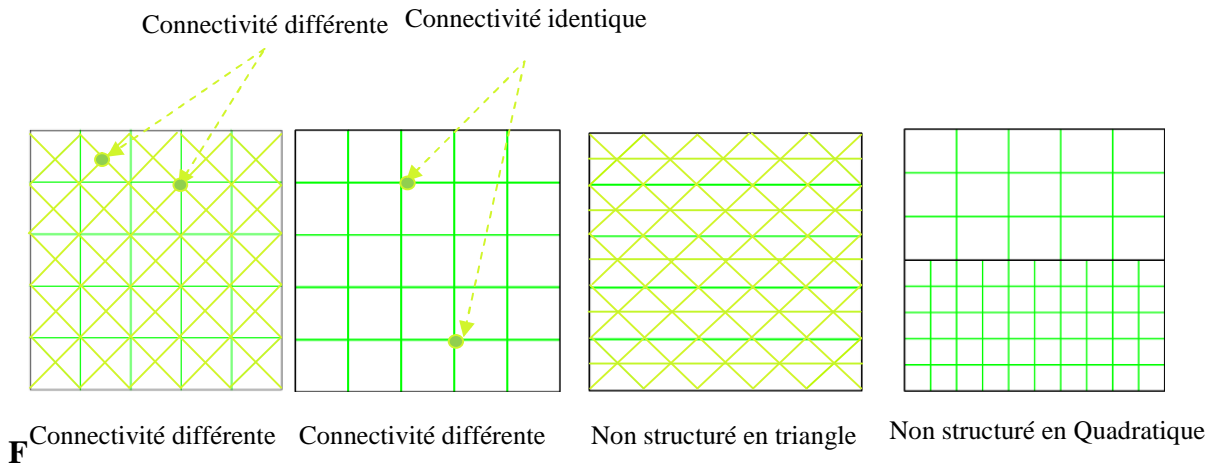


Fig.III.3. Exemples de maillages.

On dit que le maillage est structuré par blocs, lorsque le domaine physique est découpé en plusieurs sous-domaines de calcul de forme simple ou blocs maillés d'une manière structurée.

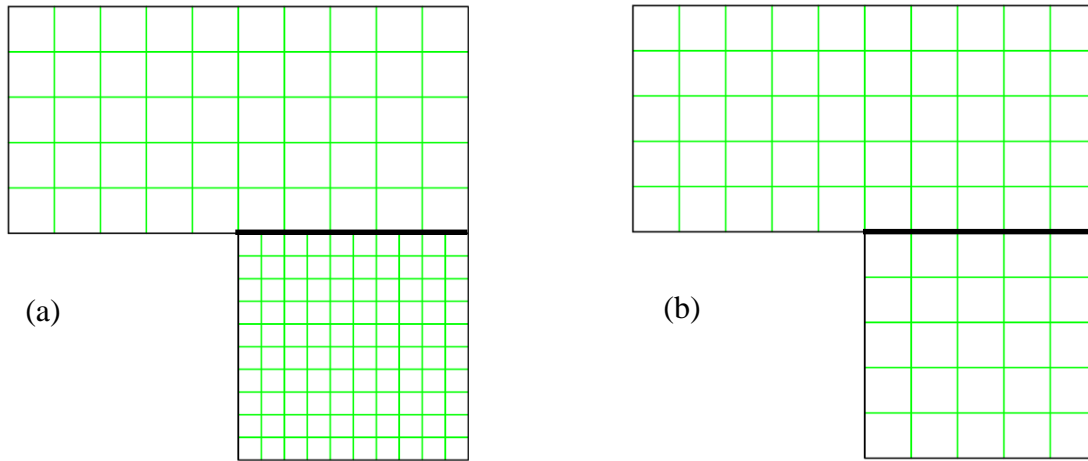


Fig.III.4. Exemples de grilles multiblocs : (a) cas conforme; (b) cas non-conforme.

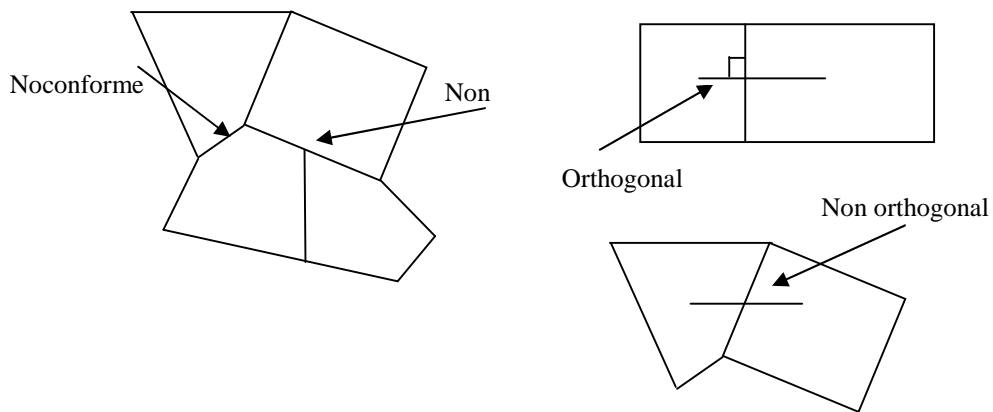


Fig.III.5. Maillage (a) : Conforme/non conforme, (b) : orthogonal/ non orthogonal.

III.2.4 Génération de maillage 2D

Les cavités coniques annulaires verticales des différents rapports de forme et hauteur avec les deux parois inclinées différenciellement chauffée et les parois horizontales de cône extérieur qui sont adiabatiques ont été créées dans le Gambit pour une géométrie bidimensionnelle, et la discrétisation du domaine de forme conique en éléments s'effectue par un maillage structurée non uniforme. Le prétraitement basé sur l'outil gambit pour générer des mailles à différentes tailles de cellules, qui donne une géométrie globale maillée. L'intérieur du domaine a été désigné comme une zone de fluide. Les géométries de différentes tailles de mailles ont été développées pour vérifier la sensibilité du maillage comme représenté sur la figure III.6.

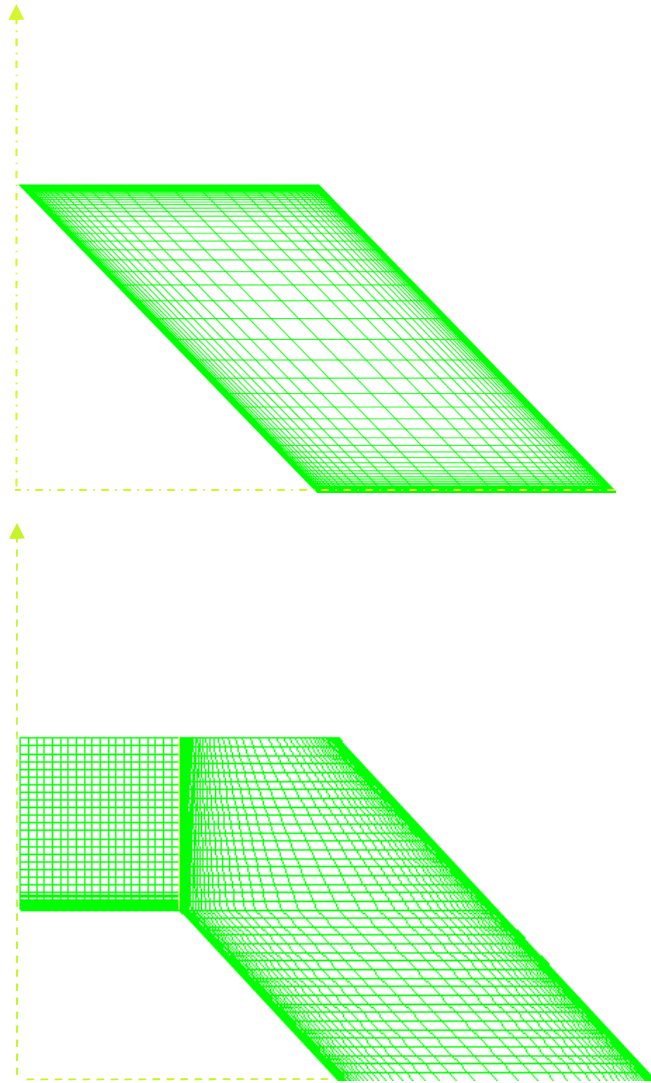


Fig.III.6. Structure de maillage d'une cavité conique annulaire verticale bidimensionnelle.

III.2.5 Définition des frontières

Les conditions aux limites imposées aux trois parties de notre problème sont illustrées dans les trois tableaux suivants

Tableau III.1. Conditions limites bidimensionnelle dans le cas convection naturelle dans cavité conique annulaire verticale.

Composition de la géométrie	Conditions limites
Paroi inclinée du cône extérieur	Wall
Paroi inclinée du cône intérieur	Wall
Les deux parois horizontales du cône extérieur	Wall
L'axe de milieu de la cavité	Axis

Tableau III.2. Conditions limites bidimensionnelle dans le cas convection naturelle dans cavité conique partiellement annulaire verticale.

Composition de la géométrie	Conditions limites
La paroi inclinée du cône extérieur	Wall
La paroi inclinée du cône intérieur	Wall
Les deux parois horizontales du cône extérieur	Wall
La paroi horizontale du cône intérieur	Wall
L'axe de milieu de la cavité	Axis

Tableau III.3. Conditions limites bidimensionnelle dans le cas convection mixte dans une cavité conique partiellement annulaire verticale.

Composition de la géométrie	Conditions limites
La paroi inclinée du cône extérieur	Wall
La paroi inclinée du cône intérieur	Wall
La paroi horizontale inférieure du cône extérieur	Velocity inlet
La paroi horizontale supérieure du cône intérieur	Out flow
L'axe de milieu de la cavité	Axis

III.2.6 Discrétisation des termes de l'équation de transport

Les équations de continuité, la quantité de mouvement et de l'énergie peuvent être décrite comme une équation générale de transport unique est intégrée sur un volume de contrôle pour obtenir l'équation de transport intégré qui s'exprime sous la forme suivante [63]:

$$\underbrace{\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV}_T + \underbrace{\oint \phi \vec{v} d\vec{S}_e}_C = \underbrace{\oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{S}_e}_D + \underbrace{\int_V S_\phi dV}_S \quad (\text{III. 1})$$

Avec:

T: Terme transitoire;

C: Terme de convection ;

D : Terme de diffusion ;

S : Terme de source.

Les solutions numériques sont toutes en 2D dans cette étude. Ainsi, l'intégration du système d'équation est réalisée sur un volume de contrôle (V), où ϕ est la propriété transportée, Γ_ϕ indique le coefficient de diffusion et S_ϕ le terme source. Ces quantités sont définies dans les équations correspondantes aux différentes équations de conservation et sont répertoriés dans le tableau III.4:

Tableau III.4. Identification des termes sources et des coefficients pour les équations de transport sous forme adimensionnelle.

Grandeur transportée		ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Equation de continuité		1	0	0
Equation de Quantité de mouvement	suiwant l'axe R	U	Pr	$-\frac{\partial p}{\partial R}$
	suiwant l'axe Z	V	Pr	$-\frac{\partial p}{\partial R} + Pr Ra(\theta - 0.5)$
Equation d'énergie		θ	1	0

Afin d'illustrer la discrétisation des équations régissant les écoulements de fluide en régime permanent, cette équation de transport est structurée comme suit,

$$\oint \phi \vec{v} d\vec{S}_e = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot \vec{S}_e + \int_V S_\phi dV \quad (III.2)$$

Pour discrétiser l'équation (III.2), le domaine de calcul est maillé. La figure III.8 montre un exemple de volume de contrôle pour illustrer la discrétisation de l'équation de transport.

Les valeurs discrètes du ϕ scalaire sont stockées dans les centres de volume. L'équation (III.2) peut être discrétisé sur une surface donnée (S) de la manière suivante,

$$\sum_e^{nb} \phi_e \vec{v}_e \vec{S}_e = \sum_e^{nb} \Gamma_\phi (\nabla \phi)_n \cdot \vec{S}_e + S_\phi V \quad (III.3)$$

Les valeurs sur les bords de la surface sont requises pour les termes de convection dans l'équation (III.3). Ils sont interpolés à partir des valeurs du centre de surface. Ils peuvent être calculé en utilisant un schéma décentré du second ordre comme suit:

$$\phi_e = \phi + \nabla \phi \cdot \Delta \vec{s} \quad (III.4)$$

Dans l'équation (III.4), le gradient $\nabla \phi$ peut être déterminé selon la définition de la divergence. Sous sa forme discrète, il peut être écrit:

$$\nabla \phi = \frac{1}{V} \sum_e^{nb} \bar{\phi}_e \vec{S}_e + S_\phi V \quad (III.5)$$

$\bar{\phi}_e$ est calculé sur le bord en faisant la moyenne ϕ , entre les deux nœuds des deux cotés de la face. Par conséquent, le gradient $\nabla \phi$ est en fait limitée de sorte qu'aucune nouvelle maxima ou minima sont introduits (Guide de FLUENT [64]).

Les équations résolues par Fluent prennent la forme de l'équation générale de transport d'une quantité scalaire ϕ , et s'appliquent aux différentes mailles du volume de contrôle typique.

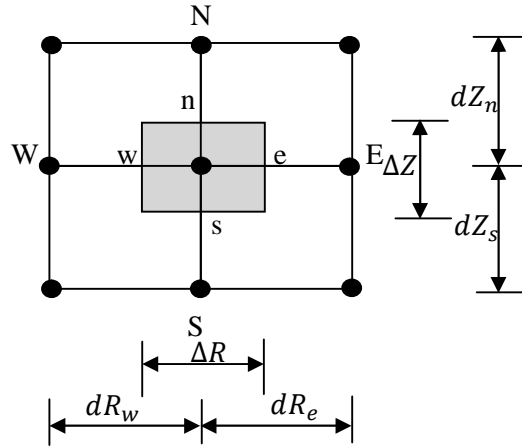


Fig.III.7. Volume de contrôle typique.

Dans le cas des maillages cylindriques, le volume de contrôle V est représenté par la Figure III.7. La méthode des volumes finis est basée sur la mise en équation du bilan local des flux sur le volume de contrôle V . On assure alors la loi de conservation sur chaque unité de volume élémentaire et donc sur tout le domaine de calcul.

a- Les termes convectif et diffusif

La discrétisation de l'équation de conservation exprimée de façon intégrée sur chaque volume de contrôle nécessite d'explicitier chaque terme d'intégration. On note F_e^c le flux convectif et F_e^d le flux diffusif.

Le flux convectif d'une quantité transportée est généralement calculé en supposant que le flux de masse est connu, et qui conduit à:

$$F_e^c = \int_{S_e} \rho \phi v n dS \approx \dot{m}_e \phi_e \quad (\text{III. 6})$$

Pour discrétiser le terme de diffusion sur un maillage non-orthogonal, il faut trouver une approximation pour le flux de diffusion à travers une face du volume de contrôle. En prenant l'exemple de la face d'une cellule, mais le processus peut être appliqué à n'importe quel face sur le volume, l'intégration de flux de diffusion donne :

$$F_e^d = \int_{S_e} \Gamma \nabla \phi \cdot n dS \approx (\Gamma \nabla \phi \cdot n)_e S_e \quad (\text{III. 7})$$

Le théorème de Green-ostrogradski (ou théorème de la divergence) permet alors d'écrire, avec $f(\phi) = f^c$ ou $f(\phi) = f^d$:

$$\int_{\Omega_i} ((\nabla \cdot f(\phi)) dv_i = \int_{\Gamma_i} (f(\phi) \cdot n) ds = \phi_e + \phi_w + \phi_n + \phi_s \quad (\text{III. 8})$$

Où n est la normale sortante à l'interface du volume de contrôle. La discrétisation spatiale nécessite de connaître les équations du flux $f(\phi)$, c'est à dire les valeurs de flux sortant ϕ ou de son gradient sur chaque face du volume de contrôle. Chaque type de flux discrétisé est approximé à l'aide des schémas numériques basé sur une méthode de volumes finis pour les flux différentiels, ou sur des interpolations polynomiales d'ordre 1 ou 2 pour les flux scalaires. Pour illustrer les schémas de discrétisation, nous prendrons l'exemple du maillage 1D de la Figure III.8.

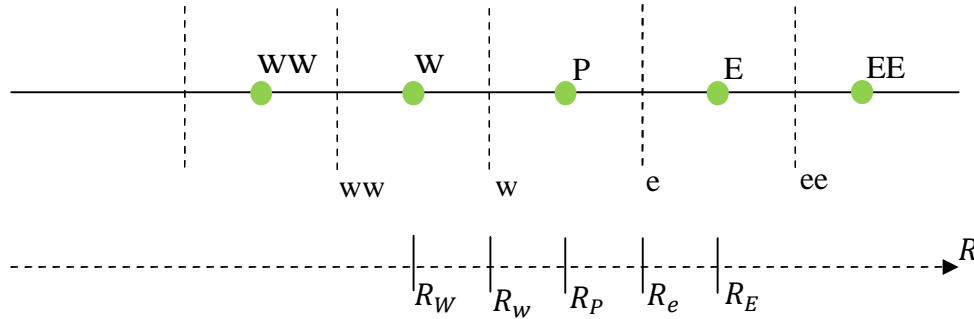


Fig.III.8. Maillage une seule dimension 1D.

b- Le terme source

L'intégration du terme source (terme (S) de l'équation (III.2)) sur tout le volume de contrôle est approchée comme suit:

$$S_p^\phi = \int_V S_\phi dV \approx S_{\phi,P} \Delta V \quad (\text{III. 9})$$

Pour un maillage structuré, le calcul du volume mérite une certaine attention, et devient indispensable :

$$\Delta V = \frac{1}{2} [(R_{ne} - R_{sw})(Z_{nw} - Z_{se}) - (Z_{ne} - Z_{sw})(R_{nw} - R_{se})] \quad (\text{III. 10})$$

Le terme de pression dans l'équation de mouvement, peuvent être traités comme des forces conservatives sur la force du volume de contrôle, ou comme des forces non conservatives. Dans le premier cas, on a :

$$\phi_p^P = - \int_S P_i \cdot n dS \approx \sum_c P_c S_c^x \quad (\text{III. 11})$$

Dans le second cas, on obtient :

$$\phi_p^P = - \int_V \frac{\partial P}{\partial R} dV \approx - \left(\frac{\partial P}{\partial R} \right)_P dV \quad (\text{III. 12})$$

III.3 Procédure de résolution

III.3.1 Choix de la méthode de couplage Pression -Vitesse

Les trois grandeurs physiques considérées comme inconnues sont les vitesses, la pression et la température. Le système d'équation algébrique linéaires et discrétisée est résolue par l'algorithme SIMPLE (Semi-Implicite Method Pressure-Linked Equation) développé par **Patankar** [62]; ou

guide de l'utilisateur Fluent pour plus de détails [61]), pour pouvoir mettre à jour les valeurs des variables dépendantes.

Dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, le membre de gauche se trouve ~~la~~ en présence de la pression, généralement sous forme de gradient, qui apparaît comme terme source et rend la résolution de celles-ci beaucoup plus compliquée, pour la principale cause est que cette pression est inconnue et considéré comme l'une des variables du problème. Pour contourner ce problème, un maillage de calcul dit décaler est proposé et adopté pour définir les vitesses, (Figure III.9). L'idée générale de cet algorithme, tel que "SIMPLE", est de résoudre ce lien par un processus itératif ou faire un couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLE" est essentiellement une procédure de corriger petit à petit la pression sur le "maillage décalée" ainsi que les composantes de la vitesse afin que ces variables vérifient les équations de conservation de la quantité de mouvement. "FLUENT" propose trois méthodes pour le couplage pression-vitesse (seulement avec la formulation "isolé") :

- ❖ Les deux méthodes, très similaire l'une de l'autre, sont la méthode "SIMPLE" (Semi Implicit Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on peut lui affecter un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ceci permet une convergence plus rapide dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution.

- ❖ L'algorithme "PISO" (Pressure Implicit with Splitting of Operators): Cet algorithme fait partie des algorithmes de la famille "SIMPLE", qui introduit deux corrections supplémentaires au lieu d'une seule. Elle est recommandée pour les calculs non itératifs des écoulements non stationnaires et compressibles.

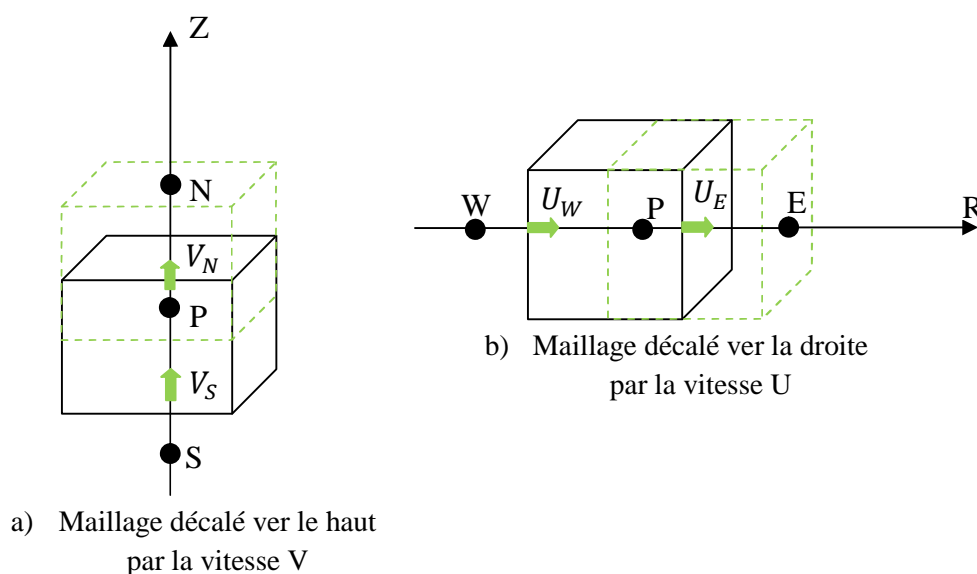


Fig.III.9. Maillage décalé du volume de contrôle pour les deux vitesses dans les deux directions séparées.

III.3.2 Algorithme SIMPLE

III.3.2 Algorithme SIMPLE

Cet algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) a été proposé par **Patankar** [62]. Il consiste dans son principe, à traiter le couplage des équations de conservation discrétisées et calculer le champ de vitesse en fonction d'un champ de pression donnée. Lorsque ce dernier est estimé, les composantes des deux vitesses obtenues ne satisfont pas nécessairement l'équation de continuité. Une correction de la pression est alors déterminée de façon à assurer la conservation de la masse et cela mène à une correction de la vitesse. On recherche ensuite une relation explicite entre la vitesse et la pression qui reportée dans l'équation de continuité fournit une équation permettant de calculer la pression.

Il est à noter que les équations de continuité et la conservation de quantité de mouvement sont résolues de manière séquentielle, dans lequel l'équation de continuité apparaît comme une équation de correction de la pression bien que la pression ne semble pas explicitement dans l'équation de continuité pour les écoulements incompressibles (à savoir la méthode SIMPLE). La procédure numérique de la méthode SIMPLE est illustrée dans la figure III.10.

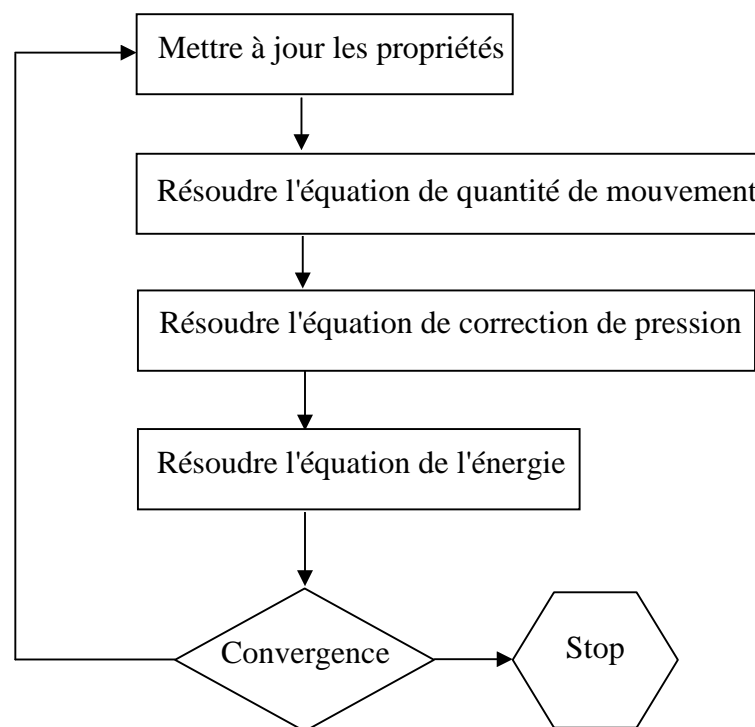


Fig.III.10. Organigramme de la méthode simple.

En connaissant le champ de pression P , l'intégration des deux équations de quantité de mouvement sur les volumes de contrôles des figures ci-dessus donne le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} a_e U_e = a_{ee} U_{ee} + a_w U_w + a_{ne} U_{ne} + a_{se} U_{se} + b_u + (P_P - P_E) S_e \\ a_n U_n = a_{nn} U_{nn} + a_s U_s + a_{ne} U_{ne} + a_{nw} U_{nw} + b_v + (P_P - P_N) S_n \end{cases} \quad (\text{III. 13})$$

Avec S_e et S_n les surface sur lesquelles agissent les différences de pression $(P_P - P_E)$ et $(P_P - P_N)$ sur le volume de contrôle de la vitesse U et (b_u, b_v) contient tous les termes sources de l'équation.

On peut aussi s'écrire ceci sous la forme condensée classique :

$$\begin{cases} a_e U_e = \sum_m a_m U_m + (P_P - P_E) S_e + B_U \\ a_n V_n = \sum_m a_m V_m + (P_P - P_N) S_n + B_V \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Le principe de l'algorithme SIMPLE consiste à démarrer à partir d'un champ de pression estimé P^* , au départ ou à l'itération précédente et d'en déduire un champ de vitesse U' et V' à l'aide des relations (III.18) on a donc :

$$\begin{cases} a_e U_e^* = \sum_m a_m U_m^* + (P_P^* - P_E^*) S_e + b_U \\ a_n V_n^* = \sum_m a_m V_m^* + (P_P^* - P_N^*) S_n + b_V \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Soit P^* un champ de pression estimé et U^*, V^* les solutions du système (III.13)-(III.16) obtenues pour $P = P^*$. On définit alors une correction P' du champ P à une modification U' et V' des champs U^*, V^* en posant:

$$\begin{cases} P = P^* + P' \\ U = U^* + U' \\ V = V^* + V' \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

En remplaçant U et V par leur expression dans les équations (III.14) et (III.15) et en tenant compte des relations entre U^*, V^* et P^* on obtient:

$$\begin{cases} a_e U_e' = \sum_m a_m U_m' + (P_P' - P_E') S_e + B_u \\ a_n V_n' = \sum_m a_m V_m' + (P_P' - P_N') S_n + B_v \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

L'algorithme SIMPLE est fondé sur une approximation dans laquelle on néglige les termes $\sum a_m U_m'$ et $\sum a_m V_m'$ pour simplifier l'équation (III.17), afin d'établir une relation explicite entre les corrections de vitesse et la correction de pression.

$$\begin{cases} U_e' = D_e (P_P' - P_E') \\ V_n' = D_n (P_P' - P_N') \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

Des expressions similaires sont bien sur obtenues pour U_w et V_s

Ainsi, d'après l'équation (III.18) la correction des vitesses U et V se réduit à:

$$\begin{cases} U_e = U_e' + D_e (P_P' - P_E') \\ V_n = V_n' + D_n (P_P' - P_N') \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Ces expressions sont ensuite reportées dans l'équation de continuité pour obtenir l'équation de correction de la pression.

Notant que la discrétisation de l'équation de continuité est écrite sous la forme générale suivante:

$$(PUA)_w - (PUA)_e + (PUA)_s - (PUA)_n = 0 \quad (\text{III.20})$$

$$\rho S_e D_e (P'_P - P'_E) - \rho S_w D_w (P'_W - P'_P) + \rho S_n D_n (P'_P - P'_N) - \rho S_s D_s (P'_S - P'_P) = m_w - m_e + m_s - m_n \quad (\text{III.21})$$

En regroupant les différents termes dans l'équation ci-dessus, on obtient une équation en P' qui s'écrit:

$$b_P P'_P + b_E P'_E + b_W P'_W + b_N P'_N + b_S P'_S = c \quad (\text{III.22})$$

Avec :

$$b_E = \rho S_e D_e ; b_W = \rho S_w D_w ; b_N = \rho S_n D_n ; b_S = \rho S_s D_s \text{ et } b_P = b_E - b_W + b_N - b_S$$

$$c = m_w - m_e + m_s - m_n$$

L'ensemble des calculs qui interviennent dans l'algorithme SIMPLE peut se résumer par les étapes suivantes:

- ✚ Définition du maillage principal et décalé, et des conditions aux limites ;
- ✚ Donner un champ de pression estimé P^* ;
- ✚ Calculer les composantes intermédiaires de la vitesse U^* et V^* en résolvant les équations de conservation de quantité de mouvement;
- ✚ Calculer la correction de pression en résolvant l'équation (III.16);
- ✚ Calculer le champ de pression P en additionnant P' à P^* ;
- ✚ Calculer de nouvelles composantes de la vitesse U et V à l'aide des équations (III.19);
- ✚ Résoudre l'équation discrétisée pour la température;
- ✚ Poser $P^* = P$ et reprendre l'exécution à partir de l'étape 4 jusqu'à ce que la convergence soit réalisée.

III.3.3 Résolutions des systèmes d'équations

Dans la présente résolution numérique utilisant Fluent 6.2.16, la somme des résidus de chaque équation est choisie comme critère de convergence pour contrôler les itérations; qui est à la fin de chaque itération, la somme des résidus conservés des variables est calculée et comparée avec l'ensemble de critère de convergence. Les itérations se poursuivront jusqu'à ce que la somme de résidus descende en dessous du critère de convergence choisie.

L'équation de conservation pour une quantité générale ϕ à un volume ΔV , après la discrétisation (voir les équations (III.1) à (III.2)), est écrite ci-dessous,

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{III.23})$$

III.3.4 Critère de convergence

Pour étudier la convergence d'un calcul numérique, il faudra alors définir des critères de convergence pour contrôler le processus d'itération. La sélection d'un critère de convergence appropriée est cruciale pour un processus d'itération. La pertinence d'un critère de convergence est mesurée par deux facteurs: la précision de la convergence et de la vitesse.

Le premier facteur joue un rôle important dans les calculs numériques. En effet, les erreurs numériques à partir des pas de temps précédents peuvent être accumulées dans les suivantes. Si le critère de convergence est inapproprié, la solution numérique pourrait écarté le flux physique réel. Par conséquent, le résiduelle R_ϕ peut être définie comme le déséquilibre dans l'équation (III.25) a résumé sur toutes les surfaces de calcul,

$$R_\phi = \frac{\sum_P |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P|}{\sum_P |a_P \phi_P|} \quad (\text{III. 24})$$

Pour les équations de mouvement et d'énergie, ϕ est remplacé par U, V ou T respectivement.

Pour l'équation de continuité, le résidu est définie par :

R_ϕ : Est la somme absolue des résidus correspondant à la variable ϕ ;

III.3.5 Choix du schéma d'interpolation de la pression

Avec le code Fluent, plusieurs schémas d'interpolation sont disponibles pour calculer la pression aux faces, il suffit de choisir parmi les options suivantes :

- ✚ Le schéma par défaut "Standard"; précision réduite pour les écoulements présentant de forts gradient de pression normaux à la surface près des frontières.
- ✚ Le schéma force de volume pondéré "Body-Force-Weighted" à utiliser pour les écoulements quand les forces de gravités sont importantes (ex. convection naturelle à nombre de Rayleigh plus élevé ou les écoulements fortement swirlés).
- ✚ Le schéma "PRESTO" (Pressure Staggering Option): à utiliser pour les écoulements fortement swirlés, les écoulements dans un milieu poreux ou impliquant des domaines fortement courbés.
- ✚ Le schéma au second ordre à utiliser pour les écoulements compressibles ; ne peut pas être utilisé dans le milieu poreux. Ainsi utiliser pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.
- ✚ Le schéma linéaire "Linear" à utiliser quand les autres options ont des difficultés de convergence ou des comportements non-physiques.

III.3.6 Schémas numériques de discrétisation

Dans cette section on présente plusieurs schémas numériques du phénomène de transfert de chaleur qui sont disponibles dans le code "FLUENT". Ainsi des cellules doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle en utilisant des schémas d'interpolation de différents ordres de précision. Ils sont représentés dans la figure III. 11.

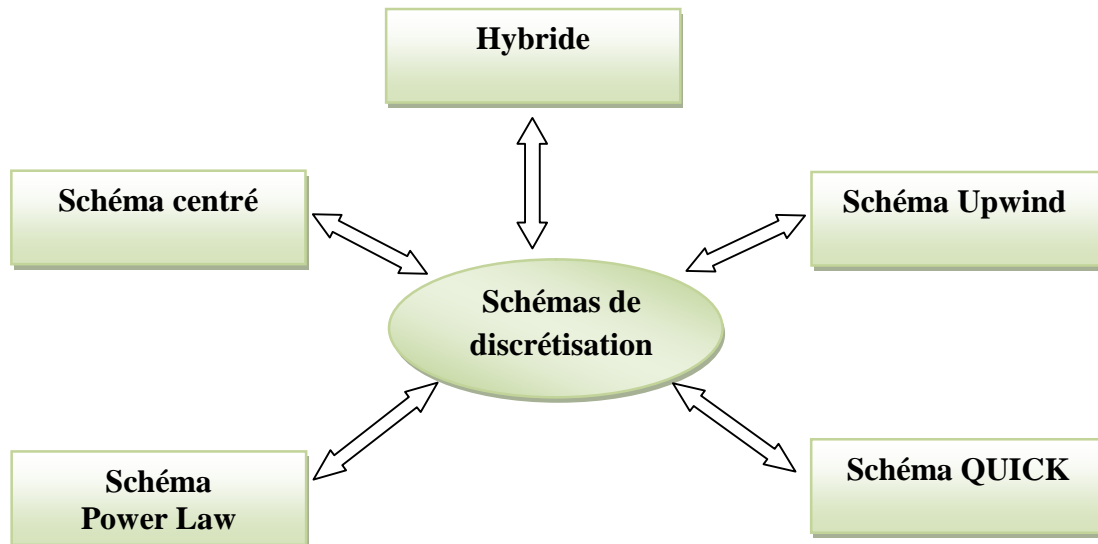


Fig.III.11. Schémas de discrétisation.

Les termes convectifs des équations gouvernantes sont discrétisés à l'aide de ces schémas numériques, et pour plus de précision le schéma second ordre est automatiquement choisi pour discrétiser les termes visqueux [65].

III.3.6.1 Schema centre (Central Differencing Scheme: CDS)

Ce schéma à été utilisé pour évaluer le flux convectif de chaque interface du volume de contrôle, la variation de la variable ϕ_e entre deux nœuds adjacent à été établie par interpolions linéaire. Les termes convectifs des variables généralisées ϕ sont calculés à l'aide d'une technique d'interpolation suivante:

$$\phi_e = \alpha\phi_E + (1 - \alpha)\phi_P \quad (\text{III. 25})$$

Avec α le coefficient d'interpolation linéaire :

$$\alpha = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P} \quad (\text{III. 26})$$

Dans le cas d'un flux différentiel, on utilise le schéma de discrétisation de la méthode des volumes finis.

A l'aide d'un développement de Taylor d'une fonction f , on peut écrire un schéma d'ordre 2 pour f' :

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad (\text{III. 27})$$

Si on applique le calcul du gradient de ϕ , on obtient alors:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e = \frac{\phi_e - \phi_P}{\phi_E - \phi_P} \quad (\text{III. 28})$$

Remarque :

Dans le code de calcul La discrétisation des gradients on utilise une technique basée sur un schéma centré.

III.3.6.2 Schema Upwind (Upwind Differencing Schema: UDS)

Dans ce schéma la valeur de ϕ_e est remplacée par celle en amont de l'interface de volume de contrôle et il est appliqué pour les écoulements à dominance convective:

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P & \text{si } (\vec{u} \cdot \vec{n})_e > 0 \\ \phi_E & \text{si } (\vec{u} \cdot \vec{n})_e < 0 \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

III.3.6.3 Schéma hybride

Son comportement est déterminé par l'intensité du nombre de Péclet. Ainsi, il donne une bonne approximation polynomiale de la solution exacte. Celui-ci exprime en ordre de grandeur le rapport entre le terme convectif et le terme diffusif:

$$P_e = \frac{F}{D} = \frac{\rho u \Delta x}{\Gamma_\phi} \quad (\text{III.30})$$

✚ Dans le cas ou $P_e \leq 2$, le schéma centré est utilisé;

✚ Si $P_e > 2$, le schéma upwind est utilisé.

III.3.6.4 Schéma en loi de puissance (Power law scheme)

Ce schéma de discrétisation est similaire au schéma de différenciation hybride, mais plus précis et produit de meilleurs résultats.

$$\begin{cases} \text{Pour } P_e < -10, & \frac{a_E}{D_E} = -P_e \\ \text{Pour } -10 \leq P_e < 0, & \frac{a_E}{D_E} = (1 + 0.1P_e)^5 - P_e \\ \text{Pour } 0 \leq P_e < 10 & \frac{a_E}{D_E} = (1 - 0.1P_e)^5 \\ \text{Pour } P_e > 10 & \frac{a_E}{D_E} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

L'équation de discrétisation de ce schéma s'écrit :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta R \Delta Z; b = S_c \Delta R \Delta Z$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = D_E \max[0, (1 - 0.1|P_e|)^5] + \max[-F_E, 0] \\ a_W = D_W \max[0, (1 - 0.1|P_e|)^5] + \max[F_W, 0] \\ a_N = D_N \max[0, (1 - 0.1|P_e|)^5] + \max[-F_N, 0] \\ a_S = D_S \max[0, (1 - 0.1|P_e|)^5] + \max[F_S, 0] \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

III.3.6.5 Schéma Quick (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics)

Dans ce schéma, on utilise trois nœuds en amont pour évaluer la variable ϕ_e par une interpolation de forme quadratique pondérée à une valeur nominale de la cellule. Cette technique est largement utilisée dans le domaine du phénomène de convection :

$$\phi_e = \phi_F + \alpha_1(\phi_{FF} - \phi_F) + \alpha_2(\phi_F - \phi_B) \quad (\text{III. 33})$$

Les coefficients de l'interpolation α_1 et α_2 dépendent du sens de $u \cdot n$ et sont alors donnés par :

$$\alpha_1 = \frac{(x_e - x_F)(x_e - x_{FF})}{(x_B - x_F)(x_B - x_{FF})} \quad (\text{III. 34})$$

$$\alpha_2 = \frac{(x_e - x_F)(x_B - x_e)}{(x_F - x_{FF})(x_B - x_{FF})} \quad (\text{III. 35})$$

Dans le cas $u \cdot n > 0$, on a :

$$\phi_e = \phi_P + \frac{(x_e - x_P)(x_e - x_E)}{(x_W - x_P)(x_W - x_E)}(\phi_W - \phi_P) + \frac{(x_e - x_P)(x_W - x_e)}{(x_P - x_E)(x_W - x_E)}(\phi_P - \phi_E) \quad (\text{III. 36})$$

Pour notre travail, les schémas de discrétisation utilisés sont résumés comme suit :

Tableau III.5. Schémas de discrétisation utilisés.

Pression	Standard
Energie	Second ordre Upwind
Quantité de mouvement	Second ordre Upwind
Couplage vitesse-pression	Simplec-Simple

III.3.7 Choix des facteurs de relaxation

L'itération se termine jusqu'à ce que les critères de convergence soient remplis. L'erreur de troncature ici est de second ordre par rapport à l'étape suivante.

En raison de la non-linéarité des équations, il est nécessaire de contrôler le changement de ϕ lors de l'itération. Ceci est généralement réalisé par le facteur de sous-relaxation, ce qui réduit la variation de ϕ au moyen d'un facteur de sous-relaxation. Dans une forme simple, la valeur actualisée de ϕ sur une surface est calculée à partir de l'ancienne valeur de ϕ_{old} , le calcul change $\Delta\phi$ et par un facteur sous-relaxation α_r comme suit,

$$\phi = \phi_{old} + \alpha_r \Delta\phi \quad (\text{III. 37})$$

Les facteurs de relaxation utilisés pour accélérer la convergence sont présentés dans le tableau III.6.

Tableau III.6. Paramètres de dans – relaxation pour notre problème.

Variables	Facteurs de relaxation
Pression	0.7
Densité	1
Force de volume	1
Quantité de mouvement	0.7
Energie	0.9

III.4 Résolution par Fluent

III.4.1 Présentation du code de calcul

Le code de calcul CFD dans la présente étude est commercialisé par le groupe FLUENT. Ce groupe est actuellement l'un des pôles de compétence les plus importants en mécanique fluides numérique. Il offre la possibilité d'utiliser différents modèles physiques tels que incompressible ou compressible, non visqueux ou visqueux, laminaire ou turbulent, etc. Cette capacité permet pour modéliser des écoulements autour des objets simples et complexes. Ce solveur offre une place de plus en plus une large gamme de modèles physiques rigoureuses qui ont été validées contre les applications à l'échelle industrielle, afin que nous puissions de simuler les conditions imposés avec précision, y compris les écoulements diphasiques et réactifs, machines tournantes, de la turbulence, rayonnement. Le solveur Fluent a prouvé à maintes reprises pour être rapide et fiable pour une large gamme d'applications CFD.

Ce code est composé, comme tout logiciel de type CFD, de trois élément clés qui sont : le pré processeur, le solveur et le post processeur, et qui sont détaillés ci-dessous :

II.4.2 Le préprocesseur GAMBIT

Le GAMBIT (Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit) est un logiciel de DAO (Dessin Assisté par Ordinateur) et de génération de maillage. En plus est un préprocesseur pour l'analyse de l'ingénierie. Avec des outils avancés étroitement intégrée à une interface puissante, flexible et facile à utiliser pour créer des géométries maillées. À partir de ce logiciel en peut gagnant considérablement le temps de prétraitement pour des nombreuses applications. Ainsi des modèles géométriques très compliquées peuvent être construits directement dans le modeleur GAMBIT, il a une opportunité de générer différents types de maillage structurés et non-structurés, ou une combinaison des deux types de maillage, ou hybrides. Le maillage structuré généralement est génère en plusieurs formes quadrilatérales en deux dimensions 2D et hexaédriques en trois dimensions 3D. Ainsi, il est possible d'importer des géométries créées avec d'autres logiciels CAD / CAE sont rapidement convertis en domaines d'écoulement appropriés.

II.4.3 Le solveur Fluent 6.3.26

Le solveur du code CFD Fluent a pour but de simuler des écoulements de fluide dans différents phénomènes physiques avec la spécification des conditions aux limites. Sur la base de quelques types de solveurs le code Fluent a une grande capacité de modéliser plusieurs phénomènes physiques dans un large éventail de domaine d'application industrielle. Ce solveur est basé principalement sur la méthode des volumes finis dans la façon dont ils intègrent les équations d'écoulement des fluides. Il permet de choisir le processus itératif, en proposant plusieurs schémas numériques pour la discrétisation spatial et temporelle, et pour le couplage de vitesse et de pression.

II.4.4 Le post-processeur

Le post-processeur permet de fournir des modèles physiques sur les différentes formes de maillage, en apportant les avantages de la configuration plus facile pour traiter les problèmes physiques avec une plus grande précision en utilisant une solution d'adaptation de maillages. En raison de la popularité accrue des postes de travail d'ingénierie, qui a beaucoup de capacités graphiques exceptionnelles, le CFD est désormais équipé par des outils polyvalents de visualisation de données. Ceux-ci incluent des avantages majeurs dans le domaine de la modélisation numérique des écoulements offrant des améliorations de processus importants qui ont le potentiel d'améliorer considérablement les opérations de poste de traitement. Des prévisions de champs d'écoulement de fluide (pression, vitesse, température.....) au sein des configurations géométriques tels que les lignes de courants et isothermes sont cruciales pour le fonctionnement de la plupart des applications physique.

- Validation

Après avoir présenté dans le chapitre précédent les principes de l'utilisation du logiciel "Fluent", dans ce chapitre nous allons tester le codage "Fluent" sur des travaux en écoulements de convection naturelle dans un espace annulaire vertical. Ce test nous permet de coder notre modèle mathématique.

Donc, dans un premier temps, nous allons confronter notre code de calcul en modélisant le transfert thermique par convection naturelle à un travail de référence. Nous avons choisi pour cela l'écoulement de convection naturelle au sein d'une cavité cylindrique annulaire verticale avec des températures imposées sur deux parois verticales parallèles, les autres parois sont adiabatiques. La comparaison de ces résultats obtenus nous confirmera l'exactitude des résultats obtenus par le logiciel "Fluent".

Le problème consiste à résoudre un écoulement de convection naturelle d'un fluide en coordonnées cylindriques bidimensionnelles. Le mailleur "Gambit" nous donne un maillage régulier et raffiné au niveau les parois actives verticales comme représenté sur la figure III.12.

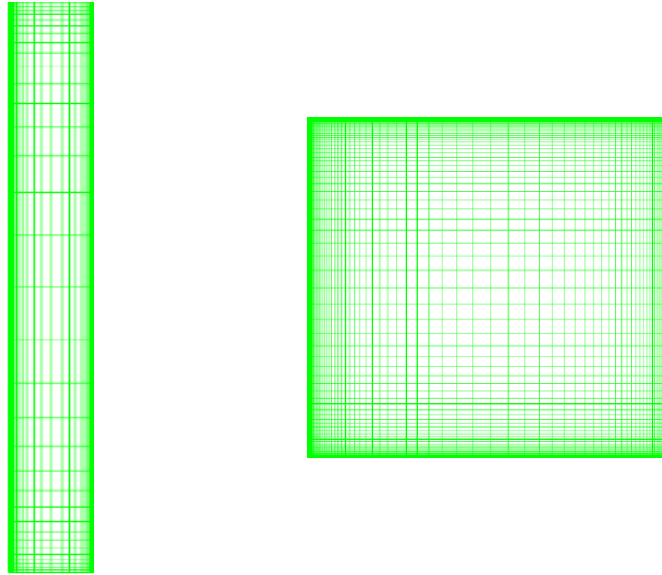


Fig.III.12. Maillage généré au niveau les parois actives verticales.

a) Cas d'une cavité rectangulaire

La validation des résultats en régime stationnaire est ici fondée sur la comparaison du nombre de Nusselt moyen avec les solutions proposées respectivement par **De vahl davis & al.** [8], **Kumar & al.** [13] pour l'air ($Pr=0.71$) en cavité carrée. Pour simuler une cavité carrée nous avons fait tendre le rapport des rayons vers 1 ($K=1$).

Tableau III.7. Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour la convection naturelle thermique dans une cavité carrée pour $Pr=0.71$.

Nombre de Rayleigh	Présent travail	Kumar & al. [13]	De vahl davis & al. [8]
10^3	1.112	1.115	1.118
10^4	2.222	2.250	2.243
10^5	4.534	4.569	4.519

b) Cas d'une cavité annulaire

Nous avons également testé notre code de calcul sur des cavités annulaires en comparant nos résultats à ceux de **Kumar & al.** [13] et **De vahl davis & al.** [8] dans le cas d'un écoulement de convection naturelle thermique pure.

Tableau III.8. Les valeurs du nombre de Nusselt global au niveau de la paroi isotherme
 Pour le rapport de forme $Ar=10$ et $K=2$, $\delta=90^\circ$.

Nombre de Rayleigh	Présent travail	Kumar & al. [13]	De vahl davis & al. [8]
10^4	2.343	2.355	2.33
$5 \cdot 10^4$	3.755	3.718	3.758
10^5	4.564	4.558	4.568

III.5 Conclusion

Nous avons présenté les méthodes numériques qui nous ont servis pour traiter le problème de la convection naturelle et mixte au sein d'un écoulement incompressible laminaire. Le code de calcul est fondé sur le logiciel Fluent associé au module du phénomène de transfert de chaleur qui est basé sur la méthode des volumes finis. Nous avons validé le code complet en traitant des problèmes en convection naturelle pur pour différentes configurations.

Chapitre IV
Résultats et Discussions

IV.1 Effet du nombre de Rayleigh sur la convection naturelle dans une cavité conique annulaire

L'objectif principal de ce chapitre est d'examiner l'effet des paramètres géométrique et physique pour le modèle physique considéré. Dans ce modèle, les calculs sont effectués dans un espace conique annulaire vertical imposant des températures constantes différentes sur les parois inclinées. Cependant, ces résultats doivent être connus à des différents paramètres contrôlant ce problème de transfert de chaleur par convection naturelle tel que le nombre de Rayleigh et les rapports de forme de l'espace annulaire. En plus, des simulations numériques sont effectuées pour analyser le comportement dynamique et thermique au sein du fluide. Plusieurs résultats ont été obtenus à partir de cette étude.

IV.1.1 Domaine d'étude

Nous nous proposons d'étudier les écoulements de fluide par convection naturelle dans une cavité conique annulaire verticale. Cette étude a pour but la compréhension du comportement thermique dans ce type de cavité. Vu le grand nombre de paramètres, il nous a semblé préférable de fixer quelques uns.

IV.1.1.1 Choix des principaux paramètres de la configuration

Dans la majorité de nos calculs, nous avons considéré le cas d'un fluide à un nombre de Prandtl égal à 0,71 tel que l'air. Ce choix est motivé par le fait qu'on peut rencontrer dans les applications similaires tel que les cheminés solaire, les cheminés d'évacuation des gaz brûlé et des tours de refroidissement. La plupart des travaux expérimentaux et numériques utilisent essentiellement des cavités annulaires cylindriques dans lesquelles ce type de géométrie a une grande importance dans le domaine du transfert de chaleur [8,13]. Pendant notre étude bibliographique nous avons constaté l'absence d'étude de la convection naturelle dans des cavités conique annulaire. Ce type de cavité correspondant à toute une classe de problèmes non abordés dans la littérature, tant de façon expérimentale et numérique, en convection naturelle. Nous analysons l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert thermique, qui correspond, comme nous le verrons par la suite, à des configurations typiques d'écoulement.

IV.1.1.2 Présentation des objectifs

Dans le cadre de cette étude en régime permanent, nous avons fixé le rapport de forme Ar , le rapport de rayon K ainsi que l'angle d'inclinaison δ et nous avons fait varier le nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^6 . Cela va nous permettre d'étudier numériquement l'influence des forces de flottabilité (Archimède) sur la convection naturelle dans une cavité conique annulaire verticale. Nous chercherons principalement à discuter l'effet du rapport de forme de l'espace annulaire sur les

caractéristiques de l'écoulement, en considérant plusieurs valeurs du rapport de forme allant de 1 à 3. Mais avant cela il va falloir étudier l'indépendance du maillage.

IV.1.2 Sensibilité du maillage

Pour obtenir des résultats fiables il est nécessaire d'étudier de très près des parois l'écoulement thermique au niveau des couches limites pour cela il faut utiliser un maillage irrégulier très raffiné au niveau des parois. Mais évidemment il faut trouver un compromis entre le type de maillage et le nombre de nœud pour optimiser le temps de calcul. Nous avons testé différents maillages plus raffinés près des parois de l'espace annulaire illustré sur la figure IV. 1.

Le tableau IV.1 présente l'effet de la taille du maillage sur le nombre de Nusselt moyen. Nous remarquons qu'au-delà de 3600 cellules le nombre de Nusselt moyen varie faiblement, donc nous avons adopté ce maillage pour effectuer toutes les simulations numériques dans ce travail.

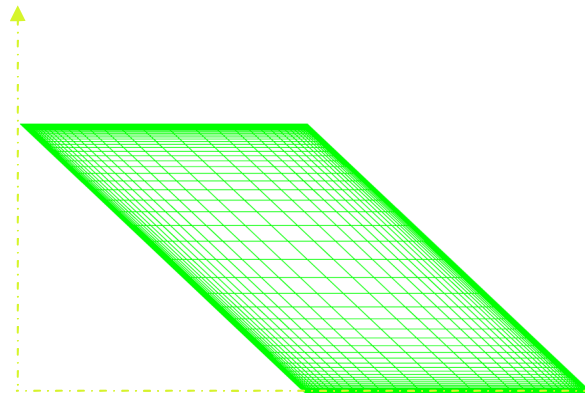


Fig. IV.1. Maillage irrégulier pour une cavité conique annulaire.

Tableau. IV.1. Résultats de maillage indépendant d'une étude de la convection naturelle dans un espace conique annulaire à $Ra=10^5$, $Ar=1$ et $K=2$.

Maillage	1900 cellules	2800 cellules	3600 cellules	4200 cellules
\overline{Nu}	0,852	0,807	0,782	0,780

IV.1.3 Résultats obtenus

Nous présentons dans un premier temps, des résultats pour des nombres de Rayleigh Ra compris entre 10^3 et 10^6 pour un rapport de forme $Ar=1$. L'angle d'inclinaison et le nombre de Prandtl Pr sont fixés respectivement à $\delta =45^\circ$ et $Pr= 0,71$. En suite pour étudier l'effet du rapport de forme Ar nous fixerons un nombre de Rayleigh $Ra=10^5$.

IV.1.3.1 Effets du nombre de Rayleigh

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement convectif est le nombre de Rayleigh qui représente le rapport entre les forces de flottabilité (poussée d'Archimède) et les forces de

dissipation (viscosité et diffusivité thermique) d'où, il sera nécessaire d'interpréter les résultats numériques obtenues lorsque les températures sont imposées sur les parois inclinées de la cavité conique annulaire. Nous varions le nombre de Rayleigh entre 10^3 et 10^6 tout en restant en régime laminaire. Nous nous limiterons donc dans ce paragraphe à mettre en évidence l'influence du nombre de Rayleigh sur l'écoulement de fluide. Et nous discutons les premiers résultats obtenus sous forme des profils de vitesses et de températures le long de l'axe vertical de la cavité.

Le gradient de température étant le moteur de la convection naturelle, le transfert de chaleur affecte fortement le mouvement du fluide. Les profils de température au milieu de la cavité, sont tracés sur la figure IV.2. Ils montrent que lorsque le nombre de Rayleigh est faible $Ra=10^3$ les forces de flottabilité ne sont pas assez importantes par rapport aux forces de viscosité pour provoquer le mouvement des particules du fluide, et le transfert de chaleur reste essentiellement conductif. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente $Ra = 5 \cdot 10^4$ le gradient de température devient plus intense, ce qui induit une légère prédominance de la convection et crée une cellule au centre de l'espace annulaire. Les configurations d'écoulement indiquent les zones où la convection favorise le transfert de chaleur. Ceci nous permet de définir un nombre de Rayleigh critique à partir duquel on passe d'un régime conductif vers un régime convectif.

Lorsque le nombre de Rayleigh $Ra = 10^5$, le gradient de température horizontal augmente et donne naissance à un écoulement monocellulaire formé à l'intérieur de la cavité et qui augmente le taux de transfert de chaleur avec l'apparition de zones de fluide immobiles où les angles formés par les parois inclinées et horizontal (les parois adiabatiques et isothermes) sont aigues. Dans le régime convectif, il existe un mouvement du fluide rotationnel, ce qui accélère les particules du fluide et améliore nettement le transfert de chaleur.

Lorsque le nombre de Rayleigh devient plus important $Ra=10^6$, le phénomène de convection s'accélère à cause des forces de flottabilité qui s'intensifient suite à l'augmentation de la différence de température entre les deux parois inclinées chaude et froide. Cette situation se traduit par un écoulement convectif ascendant qui permet de maintenir le centre de la cavité près de la paroi chaude inclinée du cône intérieur, et le gradient de température dans le milieu de la cavité pratiquement a été trouvé à peu près égal à zéro. On observe des couches limites bien formées en raison d'un transfert convectif dû à la présence d'un écoulement laminaire. Ainsi la chaleur transférée à travers le milieu est négligeable.

L'effet du nombre de Rayleigh sur le champ de vitesse est mis en évidence en observant les profils de vitesses axiales V , suivant la direction horizontale de l'espace annulaire à $Z=0,75$ (Figure IV.3). Pour un régime laminaire nous avons fait varier le nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^6 . Les autres paramètres géométriques ont été fixés à $Ar=1$, $K=2$ et $\delta=45^\circ$. Comme, il a été constaté sur la distribution de température, les profils des vitesses nous confirment une prédominance du régime conductif pour des nombres de Rayleigh faibles ($Ra \leq 10^4$). Les vitesses des particules fluides sont

presque nulles et le fluide est quasiment immobile; donc le transfert de chaleur entre les deux parois isothermes s'effectue uniquement par conduction thermique. Par contre, lorsque le nombre de Rayleigh varie entre $5 \cdot 10^4$ et 10^5 , les particules fluides se mettent en mouvement entraînées par les forces de flottabilité qui ont pu dominer les forces visqueuses lorsque le nombre de Rayleigh a augmenté. A partir des profils de vitesses verticales de la figure IV.3, nous constatons que l'écoulement présente un courant intense près des parois isothermes inclinés, et le fluide subit une rotation dans le sens horaire. Ces observations sont plus marquées pour le nombre de Rayleigh égale à 10^6 , on constate que la vitesse est plus élevée et plus importante là où la couche limite est plus mince. Dans ces conditions l'écoulement est plus accéléré le long des deux cônes intérieur et extérieur. En fait, l'écoulement devient confiné près les deux parois inclinées actives autour des surfaces (cône intérieur et extérieur) créent des couches limites plus épaisses, de la paroi chaude ($0,666 \leq R \leq 0,8325$) et la paroi froide ($1,1655 \leq R \leq 1,332$), respectivement.

La figure IV.4 qui représente le nombre de Nusselt local le long la paroi chaude de la cavité pour un rapport de forme $Ar=1$ et différent nombre de Rayleigh, nous permet d'analyser le transfert de chaleur dans la cavité. Nous pouvons remarquer que l'échange de chaleur est maximum au niveau de la paroi inclinée du cône interne parce que le gradient de température dans cette zone est intense causé par une stratification thermique horizontale au milieu de la cavité.

Pour analyser les différentes structures de l'écoulement, nous avons fait varier le nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^6 , pour un angle d'inclinaison fixé à $\delta=45^\circ$, un rapport de forme $Ar=1$ et un rapport de rayon $K=2$. Cela nous a permis de mettre en évidence la transition d'écoulement à régime conductif vers un écoulement à régime convectif. Effectivement, nous pouvons voir nettement l'évolution des lignes de courant et des isothermes résultant du comportement dynamique et thermique dans l'espace annulaire.

Les figures IV.5 (a, b, c et d) représentent les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Rayleigh. Lorsque le fluide est soumis aux forces de poussées d'Archimède provoquées par la variation de la masse volumique du au gradient de température horizontale nous observons des isothermes serrées près des endroits de l'espace annulaire à angle obtus. Cela traduit un transfert de chaleur intense avec une stagnation des particules fluides. Pour les faibles nombre de Rayleigh, lorsque $10^3 \leq Ra \leq 10^4$, (Figure IV.5a-b) les sollicitations thermiques sont assez faibles pour pouvoir faire varier la densité du fluide et provoquer le mouvement des particules du fluide ou l'écoulement reste confiné sur une faible épaisseur au voisinage des parois inclinées. Le transfert de chaleur s'effectue alors uniquement par conduction thermique c'est pourquoi on observe une stratification horizontale. Lorsque les forces de flottabilité commencent à devenir plus importantes et au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente au-delà de 10^5 , la convection naturelle devient prédominante, et les isothermes s'orientent vers une stratification inclinée en diagonale, serrées au niveau des parois actives près des angles obtus.

Cette tendance continue, jusqu'à la valeur du nombre de Rayleigh de 10^6 . Pour ce nombre, les lignes de courants montrent que le transfert de chaleur est dominé par un écoulement convectif formant une structure multicellulaire donnant naissance presque à deux cellules, localisé au centre de la cavité conique annulaire dominé par un mouvement ascendant près de la paroi chaude où le fluide reçoit un flux de chaleur et voit sa densité diminuée ce qui le rend plus léger par rapport aux particules du fluide au centre qui sont presque immobile. Par contre près de la paroi froide le fluide se refroidit en perdant de la chaleur au profit de la paroi isotherme et devient plus lourd ce qui favorise son écoulement descendant le long de cette paroi. Les isothermes se déforment en présentant une stratification verticale avec des isothermes très serrés près des parois inclinées. Cette augmentation du nombre de Rayleigh favorise donc l'apparition d'une structure d'écoulement multicellulaire (2 cellules) dominée par la convection naturelle.

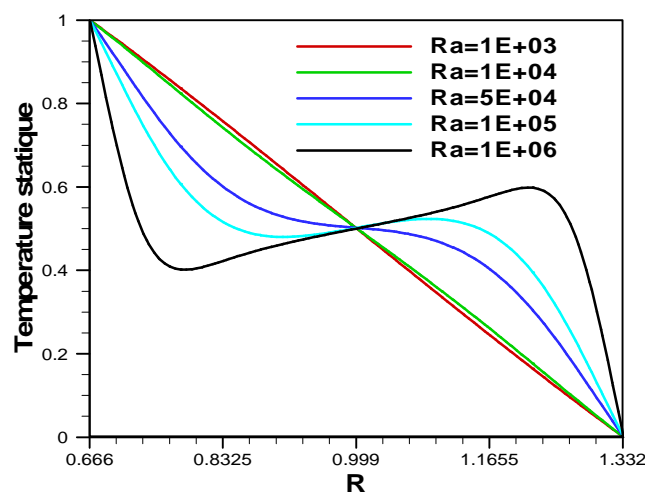


Fig. IV.2. La variation du profil de la température avec la distance horizontale pour un rapport de forme $Ar=1$, $K=2$ et $\delta=45^\circ$ à $Z=0,75$.

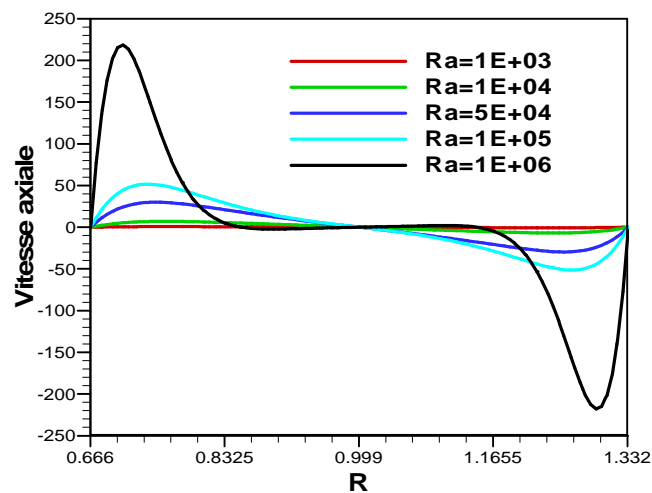


Fig. IV.3. La variation du profil de la vitesse Axiale avec la distance horizontale pour rapport de forme $Ar=1$, $K=2$ et $\delta=45^\circ$ à $Z=0,75$.

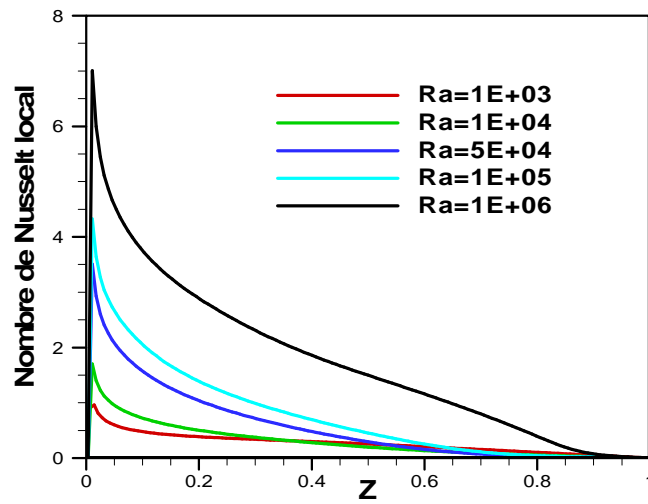


Fig. IV.4. La variation du nombre de Nusselt le long de la paroi chaude de la cavité avec $Pr=0,71$, en fonction de la valeurs de Ra .

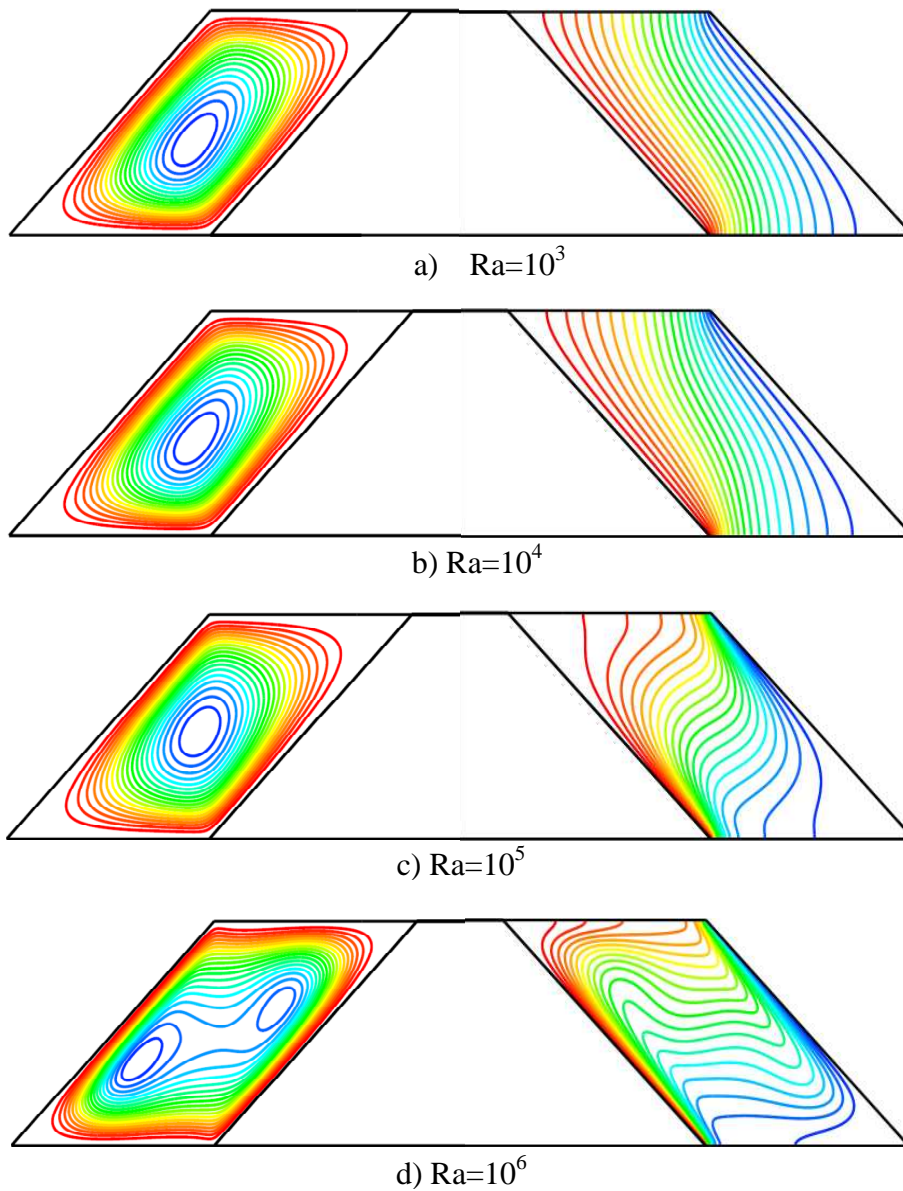


Fig. IV.5. Les lignes de courants et les isothermes pour rapport de forme $Ar=1$, $K=2$ et $\delta = 45^\circ$.

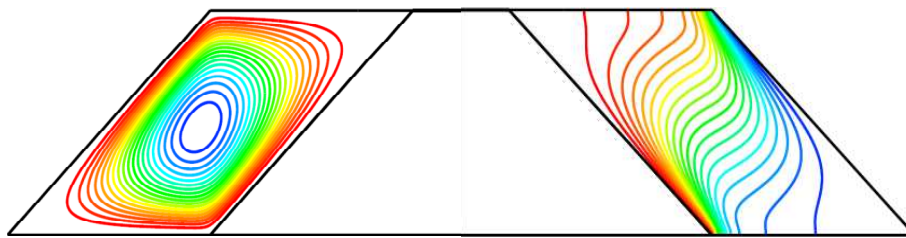
IV.1.3.2 Effets du rapport de forme

Dans cette partie nous allons étudier l'effet du rapport de forme sur le transfert thermique par convection naturelle dans une cavité conique annulaire verticale. Nous analyserons les structures d'écoulement du fluide, la distribution de la température et le nombre de Nusselt local sur les parois actives pour différents rapport de forme $Ar=1, 2$ et 3 .

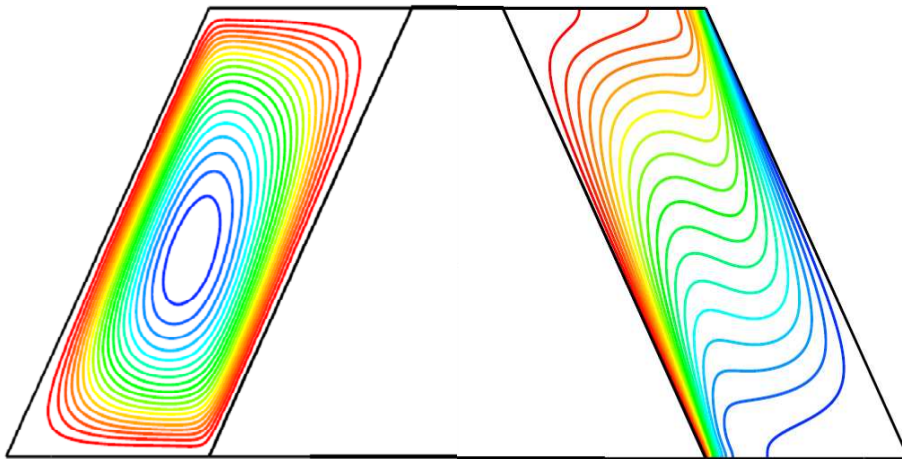
Les valeurs du rapport de forme de l'espace annulaire $Ar= 1, 2$ et 3 , correspondent respectivement aux valeurs d'angle d'inclinaison $63^\circ, 72^\circ$ et 76° avec le rapport de rayon $K=2$.

Les figures IV.6 (a-b-c) montrent des lignes de courants et des isothermes pour les différentes valeurs de facteurs de formes. Dans les trois cas, le régime convectif est dominant, avec la formation d'une structure unicellulaire comprise entre deux couches limites près des parois inclinées isothermes. Nous remarquons que la distribution de température dans l'espace annulaire concorde avec la circulation du fluide représentée par les lignes de courant. Pour les trois cas (Figure IV.6.a, b, c) La distribution de température montre le même comportement près des parois avec un gradient de température intense près des angles obtus de la cavité, comme il a été interprété plus haut dans le cas du rapport de forme $K=2$. Par contre, au milieu de la cavité, loin des parois, les isothermes changent d'allure en fonction du rapport de forme en passant d'une stratification thermique en diagonale pour les faibles valeurs de Ar ($Ar=1$) vers une stratification en forme de S renversé (\sim). Cette évolution des isothermes est due à l'accélération de l'écoulement près des parois lorsque le rapport de forme augmente, car la surface des parois isothermes augmentent en favorisant l'échange de chaleur, ce qui explique l'augmentation du nombre de Nusselt pour des valeurs importantes de rapport de forme (Figure IV.7). Pour $Ar=3$, nous remarquons qu'une grande zone au milieu de l'espace annulaire est immobile suivant un allongement vertical ce qui favorise une stratification thermique légèrement tordue comme le montre la figure IV.6 c. Par ailleurs, l'effet du rapport de forme sur le transfert de chaleur est d'autant plus important lorsque le rapport de forme devient élevé (figure IV.7). Effectivement, nous pouvons remarquer sur la figure IV.7, qui représente le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs de rapport de forme, que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, ce qui est évident; mais, il augmente également avec le rapport de forme. Cela, s'explique par les formes allongées des cavités lorsque $Ar>1$ qui favorise un meilleur transfert thermique à cause de la surface des parois actives (isothermes) qui est supérieure à celle des parois passives (adiabatiques).

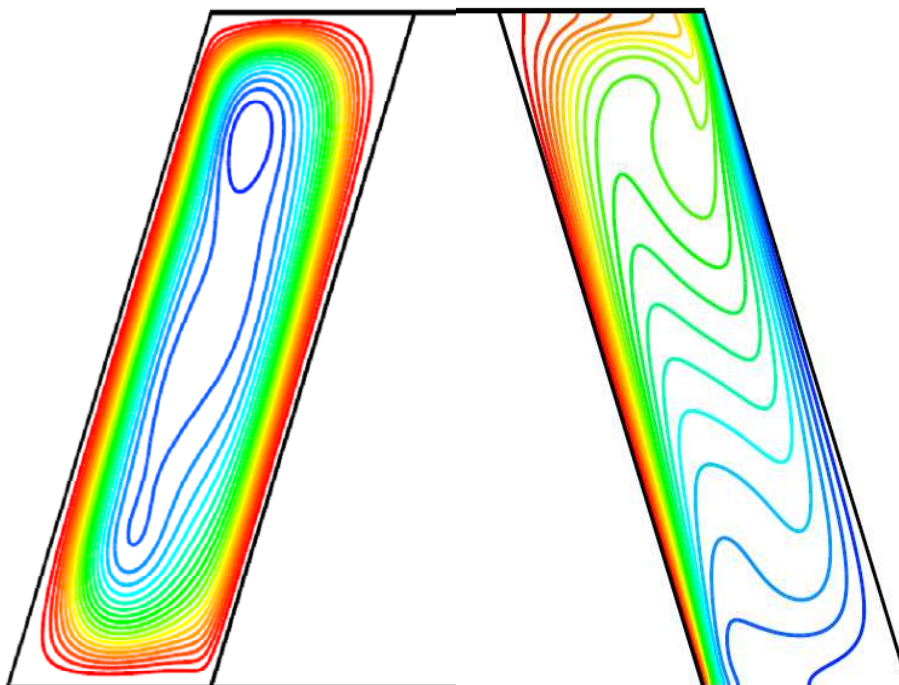
On peut déduire que l'effet conjugué du rapport de forme et le nombre de Rayleigh favorise conjointement le taux de transfert.



a) $Ar=1$



c) $Ar=2$



d) $Ar=3$

Fig. IV.6. Les lignes de courants et les isothermes pour différentes rapport de forme à $Ra=10^5$, $K=2$ et $Ar = 1, 2$ et 3 .

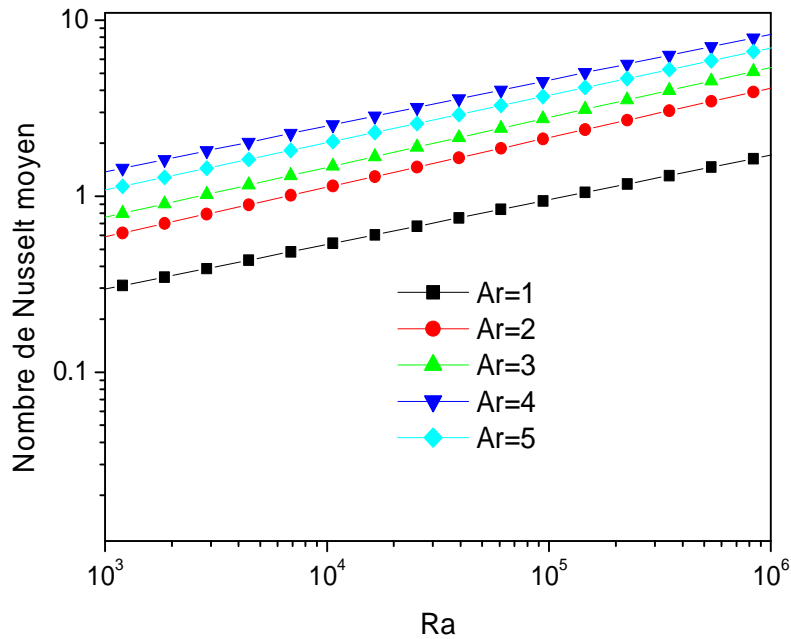


Fig. IV.7. Le nombre de Nusselt moyen en fonction de rapport de forme pour différent nombre de Rayleigh à $K=2$ et $\delta=63^\circ, 71^\circ$ et 75° .

IV.1.3.3 Conclusion

Le présent travail nous a permis d'analyser numériquement le transfert de chaleur par la convection naturelle en régime permanent dans un espace conique annulaire verticale remplie d'un fluide Newtonien (air). Cette cavité a la particularité d'avoir des parois inclinées isothermes avec différents rapports de forme et avec des conditions aux limites de type Dirichlet (température constante).

Compte tenu de la discussion des résultats présentés, les principales conclusions suivantes ont été déduites:

- Pour des valeurs inférieures à un certain nombre de Rayleigh critique, nous avons observé que le transfert de chaleur au sein de l'enceinte est dominé par un régime conductif, tandis qu'au-delà de cette valeur le mode de transfert de chaleur est dominé par la convection naturelle laminaire et apparait d'une manière plus claire pour des valeurs plus importantes du nombre de Rayleigh.
- Le nombre de Nusselt moyen varie avec le nombre de Rayleigh et le rapport de forme de la cavité.
- L'écoulement est assez faible lorsque le rapport de forme est faible car l'espace offert au fluide est étroit pour permettre au fluide un déplacement libre. Au contraire, avec des rapports de forme plus importants, l'espace de la cavité est plus spacieux, ce qui permet au fluide de se déplacer plus librement et donc s'accélérer.

- L'analyse de l'effet du rapport de forme sur la convection naturelle, nous à permis de définir une structure unicellulaire qui voit sa forme s'allonger en s'accéléralant lorsque le rapport de forme augmente.

IV.2 Influence des paramètres géométriques sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité conique annulaire

IV.2 Effet de la géométrie de la cavité

Dans la partie précédente, nous avons considéré une cavité où la hauteur du cône intérieur est égale à celle du cône extérieur. Pour étudier l'effet de la forme de l'espace annulaire sur le transfert de chaleur, nous allons considérer une cavité conique verticale partiellement annulaire en variant les paramètres géométriques Ar et X . Un fluide incompressible est contenu entre les deux cylindres coniques verticaux de hauteurs différentes maintenus à des températures isothermes et deux parois horizontales supposées adiabatiques. Les simulations sont effectuées pour le cas de l'air ($Pr=0,71$). Les paramètres géométriques de la configuration étudiée sont le rapport de forme ($1 \leq Ar \leq 2$) et le rapport de hauteur ($0 \leq X \leq 1$). L'étude est effectuée en fixant une seule valeur de $Ra=10^6$ pour un rapport de rayon $K=2$ pour lesquels la convection naturelle est bien évidente. Le but est d'étudier le développement des structures d'écoulement en fonction des paramètres géométriques.

Les principaux résultats obtenus seront en termes de structures d'écoulement, de distributions de température. Des résultats concernant le taux de transfert de chaleur calculés sur les parois isothermes du cône intérieure seront également présentés et discutés.

IV.2.1 Analyse de la sensibilité du maillage

Nous analysons dans cette section l'effet du maillage sur la sensibilité des solutions. Considérant une cavité conique partiellement annulaire verticale avec les parois horizontales adiabatiques et les parois inclinées verticales soumises à des températures constantes. Vu que le transfert de chaleur s'effectue principalement à travers la couche limite thermique, et que cette dernière est généralement mince, il en résulte la nécessité d'adopter un maillage près des parois. Toutefois, d'autres zones à forts gradients peuvent apparaître au sein de l'écoulement en des positions difficiles à prédire à l'avance; il s'agit des interfaces entre cellules dans le cas des écoulements multicellulaires, comme nous le verrons dans cette partie. Cela pourrait justifier l'utilisation d'un maillage uniforme mais on ne pourrait alors obtenir une représentation fiable de transfert de chaleur qu'avec un maillage très fin imposé à l'ensemble du domaine.

Nous avons donc finalement choisi un maillage irrégulier représenté sur la Figure IV.8. Ce test de dépendance de maillage a été effectué en changeant le nombre total des nœuds de la structure maillée dans les deux directions axiale et radiale représenté dans le tableau IV.2.

Les résultats obtenus en termes de nombre de Nusselt moyen pour le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$, le rapport de rayon $K=2$, le rapport de forme $Ar=1$ et $X=0,5$ sont présentés en fonction du maillage dans le tableau IV.2. Ces résultats obtenus dans ce tableau montrent que le maillage de 3100 cellules diffère de moins de 3% de ceux correspondant au maillage 4200 cellules. Par conséquent, le maillage 3100 cellules est non uniforme et raffiné dans les régions près des parois, est adopté. Pour produire les résultats présentés dans cette partie.

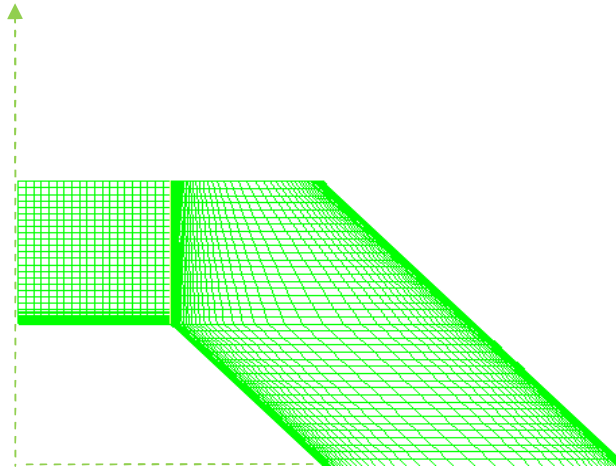


Fig. IV.8. Maillage généré près des parois actives.

Maillage	2100 cellules	3100 cellules	4200 cellules	5300 cellules
\overline{Nu}	1.109	1.105	1.103	1.100

Tableau. IV.2. Sensibilité du maillage
($Ra=10^5$, $Ar=1$, $X=0,5$ et $K=2$.)

IV.2.2 Résultats et Discussion

Des simulations numériques ont également été réalisées pour confirmer les résultats obtenus. Pour cela, nous avons utilisé le logiciel CFD Fluent avec un maillage structuré non uniforme, parfaitement adapté à la configuration géométrique étudiée. Nous présentons l'évolution de l'écoulement du fluide en fonction de différentes valeurs des rapports de forme et de hauteur pour plusieurs nombre de Rayleigh. Les résultats obtenus numériquement sont représentés sous forme de champs dynamique et thermique.

IV.2.2.3 Effet du rapport de Hauteur

Pour mettre en évidence l'effet du rapport des hauteurs de l'espace annulaire sur la convection naturelle, nous avons considéré différents rapports de hauteurs entre $0 \leq X \leq 1$ pour un nombre de Rayleigh fixé à $Ra = 10^5$, $Ar = 1$, $K = 2$ et $\delta = 45^\circ$.

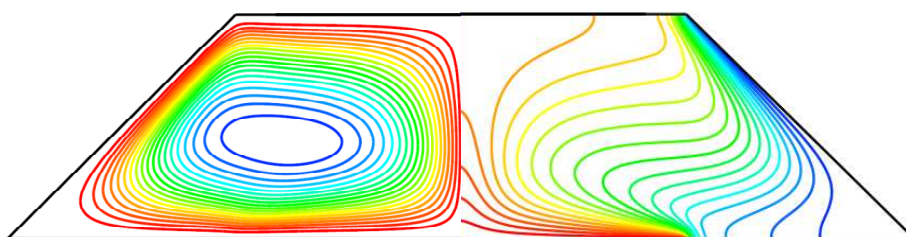
Les isothermes (à droite) et les lignes des courants (à gauche) avec différentes valeurs du rapport de hauteur X sont représentées par la figure IV.9. On peut constater que lorsque le rapport

de hauteur augmente, la zone comprise entre les sommets des deux cônes formant la cavité a tendance à devenir isotherme et le fluide immobile, car cette zone devient étroite au fur et à mesure que le rapport X augmente, et ainsi ne permet pas au fluide un écoulement libre.

L'augmentation du rapport de hauteur de l'espace annulaire intensifie le transfert de chaleur entre les deux parois isothermes des deux cônes. En effet lorsque le rapport X devient important, cela implique une augmentation de la surface isotherme chaude et évidemment cela se traduit par un nombre de Nusselt croissant en fonction de X (Fig. IV.10). Lorsque X devient égale à 0,75 (Figure IV.9 c), on remarque une stratification de température diagonale suivant l'inclinaison des parois des cônes, et une zone isotherme au-dessus de la paroi horizontale supérieure du cône intérieur. Par contre lorsque X diminue ($X=0,25$), les résultats montrent que les isothermes ont tendance à se rapprocher de la zone supérieure du cône intérieur ($0 \leq R \leq 1$), ce qui traduit une augmentation du gradient de température et donc un transfert de chaleur intense dans cette zone. Le flux de chaleur est vertical au niveau de la paroi chaude, mais dès qu'on s'éloigne de cette dernière, le flux de chaleur devient radial suivant l'axe vertical à cause de la paroi adiabatique qui oriente ce flux de chaleur horizontalement vers la paroi froide. Lorsque $X=0$, nous observons un écoulement sous forme d'un rouleau torique avec une distribution de température en forme de panache thermique ascendant (Figure IV.9 a).

A partir des lignes de courant, nous observons que pour un rapport de hauteur plus important ($X=0,75$), l'écoulement est pratiquement concentré entre les parois inclinées en suivant un rouleau torique suivant le sens horaire. Par ailleurs, les particules du fluide sont pratiquement immobiles dans la zone au dessus du cône intérieur (Figure IV.9 c). Lorsque le rapport de hauteur X devient faible ($0 \leq X \leq 0,25$), les particules de fluide s'accélèrent de plus en plus dans la zone au dessus de la cavité chaude (Figure IV.9 a, b). Pour les faibles valeurs du rapport de hauteur X , nous remarquons que l'écoulement du fluide se concentre dans la totalité de l'espace annulaire.

La variation du nombre de Nusselt en fonction du rapport de forme X pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh est représentée par la figure IV.10. Il est évident que le transfert de chaleur augmente avec le nombre de Rayleigh. Mais, ce que nous pouvons déduire, c'est que l'effet du rapport de la hauteur X est plus marqué lorsque le nombre de Rayleigh est important et donc lorsque l'écoulement est bien convectif ($Ra > 10^5$).



a) $X=0$

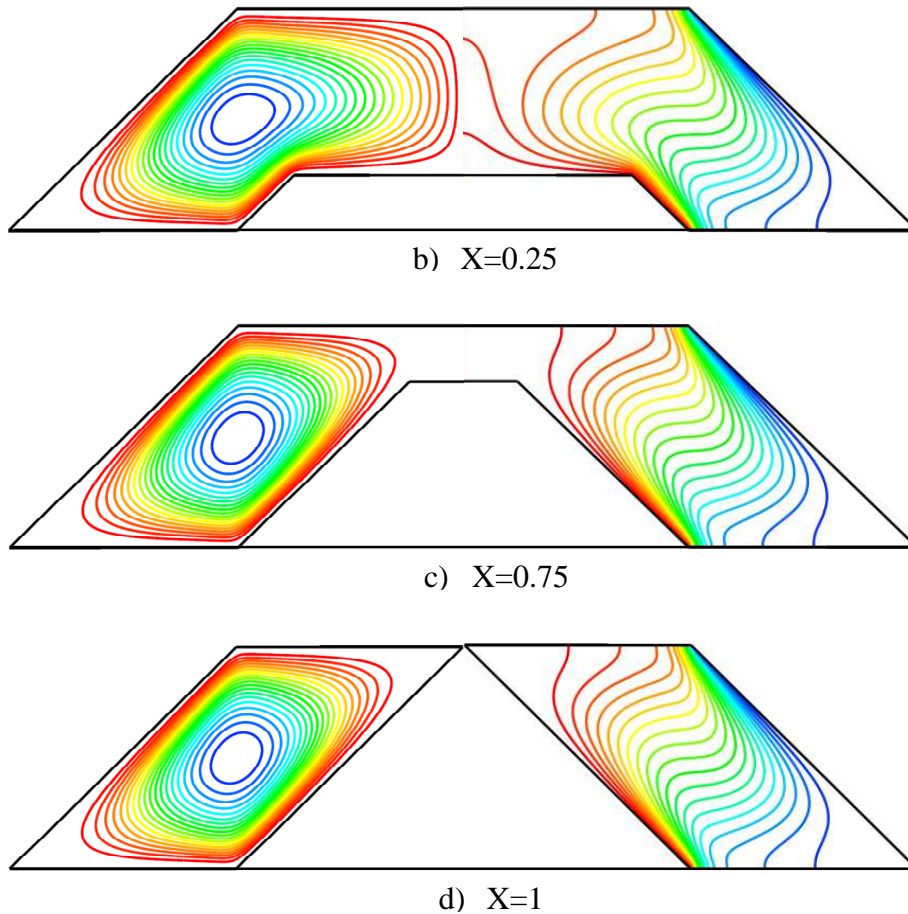


Fig. IV.9. Les lignes de courants et isothermes pour différent rapport de Hauteur ($Ra=10^5$, $Ar=1$, $K=2$ et $\delta=45^\circ$).

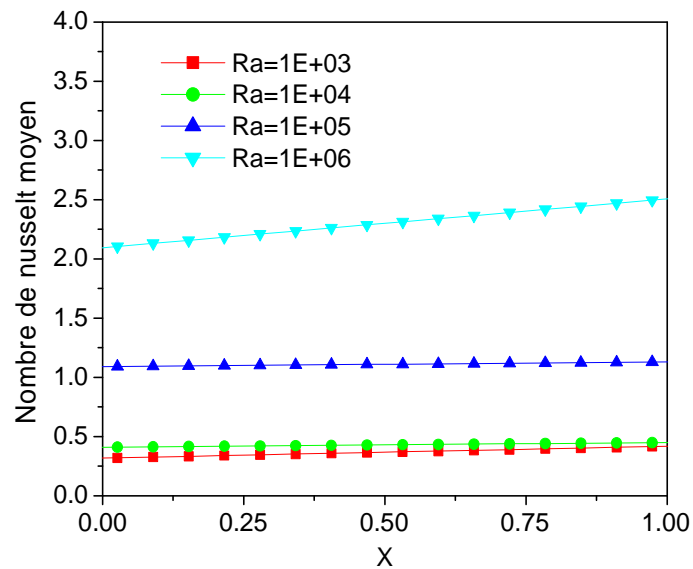


Fig. IV.10. La variation du nombre de Nusselt en fonction du rapport de Hauteur et du nombre de Rayleigh à $Ar=1$, $K=2$ et $\delta=45^\circ$.

IV.2.2.4 Effet du rapport de forme

Dans cette section, nous étudions l'effet du rapport de forme de l'espace annulaire sur la convection naturelle dans une cavité conique partiellement annulaire et différenciellement chauffée. Nous choisissons une cavité avec des paramètres fixes tel que $K=2$; $X=0,5$ et $Ra=10^5$ et pour mettre en évidence l'effet du rapport de forme, nous prenons trois valeurs du rapport de forme $Ar=1$; 1,5 et 2. Nous remarquons que lorsque le rapport de forme est faible, la distribution de température représente une stratification parallèle aux parois inclinées avec des isothermes bien tordus en forme de S. Par contre lorsque le rapport de forme est supérieure à $Ar=1,5$ les isothermes sont moins tordues par rapport à ceux lorsque $Ar=1$. Cela est du à un écoulement moins intense pour $Ar=1,5$ et $Ar=2$ que lorsque $Ar=1$.

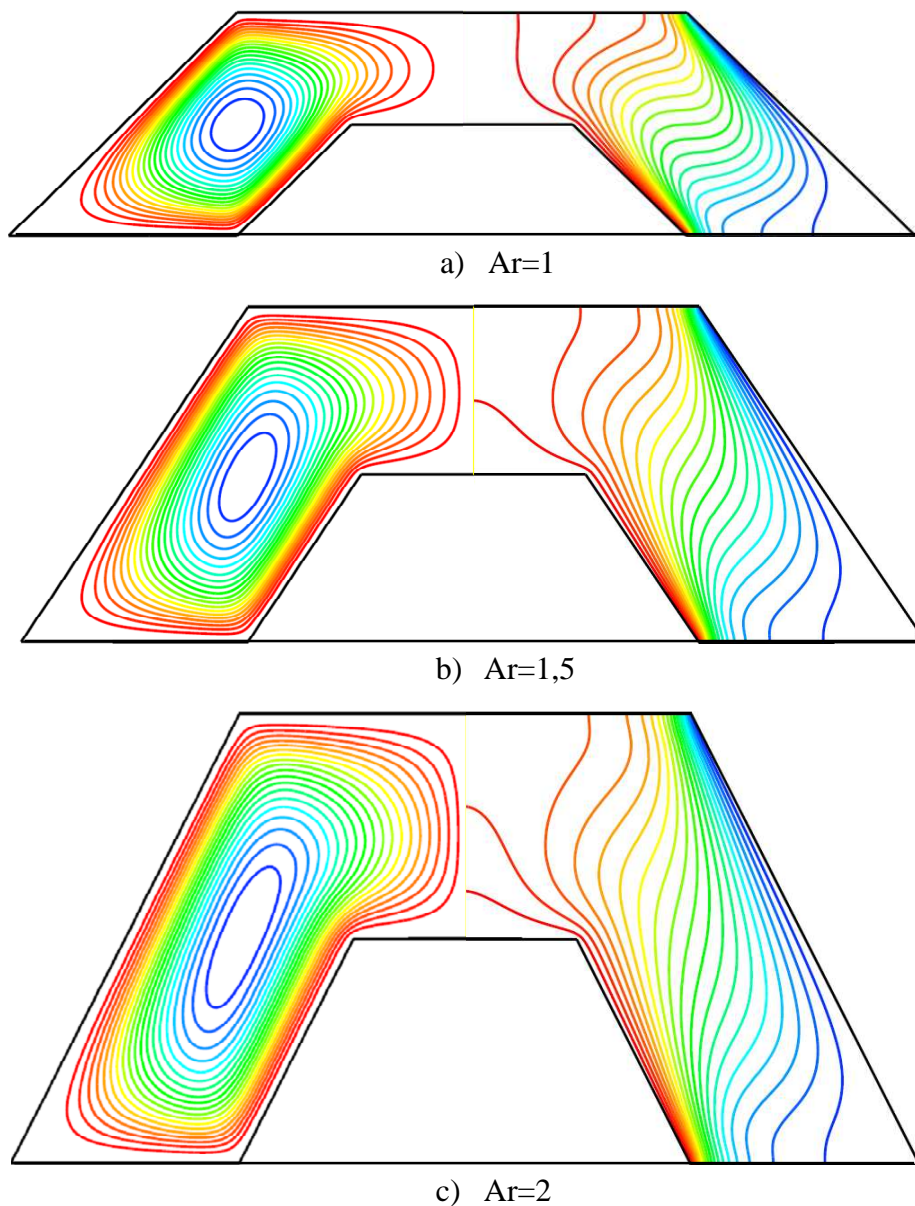


Fig. IV.11. Les lignes de courants et les isothermes pour différent rapport de forme avec le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et $K=2$.

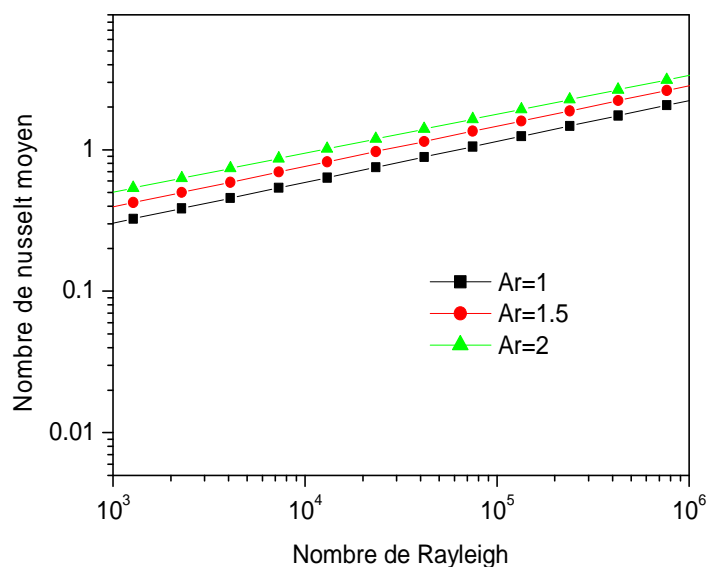


Fig. IV.12. La variation du nombre de Nusselt avec nombre de Rayleigh et le rapport de forme, rapport de Hauteur avec $K=2$ et $\delta=45^\circ$, 56° et 63° .

IV.2.3 Conclusion

Dans ce travail, l'effet de la géométrie sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace conique vertical partiellement annulaire bidimensionnel en régime permanent, avec des parois différentiellement chauffé a été analysé. L'influence des principaux paramètres tels que le nombre de Rayleigh, le rapport de forme et le rapport des hauteurs de l'espace annulaire a été étudiée. Les principaux résultats sont résumés et présentés dans ce qui suit:

- Les résultats obtenus montrent que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation le rapport de forme de l'espace annulaire. Ainsi le taux de transfert de chaleur augmente en fonction du nombre de Rayleigh.
- Le mode de transfert de chaleur par conduction est dominant pour des faibles valeurs du nombre de Rayleigh, mais à des valeurs plus élevées le taux de transfert de chaleur augmente, dominé par la convection naturelle.
- Il a été constaté que le rapport de hauteur de l'espace annulaire est un des paramètres les plus importants qui influe sur le transfert de chaleur. Donc il ressort que le nombre de Nusselt augmente en fonction du rapport de hauteur de l'espace annulaire.
- L'étude montre que la structure d'écoulement est fortement influencé par le rapport de hauteur, et pour des valeurs élevé de ce rapport, l'orientation de la cellule devient parallèle au cône intérieur c'est-à-dire le mouvement du fluide est accéléré dans la partie annulaire et il est presque nulle de l'autre côté au-dessus de la partie supérieure du cône intérieur. Mais lorsque le rapport de hauteur diminue l'écoulement du fluide s'accélère de plus en plus dans la zone centrale (la cellule circulaire du mouvement de fluide est concentrée dans toute cette zone).

IV.3 Etude de la convection mixte dans une cavité conique annulaire

IV.3.1 Introduction

Dans cette dernière partie, nous nous intéressons à la convection mixte laminaire dans une cavité conique annulaire verticale traversée par un écoulement incompressible ascendant froid à une vitesse uniforme à l'entrée. La géométrie considérée ainsi que les conditions aux limites sont présentées sur la figure II.4 c. Les deux parois inclinées interne et externe de l'espace annulaire sont maintenues à des températures constantes. Le fluide entre dans la cavité à partir du bas de l'espace annulaire pour produire un écoulement de convection mixte se dirigeant vers le haut.

Dans toute la littérature nous avons trouvé uniquement les travaux concernant la convection mixte dans les cavités annulaires verticales.

IV.3.2 Sélection des paramètres adimensionnels

L'analyse adimensionnelle a montré que le transfert de chaleur dans la cavité dépend de deux paramètres adimensionnels: le nombre de Rayleigh et du nombre de Reynolds. On retrouve ces paramètres dans tous les problèmes de la convection mixte. Une étude de l'influence de tous ces principaux paramètres du système sur le transfert de chaleur conduirait à différents cas à analyser selon le régime d'écoulement du fluide, qui est l'objectif principal de ce travail. Dans le but de présenter un certain nombre raisonnable de résultats tout en se concentrant sur l'essentiel du phénomène transitoire du transfert de chaleur par convection mixte, deux paramètres ont été fixés. Ainsi, toutes les simulations numériques ont été faites pour un nombre de Prandtl, $Pr=0,7$; ce qui représente un fluide dont les propriétés sont proches à celles de l'air. La vitesse d'écoulement a été retenue, conduisant à des nombres de Reynolds de 10 et le Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^5$).

IV.3.3 Résultats et discussion

Dans cette section nous présentons les résultats numériques obtenus par l'étude de la convection mixte en régime laminaire dans une cavité conique annulaire verticale. Pour différents valeurs du nombre de Rayleigh et du nombre de Reynolds nous avons essayé de mettre en évidence chaque mode de convection caractérisant les structures d'écoulements en présentant les résultats sous forme des lignes de courant et les isothermes. Pour plus de détail relatif à l'écoulement du fluide au sein de l'espace annulaire nous avons aussi présentés les profils des températures et des vitesses. Finalement nous nous intéressons à montrer l'évolution du nombre de Nusselt en prenant en compte tous les paramètres cités précédemment. Par ailleurs nous avons analysé les résultats obtenus à un seul rapport de forme $Ar=1$ de l'espace annulaire.

IV.3.3.1 Effet du nombre de Rayleigh

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement thermique naturel est le nombre de Rayleigh. Il représente le rapport des forces de flottabilité (forces d'Archimède) aux forces

visqueuses, Ra est proportionnel au gradient de température appliqué, lorsque, la cavité de forme conique annulaire est parfaitement verticale et différentielle ment chauffée.

La figure IV.13 montre les lignes de courants ainsi que la distribution de température pour un nombre de Rayleigh $Ra=10^3$, les sollicitations thermiques sont assez faibles à proximité des deux parois extérieures et intérieures inclinées, mais également le jet ascendant qui n'est pas assez puissant à un nombre de Rayleigh $Ra=10^3$ pour provoquer un écoulement convectif. Le transfert de chaleur s'effectue alors uniquement par conduction thermique.

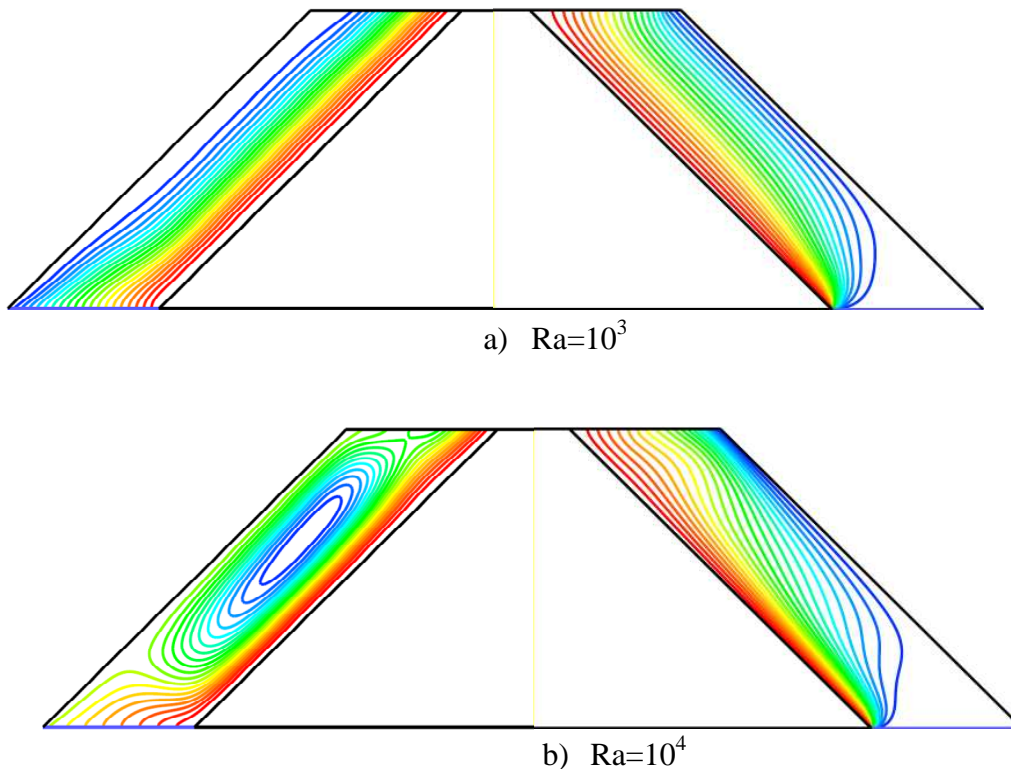
Les lignes de courants restent bien alignées et parallèles jusqu'à la sortie de la cavité (Figure IV.13.a). Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh ($Ra=10^4$), la convection naturelle enclenchée par la variation de la densité du fluide fait naître un écoulement naturel ascendant à proximité de la paroi chaude et descendant à proximité de la paroi froide. Donc, au niveau de la paroi du cône extérieur l'écoulement naturel s'oppose au jet, et au niveau de la paroi du cône intérieur les deux écoulements s'entraident. Cette situation est visible sur la figure IV.13.b, où on voit clairement les lignes de courant bien serrées au niveau de la paroi intérieur et qui traduit une accélération de l'écoulement, car le jet s'additionne à l'écoulement naturel ascendant. Contrairement sur la paroi du cône extérieur, où on observe une confrontation entre le jet ascendant et l'écoulement naturel descendant, ce qui provoque le ralentissement des particules de fluide (lignes de courant espacées) et la déviation du jet ascendant vers la paroi du cône intérieur. Par ailleurs, en observant la distribution de température, on remarque que le régime de transfert thermique reste toujours conductif pour $Ra=10^4$. Cette situation s'accroît avec l'augmentation du nombre de Rayleigh à $Ra=10^5$. Une cellule de convection naturelle s'installe au milieu de la cavité et force le jet à remonter le long de la paroi du cône intérieur dès l'entrée de la cavité. La zone inférieure de la cavité qui est dominée par le jet entrant est isotherme à la température du jet T_0 . Les isothermes au milieu de la cavité présente une stratification en forme de "S" suivant l'inclinaison des parois.

La figure IV.14 montre les profils de température qui présente une allure linéaire au milieu de la cavité ($Z=0,75$) le long de l'espace annulaire de la cavité. Lorsque $Ra=10^3$, la diminution de température est continue avec un gradient faible au niveau des deux parois inclinées actives. Par ailleurs, lorsque le nombre de Rayleigh augmente ($Ra=10^5$), on observe à travers le profil de température que le gradient de température est élevé près des parois et un faible gradient de température au milieu de la cavité, car ce comportement est traduit par une zone isotherme se développant au milieu de la cavité à cause de la dominance de la convection naturelle par rapport à la convection forcée pour le nombre de Reynolds $Re=10$.

L'examen des profils de vitesses montre que le fluide est toujours ascendant (Fig. IV.15). Ils affichent des extremums positifs aussi bien au niveau de la paroi du cône extérieur qu'au niveau de la paroi du cône intérieur gauche de la cavité. Ceci a pour conséquence directe de confiner l'écoulement principalement le long de la paroi chaude empêchant ainsi la propagation de la chaleur

vers la partie droite de la cavité. En effet on remarque que pour un nombre de Rayleigh $Ra=10^3$, la vitesse qui est nulle au niveau des parois (Conditions de non glissement) présente un écoulement uniforme stable ascendant. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente ($Ra=10^4$) le profil de vitesses prend une forme sinusoïdale avec une amplitude faible, car les particules fluides sont entraînées par le courant de l'écoulement forcé provenant de l'ouverture inférieure de la cavité, ensuite traverse la recirculation dû à la convection naturelle. Par ailleurs, lorsque le nombre de Rayleigh augmente à $Ra=10^5$, on observe un profil de vitesse toujours sinusoïdal mais avec une amplitude importante, car une zone isotherme immobile se développe au milieu de l'espace annulaire à cause de la dominance de la convection naturelle par rapport à la convection forcée.

La figure IV.16 nous permet de voir à travers la variation du nombre de Nusselt, le transfert de chaleur le long la paroi chaude de la cavité pour un nombre de Rayleigh variant entre $10^3 \leq Ra \leq 10^5$. Nous remarquons que l'échange de chaleur est intense à l'entrée de la cavité car la température du jet froid en contact avec la paroi chaude génère un gradient de température intense, et donc un transfert de chaleur maximal. Les particules s'échauffent en remontant le long de la paroi chaude ce qui provoque une diminution du gradient de température au fur et à mesure qu'en s'approche de la sortie de la cavité, ce qui traduit une diminution du nombre de Nusselt lorsque Z augmente. Cette situation est plus marquée pour le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$, car un plus grand débit du jet froid est dévié vers la paroi chaude comme il a été expliqué plus haut.



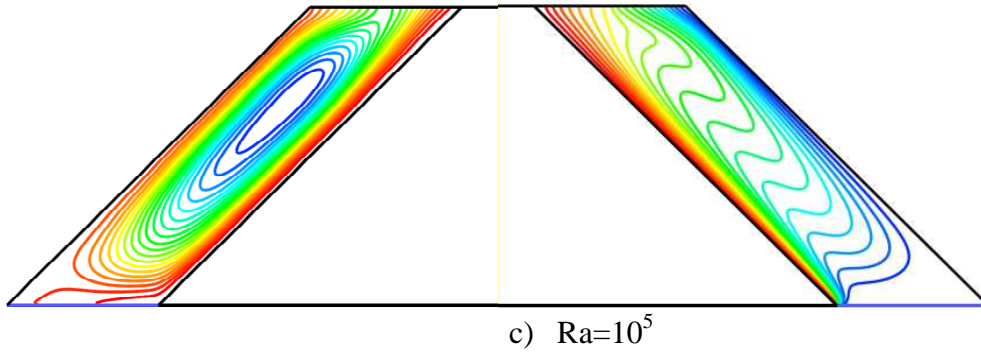


Fig. IV.13. Structure de l'écoulement et distribution de température $Re=10$ et $Ar=1$, $K=2$, $\delta=45^\circ$.

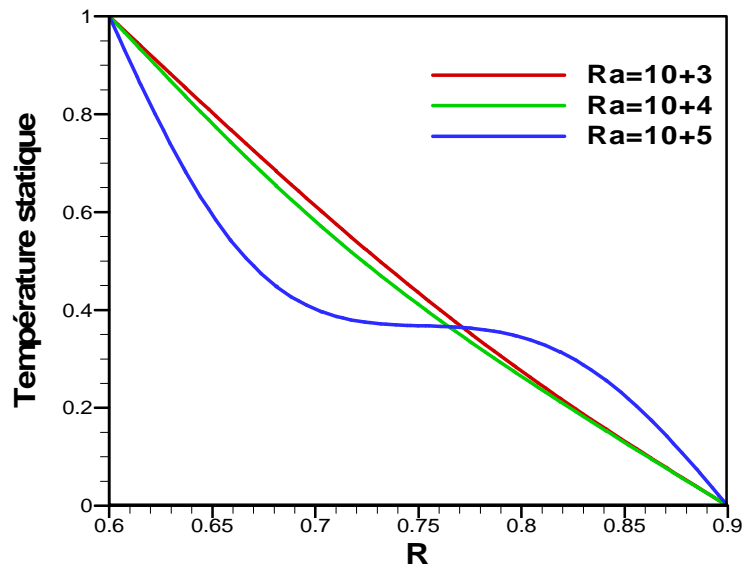


Fig. IV.14. Profil horizontal de la température au milieu de la cavité pour le nombre de Reynolds $Re=10$ et $Ar=1$, $K=2$, $\delta=45^\circ$ à $Z=0,75$.

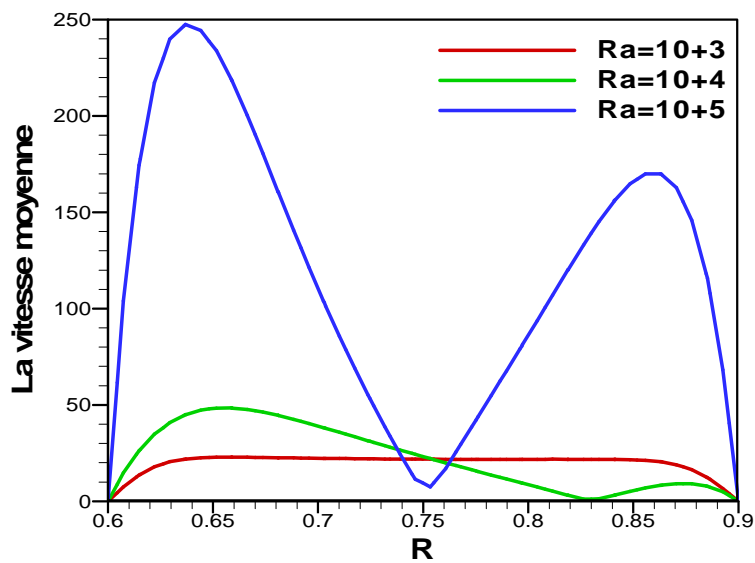


Fig. IV.15. Profil de la vitesse moyenne au milieu de la cavité $Re=10$ et $Ar=1$, $K=2$, $\delta=45^\circ$ à $Z=0,75$.

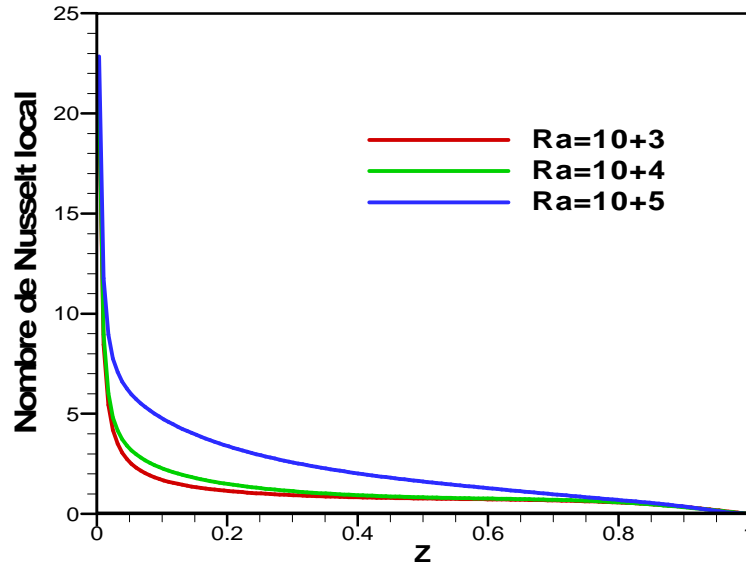


Fig. IV.16. Nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude
 $Re=10$ et $Ar=1$, $K=2$, $\delta =45^\circ$.

IV.3.3.2 Effet du nombre de Reynolds

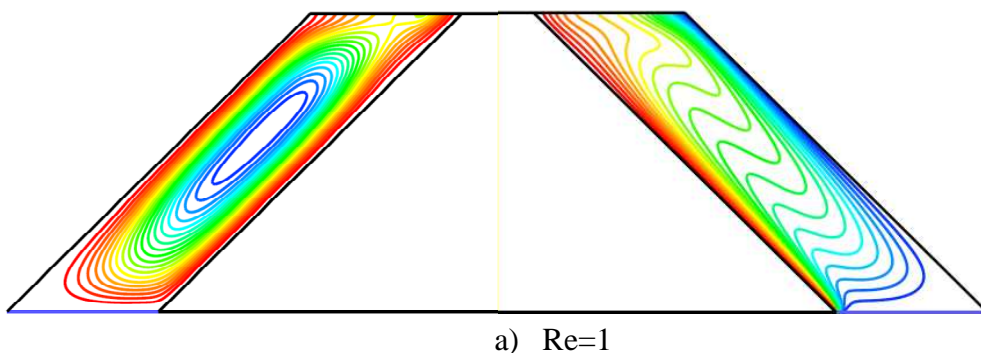
Dans cette section, nous allons examiner l'effet du nombre de Reynolds varié entre ($1 \leq Re \leq 500$) et pour un nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ sur la structure de l'écoulement et la distribution de température, pour cela nous avons changé l'intensité du jet.

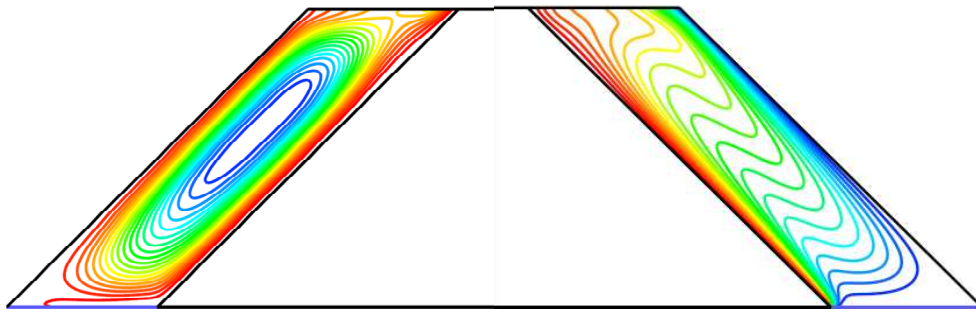
Afin de mieux comprendre le comportement dynamique et thermique du fluide par convection mixte et de montrer que les différents valeurs présentées par les nombres de Reynolds et Rayleigh sont dues à une importance sur la structure de l'écoulement au sein de la cavité. Comme représenté sur la figure IV.17 (a) - (e), Pour un nombre de Rayleigh important ($Ra=10^5$), la confrontation entre la cellule de convection naturelle et le jet d'air froid, conduit à différentes situations selon la valeur du nombre de Reynolds. Ainsi pour des valeurs faibles de nombre de Reynolds ($Re \leq 10$), une seule cellule de convection naturelle existent (figure IV.17 a, b). Le comportement de l'écoulement du fluide lorsque $Re=1$ et 5 est similaire pour $Re=10$, qui a été discuté plus haut, sauf que le jet, pour ces valeurs très faibles de nombre de Reynolds Re , ne lui permettent pas de pénétrer assez à l'entrée de la cavité avant d'être dévié vers la paroi intérieure, ce qui favorise la cellule de convection naturelle a occupé toute la cavité. La distribution de température est similaire pour les différentes valeurs de nombre de Reynolds ($Re \leq 10$). Mais, lorsque ($Re \geq 10$) on constate, que le jet est assez puissant pour s'imposer à l'écoulement naturel en ralentissant cette cellule et en l'écrasant contre la paroi chaude au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente ($Re \geq 50$). Cette atténuation de la cellule de convection naturelle, laisse la place au jet ascendant pour remonter cette fois-ci près de la paroi extérieure de la cavité (Figure IV.17 c, d, e). L'écoulement du jet le long de la paroi inclinée froide passe alors en régime d'un écoulement similaire à un écoulement forcer sans

transfert de chaleur le long d'une plaque plane. Effectivement, on constate sur les isothermes (Figure IV.17) et sur le profil de température (Figure IV.18), qu'à travers l'écoulement forcé provoqué par le jet ascendant au niveau de la paroi extérieure, la température est invariable (zone isotherme) et près de la paroi intérieure, où la cellule de la convection naturelle est ralenti le transfert de chaleur s'effectue que par conduction (évolution linéaire de la température). Cela explique que toute la quantité de chaleur dégagée par la paroi chaude est évacuée par le jet ascendant qui joue le rôle d'un isolant par rapport à la paroi extérieure. Donc, le transfert de chaleur est nul le long de la paroi extérieure (froide) pour ($100 \leq Re \leq 500$).

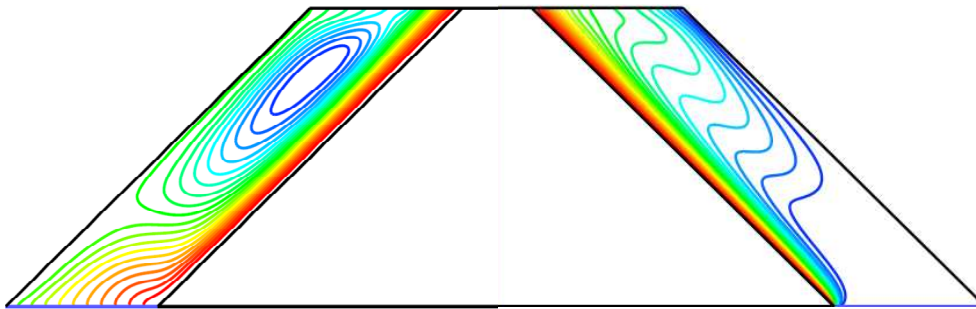
Les profils de vitesse sont représentés par la figure IV.19. Ils traduisent le comportement de d'écoulement des fluides au milieu de la cavité. Effectivement, Nous constatons que tous les profils de vitesse ont une forme sinusoïdale avec des amplitudes différentes selon le nombre de Reynolds car la structure d'écoulement est formée d'une zone où l'écoulement est forcé au niveau de la paroi à gauche incliné et d'une zone monocellulaire à recirculation trigonométrique. La forme des profils de vitesse est presque identique à l'exception des profils, lorsque le nombre de Reynolds est important ($Re=100,500$), où l'écoulement possède une vitesse maximale au niveau de la paroi à gauche dominée par un écoulement forcé provenant du jet d'entrée.

La variation du nombre de Nusselt avec le nombre de Reynolds nombre et le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ a également été étudiée pour $Ar = 1$, $K = 2$ and $\delta = 45^\circ$. La figure IV.20 représente cette variation et explique le taux de transfert de chaleur moyenne en fonction du nombre de Reynolds. On peut voir que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Cela signifie que le taux du transfert de chaleur augmente lorsque la vitesse du jet à l'entrée est importante et la structure de l'écoulement est dominée par convection forcée (des augmentations de nombre de Reynolds) et cela est, pour une valeur de nombre de Rayleigh.

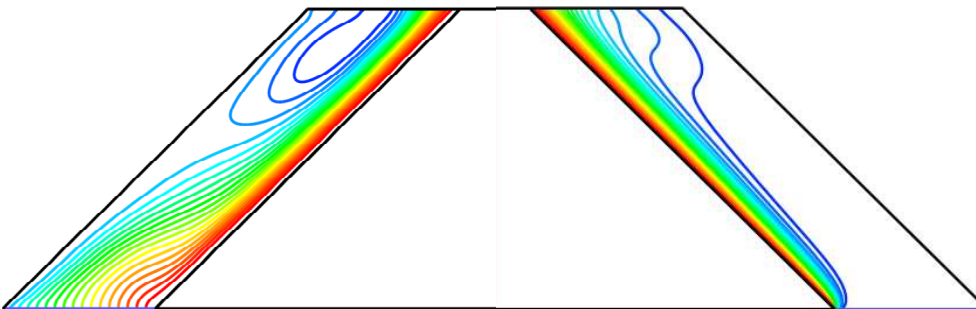




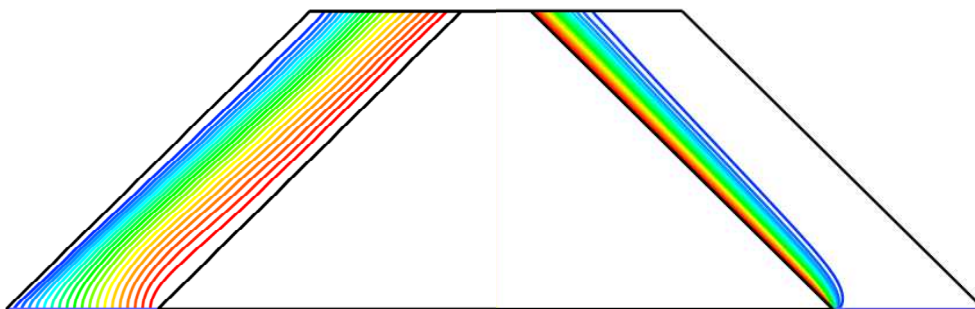
b) $Re=5$



c) $Re=50$



d) $Re=100$



e) $Re=500$

Fig. IV.17. Effet des nombres de Reynolds sur la structure de l'écoulement et la distribution de température pour le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et $Ar=1$, $K=2$ et $\delta =45^\circ$.

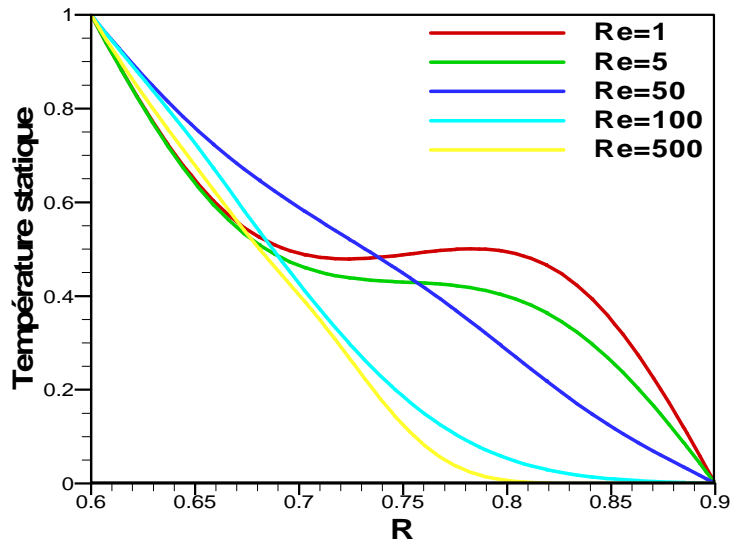


Fig. IV.18. Profile horizontal de la température au milieu de la cavité pour le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et $Ar=1$, $K=2$ et $\delta =45^\circ$.

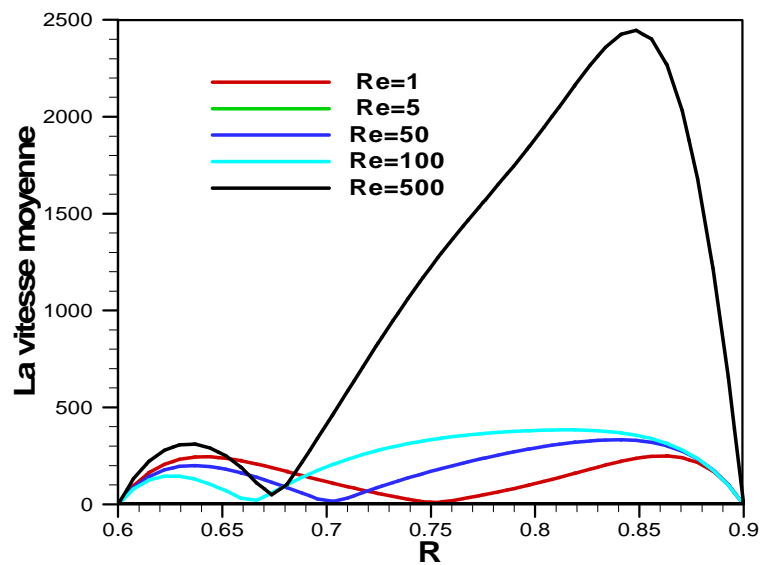


Fig. IV.19. Profile de la vitesse au milieu de la cavité pour le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et $Ar=1$, $K=2$ et $\delta =45^\circ$.

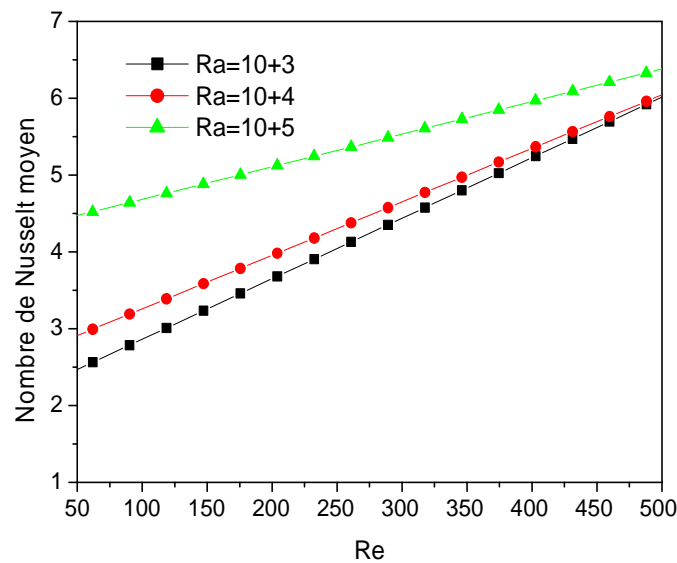


Fig. IV.20. La variation du nombre de Nusselt avec le nombre de Reynolds pour différents nombres de Rayleigh à $Ar=1$, $K=2$ et $\delta =45^\circ$.

IV.3.4 Conclusion

L'étude présentée dans cette partie porte sur la convection mixte dans une cavité conique annulaire verticale. Le fluide pénètre avec une vitesse uniforme et une température constante à partir de la base de la cavité, tandis que les deux parois inclinées sont différentiellement chauffées.

Afin de mieux comprendre et caractériser le transfert de chaleur par convection mixte, nous avons pu déterminer les lignes de courant, les isothermes, les profils des vitesses et des températures, ainsi que les variations du nombre de Nusselt en fonction des nombres de Rayleigh.

L'analyse des résultats obtenus par les différentes simulations montrent que:

- ✚ Au début du régime laminaire, nous avons constaté pour des valeurs inférieures du nombre de Rayleigh, une dominance de transfert de chaleur par conduction. Mais avec des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh il y avait une augmentation du mode de transfert de chaleur par convection.
- ✚ Les résultats obtenus ont aussi montré que lorsque le nombre de Rayleigh augmente, le nombre de Nusselt augmente, car à nombre de Rayleigh plus élevé la convection naturelle est dominée par la convection forcée.
- ✚ Nous avons aussi constaté que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Ainsi le taux de transfert de chaleur augmente en fonction du nombre de Rayleigh.
- ✚ Il a été observé également que les nombres de Reynolds et Rayleigh sont parmi les paramètres les plus importants qui affectent la structure de l'écoulement et le champ de température et un régime de transfert de chaleur ultime. Par conséquent, la direction de l'écoulement du mouvement affecte également les phénomènes de transfert de chaleur.
- ✚ Nous avons pu mettre en évidence l'existence de nombres de Reynolds critiques pour les quels on passe d'un écoulement thermique libre vers un écoulement forcé en passant par un écoulement mixte. Nous avons également constaté que le jet peut avoir un rôle d'isolant par rapport à la paroi froide en évacuant la chaleur dissipée par la paroi chaude.
- ✚ Finalement, nous avons remarqué une structure monocellulaire dominante provoquée par la convection naturelle en absence de l'écoulement forcé, peut être confronté à ce dernier lorsque le jet à l'entrée de la cavité prend de la puissance.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Le présent travail dans cette thèse a permis d'étudier numériquement la convection naturelle et mixte dans des cavités conique annulaire verticale différentiellement chauffée. Ces cavités ont la particularité d'avoir des parois isotherme inclinée avec différents rapports de forme et de hauteur avec des conditions aux limites de type Dirichlet (température imposée). L'effet des paramètres physique et géométrique sur la distribution de température et sur le champ de vitesses est décrit numériquement et discuté. Tous les résultats numériques présentés sont obtenus dans une variation relative à petite gamme de nombres de Rayleigh (environ de l'ordre de 10^6) qui sont des nombres de Rayleigh typiques dans le régime d'écoulement laminaire. Les principaux résultats de la présente étude sont résumés dans ce chapitre, et des recommandations pour les futures études sont aussi faites à la fin.

La simulation numérique à été effectuée à l'aide d'un code de calcul *CFD*. "*Fluent*" qui est basé sur la méthode classique des Volumes Finis pour résoudre les différentes équations gouvernant les écoulements de fluides.

Notre objectif est de contribuer à l'étude des écoulements de la convection naturelle dans des espaces confinés en général et la cavité conique annulaire, en apportant des résultats originaux dans le cas des cavités de type annulaire. Ainsi cette étude a consisté à étudier l'influence de différentes grandeurs physiques telles que les nombres de Rayleigh, de Reynolds. Ainsi l'effet des paramètres géométriques, caractérisés par les rapports de forme et hauteur de l'espace conique annulaire verticale, sur les distributions de température et des lignes de courant.

Tous les résultats numériques présentés dans cette étude sont obtenus à des valeurs du nombre de Rayleigh relativement modéré.

Les résultats majeurs du présent travail sont résumés dans ce qui suit.

Dans une première partie les résultats numériques ont été obtenus par une étude de la convection naturelle dans un espace conique annulaire verticale sont étudiées. L'attention est accordée à l'effet du nombre de Rayleigh et le rapport de forme sur le comportement dynamique et thermique du transfert de chaleur en écoulement dans la cavité supposée bidimensionnelle et en régime laminaire. Le phénomène physique est simulé dans plusieurs situations envisagé par des températures imposées aux parois de notre cavité.

Les conclusions de cette partie du travail indiquent que le nombre de Rayleigh pour le cas d'un rapport de forme fixé ont un effet sur le comportement des structures d'écoulements et du champ de température, en régime laminaire. Nous avons remarqué que les tailles des cellules restent constantes pour un nombre de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^4$ puis elles augmentent au-delà de 10^5 . Nous avons observé des écoulements plus accélérés près des couches limites au niveau des parois actives.

Les gradients de température sont essentiellement horizontaux lorsque le fluide est immobile et conductif, et incliné lorsque des cellules convectif occupent la cavité.

Par ailleurs, la convection naturelle est évidemment très sensible à la variation du rapport de forme. En effet, d'après les résultats obtenus, plus le rapport de forme augmente plus le nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude augmente accompagnant l'augmentation le nombre de Rayleigh.

Dans la seconde étape nous avons étudié l'écoulement de la convection naturelle en régime stationnaire entre les deux cônes concentriques verticale annulaire où les deux cônes verticaux sont isothermes et les parois horizontales extérieures sont adiabatiques. L'attention a été portée à l'effet de rapport de forme et hauteur de l'espace annulaire. Les résultats montrent que la structure d'écoulement ainsi que le transfert de chaleur au sein de l'espace annulaire sont fortement influencé par les rapports de forme et de hauteur. La variation de ces paramètres ont des influences remarquables sur le transfert de chaleur, ainsi, le transfert de chaleur est favorable pour une valeur élevé du nombre de Rayleigh ce qui est évident. En régime convectif dominant, l'orientation de la cellule de la structure d'écoulement et distribution de température devient très influencée lorsque le rapport de hauteur augmente progressivement. Lorsque le rapport de hauteur augmente, le taux de transfert de chaleur augmente initialement à une valeur minimale, suivie d'un incrément à une largeur régulière qui est lié à la hauteur de la paroi chauffée. En outre, à la fois le rapport de forme a une influence sur la structure d'écoulement. Quand le rapport de forme est augmenté.

Dans la dernière partie nous avons étudié la convection mixte dans une cavité conique annulaire verticale ouverte. Le phénomène de transfert thermique par la convection libre ou forcé au sein du fluide Newtonien.

Une attention particulière est accordée sur le comportement de la structure de l'écoulement entre une structure multicellulaire dominé par une convection naturelle lorsque le nombre de Reynolds est faible et une structure multicellulaire dominé par une convection forcée lorsque le nombre de Reynolds élevé. Nous avons pu mettre en évidence l'existence de nombres de Reynolds et de Rayleigh critiques pour lesquels le transfert de chaleur par convection naturelle et forcée sont égales. La quantité de chaleur évacuée à travers la paroi chaude augmente en fonction des nombres de Reynolds et Rayleigh à une loi de puissance.

Perspectives de présent travail

La présente étude montre la capacité des diverses simulations numériques pour fournir une compréhension et la prédiction du comportement des écoulements de la convection naturelle dans une cavité conique annulaire verticale. L'étude pourrait être étendue à l'avenir en considérant les questions importantes suivantes:

Bien que les principaux résultats présentés dans ce travail forment un ensemble cohérent, d'autres sujets de recherches devront être menés afin d'élucider ultérieures, en particulier :

- ✓ Parmi nos perspectives se situe donc l'établissement de lois de paroi permettant d'intégrer les effets du transfert de masse tout en travaillant avec une résolution spatiale de l'ordre des couches limites thermiques.
- ✓ Analyse de la structure d'écoulement de convection mixte tridimensionnelle,
- ✓ D'autres couplages peuvent être ajoutés à cette étude du phénomène de transfert de chaleur couplé convection-rayonnement dans un espace conique annulaire verticale d'écoulement.
- ✓ Analyse du comportement d'écoulement turbulent de convection à nombre de Rayleigh plus élevé.

Référence Bibliographiques

Référence Bibliographiques

- [1] **Y.ZVIRIN**, A review of natural circulation loops in pressurized water reactors and other systems, *Nuclear Engineering and Design*, 1981, Vol. 67, pp.203-225.
- [2] **H.TABOR**, Some thoughts on water heaters for rural areas, *Sunworld*, 1984, Vol. 8, pp.44-46.
- [3] **M.G.PARENT, T.H.VAN DER MER, K.G.T.HOLLANDS**, Natural convection heat exchangers in solar water heating systems: theory and experiment, *Solar Energy*, 1990 Vol. 45, pp.43-52.
- [4] **M.BERNIER, B.R.BALIGA**, A1-D/2-D model and experimental results for a closed-loops thermosyphon with vertical heat transfer sections, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1992, Vol. 35, pp.2969-2982.
- [5] **T.J.HANRATTY, E.M.ROSEN, R.L.KABEL**, Effect of heat transfer on flow field at low Reynolds numbers in vertical tubes, *Industrial Engineering*, 1958, Vol. 50, pp.815-820.
- [6] **K. RANGANATHAN**, Three-dimensional natural convective flow in a vertical annulus with longitudinal fins, *International Journal Heat and Mass Transfer*, 1997, Vol. 40, pp. 3323-3334.
- [7] **A.CHEDDADI, J.P.CALTAGIRONE, A.MOJTABI, K.VAFAI**, Free Two-Dimensional Convective Bifurcation in a Horizontal Annulus, *ASME Journal Heat Transfer*, 1992, Vol.114, pp. 99-106.
- [8] **G.DE VAHL DAVIS, R.W.THOMAS**, Natural convection between concentric vertical cylinders, *High Speed Computing in Fluid Dynamics, Physics of Fluids*, 1969, Supplement II, pp.198-207.
- [9] **T.H.SCHWAB, K.J.DEWITT**, Numerical investigation of free convection between two vertical coaxial cylinders, *Aiche Journal*, 1970, Vol. 16, pp.1005-1010.
- [10] **V.PRASAD**, Numerical study of natural convection in a vertical, porous annulus with constant heat flux on the inner wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1986, Vol. 29, pp.841-853.
- [11] **Y.LEE, S.A.KORPELA, R.N.HORNE**, Structure of multicellular natural convection in a tall vertical annulus, *Proceedings 7th Heat Transfer Conference*, 1982, Vol. 2, Munich, Paper NC 17.
- [12] **V.PRASAD, F.A.KULACKI**, Free convective heat transfer in a liquid-filled vertical annulus, *ASME Journal of Heat Transfer*, 1985, Vol. 107, pp.596-602.
- [13] **R.KUMAR, M.A.KALAM**, Laminar thermal convection between vertical coaxial isothermal cylinders, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1991, Vol. 34, pp.513-524.
- [14] **R.W.THOMAS, G.DE VAHL DAVIS**, Natural convection in annular and rectangular cavities a numerical study, in: *Proceedings of the Fourth International Heat Transfer Conference*, 1970 Vol. 4, Paper NC 2.4.

- [15] **H.R.NAGENDRA, M.A.TIRUNARAYANAN, A.RAMACHANDRAN**, Free Convection Heat Transfer in Vertical Annuli, *Chemical Engineering Science*, 1970, Vol. 25, pp. 605-610.
- [16] **M.KEYHANI, F.A.KULACKI, R.N.CHRISTENSEN**, Free Convection in a Vertical Annulus with Constant Heat Flux on the Inner Wall, *Journal of Heat Transfer*, 1983, Vol.105, pp.454-459.
- [17] **H.M.JOSHI**, Fully Developed Natural Convection in an Isothermal Vertical Annular Duct, *International Communication of Heat and Mass Transfer*, 1987, Vol.14, pp.657-664.
- [18] **J.A.KHAN, R.KUMAR**, Natural Convection in vertical annuli: A numerical study for constant heat flux on the inner wall, *Journal of Heat Transfer*, 1989, Vol. 111, pp.909-915.
- [19] **J.G.WEI, W.Q.TAO**, A numerical study of natural convection in a vertical annulus with constant heat flux on the inner wall, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 1996, Vol. 6, pp.31-46.
- [20] **B.M.R.PRASANNA**, Numerical study of natural convection in a vertical cylindrical annulus using a non-darcy equation, *Journal of Porous Media*, 2002, Vol. 5, pp.
- [21] **K.CHOUKAIRY, R.BENNACER, P.VASSEUR**, Natural convection in a vertical annulus boarded by an inner wall of finite thickness, *International Communication of Heat and Mass Transfer*, 2004, Vol. 31, pp. 501-512.
- [22] **Y.INABA, Y.ZHANG, T.TAKEDA, Y.SHIINA**, Natural convection heat transfer of high temperature gas in an annulus between two vertical concentric cylinders, *Heat Transfer-Asian Research*, 2005, Vol. 34, , pp. 293-308.
- [23] **M.SANKAR, M.VENKATACHALAPPA, I.S.SHIVAKUMARA**, Effect of magnetic field on natural convection in a vertical cylindrical annulus, *International Journal of Engineering Science*, 2006, Vol. 44, pp. 1556-1570.
- [24] **P.V.REDDY, G.S.V.L.NARASHIMAM, S.V.RAGHURAMA RAO, T. JOHNY, K.V.KASIVISWANATHAN**, CFD Analysis of conjugate natural convection in a vertical annulus, *International Journal of Computational Methods*, 2008, Vol. 5, pp.63-89.
- [25] **P.V.REDDY, G.S.V.L.NARASIMHAM**, Natural convection in a vertical annulus driven by a central heat generating rod, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2008, Vol. 51, pp. 5024- 5032.
- [26] **S.KIWAN, D.M.S. ALZHRANY**, Effect of using porous inserts on natural convection heat transfer between two concentric vertical cylinders, *Numerical Heat Transfer Part A*, 2008, Vol. 53, pp. 870-889.
- [27] **P.V.REDDY, G.S.V.L.NARASIMHAM, S.V.R.RAO, T.JOHN, K.V. KASIVISWANATHAN**, Non-Boussinesq conjugate natural convection in a vertical annulus, *International Communication of Heat and Mass Transfer*, 2010, Vol. 37, pp.1230-1237.

- [28] **M.SANKAR, Y.DO**, Numerical simulation of free convection heat transfer in a vertical annular cavity with discrete heating, *International Communication of Heat and Mass Transfer*, 2010, Vol. 37, pp. 600-606.
- [29] **N.J. SALMAN AHMED, IRFAN ANJUM BADRUDDIN, Z.A. ZAINAL, H.M.T. KHALEED, JEEVAN KANESAN**, Heat transfer in a conical cylinder with porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2009, Vol. 52, pp.3070-3078.
- [30] **M.SANKAR, Y.PARK, J.M.LOPEZ, Y.DO**, Numerical study of natural convection in a vertical porous annulus with discrete heating, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2011, Vol. 54, pp.1493-1505.
- [31] **R.K.SINGH, A.K.SINGH**, Effect of induced magnetic field on natural convection in vertical concentric annuli, *Acta Mechanica Sinica*, 2012, Vol. 28, pp.315-323.
- [32] **M. SANKAR, S.HONG, Y.DO, B.JANG**, Numerical simulation of natural convection in a vertical annulus with a localized heat source, *Meccanica*, 2012, Vol. 47, pp.18696-1885.
- [33] **S.ANIL LAL, V.ARUN KUMAR**, Numerical Prediction of Natural Convection in a Vertical Annulus Closed at Top and Opened at Bottom, *Heat Transfer Engineering*, 2013, Vol. 34, pp.70-83.
- [34] **M.ALIPOUR, R.HOSSEINI, A.REZANIA**, Radius ratio effects on natural heat transfer in concentric annulus, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2013, Vol.49, pp.135-140.
- [35] **SARVESHANAND, A.K. SINGH**, Free convection between vertical concentric annuli with induced magnetic field when inner cylinder is electrically conducting, *International Journal of Computers & Technology*, 2014, Vol. 13. 5063- 5074.
- [36] **M.AFRAND, S.ROSTAMI, M.AKBARI, S.WONGWISES, M.HESFE, A. KARIMIPOUR**, Effect of induced electric field on magneto-natural convection in a vertical cylindrical annulus filled with liquid potassium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, Vol. 90, pp.418-426.
- [37] **D.KUMAR, A.K.SINGH**, Effect of induced magnetic field on natural convection with Newtonian heating/cooling in vertical concentric annuli, *Procedia Engineering*, 2015, Vol.127, 568-574.
- [38] **W.T.LAWRENCE, J.C.CHATO**, Heat transfer effect on the developing laminar flow inside vertical tubes, *ASME Journal of Heat Transfer*, 1966, Vol. 88, pp. 214-222.
- [39] **J.D.JACKSON, M.A.COTTON, B.P.AXCELL**, Studies of mixed convection in vertical tubes: a review, *International Journal of Heat Fluid Flow*, 1989, Vol.10 pp.2-15.
- [40] **D.CHOUDHURY, S.V.PATANKAR**, Combined forced and free laminar convection in the entrance region of an inclined isothermal tube, *ASME Journal of Heat Transfer*, 1988, Vol.110, 901-909.

- [41] **V.IANELLO, K.Y.SUH, N.E.TODERAS**, Mixed convection friction factors and Nusselt numbers in vertical annular and subchannel geometries, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1988, Vol. 31, pp.2175-2189.
- [42] **L.S.YAO, B.B.ROGERS**, The linear stability of mixed convection in a vertical annulus, *Journal of Fluid Mechanics*, 1989, Vol. 20, pp.279-298.
- [43] **W.AUNG, H.E.MOGHADAM, F.K.TSOU**, Simultaneous Hydrodynamic and Thermal Development in Mixed Convection in a Vertical Annulus With fluid property variations, *Journal of Heat Transfer*, 1991, Vol.113, pp.926-931.
- [44] **F.K.TSOU, W.AUNG, H.E.MOGHADAM, C.GAU**, Wall heating effects in mixed convection in vertical annulus with variable properties, *Journal Thermo physics. Heat Transfer*, 1992, Vol. 6, pp. 273-276.
- [45] **C.J.HO, F.J.TU**, Laminar Mixed Convection of Cold Water in a Vertical Annulus With a Heated Rotating Inner Cylinder, *Journal of Heat Transfer*, 1992, Vol. 114, PP.418-424.
- [46] **A.MOUTSOGLOU, Y.D.KWON**, Laminar mixed convection flow in a vertical tube, *Journal Thermo physics of Heat Transfer*, 1993, Vol. 7, pp. 361–368.
- [47] **T.ROTHER, H.PFITZER**, The influence of rotation on turbulent flow and heat transfer in an annulus between independently rotating tubes, *Heat and Mass Transfer*, 1997, Vol. 32, pp.353-364.
- [48] **A.BARLETTA**, Combined forced and free flow of a power-law fluid in a vertical annular duct, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2000, Vol. 43, pp.3673- 3686.
- [49] **A.BARLETTA, E.ROSSI DI SCHIO**, Effect of viscous dissipation on mixed convection heat transfer in a vertical tube with uniform wall heat flux, *Heat and Mass Transfer*, 2001, Vol. 38 PP.129-140.
- [50] **M.VENKATACHALAPPA, M.SANKAR, A.A.NATARAJAN**, Natural convection in an annulus between two rotating vertical cylinders, *Acta Mechanica*, 2001, Vol. 147, pp.173-196.
- [51] **A.BARLETTA, S.LAZZARI, E.ZANCHINI**, Non axisymmetric forced and free flow in a vertical circular duct, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2003, Vol. 46, 4499-4512.
- [52] **A.BEZHADMEHR, N.GALANIS, A.LANEVILLE**, Low Reynolds number mixed convection in vertical tubes with uniform heat flux, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2003, Vol. 46, 4823-4833.
- [53] **S.Y.CHUNG, H.J.SUNG**, Large-eddy simulation of turbulent flow in a concentric annulus with rotation of an inner cylinder, *International Journal of Heat Fluid Flow*, 2005, Vol. 26, pp.191-203.
- [54] **J.S.PARAM, S. ROY, G. NATH**, Unsteady mixed convection flow over a vertical cone due to impulsive motion, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2007, Vol. 50, pp.949-959.

- [55] **M.S.AL-ZAHRANI, S.KIWAN**, Mixed Convection Heat Transfer in the Annulus Between Two Concentric Vertical Cylinders Using Porous Layers. *Transport in Porous Media*, 2009, Vol. 76, pp.391-405.
- [56] **S.NADEEM, N.S.AKBAR**, Effects of heat and mass transfer peristaltic flow of Williamson fluid in a vertical annulus, *Mecanica*, 2012, Vol.47, pp.141-151.
- [57] **B.K.JHA, A. BABATUNDE**, Mathematical modeling and exact solution of steady fully developed mixed convection flow in a vertical micro-porous- annulus, *African Mathematical*,2015, Vol. 26, pp.1199-1213.
- [58]**B.K.JHA, D.DEBORAH, O.A.ABIODUN**, Mixed convection in a vertical annulus filled with porous material having time-periodic thermal boundary condition: steady-periodic regime, *Meccanica*, 2015, DOI 10.1007/s11012-015-0328-4
- [59] **H.K.DAWOOD, H.A.MOHAMMED, NOR AZWADI CHE SIDIK, K.M. MUNISAMY, M.A.Wahid**, Forced, natural and mixed-convection heat transfer and fluid flow in annulus: A review, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2015, Vol. 62, pp.45-57.
- [60] **A.BEJAN**, Mass and heat transfer by natural convection in a vertical cavity, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.6, 1985, p.149-159.
- [61] **P.LE QUERE**, Etude de la transition à l'instationnarité des écoulements de convection naturelle en cavité verticale différentiellement chauffée par méthodes spectrales Chebyshev, Thèse de Doctorat d'Etat ès Sciences: Université de Poitiers, 1987. 361p.
- [62] **S.V.PATANKAR**, Numerical heat transfer and fluid flow, *Londres: Mac Graw Hill*, 1980. 197p.
- [63] **H.BENZENINE**, contribution à l'étude de la convection dans les cavités ouvertes munies de chicanes, Thèse de doctorat en énergétique, Université d'Oran USTO, 2013.
- [64] Guide de Fluent
- [65] **D. MOUHTADI**, Etude numérique de la convection naturelle thermique engendrée par des blocs générant de la chaleur dans un canal horizontal et dans une géométrie cubique, Thèse de doctorat en mécanique des fluides et énergétique, Université Marrakech Maroc, 2012.