

N° d'ordre : M...../GM/2022

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Thème

**EFFET DES LOIS DE GENERATION DE
MOUVEMENT D'UN ROBOT INDUSTRIEL SUR
LES COUPLES DE CES ACTIONNEURS**

Présenté par :

❖ MEGDAD Mohammed El Amine

❖ LARIBI Mohammed El Amine

Soutenu le 12 / 07 / 2022 devant le jury composé de :

Président	Dr. BENKABOUCHE Salah Eddine	Université de Mostaganem UMAB
Examineur	Mr. SAIDANI Djamel Eddine	Université de Mostaganem UMAB
Encadreur	Dr. FLITTI Abdelmadjid	Université de Mostaganem UMAB

Année Universitaire : 2021 / 2022

Résumé

La génération de trajectoire d'un robot, entre deux configurations, consiste à la définition d'une loi mathématique d'interpolation qui génèrent les consignes articulaires à donner à son contrôleur pour assurer le déplacement désiré. La plupart de ces lois sont affrontés, seulement, aux contraintes géométriques et cinématiques du robot. Or que les couples de ces actionneurs sont, fortement, affectés par la nature de la loi choisie. L'objectif visé par ce travail est d'étudier l'impact des quatre lois de génération de trajectoire sur la variation des couples des actionneurs du robot PUMA 560. Ces quatre lois, largement utilisées en pratique, sont les suivantes : la loi Bang-Bang, la loi trapézoïdale en vitesse, le lissage de la loi trapézoïdale en vitesse et l'interpolation polynomiale de degré cinq.

Mots-clés : Couple, Actionneur, trajectoire, Loi bang-bang, Loi trapézoïdale, Interpolation polynomiale, robot, Position, Vitesse et Accélération.

Abstract

The generation of a robot's trajectory, between two configurations, consists in defining a mathematical interpolation function to generate the articular instructions to be given to the robot's controller to achieve the desired movement. Most of these functions only account for the geometrical and kinematic constraints of the robot. However, the torques of the robot's actuators are strongly affected by the nature of the chosen functions. The objective of this work is to study the impact of four trajectory generation functions on the variation of the actuator torques of the PUMA 560 robot. These four functions, widely used in practice, are: The Bang- Bang function, the trapezoidal velocity function, the smoothed trapezoidal velocity function, and the five degree polynomial interpolation.

Keywords: torque, actuator, trajectory, bang-bang law, trapezoidal law, polynomial interpolation, robot, position, velocity and acceleration.

ملخص

تمثل إنشاء مسار الروبوت، بين موضعين، في تحديد قانون الاستيفاء الرياضي الذي يولد التعليمات المفصلة التي يجب إعطاؤها لوحدة تحكمه لضمان الحركة المرغوبة. تواجه معظم هذه القوانين، فقط، القيود الهندسية والحركية للروبوت. ومع ذلك، فإن عزم دوران هذه المحركات يتأثر بشدة بطبيعة القانون المختار. الهدف من هذا العمل هو دراسة تأثير أربعة قوانين على قيم عزم دوران المحرك لروبوت PUMA560. وهذه القوانين الأربعة، المستخدمة على نطاق واسع، هي كما يلي: قانون Bang- Bang، قانون السرعة شبه المنحرف، تجانس قانون السرعة شبه المنحرف، واستيفاء كثير الحدود ذو الدرجة الخامسة.

الكلمات المفتاحية: عزم، المحرك، المسار، قانون Bang- Bang، قانون شبه المنحرف، الاستيفاء كثير الحدود، روبوت، الموضع، السرعة والتسارع.

REMERCIEMENTS

Nous remercions en premier lieu ALLAH le tout puissant qui nous a accordé la santé, le courage, la volonté et la patience de réaliser ce travail.

Nous adressons nos profonds remerciements à notre encadreur, Docteur **Abdelmadjid FLITTI**, enseignant chercheur au département de Génie Mécanique faculté Science et Technologie, Université ABDELHAMID IBN BADIS de Mostaganem, pour son aide précieuse, sa confiance, ses conseils et son œil critique qui nous ont été très précieux pour réaliser notre mémoire.

Tout notre respect et nos remerciements vont vers les membres du jury qui vont pleinement consacrer leur temps et leur attention afin d'évaluer notre travail. Nous tenons à remercier vivement Docteur **Salah Eddine BENKABOUCHE** d'avoir accepté de présider le jury de ce mémoire. Nos remerciements vont, également, à Monsieur **Djamel Eddine SAIDANI** d'avoir accepté d'examiner ce mémoire.

Nous désirons aussi remercier l'ensemble de l'équipe pédagogique du département du Génie Mécanique pour leur écoute et encadrement durant tous notre cursus.

Enfin, nos remerciements les plus sincères vont à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicaces

Je tiens c'est avec grande plaisir que je dédie ce modeste travail :

A l'être le plus chère de ma vie ma mère

A celui qui m'a fait de moi un homme, mon père.

A ma chère sœur Fatima

A tous mes amis de la deuxième année master construction mécanique

A Laribi Mohammed Al Amine qui a accepté sans aucune hésitation pour être mon binôme afin de mener à bien ce modeste travail

Toute personne qui occupe une place dans mon cœur

A tous les membres de ma famille et toute personne qui porte le nom MEGDAD, je dédie ce travail à tous ceux qui ont participé à ma réussite

MEGDAD Mohammed El amine

Dédicaces

Merci « Allah » Dieu le tout puissant qui m'a donné le courage, la force et la patience pour réaliser ce travail. Je dédie ce modeste travail en signe de respect et de reconnaissance

A mes chers parents pour leur soutien, leur patience leur encouragement durant mon parcours scolaire.

A mes sœurs et mes frères ainsi à toute ma famille.

A toute mes amis

A MEGDAD Mohammed El amine qui a accepté pour être mon binôme afin de mener à bien ce modeste travail

En fin à tous les gens qui m'ont aidé dans ma vie.

LARIBI Mohammed Al Amine

SOMMAIRE

SOMMAIRE	I
LISTE DES FIGURES	III
LISTE DES TABLEAUX.....	IV
LISTE DES PRINCIPALES NOTATIONS.....	V
INTRODUCTION GENERALE.....	1
Chapitre I : Génération de trajectoire d'un robot industriel entre deux points sous contraintes cinématiques.	2
I.1. Introduction.....	2
I.2. Génération de mouvements point à point	3
I.2.1 Principe de la génération de trajectoire entre deux points dans l'espace articulaire	3
I.3 La loi Bang-Bang	4
I.4 La loi trapézoïdale en vitesse	6
I.5 Lissage de la loi trapézoïdale en vitesse.....	7
I.6 La loi polynomiale de degré cinq	8
Chapitre II : Modèle dynamique.	10
II.1 Introduction	10
II.2. Le formalisme de Lagrange	10
II.3 Formalisme de Newton-Euler	11
II.3.1. Forme pratique du Formalisme de Newton-Euler	14
II.3.2. Comparaison entre les deux formalismes.....	15
Chapitre III : Effet de la loi de génération de trajectoire sur les couples des actionneurs du PUMA 560.....	16
III.1 Introduction.....	16
III.2. Description du robot PUMA 560	16
III.3. Effet de la loi de génération de trajectoire sur les couples des actionneurs du PUMA 560 .	18
III.3.1. La loi Bang-Bang	19
III.3.2. La loi trapézoïdale en vitesse	22

SOMMAIRE

III.3.3. Lissage de la loi trapézoïdale en vitesse	25
III.3.4. La loi polynomiale de degré cinq.....	27
III.3.5. Comparaison des résultats.....	29
CONCLUSION GENERALE	32
Références Bibliographiques.....	33

LISTE DES FIGURES

Figure I. 1: trajectoire de référence à suivre par l'outil du robot [6].	2
Figure I. 2: Soudure par points [25].	3
Figure I. 3: La loi de bang bang [5]	5
Figure I. 4 : la loi trapezoidal en vitesse [12].	6
Figure I. 5: lissage de loi trapeziodale en vitesse [5].	8
Figure I. 6: La loi polynomiale de degré cinq [10].	9
Figure II. 1: Bilan des efforts au corps C_j [5, 10].	12
Figure III. 1: les articulations du robot PUMA 560 et leurs débattements [18].	16
Figure III. 2: Paramétrage géométrique par la convention de DHM du PUMA560 [19].	17
Figure III. 3 : Variation des positions articulaires engendrée par la loi Bang-Bang	19
Figure III. 4: Variation des vitesses articulaires engendrée par la loi Bang-Bang	20
Figure III. 5 : Variation des accélérations articulaires engendrée par la loi Bang-Bang	20
Figure III. 6 : Couples des actionneurs engendrés par la loi Bang-Bang	21
Figure III. 7 : Variation des positions articulaires engendrée par la loi trapézoïdale.	22
Figure III. 8 : Variation des vitesses articulaires engendrée par la loi trapézoïdale	23
Figure III. 9 : Variation des accélérations articulaires engendrée par la loi trapézoïdale.	23
Figure III. 10 : Couples des actionneurs engendrés par la loi trapézoïdale.	24
Figure III. 11 : Variation des positions articulaires engendrée par le lissage de la loi trapézoïdale.	25
Figure III. 12 : Variation des vitesses articulaires engendrée par le lissage de la loi trapézoïdale.	25
Figure III. 13: Variation des accélérations articulaires engendrée par le lissage de la loi trapézoïdale.	26
Figure III. 14 : Couples des actionneurs engendrés par le lissage de la loi trapézoïdale.	26
Figure III. 15 : Variation des positions articulaires engendrée par la loi polynomiale de degré cinq.	27
Figure III. 16 : Variation des accélération articulaires engendrée par la loi polynomiale de degré cinq.	28
Figure III. 17 : Variation des vitesses articulaires engendrée par la loi polynomiale de degré cinq.	28
Figure III. 18 : Couples des actionneurs engendrés par le lissage de la loi polynomiale de degré cinq.	29
Figure III. 19 : Comparaison des couples issus des quatre loi étudiées.	30

LISTE DES TABLEAUX

Tableau II. 1: Comparaison entre les deux formalismes [12].	15
Tableau III. 1: Paramètres de DHM du Robot PUMA 560.	17
Tableau III. 2: Paramètres inertiels du Robot PUMA 560 [17].	18
Tableau III. 3 : Performances cinématiques et dynamiques du robot PUMA 560 [12].	18
Tableau III. 4: Positions articulaires initiale et finale.	19
Tableau III. 5 : condition d'existence du palier de vitesse pour chaque axe	22

LISTE DES PRINCIPALES NOTATIONS

- D Vecteur de la distance parcourue (distance entre les points de départ et d'arrivée).
- $I\mathbf{a}_j$ Moment d'inertie du rotor de l'actionneur j et de son réducteur ressenti par l'articulation.
- jJ_j Matrice d'inertie du corps C_j par rapport au repère R_j . Les éléments de cette matrice sont notés comme suit :
- $${}^jJ_j = \begin{bmatrix} {}^jXX_j & {}^jXY_j & {}^jXZ_j \\ {}^jXY_j & {}^jYY_j & {}^jYZ_j \\ {}^jXZ_j & {}^jYZ_j & {}^jZZ_j \end{bmatrix}$$
- K_a Vecteur des accélérations articulaires maximales
- K_v Vecteur des vitesses articulaires maximales
- M_j Masse du corps C_j .
- MS_j Premier moment d'inertie du corps C_i autour de l'origine du repère R_i , égal à $M_j S_j$.
- q_i Vecteur des coordonnées articulaires initiales
- $q(t)$ Vecteur des variables articulaires à l'instant t
- $\dot{q}(t)$ Vecteur des vitesses articulaires à l'instant t
- $\ddot{q}(t)$ Vecteur des accélérations articulaires à l'instant t
- q_f Vecteur des coordonnées articulaires finales
- S_j Vecteur ayant pour origine O_j et pour extrémité le centre de masse du corps C_j . Il est égal à $O_j G_j$.
- t Variable temps.
- t_f Durée du mouvement (temps mis par le robot pour parcourir la distance D)
- $\theta_i(t)$ Position articulaire, de l'articulation i , à l'instant t (articulation rotoïde)
- $\dot{\theta}_i(t)$ Vitesse articulaire, de l'articulation i , à l'instant t (articulation rotoïde)
- $\ddot{\theta}_i(t)$ Accélération articulaire, de l'articulation i , à l'instant t (articulation rotoïde)
- μ Durée des phases d'accélération et de freinage
- τ Vecteur des couples/forces des actionneurs
- τ_i Couple du $i^{\text{ème}}$ actionneur

INTRODUCTION GENERALE

Les robots manipulateurs ont envahi le secteur industriel dans les pays développés. Afin de réduire l'écart technologique d'une part et d'augmenter la cadence de production de l'autre part de nombreuses entreprises, dans notre pays, ont intégré ces machines dans leurs lignes de production. Or que l'augmentation de la productivité signifie que les robots doivent atteindre le maximum de vitesses et d'accélération possibles. Cependant, l'augmentation de performances cinématiques du robot ne doit, dans aucun cas, affecter la précision du robot [1]. En effet, les mouvements avec de fortes accélérations, engendrent des vibrations de la structure mécanique du robot [1, 2]. Les vibrations sont accentuées par l'adaptation d'une loi de mouvement non appropriée.

Dans la littérature, plusieurs travaux ont cherché à optimiser la durée du mouvement des robots [3, 4], mais peu d'entre eux qui ont cherché à optimiser à la fois la durée ainsi que les valeurs des couples des actionneurs [3]. L'objectif de ce travail ne consiste pas à faire une optimisation mais de faire une étude de l'effet de quatre lois de génération de mouvement, dans l'espace articulaire, d'un robot industriel sur les valeurs des couples de ces actionneurs. Ces quatre lois, largement utilisées en pratique [5], sont les suivantes : la loi Bang-Bang, la loi trapézoïdale en vitesse, le lissage de la loi trapézoïdale en vitesse et l'interpolation polynomiale de degré cinq. Le modèle dynamique, dans cette étude, est calculé selon l'algorithme de Luh [6] et al. qui est basé sur les équations de Newton-Euler [5].

En vue de mener à bien notre étude, ce mémoire est organisé en trois chapitres :

- Le premier chapitre porte sur les généralités sur les quatre lois de générations de mouvement étudiées.
- Le deuxième chapitre est réservé à la présentation des formalismes utilisés dans le calcul des modèles dynamiques des bras manipulateurs.
- Le troisième chapitre est consacré à la présentation et à la discussion des résultats issus des simulations.

Chapitre I : Génération de trajectoire d'un robot industriel entre deux points sous contraintes cinématiques.

I.1. Introduction

La génération de trajectoire consiste à la définition des consignes articulaires du robot qui permettent de réaliser une tâche interprétée sous forme de positions successives de l'outil du robot [7]. Une trajectoire est, ainsi, une séquence de points définis soit dans l'espace opérationnel, soit dans l'espace articulaire du robot [8]. La trajectoire du robot entre le point de départ et le point d'arrivée, peut-être :

- **Libre** : dans ce cas la génération de mouvement peut se faire directement dans l'espace articulaires : elle se traduit par une séquence de positions articulaires constituant les consignes des asservissements.
- **Contrainte** : dans ce cas, l'outil du robot doit suivre une trajectoire imposée. D'où, il est impératif dans cette situation de générer la séquence de points dans l'espace opérationnel. La transformation de ces points en consignes articulaires se fait à l'aide des modèles inverses (géométrie, cinématique et dynamique) [9] .

Les principaux avantages de la génération de trajectoires dans l'espace articulaire, sont les suivants [10]:

- Nécessite moins de calculs en ligne,
- Mouvement n'est pas affecté par le passage sur les configurations singulières,
- Les contraintes de vitesse et de couples maximaux sont connues avec précision puisqu'elles correspondent aux limites physiques des actionneurs.

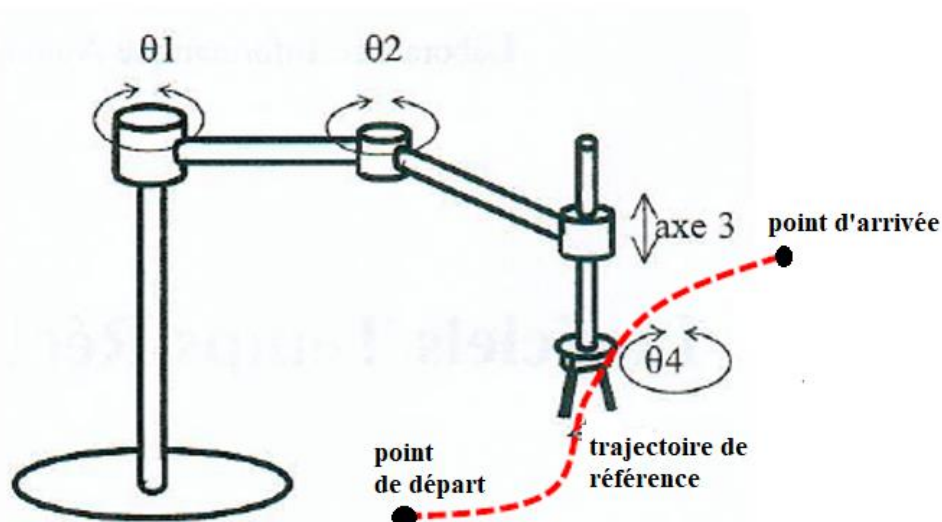


Figure I. 1: trajectoire de référence à suivre par l'outil du robot [6].

Malgré que la génération de mouvement dans l'espace opérationnel assure le contrôle de la géométrie de la trajectoire, elle présente les inconvénients suivants [10]:

- Nécessite la transformation de chaque point de la trajectoire en coordonnées articulaires,
- Elle peut être mise en échec lorsque la trajectoire calculée passe par une position singulière.
- Demande l'étalonnage du robot.

I.2. Génération de mouvements point à point

Dans une tâche par points, telle que le soudage point à point, l'effecteur du robot est appelé à exécuter une tâche donnée dans des points précis. Entre deux points successifs la trajectoire est libre. En cas de présence d'obstacles, certains points intermédiaires sont définis afin d'éviter ces obstacles. Pour ce type de tâches, souvent, une génération de mouvement dans l'espace articulaire suffit. Cependant, les lois de commande choisies doivent, impérativement, respecter les limites des débattements ainsi que les contraintes cinématiques et dynamiques [11].



Figure I. 2: Soudure par points [25].

I.2 Principe de la génération de trajectoire entre deux points dans l'espace articulaire

Pour un robot à n degrés de liberté, générer un chemin entre deux positions articulaires consiste à définir les composantes du vecteur de coordonnées articulaires $\mathbf{q}(t)$ à chaque instant t . Ainsi, la loi de commande à la forme générale suivante :

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_i + \mathbf{D} \mathbf{r}(t) \quad \text{Pour} \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (\text{I.1})$$

où:

- $\mathbf{q}(t)$: vecteur colonne, de taille n , des variables articulaires à l'instant t .
- \mathbf{q}_i : vecteur des variables articulaires correspondant à la posture initiale.
- $\mathbf{r}(t)$: la fonction d'interpolation.

- D : vecteur colonne, de taille n , désigne la distance parcourue entre les positions initiale et finale, calculé à l'aide de la relation suivante :

$$D = q_f - q_i \quad (\text{I.2})$$

- q_f : vecteur des variables articulaires correspondant à la posture finale.
 ➤ t_f : durée du mouvement.

Sur la lumière des relations (I.1 et I.2), la fonction d'interpolation $r(t)$ choisie doit vérifiée les deux conditions aux limites suivantes :

$$r(0) = 0 \quad (\text{I.3})$$

$$r(t_f) = 1 \quad (\text{I.4})$$

De plus, $r(t)$ doit, aussi, générer des vitesses et des accélérations articulaires qui respectent les contraintes cinématiques des actionneurs. Ce qui se traduit pour chaque articulation j ($j = 1, \dots, n$) par les deux relations suivantes :

$$|D_j| \dot{r}(t) \leq |K_{vj}| \quad \text{Pour } 0 \leq t \leq t_f \quad (\text{I.5})$$

$$|D_j| \ddot{r}(t) \leq |K_{aj}| \quad \text{Pour } 0 \leq t \leq t_f \quad (\text{I.6})$$

avec:

- D_j : la distance parcourue par l'articulation j .
 ➤ K_{vj} : vitesse articulaire maximale de l'articulation j .
 ➤ K_{aj} : accélération articulaire maximale de l'articulation j .

C'est l'articulation la plus lente qui impose la durée du mouvement t_f . Les autres articulations sont synchronisées sur la plus lente. Les vitesses et les accélérations initiales et finales sont supposées nulles [12].

Malgré l'existence de plusieurs lois d'interpolation dans la littérature, dans ce travail on se limite à étudier l'effet de quatre lois sur les valeurs des couples des actionneurs. Ces quatre lois sont les suivantes :

- ✓ La loi Bang-Bang.
- ✓ La loi trapézoïdale en vitesse.
- ✓ Lissage de la loi trapézoïdale en vitesse.
- ✓ L'interpolation polynomiale de degré cinq.

I.3 La loi Bang-Bang

La loi Bang-Bang comporte une phase d'accélération constante suivie d'une phase du freinage constant. Les deux phases ont la même durée qui est égale à $\frac{t_f}{2}$. Ce qui conduit, donc, à un mouvement continu en position et en vitesse, en revanche, il est discontinu en accélération [13].

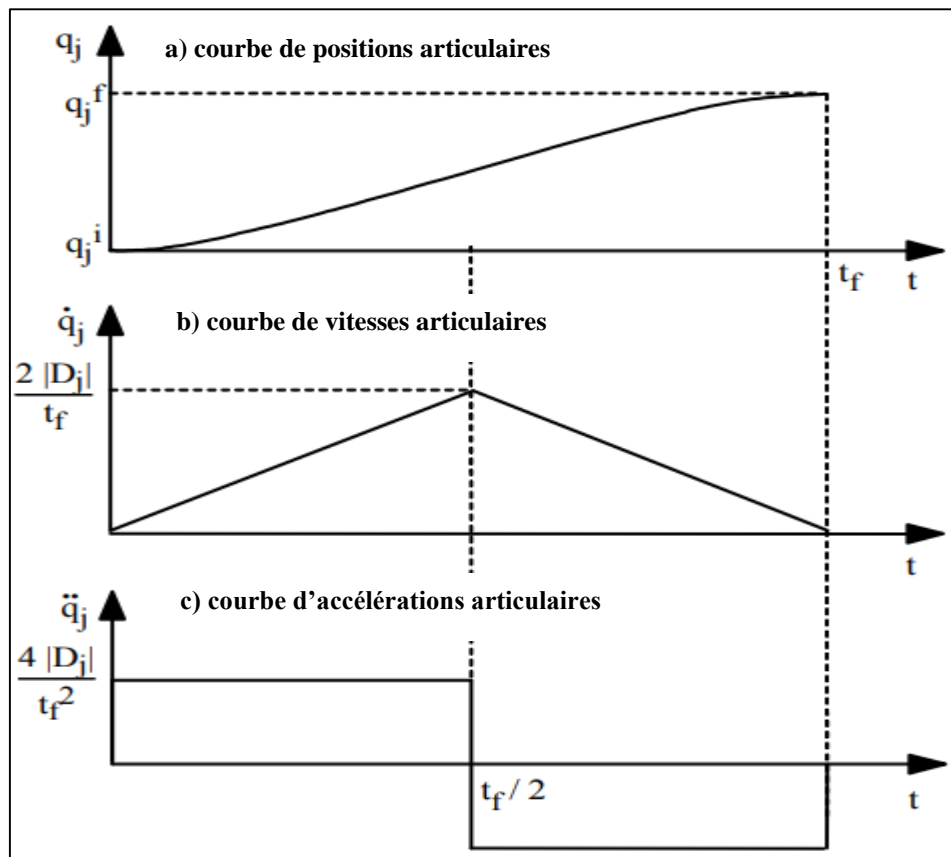


Figure I. 3: La loi de bang bang [5] .

Pour cette loi, le vecteur de variables articulaires a l'expression suivante [12] :

$$q(t) = \begin{cases} q_i + 2 D \left(\frac{t}{t_f}\right)^2 & \text{pour } 0 \leq t \leq \left(\frac{t_f}{2}\right) \\ q_i + D \left[1 - 4\left(\frac{t}{t_f}\right) - 2\left(\frac{t}{t_f}\right)^2 \right] & \text{pour } \left(\frac{t_f}{2}\right) \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

Les dérivations de cette loi, conduisent aux deux relations [12]:

$$|\dot{q}_{jmax}| = \frac{2|D_j|}{t_f} \quad (\text{I.8})$$

$$|\ddot{q}_{jmax}| = \frac{4|D_j|}{t_f^2} \quad (\text{I.9})$$

Afin de synchroniser les différents axes, t_f est calculée à l'aide de la relation suivante [10]:

$$t_f = \max[\max[\frac{2|D_1|}{K_{v1}}, 2\sqrt{\frac{|D_1|}{K_{a1}}}], \max[\frac{2|D_2|}{K_{v2}}, 2\sqrt{\frac{|D_2|}{K_{a2}}}], \dots, \max[\frac{2|D_n|}{K_{vn}}, 2\sqrt{\frac{|D_n|}{K_{an}}}],] \quad (\text{I.10})$$

I.4 La loi trapézoïdale en vitesse

La trapézoïdale en vitesse est, largement, utilisée en robotique industrielle. Elle cherche à réduire la durée du mouvement en saturant à la fois la vitesse et l'accélération [14]. Ici, aussi, c'est l'articulation la plus lente qui impose la durée du mouvement. Les autres axes sont synchronisés sur cette dernière de telle façon à avoir des temps d'accélération et de freinage égaux sur toutes les articulations [12].

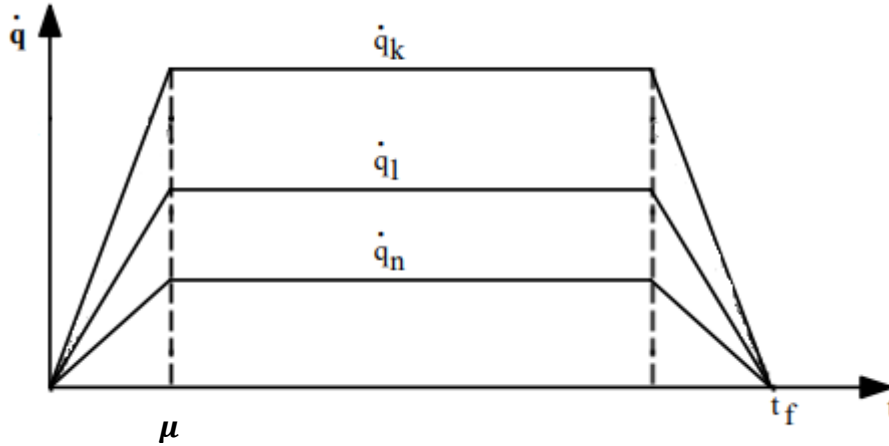


Figure I. 4 : la loi trapezoidal en vitesse [12].

Il est à signaler que le palier vitesse constante peut ne pas exister si la condition suivante n'est pas vérifiée [10]:

$$|D_j| > \frac{K_{vj}^2}{K_{aj}} \quad (\text{I.11})$$

Une fois que cette condition n'est pas remplie pour un axe donné, sa vitesse maximale est ajustée à l'aide de la relation suivante [10] :

$$K_{vj} = \sqrt{K_{aj} |D_j|} \quad (\text{I.12})$$

Le vecteur $\mathbf{q}(t)$ pour la loi trapézoïdale synchronisée se calcule à l'aide des trois relations suivantes [10]:

$$\mathbf{q}(t) = \begin{cases} \mathbf{q}_i + D \frac{t^2}{2\mu(t_f - \mu)} & \text{pour } 0 \leq t \leq \mu \\ \mathbf{q}_i + D \frac{(2t - \mu)}{2(t_f - \mu)} & \text{pour } \mu \leq t \leq t_f - \mu \\ \mathbf{q}_i + D \left[1 - \frac{(t_f - \mu)^2}{2\mu(t_f - \mu)} \right] & \text{pour } t_f - \mu \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

Où ; μ représente la durée des phases d'accélération et de freinage.

La durée correspondante de la phase d'accélération μ se calcule à l'aide de l'algorithme suivant :

- 1) $j=1$
- 2) si $j \neq 1$ alors $j=j+1$

- 3) Si $D_j \neq 0$ $r=j$ aller à 4) sinon aller à 2)
 4) Calculer les coefficients λ_r et v_r à l'aide des deux relation suivantes [10] :

$$\begin{cases} \lambda_r = \min \left[1, \frac{K_{vj} |D_r|}{K_{vr} |D_j|} \right] \\ v_r = \min \left[1, \frac{K_{aj} |D_r|}{K_{ar} |D_j|} \right] \end{cases} \quad \text{pour } j=r+1, \dots, n \quad (\text{I.14})$$

- 5) Calculer μ comme suit [10] :

$$\mu = \frac{\lambda_r K_{vr}}{v_r K_{ar}} \quad (\text{I.15})$$

La durée du mouvement t_f , avec cette loi, aura, ainsi, l'expression suivante [10] :

$$t_f = \mu + \frac{|D_r|}{\lambda_r K_{vr}} \quad (\text{I.16})$$

- 6) Fin.

I.5 Lissage de la loi trapézoïdale en vitesse

Le principal inconvénient de la loi précédente réside dans les discontinuités enregistrées en accélération. Pour plier à ce problème, un ajustement de la loi, au niveau des phases d'accélération et du freinage, s'impose [14].

La littérature propose plusieurs lois pour le lissage de la loi trapézoïdale, mais la plus simple à programmer et à manipuler est la loi du deuxième degré en accélération pour la première et la dernière phases de mouvement [12]. Ce qui implique, une loi du quatrième degré en position.

Le lissage de la loi trapézoïdale conduit à l'expression du vecteur $q(t)$ suivante [10]:

$$q(t) = \begin{cases} q_i + D \frac{1}{2(t_f - \mu)} \left(\frac{2t^3}{\mu^2} - \frac{t^4}{\mu^3} \right) & \text{pour } 0 \leq t \leq \mu \\ q_i + D \frac{(2t - \mu)}{2(t_f - \mu)} & \text{pour } \mu \leq t \leq t_f - \mu \\ q_i + D \left[1 - \frac{1}{2(t_f - \mu)} \left(\frac{2(t_f - t)^3}{\mu^2} - \frac{(t_f - t)^4}{\mu^3} \right) \right] & \text{pour } t_f - \mu \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

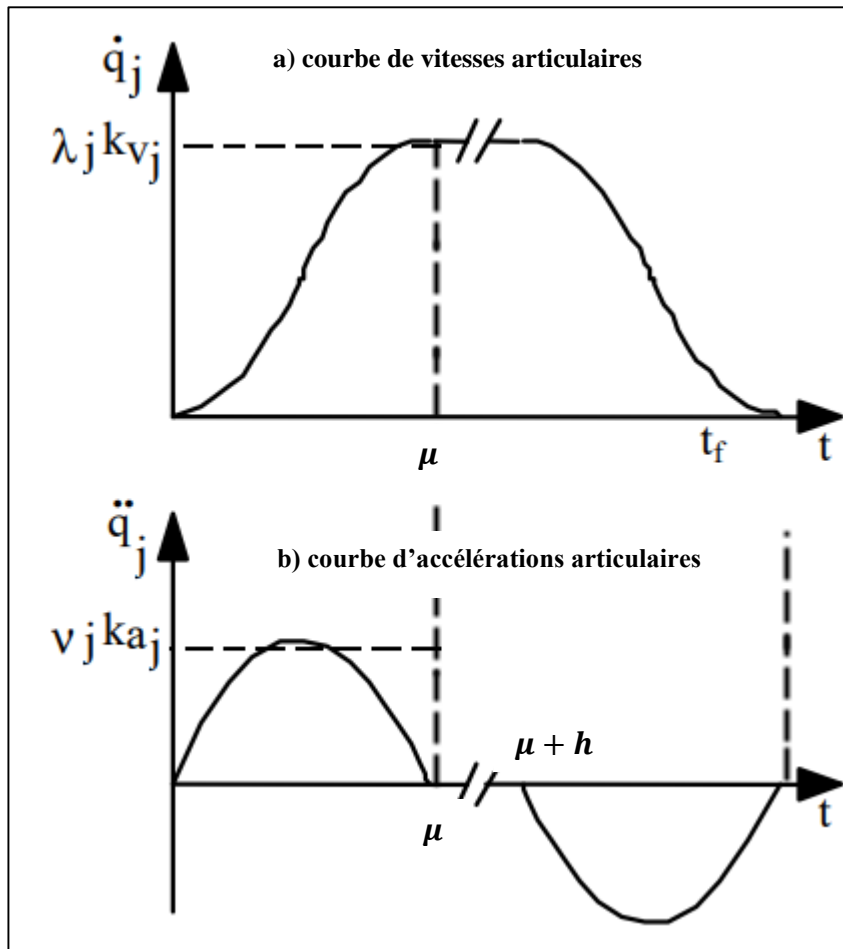


Figure I. 5: lissage de loi trapezoidale en vitesse [5].

La durée de la phase d'accélération μ et celle du mouvement t_f se calculent à l'aide du même algorithme présenté dans la section précédente, à l'exception de la relation I.15 qui est remplacée par la relation suivante [10]:

$$\mu = \frac{3 \lambda_r K_{vr}}{2 v_r K_{ar}} \quad (\text{I.18})$$

I.6 La loi polynomiale de degré cinq

L'utilisation d'une loi polynômiale de degré cinq pour la position permet d'avoir, non seulement, un mouvement continu en position, en vitesse et en accélération, mais aussi une loi facile à manipuler. La satisfaction des conditions aux limites conduit, pour cette loi, à l'expression du vecteur $q(t)$ suivante [14] :

$$q(t) = q_i + D \left(10 \left(\frac{t}{t_f} \right)^3 - 15 \left(\frac{t}{t_f} \right)^4 + 16 \left(\frac{t}{t_f} \right)^5 \right) \quad \text{pour } 0 \leq t \leq t_f \quad (\text{I.19})$$

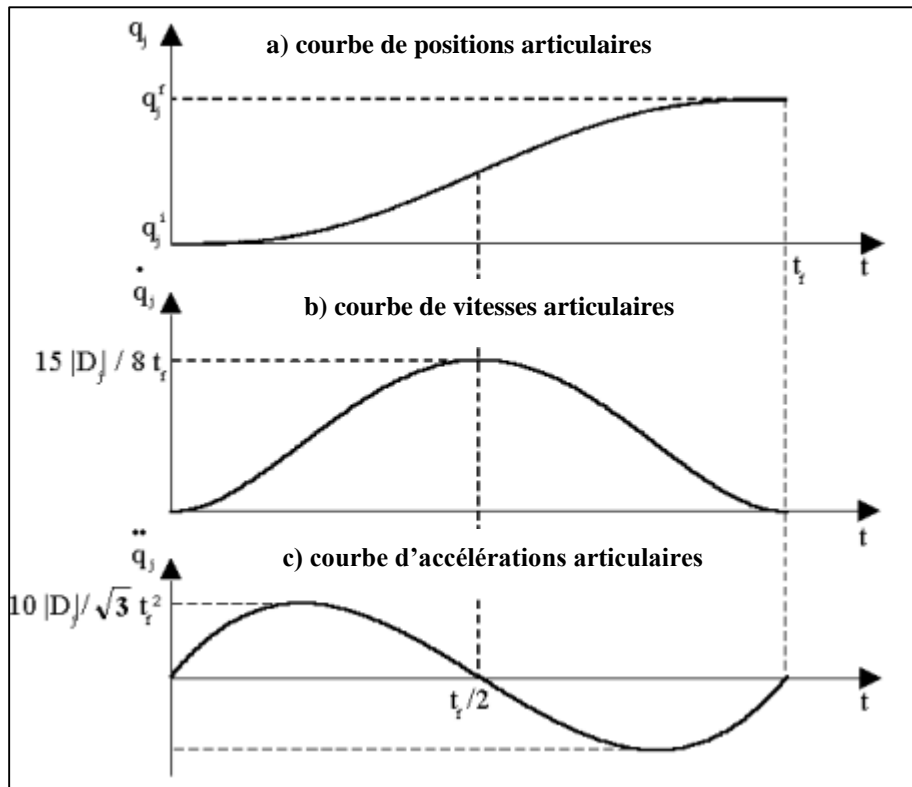


Figure I. 6: La loi polynomiale de degré cinq [10].

En dérivant la relation (I.19), on obtient les deux relations suivantes [5]:

$$|\dot{q}_{jmax}| = \frac{15|D_j|}{8t_f} \tag{I.20}$$

$$|\ddot{q}_{jmax}| = \frac{10|D_j|}{\sqrt{3}t_f^2} \tag{I.20}$$

Ce qui implique que t_f , qui permet de synchroniser les différents axes, se calcule de la manière suivante [5]:

$$t_f = \max[\max[\frac{15|D_1|}{8K_{v1}}, \sqrt{\frac{10|D_1|}{\sqrt{3}K_{a1}}}], \dots, \max[\frac{15|D_n|}{8K_{vn}}, \sqrt{\frac{10|D_n|}{\sqrt{3}K_{an}}}], \tag{I.21}$$

Chapitre II : Modèle dynamique.

II.1 Introduction

Le modèle dynamique figure parmi les modèles mathématiques nécessaires à la commande et à la conception des robots manipulateurs de type série [5]. Il permet d'exprimer les couples et/ou les forces appliquées aux actionneurs en fonction des positions, vitesses et accélérations articulaires, ainsi que les efforts extérieurs (forces et moments) qu'exercent le robot sur l'environnement [10]. Il a la formulation générale suivante [5] :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_e) \quad (\text{II.1})$$

où :

- $\boldsymbol{\tau}$: Vecteur des couples/forces des actionneurs,
- \mathbf{q} : vecteur des positions articulaires ;
- $\dot{\mathbf{q}}$: vecteur des vitesses articulaires ;
- $\ddot{\mathbf{q}}$: vecteur des accélérations articulaires ;
- \mathbf{f}_e : vecteur des efforts extérieurs (forces et moments) qu'exercent le robot sur l'environnement.

Malgré l'existence de plusieurs formalismes, dans la littérature, pour calculer le modèle dynamique [10], deux d'entre eux, seulement, sont largement utilisés. Ces deux formalismes sont les suivants :

- Le formalisme de Lagrange
- Le formalisme de Newton-Euler

Dans notre travail, le modèle dynamique est calculé à l'aide du deuxième formalisme. C'est pour quoi on se limite à donner un aperçu général sur le premier formalisme, tandis que le deuxième va être détailler.

I.2. Le formalisme de Lagrange

En cas d'absence d'effort extérieur sur l'organe terminal du robot, le formalisme de Lagrange décrit les équations du mouvement par l'expression suivante [5, 10] :

$$\boldsymbol{\tau}_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad \text{pour } i = 1 \dots, n \quad (\text{II.2})$$

Où L désigne lagrangien du système défini comme la différence entre l'énergie cinétique E et l'énergie potentielle U du système :

$$L = E - U \quad (\text{II.3})$$

Les deux dernières relations conduisent à la forme générale des équations dynamiques suivante [5, 10]:

$$\tau = A \ddot{q} + C \dot{q} + Q \quad (\text{II.4})$$

Où :

- A : est une matrice carrée, de dimension n , symétrique et définie positive, appelée matrice d'inertie du robot. Elle est déduite de l'écriture de l'énergie cinétique sous forme quadratique [5, 10]:

$$E = \frac{1}{2} \dot{q}^T A \dot{q} \quad (\text{II.5})$$

- C : est une matrice carrée, de dimension n . le produit $C \dot{q}$ représente le vecteur des couples/forces de Coriolis et des forces centrifuges. Les éléments de la matrice C peuvent être calculés à l'aide du symbole de Christoffel $c_{i,jk}$, comme suit [5, 10] :

$$\begin{cases} C_{ij} = \sum_{k=1}^n c_{i,jk} \dot{q}_k \\ c_{i,jk} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial A_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial A_{jk}}{\partial q_i} \right] \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

- Q : vecteur colonne, de dimension n , appelé vecteur des couples/forces de gravité [5, 10]. Il est calculé à partir de l'énergie potentielle de la manière suivante [5, 10] :

$$Q_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} \quad (\text{II.7})$$

II.3 Formalisme de Newton-Euler

Luh et al. [6] ont proposé un algorithme, basé sur les équations de Newton-Euler utilisé, qui permet de faire le calcul du modèle dynamique en ligne [5, 10]. Il comporte une double récurrence : une récurrence avant du corps C_0 vers le corps C_n suivie d'une récurrence arrière qui se déroule dans le sens inverse [5, 10].

Lors de la première récurrence sont calculées, successivement, pour chaque corps, la vitesse, l'accélération et le torseur dynamique [5, 10]. Une fois que cette récurrence se termine, elle est suivie d'une récurrence arrière afin de déterminer les couples des actionneurs ainsi que le bilan des efforts de chaque corps [5, 10].

Si G_j est le centre de gravité du corps C_j , le torseur dynamique des efforts extérieurs en ce point sur C_j est exprimé par les équations de Newton-Euler suivantes [5, 10] :

$$F_j = M_j \dot{V}_{G_j} \quad (\text{II.8})$$

$$\mathcal{M}_{G_j} = I_{G_j} \dot{\omega}_j + \omega_j \times (I_{G_j} \omega_j) \quad (\text{II.9})$$

Où [5, 10] :

- F_j : résultante des forces extérieures sur le corps C_j .
- G_j : centre de gravité du corps C_j .
- I_{G_j} : matrice d'inertie du corps C_j par rapport à un repère parallèle à R_j et d'origine G_j .
- M_j : masse du corps C_j .
- \mathcal{M}_{G_j} : moment des efforts extérieurs exercés sur le corps C_j autour de G_j .
- \dot{V}_{G_j} : accélération du centre de gravité du corps C_j .
- $\dot{\omega}_j$: accélération de rotation du corps C_j .
- ω_j : Vitesse de rotation du corps C_j .

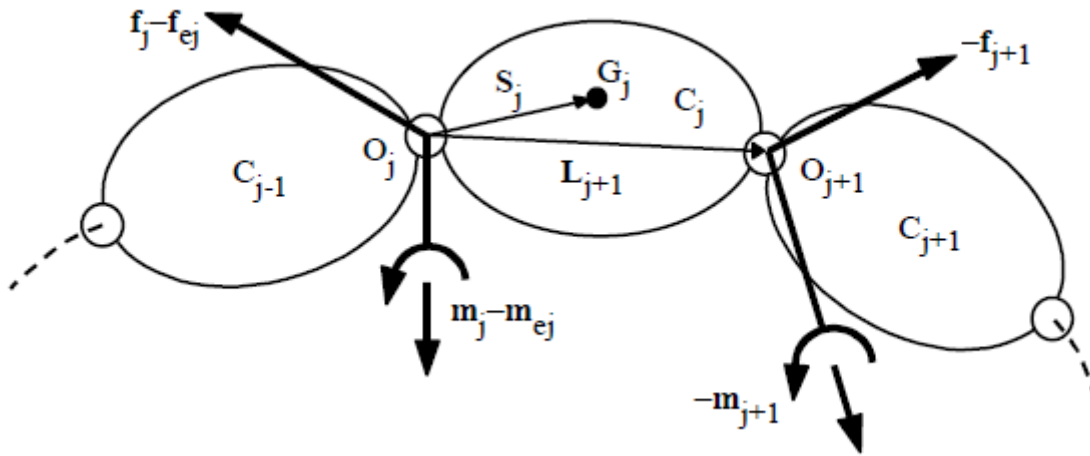


Figure II. 1: Bilan des efforts au corps C_j [5, 10].

Ce torseur s'exprime dans l'origine O_j à l'aide des relations suivantes :

$$F_j = M_j V_j + \dot{\omega}_j \times MS_j + \omega_j \times (\omega_j \times MS_j) \quad (\text{II.10})$$

$$\mathcal{M}_j = J_j \dot{\omega}_j + \omega_j \times (J_j \omega_j) + MS_j \times \dot{V}_j \quad (\text{II.11})$$

avec [5, 10] :

- V_j : vitesse du point O_j .
- MS_j : premier moment d'inertie du corps C_j autour de l'origine du repère R_j , égal à $M_j S_j$.
- S_j : désigne le vecteur $O_j G_j$.
- \mathcal{M}_j : moment des efforts extérieurs exercés sur le corps C_j autour de O_j .
- ${}^j J_j$: matrice d'inertie du corps C_j par rapport au repère R_j , les éléments de cette matrice sont notés comme suit :

$${}^j J_j = \begin{bmatrix} {}^j XX_j & {}^j XY_j & {}^j XZ_j \\ {}^j XY_j & {}^j YY_j & {}^j YZ_j \\ {}^j XZ_j & {}^j YZ_j & {}^j ZZ_j \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

- \dot{V}_j : accélération du point O_j .

Afin de trouver les grandeurs recherchées, lors de la récurrence arrière un bilan des efforts, écrit à l'origine O_j , doit être établi. Ainsi, en se basant sur la figure II.1 on peut écrire [5, 10]:

$$\mathbf{F}_j = \mathbf{f}_j - \mathbf{f}_{j+1} + \mathbf{M}_j \mathbf{g} - \mathbf{f}_{ej} \quad (\text{II.13})$$

$$\mathcal{M}_j = \mathbf{m}_j - \mathbf{m}_{j+1} - \mathbf{L}_{j+1} \times \mathbf{f}_{j+1} + \mathbf{S}_j \times \mathbf{M}_j \mathbf{g} - \mathbf{m}_{ej} \quad (\text{II.14})$$

Où [5, 10] :

- \mathbf{f}_j : résultante du torseur dynamique exercé sur le corps C_j par le corps C_{j-1} .
- \mathbf{g} : accélération de la pesanteur.
- \mathbf{f}_{ej} : résultante du torseur dynamique exercé par le corps C_j sur l'environnement.
- \mathbf{m}_j : moment du torseur dynamique exercé sur le corps C_j par le corps C_{j-1} .
- \mathbf{L}_j : vecteur égal à $O_{j-1} O_j$.
- \mathbf{m}_{ej} : moment du torseur dynamique exercé par le corps C_j sur l'environnement.

Pour faire intervenir l'effet de la gravité sans qu'elle apparaisse dans les équations du bilan des efforts, il suffit de supposer que [5, 10] :

$$\dot{V}_0 = -\mathbf{g} \quad (\text{II.15})$$

Une fois que cette supposition est faite, le torseur dynamique exercé sur le corps C_j par le corps C_{j-1} au point O_j s'exprime à l'aide des deux relations suivantes [5, 10]:

$$\mathbf{f}_j = \mathbf{F}_j + \mathbf{f}_{j+1} + \mathbf{f}_{ej} \quad (\text{II.16})$$

$$\mathbf{m}_j = \mathcal{M}_j + \mathbf{m}_{j+1} + \mathbf{L}_{j+1} \times \mathbf{f}_{j+1} + \mathbf{m}_{ej} \quad (\text{II.17})$$

Enfin, le couple $\boldsymbol{\tau}_j$ peut être à l'aide de l'expression suivante [5, 10] :

$$\boldsymbol{\tau}_j = (\sigma_j \mathbf{f}_j + \bar{\sigma}_j \mathbf{m}_j)^T \mathbf{a}_j + F_{sj} \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}_j) + F_{vj} \dot{\mathbf{q}}_j + I \mathbf{a}_j \ddot{\mathbf{q}}_j \quad (\text{II.18})$$

avec [5, 10] :

- σ_j : variable booléenne égale à 1 si l'articulation est prismatique sinon elle est égale à 0 .
- \mathbf{a}_j : vecteur unitaire suivant l'axe \mathbf{Z}_j .
- F_{sj} : paramètre de frottement sec de l'articulation j .
- F_{vj} : paramètre de frottement visqueux de l'articulation j .
- $I \mathbf{a}_j$: moment d'inertie du rotor de l'actionneur j et de son réducteur ressenti par l'articulation.

II.3.1. Forme pratique du Formalisme de Newton-Euler

Pour une implantation facile de l'algorithme Luh et al. [6] il est judicieux de le mettre sous la forme pratique suivante [5, 10]:

- **Récurrance avant :**

Initialisation : $\boldsymbol{\omega}_0 = \mathbf{0}$, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 = \mathbf{0}$, $\dot{\mathbf{V}}_0 = -\mathbf{g}$.

pour $j = 1, \dots, n$:

$${}^j \boldsymbol{\omega}_{j-1} = {}^j A_{j-1} {}^{j-1} \boldsymbol{\omega}_{j-1} \quad (\text{II.19})$$

$${}^j \boldsymbol{\omega}_j = {}^j \boldsymbol{\omega}_{j-1} + \bar{\sigma}_j \dot{\mathbf{q}}_j {}^j \mathbf{a}_j \quad (\text{II.20})$$

$${}^j \dot{\boldsymbol{\omega}}_j = {}^j A_{j-1} {}^{j-1} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{j-1} + \bar{\sigma}_j (\ddot{\mathbf{q}}_j {}^j \mathbf{a}_j + {}^j \boldsymbol{\omega}_{j-1} \times \dot{\mathbf{q}}_j {}^j \mathbf{a}_j) \quad (\text{II.21})$$

$${}^j \mathbf{U}_j = {}^j \hat{\boldsymbol{\omega}}_j + {}^j \hat{\boldsymbol{\omega}}_j {}^j \hat{\boldsymbol{\omega}}_j \quad (\text{II.22})$$

$${}^j \dot{\mathbf{V}}_j = {}^j A_{j-1} ({}^{j-1} \dot{\mathbf{V}}_{j-1} + {}^{j-1} \mathbf{U}_{j-1} {}^{j-1} \mathbf{P}_j) + \sigma_j (\ddot{\mathbf{q}}_j {}^j \mathbf{a}_j + 2 {}^j \boldsymbol{\omega}_{j-1} \times \dot{\mathbf{q}}_j {}^j \mathbf{a}_j) \quad (\text{II.23})$$

$${}^j \mathbf{F}_j = M_j {}^j \dot{\mathbf{V}}_j + {}^j \mathbf{U}_j {}^j \mathbf{M} \mathbf{S}_j \quad (\text{II.24})$$

$${}^j \mathcal{M}_j = {}^j J_j {}^j \dot{\boldsymbol{\omega}}_j + {}^j \boldsymbol{\omega}_j \times ({}^j J_j {}^j \boldsymbol{\omega}_j) + {}^j \mathbf{M} \mathbf{S}_j \times {}^j \dot{\mathbf{V}}_j \quad (\text{II.25})$$

- **Récurrance arrière :**

pour $j = n, \dots, 1$:

$${}^j \mathbf{f}_j = {}^j \mathbf{F}_j + {}^j \mathbf{f}_{j+1} + {}^j \mathbf{f}_{ej} \quad (\text{II.26})$$

$${}^{j-1} \mathbf{f}_j = {}^{j-1} A_j {}^j \mathbf{f}_j \quad (\text{II.27})$$

$${}^j \mathbf{m}_j = {}^j \mathcal{M}_j + {}^j A_{j+1} {}^{j+1} \mathbf{m}_{j+1} + {}^j \mathbf{p}_{j+1} \times {}^j \mathbf{f}_{j+1} + {}^j \mathbf{m}_{ej} \quad (\text{II.28})$$

$$\boldsymbol{\tau}_j = (\sigma_j {}^j \mathbf{f}_j + \bar{\sigma}_j {}^j \mathbf{m}_j)^T {}^j \mathbf{a}_j + F_{sj} \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}_j) + F_{vj} \dot{\mathbf{q}}_j + I \mathbf{a}_j \ddot{\mathbf{q}}_j \quad (\text{II.29})$$

Dans les expressions de II.19 à II.20 :

- ${}^j A_i$ désigne la matrice d'orientation du repère R_i par rapport au repère R_j .
- ${}^j \hat{\omega}_j$ et ${}^j \omega_j$ représentent les matrices antisymétriques du préproduit vectoriel des vecteurs, respectivement, ${}^j \dot{\omega}_j$ et ${}^j \omega_j$.

II.3.2. Comparaison entre les deux formalismes

Tableau II. 1: Comparaison entre les deux formalismes [15].

Formalisme de	Pour un robot à n d.d.l Nombre d'opérations de		Pour un robot à 6 d.d.l Nombre d'opérations de	
	Multiplications	Additions	Multiplications	Additions
Lagrange [16]	$32 \frac{1}{2} n^4 + 86 \frac{5}{12} n^3$ $+ 171 \frac{1}{4} n^2 + 53 \frac{1}{3} n$ $- 128$	$25 n^4 + 66 \frac{1}{3} n^3$ $+ 192 \frac{1}{2} n^2 + 42 \frac{1}{3} n$ $- 96$	66271	51548
Newton-Euler [16]	$150 n - 48$	$131 n - 48$	852	738

Le tableau II.1 donne une comparaison entre les deux formalismes en termes de nombre d'opérations de calculs. On constate que le formalisme de Lagrange est très coûteux en terme du temps de calculs. En effet, ce formalise, pour calculer le modèle dynamique d'un robot à 6 d.d.l. exige de faire 117819 opérations. Or que son concourant, pour le même cas, demande de faire, seulement, 1590 opérations. De plus le formalisme de Newton-Euler donne, non seulement, les couples des actionneurs, mais, aussi, il permet de donner, pour chaque corps, le bilan des efforts. Ce qui est primordiale lors de la phase de conception.

Chapitre III : Effet de la loi de génération de trajectoire sur les couples des actionneurs du PUMA 560

III.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter les résultats des simulations faites à l'aide des programmes, élaborés sous l'environnement Matlab, de l'effet des quatre lois d'interpolation, présentées dans le premier chapitre, sur la variation des couples des actionneurs d'un robot industriel.

Le robot industriel choisi comme modèle dans notre étude est le robot PUMA 560 (Programmable Universal Machine for Assembly). Ce choix est justifié par la disponibilité de ces paramètres inertielles (centre de masses, matrice d'inertie, ... etc.) dans la littérature.

III.2. Description du robot PUMA 560

Le robot PUMA 560 est un bras manipulateur, du type série, à 6 axes. Il possède un poignet d'axes concourants alors que son porteur est du type anthropomorphe. Les applications industrielles les plus courantes, de ce robot, sont le soudage à l'arc, le soudage par points et les applications du type « pick and place » [17].

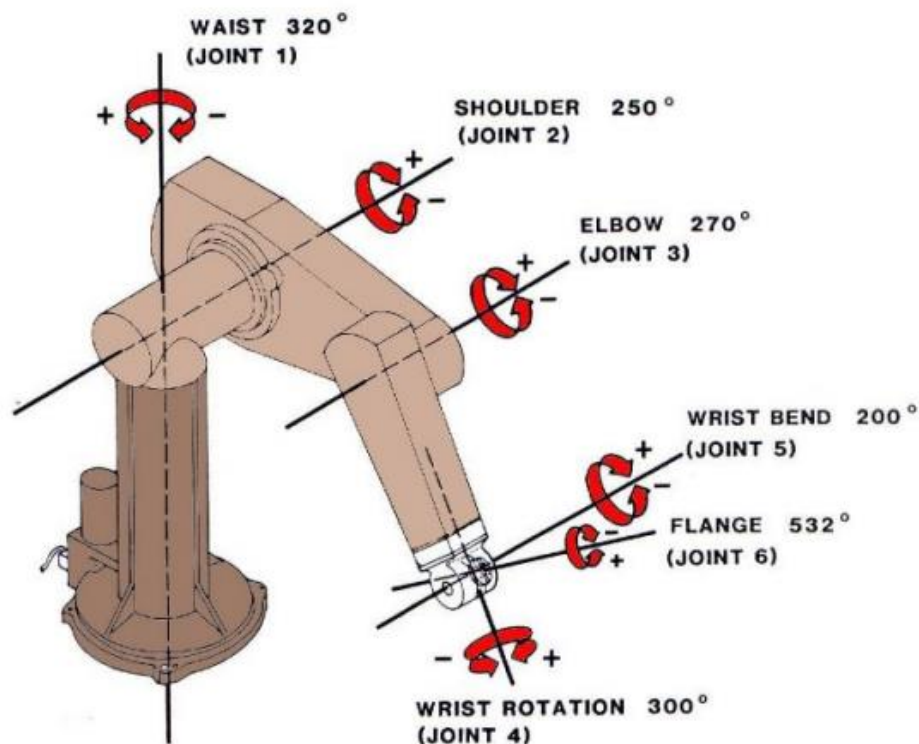


Figure III. 1: les articulations du robot PUMA 560 et leurs débattements [18].

La figure III.2 montre le paramétrage géométrique du robot PUMA 560 à la position zéro (c'est-à-dire à la configuration où toutes les variables articulaires sont nulles) selon la convention de **Denavit-Hartenberg Modifiée** (DHM), appelée aussi convention de Khalil-Kleinfinger. Le tableau III.1 donne les paramètres de DHM du robot étudié. Ce tableau montre que les longueurs de segments du PUMA 560 lui offrent une portée d'environ 864 mm.

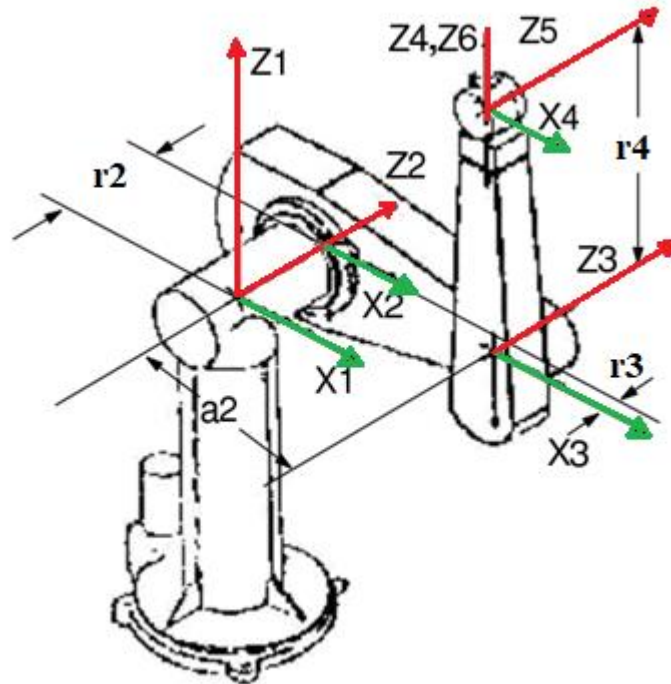


Figure III. 2: Paramétrage géométrique par la convention de DHM du PUMA560 [19].

Tableau III. 1: Paramètres de DHM du Robot PUMA 560.

j	α_j (Degrés)	a_j (m)	θ_j	r_j (m)
1	0	0	θ_1	0
2	-90	0	θ_2	0.2435
3	0	0.4318	θ_3	-0.0934
4	90	-0.0203	θ_4	0.4331
5	-90	0	θ_5	0
6	90	0	θ_6	0

Les masses M_j , les premiers moments d'inertie MS_j et les matrices d'inertie J_j de l'ensemble des corps du robot sont appelées paramètres inertiels standard du robot [12]. La détermination de ces paramètres, en pratique, se fait à l'aide d'une opération d'identification dynamique [10]. Cependant, une estimation de ces paramètres peut être faite à l'aide d'un logiciel de CAO robotique.

Dans ce travail, les paramètres inertiels du PUMA 560, donnés par le tableau III.2, sont tirés du travail d'Armstrong et al. [20]. Pour le corps C_3 Armstrong et al. donnent ses paramètres inertiels avec et sans effecteur [20], dans notre travail on a choisi ceux avec effecteur.

Tableau III. 2: Paramètres inertiels du Robot PUMA 560 [20].

Corps j	1	2	3	4	5	6
Masse (kg)	-	17.40	6.04	0.82	0.34	0.09
${}^j S_j$ (m)	-	$\begin{bmatrix} 0.068 \\ 0.006 \\ -0.016 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.143 \\ 0.014 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.019 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.032 \end{bmatrix}$
${}^j XX_j$ (kg m ²)	-	0.130	0.192	1.80×10^{-3}	1.80×10^{-3}	1.30×10^{-3}
${}^j YY_j$ (kg m ²)	-	0.524	0.0154	0.30×10^{-3}	0.30×10^{-3}	0.40×10^{-3}
${}^j ZZ_j$ (kg m ²)	0.35	0.539	0.212	0.15×10^{-3}	0.15×10^{-3}	0.04×10^{-3}
Ia_j (kg m ²)	1.14	4.71	0.83	0.200	0.179	0.193

Les limites cinématiques des articulations et les couples maximaux des actionneurs du robot PUMA 560, reportées sur le tableau III.3., sont identiques à celles données par le travail de Chettibi et al. [12].

Tableau III. 3 : Performances cinématiques et dynamiques du robot PUMA 560 [12].

j	1	2	3	4	5	6
$q_{max}(rad)$	π	$3\pi/4$	$3\pi/4$	$3\pi/4$	$3\pi/4$	$3\pi/4$
$K_v(rad/s)$ (\dot{q}_{max})	8	10	10	5	5	5
$K_a(rad/s^2)$ (\ddot{q}_{max})	10	12	12	8	8	8
$\ddot{q}_{max}(rad/s^3)$	30	40	40	20	20	20
$\tau_{max}(N.m)$	97.6	186.4	89.4	24.2	20.1	21.3

III.3. Effet de la loi de génération de trajectoire sur les couples des actionneurs du PUMA 560

Benzoura et al. [21] ont élaboré un script, sous l'environnement Matlab, qui permet de calculer symboliquement le modèle dynamique d'un robot industriel quelconque à l'aide de l'algorithme Luh et al. [10]. Cet algorithme est basé sur les équations de Newton-Euler. En introduisant les paramètres de DHM et les paramètres inertiels du robot PUMA 560, donnés respectivement par les tableaux III.1 et III.2, dans ce script, on a pu calculer son modèle dynamique. Cependant, le modèle ne tient pas compte des frottements secs et visqueux des articulations.

Bettahar et al. [22] ont élaboré un script Matlab qui permet de générer la trajectoire d'un robot industriel, dans l'espace articulaire, entre deux points sous contraintes cinématiques selon les quatre lois énumérées dans le premier chapitre. En modifiant ce programme par l'introduction des contraintes cinématiques du PUMA 560, données par le tableau III.3, ainsi que l'implantation de son modèle dynamique, on a pu calculer et visualiser les couples des actionneurs issues des quatre lois étudiées.

Pour les quatre lois de générations de mouvement, on suppose que le robot PUMA 560, se déplace entre les positions articulaires données par le tableau III.4.

Tableau III. 4: Positions articulaires initiale et finale.

	j	1	2	3	4	5	6
Position Initiale	$q_{ij}(^\circ)$	-45	45	110	-50	50	0
Position Finale	$q_{fj}(^\circ)$	100	-120	-20	20	-30	220

III.3.1. La loi Bang-Bang

Les positions, les vitesses et les accélérations articulaires engendrées par la loi Bang-Bang sont présentées sur, respectivement, les figures III.3, III.4 et III.5.

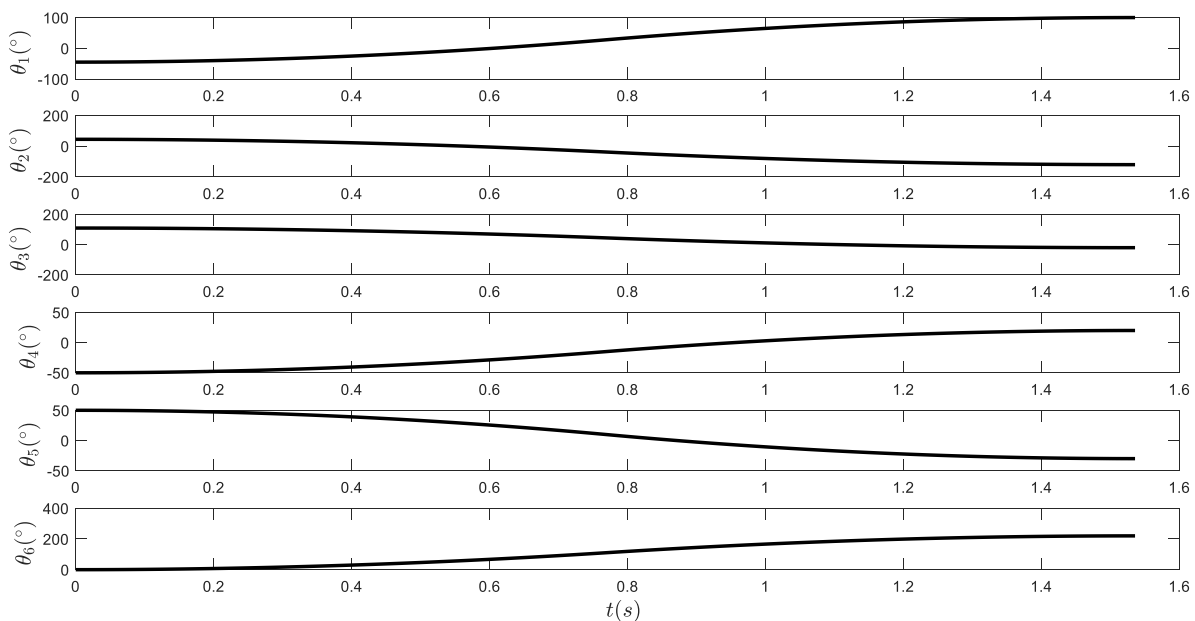


Figure III. 3 : Variation des positions articulaires engendrée par la loi Bang-Bang .

Tout d'abord, on constate que la durée du mouvement $t_f = 1.5359s$. Seule la sixième articulation a atteint sa vitesse maximale qui est égale à 5 rad/s. Ce qui signifie que, pour le cas étudié, c'est l'articulation la plus lente. En revanche, aucune articulation a atteint la valeur limite de son accélération. Pour cette loi le jerk est nul.

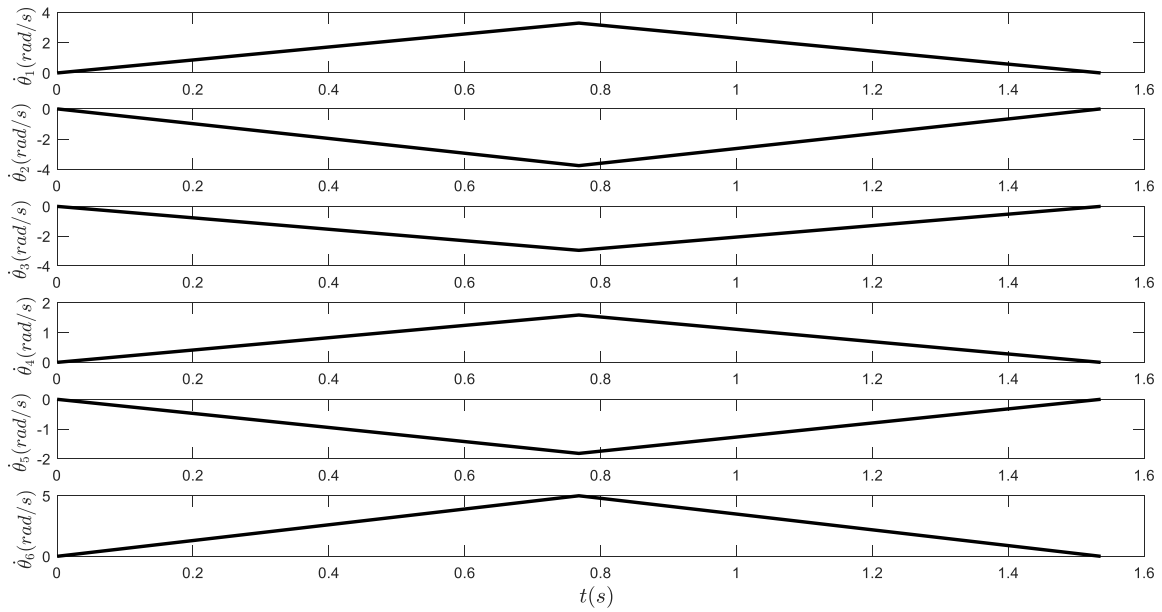


Figure III. 4: Variation des vitesses articulaires engendrée par la loi Bang-Bang .

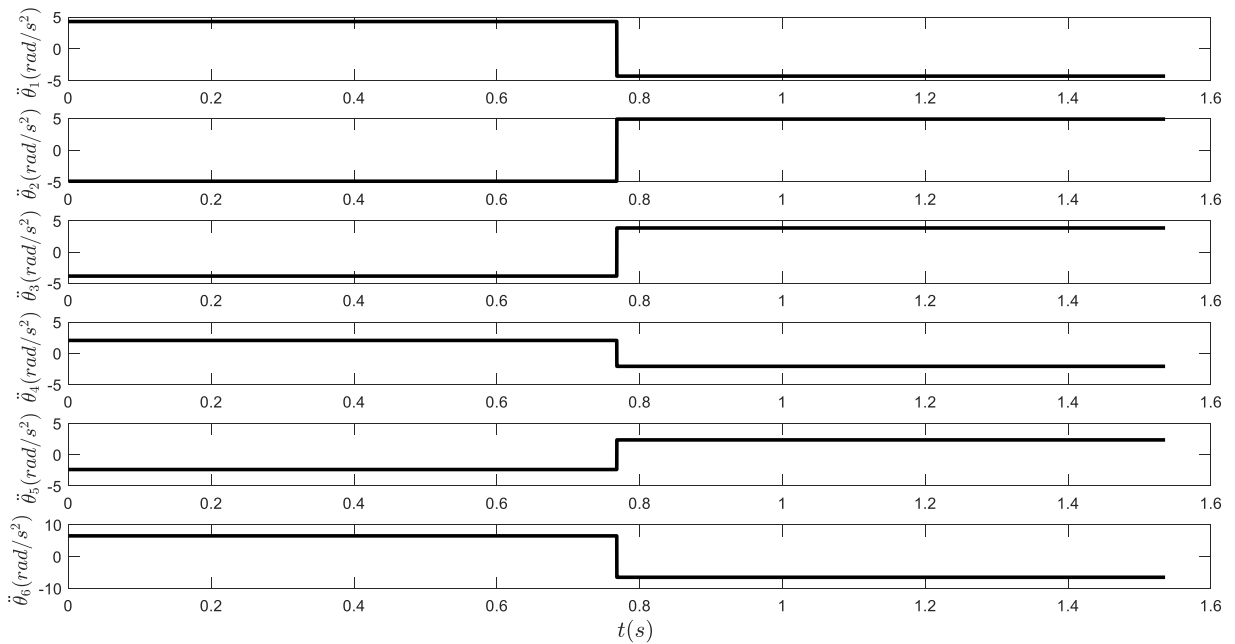


Figure III. 5 :Variation des accélérations articulaires engendrée par la loi Bang-Bang .

Sur la figure III.6, on a tracé les couples des actionnaires du PUMA 560 pour le déplacement articulaire étudié. On remarque que chaque couple présente deux phases de durée égale à $\frac{t_f}{2}$. Le signe du couple dans la deuxième phase est opposé à celui de la première. Pour tous les couples, on enregistre une discontinuité au moment de changement de phases (c'est-à-dire à $t = \frac{t_f}{2}$). Cette discontinuité engendre des vibrations.

C'est le deuxième actionneur, pour le déplacement imposé, qui a donné les plus grandes valeurs des couples. En effet, en valeurs absolues, ce couple varie entre 14.13 et 44.52 $N.m$.

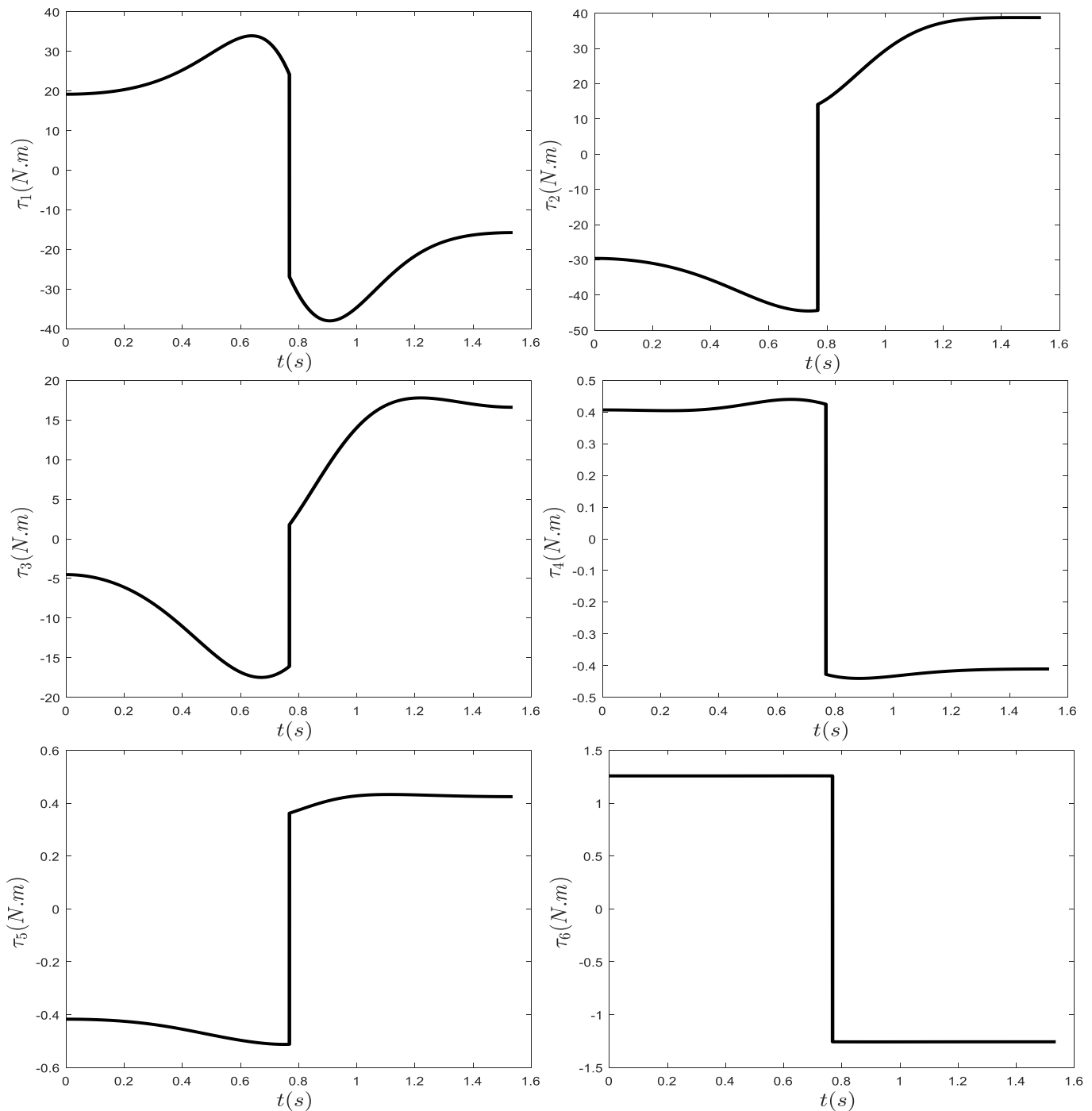


Figure III. 6 : Couples des actionneurs engendrés par la loi Bang-Bang.

Les valeurs enregistrées pour le premier couple, en valeurs absolues, sont compris entre 15.73 et 37.99 $N.m$. Alors que les valeurs du troisième couple en valeurs absolues fluctuent entre 1.78 et 17.78 $N.m$. les couples des actionneurs du poignet sont négligeables par rapport aux trois premiers.

III.3.2. La loi trapézoïdale en vitesse

La condition d’existence du palier de vitesse pour chaque axe est donnée par la relation I.11. Pour les limites cinématiques du robot PUMA 560 (données par le tableau III.2), les valeurs $\frac{K_{vj}^2}{K_{aj}}$ sont données par le tableau suivant :

Tableau III. 5 : condition d’existence du palier de vitesse pour chaque axe .

j	1	2	3	4	5	6
$\frac{K_{vj}^2}{K_{aj}}$ [rad]	6.40	8,33	8,33	3,13	3,13	3,13
[°]	366.88	477,71	477,71	179,14	179,14	179,14

Le tableau III.5 montre que pour le déplacement imposé, la condition est vérifiée pour le sixième axe $D_6 = 220 - 0 = 220 > 179.14^\circ$. Ainsi, comme les axes sont synchronisés, le palier de vitesse existe pour l’ensemble des axes.

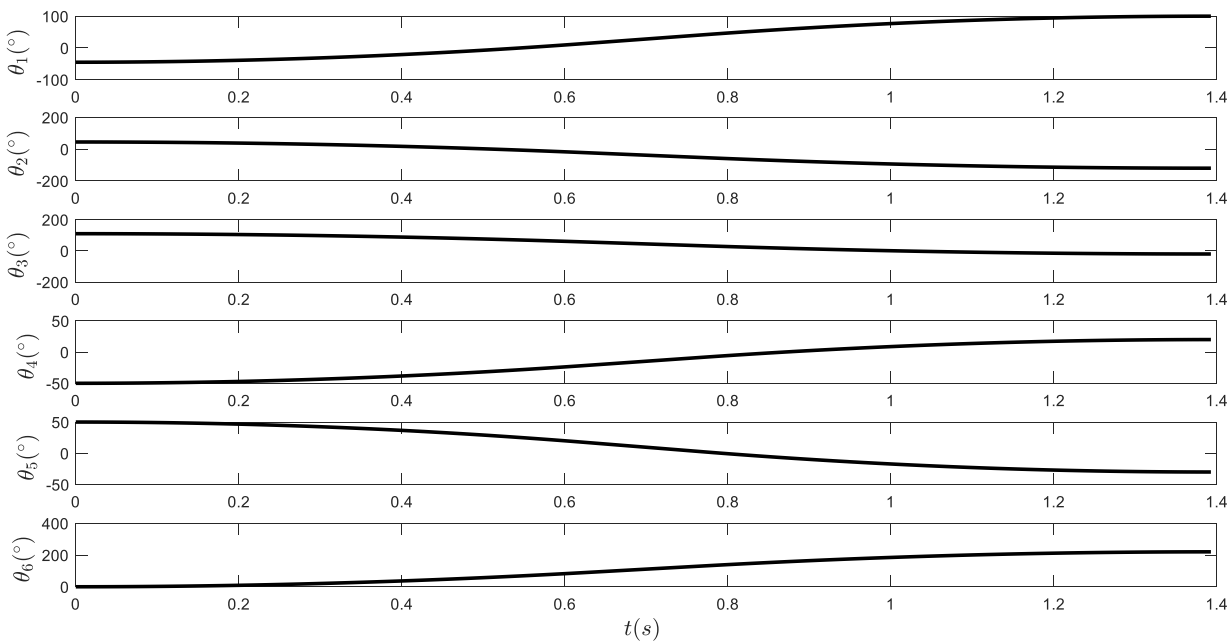


Figure III. 7 :Variation des positions articulaires engendrée par la loi trapézoïdale.

Sur les figures III.7, III.8 et III.9 nous avons tracés, respectivement, les positions, les vitesses et les accélérations articulaires engendrées pour le déplacement étudié selon la loi trapézoïdale en vitesse. Pour cette loi, le temps du mouvement t_f est égal à **1.3929s** alors que la durée des phases accélération et décélération μ est égale à **0.625s**. Khalil [5] présume que la durée du mouvement

de la loi trapézoïdale moins la durée μ est égale à la moitié de la durée de mouvement engendré par la loi Bang-Bang. Ce qui est vérifiée pour notre cas.

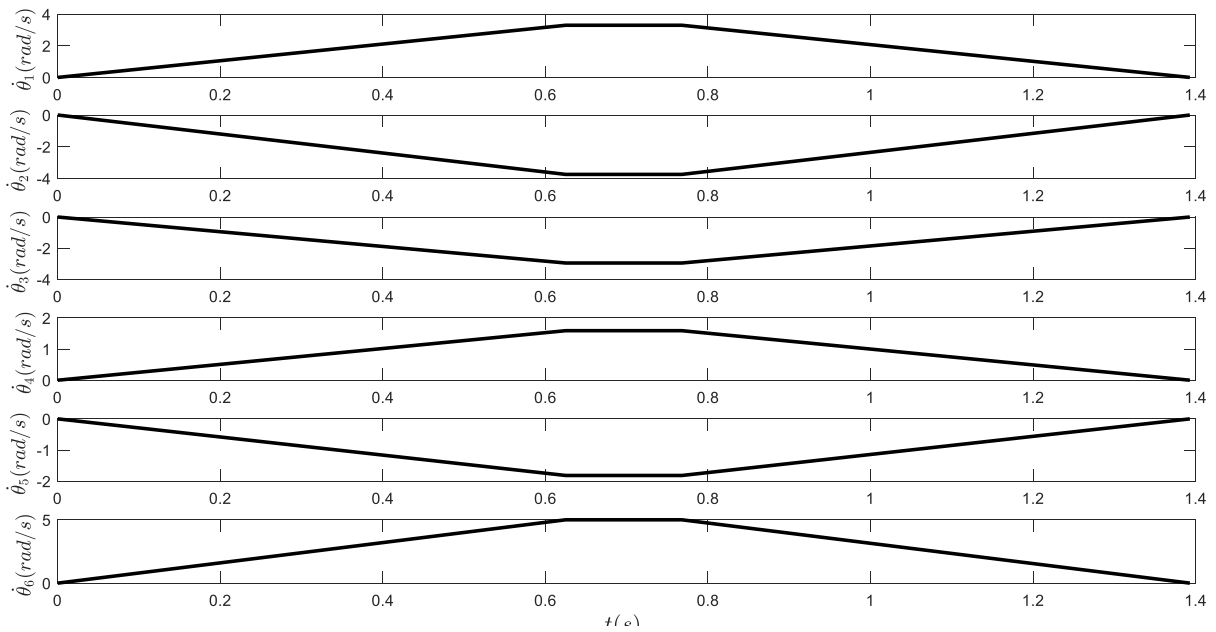


Figure III. 8 :Variation des vitesses articulaires engendrée par la loi trapézoïdale

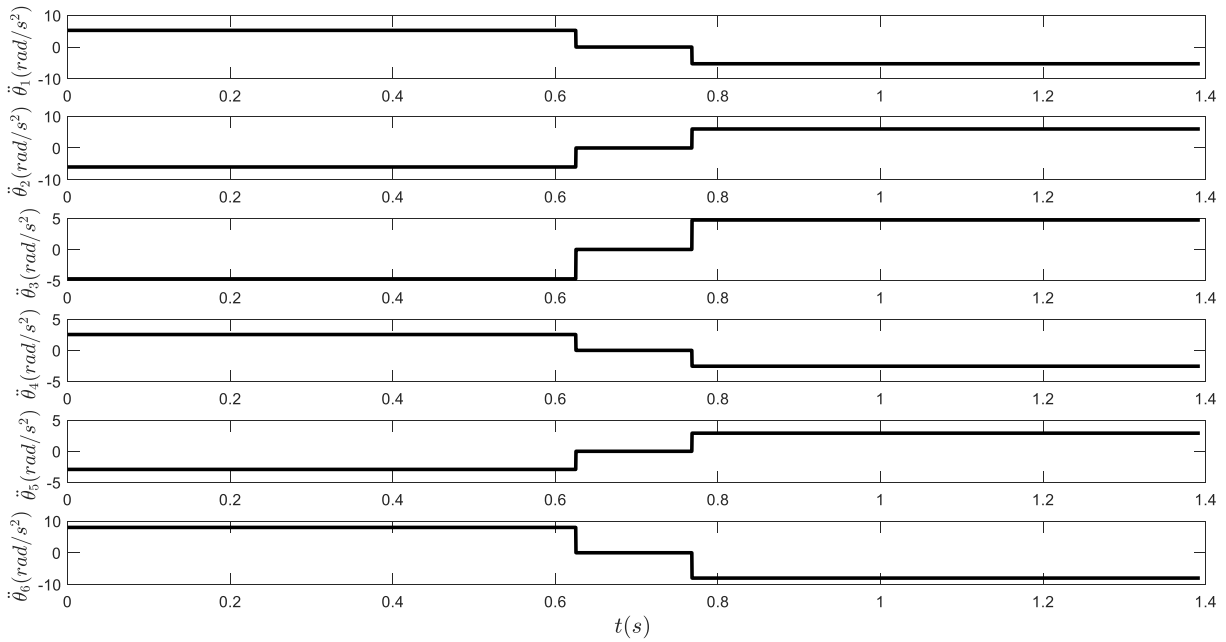


Figure III. 9 :Variation des accélérations articulaires engendrée par la loi trapézoïdale.

On remarque, pour la sixième articulation la vitesse et l'accélération sont saturées à la fois ce qui permet de réduire le temps de mouvement par rapport à la loi précédente.

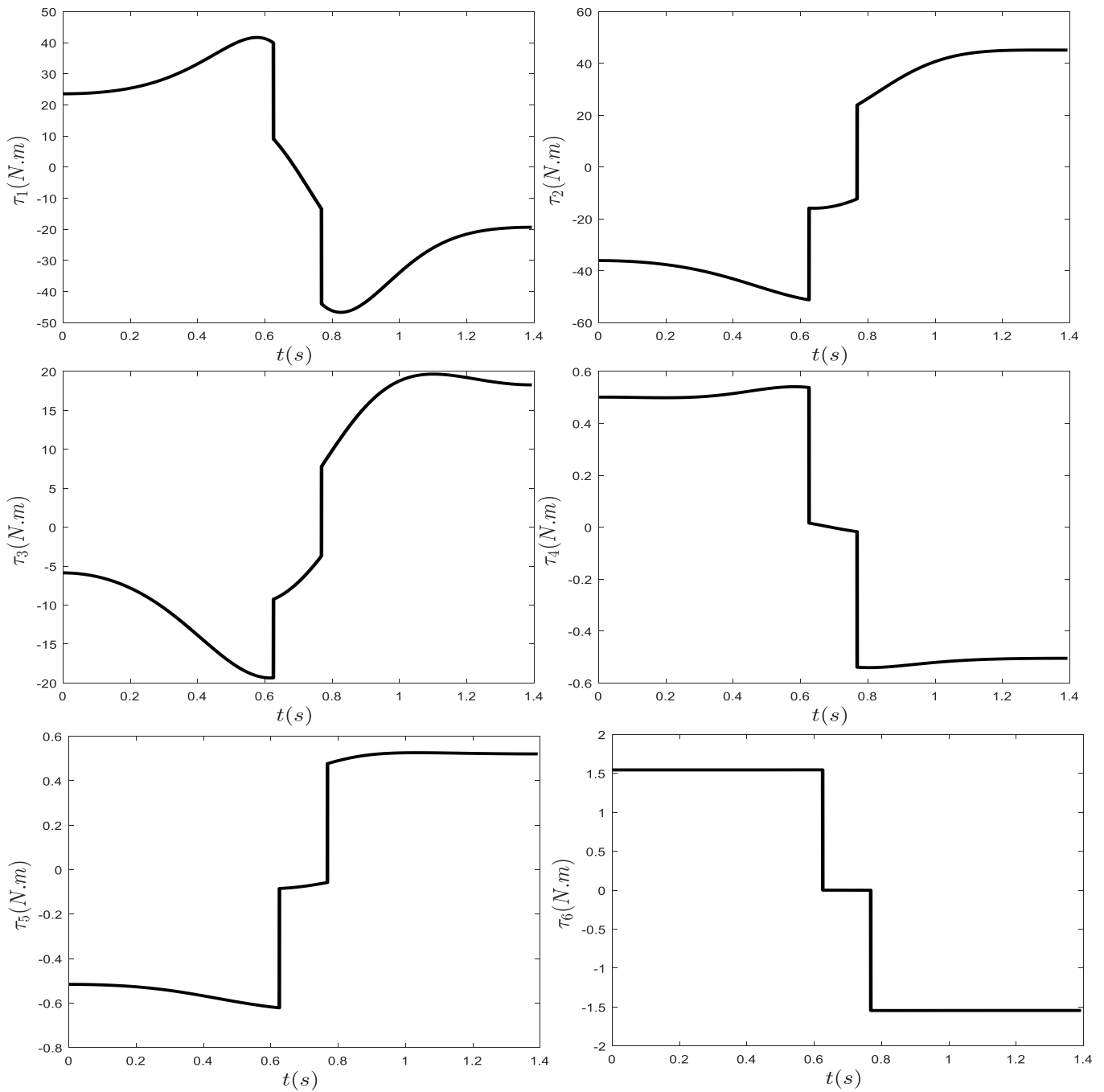


Figure III. 10 : Couples des actionneurs engendrés par la loi trapézoïdale.

Les couples engendrés par la loi de trapézoïdale marquent deux discontinuités qui correspondent aux changements de phases de mouvement. Ces discontinuités vont amplifier les vibrations de la structure mécanique du robot. Là, aussi, les plus grandes valeurs des couples sont enregistrées pour le deuxième axe. En valeurs absolues, les plus grandes valeurs des trois premiers couples sont, respectivement, 46.68, 51.19 et 19.66 $N.m$. Ces valeurs sont supérieures à celles obtenues par la loi Bang-Bang.

III.3.3. Lissage de la loi trapézoïdale en vitesse

La condition d'existence du palier de vitesse et de saturation à la fois de vitesse et de l'accélération, pour cette loi est donnée par la relation suivante [10] :

$$|D_j| > \frac{3 K_{vj}^2}{2 K_{aj}} \tag{III.1}$$

Le déplacement imposé par notre étude ne permet pas de satisfaire cette condition. Ainsi, le palier de vitesse ne va pas apparaître pour tous les axes.

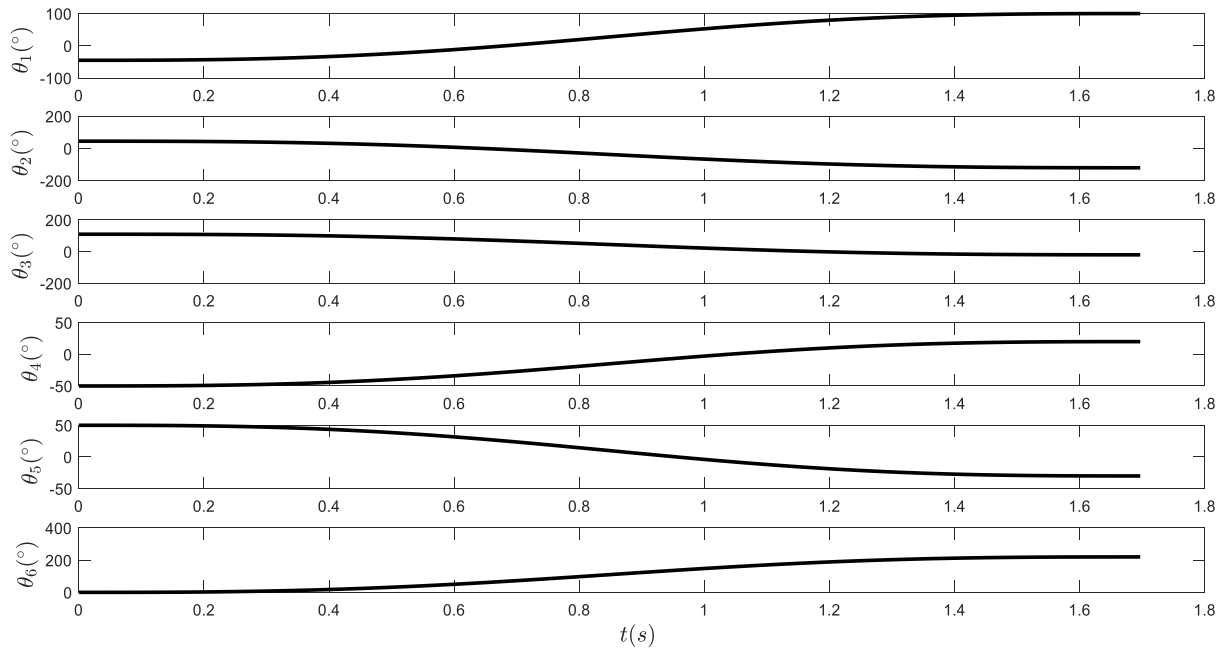


Figure III. 11 : Variation des positions articulaires engendrée par le lissage de la loi trapézoïdale.

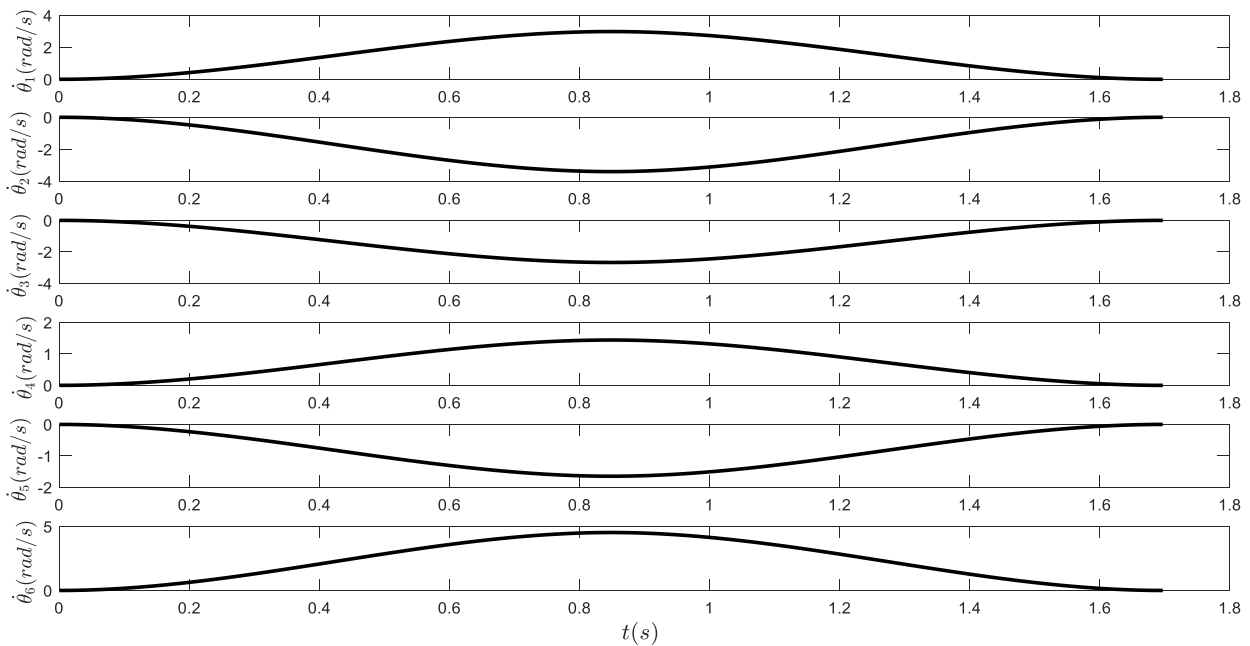


Figure III. 12 : Variation des vitesses articulaires engendrée par le lissage de la loi trapézoïdale

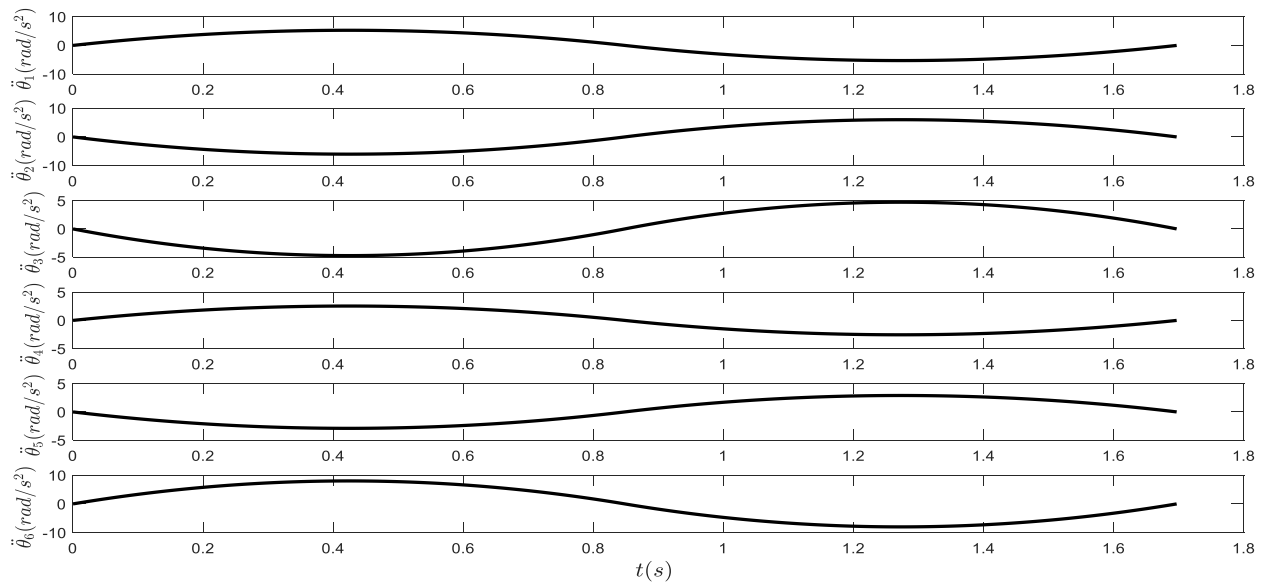


Figure III. 13: Variation des accélérations articulaires engendrée par le lissage de la loi trapézoïdale.

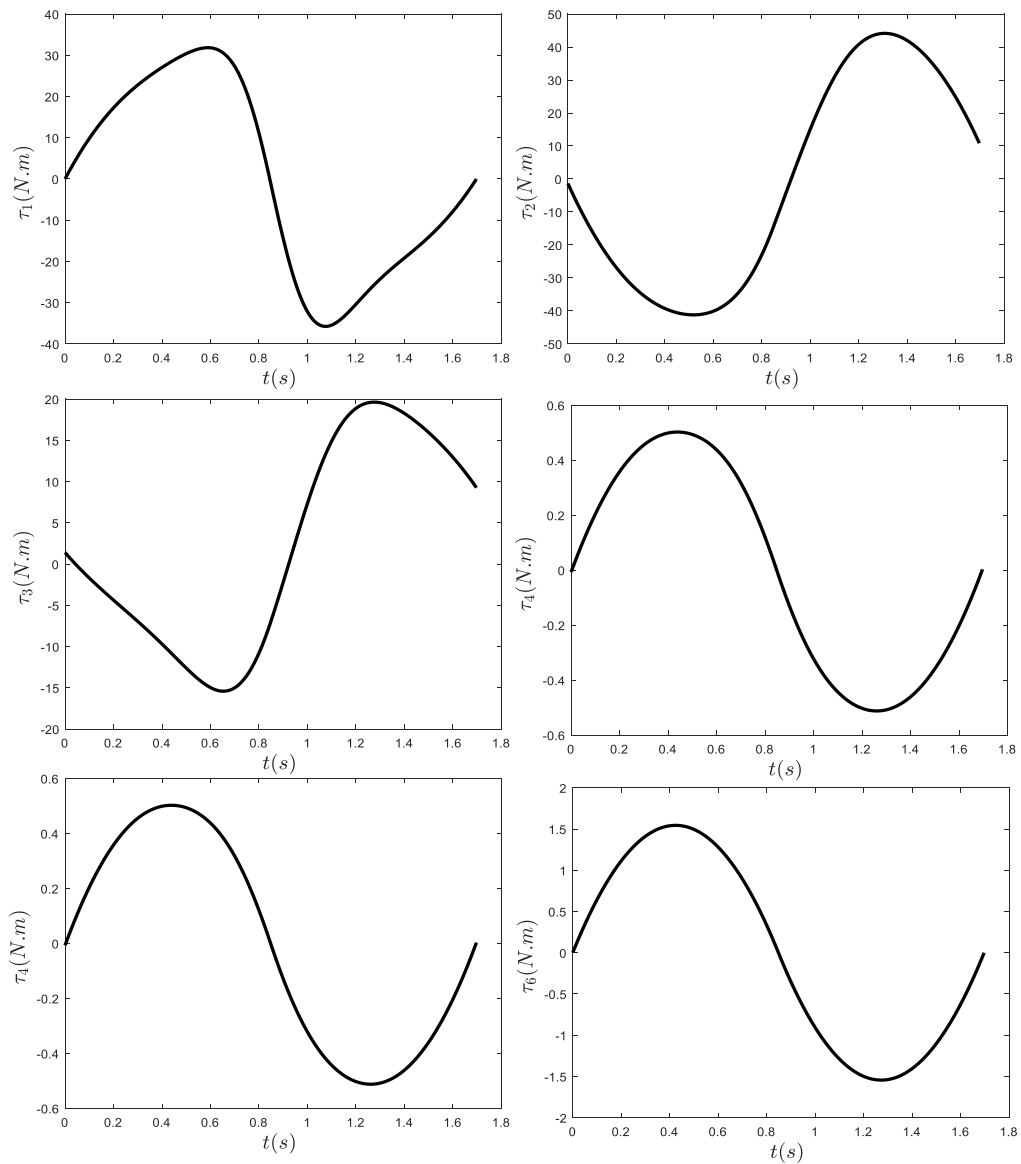


Figure III. 14 :Couples des actionneurs engendrés par le lissage de la loi trapézoïdale.

Des figure III.11 -III.13 on constate que la durée de mouvement t_f est égale à **1.6970s** et que le mouvement est continu en accélération, ce qui permet d'avoir des couples continus. Ici, seule l'accélération du dernier axe qui est saturée. Les vitesses maximales accessibles sont égales à $\sqrt{\frac{2}{3} K_{aj} |D_j|}$.

Sur la figure III.14 sont tracés les différents couples engendrés par le lissage de la loi trapézoïdale. La première constatation c'est l'absence des discontinuités pour tous les axes. Ce qui permet d'assurer la souplesse du mouvement, en diminuant les vibrations. Le lissage permet non seulement de diminuer, en valeurs absolues, les grandeurs des couples mais également la puissance des actionneurs.

III.3.4. La loi polynomiale de degré cinq

Le principal avantage de cette loi par rapport aux trois autres c'est la facilité de manipulation. De plus, elle assure un mouvement continu en positions, vitesses, accélérations et jerks.

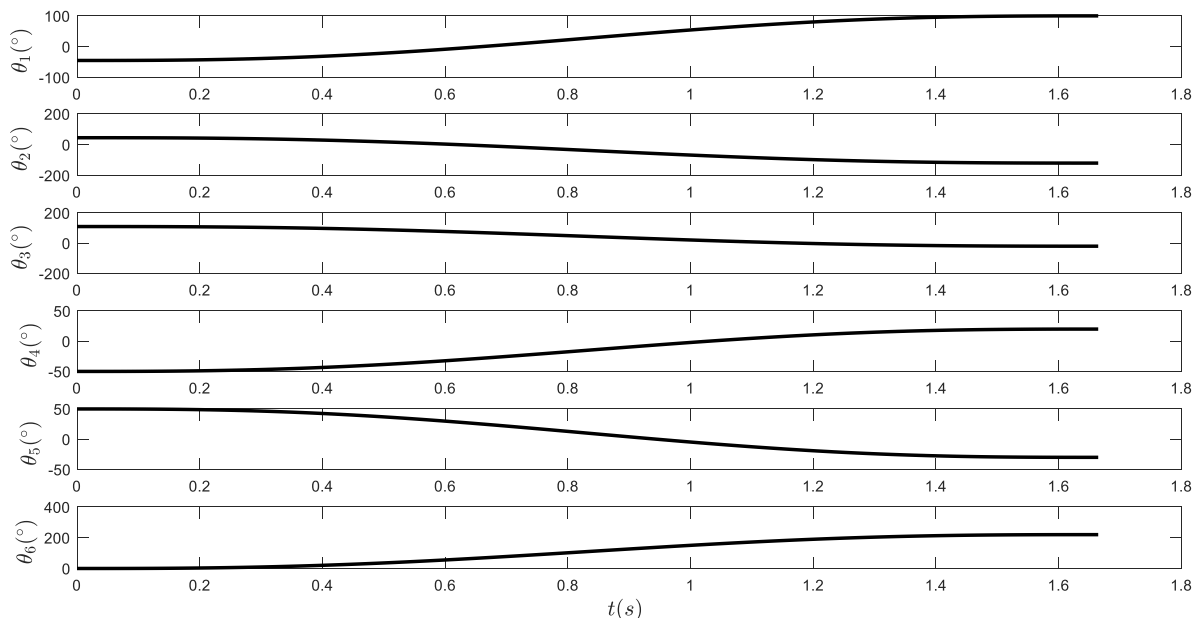


Figure III. 15 : Variation des positions articulaires engendrée par la loi polynomiale de degré cinq.

Les courbes des déplacements, vitesses et accélérations articulaires obtenues par la loi polynomiale de degré cinq., pour le déplacement supposé dans notre étude, sont semblables à celles obtenus par le lissage de la loi trapézoïdale. Cela est dû à l'absence du palier de vitesses dans cette dernière. Cependant, le polynôme d'interpolation dans la loi de lissage est de degrés 4 en position.

La durée du mouvement t_f obtenue par cette loi, qui est égale à **1.6647s**, est inférieure à celle obtenue par la loi précédente. Les courbes III.16 et III.17 montrent clairement que seule l'accélération du sixième axe est saturée.

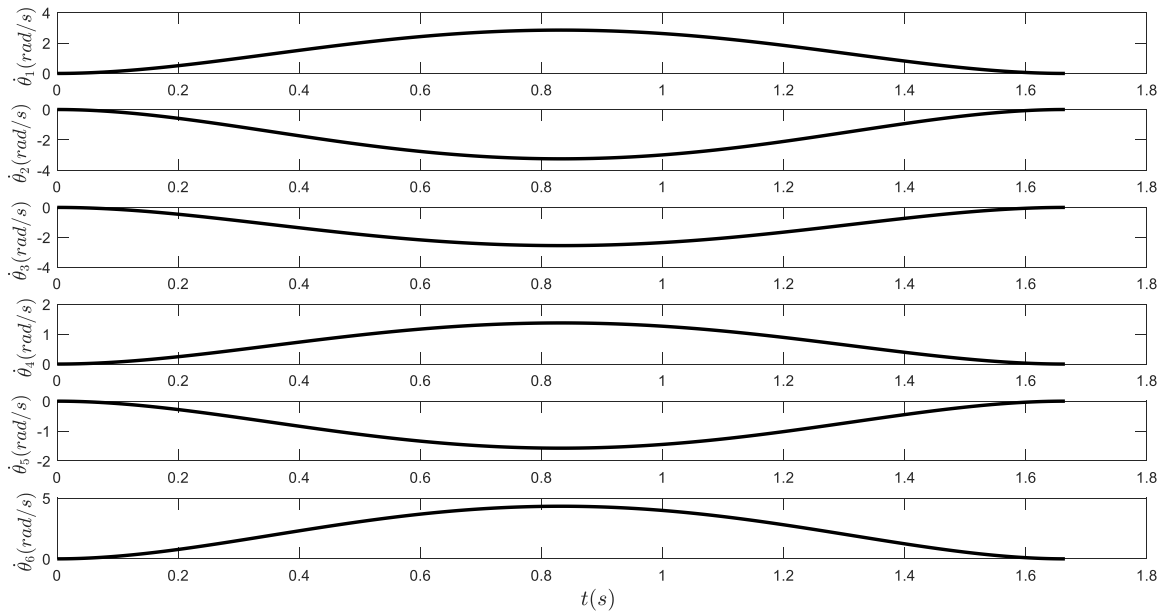


Figure III. 17 :Variation des vitesses articulaires engendrée par la loi polynomiale de degré cinq.

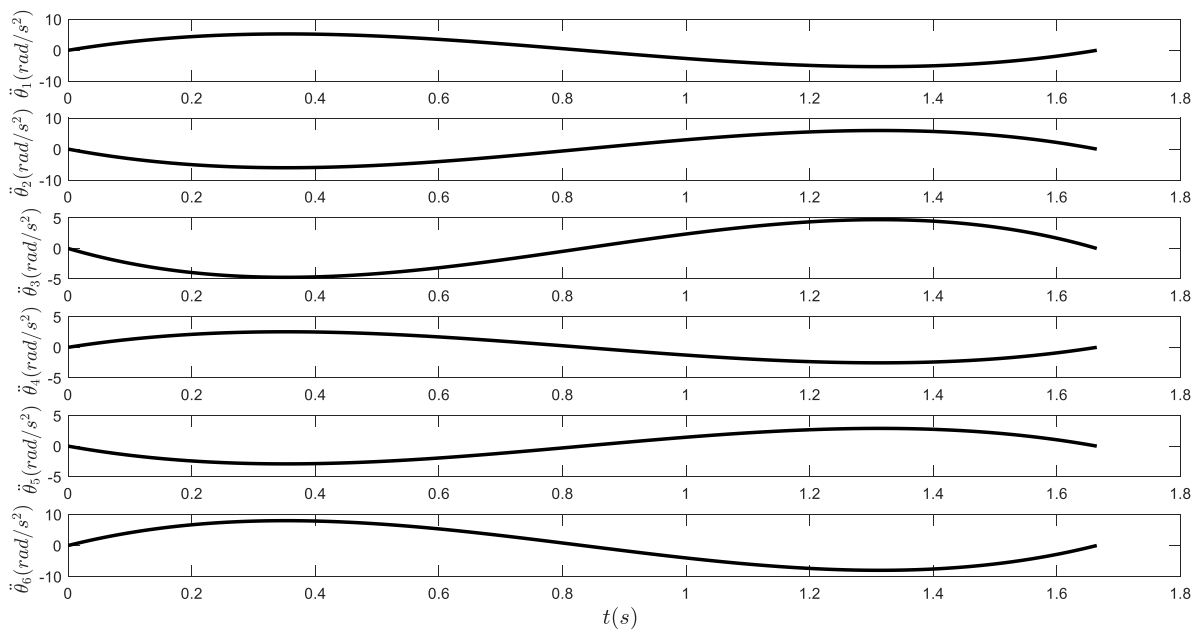


Figure III. 16 : Variation des accélération articulaires engendrée par la loi polynomiale de degré cinq.

Les couples engendrés par la loi polynomiale de degré cinq sont présentés sur la figure III.18. Ces couples sont aussi semblables à ceux présentés dans la section précédente. Les plus grands couples sont enregistrés par les actionneurs du porteur.

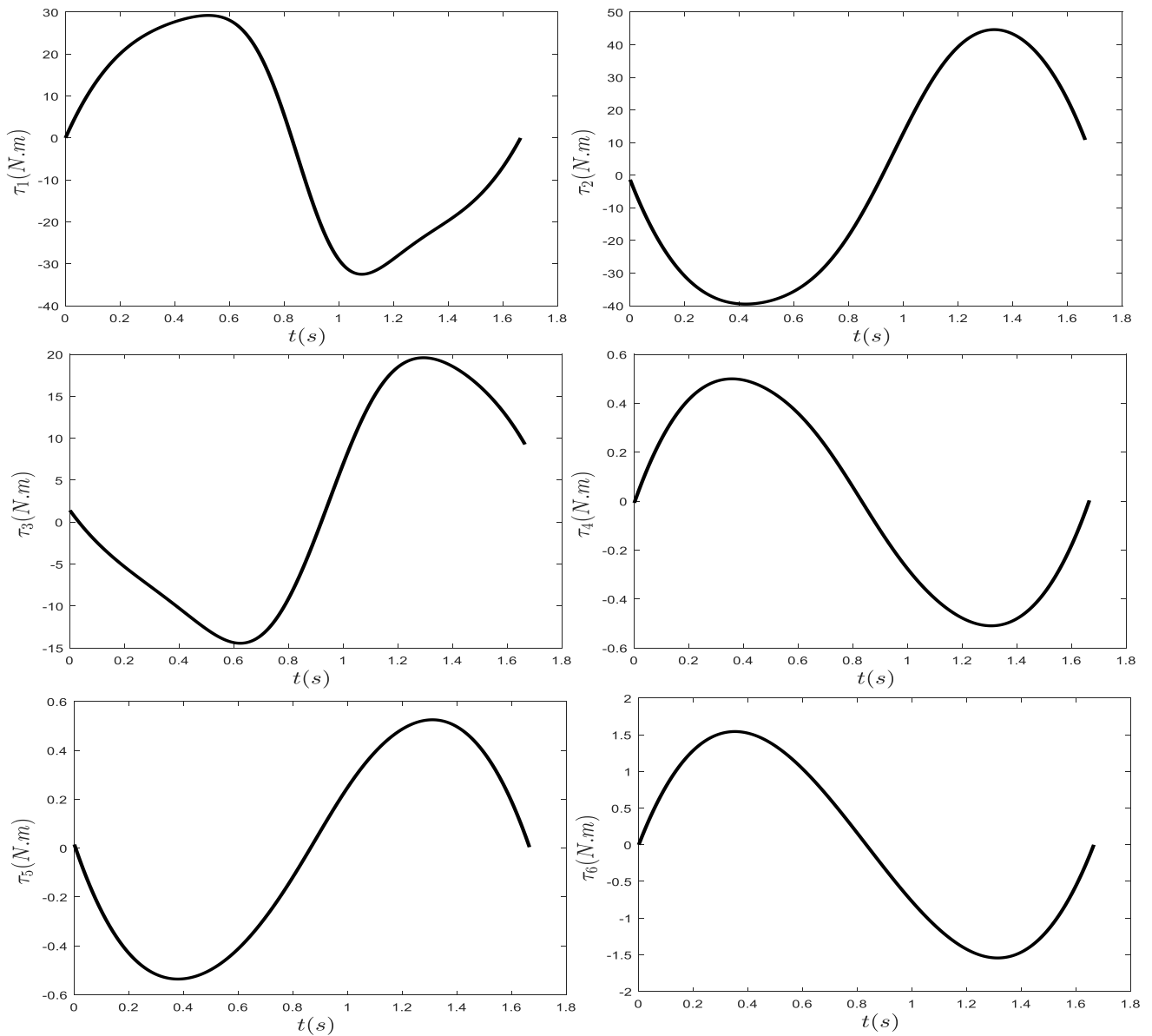


Figure III. 18 : Couples des actionneurs engendrés par le lissage de la loi polynomiale de degré cinq.

III.3.5. Comparaison des résultats

Afin de comparer les couples issus des quatre lois, nous allons calculer pour chaque cas étudié les paramètres suivants :

- Le couple maximal :

$$\tau_{jmax} = \text{Max} |\tau_j(t)| \quad (\text{III.2})$$

- Le couple minimal :

$$\tau_{jmin} = \text{Min} |\tau_j(t)| \quad (\text{III.3})$$

- Le couple moyen :

$$\tau_{jmoy} = \text{Moy} |\tau_j(t)| \quad (\text{III.4})$$

- L'écart type σ_j :

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|\tau_j(t_i)| - \tau_{j\text{moy}})^2} \tag{III.5}$$

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure III.15.

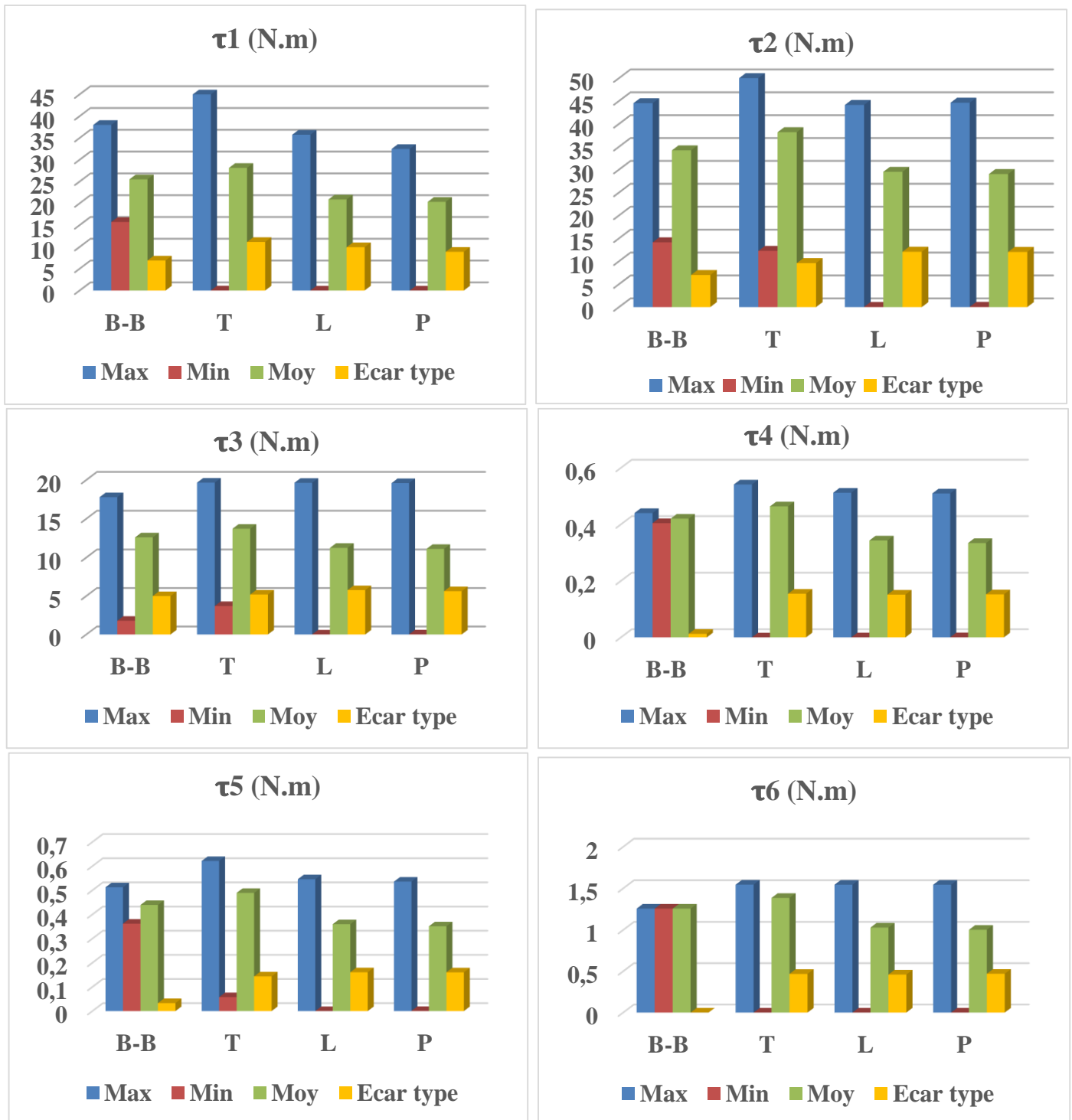


Figure III. 19 : Comparaison des couples issus des quatre loi étudiées.

Pour l'ensemble des lois étudiées, c'est presque toujours la loi polynomiale de degrés cinq qui donne les plus faibles couples, quoi que le lissage de la loi trapézoïdale en vitesse donne pour le déplacement supposé par la présente étude des valeurs très proches comme c'est indiqué sur la figure III.19.

CONCLUSION GENERALE

Malgré que le problème de génération de trajectoire des bras manipulateurs figure parmi les problèmes classiques de la robotique [23], il reste toujours un problème à affronter [24]. Souvent, les travaux de recherche portant sur la génération de trajectoire se concentrent sur la minimisation de la durée du mouvement tout en respectant les contraintes géométriques et cinématiques [3, 23]. Ce qui peut engendrer des couples qui dépassent les capacités réelles des actionneurs. C'est dans ce contexte, que l'objectif de ce travail aurait été d'étudier l'effet de quatre lois de génération de mouvement d'un robot industriel sur les valeurs des couples de ces actionneurs.

Au cours de cette étude les programmes élaborés au cours des travaux de Benzoura [21] et Bettahar [22], ont été modifiés afin de tracer les couples du robot PUMA 560. Le choix de ce robot, à six degrés de liberté, comme modèle était motivé par la disponibilité de ces paramètres inertiels dans la littérature.

Les résultats trouvés, pour le déplacement imposé, montrent que pour :

- **La loi Bang-Bang** : les couples marquent une discontinuité au moment de changement de phases.
- **La loi trapézoïdale en vitesse** : comme il y a deux changements de phases, chaque couple enregistre deux discontinuités. Ces discontinuités affectent la précision du robot et amplifient les vibrations. Ici, elles sont plus néfastes que celles dans la loi précédente, à cause des valeurs cinématiques atteintes. En revanche, la durée du mouvement est la plus courte, pour les cas étudiés.
- **Lissage de la loi trapézoïdale en vitesse** : les couples issus de cette loi se caractérisent par l'absence de discontinuités, ce qui permet d'assurer la souplesse du mouvement et d'éliminer les vibrations.
- **La loi polynomiale de degré cinq** : en plus de l'absence des discontinuités dans les couples engendrés par cette loi, elle donne non seulement les plus faibles valeurs de couples, mais elle présente, davantage d'être facile à manipuler et à calculer.

Les perspectives ouvertes par cette étude sont les suivantes :

- L'optimisation de la durée du mouvement ainsi que les valeurs des couples ;
- L'étude de l'effet de la présence d'un obstacle dans le chemin parcouru.

Références Bibliographiques

- [1] J. Farah, «Développement d'une loi de commande avancée pour la maîtrise des vibrations des robots sériels à liaisons flexibles.,» Université Clermont Auvergne, 2019.
- [2] M. Oueslati, «Contribution à la modélisation dynamique , l'identification et la synthèse de lois de commande adaptées aux axes flexibles d'un robot industriel,» Arts et Métiers- ParisTech - Centre de Lille. , 2013.
- [3] T. Chettibi, . H. Lehtihet, . M. Haddad et S. Hanchi, «Minimum cost trajectory planning for industrial robots,» *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 23, n° %14, pp. 703-715, 2004.
- [4] T. Chettibi, «Smooth point-to-point trajectory planning for robot manipulators by using radial basis functions,» *Robotica*, vol. 37, n° %13, pp. 539-559, 2018.
- [5] W. KHALIL et E. DOMBRE, «Bases de la modélisation et de la commande des robots-manipulateurs de type série .,» 8 5 2012. [En ligne]. Available: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.gdr-robotique.org/cours_de_robotique/online/Khalil-Dombre_Modelisation/Khalil-Dombre_Modelisation.pdf. [Accès le 20 5 2022].
- [6] L. J.Y.S., W. M.W. et P. R.C.P., «On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators,» *Trans. ofASME , J. of Dynamic Systems*, vol. 102, n° %12, pp. 69-76, 1980.
- [7] A. CHEMORI, Université de CARTHAGE – Tunis, 2011. [En ligne]. Available: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.lirmm.fr/~chemori/Temp/Cours/cours_2_Rob.pdf. [Accès le 2022].
- [8] T. A. ANI, «Introduction à la robotique :Partie 1: Définitions et terminologies,» [En ligne]. Available: https://perso.esiee.fr/~alanit/Robot_1.pdf. [Accès le 20 6 2022].
- [9] J.-L. Boimond, «ROBOTIQUE,» ISTIA, Université Angers , [En ligne]. Available: /https://www.ensta-bretagne.fr/jaulin/mastersds_cours_robot_boimond.pdf. [Accès le 18 5 2022].
- [10] W. Khalil et . . Dombre, *Modeling Identification and Control of Robots*, Butterworth-Heinemann, 2004.
- [11] A. Chemori, «Cours de Robotique 2 (UE 322). Cours :Génération de trajectoires,Partie 1 : Trajectoires point à point,» Université Montpellier 2 , 2014. [En ligne]. Available: /https://www.lirmm.fr/~chemori/Temp/Cours/Cours1_Gen_trajectoire_P1_2014-2015.pdf. [Accès le 21 5 2022].
- [12] W. KHALIL, «khalil_dombre,» 8 5 2012. [En ligne]. Available: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.gdr-robotique.org/cours_de_robotique/online/Khalil-Dombre_Modelisation/Khalil-Dombre_Modelisation.pdf. [Accès le 20 5 2022].
- [13] P.-J. B. Richard Béarée, «Adaptation de la loi de mouvement aux systemes de positionnement à dynamique élevé,» *.Mechanics & Industry, EDP Sciences*, vol. 8, n° %15, pp. 407-417, 2007.
- [14] B. BAYLE, «Robotique: Modélisation et commande des robots manipulateurs,» [En ligne]. Available: http://eavr.u-strasbg.fr/~bernard/education/3a_tis_robotique/3a_tis_robotique_poly.pdf. [Accès le 22 06 2022].
- [15] P. I. Corke, «Robotics TOOLBOX for Matlab,» *Manufacturing Science and Technology*, Pinjarra Hills, AUSTRALIA., 2001.

- [16] J. Hollerbach, «A recursive Lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity,» IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 10, n° 111, pp. 730 - 736, 1980.
- [17] RoboDK Inc., [En ligne]. Available: <https://robotdk.com/robot/PUMA/560>. [Accès le 22 06 2022].
- [18] J. Rutherford, «Using the PUMA 560 robot,» 2012.
- [19] D. & J. M. & L. S. Oetomo, «Singularity Handling on Puma in Operational Space Formulation,» chez Experimental Robotics VII [ISER 2000, Waikiki,, Hawaii, USA, 2000.
- [20] B. a. K. O. a. B. J. Armstrong, «The explicit dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 arm,» chez Proceedings. 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, Piscataway, NJ, 1986.
- [21] O. F. BENZOURA et F. BENHLIMA, «Modélisation dynamique d'un robot industriel,» Memoire de Fin D'Etude Master Academique, Spécialité : "Construction Mécanique", Université de Mostaganem, 2021.
- [22] A. BETTAHAR et B. BENGUENEB, «Génération de trajectoire d'un robot industriel entre deux points sous contraintes cinématiques,» Memoire de Fin D'Etude Master Academique, Spécialité : "Construction Mécanique", Université de Mostaganem, 2021.
- [23] «ط. شطيبي , «توخي الأمثل في برمجة حركة الأذرع الآلية» Sciences & technologie. B, Sciences de l'ingénieur, vol. 20, n° 10, pp. 5-10, 2003.
- [24] M. O. K. G. N Bendali, «Optimal Trajectory Planning under Kino-dynamics Constraints for a 6-DOF PUMA 560,» n° 140, p. 1-4, 2015.
- [25] birlasof, [En ligne]. Available: <https://www.birlasoft.com/articles/17-use-cases-of-ai-in-manufacturing> . [Accès le 22 06 2022].