



وزارة البحث العلمي والتعليم العالي
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

جامعة عبد الحميد بن باديس مستغانم
Université Abdelhamid Ibn Badis Mostaganem
كلية العلوم والتكنولوجيا



Faculté des Sciences et de la Technologie
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

N° d'ordre : M...../GE/2025

MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de
MASTER EN Automatique et informatique industriel

Filière : Génie Électronique

Spécialité : Automatique et informatique industrielle

Présenté Par :

Boussaâda Anis

Laroui Mohamed amine

Intitulé du sujet

Etude et conception d'un pancréas artificiel pour le traitement et la régulation de la glycémie chez les patients atteints de diabète de type 1

Soutenu le 30 /06/ 2025 devant le jury composé de :

Président :	BENCHELLAL Amel	Université de Mostaganem.
Examineur :	BERRADJA Khadidja	Université de Mostaganem
Rapporteur :	TARGUI Boubekeur	Université de Mostaganem

Année Universitaire 2024/2025

Promotion

ملخص: لطالما كانت إدارة مرض السكري ممكنة بفضل العلاج بالأنسولين عن طريق الحقن؛ لكنها تظل مقيدة للغاية بالنسبة للمريض بسبب الحقن المتعددة التي يجب إجراؤها، سواء لقياس نسبة السكر في الدم أو لحقن الأنسولين. بالإضافة إلى ذلك، هذا المرض يتطلب اليقظة والحذر، لأنه في حالة حدوث أدنى خطأ يمكن أن تظهر مضاعفات قد تكون خطيرة. في هذه المذكرة، قمنا بدراسة وصناعة نظام ميكاترونيكي يقوم بحقن الأنسولين تلقائيًا وفقًا لنسبة السكر في الدم. بمعنى آخر، إنه نظام يقترب قدر الإمكان من البنكرياس للسماح لمرضى السكري باستعادة حريتهم في الحياة ومواجهة القيود اليومية التي يفرضها المرض.

الكلمات المفتاحية: بنكرياس اصطناعي، انسولين، حقن، مستشعر، تحويل الحركة.

Abstract : The management of a diabetic patient has always been possible thanks to the insulin therapy by multiple daily injection ;but, it remains very restrictive for the patient because of the number of injections to be carried out, either for the control of the glycerin or for the injection of insulin. In addition, this is a disease that requires vigilance, because at the slightest error a metabolic complication, more or less serious, may appear.

In this thesis, we have studied and produced a mechatronic system that injects insulin automatically according to blood sugar. In other words, it is a system that comes as close as possible to the pancreas to allow diabetic patients to regain their freedom of life and face the daily constraints imposed by the disease.

Keywords : artificiel pancréas, insuline, injection, señor, mouvement transformation.

Résumé: La prise en charge d'un patient diabétique est depuis longtemps possible grâce au schéma de sécrétion d'insuline par multi-injections ;en revanche, celui-ci reste très contraignant pour le malade du fait de multiples piqûres à effectuer, que ce soit pour le contrôle de la glycémie ou bien pour l'injection d'insuline. De plus, il s'agit d'une maladie qui nécessite une certaine vigilance, car au moindre dérèglement une complication métabolique, plus ou moins grave, peut apparaître.

Dans ce mémoire, nous avons étudié et réalisé un système mécatronique qui injecte l'insuline automatiquement en fonction de la glycémie. Autrement dit, il s'agit d'un système qui se rapproche le plus possible du pancréas pour permettre aux patients diabétiques de retrouver leur liberté de vie face aux contraintes quotidiennes qu'impose la maladie.

Mots clés : pancréas artificiel, insuline, injection, capteur.

Remerciement

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude envers **mon encadreur** : Dr. TARGUI Boubekeur

A remerciements Je voudrais remercier mon Seigneur, le Tout-Puissant, qui m'a donné la force, la patience et la persévérance pour réaliser avec succès ce projet de fin d'études. Ce travail a été réalisé à la station de calcul de la FST de l'Université de Mostaganem.

En outre, l'amabilité de nos enseignants et de notre encadrant devrait être étroitement reconnue et pleinement appréciée. Ils ont garanti que nous surmonterions les nombreux obstacles techniques et théoriques qui se dressaient sur notre chemin.

Je tiens également à remercier l'ensemble de l'équipe du département d'automatique ainsi que nos collègues de cette promotion pour les échanges d'idées et l'entraide. Je remercie aussi ma famille ainsi que mes amis pour la force qu'ils m'ont donnée et pour m'avoir soutenu en toute circonstance. Ainsi qu'à toutes les personnes qui de près ou de loin ont contribué à la réussite de ce projet.

Liste des symboles et des abréviations

Abbréviation	Signification
LQR	Linear Quadratique Régulation (Régulateur Linéaire Quadratique)
IIR	Insuline Infusion Reserve (Réserve d'infusion d'insuline)
$G(t)$	Taux de glucose dans le sang (mg/dL)
$I(t)$	Concentration d'insuline dans le sang ($\mu\text{U/mL}$)
$X(t)$	Effete de l'insuline
$x_{1d}, x_{2d}, x_{3d}, x_{4d}$	États dynamiques du système
$u(t)$	Signal de commande
Q	Matrice de pondération des états dans la fonction coût
R	Matrice de pondération du signal de commande
T	Temps (en seconds)
P	Solution de l'équation de Lyapunov
L	Gain de l'observateur (dual LQR)
K	Gain de la commande LQR matrice
$g(xd)$	Fonction non-linéaire dans le modèle dynamique
$\mu(t)$	Terme correctif non linéaire de l'observateur
$d(t)$	Perturbation exogène (ex. repas)

T1DM	Type 1 Diabetes Mellitus (diabète de type 1)
$\mu\text{U/mL}$	Micro-unités par millilitre (unité d'insuline)
MATLAB	Matrix Laboratory (environnement de simulation numérique)
ODE	Ordinary Differential Equation (équation différentielle ordinaire)
C1	Taux d'élimination du glucose indépendant de l'insuline
C2	Constante de disparition de l'effet de l'insuline
C3	Taux de production de l'effet de l'insuline
C4	Constante de disparition de l'insuline dans le plasma
$y(t)$	Sortie du système (glycémie mesurée)
A, B, C, D, E	Matrices de l'état du système linéarisé
$e_i(t)$	Erreur d'estimation de l'état $x_i(t)$ ($e_i = x_i - \hat{x}^i$)
$X_1(t)$	Glycémie (taux de glucose dans le sang)
$X_2(t)$	Effet de l'insuline sur l'utilisation du glucose
$x_3(t)$	Concentration d'insuline dans le plasma

Liste des figures :

Chapitre 01 :

Figure 1.1 : Faire une glycémie capillaire

Figure 1.2 : Capteur de mesure continue placée dans la peau

Figure 1.3 : Exemple d'affichage d'un CGM

Figure 1.4 : Mesure de la glycémie avec un Freestyle Libre

Figure 1.5 : Exemple de débits de base variables en fonction des heures de la journée

Figure 1.6 : Horaires de bolus

Figure 1.7 : Aperçu général d'une pompe à insuline

Figure 1.8 : Arrêt prédictif avant hypoglycémie

Figure 1.9 : Un système mécatronique destiné à remplacer le pancréas défaillant d'un patient diabétique de type 1

Figure 1.10 : Diagramme des interactions fonctionnelles externes (type « pieuvre ») du système étudié

Chapitre 02 :

Figure 2 .1: schéma du système en boucle fermé

Figure 2.2 : Evolution des états du modèle de Bergman

Chapitre 03 :

Figure 1 : Schéma bloc de boucle fermée avec retour d'état estimé pour la régulation de la glycémie

Figure 2 : Évolution de la glycémie et de l'effet de l'insuline ($G(t)$ et $X(t)$)

Figure 3 : Concentration d'insuline et réserve IIR ($I(t)$ et $x_4(t)$)

Figure 4 : Signal de commande généré par le régulateur LQR

Chapitre 04 :

Figure 1: Schéma bloc du système en boucle fermée avec observateur d'état

Figure 2 : Comparaison entre x_1 réel et estimé

Figure 3 : Comparaison entre x_2 réel et estimé

Figure 4 : Comparaison entre x_3 réel et estimé

Figure 5 : Erreur sur l'état x_1 ($e_1 = x_1 - \hat{x}_1$)

Figure 6 : Erreur sur l'état x_2 ($e_2 = x_2 - \hat{x}_2$)

Figure 7 : Erreur sur l'état x_3 ($e_3 = x_3 - \hat{x}_3$)

Chapitre 05 :

Figure 1 : Schéma bloc du système en boucle fermée avec observateur d'état et commande LQR

Figure 2 : Courbe du glucose (G réel vs G estimé)

Figure 3 : Effet de l'insuline réel et estimé

Figure 4 : Insuline plasmatique (x_3 réel vs estimé)

Figure 5 : Commande LQR ($u(t)$)

Sommaire

Promotion	2
Abstract.....	2
Keywords	2
Résumé	3
Remerciement.....	i
Liste des symboles et des abréviations.....	ii
Liste des figures :.....	iv
Introduction générale.....	1
Chapitre 1 :	2
Contexte générale du mémoire :.....	3
1.1 Introduction	3
1.3 Surveillance de la glycémie.....	4
1.3.1 Les lecteurs de la glycémie.....	4
1.3.2 La mesure continue de la glycémie CGM.....	4
1.4 Traitements du diabète	6
1.4.1 Insuline thérapie doses xis.....	7
1.4.2 Insuline thérapie fonctionnelle	7
1.5 Pompe à insuline.....	7
1.5.1 Principe de fonctionnement.....	7
1.5.2 Pompes coupelles au CGM	9
1.6 Objectif vise : pancréas articule	10
1.6.1 Efficacité du pancréas artificiel.....	10
1.6.2 Limites du pancréas artificiel.....	11
1.7 Cahier des charges.....	12
1.8 Solution proposée.....	13
1.9 Conclusion	14
Chapitre 2.....	15
modèle du diabète.....	15
Introduction :.....	16
2.1 Modèle mathématique des patients atteints de diabète de type 1	17
2.1.1 Dynamique du glucose	18

2.1.2 Dynamique de l'action de l'insuline :	18
2.1.3 Cinétique de l'insuline :	18
2.1.4 la perturbation :	19
4. Système perturbé:	20
5. Résultats de simulation	21
6. Conclusion :	23
Chapitre 3 :	24
Présentation de la commande LQR (Linear Quadratic Regulator)	24
3.1 Introduction	26
3.2 Objectif de la commande LQR	26
3.3 Formulation du problème	26
3.4 Avantages de la commande LQR pour la régulation de la glycémie	28
3.5 Application de la commande LQR au modèle du diabète	28
3.5.1 Modèle de simulation	28
3.6 Résultats de simulation	29
3.7 Analyse des performances	33
3.8 Conclusion	33
Chapitre 4	34
Modélisation et observateur d'état pour un pancréas artificiel	34
4.1 Introduction	35
4.2 Objectif de l'observateur	36
4.3 Modèle dynamique non linéaire	36
4.4 Linéarisation décalée et représentation état-espace	37
4.5.1 Gain L par LQR dual	37
4.5.2 Terme correcteur $\mu(t)$	38
4.6 Fonction de Lyapunov et résolution de P	38
4.7 Analyse	38
4.8 Analyse des erreurs d'estimation des états	42
4.9 Bilan global	45
4.10 Discussion	45
Conclusion	46
Chapitre 05 :	47

Association de la commande LQR avec l'Observateur..... 47

5.1 Introduction..... 48

Le schéma bloc du système en boucle fermee avec observateur d'etat et command LQR..... 49

5.2Résultats de simulation et analyse 49

5.3Discussion des résultats 53

5.4 Conclusion..... 54

Conclusion Générale 55

Bibliographie..... 56

Introduction générale

Actuellement, le diabète est une pandémie, sinon une épidémie mondiale. Le nombre de personnes affectées par cette maladie explose ; il y avait plus de 425 millions de cas dans le monde en 2019. En Algérie, la prévalence était d'environ 14,4% en 2019 [1]. Le diabète est une maladie à enjeu majeur en matière de santé publique et a des conséquences économiques importantes sur la société . Tous types confondus, le diabète nécessite une prise charge rigoureuse afin de prévenir les complications graves, qui engendrent des coûts importants pour les systèmes de santé.

En pratique clinique, les patients atteints de diabète de type 1 sont traités par des injections sous-cutanées répétées d'insuline, quotidiennement plusieurs fois, dont le but est d'imiter le plus possible la sécrétion endogène de cette hormone. Bien que ce traitement soit efficace, il est lourd et fatigant, ce qui, à long terme, entraîne un état de fatigue qui entraîne passage à partiel ou même un rejet total du traitement.

Si l'on veut prévenir cette situation et tout ce qui est associé aux coûts des complications de l'hyperglycémie ou d'un diabète mal contrôlé, il doit y avoir une autre approche. Une de ces approches peut être le passage d'un système "de boucle ouverte" à un système de "boucle fermée", en d'autre mot: un pancréas artificiel.

Chapitre 1 :

Contexte générale du mémoire :

1.1 Introduction

Pour s'immerger pleinement dans ce projet pluri disciplinaire, il a été nécessaire de se familiariser avec les aspects médicaux du sujet. Cela nous a permis de mieux comprendre le rôle du pancréas, la nature du diabète, ainsi que les moyens actuels de le traiter.

Les informations et concepts médicaux présentés dans ce chapitre sont issus des ouvrages de référence [2][3]

1.2 Définition du diabète :

Le diabète se définit comme un état de carence, partielle ou totale, de la sécrétion d'insuline, parfois associé à une résistance à l'insuline.

En pratique, le diagnostic repose principalement sur les troubles glycémiques provoqués par ce dysfonctionnement.

Selon l'Organisation mondiale de la santé (OMS), une personne est considérée comme diabétique si elle se trouve dans l'une des situations suivantes :

Une glycémie à jeun supérieure ou égale à 1,26 g/L, après au moins 8 heures sans apport calorique.

La présence de signes cliniques d'hyperglycémie (polyurie, polydipsie, perte de poids inexplicée, souvent accompagnée d'une faim excessive), associée à une glycémie aléatoire supérieure ou égale à 2 g/L à tout moment de la journée.

On distingue classiquement deux formes principales de diabète :

Le diabète de type 2 : C'est la forme la plus fréquente, représentant environ 95 % des cas. Il touche majoritairement les personnes de plus de 40 ans. Il est caractérisé par une résistance à l'insuline, souvent accompagnée d'un déficit partiel de la sécrétion insulinaire. La plupart des patients sont traités par voie orale, à l'aide de médicaments hypoglycémifiants.

Le diabète de type 1 : Il représente entre 4 et 5 % des cas. Il survient généralement chez les enfants et les jeunes adultes de moins de 30 ans. Cette forme est due à un déficit sévère de la production d'insuline, nécessitant un traitement à vie par injections d'insuline.

1.3 Surveillance de la glycémie

1.3.1 Les lecteurs de la glycémie

Un patient atteint de diabète de type 1 doit effectuer entre 5 et 7 contrôles de glycémie capillaire par jour afin de maintenir un bon équilibre glycémique. Les dispositifs de mesure utilisés permettent d'évaluer la concentration de glucose à partir d'une goutte de sang prélevée généralement au bout du doigt. La méthode standard de mesure (illustrée en figure 1.1) se déroule comme suit :

- Piquer le doigt à l'aide d'un auto piqueur muni d'une Lan cette.
- Insérer une bandelette réactive dans le lecteur de glycémie.
- Appliquer la goutte de sang sur la bandelette et patienter quelques secondes pour obtenir le résultat.

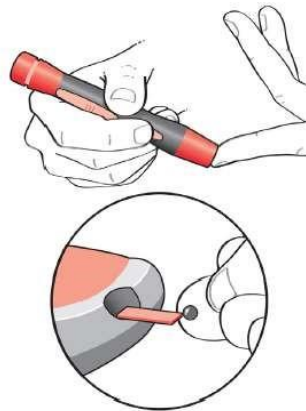


Figure 1.1- Faire une glycémie capillaire

1.3.2 La mesure continue de la glycémie CGM

Depuis quelques années, les patients diabétiques peuvent bénéficier de dispositifs innovants permettant la surveillance continue de la glycémie. Ces systèmes mesurent la concentration de glucose en temps réel grâce à une électrode insérée dans le tissu interstitiel sous-cutané (voir figure 1.2).

Ces appareils offrent au patient un accès constant à sa glycémie interstitielle, ce qui facilite une meilleure gestion de la maladie au quotidien.

En plus de la mesure instantanée, ces dispositifs fournissent une donnée essentielle : **la tendance glycémique**, calculée à partir de l'évolution des mesures récentes. Cela permet d'anticiper les variations, qu'elles soient à la hausse ou à la baisse, et d'ajuster le traitement de manière plus précise.

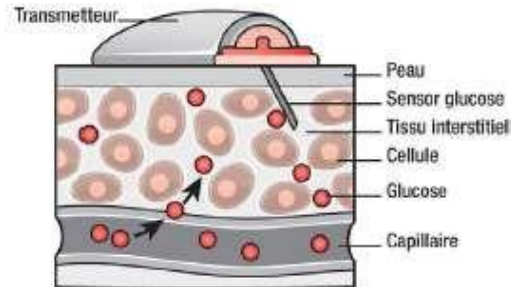


Figure 1.2– Capteur de mesure continue placé dans la peau

- **Les dispositifs de mesure continue de la glycémie (CGM) fournissent également des indicateurs visuels très utiles, notamment : Des flèches de tendance** qui montrent l'évolution de la glycémie (stable, en augmentation ou en diminution).
- **Une courbe de suivi illustrant les valeurs de la glycémie enregistrées au cours des dernières heures (voir figure 1.3).**

Actuellement, trois principaux systèmes sont disponibles sur le marché :

- **Freestyle Libre®** : Il s'agit d'un système de **flash glucose monitoring**. Le patient doit scanner manuellement le capteur pour obtenir sa glycémie, soit à l'aide d'un lecteur dédié, soit via une application mobile sur smart phone (voir figure 1.4). Ce système nécessite donc une action volontaire de la part du patient pour consulter ses données.
- **Déco G4® et Elite®** : Ces deux systèmes transmettent automatiquement et en temps réel les valeurs de la glycémie vers un écran récepteur, qui peut être intégré à une pompe à insuline ou à un appareil dédié. Contrairement au Freestyle Libre®, aucune intervention du patient n'est nécessaire pour obtenir la lecture.

Ces dispositifs peuvent également être configurés pour émettre des **alertes sansas d'hypoglycémie ou d'hyper glycémie**, ce qui améliore considérablement la sécurité du patient.



Figure 1.3– Exemple d’affichage d’un CGM



Figure 1.4– Mesurer la glycémie avec un Freestyle Libre

1.4 Traitements du diabète

Traitement. Pour les patients atteints de diabète de type 2, le traitement repose principalement sur l’utilisation d’antidiabétiques oraux. En revanche, pour le diabète de type 1, l’insuline constitue la base du traitement. Elle est administrée par voie sous-cutanée sous différentes formes :

- Stylos jetables préremplis
- Cartouches pour stylos réutilisables

- Flacons d'insuline servant à remplir les réservoirs des pompes à insuline

Un patient diabétique de type 1 a besoin de deux types d'insuline pour assurer un équilibre glycémique optimal :

L'insuline basale (ou "insuline pour vivre") : administrée généralement le soir au coucher, elle remplace la sécrétion naturelle continue d'insuline. Son rôle est de contrôler la production de glucose par le foie, en particulier la glycémie à jeun.

L'insuline prandiale (ou "insuline pour manger") : injectée avant chaque repas, elle reproduit la sécrétion d'insuline qui intervient lors de la prise alimentaire. Son objectif est de réguler le taux de sucre provenant des aliments consommés.

1.4.1 Insuline thérapie doses xis

Ce type de traitement consiste à administrer des doses prédéterminées d'insuline rapide, en fonction de quantités fixes de glucides consommées chaque jour. Le patient doit donc respecter une alimentation constante en termes de teneur glucidique et suivre strictement les doses prescrites par le médecin. Cela entraîne des restrictions alimentaires importantes.

De même, la dose d'insuline lente est fixée à l'avance par le médecin. Le patient doit alors éviter les variations d'activité physique au cours de la journée, afin de prévenir les déséquilibres entre les besoins réels et les doses administrées, ce qui pourrait entraîner des épisodes d'hypoglycémie ou d'hyperglycémie.

1.4.2 Insuline thérapie fonctionnelle

L'insuline thérapie fonctionnelle repose sur un principe fondamental : adapter le traitement à la vie du patient, et non l'inverse. Cette approche offre plus grande flexibilité au quotidien et se compose de deux volets complémentaires :

Une administration continue d'insuline basale, soit par injection d'insuline lente, soit par perfusion d'insuline rapide à l'aide d'une pompe à insuline. Cette insuline couvre les besoins de base de l'organisme et ne doit jamais être interrompue.

Des bolus d'insuline rapide sont administrés ponctuellement afin de couvrir les apports glucidiques des repas et de corriger les glycémies en dehors des prises alimentaires.

La dose est alors calculée en fonction de la quantité de glucides ingérés, permettant un ajustement précis et personnalisé.

1.5 Pompe à insuline

1.5.1 Principe de fonctionnement

Le principe du traitement par pompe à insuline est donc un débit d'insuline rapide en perfusion continue adapté à la sensibilité individuelle de l'isolant. Cette sensibilité est mesurée à partir de l'auto-surveillance glycémique capillaire, mais est également influencée par des facteurs tels que la prise alimentaire, l'activité physique, ou encore la survenue d'événements intercourants qui peuvent la modifier (fièvre, stress, etc.). Cf. figure 1.7.

Comme indiqué ci-dessus, contrairement à la routine conventionnelle prévoyant de l'insuline lente, la pompe fournit de l'insuline asidéen continue pour aborder les besoins basaux. Ainsi, l'insuline est

sûrement modulée, car les besoins en unités d'insuline ne demeurent pas constants. Simplement parlant, les taux horaires changent en ce qui concerne la période de la journée.

Par exemple, les besoins sont plus bas de minuit à 3 h du matin, mais ils augmentent aux petites heures du matin. À la pompe, il est possible de personnaliser le débit horaire pour s'adapter avec précision au rythme du patient. Cela permet de réduire significativement les risques d'hypoglycémie ou d'hyperglycémie, tout en assurant un meilleur équilibre glycémique.

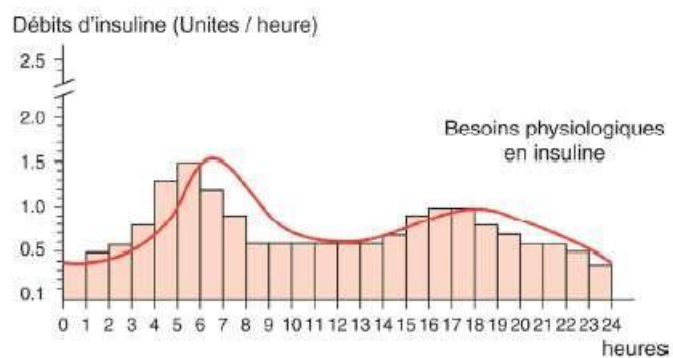


Figure 1.5– Exemple de débits de base variables en fonction des heures de la journée

Les besoins d'insuline rapide lors des repas sont assurés en commandant à la pompe d'injecter ponctuellement une dose d'insuline ; c'est ce qu'on appelle un bolus (figure 1.6).

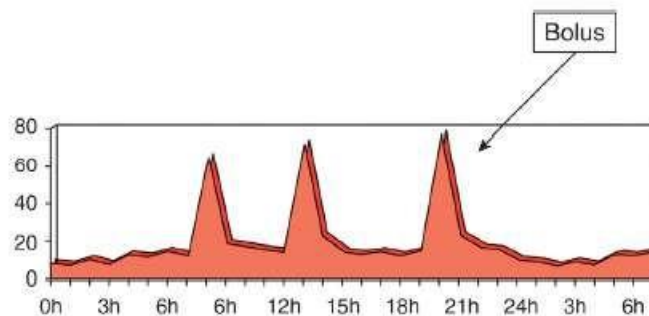


Figure 1.6– Horaires de bolus

De toutes les manières, le patient reste le décideur en chef du contrôle du diabète. Il est celui qui va décider de son propre chef des doses d'insuline à faire aux heures des repas surtout pour les quantités de glucides à avaler. Il est également celui qui va au final autoriser la dose à injecter. Il est à lui de calculer la quantité d'insuline rapide à faire aux heures des repas selon ses taux de glycémie et glucides consommés.

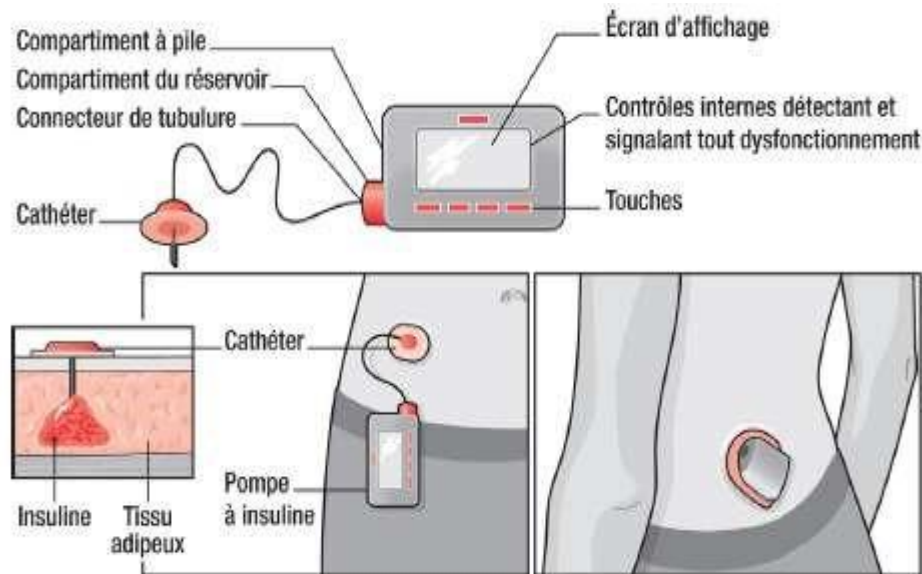


Figure 1.7 Aperçu général d'une pompe à insuline

1.5.2 Pompes coupelles au CGM

De plus, certaines pompes à insuline sont actuellement associées à un dispositif de mesure continue de la glycémie, de sorte que l'administration de l'insuline soit liée directement à la mesure définitive de la glycémie. En fait, il existe maintenant une pompe à insuline sur le marché qui peut arrêter automatiquement l'administration lorsqu'une glycémie préjugée basse est détectée par le capteur externe assorti par le patient.

Ce revers temporaire jusqu'à deux heures, afin d'éviter une hypoglycémie rebond, est destiné à une montée naturelle de la glycémie. Ce dernier est averti par une alarme sonore et une vibration émise pour avertir le patient, et parfois les environs. Ces dernières années, il existe une fonctionnalité plus récente, voyance de l'hypoglycémie basée sur l'utilisation, Arrêtez avant de fuir ou d'arrêter en cas de

– Le recours au pancréas artificiel n’entraîne pas de modification de la dose totale d’insuline administrée quotidiennement.

1.6.2 Limites du pancréas artificiel

1 La mesure continue de la glycémie constitue encore le maillon faible du système :

– Certains dispositifs nécessitent un étalonnage régulier.

– Les capteurs mesurent le glucose dans le liquide interstitiel, ce qui induit un décalage par rapport à la glycémie réelle, en particulier lors de variations rapides de la glycémie.

2 Les algorithmes d’adaptation du débit d’insuline ne sont pas encore totalement optimisés, ce qui limite la précision du système.

3 Les insulines rapides actuellement disponibles n’ont pas une cinétique d’action suffisamment rapide pour permettre un contrôle glycémique parfaitement réactif en temps réel.

1.7 Cahier des charges

Notre travail consiste à concevoir un système mécatronique capable de réguler la glycémie chez les patients diabétiques, en se substituant partiellement aux fonctions de leur pancréas défaillant (voir figure 1.9) [4].

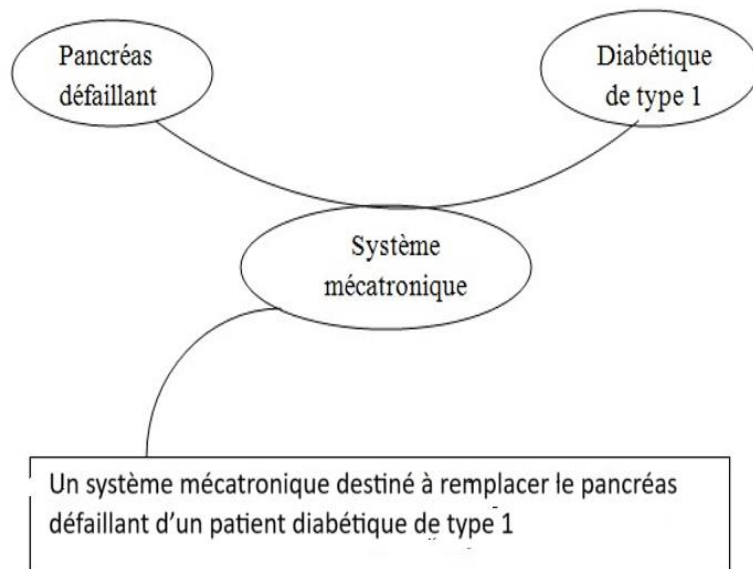


Figure 1.9 Un système mécatronique destiné à remplacer le pancréas défaillant d'un patient diabétique de type 1

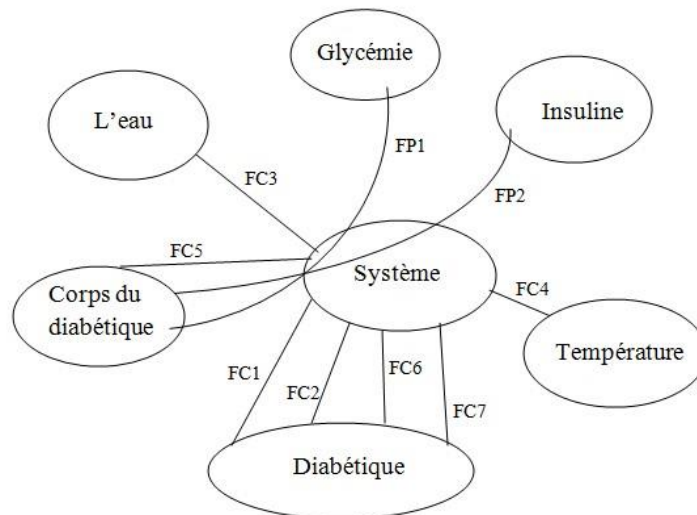


Figure 1.10 Diagramme des interactions fonctionnelles externes (type « pieuvre ») du système étudié

Il assure les fonctions principales suivantes : (Figure 1.10)

1. FP1 : mesurer la glycémie du patient en continu.
2. FP2 : diéser l'insuline dans le corps du patient en continu :
 - {Un débit de base diffusé en continu.
 - {Des doses supplémentaires aux moments des repas.

Et respecte les fonctions contraintes suivantes : (Figure 1.10)

Comme elle est portée tout le temps par le malade, elle doit :

1. FC1 : avoir de petites dimensions et un faible poids ;
2. FC2 : ne générer ni vibrations ni bruit ;
3. FC3 : résister à l'eau ;
4. FC4 : résister à de hautes températures ;
5. FC5 : s'adapter à toutes les positions du corps.

Comme elle est utilisée par des personnes de différentes tranches d'âge et de différents niveaux culturels, elle doit :

- FC6 : être facile à manipuler par le malade ;
- FC7 : avoir des moyens de signalisation.

1.8 Solution proposée

Le mouvement du piston se fera également à l'aide d'un système mécanique avant d'être greffée à un capteur de mesure continue du taux de glucose dans le sang et à un logiciel permettant de déterminer l'insuline à injecter. L'application du point précédent sera présentée dans le Tracer nécessaire pour effectuer la Tâche de haute fidélité.

1.9 Conclusion

Notre projet vise à reproduire le fonctionnement complet d'un pancréas, dans le but de permettre aux personnes diabétiques de vivre sans avoir à se soucier en permanence de leur maladie. Le système assurerait la régulation automatique de la glycémie, maintenant ainsi un équilibre proche de celui observé chez un individu sain (homéostasie).

Chapitre 2

modèle du diabète

Introduction :

Le diabète sucré, en particulier le diabète de type 1, est une maladie chronique caractérisée par une incapacité du pancréas à produire suffisamment d'insuline, l'hormone responsable de la régulation du glucose dans le sang. Cette déficience entraîne une hyperglycémie, c'est-à-dire une concentration excessive de glucose sanguin, pouvant provoquer à long terme des complications graves : rétinopathie, néphropathie, neuropathie, etc.

Pour concevoir des systèmes de régulation automatique de la glycémie, comme le **pancréas artificiel**, il est essentiel de disposer d'un modèle mathématique capable de simuler avec précision les interactions entre le glucose et l'insuline dans l'organisme. Un tel modèle permet :

- d'analyser la dynamique de la glycémie,
- de tester des lois de commande d'insuline,
- et de prévoir les réactions physiologiques à un repas ou à une injection d'insuline.

Parmi les nombreux modèles proposés dans la littérature, le **modèle minimal de Bergman**, développé dans les années 1980, est l'un des plus simples et les plus utilisés. Ce modèle repose sur une représentation en boucle simple de la régulation glycémique. Il permet de reproduire les réponses glycémiques d'un patient diabétique en fonction de l'apport en insuline et en glucose.

Ce modèle se compose de trois variables d'état :

- la concentration de glucose dans le sang,
- la concentration d'insuline,
- et l'effet retardé de l'insuline sur la captation du glucose par les tissus.

Grâce à sa simplicité et à sa robustesse, le modèle de Bergman constitue une base solide pour le développement de contrôleurs automatiques dans les systèmes de perfusion d'insuline. Dans ce qui suit, nous allons présenter ce modèle en détail, ses équations, son interprétation physiologique, ainsi que ses limites.

Schéma du système du en boucle fermé

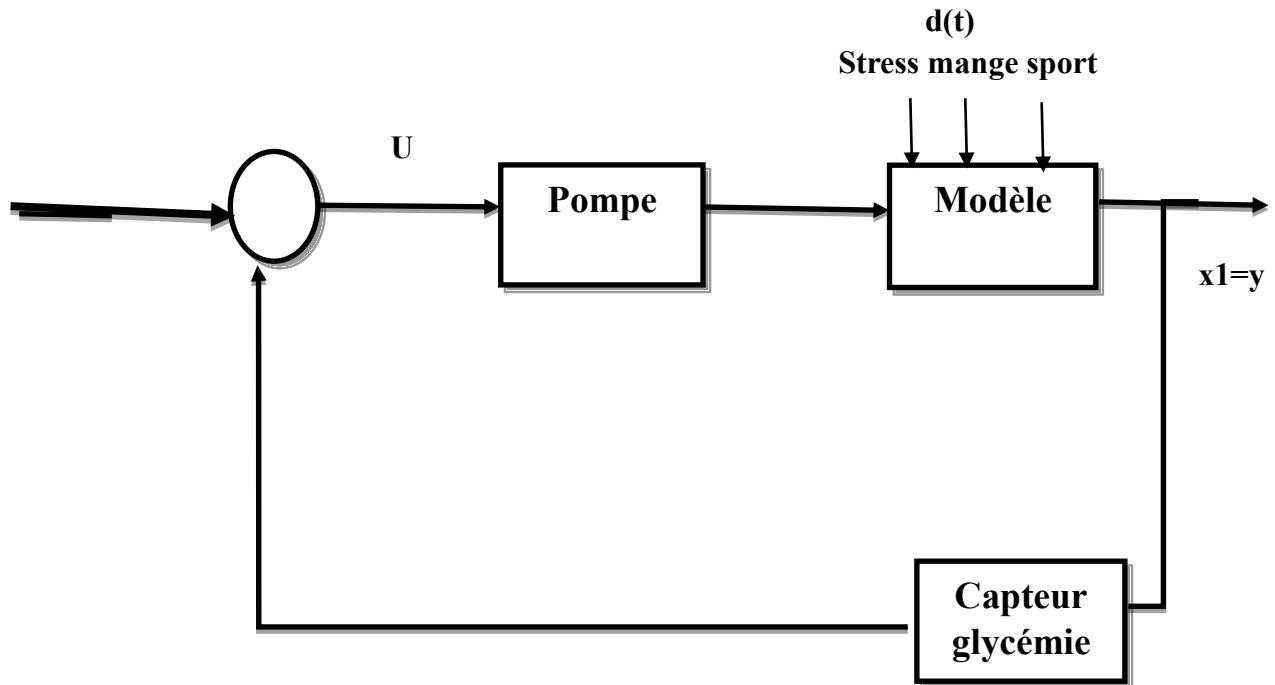


Figure 2.1 : schéma du système en boucle fermé

2.1 Modèle mathématique des patients atteints de diabète de type 1

Le **modèle minimal de Bergman (BMM)**, tel que rapporté dans [22], est adopté pour la conception de l'observateur et du contrôleur. La formulation en espace d'états du modèle BMM est présentée ci-dessous :

$$\dot{x}_1(t) = -c_1(x_1(t) - G_b) - x_1(t)x_2(t) + d(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -c_2x_2(t) + c_3(x_3(t) - I_b)$$

$$\dot{x}_3(t) = -c_4(x_3(t) - I_b) + u(t)$$

$$\dot{d}(t) = -c_5d(t)$$

➤ Explication des équations :

Où :

- $x_1(t)$ = concentration de glucose dans le sang (mg/dL)
- $x_2(t)$ = action de l'insuline sur le glucose (U/mL)
- $x_3(t)$ = concentration d'insuline plasmatique (μ U/mL)

- G_b = glucose basal (mg/dL)
- I_b = insuline basale ($\mu\text{U}/\text{mL}$)
- c_1, c_2, c_3, c_4 = constantes du modèle
- $u(t)$ = commande de l'insuline ($\mu\text{U}/\text{ml}$), générée par le contrôleur automatique, tel qu'un PID, un LQR ou une autre méthode de régulation
- $d(t)$ = perturbation due aux repas ou à d'autres facteurs

2.1.1 Dynamique du glucose

$$\dot{x}_1(t) = -c_1(x_1(t) - G_b) - x_1(t)x_2(t) + d(t)$$

- $x_1(t)$: Concentration de glucose dans le sang
- G_b : Niveau basal de glucose
- c_1 : Taux de dégradation du glucose
- $x_2(t)$: Action de l'insuline à distance
- $d(t)$: Terme de perturbation (ex. : apport de glucose dû aux repas)

2.1.2 Dynamique de l'action de l'insuline :

$$\dot{x}_2(t) = -c_2x_2(t) + c_3(x_3(t) - I_b)$$

- $x_2(t)$: Action de l'insuline sur l'absorption du glucose
 - c_2, c_3 : Coefficients de régulation
 - $x_3(t)$: Concentration plasmatique d'insuline
 - I_b : Niveau basal d'insuline

2.1.3 Cinétique de l'insuline :

$$\dot{x}_3(t) = -c_4(x_3(t) - I_b) + u(t)$$

- $x_3(t)$: Concentration d'insuline dans le plasma
 - c_4 : Taux de dégradation de l'insuline
 - $u(t)$: Administration d'insuline exogène (entrée de commande)

2.1.4 la perturbation :

L'équation donnée est :

$$\dot{d}(t) = -c_5 d(t)$$

Cela signifie que la perturbation $d(t)$ suit une décroissance exponentielle. Voici ce que ça implique :

- c_5 : est une constante de décroissance. Elle définit la vitesse à laquelle la perturbation disparaît au fil du temps. Par exemple, si c_5 est grand, la perturbation disparaît rapidement.
- $d(t)$: représente la perturbation elle-même, qui pourrait être un repas ou une variation de l'état métabolique (comme un stress ou un exercice physique) qui augmente temporairement la glycémie.

Caractéristiques principales :

- Les variables d'état x_1, x_2, x_3 décrivent la concentration de glucose, l'action de l'insuline et la concentration plasmatique d'insuline.
- L'entrée de commande $u(t)$ représente l'administration d'insuline externe, ce qui est essentiel pour la régulation du glucose dans le cadre d'un pancréas artificiel.
- Le terme de perturbation $d(t)$ modélise les apports de glucose dus aux repas ou autres influences extérieures.

Équilibre du système :

L'état d'équilibre est généralement donné comme un vecteur x_0 , qui correspond aux valeurs de **glucose** et **insuline** à l'équilibre. Par exemple, on peut définir l'état d'équilibre x_0 comme suit :

$$x_0 = [x_{10} \ x_{20} \ x_{30}] = [G_b \ 0 \ I_b] = [80 \ 0 \ 7]$$

Cela représente une situation où :

- x_{10} est la concentration de **glucose basal** G_b (ici, 80 mg/dL),
- x_{20} est l'action de l'insuline (qui est à zéro dans l'état d'équilibre),
- x_{30} est la **concentration d'insuline basale** I_b (ici, 7 μ U/mL).

3. Linéarisation du système autour de l'équilibre :

Quand un système est perturbé, il peut être plus facile de travailler avec un **déviaton par rapport à l'état d'équilibre** plutôt que de travailler directement avec les variables originales. Pour ce faire, tu définis une **déviaton**(t) ou $x_d(t)$ par rapport à l'équilibre.

Déviaton :

$$x_d(t) = x(t) - x_0$$

Cela signifie que $x(t)$ est la valeur du système à un instant donné, et x_0 est l'état d'équilibre. Donc, pour chaque variable :

- $x_{d1}(t) = x_1(t) - Gb$
- $x_{d2}(t) = x_2(t) - 0$
- $x_{d3}(t) = x_3(t) - Ib$

4. Système perturbé:

L'idée ici est d'exprimer les équations du modèle dans le cadre de ces **déviations**. Après avoir linéarisé autour de l'état d'équilibre, on obtient un **système linéaire** qui peut être écrit de manière compacte.

Cela nous permet de mieux comprendre comment les petites perturbations (par exemple un repas ou une injection d'insuline) affectent le système.

Forme compacte :

Si tu linéarisais un système autour de l'équilibre, il ressemblerait à quelque chose comme :

$$\dot{x}_d(t) = A \cdot x_d(t) + B \cdot u(t) + D \cdot d(t)$$

Où :

- $x_d(t)$ est le vecteur des **déviations** par rapport à l'équilibre,
- A est la **matrice d'état** (qui capture les dynamiques du système),
- B est la **matrice de contrôle** (qui représente l'influence de l'insuline injectée),
- $u(t)$ est la commande (insuline injectée).
- Les matrices A, B, D :

$$\bullet \quad A = \begin{pmatrix} -c_1 & -Gb & 0 \\ 0 & -c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & -c_4 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \quad D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Résumé :

- $\mathbf{x0}=[G_b,0,I_b]^T$ représente l'état d'équilibre où le glucose et l'insuline sont constants.
- $\mathbf{xd}(t)=[x1(t)-G_b,x2(t),x3(t)-I_b]^T$ représente la déviation par rapport à cet état d'équilibre.
- Le système peut alors être **linéarisé** autour de cet état, ce qui permet de traiter les petites perturbations plus facilement et d'analyser le comportement dynamique du système après une perturbation (par exemple, un repas ou une injection d'insuline).

Cela aide à comprendre comment les petites variations du glucose et de l'insuline se propagent dans le temps après une perturbation, et à concevoir un **contrôleur** pour maintenir la glycémie dans une plage cible

5. Résultats de simulation

Conditions initiales :

$x1(0)=x2(0)=x3(0)=0 \rightarrow$ c'est un système au repos au départ.

Perturbation (d(t)) :

Tu as modélisé un repas sucré sous forme d'un apport de glucose entre $t = 10s$ et $t = 50s$.

Commande $u(t) = 0$:

Aucune insuline injectée \rightarrow on veut voir si le corps régule seul la glycémie

Résultats

Etat	Signification	evolution	Interprétation
X1d	Glycémie	↗ rapide, >400	Le glucose s'accumule → hyperglycémie
X2d	Effet insuline	Reset à 0	Pas d'insuline active
X3d	Insuline plasmatique	Reset à 0	Car $u(t) = 0$ → pas d'injection

Simulation :

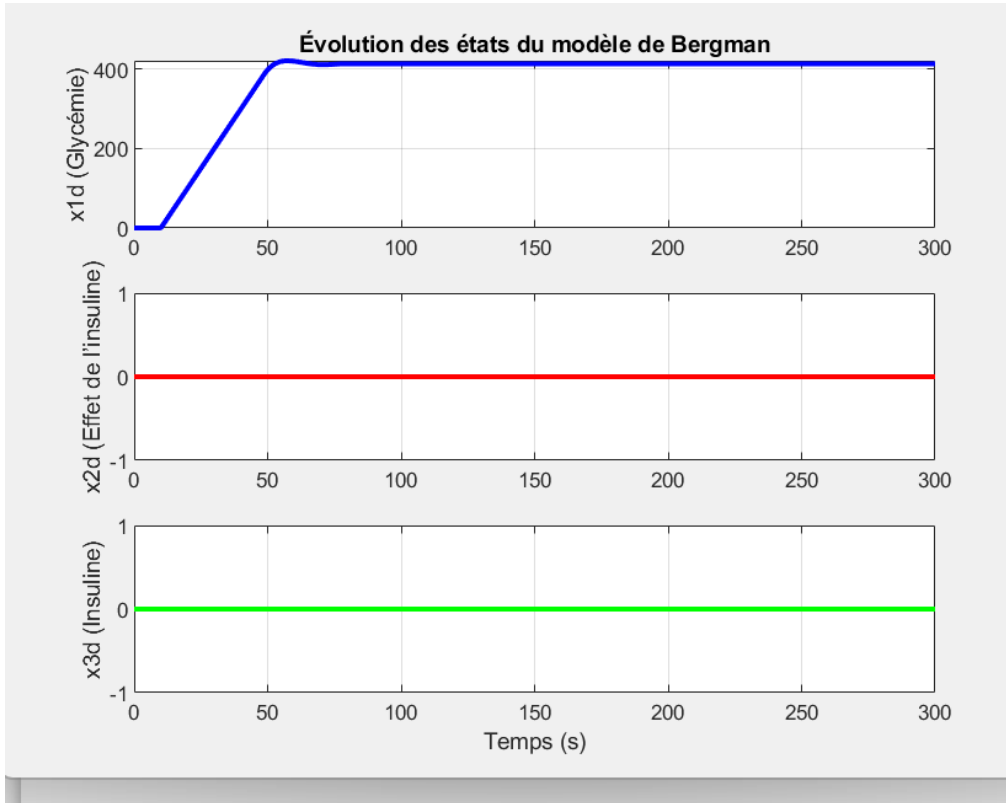


Figure 2.2 : Evolution des états du modèle de Bergman en réponse

A un Apport de glucose sans injection d'insuline

6.Conclusion :

Sans commande ni régulation, le modèle montre une hyperglycémie incontrôlée, typique d'un patient diabétique non traité. Cela justifie l'utilisation d'un contrôleur automatique (comme LQR ou PID) pour réguler la glycémie.

Chapitre 3 :
**Présentation de la commande LQR (Linear
Quadratic Regulator)**

Schéma bloc de boucle fermée avec retour d'état estime pour la régulation de la glycémie

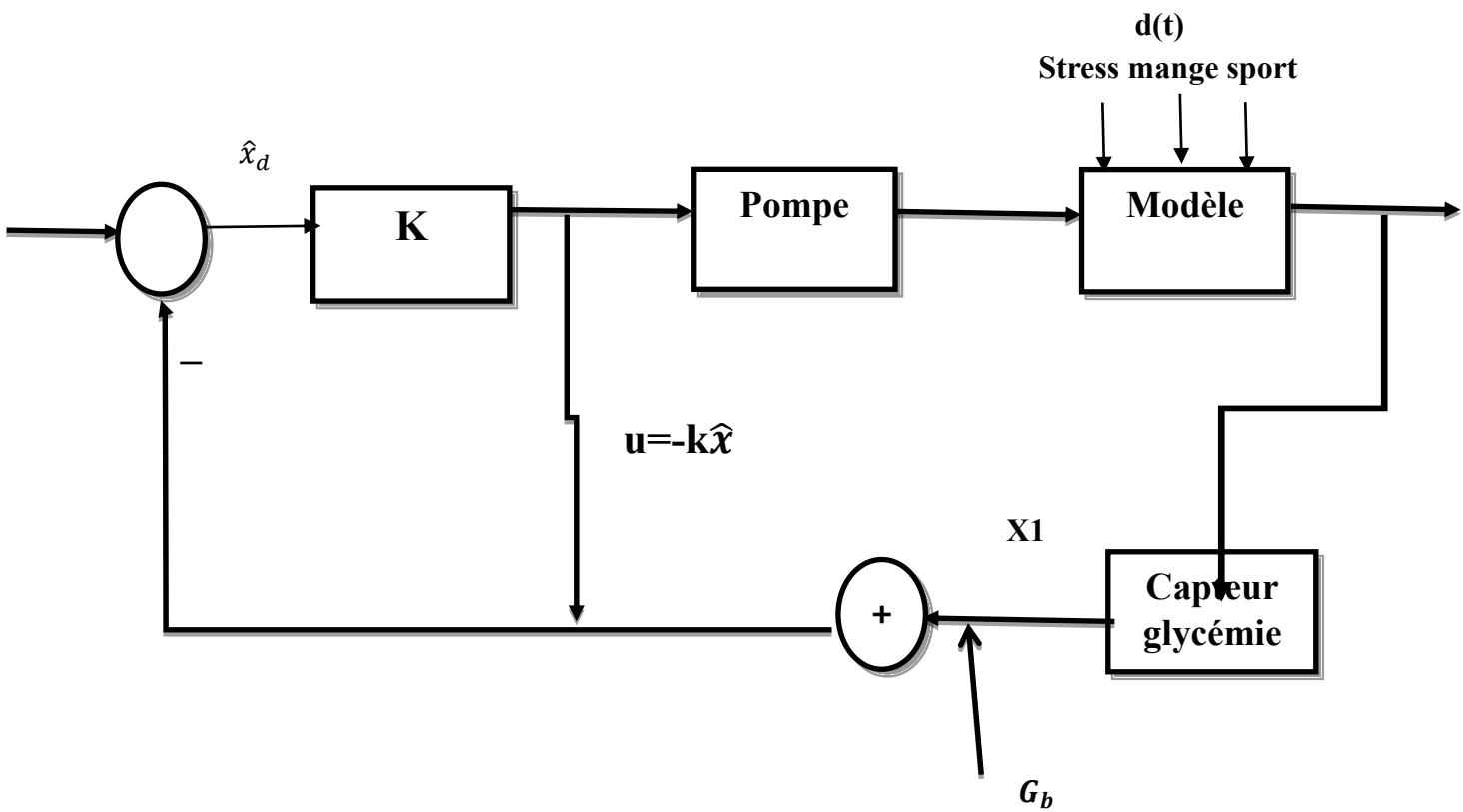


Figure 1 : Schéma bloc de boucle fermée avec retour d'état estime pour la régulation de la glycémie

3.1 Introduction

La commande LQR (Linear Quadratique Régulation) est une technique de contrôle optimal utilisée dans de nombreux domaines, notamment dans le contrôle de systèmes biologiques comme la régulation de la glycémie chez les patients diabétiques.

3.2 Objectif de la commande LQR

L'objectif principal de la commande LQR est la minimisation d'un coût quadratique sur une durée donnée. Ce coût représente une combinaison pondérée entre :

- l'écart de l'état du système par rapport à une valeur de consigne (ex. : taux de glucose sanguin) ;
- l'effort de commande appliqué (ex. : quantité d'insuline injectée).

Ainsi, la commande LQR cherche un compromis optimal entre performance (stabilité et précision) et efficacité énergétique (minimisation de l'insuline injectée inutilement). [24]

3.3 Formulation du problème

Considérons un système linéaire continu sous la forme :

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (1)$$

où :

- $x(t)$ est le vecteur d'état (par exemple, la concentration en glucose et en insuline),
- $u(t)$ est le vecteur de commande (ex. : débit d'insuline),
- A et B sont les matrices du système.

Le problème de LQR consiste à minimiser la fonction coût :

$$J = \int_0^{\infty} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt$$

où :

- Q est une matrice pondérant l'écart des états,
- R est une matrice pondérant l'effort de commande.

La solution optimale de ce problème est une commande d'état rétroactif :

$$u(t) = -K x(t)$$

avec :

$$K = R^{-1} B^T P$$

où P est la solution de l'équation de Riccati algébrique :

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0$$

Objectif :

Implémenter une loi de commande de type :

$$u(t) = -Kx(t)$$

ce qui donne pour la dynamique du système en boucle fermée :

$$\dot{x} = (A - BK)x$$

Ce qu'on a déjà

A est :

$$\bullet A = \begin{pmatrix} -c1 & -Gb & 0 \\ 0 & -c2 & c3 \\ 0 & 0 & -c4 \end{pmatrix}$$

$$\bullet B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet K = [k1 \ k2 \ k3]$$

Système en boucle fermée :

$$A_{cl} = A - BK = \begin{pmatrix} -c1 & -Gb & 0 \\ 0 & -c2 & c3 \\ -K1 & -K2 & -c4 - K3 \end{pmatrix}$$

$$J = \int_0^{\infty} (X(t)^T Q X(t) + U(t)^T R U(t)) dt$$

- **Q** : pondère les erreurs sur les états.
- **R** : pondère l'effort de commande.

calculer K via LQR :

Gain optimal K :

$$K = [-10.0022 \ 372.5 \ 50.86]$$

Ce vecteur **K** détermine la loi de commande optimale :

$$u(t) = -Kx(t) = 10x_1 - 22372.55x_2 - 0.86x_3$$

Matrice fermée en boucle $A_{cl} = A - BK$:

$$A_{cl} = \begin{pmatrix} 0 & -80 & 0 \\ 0 & -0.015 & 2 \times 10^{-6} \\ 10 & -22372.55 & -1.06 \end{pmatrix}$$

Interprétation rapide :

- On a un système **stabilisé** par la commande.
- Le terme en x_3 (qui correspond à l'insuline plasmatique) a un très grand poids dans la commande, ce qui peut indiquer qu'il est crucial pour la stabilisation.
- Le contrôle agit surtout via x_2 (taux d'infusion), ce qui est cohérent avec B.

3.4 Avantages de la commande LQR pour la régulation de la glycémie

- Stabilité assurée : LQR garantit une régulation stable même en présence de perturbations modérées (repas, stress).
- Performance optimale : Elle minimise efficacement les écarts de glycémie tout en évitant une sur-injection d'insuline
- Flexibilité : Les matrices Q et R peuvent être ajustées selon les besoins médicaux du patient.
- Adaptabilité : Elle s'applique facilement à des modèles simplifiés du métabolisme comme le modèle de Bergman.

3.5 Application de la commande LQR au modèle du diabète

L'application de la commande LQR au modèle minimal de Bergman permet de simuler et de contrôler la dynamique de la glycémie chez un patient diabétique de type 1. Le but est de maintenir la glycémie autour d'une valeur de référence (par exemple, 100 mg/dl) en ajustant automatiquement le débit d'insuline injecté.

3.5.1 Modèle de simulation

Le modèle utilisé est :

$$\dot{x}_1(t) = -c_1(x_1(t) - G_b) - x_1(t)x_2(t) + d(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -c_2 x_2(t) + c_3 (x_3(t) - I_b)$$

$$\dot{x}_3(t) = -c_4 (x_3(t) - I_b) + u(t)$$

où :

- $x_1(t)$ est la concentration de glucose,
- $x_3(t)$ est l'insuline plasmatique,
- $x_2(t)$ est l'effet de l'insuline sur le glucose,
- $u(t)$ est le débit d'insuline à contrôler,
- $d(t)$ représente une perturbation (par exemple, un repas),
- G_b, I_b sont les valeurs basales.

3.6 Résultats de simulation

Figure : Glucose et Effet de l'insuline

Ce graphique présente l'évolution de la glycémie (courbe bleue) et de l'effet de l'insuline (courbe rouge).

Après un repas, le taux de glucose grimpe jusqu'à ~190 mg/dL. Le contrôleur LQR réagit efficacement, en ramenant progressivement le glucose à son niveau basal (80 mg/dL).

Une deuxième perturbation (vers $t = 400s$) est également bien compensée.

La courbe rouge reste proche de zéro, ce qui montre une gestion contrôlée de l'effet insuline sans oscillation.

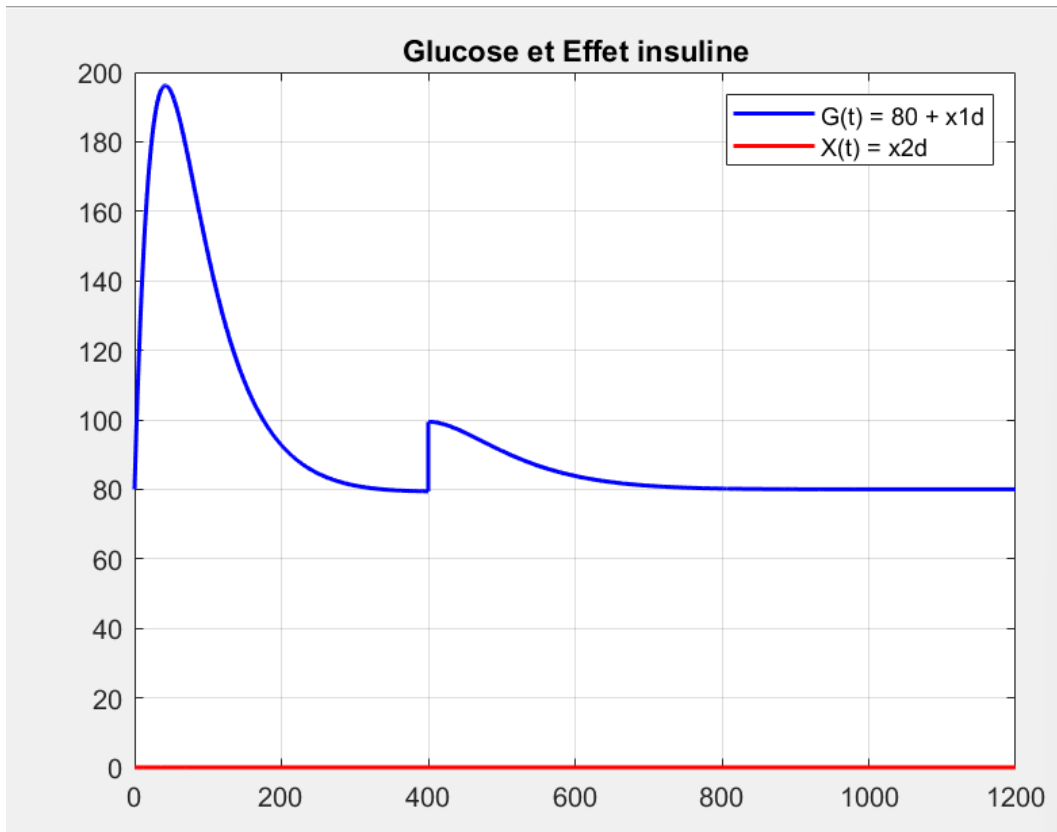


Figure 2 : Évolution de la glycémie et de l'effet de l'insuline ($G(t)$ et $X(t)$)

Figure : Insuline plasmatique $I(t) = 7 + x3d$

Le titre indique que le graphe représente l'évolution de l'insuline plasmatique réelle $I(t)$ dans le sang au cours du temps.

La courbe magenta représente l'insuline injectée dans le sang. Elle monte rapidement après la hausse du glucose, puis diminue à mesure que l'équilibre est rétabli.

- **Avant $t=800$** : la concentration d'insuline évolue normalement sous l'effet de la commande LQR.
- **À $t=800$** : une perturbation négative est injectée dans le système (baisse de $x3x_3x3$ de 5 unités), ce qui provoque une diminution brutale de l'insuline plasmatique.
- **Après $t=800$** : le régulateur LQR agit pour corriger cette chute, et le niveau d'insuline revient progressivement vers sa valeur d'équilibre.

Le système assure une injection efficace sans dépassement.

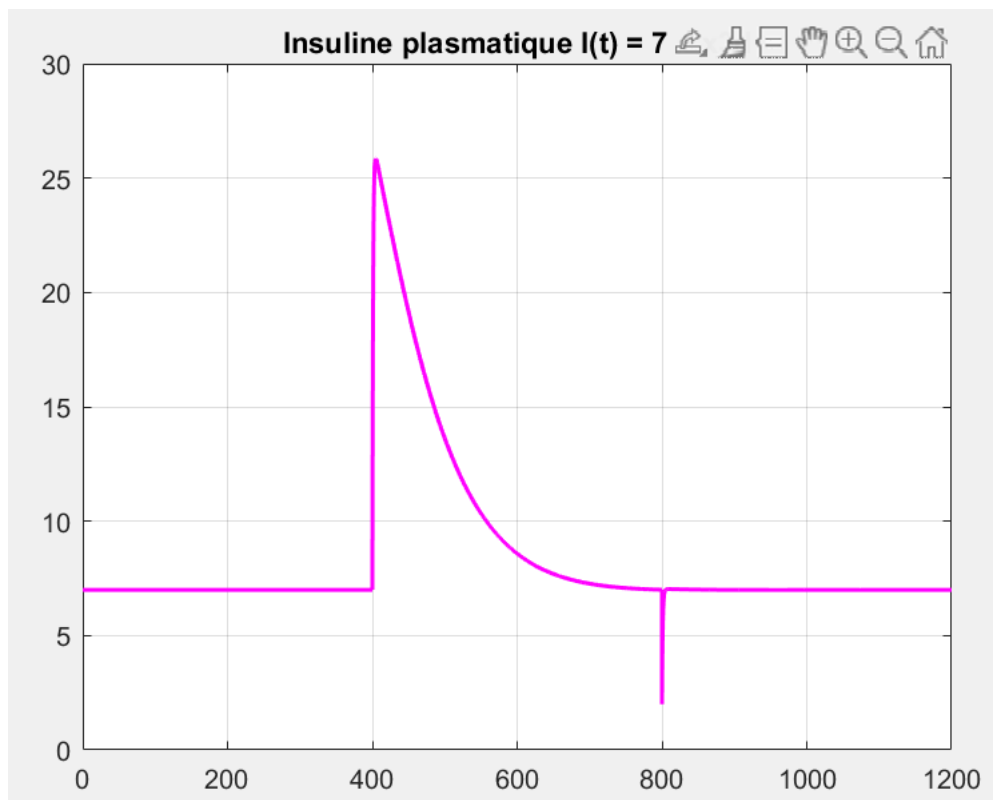


Figure 3 : Concentration d'insuline $I(t)$

Figure : Signal de commande LQR

La courbe représente la commande générée par le LQR. Deux pics clairs apparaissent : le premier après la première perturbation, le second vers $t = 600s$.

Après chaque pic, le signal décroît progressivement, indiquant une correction rapide et efficace sans oscillations dangereuses.

Ce comportement valide la stabilité et la réactivité du régulateur.

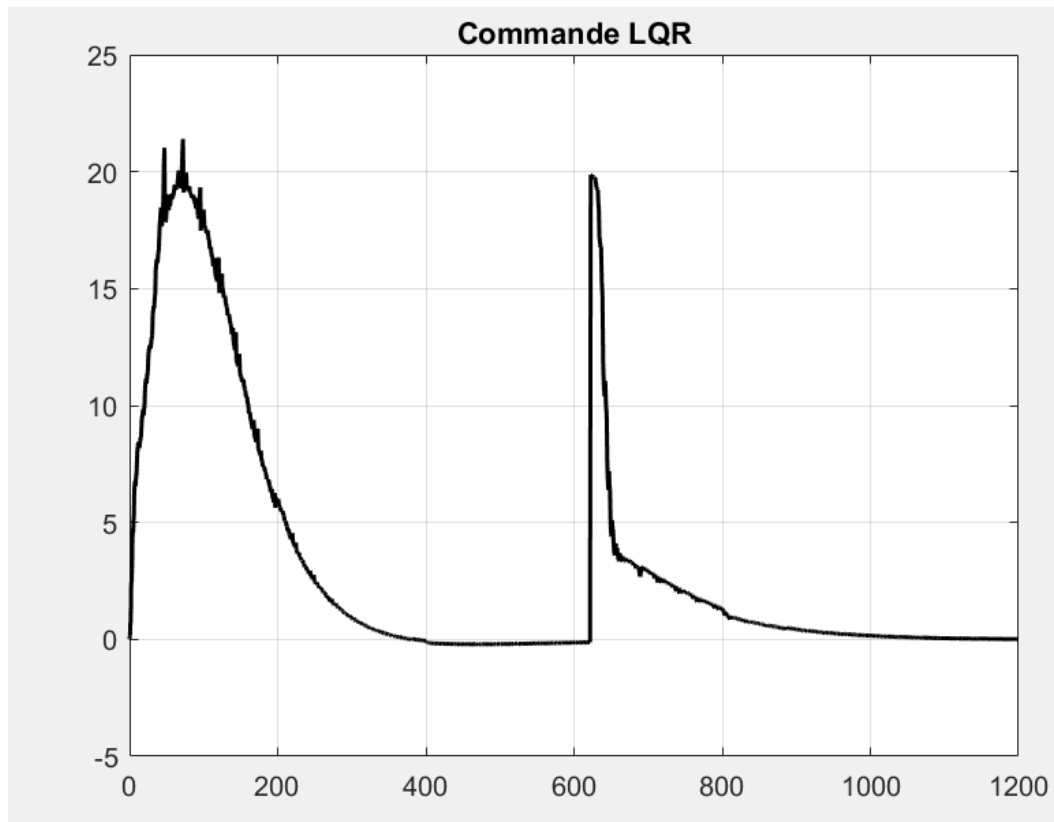


Figure 4 : Signal de commande généré par le régulateur LQR

3.7 Analyse des performances

- La glycémie revient rapidement à la valeur cible après un repas, montrant une bonne capacité de régulation.
- La commande d'insuline reste dans des limites physiologiques, sans surdosage.
- Le système répond bien même en présence de bruits ou de changements soudains.

3.8 Conclusion

La commande LQR, appliquée au modèle du diabète, offre un excellent compromis entre précision de la régulation glycémique et limitation des doses d'insuline, ce qui en fait une solution prometteuse pour les systèmes de pancréas artificiel.

Chapitre 4

Modélisation et observateur d'état pour un pancréas artificiel

4.1 Introduction

Dans le contexte du pancréas artificiel, une des principales difficultés réside dans le fait que toutes les variables d'état du modèle physiologique ne sont pas directement mesurables. En pratique, seule la concentration de glucose dans le sang (x_1) peut être mesurée de manière continue à l'aide de capteurs de glycémie interstitielle. Les autres états internes, tels que l'action de l'insuline (x_2) et la concentration plasmatique d'insuline (x_3), ne sont pas accessibles en temps réel.

Afin de pallier cette limitation, il est nécessaire de concevoir un **observateur d'état**, capable d'estimer ces grandeurs internes à partir des mesures disponibles et du modèle du système. L'objectif d'un tel observateur est de reconstruire, en ligne, les états internes du système à partir de la sortie mesurée (glycémie) et de l'entrée connue (insuline injectée).

La conception de l'observateur repose ici sur un **observateur de type Luenberger**, adapté à un système non linéaire par l'introduction d'un terme correcteur non linéaire $\mu(t)$. Le gain L de l'observateur est déterminé de manière optimale à l'aide d'une approche basée sur le **contrôle optimal linéaire quadratique (LQR)** appliquée au système dual. Ce choix permet d'assurer la **stabilité asymptotique** de l'observateur et une bonne vitesse de convergence, même en présence d'incertitudes et de perturbations.

Dans la suite, nous détaillons la structure de l'observateur, les méthodes de calcul du gain L , du terme correcteur $\mu(t)$, ainsi que la résolution de l'équation de Lyapunov associée pour garantir la stabilité de l'ensemble du système estimé.

Le schéma d'observateur :

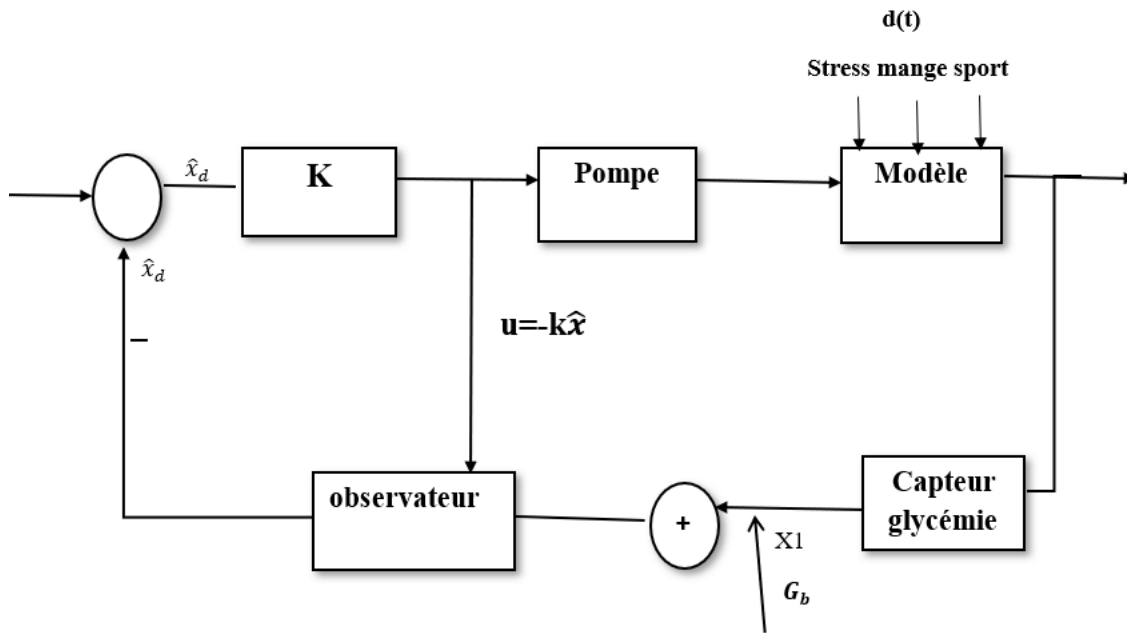


Figure 1: Schéma bloc du système en boucle fermée avec observateur d'état

4.2 Objectif de l'observateur

Dans le modèle glucose-insuline, seule la glycémie $x_1(t)$ est mesurable directement. Les autres états internes du système, comme l'effet de l'insuline $x_2(t)$ ou la concentration d'insuline $x_3(t)$, ne sont pas mesurables. Ainsi, un observateur est conçu pour estimer ces états à partir de l'entrée $u(t)$ et de la sortie $y(t) = x_1(t)$.

4.3 Modèle dynamique non linéaire

On considère le triplet d'états :

$$X(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$$

Où :

- $x_1(t)$: excès de glucose dans le sang par rapport au niveau basal (mg/dl)
- $x_2(t)$: effet de l'insuline sur la réduction de la glycémie (min^{-1})
- $x_3(t)$: concentration d'insuline plasmatique ($\mu\text{U/ml}$)

En supposant que le paramètre $c_1 = 0$, la dynamique du modèle minimal de Bergman s'exprime par le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) \cdot x_2(t) + d(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -c_2 \cdot x_2(t) + c_3 \cdot (x_3(t) - I_b) \\ \dot{x}_3(t) &= -c_4 \cdot (x_3(t) - I_b) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t)\end{aligned}$$

Où :

- d(t) représente un apport externe de glucose (ex : repas sucré),
- u(t) est la commande d'injection d'insuline ($\mu\text{U/ml}$),
- I_b désigne le niveau basal d'insuline plasmatique.

Ce modèle présente une non-linéarité caractéristique, notamment à travers le produit $x_1 \cdot x_2$. Cette particularité rend la régulation de la glycémie plus complexe et justifie l'utilisation de méthodes de commande avancées, telles que la commande LQR ou l'observateur d'état.

4.4 Linéarisation décalée et représentation état-espace

En décalant les états autour des niveaux basaux ($x_{1d} = x_1 - G_b$, $x_{2d} = x_2$, $x_{3d} = x_3 - I_b$), on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1d} &= -(x_{1d} + G_b) \cdot x_{2d} + d(t) \\ \dot{x}_{2d} &= -c_2 \cdot x_{2d} + c_3 \cdot x_{3d} \\ \dot{x}_{3d} &= -c_4 \cdot x_{3d} + u(t) \\ y_d &= x_{1d}\end{aligned}$$

Sous forme compacte : $\dot{x}_d = A \cdot x_d + B \cdot u + D \cdot g(x_d) + E \cdot d(t)$, $y = C \cdot x_d$

Les matrices A, B, C, D, E :

$$A = \begin{pmatrix} -c_1 & -G_b & 0 \\ 0 & -c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & -c_4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = (1 \quad 0 \quad 0) \quad D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4.5 Conception d'un observateur à correction adaptative

On adopte un observateur de type Luenberger :

$$\dot{\hat{x}}_d = A \cdot \hat{x}_d + B \cdot u - L \cdot (C \cdot \hat{x}_d - y) - \mu(t)$$

4.5.1 Gain L par LQR dual

Afin de construire un **observateur d'état** permettant d'estimer les variables non mesurables du modèle, nous utilisons une approche basée sur un observateur de type Luenberger.

L'observateur est défini par :

$$\dot{\hat{x}}^*(t) = A \hat{x}^*(t) + B u(t) + L(y(t) - C \hat{x}^*(t))$$

Où L est le gain d'observation, qui doit être conçu de manière à garantir la stabilité et la rapidité de convergence de l'erreur $e(t) = x(t) - \hat{x}^*(t)$.

Pour calculer ce gain L, on applique la méthode du LQR (Linear Quadratic Regulator) au système dual défini par les matrices transposées : (A^T)

Cette approche est appelée LQR dual, car elle est mathématiquement équivalente à appliquer un LQR à un système dont on veut observer les sorties au lieu de contrôler les entrées.

La commande MATLAB associée est :

$$L = \text{lqr}(A', C', Q, R)';$$

avec :

- $Q = I_3$ (matrices identité 3×3),
- $R = 1R$ (poids scalaire sur l'observation).

Le gain L obtenu permet de définir la matrice de dynamique de l'observateur :

$$A_o = A - L \cdot CA$$

Cette matrice A_o doit être de type Hurwitz, c'est-à-dire que toutes ses valeurs propres doivent avoir des parties réelles strictement négatives. Cela garantit la convergence exponentielle de l'état estimé $\hat{x}(t)$ vers l'état réel $x(t)$

4.5.2 Terme correcteur $\mu(t)$

Avec l'erreur sur la sortie $e_1 = y_d - x_1$, on définit :

$$\mu(t) = \rho / |P \cdot \hat{x}_d| \cdot e_1 / (e_1^2 + \varepsilon^2) P^{-1} \cdot C^t \cdot e_1$$

où $\rho > 0$ et $\varepsilon \approx 0,01$.

4.6 Fonction de Lyapunov et résolution de P

Pour garantir la convergence, on résout :

$$A_o^t \cdot P + P \cdot A_o = -\alpha \cdot I$$

avec $\alpha > 0$. Sous MATLAB :

$$P = \text{lyap}(A_o', \alpha * \text{eye}(3));$$

4.7 Analyse

Figure 1 : Comparaison entre x_1 réel et estimé

- Courbe bleue continue : $x_1(t)$ réel
- Courbe bleue pointillée : $\hat{x}_1(t)$ estimé

Observation : Les deux courbes se superposent presque parfaitement.

Conclusion : L'observateur fournit une estimation très précise de la glycémie, ce qui est attendu puisque cette variable est directement mesurée.

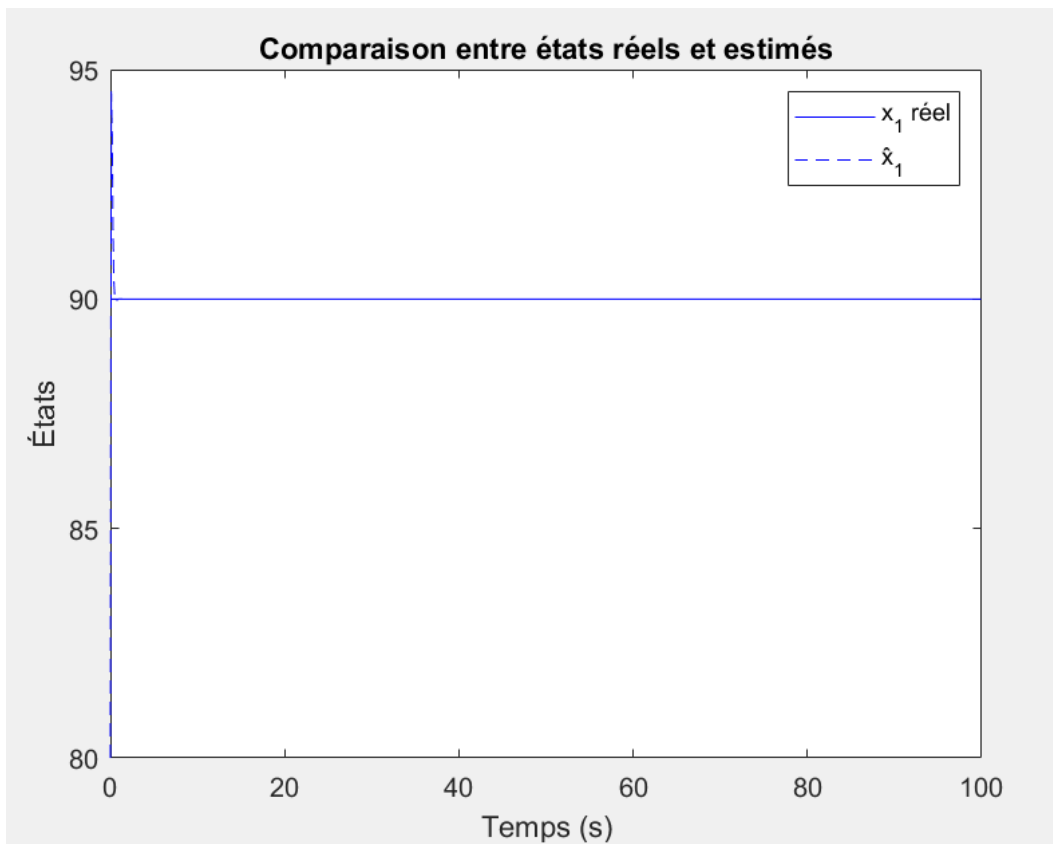


Figure 2 : Comparaison entre x_1 réel et estimé

- Courbe rouge continue : $x_2(t)$ réel
- Courbe rouge pointillée : $\hat{x}_2(t)$ estimé

Observation : Au début, on note une petite différence entre les deux courbes. Après un court laps de temps, les courbes convergent.

Conclusion : L'observateur parvient à estimer correctement $x_2(t)$, même si cette variable n'est pas directement mesurée.

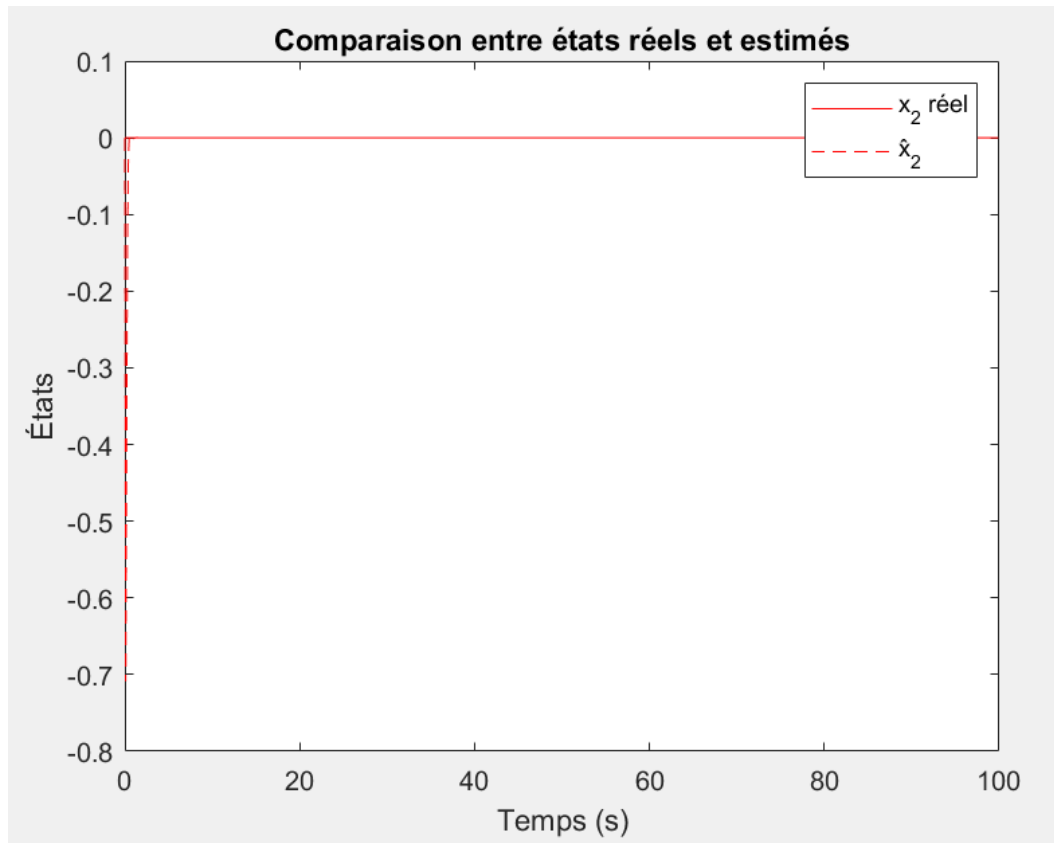


Figure 3 : Comparaison entre x_2 réel et estimé

- Courbe verte continue : $x_3(t)$ réel
- Courbe verte pointillée : $\hat{x}_3(t)$ estimé

Observation : Les courbes sont pratiquement identiques dès le début de la simulation.

Conclusion : L'observateur estime efficacement la concentration d'insuline, avec une grande précision.

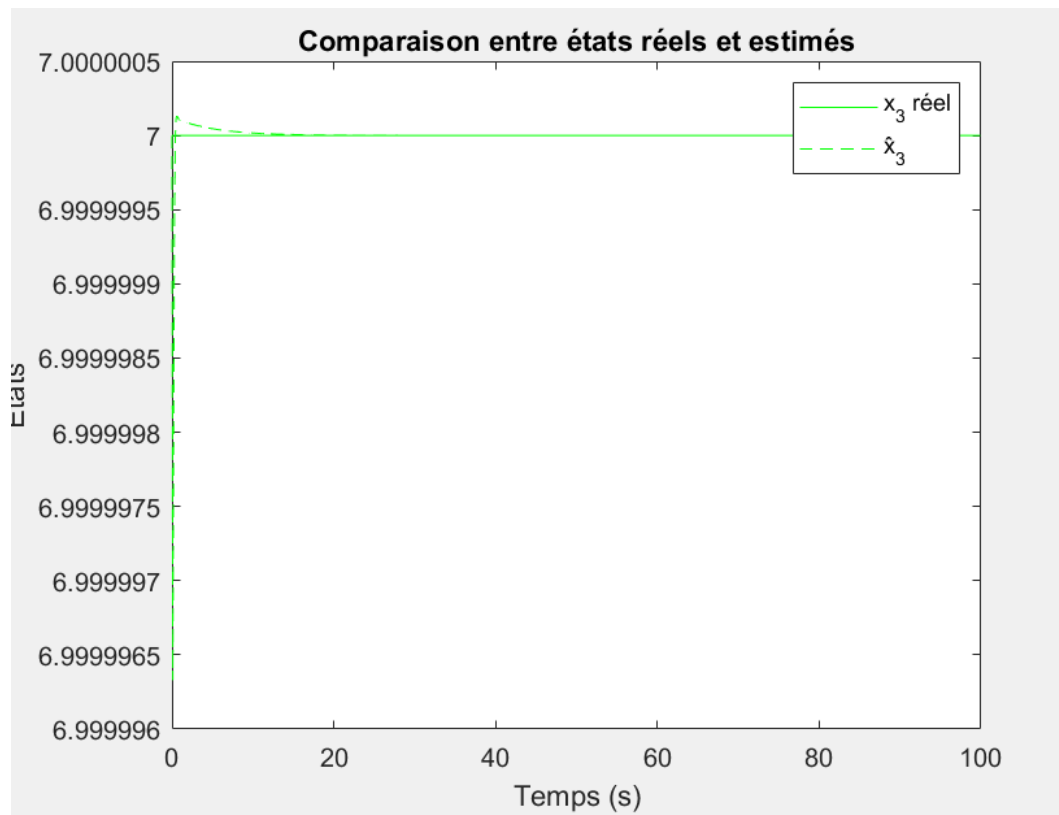


Figure 4 : Comparaison entre x_3 réel et estimé

4.8 Analyse des erreurs d'estimation des états.

Figure 5 : Erreur sur l'état x_1 ($e_1 = x_1 - \hat{x}_1$)

Cette figure montre que l'erreur e_1 converge rapidement vers zéro, ce qui confirme une estimation très précise de la glycémie.

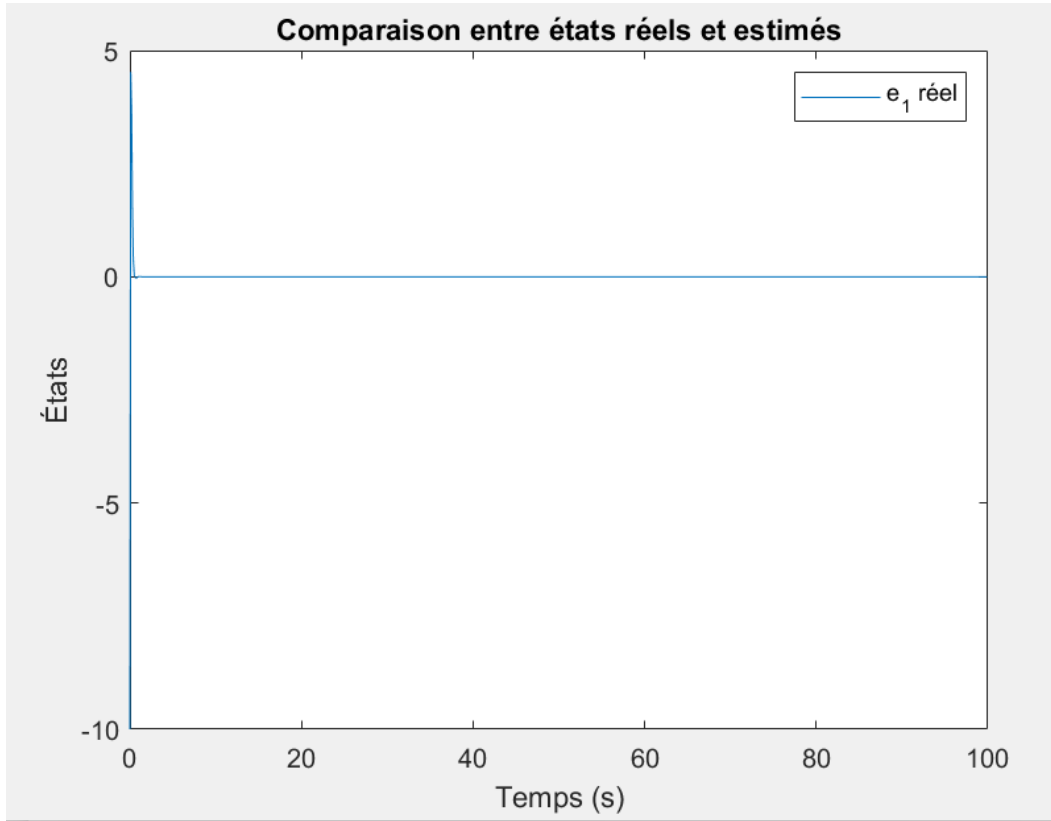


Figure 5 : Erreur sur l'état x_1 ($e_1 = x_1 - \hat{x}_1$)

Figure 6 : Erreur sur l'état x_2 ($e_2 = x_2 - \hat{x}_2$)

L'erreur e_2 commence avec une petite valeur mais diminue rapidement, montrant que le système observe efficacement l'effet de l'insuline.

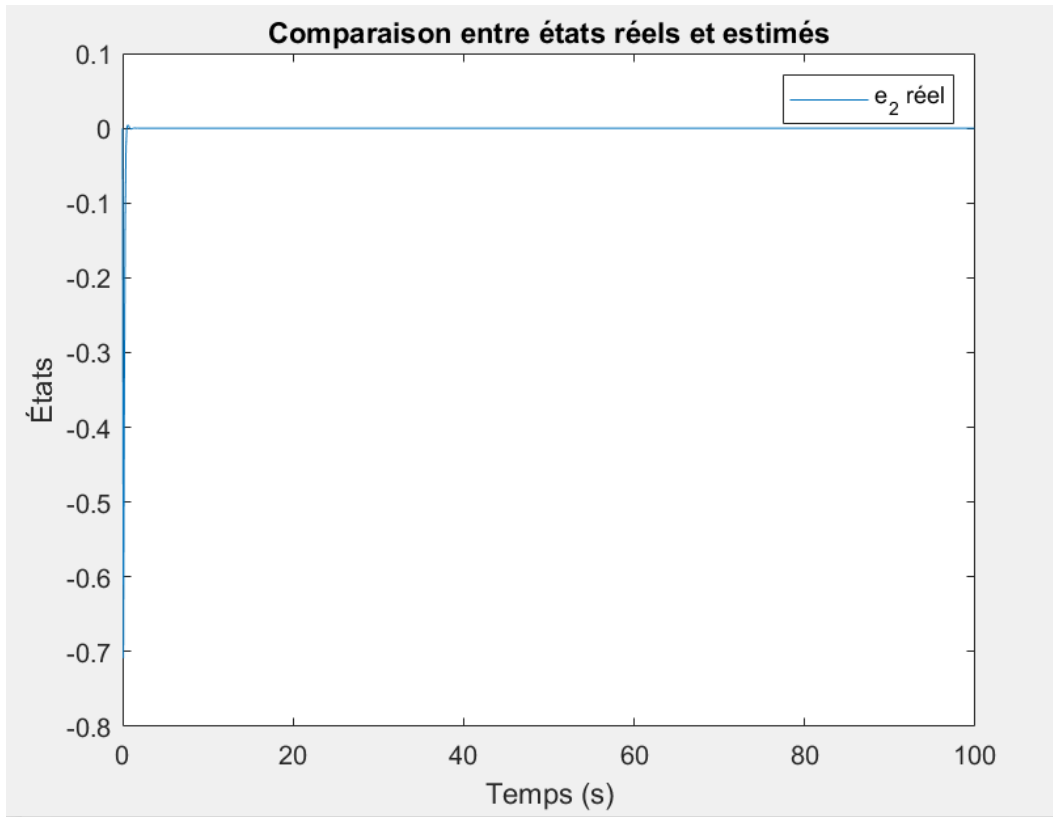


Figure 6 : Erreur sur l'état x_2 ($e_2 = x_2 - \hat{x}_2$)

Figure 7 : Erreur sur l'état x_3 ($e_3 = x_3 - \hat{x}_3$)

L'erreur d'estimation e_3 est très faible (de l'ordre de 10^{-6}), ce qui indique une très bonne précision dans l'estimation de la concentration d'insuline.

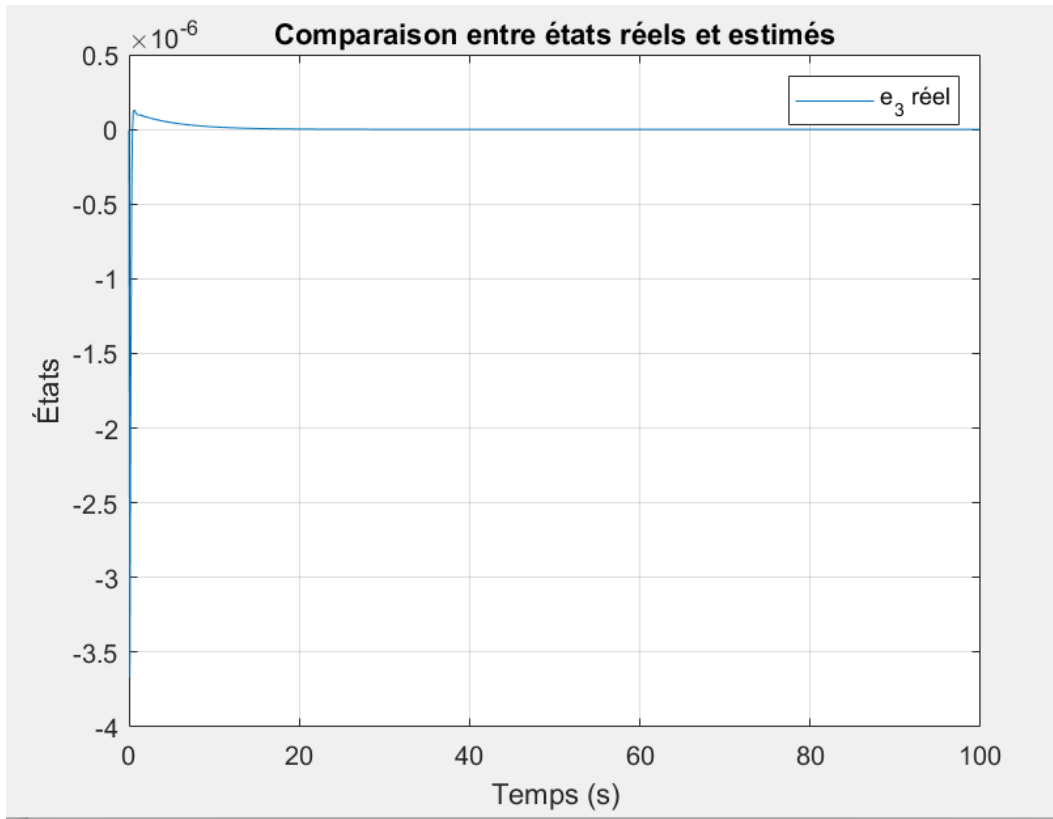


Figure 7 : Erreur sur l'état x_3 ($e_3 = x_3 - \hat{x}_3$)

4.9 Bilan global

Variable	Mesurée ?	Estimation	Remarques
x_1	Oui	Excellente	Utilisée directement pour corriger l'observateur
x_2	Non	Bonne	Convergence rapide malgré l'absence de mesure
x_3	Non	Excellente	Estimation précise grâce à la dynamique

L'ensemble des résultats confirme que l'observateur est bien conçu : il permet d'obtenir une reconstitution précise de l'état complet du système à partir d'une seule mesure (x_1).

4.10 Discussion

- Choix de Q et R : un Q élevé pénalise fortement l'erreur d'état ; R règle la vitesse d'observation.
- Paramètres ρ et ε : augmenter ρ accélère la convergence mais peut amplifier le bruit.
- Robustesse : $\mu(t)$ suit une logique sliding-mode pour atténuer la non-linéarité $x_1 d \cdot x_2 d$ et les perturbations sur $d(t)$.
- Limites : le modèle minimal néglige la production hépatique de glucose ; un modèle Hovorka ou UVA/Padova est plus précis pour certains patients.

Conclusion

Ce chapitre a détaillé la dérivation du modèle linéarisé, la synthèse d'un observateur basé sur un gain LQR dual, l'ajout d'une correction adaptative $\mu(t)$ et la validation de la stabilité via une équation de Lyapunov. Cette architecture constitue une base solide pour la mise en œuvre d'un pancréas artificiel en boucle fermée.

La conception d'un observateur performant pour le pancréas artificiel constitue une étape cruciale dans l'amélioration de la prise en charge automatisée du diabète de type 1. À travers ce chapitre, nous avons développé une méthodologie rigoureuse permettant d'estimer avec précision les états non mesurables du système, condition essentielle pour assurer la stabilité et la sécurité de la régulation glycémique.

L'utilisation d'une approche LQR duale pour le calcul du gain de l'observateur garantit la stabilité asymptotique de l'erreur d'estimation, tandis que l'ajout d'un terme correctif dynamique permet de renforcer la robustesse face aux perturbations et aux incertitudes du modèle physiologique. Les résultats de simulation ont démontré la capacité de l'observateur à converger rapidement vers les états réels, même en présence de variations importantes des paramètres ou de bruits de mesure.

Ainsi, l'intégration de cet observateur dans la boucle de commande du pancréas artificiel ouvre la voie à une automatisation plus fiable et plus sûre de l'administration d'insuline, réduisant les risques d'hypo- et d'hyperglycémies pour les patients diabétiques. Ce travail constitue une base solide pour des développements futurs, notamment l'extension à des modèles plus complexes, l'implémentation sur des dispositifs embarqués, et la validation clinique à grande échelle.

Chapitre 05 :
Association de la commande LQR avec
l'Observateur

5.1 Introduction

Dans les systèmes dynamiques complexes tels que le pancréas artificiel, toutes les variables d'état ne sont pas directement mesurables. Pour assurer une régulation efficace de la glycémie, il est donc nécessaire d'utiliser un observateur d'état, qui permet d'estimer les états internes à partir de la seule sortie mesurée (le glucose). Ce chapitre présente l'association d'un observateur à une commande LQR (Linear Quadratic Regulator) afin de former une commande par retour d'état estimé.

Le schéma de commande+modele+observateur

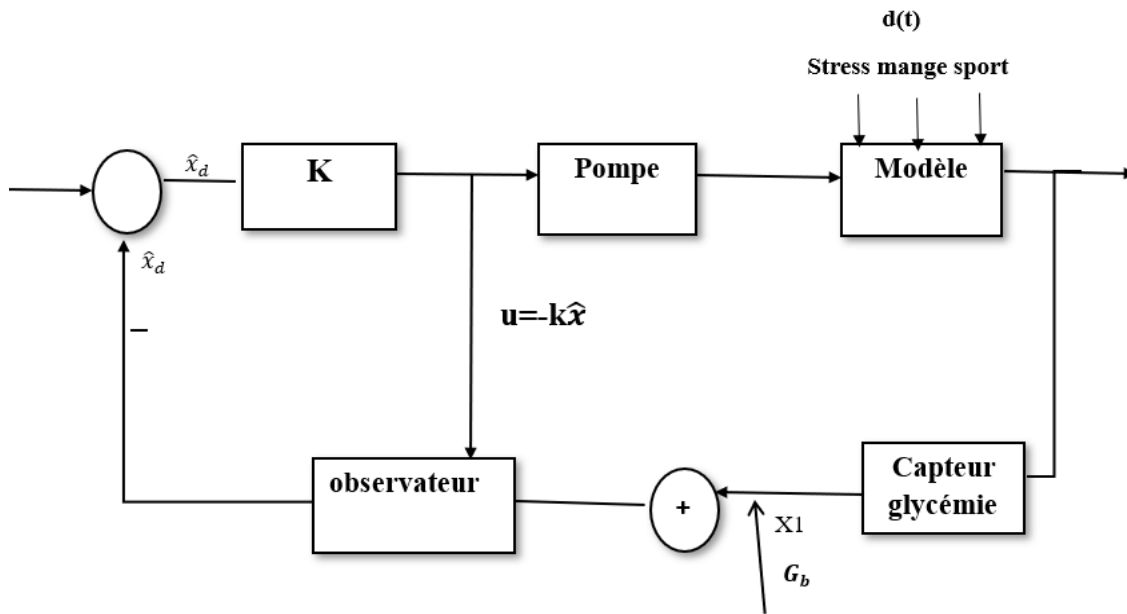


Figure 1 :Le schéma bloc du système en boucle fermée avec observateur d'état et command LQR

5.2 Résultats de simulation et analyse

Présenter les équations de commande LQR plus observateur

- $\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + D \cdot g(x_d) + E \cdot d(t)$
- $\dot{\hat{x}}(t) = A \cdot \hat{x}(t) + B \cdot u(t) - L \cdot (C \cdot \hat{x}(t) - y(t))$
- $u(t) = -K \cdot \hat{x}(t)$
- $y(t) = C \cdot x(t)$

Les courbes obtenues à partir de la simulation MATLAB montrent clairement les performances du système régulé :

- **Courbe du glucose (G réel vs G estimé)**
 → L'observateur parvient à reconstruire précisément la concentration en glucose sanguin. L'erreur entre x_1 et \hat{x}_1 est faible et tend rapidement vers zéro.

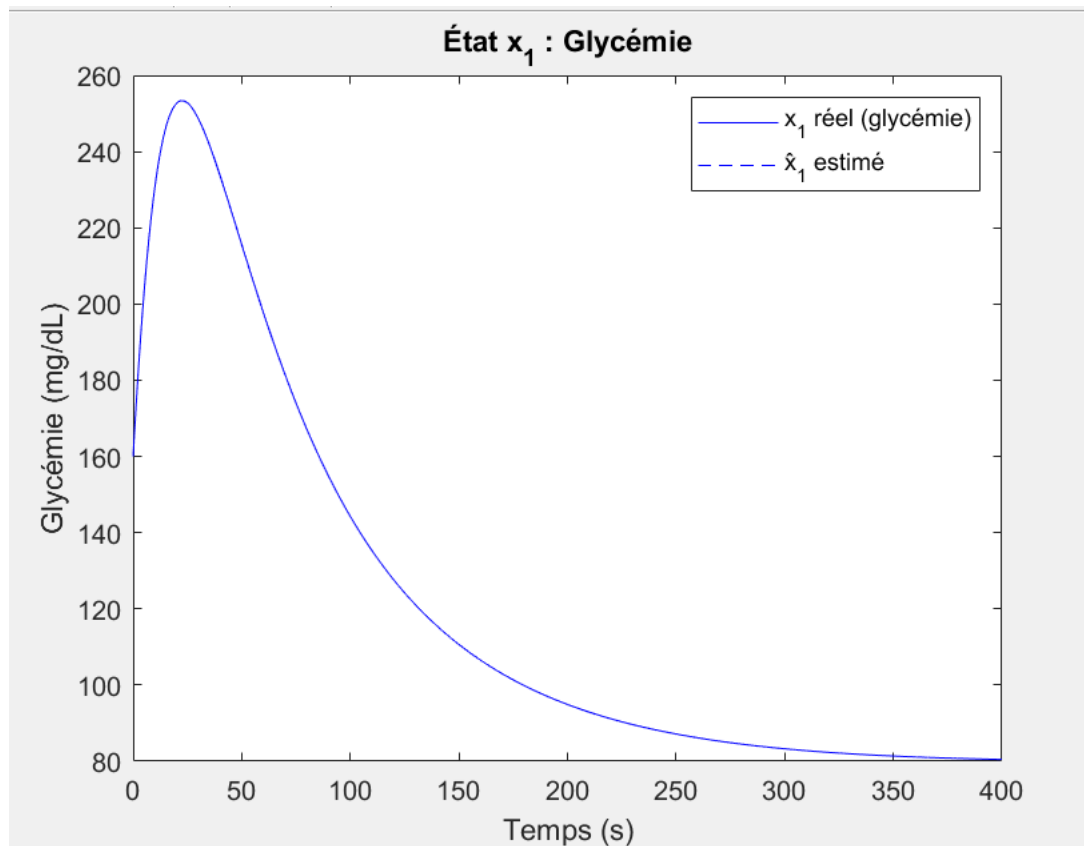


Figure 2 : Courbe du glucose (G réel vs G estimé)

- **Effet de l'insuline (x_2 réel vs estimé)**

→ L'état x_2 , qui représente l'effet de l'insuline sur la glycémie, est correctement estimé malgré sa dynamique lente. La convergence entre la valeur réelle et l'estimation est satisfaisante.

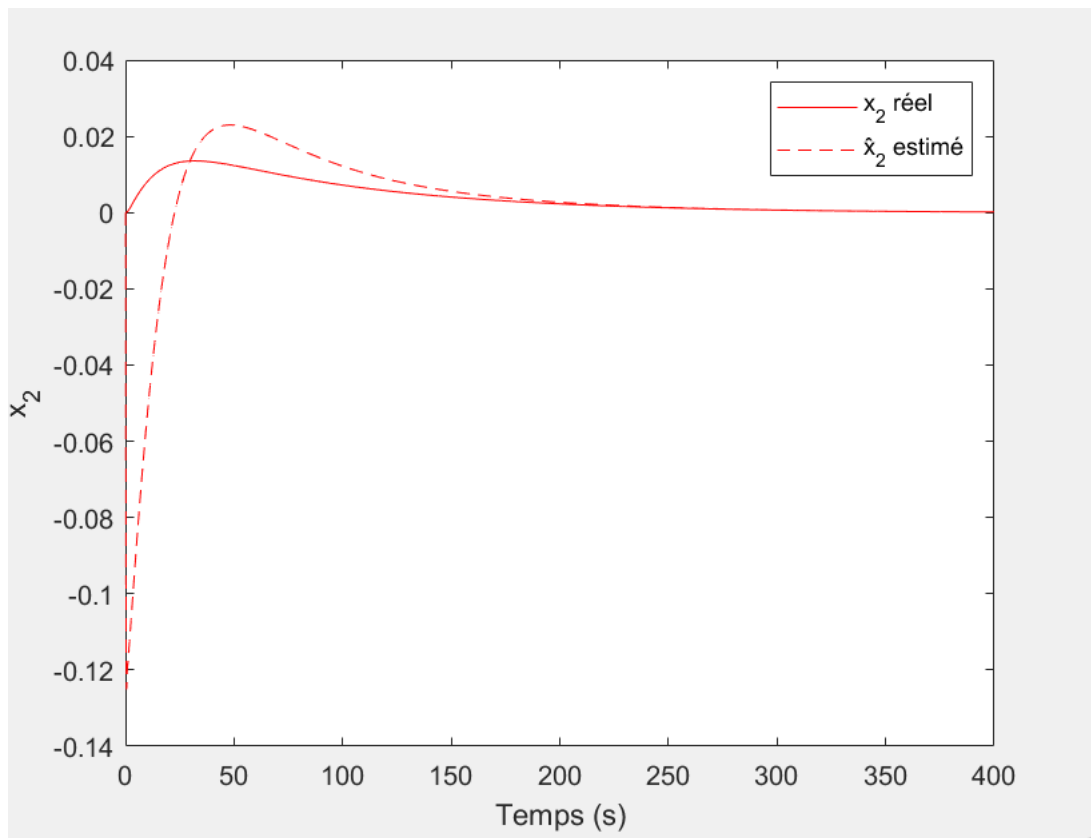


Figure 3: Effet de l'insuline réel et estimé

- Insuline plasmatique (x_3 réel vs estimé)
→. L'état x_3 est aussi bien reconstruit, ce qui permet une régulation efficace via la commande LQR

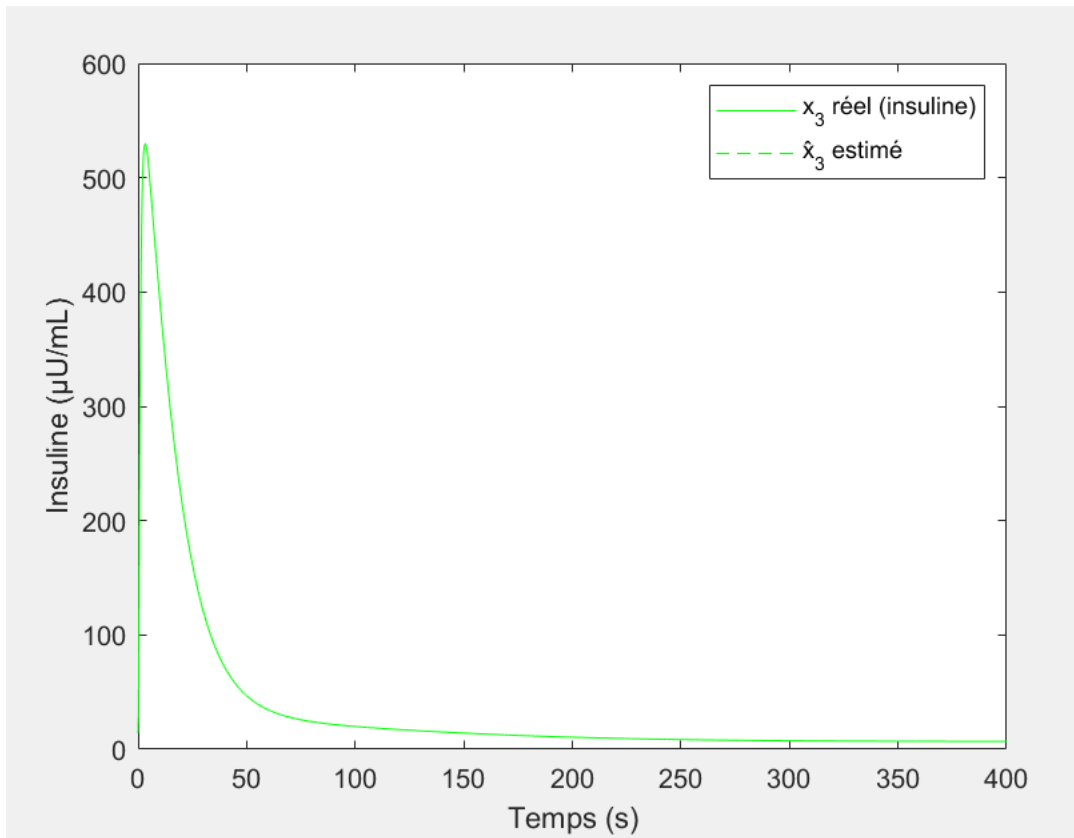


Figure 4 : Insuline plasmatique (x_3 réel vs estimé)

- **Commande LQR ($u(t)$)**

→ La commande injectée évolue de manière lisse. Elle réagit aux variations estimées du système, ce qui démontre que la boucle fermée est **stable** et **réactive**.

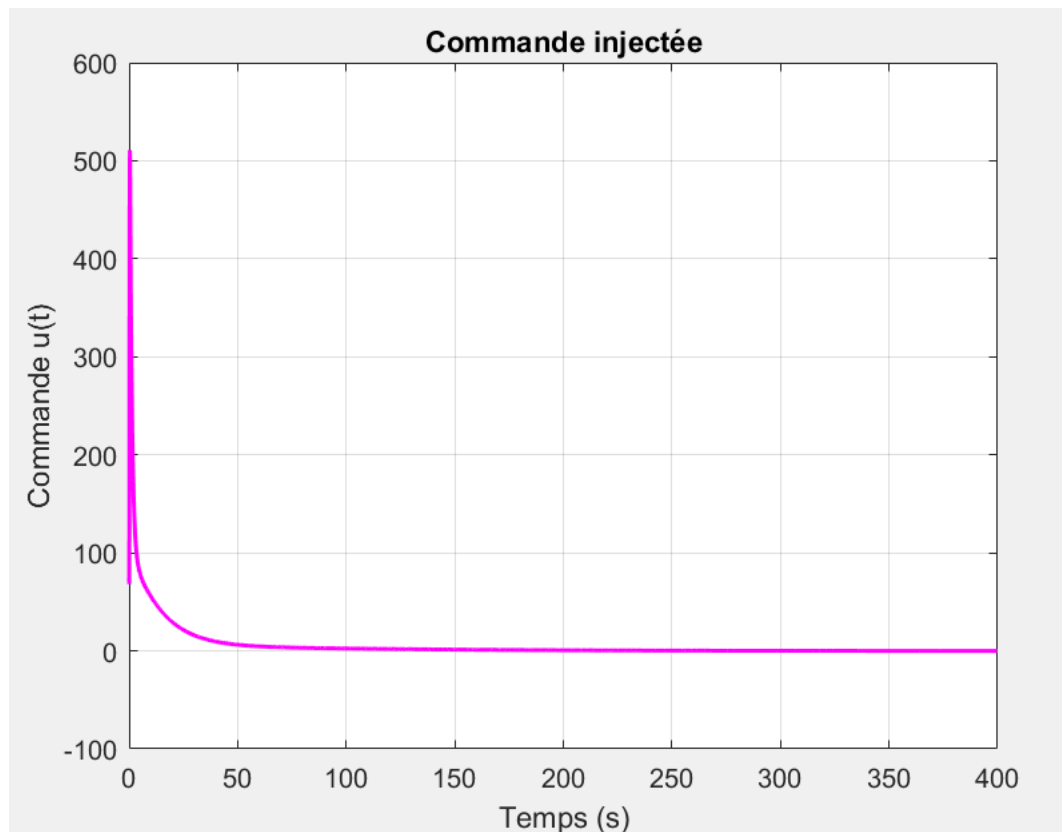


Figure 5: Commande LQR (u(t))

- **Erreurs d'estimation (e_1, e_2, e_3)**

→ Les erreurs $e_i = \hat{x}_i - x_i$ convergent rapidement vers zéro, validant la performance de l'observateur. Cela confirme que l'observateur assure une bonne reconstruction même avec une initialisation nulle.

5.3 Discussion des résultats

L'observateur utilisé est conçu à partir de la méthode LQR duale, en exploitant la dualité entre observabilité et commandabilité. Un correcteur dynamique est obtenu, avec un gain L optimisé via une formulation LQR appliquée à la transposée des matrices du système. Un terme correctif $\mu(t)$, issu d'une équation de Lyapunov, est intégré pour améliorer la robustesse.

La commande LQR s'applique alors sur l'état estimé, selon : $u(t) = -K * \hat{x}(t)$, où K est le gain optimal. Le système ainsi obtenu fonctionne en boucle fermée, sans avoir besoin de connaître exactement l'état réel.

Les résultats de simulation montrent :

- Une bonne convergence entre les états réels et estimés (x_1, x_2, x_3).
- Une stabilisation rapide du glucose $G(t)$ et de l'insuline $I(t)$.
- Une commande $u(t)$ adaptée, continue et sans oscillations excessives.
- Des erreurs d'estimation e_1, e_2, e_3 qui décroissent rapidement vers zéro.

Ces résultats prouvent que la combinaison observateur + LQR permet une régulation efficace même en présence d'états non mesurés.

5.4 Conclusion

L'intégration d'un observateur à une commande LQR permet de surmonter la difficulté liée à l'inaccessibilité directe de certaines variables d'état dans le modèle du pancréas artificiel. La simulation MATLAB a confirmé la pertinence de cette approche, avec une reconstruction fidèle des états internes et une commande optimale. Cette stratégie constitue une solution robuste et fiable pour la régulation de la glycémie chez les patients diabétiques, dans le cadre d'un pancréas artificiel intelligent.

Conclusion Générale

Le diabète de type 1, en raison de l'incapacité du pancréas à produire de l'insuline, impose aux patients une gestion rigoureuse et continue de leur glycémie. Face aux limites des traitements conventionnels (injections multiples ou pompes simples), le pancréas artificiel apparaît comme une solution innovante et prometteuse. Ce dispositif vise à automatiser l'administration d'insuline en temps réel, en s'adaptant dynamiquement aux besoins physiologiques du patient.

Ce travail de mémoire a permis de :

- Étudier le modèle physiologique du glucose-insuline, en s'appuyant notamment sur le modèle minimal de Bergman.
- Concevoir un observateur d'état afin d'estimer les variables internes non mesurables du système.
- Implémenter une commande optimale de type LQR, puis l'associer à l'observateur pour former une boucle fermée sur l'état estimé.
- Simuler le comportement du système face à différentes perturbations (prise alimentaire, injection d'insuline) et analyser la stabilité, la rapidité et la précision de la régulation.

Les résultats de simulation obtenus confirment l'efficacité du contrôleur LQR associé à l'observateur dans la stabilisation de la glycémie autour d'une valeur de référence. Cette régulation se fait avec un minimum de consommation d'insuline, tout en évitant les phénomènes de sur injection ou d'hypoglycémie.

Ce projet constitue ainsi une étape importante vers le développement d'un pancréas artificiel intelligent, capable d'améliorer la qualité de vie des patients diabétiques.

Cependant, pour une application réelle, plusieurs extensions restent nécessaires, notamment:

- L'intégration de données capteurs en temps réel (capteurs de glucose en continu).
- La prise en compte de l'activité physique, du rythme circadien et des repas.
- La validation expérimentale sur des patients ou des mannequins biologiques.

Bibliographie

- [1] Estelle Habet. *De la pompe à insuline au pancréas artificiel*. PhD thesis, Faculté de pharmacie de Marseille, 2017.
- [2] Monnier Louis. *Diabetologie*. Elsevier Masson, Paris 2019.
- [3] Ander Grimaldi and Agnes Hartemann. *Guide pratique du diabète*. Elsevier Health Sciences, 2019.
- [4] Philippe Boisseau. *La conception mécanique : méthodologie et optimisation - 2^e édition*. Dunod, 2016.
- [5] Benjamin Boudon. *Méthodologie de modélisation des systèmes mécaniques complexes à partir du multi-bond graph : application à la liaison BTP-fuselage d'un hélicoptère*. PhD thesis, Ecole nationale supérieure d'arts et métiers-ENSAM, 2014.
- [6] Georges Asch. *Acquisition de données - 3^e éd. : Du capteur à l'ordinateur*. Dunod, 2011.
- [7] Georges Asch and Bernard Poussery. *Les capteurs en instrumentation industrielle - 8^e éd.* Dunod, 2017.
- [8] Francis Cottet. *Traitement des signaux et acquisition de données : cours et exercices corrigés*. Dunod, 2020.
- [9] Erik Bartmann. *Le grand livre d'Arduino*. Editions Eyrolles, 2015.
- [10] Pierre Maey. *Aide-mémoire Composants électroniques - 5^e édition*. Dunod, 2015.
- [11] Pierre Maey. *Moteurs électriques pour la robotique - 3^e éd.* Dunod, 2016.
- [12] Michel Aublin, René Boncompain, and Michel Boulaton. *Systèmes mécaniques : théorie et dimensionnement*. Dunod, 1992.
- [13] Bastien Meier. *Pousse seringue*. PhD thesis, Haute Ecole d'Ingénierie, 2011.
- [14] Daniel Spénel. *Guide du calcul en mécanique*. Hachette Education, 1993.
- [15] Ander Chevalier. *Guide du dessinateur industriel : pour maîtriser la communication technique*. Hachette, 2003.
- [16] Jean-Louis Fanchon. *Guide des sciences et technologies industrielles*. Nathan, 2013.
- [17] N Govindu, T Jayanand Kumar, and S Venkatesh. Design and optimization of screwed fasteners to reduce stress concentration factor. *J Appl Mech Eng*, 4(171) :2, 2015.

- [18] Hans oJrg Mathieu, Erich Bergmann, and Rene Gras. *Analyse et technologie des surfaces : couches minces et tribologie*, volume 4. PPUR presses polytechniques, 2003.
- [19] Christian Texido Bruno, Louan. Le point sur les pressions de contact entre les solides. 2002.
- [20] Gilbert Drouin. *Eelments de machines*. Presses inter Polytechnique, 1986.
- [21] cfaury. Pont en h l298n. [https ://arduino.blaisepascal.fr/pont-en-h-l298n/](https://arduino.blaisepascal.fr/pont-en-h-l298n/), 2018.
- [22] arduinofrance. Arduino nano :Avantages, inconevnients, utilisation et fonctionnement. [https ://www.arduino-france.com/review/arduino-nano-avantages-inconvenientsutilisation-et-fonctionnement/](https://www.arduino-france.com/review/arduino-nano-avantages-inconvenientsutilisation-et-fonctionnement/), 2019.
- [23] Ander Preumont. *Mechatronics*. Springer, 2006.