



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE ABDELHAMID IBN BADIS –MOSTAGANEM

Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Électrique

## THÈSE

Présentée pour obtenir le diplôme de  
**DOCTORAT EN SCIENCES**

SPÉCIALITÉ : ÉLECTRONIQUE

Par

**CHERID Samira**

# ÉTUDE DES PHÉNOMÈNES DE TRANSPORT DANS LES CRISTAUX PHOTONIQUES À DÉSORDRE CORRÉLÉ

Le 03/06/2014

Le Jury composé de :

<b>Président</b>	<b>: Mr. B. HADRI</b>	<b>Professeur</b>	<b>(U. Mostaganem)</b>
<b>Examineurs</b>	<b>: Mr. B. BOUHAFS</b>	<b>Professeur</b>	<b>(U. Sidi Belabbés)</b>
	<b>: Mr. H. AIT KACI</b>	<b>Professeur</b>	<b>(U.S.T.O d'Oran)</b>
	<b>: Mr. A. ZANOUN</b>	<b>Professeur</b>	<b>(ENSET d'Oran)</b>
	<b>: Mr. A. YAGOUBI</b>	<b>Professeur</b>	<b>(U. Mostaganem)</b>
<b>Rapporteur</b>	<b>: Mr. S. BENTATA</b>	<b>Professeur</b>	<b>(U. Mostaganem)</b>

## *Etude des phénomènes de transport dans les cristaux photoniques à désordre corrélé*

**Résumé :** Utilisant la technique de la matrice de transfert et le modèle de Kronig-Penney, nous examinons numériquement et analytiquement l'effet du désordre corrélé à courte portée dans le modèle de dimer aléatoire sur les propriétés de transmission de la lumière dans les cristaux photoniques unidimensionnels formés par trois matériaux différents, chaque système est constitué de deux structures différentes distribuées aléatoirement le long de la direction de croissance, avec la contrainte additive qu'un type de ces couches apparaît toujours en paire. On a trouvé que les cristaux photoniques de dimer aléatoire unidimensionnel supportent deux types de modes étendus. En se basant sur la prédiction de l'alignement de résonance dimer vers les modes de résonance fondamentale et stationnaire, nous démontrons l'existence de régime balistique dans ces structures.

**Mots clés :** Cristaux photoniques; Désordre; Corrélation.

---

## *Study of transport phenomena in photonic crystals with correlated disorder*

**Abstract:** Using the transfer-matrix technique and the Kronig-Penney model, we numerically and analytically investigate the effect of short-range correlated disorder in random dimer model (RDM) on transmission properties of light in one dimension photonic crystals made of three different materials. Such systems consist of two different structures randomly distributed along the growth direction, with the additional constraint that one kind of these layers appear in pairs. It is shown that the one dimensional random dimer photonic crystals support two types of extended modes. By shifting of the dimer resonance toward the host fundamental stationary resonance state, we demonstrate the existence of the ballistic response in these systems.

**Keywords:** Photonic crystals ; Disorder; Correlation

## **A mes très chers parents**

Je vous dédie ce travail en témoignage de mon profond respect, et toute ma gratitude  
pour les sacrifices que vous avez consenti.

Merci pour vos instructions, votre soutien, que le tout puissant vous accord une  
longue vie papa, maman.

## **A mon très cher époux *Sefir Brahim***

En témoignage de mon respect, de mon admiration et de ma grand affection. Je te  
prie de trouver dans ce travail l'expression de mon estime et mon sincère attachement  
car grâce à ton aide et à ta patience avec moi que ce travail a pu voir le jour...

## **A mon très cher petit poussin *Sefir Mohamed Yacine***

C'est à toi mon adorable ange, ma joie, mon petit trésor que maman dédie ce travail  
pour te dire que tu resteras pour toujours le rayon du soleil qui égaye ma vie.

Je t'aime mon bébé et je te souhaite tous le bonheur du monde.

# Remerciements

Tous d'abord, je remercie *ALLAH* de nous avoir accordé la connaissance de science et de m' avoir aidé à réaliser ce travail.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à mon promoteur *Mr. Samir Bentata* pour ses orientations, ses observations , sa patience, son enthousiasme et sa passion contagieuse de la physique.

Je remercie Monsieur, *Pr. B.HADRI*, d'avoir assuré la présidence du jury de thèse.

Je réserve une mention particulière aux membres de jury: *Pr.B.Bouhafss, Pr. B. YAGOUBI, Pr. A.ZAANOUN* et *Pr. H. AIT KACI*, d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Cette thèse est aussi le fruit d'un travail de groupe, je souhaiterais remercier les quelques personnes qui y ont activement participé en particulier :

*F.Z. Meghroufel, S.Terkhi, Y. Sefir, R.Djelti et Z. AZIZ* Maîtres de Conférences à l'université de Mostaganem.

Mes remerciements vont aussi aux membres de ma famille qui m'ont toujours marqué leur soutien.

Enfin, je remercie toute l'équipe de recherche de notre laboratoire *F.Bendahma, B. Bouadjemi. Et A. Zitouni.*

# TABLE DES MATIERES

---

<i>INTRODUCTION GENERALE</i>	01
------------------------------	----

---

<i>CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES ONDES</i>	
---	--

---

I.1. INTRODUCTION .....	05
I.2. Historique .....	06
I.3. Introduction sur les ondes.....	07
I.4. Définition .....	07
I.5. La propagation d'une onde.....	07
I.6. Type d'onde .....	08
I.7. Célérité d'une onde, fréquence.....	08
I.8. Périodicité temporelle et périodicité spatiale .....	09
I.9. Les ondes mécaniques .....	11
I.9.1. Définition .....	11
I.9.2. Propagation des ondes mécaniques .....	11
I.9.3. Ondes transversales et longitudinales.....	12
I.9.3.1. Onde longitudinale .....	12
I.9.3.2. Onde transversale .....	12
I.10. Nature du son .....	13
I.10.1. Production du son .....	13
I.10.2. Propagation.....	13
I.10.3. Caractéristique physique de l'onde sonore.....	14
I.10.3.1. Période T .....	14
I.10.3.2. Fréquence f .....	14
I.10.3.3. Amplitude de l'onde sonores .....	14
I.10.3.4. Forme de l'onde .....	14
I.10.3.5. Longueur d'onde .....	14
I.10.4. Les types d'ondes sonores.....	14
I.11. Les ondes électromagnétiques .....	15
I.11.1. Définition.....	15
I.11.2. Onde lumineuse .....	15

I.11.3. Les équations de Maxwell dans le vide .....	15
I.11.4. Équation de propagation d'une onde électromagnétique .....	17
I.11.5. La célérité .....	18
I.11.6. Rayonnement électromagnétique .....	19
I.11.7. Le spectre électromagnétique.....	21
I.11.7.1. Historique.....	21
I.11.7.2. Définition.....	21
I.12. CONCLUSION.....	25
I.13. REFERENCES.....	26

---

## *CHAPITRE II : SYSTÈMES UNIDIMENSIONNELS*

---

II.1 INTRODUCTION .....	29
II.2.Historique.....	29
II.3. Cristaux photoniques principe et concept.....	31
II.3. 1.Le cristal photonique à une dimension.....	31
II.3.2.Le cristal photonique à deux dimensions.....	32
II.3.3.Le cristal photonique tridimensionnel.....	34
II.4.Analogie électron-photon- Etude électromagnétique.....	35
II.5.Domaines d'application.....	39
II.5.1.Fréquences optiques.....	40
II.5.2.Fréquence micro-ondes.....	40
II.5.2.1. Dispositifs filtrants.....	40
II.5.2.2. Dispositifs rayonnants.....	41
II.6.Conception des hétérostructures.....	43
II.6.1.Epitaxie par jet moléculaire.....	43
II.6.2.Historique.....	43
II.6.3.Principe de fonctionnement.....	43
II.6.4.Avantage et limites.....	43
II.7. Le phénomène de la localisation dans les systèmes désordonnés.....	45
II.7.1. La localisation d'Anderson.....	45
II.7.2.La théorie d'échelle de la localisation d'Anderson.....	49
II.8.La suppression de la localisation d'Anderson dans les systèmes unidimensionnels.....	51

II.8.1. Constats des études analytiques et numériques.....	51
II.8.2. Constats de l'étude expérimentale.....	52
II.9. CONCLUSION.....	52
II.10. REFERENCES.....	53

---

**CHAPITRE III : FORMALISME ET METHODES DE CALCULS**

---

III.1. INTRODUCTION.....	60
III.2. Les cristaux photoniques .....	60
III.2.1. Onde de Bloch .....	61
III.2.2. Méthode de calcul de la structure de bandes d'énergie .....	63
III.2.2.1. Matrice de translation.....	63
III.2.2.2. Modèle de Kronig-Penney optique.....	66
III.3. Les films photoniques.....	70
III.3.1. Modèle de la matrice de transfert.....	70
III.3.2. Coefficients de transmission et exposant de Lyapunov réduit.....	72
III.4. CONCLUSION.....	74
III.5. REFERENCES.....	75

---

**Chapitre IV RESULTATS ET DISCUSSIONS**

---

IV.1. INTRODUCTION .....	78
IV.2. Structure ordonné en incidence normale.....	79
IV.3. Etude des systèmes binaires désordonnés.....	84
IV.3.1. Le désordre binaire conventionnel .....	85
IV.3.2. Le désordre binaire généralisé .....	90
IV.3.2.1. Nature des modes de transmission résonants.....	94
IV.4. Effet de la concentration du désordre .....	98
IV.5. CONCLUSION.....	100
IV.6. REFERENCES.....	101

---

**CONCLUSION GENERALE**

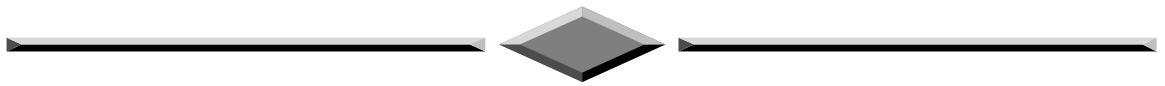
---

**ANNEXES**

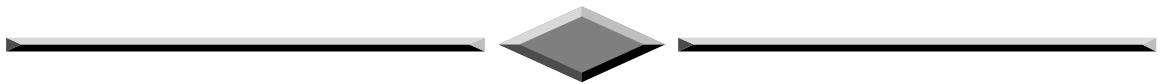
---

103

105



**INTRODUCTION  
GENERALE**



## ***INTRODUCTION GÉNÉRALE***

La physique quantique permet d'effectuer des recherches approfondies sur les semi-conducteurs qui sont devenus à la base de l'électronique contemporaine. Elle repose sur le fait qu'un électron voit son énergie quantifiée lorsqu'il se "déplace" au sein d'un arrangement périodique d'atomes. Il apparaît alors des bandes d'énergies interdites. C'est à partir de cette démonstration que les matériaux à bande interdite photonique, appelés plus simplement BIP (ou cristaux photoniques), sont apparus depuis une vingtaine d'année [1]. Ces matériaux utilisent le phénomène de bandes d'énergie interdites.

Nous remarquons que dans le domaine de la physique, il existe diverses analogies telles que, les oscillateurs harmoniques issus de l'électricité (circuits RLC) et la mécanique (pendule). Notre processus analytique sera consacré à la ressemblance qui existe entre l'électronique (comportement des électrons dans les semi-conducteurs) et l'optique ondulatoire (photons dans les structures macroscopiques).

D'un point de vue théorique, l'étude et le développement des propriétés des matériaux à bande interdite photonique reposent sur l'analogie formelle qui existe entre les équations de Maxwell régissant la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique et l'équation de Schrödinger pour les électrons [2], on peut appréhender les cristaux photoniques avec les outils et les concepts développés en physique du solide [3]. Ces structures permettent la réalisation ou la perspective de la réalisation de nombreux composants tels que les filtres, les guides, les lasers sans seuil, des microcavités...etc.

La théorie de Maxwell date du XIX<sup>ème</sup> siècle, tandis que celle du photon plus récente. Il est bien connu de la communauté scientifique que les électrons du semi-conducteur ne peuvent prendre n'importe quelle énergie: la périodicité du potentiel d'interaction entre électron et atomes conduit à l'existence de bandes d'énergie interdites. De la même façon, un matériau dont l'indice de réfraction varie périodiquement suivant les différentes directions de l'espace pourra présenter des bandes d'énergie interdites pour les photons.

Autrement dit, dans certains domaines de longueur d'onde de l'ordre de grandeur de la période du matériau, la lumière ne pourra s'y propager et sera réfléchi quelle que soit son incidence, E. Yablonovitch [1] proposa de réaliser de tels matériaux. C'est ainsi qu'apparurent les concepts de bande interdite photonique et de cristaux photoniques.

La première fonction d'un BIP est d'être un miroir parfaitement réfléchissant (99.5%) quel que soit l'angle où la polarisation dans une ou plusieurs bandes de fréquence. Ceci est possible sans aucun apport d'énergie (ce qui n'est pas le cas des semi conducteurs).

Notre travail concerne l'étude du transport photonique d'un cristal à base des diélectriques III-V présentant un désordre corrélé. Comme objectif principal, nous tenterons de décrire des procédés de manipulation du potentiel désordonné pouvant améliorer la qualité de la transmission à la résonance dimer conventionnelle. Dans les systèmes optique particulièrement désordonnés, la transition de phase (état localisé - état étendu) équivalente est ainsi réexaminée pour chercher un contexte de conditions de propagation plus favorables et des régimes de transmission à la résonance plus attrayants. Ce manuscrite s'articule autour de quatre chapitres:

**Dans le premier chapitre**, nous décrivons les généralités sur les ondes. Après avoir présenté un historique rappelant la nature de la lumière et les phénomènes ondulatoires, nous exposons les propriétés générales de ces ondes. Ensuite nous rappelons dans le détail les ondes électromagnétiques.

Dans la première partie **du deuxième chapitre**, nous présentons les caractéristiques et les propriétés générales des systèmes étudiés (les cristaux photoniques). Et dans la seconde partie nous exposons une synthèse des études théoriques et expérimentales effectuées sur les structures ordonnées et désordonnées.

**Le troisième chapitre** est consacré aux formalismes et méthodes de calculs permettant de déterminer la structure de bandes dans un profil périodique " **Kronig-Penney et matrice de transfert**".

**Le quatrième chapitre** est dédié à l'étude des systèmes désordonnés corrélés suivie d'une interprétation des résultats de l'effet dimer où plusieurs quantités physiques ont été déterminées telles que: la transmission électronique, l'énergie de résonance, l'exposant de lyapunov...etc.

Après avoir vérifié les résultats de la méthode proposée avec ceux des solutions exactes, nous dégageons les similitudes et les différences avec les méthodes existantes dans la littérature.

Pour conclure, nous présentons une synthèse des résultats obtenus au cours du travail dans cette thèse. Enfin, nous terminant ce travail par les perspectives envisagées.

## **RÉFÉRENCES**

- [1] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett, 58, 2059-2062 (1987)
- [2] J.J. Sakurai, Modern Quantum Mechanics, Reading, Mass. Addison-Wesley (1985)
- [3] J.D. Joannopolons, R.D. Meade, J.N. Winn, Photonic Cristals, Molding the Flow of light, Princeton, NJ Princeton University Press (1995)



# *CHAPITRE I*



**GENERALITES**  
**SUR LES ONDES**

## Chapitre I :

### GENERALITES SUR LES ONDES

#### I.1. Introduction

De nombreux phénomènes physiques sont décrits par les propriétés de propagation des ondes. On peut citer les ondes se propageant à la surface de l'eau à la suite de la chute d'un objet, les vagues se déplaçant à la surface de la mer, les ondes produites sur les cordes vibrantes, les ondes sonores, les ondes radio, les ondes optiques, etc... Du point de vue mathématique le mouvement et les ondes sont décrites dans une bonne approximation, par une même équation *d'Alembert* [I.1]. Il existe deux catégories d'ondes, la première correspond aux ondes d'origine mécanique, élastique, hydrodynamique, qui ont besoin d'un support matériel préexistant pour se manifester, tel que les ressorts couplés, les cordes; la seconde correspond aux ondes électromagnétiques (onde radio, onde optique, rayon x, etc...) dues à la propagation de quanta d'énergie appelés photon, pouvant se déplacer dans le vide, indépendamment de tout milieu matériel préexistant; les équations de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, sont appelées équations de *Maxwell* [I.2].

Généralement, la déformation localisée d'un milieu continu crée une onde se déplaçant dans ce dernier, ce phénomène de déplacement est appelé propagation. On cite quelques exemples d'ondes tel que les vagues à la surface de la mer et les excitations créent sur une corde tendue. On peut caractériser une onde par son amplitude, qui représente la "hauteur" de la déformation par rapport au milieu, par sa position moyenne à l'instant d'observation, et sa vitesse de propagation ou célérité.

Les ondes appartiennent à la catégorie des ondes qui, pour se propager, n'ont pas besoin de support matériel, mais représentent plutôt la propagation de quanta d'énergie, appelés photons, qui peuvent se manifester même dans le vide, sont des ondes électromagnétiques.

Ce chapitre comporte un aperçu historique présentant la nature de la lumière, ensuite les types d'ondes, mécaniques, sonore et électromagnétiques en exposant leurs propriétés, ainsi que leurs applications.

## I.2. Historique

Les années 1650-1700 présentent le début de débats fondamentaux sur la nature de la lumière mis en évidence par l'observation des phénomènes de diffraction et d'interférences. *Grimaldi* observa l'apparition de bandes lumineuses dans l'ombre d'une tige illuminée. *Hooke* observa des franges colorées issues de la réflexion de la lumière par de fines couches d'huiles.

Le questionnement sur la nature de la lumière divise les scientifiques de l'époque :

- Corpusculaire (*Newton, Hooke, Descartes*). *Newton* explique la dispersion de la lumière blanche par prisme en terme de corpusculaires; il n'admet pas qu'une combinaison d'onde se propage dans toutes les directions puisse donner lieu à une propagation en ligne droite.

- La théorie ondulatoire de la lumière a été principalement développée par *Christiane Huygens* dans l'année 1670; il publia en 1690 son traité sur la lumière dans lequel il dérive de nouveau toutes les lois de l'optique à partir d'un principe purement ondulatoire, il travaillait sur les ondes de réflexion et de réfraction, il se propose justement que la lumière ralentit lorsqu'elle entre dans un milieu plus dense s'états de polarisation de la lumière. En 1800-1850, *Augustin Fresnel* synthétise les concepts de *Huygens* et de *Young* dans une description des phénomènes d'interférence et de diffraction et peut ainsi expliquer la propagation rectiligne de la lumière dans un milieu isotrope elle s'opposait à l'époque à la théorie corpusculaire défendue principalement par *René Descartes*. En 1849 la vitesse de la lumière a été mesurée dans l'air et sur terre par *Fizeau*, cet appareil de mesure était constitué d'une source pulsée, d'une roue dentelée, et d'un miroir plat situé à quelques 8600m de distance de la source  $c=3.15 \cdot 10^8$ ; et en 1850 la vitesse de la lumière dans l'air et dans les liquides a été mesuré par *Foucault*; Il publia que la vitesse de la lumière dans l'eau est effectivement plus petite qu'elle ne l'est dans l'air à l'aide d'un dispositif à miroir tournant rapide.

De façon indépendante l'électro-magnétisme s'est considérablement développé au 19<sup>e</sup> siècle, en 1845 *Michael Faraday* montra une inter-relation remarquable entre l'optique et l'onde électromagnétique lorsqu'il remarqua un changement de polarisation de lumière lors de son champ magnétique. La grande avancée théorique fut la synthèse des lois de l'électro-magnétisme par *James Clerk Maxwell* qui commença ses applications en 1855.

Les approches ondulatoires et corpusculaires furent réunies par Albert Einstein lorsque celui-ci établit le modèle du photon en 1905 dans ses travaux sur l'effet photoélectrique [I.3-4].

### I.3. Introduction sur les ondes

Les phénomènes ondulatoires, en un mot, les ondes, forment un domaine d'étude extrêmement vaste, mais un peu à part. On trouve en effet des ondes dans des domaines aussi différents que l'électro-magnétisme (la lumière, les ondes radio) et la mécanique des fluides (le son, les vagues) [I.8].

### I.4. Définition

Une onde est la propagation d'une perturbation d'une variation réversible de propriétés physiques locales. Elle transporte de l'énergie sans transporter de la matière. Comme tout concept unificateur l'onde recouvre une grande variété de situations physiques différentes [I.9].

### I.5. La propagation d'une onde

On appelle onde matérielle une onde qui se propage dans un milieu en le déformant (onde sonore dans l'air atmosphérique, par exemple.); la propagation de l'onde est due, dans ce cas, à la transmission du mouvement par les molécules du milieu de propagation, et certaines ondes, appelées ondes électromagnétiques (lumière, ondes radioélectriques), se propagent sans support matériel, et en particulier dans le vide.

Une particule, appelée photon, est associée à chacune de ces ondes. La vitesse de propagation d'une onde dépend de la nature de cette onde et du milieu dans lequel elle se propage (330 m/s pour les ondes sonores dans l'air aux conditions normales de température et de pression, par exemple.). Toute onde peut être considérée comme la somme d'un nombre plus ou moins grand d'ondes sinusoïdales. La période d'une onde sinusoïdale est la durée au bout de laquelle la situation d'un point quelconque sur la courbe sinusoïdale redevient la même. La longueur d'onde (exprimée en mètre) est la distance parcourue par l'onde pendant une période. L'inverse de la longueur d'onde est appelé *nombre d'onde* et l'inverse de la période, *la fréquence* (exprime en hertz). Plus la longueur d'onde est courte, plus la fréquence est élevée.

## I.6. Type d'onde

On distingue plusieurs catégories d'ondes :

- ✓ Les ondes longitudinales, où les points du milieu de propagation se déplacent localement selon la direction de propagation (exemple type : la compression ou la décompression d'un ressort, le son dans un milieu sans cisaillement : eau, air...).
- ✓ Les ondes transversales, où les points du milieu de propagation se déplacent localement perpendiculairement au sens de propagation, de sorte qu'il faut faire intervenir une grandeur supplémentaire pour les décrire (exemple type: les vagues, des tremblement de terre, les ondes électromagnétiques). On parle pour décrire ceci de polarisation.

Le milieu de propagation d'une onde peut être tridimensionnel (onde sonore, lumineuse, etc.), bidimensionnel (onde à la surface de l'eau), ou unidimensionnel (onde sur une corde vibrante).

Une onde peut posséder plusieurs géométries : plane, sphérique, etc. Elle peut également être progressive, stationnaire ou évanescence; elle est progressive lorsqu'elle s'éloigne indéfiniment de sa source.

## I.7. Célérité d'une onde et fréquence

Deux vitesses peuvent être associées à une onde : une vitesse de phase et une vitesse de groupe. La première est la vitesse à laquelle se propage la phase de l'onde, tandis que la deuxième correspond à la vitesse de propagation de l'enveloppe (éventuellement déformée au cours du temps). La vitesse de groupe correspond à ce qu'on appelle la célérité de l'onde.

La célérité des ondes dépend des propriétés du milieu et de la fréquence de l'onde :

- Pour une onde matérielle, plus le milieu est rigide, plus la célérité est grande [I.10].

↷ **Vitesse de phase [I.18]:** elle est égale à  $v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{v}{\sigma} = \frac{E}{p}$

avec  $\left\{ \begin{array}{l} \omega : \text{la pulsation} \\ k : \text{vecteur d'onde} \\ \nu : \text{la fréquence} \\ \sigma : \text{la conductivité électrique} \\ E : \text{l'énergie d'un photon} \\ p : \text{l'impulsion} \end{array} \right.$

☞ **Photon:**  $E = h\nu$ ,  $p = \frac{h\nu}{c} \Rightarrow v_p = c$

avec  $\begin{cases} h : \text{Constante de Planck ; } (h : \text{approx. } 6.626069 \times 10^{-34} \text{ j.s } \approx 4.13567 \text{ meV /Hz}) \\ c : \text{La vitesse de la lumière ; } (c : \text{exactement } 299792458 \text{ m/s}) \end{cases}$

☞ **Particule matérielle libre :**

- Mécanique newtonienne  $E = \frac{p^2}{2m}$ ;  $p = mv$ ;  $v_p = \frac{v}{2}$

avec  $m$ : la masse de l'électron

- Mécanique relativiste :  $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ ;  $p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v_p = \frac{c^2}{v} > c$

↗ **Vitesse de groupe [I.18]**: Elle est égale à  $v_p = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dv}{d\sigma} = \frac{dE}{dp}$

☞ **Photon** :  $E = pc \Rightarrow v_g = c$

☞ **Particule matérielle libre :**

- Mécanique newtonienne  $E = \frac{p^2}{2m}$ ;  $p = mv \Rightarrow v_p = \frac{p}{m} = v$

- Mécanique relativiste  $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ ;  $p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \Rightarrow v_g = \frac{pc^2}{E} = v$$

Pour une onde électromagnétique, la vitesse de propagation sera généralement d'autant plus grande que le milieu est dilué.

## I.8. Périodicité temporelle et périodicité spatiale

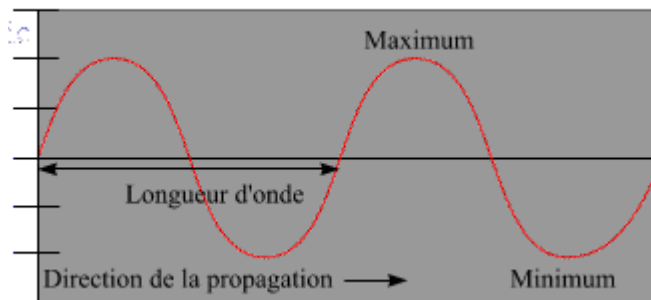
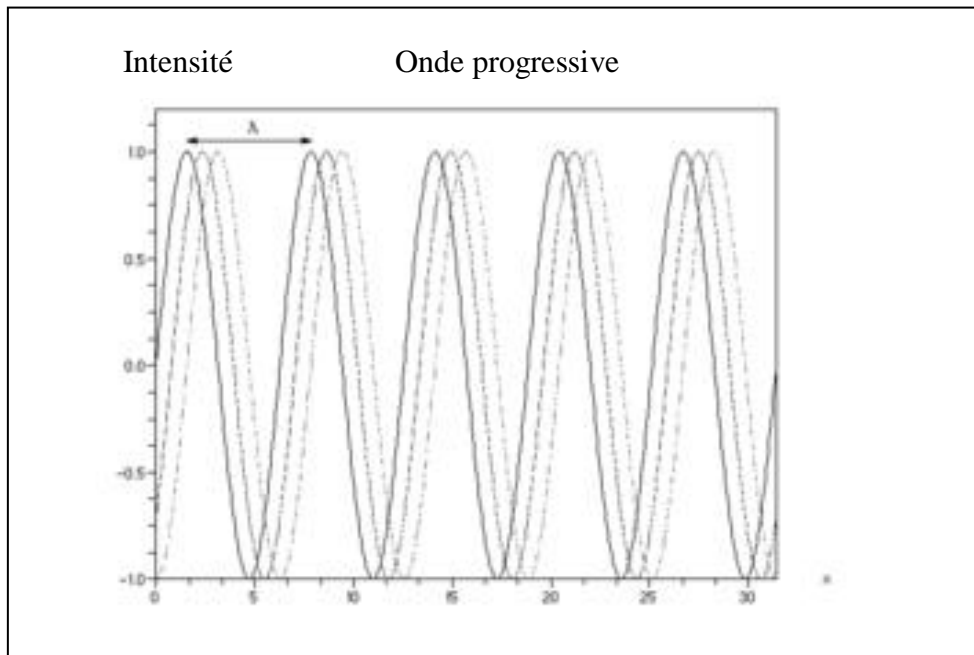


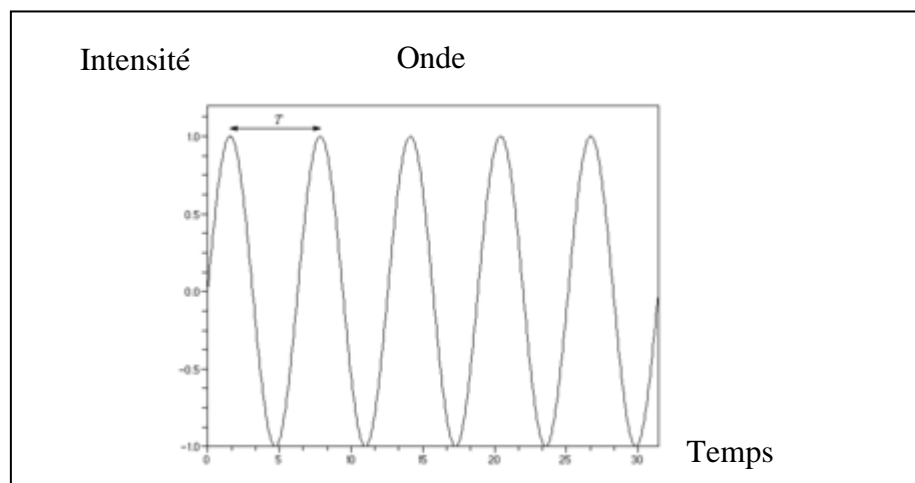
Fig.I.1. Phénomène ondulatoire

- Le cas le plus simple d'onde progressive périodique est une onde dite monochromatique".



**Fig.I.2.** Onde progressive vue à plusieurs instants successifs

- La périodicité spatiale désigne que les propriétés du milieu varient de manière sinusoidale en fonction de la position.



**Fig.I.3.** Effet d'une onde en un endroit donné : variation cylindrique de l'intensité

Si l'on place à un endroit donné et que relève l'intensité du phénomène en fonction du temps, on voit que cette intensité varie selon une loi, elle aussi sinusoïdale. Le temps qui s'écoule entre deux maxima est appelé période et est noté  $T$  [I.10]

## **I.9. Ondes mécaniques**

Plusieurs appareils utilisent les propriétés des ondes pour fonctionner; les natures différentes nous permettent d'en faire des usages différents. Dans le cas d'une onde mécanique, il peut s'agir d'une vague qui se déplace dans l'eau. Il pourrait aussi s'agir d'un tremblement de terre qui se propage dans le sol; un son est aussi une onde mécanique qui se propage dans l'air; les microphones et les haut-parleurs, système d'alarme, sonnettes,... exploite les propriétés des ondes sonores.

### **I.9.1. Définition**

Une onde mécanique est le phénomène que l'on peut observer lorsqu'une perturbation (produite en point appelé source) se propage le long d'un milieu matériel sans qu'il y ait transport de matière.

Exemple : onde se propage le long d'une corde ou d'un ressort (milieu à une dimension), onde à la surface de l'eau (milieu à deux dimensions), onde sonore (milieu trois dimension); sa célérité est la vitesse à laquelle se propage la perturbation le long du milieu; on note :

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \Delta l : \text{distance parcouru par la perturbation le long du milieu (en m)} \\ \Delta t : \text{durée nécessaire au parcours (en s)} \\ v : \text{célérité(ou vitesse de propagation de l'onde (en m.s}^{-1}\text{))} \end{cases}$$

La célérité d'une onde mécanique dépend de la nature de l'onde et du milieu dans lequel elle se propage; elle est constante le long d'un milieu homogène et isotrope.

### **I.9.2. Propagation des ondes mécaniques**

**Aspect dynamique :** chaque point du milieu reproduit le mouvement de la source puis reprend sa position après le passage de la perturbation, donc cette dernière se fait sans déplacement de la matière.

**Aspect énergétique :** une onde transporte de l'énergie le long du milieu mais il y a des pertes; c'est le phénomène d'amortissement.

### I.9.3. Ondes transversales et longitudinales

**I.9.3.1. Onde longitudinale :** le mouvement d'un point du milieu provoqué par la perturbation se produit dans la direction de propagation de l'onde (exemple : le long d'un ressort, ondes sonores, dilatation...).

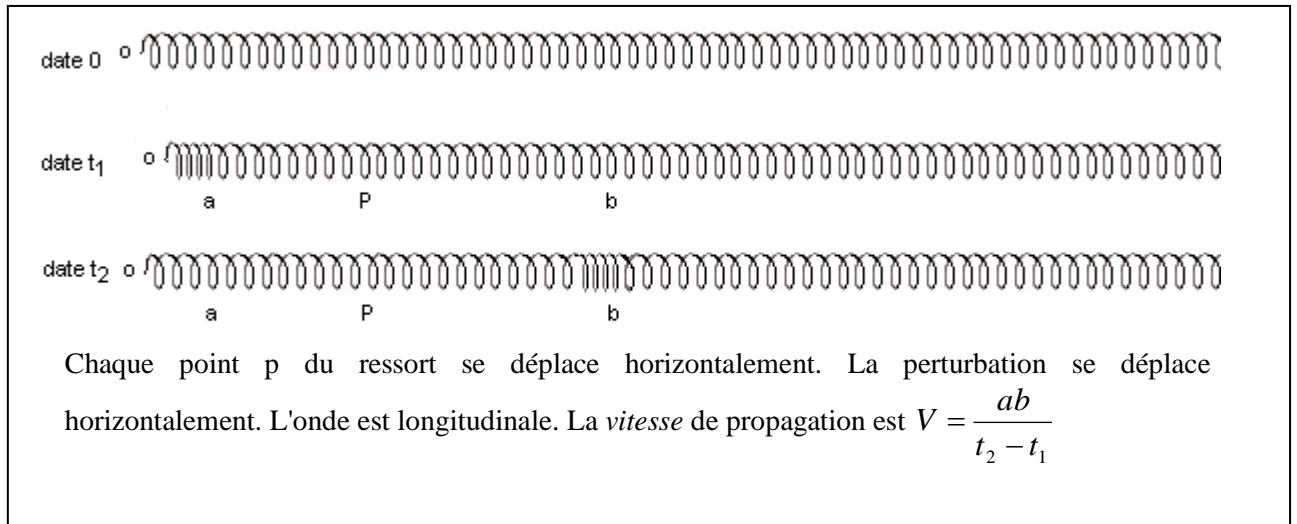


Fig.I.4.Schéma représente la propagation longitudinale

**I.9.3.2. Onde transversale :** le mouvement d'un point du milieu provoqué par la perturbation se produit dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde (exemple : le long d'une corde,...) [I.9.19].

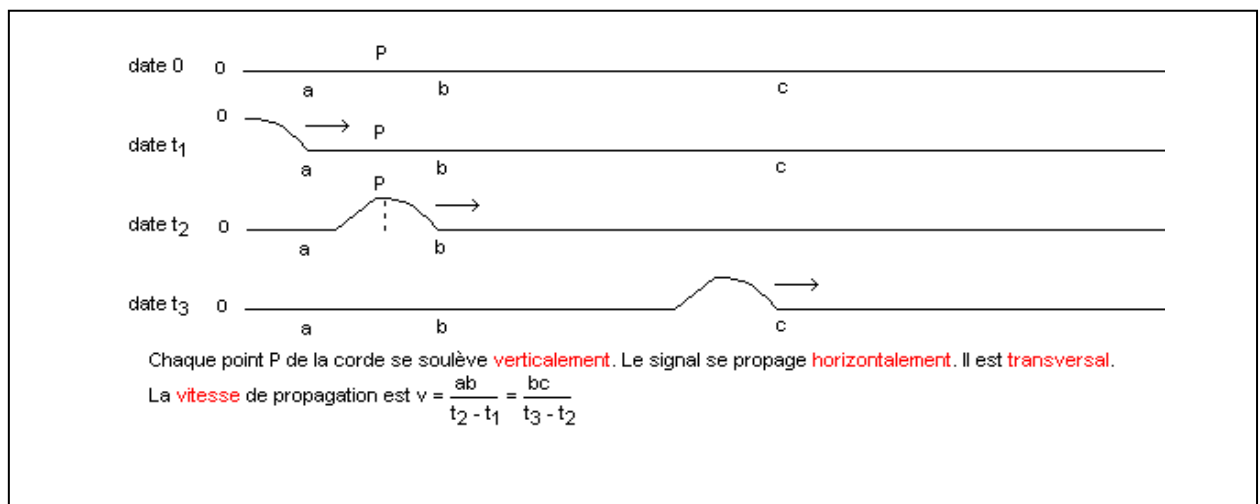


Fig.I.5.Schéma représente la propagation transversale

↗ L'acoustique est la branche de la physique traitant de la nature et des propriétés des sons.

## I.10. Nature du son

Le son, ou onde sonore, est une oscillation mécanique de pression qui se propage, en générale longitudinalement.

### I.10.1. Production du son

La production du son résulte de vibration d'oscillateurs de nature mécanique; l'objet ou le phénomène physique qui produit un son est appelé source sonore; en fonction du type d'onde produite on distingue trois types de sonores :

#### I.10.1.1. Sources impulsionnelles

**Exemple :** chocs, détonations, percussion,  
L'onde produite est une impulsion ou un train d'onde unique, de courte durée.

#### Sonogrammes correspondant



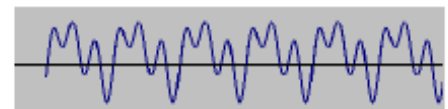
#### I.10.1.2. Sources aléatoires

**Exemple :** bruit du vent, des vagues, l'onde produite est le produit de la superposition d'un très grand nombre de sons divers.



#### I.10.1.3. Sources harmoniques entretenues

**Exemple :** son d'un instrument à vent ou à cordes, l'onde produite est périodique.



### I.10.2. Propagation

La propagation de l'onde sonore nécessite un milieu propagateur, dans l'air, l'onde sonore produit une alternance de couches comprimées et décompressées. On appelle célérité d'une onde sonore, la vitesse à laquelle cette onde sonore se propage, cette célérité est noté "c" et s'exprime en mètre par seconde, elle dépend de la température et du milieu dans lequel se propage; dans l'air à 20°C,  $c=343$  m/s; eau:  $c=1500$ m/s; acier:  $c=5100$  m/s ; brique: 3700m/s; verre:5500m/s; sapin:5000m/s.

On distingue une double périodicité de l'onde :

- Périodicité temporelle car deux points séparés temporellement d'une durée "T" seront en phase
- Périodicité spatiale car deux points séparés spatialement d'une distance "  $\lambda$  " seront en phase.

### I.10.3. Caractéristique physique de l'onde sonore

**I.10.3.1. Période T :** c'est la durée au bout de laquelle de signal correspondant à l'onde. Se produit identiquement, "T "s'exprime en secondes.

**I.10.3.2. Fréquence f :** c'est le nombre de cycles effectués par signal en une seconde, "f" s'exprime en Hertz (Hz)

$f = 1/T$  ou ce qui équivalent,  $T = 1/f$

**I.10.3.3. Amplitude de l'onde sonore :** l'onde sonore est porteuse, l'énergie et amplitude correspond à la variation de la pression acoustique " $\Delta p$ " du milieu et s'exprime en Pascals (Pa) cela correspond à un son plus ou moins (fort, intense).

**I.10.3.4. Forme de l'onde :** l'onde la plus pure est celle dont le signal est d'allure sinusoïdale, elle est composée d'une seule fréquence.

**I.10.3.5. Longueur d'onde :** la longueur d'onde représente la distance entre 2 zones de suppression (ou de dépressions) engendrées par le corps sonore.

La longueur d'onde est désignée par " $\lambda$ " et son unité est le "mètre" (m).

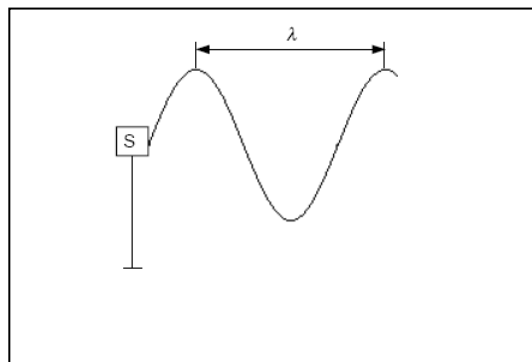


Fig.I.6. Schéma caractérise la longueur d'onde sonore

### I.10.4. Types d'ondes sonores

On distingue plusieurs formes d'ondes dont les plus courantes : sinusoïdale, carrée, triangulaires, en dents de scie

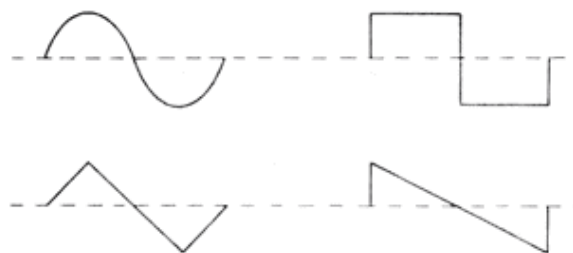


Fig.I.7. Schéma représente les différents types d'onde sonore

Les formes d'ondes les plus fréquemment produites par les oscillateurs électroniques et utilisées pour la synthèse du son :

- les ondes sinusoïdales, au mouvement vibratoire de type pendulaire, ou à un son pur produit par une vibration fondamentale sans harmoniques
- les ondes carrées issues de la vibration fondamentale et de la série d'harmoniques d'ordre impair
- les ondes triangulaires, vibration fondamentale et série d'harmoniques d'ordre pair ; en dents de scie, vibration fondamentale avec une série d'harmoniques soit pairs soit impairs.

## I.11. Ondes électromagnétiques

### I.11.1. Définition

On appelle onde électromagnétique (OM) le phénomène résultant de la propagation de deux grandeurs vibratoires le champ électrique périodique sinusoïdal  $\vec{E}$ , et le champ magnétique sinusoïdale  $\vec{H}$  de même période en tout point M on représente cette onde à l'instant t par le couple de vecteurs ( $\vec{E}(M, t)$ ,  $\vec{H}(M, t)$ ).

### I.11.2. Onde lumineuse

La perturbation de l'espace associée à la présence d'un champ électromagnétique qui varie dans l'espace et dans le temps caractérise la lumière; en optique cette lumière est dite onde électromagnétique.

En 1873, le physicien britannique *James Clerk Maxwell* regroupe les caractéristiques des champs électrique et magnétique sous la forme de quatre équations, qui constituent encore aujourd'hui la base de l'électromagnétisme.

### I.11.3. Les équations de Maxwell dans le vide :

Ce sont quatre équations, aux dérivées partielles, du premier ordre qui expriment les relations entre les variations spatiales et temporelles des champs électriques  $\vec{E}$  et d'induction magnétique  $\vec{H}$  dans laquelle s'ajoute l'expression de la force de *Lorentz* qui exerce sur une charge électrique en mouvement.

✓ L'équation de Maxwell Gauss 
$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (\text{I.1})$$

✓ L'équation de Maxwell flux magnétique 
$$\operatorname{div}\vec{H} = 0 \quad (\text{I.2})$$

$$\checkmark \text{ L'équation de Maxwell Faraday} \quad \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{I.3})$$

$$\checkmark \text{ L'équation de Maxwell Ampère} \quad \text{rot} \vec{H} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{I.4})$$

$$\checkmark \text{ La force de Lorentz} \quad \vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{H}) \quad (\text{I.5})$$

La relation qui exprime la conservation locale de la charge électrique se déduit de ces équations:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0 \quad (\text{I.6})$$

En absence de toute charge et de tout courant électrique, ces équations prennent la forme suivante:

$$\text{div} \vec{E} = 0 \quad (\text{I.7})$$

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad (\text{I.8})$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{I.9})$$

$$\text{rot} \vec{H} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{I.10})$$

Par conséquence elles prédisent l'existence d'onde électromagnétique. La seule différence entre les ondes mécanique ou acoustiques et les ondes électromagnétiques est que les équations des ondes électromagnétiques sont des équations exactes de la physique classique, alors que les équations ondes avec support matériel sont des équations approchées, obtenus avec l'approximation des petits mouvements.

Expérimentalement, c'est le physicien *Heinrich Hertz* [1857-1894] qui a mis en évidence l'existence d'onde électromagnétique ; les fréquences que peuvent avoir les ondes électromagnétiques varient entre Zéro et  $10^{22}$  Hertz (Hz).

Les ondes optiques ou ondes lumineuses sont des ondes électromagnétiques visibles par l'œil humain. Le domaine de variation de leurs fréquences est

$$3.8.10^{14} \text{ Hz} \leq \nu \leq 7.8.10^{14} \text{ Hz}$$

La borne inférieure correspondant à la *lumière rouge* et la borne supérieure à la *lumière violette*. On peut exprimer ce domaine en fonction de longueur d'onde des ondes planes sinusoïdales correspondantes :

$$780.10^{-9} \geq \lambda \geq 390.10^{-9} \text{ m}$$

Il existe deux grandeurs qui déterminent la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide: Le premier est le constant de la permittivité électrique du vide  $\varepsilon_0 = 8.854187817 \dots \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ , il s'agit d'une valeur exacte depuis que le mètre est défini à partir de la vitesse de la lumière; et le deuxième c'est le constant de perméabilité magnétique du vide  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N.A}^{-2}$ , il s'agit d'une valeur exacte qui résulte de la définition de l'Ampère [I.6].

#### I.11.4. Équation de propagation d'une onde électromagnétique

Les équations de *Maxwell-Ampère* et *Maxwell-Faraday* sont des équations aux dérivées partielles du premier ordre qui couplent le champ électrique  $\vec{E}$  et le champ magnétique  $\vec{H}$ . L'élimination de l'un des champs conduit à obtenir pour le second une équation du second ordre [I.7] :

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.11})$$

$$\Delta \vec{H} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.12})$$

où  $\Delta$  étant le Laplacien.

Ces équations sont des équations *D'Alembert* : le champ électromagnétique se propage dans le vide à la célérité  $c$  [I.5]

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (\text{I.13})$$

Dans le cas où le milieu supposé homogène, transparent et isotrope (MHTI) la vitesse de propagation est  $v = \frac{c}{n}$  où "n" étant l'indice du milieu.

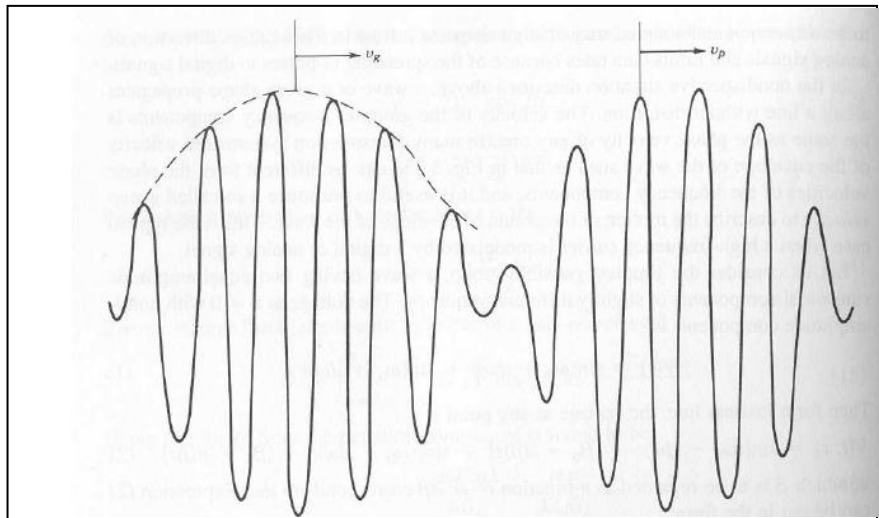
Le cas de:

- vide  $n=1$
- Air (conditions normales)  $n = 1.00029$
- Gaz  $\text{CO}_2$   $n = 1.00045$
- Eau  $n = 1.5$  à  $1.7$

On remplace :  $\varepsilon_0$  par  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$  et  $\mu_0$  par  $\mu = \mu_0 \mu_r$  où  $\varepsilon_r$  et  $\mu_r$  sont les permittivité et perméabilité relatives du milieu.

### I.11.5. La célérité

Deux vitesses peuvent être associées à une onde : *la vitesse de phase* et *la vitesse de groupe*. La première est la vitesse à laquelle se propage la phase de l'onde, tandis que la deuxième correspond à la vitesse de propagation de l'enveloppe. La vitesse de groupe correspond à ce qu'on appelle la célérité de l'onde



**Fig.I.8.** La vitesse de groupe et de phase pour un groupe de deux sinusoïdal de différentes fréquences légères

- Pour une onde matérielle, plus le milieu est rigide, plus la célérité est grande. Sur une corde, la célérité d'une onde est d'autant plus grande que la corde est tendue. La célérité du son est plus grande dans un solide que dans l'air. Par ailleurs, plus l'inertie du milieu est grande, plus la célérité diminue. Sur une corde, la célérité est d'autant plus grande que la masse linéique (masse par unité de longueur) est faible.
- Pour une onde électromagnétique, la vitesse de propagation sera généralement d'autant plus grande que le milieu est dilué (dans le cas général, il convient cependant de considérer les propriétés électromagnétiques du milieu, qui peuvent compliquer la physique du problème). Ainsi, la vitesse de propagation de la lumière est maximale dans le vide. Dans du verre, elle est environ 1,5 fois plus faible.

✓ La vitesse de groupe est définie par la relation suivante :  $V_g = \left( \frac{d\omega}{dk} \right)$

✓ La vitesse de phase est définie par la relation suivante :  $V_p = \left( \frac{\omega}{k} \right)$

**Remarque :** La vitesse de groupe a un sens physique puisqu'elle représente la vitesse de propagation de l'énergie, soit aussi de l'information ; pour les ondes électromagnétiques dans le vide, elle ne pourra dépasser la " vitesse de la lumière  $c$  " ; la vitesse de phase n'a pas de réalité physique, elle pourra, dans le cas des ondes électromagnétiques, être supérieure à celle de la lumière. Le cas  $V_g = V_p \quad \frac{d\omega}{dk} = \frac{\omega}{k}$  soit

$\frac{\omega}{k} = Cste = V_g = V_p = V$  correspond à une propagation d'ondes sans dispersion.

### I.11.6. Rayonnement électromagnétique

Généralement, un rayonnement est une énergie transportée dans l'espace sous forme d'ondes ou de particules. On parle de rayonnement électromagnétique (REM) lorsque le rayonnement se comporte comme un champ de force dont les variations affectent les propriétés électriques et magnétiques de la matière. La lumière est la partie visible du REM, celle que l'homme capte avec ses yeux.

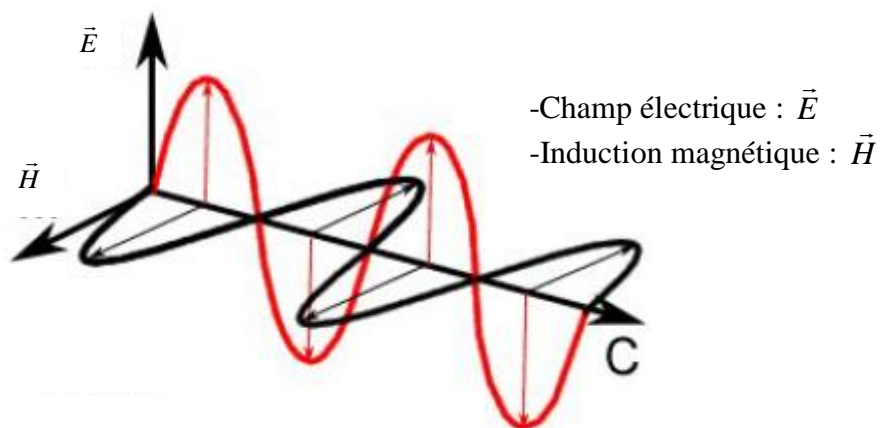


Fig.I.9. Rayonnement électromagnétique

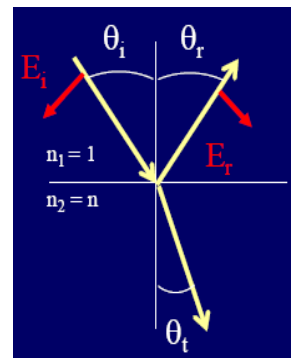
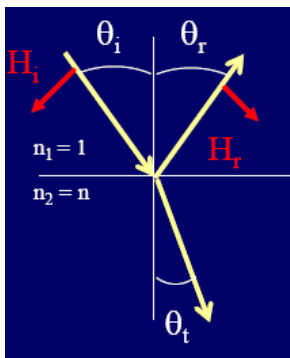
Le rayonnement électromagnétique (REM) est caractérisé par cinq quantités :

- La direction de propagation
- L'intensité
- La longueur d'onde (ou la fréquence  $\nu = c/\lambda$  ou le nombre d'onde  $\sigma = 1/\lambda$  )
- La polarisation (parallèle ou perpendiculaire)
- La phase

On peut envisager deux solutions de type ondes planes différentes correspondant à deux polarisations de l'onde incidente:

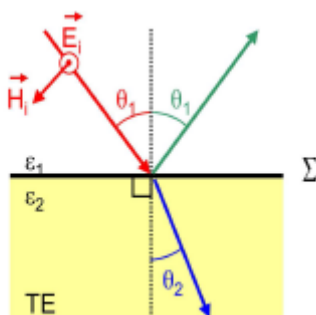
- La polarisation TE (le champ électrique incident est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, le champ magnétique est contenu dans le plan d'incidence).
- La polarisation TM (le champ magnétique incident est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, le champ électrique est contenu dans le plan d'incidence).

### Onde plane uniforme à incidence sur une surface plane

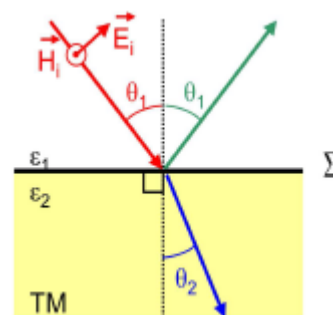


Polarisation perpendiculaire

Polarisation parallèle



Cas de la polarisation TE



Cas de la polarisation TM

Les ondes électromagnétiques comme n'importe quelle onde, sont caractérisée par leur longueur d'onde et leur fréquence; ces ondes couvrent une gamme de fréquence qui varie entre zéro Hertz (Hz) à  $10^{22}$  (Hz).

### I.11.7. Spectre électromagnétique

#### I.11.7.1. Historique

En 1666 Isaac Newton fut employé pour la première fois le terme *spectre* pour se référer un phénomène par lequel un prisme de verre peut séparer les couleurs contenues dans la lumière du soleil.

#### I.11.7.2. Définition

Le spectre électromagnétique est la décomposition d'un rayonnement électromagnétique [I.7]; selon ses différentes composantes en termes de fréquence (ou période), d'énergie des photons ou de longueur d'onde associée, les quatre grandeurs  $\nu$  (fréquence), P (période), E (énergie) et  $\lambda$  (longueur d'onde) étant liées deux à deux par [I.8-19] :

La constante de Planck  $h=6.626069.10^{-34}$  j.s

et la vitesse de la lumière  $c=2.99792458.10^8$  m/s

Selon les formules:

$$\checkmark \quad E = h\nu = \frac{h}{p} \quad \text{pour l'énergie transportée par le photon.}$$

$$\checkmark \quad C = \lambda\nu = \frac{\lambda}{p} \quad \text{pour le déplacement dans le vide.}$$

d'où 
$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

Pour plus de précision, voici l'éventail des ondes électromagnétiques. Les flèches à gauche de l'image étiquettent chacune des couches du schéma. En haut se trouve des ondes en mètre. En dessous, on peut avoir une suite d'images qui réfère à des objets qui sont de même ordre de grandeur que les longueurs d'onde indiquées au-dessus. Les flèches en dégradé de gris indiquent les noms de longueur d'ondes et juste en dessous, une suite

d'image indiquant un exemple de ce qui peut produire un type d'onde particulier. Finalement on trouve les fréquences d'ondes.

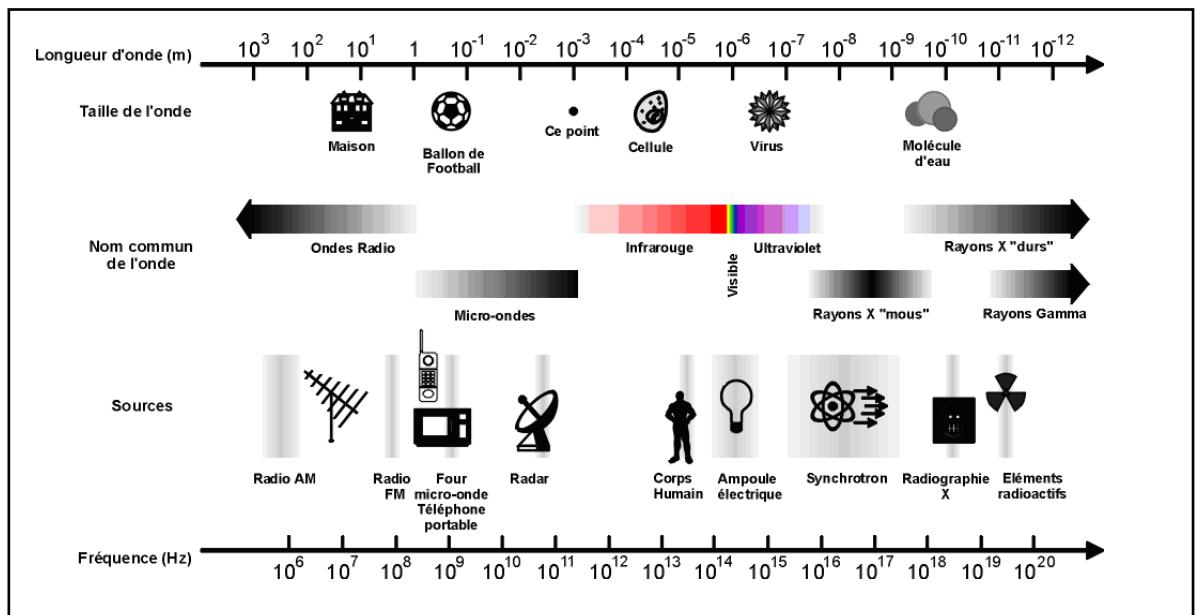


Fig.I.10. classement des ondes électromagnétiques par longueur d'onde et fréquence

Les ondes électromagnétiques sont désignées par différents termes, en fonction des gammes de fréquence (ou longueur d'onde). De plus ces ondes ont des applications nombreuses dans tous les domaines.

Commençons par la droite avec **les rayons gamma** qui, présents dans l'espace, sont arrêtés par l'atmosphère de la terre; heureusement, car tout comme la radioactivité, ces rayons sont dangereux. Les rayons gamma sont utilisés pour prolonger la conservation de certains aliments. Une controverse entoure d'ailleurs le sujet de l'irradiation des aliments qui pourrait, selon certains, rendre les aliments dommageables pour la santé.

Au cours des dernières décennies, plusieurs usages de **la radioactivité** ont été trouvés dans plusieurs domaines. Dans certains pays, les centrales nucléaires produisent l'électricité. Le carbone 14 permet de dater des vestiges. En médecine, l'usage de substance radioactive permet de faire des traitements contre le cancer, de photographier des organes par scintillement, etc. En science, plusieurs éléments radioactifs s'utilisent d'une multitude de façons. Même le danger que représente la radioactivité pour la vie s'exploite puisqu'on stérilise des objets avec la radioactivité...

Viennent ensuite *les rayons X*, mieux connus pour leurs applications médicales tels les radiographies ou le scanner. Les termes mous ou durs pour les rayons X indiquent la capacité du rayon à traverser de la matière. Par exemple, pour traverser un os, il faudra un rayon X plus dur que pour traverser le foie, ce dernier étant moins dense. Le rayon X dur possède plus d'énergie que le mou, sa longueur d'onde étant plus courte. L'image finale de la radiographie illustre les endroits où les rayons X ont facilement traversé par des zones foncées puisque beaucoup de rayons ont atteint la plaque. Les zones pâles indiquent que peu de rayons atteignent la plaque. C'est pourquoi les os ou les dents apparaissent en blanc sur les radiographies.

*L'ultraviolet* (UV) sert, entre autres, pour les lits de bronzage. L'idée de s'exposer à des rayons ultraviolets pour bronzer sème aussi une certaine controverse. Des ampoules UV sont aussi utilisées pour de nombreuses applications. Pour contrôler les entrées sur un site par exemple, on tamponne un dessin sur le dos de la main des gens qui ont payé. Lorsque ces gens sortent du site et veulent revenir, l'image visible sous rayons UV témoigne qu'ils ont déjà payé! Dans les laboratoires, notamment pour l'analyse de l'eau potable ou propice à la baignade, les UV sont utilisés. On incube, à une température qui favorise le développement des bactéries, de l'eau et un produit qui nourrit les bactéries. Lorsque des coliformes fécaux sont présents, ils consomment le produit et rejettent une substance fluorescente, lorsque qu'il sont éclairés par des UV. Ces coliformes trahissent ainsi la présence de virus ou bactéries pathogènes, qui peuvent nous rendre malade ou nous tuer.

Suivent *les ondes visibles*, la lumière. Ces longueurs d'onde sont, avec les rayons UV et la plupart des ondes radio, les seules à traverser l'atmosphère. C'est pourquoi la crème solaire est importante, pour protéger notre peau des rayons UV. La vie s'est développée en présence des ondes électromagnétiques se situant entre 400 et 700 nanomètres, la lumière visible. C'est pourquoi nos yeux sont sensibles à ces longueurs d'onde et c'est aussi pourquoi notre peau les tolèrent. Les rayons UV sont d'ordinaire arrêtés par la couche d'ozone que la pollution a réduite. Ainsi, nous sommes exposés à des rayons auxquels non seulement nous ne sommes pas adaptés, mais qui peuvent nous causer des torts. La lumière se compose de plusieurs couleurs chacune correspondant à des longueurs d'onde particulières.

Nous émettons des ondes électromagnétiques se trouvant dans les longueurs d'onde de *l'infrarouge* lorsque notre corps perd de l'énergie sous forme de chaleur, dans l'air qui nous entoure. Tous les animaux à sang chaud produisent et perdent de la chaleur. C'est ainsi que certains prédateurs, dont les yeux sont sensibles à ces longueurs d'onde, parviennent à trouver des proies... même la nuit. C'est ce principe qu'exploitent les appareils qui permettent la vision de nuit. Certaines télécommandes et certains appareils de communication à courtes distances (ex. : ordinateur et périphérique sans fil) utilisent ces longueurs d'onde pour communiquer. Certaines fibres optiques sont construites pour faire voyager des signaux lumineux dans les longueurs d'onde de l'infrarouge.

*Les micro-ondes* sont mieux connues en raison de l'appareil du même nom utilisé pour la cuisson d'aliment. Il s'avère que les micro-ondes font pivoter les molécules d'eau. L'eau est une molécule bipolaire, elle est donc électriquement plus négative d'un côté et plus positive de l'autre. Lorsqu'une micro-onde passe, l'eau s'oriente selon cette onde, puisque les pôles électriques de la molécule d'eau s'accordent avec le champ électrique que génère l'onde électromagnétique.

Lorsque l'onde circule, elle fait ainsi pivoter la molécule d'eau au rythme de sa fréquence, environ  $2.5 \times 10^9$  fois seconde. Le mouvement des molécules d'eau est en partie transformé en chaleur en raison du frottement.

Cette propriété des micro-ondes à faire pivoter l'eau aurait été découverte lors de recherche sur des satellites. Les micro-ondes assurent les communications par téléphones cellulaires. La télévision par câble est un autre exemple des nombreuses applications faites des micro-ondes.

*Les ondes radio* sont principalement utilisées pour communiquer. Elles se déplacent à une vitesse proche de celle de la lumière, comme toutes les ondes électromagnétiques. Cependant, les ondes radio gardent cette propriété même dans l'atmosphère. Il faut préciser que pour nous permettre d'écouter de la musique, les stations radiophoniques n'émettent pas de sons. Elles émettent plutôt des ondes radio, des ondes électromagnétiques captées par l'antenne de nos radios qui les décodent pour les convertir en ondes mécaniques, en sons. Le son qu'on entend, contrairement à la lumière que l'on voit, ne vient pas d'une onde électromagnétique, mais d'une onde mécanique.

## **I.12. Conclusion**

Dans ce chapitre, on a défini les ondes mécaniques, sonores et plus particulièrement les ondes électromagnétiques, ces ondes traduisent la propagation d'une vibration qui peut être périodique dans le temps (fréquence  $F$  en hertz) et périodique dans l'espace, elle permet le transport d'information sans transport de matière.

Les ondes électromagnétiques permettent une transmission guidée (câbles coaxiaux ou fibres optiques). Dans le chapitre suivant on va traiter l'interaction onde électromagnétique-cristal photonique en se basant sur les équations de Maxwell.

### I.13. REFERENCES

- [1] H. Sazdjian, Université Paris X I Orsay, S3 M I, Phys 272, "ONDES: Corde vibrantes, ondes sonores, ondes optiques"; (2007-2008).
- [2] Fred Scaffidi, chimiste Parution : TMD Marchandise dangereuse Nouvelles, Vol. 17, No. 1, Printemps 1997.
- [3] PHYSIQUE – Harris BENSON – Ed.Deboeck Université.
- [4] Eva PEBAY-PEYROULA, Université Joseph Fouier, Sciences. Technologie. Santé, *mcd* TICE PCEM1- Année universitaire 2007-2008, Faculté de Medecine de Grenoble
- [5] Jean-Michel Courty ,UPMC-L3- Physique- PGA, Electromagnétisme et optique, note de cours. Version 0.3, Mars 2006.
- [6] Jacques Verdier, La propagation des ondes électromagnétiques, dept GE, INSA Lyon.
- [7] Jean-Michel Courty, "*Electromagnétisme et optique*", UPMC- L3- Physique-PGA; notes de cours. Version 0.2; (15 Mars 2005).
- [8] E. Hecht (2005) : *Optique*, Pearson Éducation France, 4<sup>e</sup> Édition.  
*Pour la Science*, numéro spécial « L'univers des ondes », n<sup>o</sup> 409, novembre 2011.
- [9] Erwin Schrödinger ; *Mémoires sur la mécanique ondulatoire*, Félix-Alcan (Paris-1933). Réédition Jacques Gabay (1988), ISBN 2-87647-048-9. Contient la traduction française par Alexandre Proca des mémoires historiques de 1926.
- [10] Weisstein, Eric W., "*P-Wave*". Monde Eric Weisstein des sciences.
- [11] David J. Griffiths, Introduction à l'électrodynamique, ISBN 0-13-805326-X
- [12] John D. Jackson, électrodynamique classique, ISBN 0-471-30932-X .
- [13] Lacs, R. (1998). Limites expérimentales sur la masse du photon et le potentiel vecteur magnétique cosmique. *Physical review letters*, 80 (9), 1826-1829.
- [14] Heaviside, Oliver, "*la théorie électromagnétique*" *Annexes. D. Sur les ondes électriques ou magnétiques de compression*. Chelsea Pub Co, 3e édition (1971) 082840237X.
- [15] Corum, KL, et JF Corum, «*La vague Zenneck de surface*», *Nikola Tesla, observations foudre, et des ondes stationnaires, annexe II*. 1994.
- [16] Haifeng Wang, Luping Shi, Boris Luk'yanchuk, Colin Sheppard et Chong Tow Chong, "Création d'une aiguille de lumière polarisée longitudinalement dans le vide en utilisant l'optique binaire," *Nature Photonics*, Vol.2, pp 501-505, 2008, doi : 10.1038/nphoton.2008.127.

[17] S. C. Bloch "Eight velocities of light" Am. J. Phys. 45, 538 (1976) et R. L. Smith "The velocities of light", Am. J. Phys. 38, 978 (1970).

[18] Stenner & al Nature 425 p695 (2003) et Stenner & al Phys. Rev. Lett 94 p053902 (2005).

[19] P. W. Milonni "Slow light, fast light, left-handed light." Taylor & Francis | 2004-11-30 | ISBN 0750309261 | 262 pages.



# *CHAPITRE II*



**SYSTEMES**

**UNIDIMENSIONNELS**

## Chapitre II :

# SYSTÈMES UNIDIMENSIONNELS

### II.1. Introduction

Les matériaux à Bande Interdite Photonique, plus simplement appelés BIP (en anglais, Photonic Band Gap, PBG) sont composés d'un assemblage périodique de deux ou plusieurs matériaux diélectriques ou métalliques. Ils présentent des bandes de fréquence pour lesquelles la propagation des ondes électromagnétiques est interdite.

Nous débuterons ce chapitre par un historique retraçant l'origine des cristaux photoniques. Ensuite nous présenterons l'analogie qui existe entre les semi-conducteurs, dont la périodicité atomique interdit la propagation des électrons dans certaines bandes d'énergie, et les photons piégés dans des structures diélectriques périodiques. Enfin on termine ce chapitre par la conception des hétérostructures et le phénomène de la localisation dans les systèmes désordonnés.

### II.2. Historique

La naissance des structures photoniques provient de l'optique. C'est en 1915 que le physicien anglais *Sir William Lawrence Bragg* a reçu le prix Nobel de physique en récompense de son travail effectué sur la diffraction des rayons X par les cristaux [II.1].

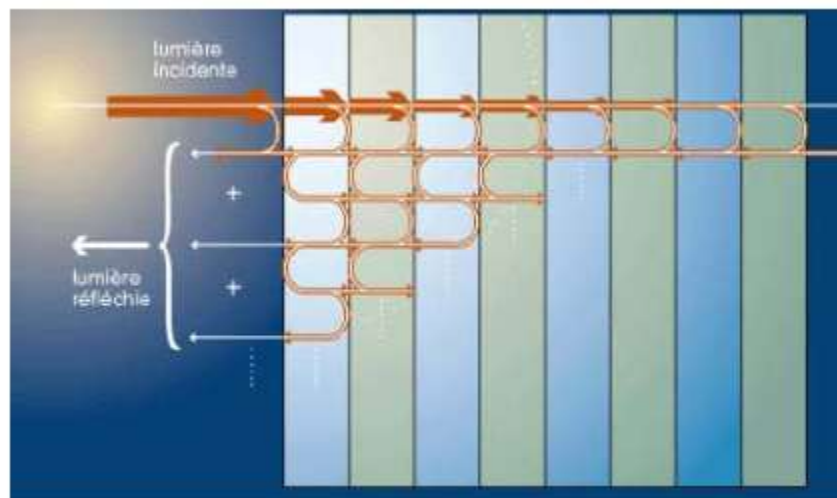
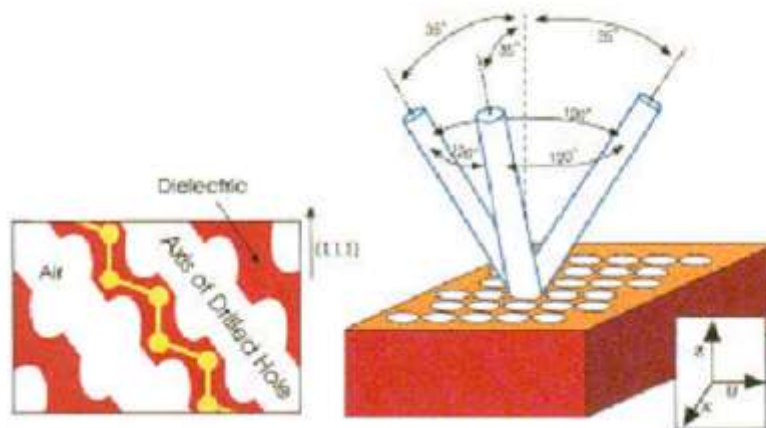


Fig.II.1. Miroir de Bragg

Bragg a développé le miroir de Bragg (fig.II.1). Ce miroir est une succession de surfaces planes transparentes d'indices de réfraction différents. Il permet de réfléchir, grâce à des phénomènes d'interférences constructives, 99.5 % de l'énergie incidente. Ceci est possible à condition que l'onde incidente soit proche de l'incidence normale. Aucun autre miroir ne peut égaler ce résultat (les pertes diélectriques étant plus faible que les pertes métalliques pour les longueurs d'ondes optiques) [II.1].

C'est en 1987 qu'Eli Yablonovitch [II.2] et Sajeev John [II.3], en cherchant à réduire l'émission spontanée de lasers et les semi-conducteurs, proposent un nouveau moyen de construire un miroir de Bragg proposée par W. L. Bragg, à plusieurs dimensions. L'idée consiste à réaliser une structure périodique à trois dimensions par assemblage régulier de sphères, de cylindre et/ ou de poutres [II.4].

En 1991, Eli Yablonovitch [II.5] réalisa le premier cristal photonique artificiel [II.6-7] fonctionnant aux longueurs d'onde centimétriques. Ce cristal artificiel, réalisé dans le bloc de plexiglas usiné dans trois directions différentes séparées de  $120^\circ$  permettant de reproduire la structure cristalline du diamant [II.1] [II.4], est appelé Yablonovite [II.6] (Fig.II.2)



**Fig.II.2.** Schéma explicatif de la technique utilisée pour la réalisation du premier cristal photonique : Yablonovite

Le matériau BIP ainsi réalisé est une extension tridimensionnelle aux fréquences micro-ondes des miroirs de Bragg. Etant construit à partir d'un empilement périodique de couches diélectriques d'indices de réfraction différents dans une seule direction de l'espace, ces derniers ne permettent de contrôler la lumière que dans cette même direction. Au contraire, les matériaux BIPs tridimensionnels peuvent réaliser une bande interdite

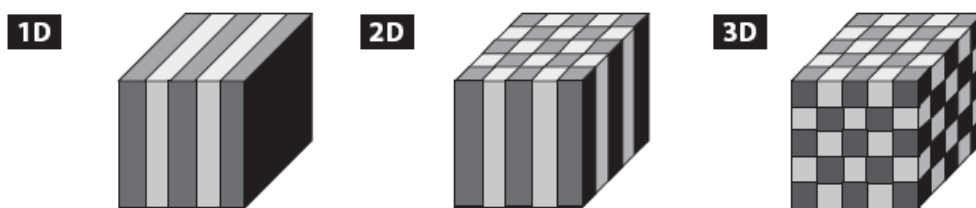
complète dans toutes les directions de propagation et pour toutes les polarisations possibles de l'onde [II.4].

Les exigences et les limitations technologiques dues à la taille de l'usinage ont dans un premier temps écarté les applications d'un tel cristal pour des fréquences optiques.

Dès lors, les recherches sur les BIPs se multiplient pour toutes les gammes de longueurs d'ondes et à partir de 1994, les premières réalisations à l'échelle optique apparaissent.

### II.3. Cristaux photoniques principe et concept

Les cristaux photoniques sont des structures dont l'indice diélectriques varie périodiquement suivant une, deux ou trois dimensions dans l'espace [II.8-9-10-11] (Fig.II.3), cette variation périodique de l'indice optique suivant différentes directions entraîne l'apparition de gammes de fréquence pour laquelle la lumière ne peut alors plus se propager. C'est l'analogie entre la propagation d'une onde électromagnétique dans ces milieux périodiques et la propagation des électrons dans un cristal atomique [II.12] qui a mené à l'appellation de ces bandes de fréquences "bandes interdites photonique" (BIP). Des bandes d'énergie interdites pour les photons apparaissent interdisant la propagation de la lumière dans certaines directions et pour certaines énergies [II.2] [II.8].



#### II.3.1. Le cristal photonique à une dimension

Les cristaux photoniques à une dimension sont des systèmes qui présentent une périodicité dans une seule direction; ils sont formés de la répétition infinie et alternée d'un empilement de couches diélectriques planes d'épaisseur constante et de permittivité différentes  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$ , ce système est connu depuis longtemps en électronique sous le nom de *super-réseau* et en optique sous le nom de "*miroir de Bragg*" (figure.II.1) [II.13-14-15].

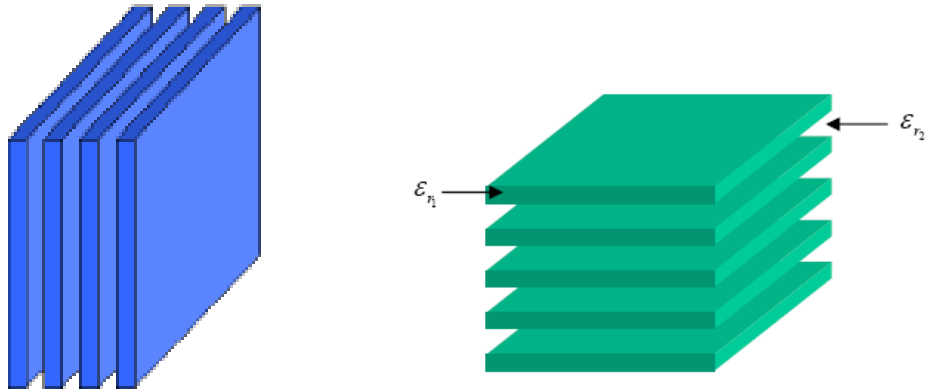


Fig.II.4. exemple de structure périodique unidimensionnel

### II.3.2. Le cristal photonique à deux dimensions

Les structures des cristaux photoniques bidimensionnel [II.16-17] sont périodiques suivant deux directions de l'espace et infinis suivant a troisième (figure.II.5). Ces structures permettent le contrôle de la propagation des ondes électromagnétiques avec des angles d'incidences variables [II.18], c'est le cas, par exemple des fibres optiques à section structurée qui permettent le guidage des modes par diffraction sur les inhomogénéités transverse [II.13].

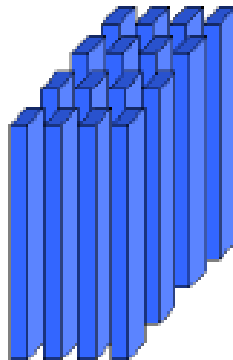


Fig.II.5. exemple de structure périodique bidimensionnel

Il existe deux types de structures périodiques diélectriques :

- ✓ Les structures dites "connectées" (figure.II.6) : les motifs élémentaires sont d'indice  $n_1$  inférieur à l'indice  $n_2$  de la matrice diélectrique [II.1].

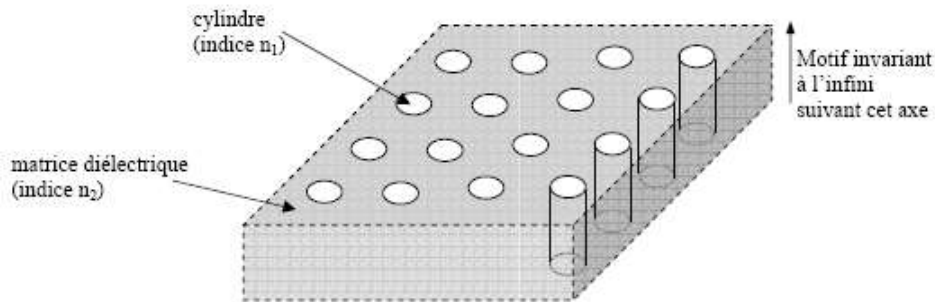


Fig.II.6. structure périodique 2D connectée

- ✓ Les structures dites "déconnectées" (fig.II.7) : les motifs élémentaires sont d'indice  $n_1$  supérieur à l'indice  $n_2$  de l'espace inter motifs. Elles sont constituées de tiges diélectriques ou métalliques alignées périodiquement dans l'air ou de la mousse [II.19].

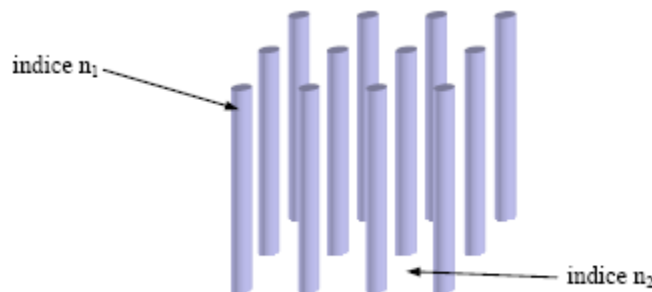


Fig.II.7. structure périodique 2D déconnectée

Dans le cas de réseaux bidimensionnels, il faut considérer deux directions de propagation au lieu d'une seule pour les unidimensionnels. La polarisation TM (respectivement TE) est définie lorsque le vecteur champ électrique (respectivement champ magnétique) est perpendiculaire aux deux axes de symétries (x et y) du réseau considéré (fig.II.8).

Suivant la polarisation des ondes, les caractéristiques électromagnétiques d'une structure à BIP seront différentes. Il existe donc une bande TE et une bande interdite TM. La bande interdite absolue sera la zone commune aux deux bandes interdites (figure II.9) [II.18].

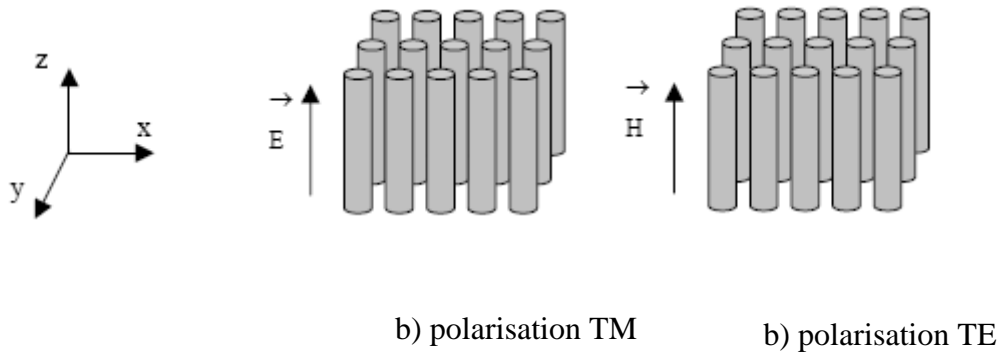
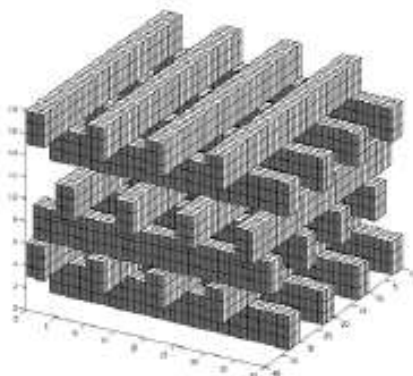


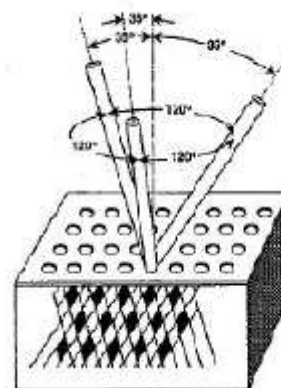
Fig.II.8. schéma caractérisant les deux polarisations

### II.3.3. Le cristal photonique tridimensionnel

Un cristal photonique à trois dimensions est inhomogène et périodique sur un réseau tridimensionnel. Le premier cristal photonique tridimensionnel a été fabriqué par K. M. Ho et al. [II.20]. Il était formé de sphères de silicium arrangées sur une structure diamant. En 1993 Eli Yablonovitch fabriquait un cristal photonique en perçant des trous dans un bloc de plexiglas selon trois angles azimutaux; ce cristal photonique s'appelle d'après son inventeur "la Yablonovite" [II.5].



Structure "tas de bois"

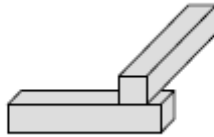


Yablonovite

Il en existe deux principaux types : les structures "tas de bois" et les Yablonovites [II.5-21].

La réalisation de telles structures est maîtrisée pour des applications dans le domaine des micro-ondes [II.5], mais elle est plus difficile à réaliser à des échelles submicroniques.

La structure dite "*tas de bois*" est un exemple de matériau périodique à 3 dimensions [II.22]. Le motif élémentaire est composé de deux cylindres orthogonaux :



Motif élémentaire

Cette structure est relativement facile à réaliser et elle offre une bande interdite complète pour toutes les incidences de l'espace [II.23].

#### II.4. Analogie électron-photon- Etude électromagnétique

Nous savons, grâce à la physique du solide, que les électrons d'un cristal semi-conducteur ne peuvent pas prendre n'importe quelle énergie. La ressemblance qui existe entre l'équation de Schrödinger et l'équation de Helmholtz scalaire déduite des équations de Maxwell nous permet de supposer que pour un cristal photonique il peut exister des bandes de fréquences interdites.

Nous allons à présent montrer la similitude qui existe entre le calcul des modes de propagation électromagnétique dans un matériau périodique et la résolution de l'équation de Schrödinger pour une particule dans un puit potentiel périodique.

L'équation de Schrödinger s'écrit sous la forme suivante [24-29]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x)) \psi = 0 \quad (\text{II.1})$$

où  $m$  est la masse de l'électron et  $\hbar$  la constante de Planck divisée par  $2\pi$ .

$\psi$  est la fonction d'onde,  $E$  est l'énergie de l'électron et  $V(x)$  représente la distribution du potentiel électrique.

Mais avant de regarder les similitudes qui existent entre ces deux équations, établissons la relation de Helmholtz scalaire dérivée des équations de Maxwell.

Dans un milieu diélectrique parfait où il n'y a ni charges ni courants, les équations de Maxwell se simplifient et s'écrivent dans le domaine temporel [II.24].

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{I.2})$$

$$\text{rot} \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div} \vec{E} = 0 \quad (\text{II.4})$$

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad (\text{II.5})$$

Pour établir l'équation de propagation du champ électrique  $\vec{E}$ , nous pouvons écrire successivement :

$$\text{rot} \text{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot} \vec{H}) \quad (\text{II.6})$$

$$\text{grad} \text{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{II.7})$$

d'où:

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Le champ électrique  $\vec{E}$  peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{E}(t) = \vec{E} e^{j\omega t} \quad (\text{II.9})$$

avec  $\omega$  la pulsation.

Alors la relation de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique s'écrit, après simplification, de la manière suivante:

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(x, y, z) \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{II.10})$$

avec  $\vec{E}$  : Champ électrique

$\varepsilon_r$  : Permittivité

$c$  : Célérité dans le vide

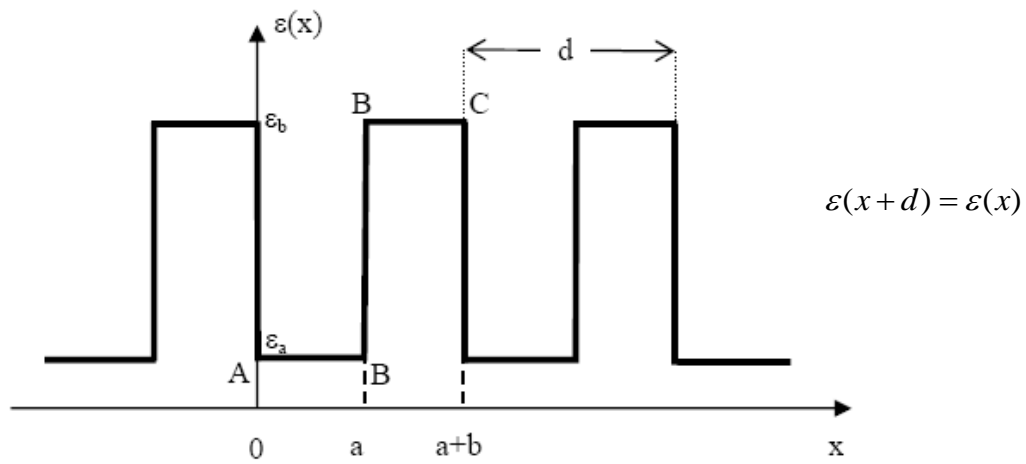
Dans un système unidimensionnel, l'équation précédente devient:

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(x) E(x) = 0 \quad (\text{II.11})$$

Par analogie entre l'équation différentielle (II.11) et celle de Schrödinger (II.1), il est possible d'identifier le champ électrique  $\vec{E}$  à la fonction d'onde  $\psi$ , et le terme  $\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(x)$  au

terme  $\frac{2m}{\hbar^2}(E - V(x))$ . En prenant comme l'hypothèse que la permittivité  $\varepsilon(x)$  est périodique de période "d", il est possible de mettre en évidence la notion de bandes permises et de bandes interdites.

L'équation (II.11) peut être résolue en considérant un réseau périodique unidimensionnel.



**Fig.II.9.** Constante diélectrique périodique d'un cristal photonique 1D

Nous pouvons faire la résolution de l'équation (I.11) dans les régions A-B et B-C Si

$$0 < x < a \quad \text{alors} \quad \varepsilon(x) = \varepsilon_a = 1 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 E_{AB}(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} E_{AB}(x) = 0 \quad (\text{II.12})$$

$$\text{Si } a < x < a+b \quad \text{alors} \quad \varepsilon(x) = \varepsilon_b = \varepsilon_r \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 E_{BC}(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r E_{BC}(x) = 0 \quad (\text{II.13})$$

Les solutions des équations différentielles (I.12) et (I.13) sont respectivement :

$$E_{AB}(x) = A \sin(\alpha x) + B \cos(\alpha x) \quad (\text{II.14})$$

avec  $\alpha = \frac{\omega}{c}$

et  $E_{BC}(x) = C \sin(\beta x) + D \cos(\beta x) \quad (\text{II.15})$

avec 
$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_r}$$

En utilisant les faits, qu'au point B la fonction  $E(x)$  et sa dérivée  $E'(x)$  sont continues, qu'au point C la fonction  $\varepsilon(x)$  et sa dérivée  $\varepsilon'(x)$  périodiques, et que le champ électrique  $E(x)$  qui vérifie l'équation (II.11) admet une fonction de Bloch pour solution  $E(x) = \mu_k(x)e^{jkx}$  (où  $\mu_k(x)$  est une fonction de même période de "d" que la distribution de permittivité  $\mu_k(x+d) = \mu_k(x)$ , il est facile de montrer facilement que la solution à l'équation (II.11) est:

$$\cos(\alpha a) \cos(\beta a) - \sin(\alpha b) \sin(\beta b) \frac{\varepsilon_r + 1}{2\sqrt{\varepsilon_r}} = \cos[k(a + b)] \quad (\text{II.16})$$

Le membre gauche de l'égalité (II.16) peut être supérieur à +1 ou inférieur à -1; dans ce cas, il n'y a pas de vecteur d'onde k qui vérifie la relation de dispersion (II.16), donc aucune onde électromagnétique ne se propagera. Comme  $\alpha$  et  $\beta$  dépendent tous deux la pulsation  $\omega$ , on parle alors de bande de fréquence interdites.

Donc le matériau périodique unidimensionnel empêche les ondes électromagnétiques de se propager à ces fréquences considérées.

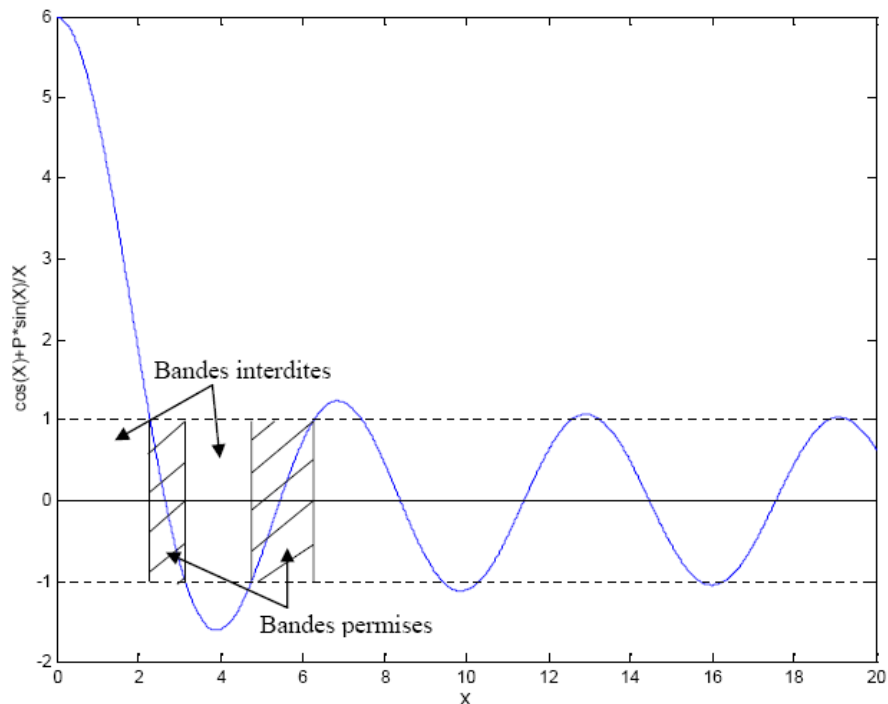


Fig.II.10. Bandes permises et interdites

## II.5. Domaines d'application

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques applications de différentes structures périodiques, allant des fréquences optiques aux fréquences micro-ondes.

### II.5.1. Fréquences optiques

Les intérêts portés aux matériaux à bande interdite photonique ont tout d'abord été dans le domaine optique.

L'objectif était de réaliser des cavités parfaites, ceci afin de contrôler l'émission spontanée et donc d'obtenir des lasers sans seuil. Les micro sources pompées optiques et dotées d'un facteur de qualité supérieur à 1000 ont été conçues en laboratoire [II.30]

Les fibres dites à "cristal photonique" sont apparues en 1996 aux universités de Bath et de Southampton [II.31]. Elles sont constituées d'un cœur de silice pure entouré d'un arrangement régulier de canaux d'air de dimensions microscopiques, disposés parallèlement à l'axe (figure II.11)



**Figure.II.11:** Exemple de fibre à cristal photonique

Cette fibre à cristal photonique a la faculté de guider un mode fondamental sur une très large bande spectrale.

Grâce à une gaine optique périodique, Des fibres monomodes qui possèdent un effet de bande interdite photonique sont aussi étudiées pour annuler la dispersion chromatique [II.32]. Ces fibres sont très intéressantes pour les communications optiques à haut débit et longue portée.

Enfin, d'autres chercheurs ont montré qu'il était possible d'améliorer le comportement des diodes électroluminescentes en positionnant au cœur de ces dernières des cristaux photoniques qui empêchent les rayons lumineux de revenir se perdre à l'intérieur du composant [II.33]

## II.5.2. Fréquence micro-ondes

Dans le domaine des micro-ondes [II.34], les matériaux à bande interdite photonique trouvent leurs applications aussi bien dans la conception des circuits que pour améliorer les performances des antennes [II.35].

### II.5.2.1. Dispositifs filtrants

Parmi les dispositifs utilisant des structures périodiques dans le domaine du filtrage on trouve par exemple des filtres micro-ondes, des guides d'onde et des structures planaire. Au sein de l'IRCOM, dans l'équipe CDM (Circuit et Dispositifs Microondes), des études sont menées pour valider théoriquement et expérimentalement le principe de filtres micro-ondes à structures périodiques [II.36]

Un nouveau type de guide d'onde quasi TEM utilisant des structures périodiques [II.37] a été développé par l'équipe de Tatsuo Ito. Il est conçu à partir d'éléments plans (figure.II.12) disposés sur les parois latérales du guide. Ainsi, sur une plage de fréquence de coupure et la propagation de l'onde se fait sur un mode unique.

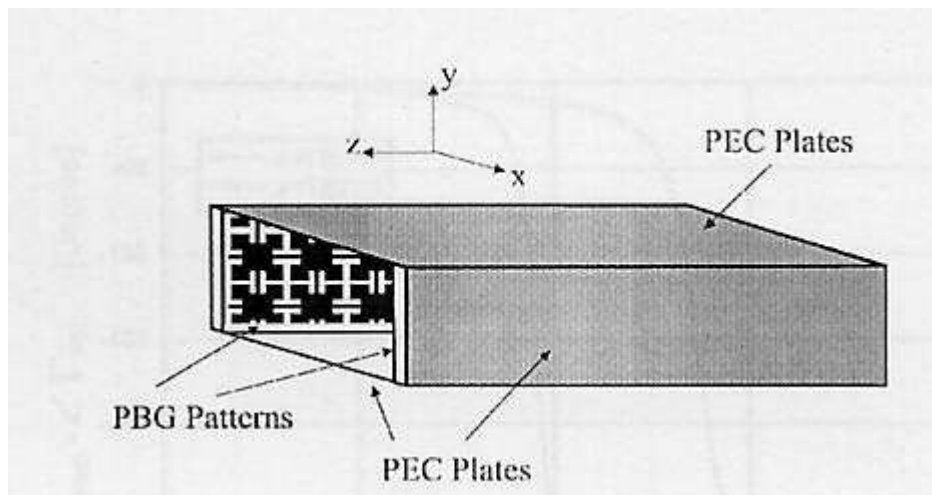
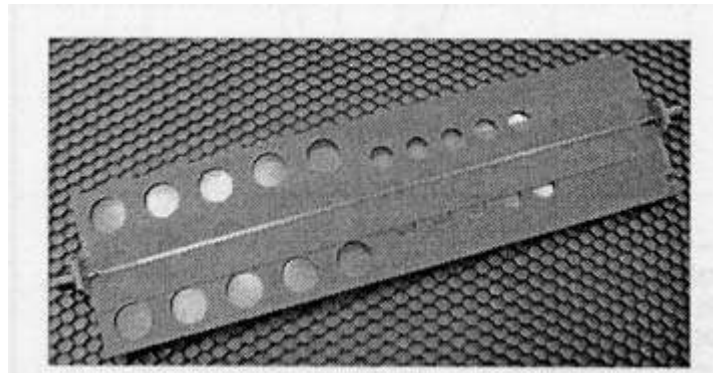


Figure.II.12. Schéma de guide à UC-PBG

En introduisant des éléments actifs dans des guides d'ondes [II.38], il est possible de réaliser l'accordabilité des structures périodiques. Les éléments actifs, du type diode varactor, sont placés dans une structure BIP métallique filaire.

Les BIPs trouvent également des applications dans les circuits développés en technologie planaire. Des trous espacés périodiquement et disposés de chaque côté d'une ligne microruban (figure.II.13) permettent l'obtention d'une bande interdite [II.39]. Ce genre de filtre réalise une réponse stop bande large bande.



**Figure.II.13.** *Trous périodiques de part et d'autre d'une ligne microruban*

#### **II.5.2.2. Dispositifs rayonnants**

Une des voies les plus développées pour l'application des BIP aux fréquences micro-ondes concerne le domaine des antennes et leurs effets sur le rayonnement. De nombreuses études ont été menées et montrent l'utilisation de matériaux BIP comme substrat d'antennes, comme réflecteur ou comme radôme dans le but d'augmenter la directivité des antennes, ou encore en utilisant des matériaux BIP actifs.

Il a été montré [II.40] que le fait de disposer un réflecteur BIP métallique planaire au dessous d'un monopole permettait d'améliorer le fonctionnement du dispositif et e alors que monopole et réflecteur sont très proche l'un de l'autre ( $\ll \lambda/4$ ). La présence d'un substrat BIP diélectrique sou une antenne patch a pour principal effet de réduire les effets d'onde de surface [II.41] ainsi que le niveau des lobes secondaires.

Les propriétés des matériaux BIP ont des intérêts au point de vue de la discrétisation. Il est possible de réduire la SER [II.42] d'un aérien en couplant ce dernier avec un BIP métallique possédant des caractéristiques de transparence durant le temps d'émission ou de réception et des caractéristiques d'opacité durant le reste du temps.

D'autre étude ont permis de réaliser des réflecteurs. La faisabilité d'un réflecteur, de forme parabolique à bande interdite photonique a été démontrée [II.43] [II.44] (figure.II.14). Il

est composé d'un empilement d' "assiettes" diélectrique espacé de gap d'air. C'est le principe du miroir de Bragg. Ce dispositif, simple à réaliser, présente une meilleure sélectivité en fréquence comparée au réflecteur métallique. Ce type de parabole présente aussi un intérêt pour des applications militaires.



**Figure.II.14..** *Réflecteur parabolique diélectrique en chambre de mesure*

Des cristaux photoniques électriquement contrôlable peuvent être employés alternativement en tant que radomes actifs ou filtres spatiaux pour sélectionner des modèles de rayonnement des antennes. Des travaux ont été menés à bien en France dans cette direction.

A l'université d'Orsay [II.45] un radome actif a été obtenu. Il est composé de deux plaques imprimées avec des diodes PIN soudées à intervalles réguliers le long de piste métalliques parallèle. Le radôme est placé près de l'antenne planaire pour réduire les ondes de chaque côté de la structure et pour améliorer l'espacement entre le matériau BIP et l'antenne.

A l'université de Rennes [II.46], des résultats expérimentaux ont été obtenus sur la commutation de faisceau. Des transistors à effet de champ sont utilisés. Suivant l'état des transistors (passants ou bloqués). Le dipôle émet dans un ou deux guides d'ondes. Changement de la structure globale. Ces résultats sont très prometteurs pour le développement des antennes peu coûteuses.

## II.6. Conception des hétérostructures

Les techniques modernes de croissance de cristaux photonique, que sont l'épitaxie par jet moléculaire MBE (Moléculaire Beam Epitaxy) et le dépôt en phase vapeur à partir d'organo-métalique MOCVD (Metal-Organic-Chemical Vapor Deposition), permettent de réaliser des couches monocristallines avec une maîtrise exceptionnelle de la composition chimique, des qualités de cristallographiques et de l'épaisseur. La condition nécessaire à la réalisation d'une bonne hétéro-épitaxie d'un cristal sur un autre est que les deux matériaux aient d'une part la mêmes structure cristalline et d'autre part des paramètres de maille voisins.

### II.6.1. Epitaxie par jets moléculaires

La technique MBE (Moléculaire Beam Epitaxy) [II.47] permet la croissance de composés III-V avec une précision de l'ordre de la couche atomique.

### II.6.2. Historique

Cette technique a été développée dans les années soixante-dix grâce au progrès des systèmes ultra-vide et aux travaux d'Arture et Cho [II.48-49]

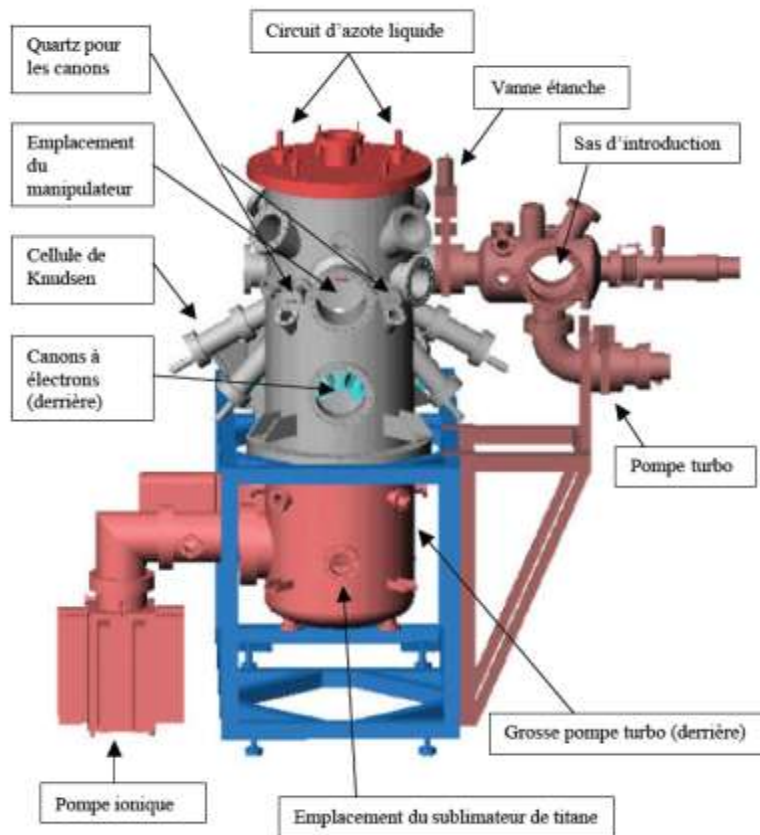
### II.6.3. Principe de fonctionnement

L'épitaxie par jets moléculaires fait interagir dans une enceinte à très basse pression résiduelle (inférieure à  $5 \cdot 10^{-11}$  mBar) des flux atomiques sur un substrat monocristallin porté à une température appropriée à la croissance épitaxiale. Le substrat est généralement orienté selon un plan cristallographique dense et croissance se faite en accord de maille sur substrat. Les jets moléculaires des constituants de la couche sont obtenus par évaporation de produits-sources solides sous régime de l'effusion moléculaire dite de Kundsén: le libre parcours moyen des composants est largement supérieur à la distance source-substrat. La vitesse de croissance est contrôlée par une régulation précise de la température des creusets contenant les produits-sources. L'interposition de caches mécaniques entre les creusets et substrat permet la réalisation de profils de composition et de dopage très abrupts.

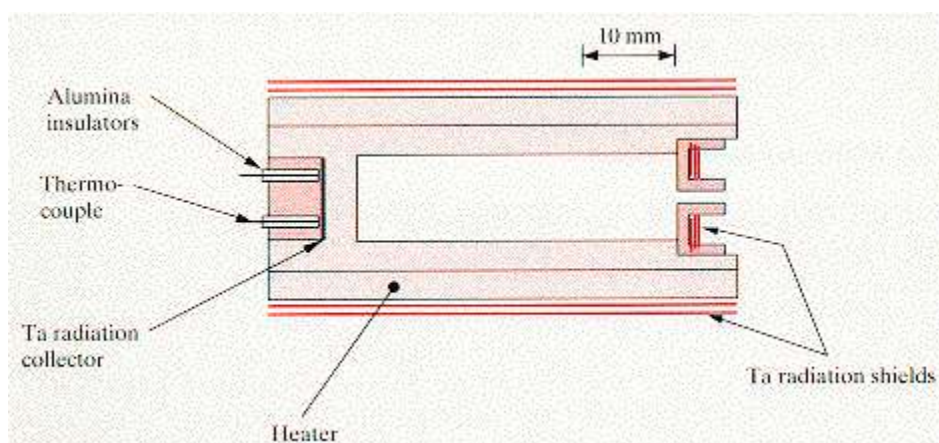
### II.6.4. Avantage et limites

L'épitaxie par jets moléculaire permet la croissance de structures multicouches complexes où les couches élémentaires sont extrêmement minces et les interfaces très abruptes. Les structures peuvent comporter jusqu'à 2000 interfaces sur une épaisseur de  $10 \mu m$ . Mais la faible vitesse de croissance (inférieur à  $2 \mu m/h$ ) n'autorise pas la croissance de couche épitaxiales épaisses. De plus, la croissance de matériaux à forte

énergie de cohésion est parfois impossible lorsqu'une forte pression de l'élément source correspondant est nécessaire (Limite du régime de Kundsén ).



**Fig.II.15.** Schéma l'enceinte d'épitaxie par jets moléculaires. Les brides représentent les endroits où les différents éléments sont fixés (manipulateur, canons à électrons, sublimateur de titane, ...).



### Cellule de Kundsén

## II.7. Le phénomène de la localisation dans les systèmes désordonnés

### II.7.1. La localisation d'Anderson

En réalité, un système idéalement ordonné ne peut pas exister. Il se trouve que des distorsions apparaissent dans la structure ordonnée par la présence d'impuretés, de dislocations, de lacunes ou de défauts. Pour autant que la concentration de ces éléments reste faible, le principe de développement de la symétrie de translation reste aussi valable dans le cadre de la théorie des faibles perturbations (approximation du potentiel cohérent) [50]. Par contre, dès que la concentration de ces perturbations devient importante, il n'est plus question d'aborder l'aspect perturbation de la symétrie de translation. Une nouvelle approche pour les systèmes désordonnés est donc nécessaire [II.51].

Les modèles de désordre peuvent être construits de façons différentes. Les systèmes amorphes et verres peuvent être obtenus à partir de la relaxation des paramètres de la structure (désordre structural) tandis que les alliages sont obtenus à partir de la distribution aléatoire de plusieurs types d'atomes sur un réseau (désordre compositionnel), ainsi le positionnement des atomes hors des sites cristallins forme des états localisés (désordre topologique). (Voir figure. II.16)

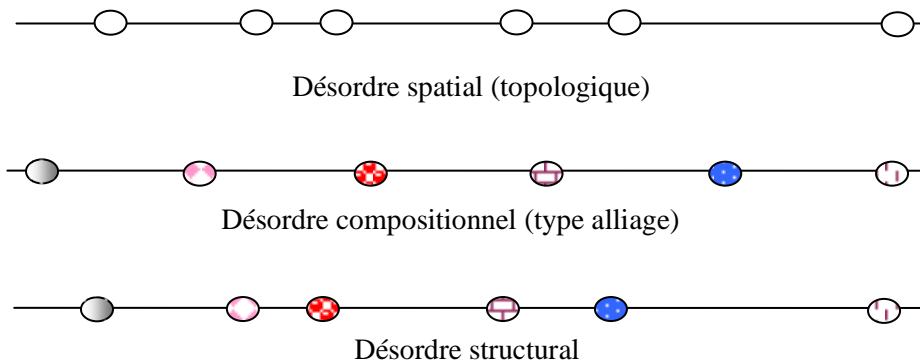
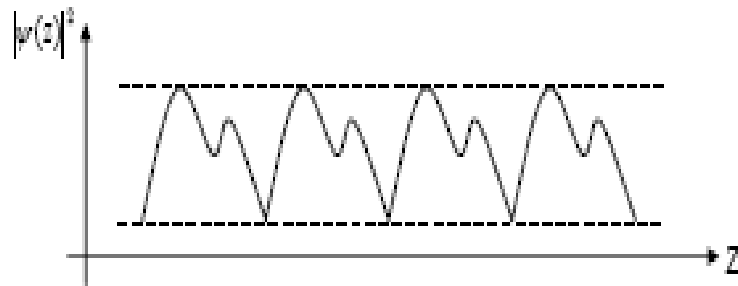


Fig. II.16. Types de désordre dans un système unidimensionnel

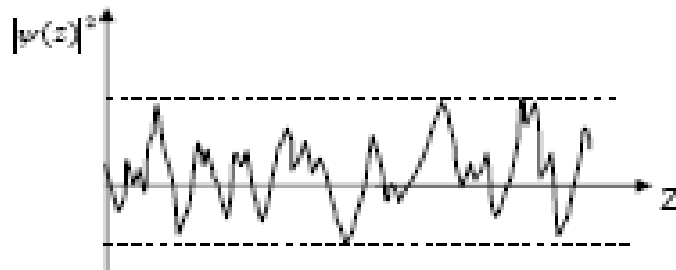
Dans un cristal périodique parfait, le théorème de Bloch permet de démontrer que les états électroniques permis (qui reproduisent la périodicité du potentiel) sont étendus.

$u(\vec{r} + \vec{t}) = u(\vec{r})$  où  $t$  est le vecteur de translation du réseau cristallin, ces états restent étendus mais non périodique en présence d'un faible désordre. La propagation de ces ondes

prend un caractère diffusif conformément à la théorie de Bloch-Boltzmann dans les matériaux [II.52-53].



**Fig.II.17.** *Etat propre de Bloch*

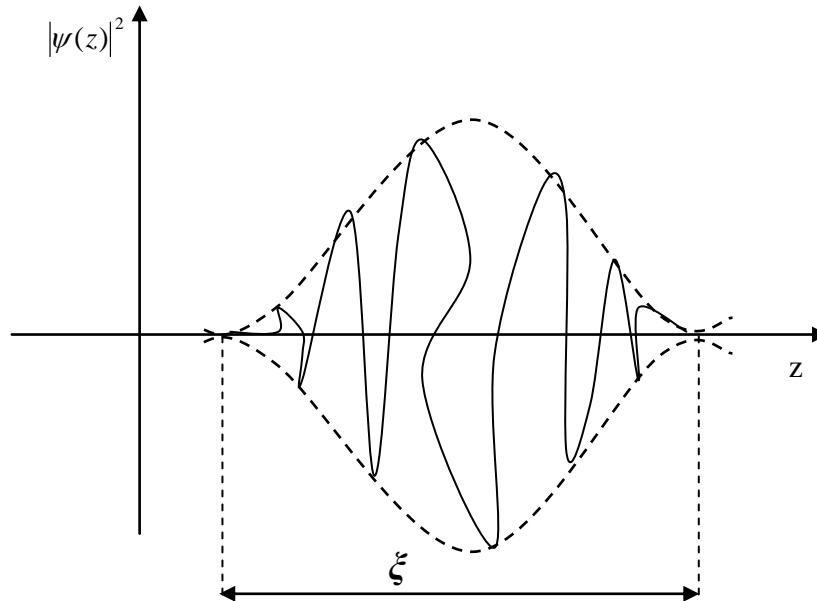


**Fig.II.18.** *Représentation d'état étendu d'un système faiblement désordonné.*

Par contre, ceci n'est plus valable dans un système fortement désordonné. Anderson a montré qu'en présence d'un désordre suffisamment fort, tous les états électroniques devenaient localisés et présentaient par conséquent une propagation limitée [II.54].

Contrairement aux considérations précédentes (pour lesquelles une onde dans un milieu désordonné était vue comme une onde de Bloch ayant perdu sa cohérence spatiale sur des longueurs de l'ordre du libre parcours moyen), ces états propres ont une probabilité de présence importante dans une région finie de l'espace. La fonction enveloppe décroît exponentiellement à partir de certaines positions et devient négligeable au delà d'une longueur caractéristique  $\xi$ , appelée longueur de localisation, liée à la configuration du désordre (voir Fig. II. 19). Dans ces conditions, la fonction enveloppe s'écrit :

$$f(r) \propto e^{-\frac{|r-r_0|}{\xi}} \quad (\text{II.17})$$



**Fig. II. 19.** Etat propre dans un système suffisamment désordonné. La fonction enveloppe est confinée dans une région finie de l'espace.

La localisation d'Anderson est un phénomène de propagation caractérisé par la présence d'un désordre statique. En 1958, Anderson [II.51] a montré dans son papier original intitulé : *Absence of diffusion in certain random lattices*, montre que la fonction d'onde d'un électron dans un réseau unidimensionnel non périodique, c'est à dire affecté par un certain désordre, ne peut pas être du type fonction de Bloch, mais elle est plutôt limitée dans l'espace.

Le caractère étendu ou localisé de l'onde dépend de trois paramètres: La dimension spatiale du système, l'énergie de la particule  $\varepsilon_i$  et le taux de désordre  $W$ .

A partir de la connaissance de la nature de l'onde électronique dans les deux cas limites de l'ordre parfait et du désordre total, il est devenu intéressant de décrire les caractéristiques des ondes dans une situation intermédiaire. En variant l'énergie, la nature des états se retrouve affectée en passant d'un état localisé vers un état étendu.

L'apparition d'un front de mobilité (l'augmentation de la conductance vers la valeur  $\sigma_{\min}$ ) dû à la présence d'états étendus dans cette zone à désordre intermédiaire est synonyme d'une transition de phase métal-isolant [II.55-56]. (figure. II. 20)

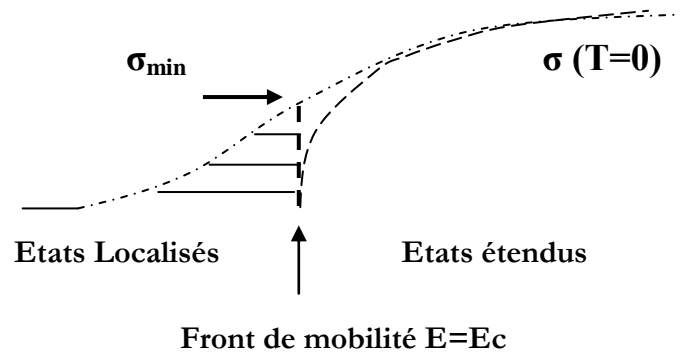


Fig. II. 20. Schéma représentant la notion de front de mobilité [II.55-59]

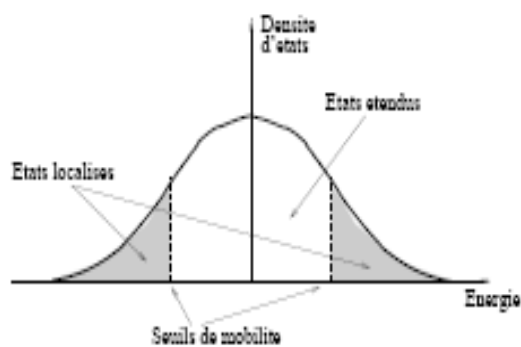
Dans les systèmes 3d,

$$\sigma_{\min}^{3D} \approx \left( \frac{1}{3\pi^2} \frac{e^2}{\hbar} \frac{1}{a} \right) \quad (\text{II.18})$$

où  $a$  est un paramètre de longueur microscopique, proche de l'inverse du vecteur d'onde de Fermi ( $a \approx k_f^{-1}$ ). Quant aux systèmes bidimensionnels (2d), l'observation intéressante a consisté sur l'universalité du seuil de mobilité [II.57-59] :

$$\sigma_{\min}^{2D} \approx 0.1 \frac{e^2}{\hbar} \quad (\text{II.19})$$

où  $\hbar$  est la constante de Planck et  $e$  la charge de l'électron.



### II.7.2. La théorie d'échelle de la localisation d'Anderson

Les prémisses de la théorie d'échelle de la localisation ont commencé à apparaître au début de des années 70. Le concept de la conductance dans les systèmes mésoscopiques a été introduit par Thouless [II.60]. L'idée consistait à définir la conductance à partir de la susceptibilité des valeurs propres de l'énergie à changer en fonction des conditions aux limites sur des portions successives d'un système fini, suffisamment long [II.61-62]

En 1979, Abrahams et al. [II.63] ont développé la théorie d'échelle de la localisation, basée essentiellement sur les considérations de Thouless [II.62]. Le problème consistait à décrire la variation de la conductance en fonction de la taille du système et de sa dimension linéaire pour décrire comment  $g(bL)$  dépend de  $g(L)$  lorsque la longueur du système passe de  $L$  à  $bL$  où  $b$  est le facteur d'échelle. Abrahams et al. [II.63] ont proposé une fonction  $g(bL)$  dépendant uniquement de  $g(L)$  et du facteur d'échelle  $b$ , telle que

$$g(bL) = f[(b, g(L))] \quad (\text{II.20})$$

où  $f$  est une fonction universelle, dépendant uniquement de la dimension du système considéré.

La théorie d'échelle est valable pour un mouvement diffusif des électrons ( $L > l_e$  où  $l_e$  est le libre parcours moyen). L'idée est que le changement de désordre effectif dans un système lorsque ce dernier devient un peu plus grand, dépend de sa valeur antécédente. La seule mesure de ce désordre effectif provient de la conductance  $g$ , permettant ainsi de définir la fonction d'échelle  $\beta(g)$  telle que :

$$\frac{d \ln g(L)}{d \ln L} = \frac{[\partial f(bg) / \partial b]_{b=1}}{g(L)} = \beta[g(L)] \quad (\text{II.21})$$

En supposant la fonction  $\beta[g(L)]$  continue et monotone, son comportement qualitatif est déduit par extrapolation, à partir des réponses asymptotiques de la conductance  $g$  dans les structures métallique et isolante: Si le système est faiblement désordonné, les lois d'addition des conductances dans le régime métallique (loi d'Ohm) restent valables. La conductance varie en loi de puissance  $L^{d-2}$ . En conséquence :

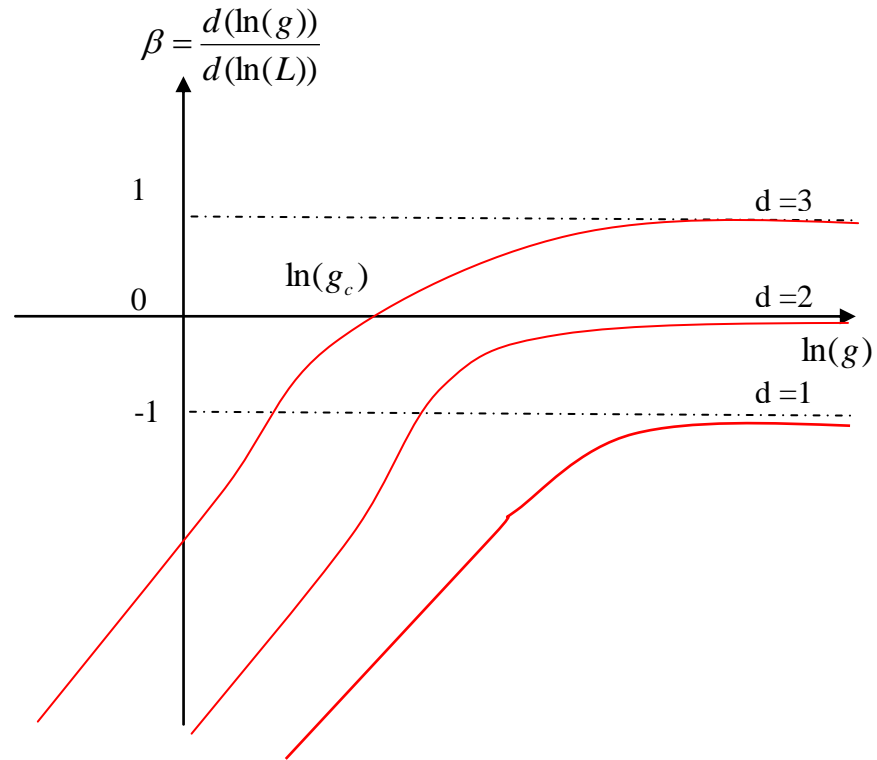
$$\beta(g) = d - 2 \quad (\text{II.22})$$

Par contre, dans le cas des isolants, avec la décroissance exponentielle de  $g$ , ( $g \propto e^{-\frac{L}{\xi}}$  où  $\xi$  est la longueur de localisation), la fonction d'échelle s'écrit :

$$\beta(g) = \ln(g) \quad (\text{II.23})$$

Conformément à ces considérations, la fonction d'échelle  $\beta(g)$  est représentée sur

Fig. I.21



**Fig. II.21.** Représentation schématique de la fonction d'échelle  $\beta(g)$ . L'apparition de la dimension critique  $d^*=2$  au delà de laquelle la transition métal-isolant se produit à  $g = g_c$  [II.63]

La figure (II.21) représente les fonctions d'échelles pour des systèmes unidimensionnels, bidimensionnels et tridimensionnels.

L'étude de la fonction d'échelle  $\beta$  a permis de mettre en évidence l'existence d'une dimension critique  $d^* = 2$  au-delà de laquelle la transition de phase métal-isolant est réalisée. Selon la figure (II.20), on a deux situations:

- ❶ Pour  $g > g_c$  :  $\beta > 0$ , la conductance augmente avec la taille du système, et  $\xi$  est interprétée comme une longueur de corrélation.

- ② Inversement si  $g < g_c$ , alors  $\beta < 0$ , la conductance diminue avec la taille,  $\xi$  est alors interprétée comme la longueur de localisation (la présence uniquement d'états localisés dans toutes les structures désordonnées 1d et 2d).

En se basant sur l'approche de Landauer dans la description de la conductance à partir des propriétés de la transmission des ondes [II.64-65], d'autres travaux ont appuyé les résultats universels de la théorie d'échelle de la localisation d'Anderson à un paramètre ( $g$ ) dans les systèmes désordonnés 1d. [II.66-67].

## **II.8. La suppression de la localisation d'Anderson dans les systèmes unidimensionnels**

### **II.8.1. Constats des études analytiques et numériques**

Le désordre est le synonyme d'interférence destructive, il est à l'origine de phénomène de la localisation, l'étude concernant les modèles désordonnés unidimensionnels a été proposé ces vingt dernières années, montrant des états prolongés non triviaux [II.68-70]. Ce phénomène est dû à une corrélation spatiale particulière du désordre. Cette étude a conduit au développement de sujets très pointus sur la possibilité de suppression de localisation dans les systèmes à 1-D induite par des effets de non linéarité [II.71], de corrélation [II.72-74] ou d'interaction à longue portée [II.75]. Les énergies des états délocalisés peuvent être changées en prenant des paramètres appropriés pour hétérostructures. Des résultats expérimentaux [II.76] indiquent qu'une corrélation dans le désordre conduit à l'existence d'états délocalisés par simple distribution des éléments dans les superréseaux.

Dominguez et al [II.77] ont démontré analytiquement et numériquement dans une série de papiers l'existence d'un ensemble d'états prolongés pour des systèmes unidimensionnels aléatoires. L'étude numérique de l'influence de désordre corrélé à courte portée sur les propriétés de transport dans des superréseaux GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As a été faite par T.Hakobyan et al [II.78], A.Parisini [II.79], I.Gomez et al [II.80], et S.Bentata [II.81]. Plusieurs quantités physiques telles que la conductance, la fluctuation universelle de la conductance, la longueur de localisation, la résistance et sa probabilité de distribution ont été statistiquement calculées au moyen du formalisme de la matrice de transfert et du modèle de Kronig Penny, afin de distinguer la nature des états électroniques. Malgré la présence du désordre, le système présente des états fortement localisés (aux bords de bande) et des états étendus (proche de la résonance).

### **II.8.2. Constats de l'étude expérimentale**

Au cours du travail expérimental de Bellani et al [II.82] sur les superréseaux à base de semi-conducteur désordonnés intentionnellement avec ou sans corrélation du désordre, ils ont observé que les processus de délocalisation ont lieu quand le désordre est introduit, confirmant ainsi les prédictions théoriques auparavant par une série de papiers publiée par Dominguez et al [II.83-86]. Il faut noter que les fonctions d'onde correspondant à ces états ne sont pas de type de Bloch.

## **II.9. CONCLUSION**

Ce chapitre est composé de deux parties, dans la première section nous avons présenté les structures périodiques photoniques. Un rappel historique, une description et un inventaire de ces matériaux périodiques ont permis une présentation de leurs différentes caractéristiques. Grâce à l'étroite ressemblance entre l'équation de Schrödinger et l'équation de propagation des ondes électromagnétiques.

Ensuite, nous avons dressé un état de l'art et nous avons présenté des applications dans lesquelles sont utilisées les structures périodiques. Ceci nous a permis de mettre en évidence l'utilisation des matériaux à bande interdite photoniques dans plusieurs domaines tels que l'optique, les circuits micro ondes, les antennes.

Dans la seconde partie, on a présenté les systèmes ordonnés, désordonnés avec une synthèse bibliographique sur l'évolution des notions fondamentales des propriétés de transmission dans les systèmes désordonnés. Les états électroniques dans les systèmes ordonnés sont des états étendus régissant du théorème de Bloch. Dans les systèmes désordonnés, ils existent deux types d'états:

- ↗ Localisés régissant du théorème d'Anderson.
- ↗ Etendus (pas de Bloch) lorsque le désordre corrélé est introduit.

Enfin les systèmes qui n'ont pas une théorie expliquant la nature des états électroniques.

Dans le chapitre suivant, on va présenter, différents modèles et formalismes dans l'étude de ces systèmes pour mieux comprendre les phénomènes physiques intervenant dans le transport de ces systèmes.

## II.10. REFERENCE

- [1] Thèse de Doctorat, MERLE Yannick, "Etude de la dispersion électromagnétique dans les matériaux périodiques diélectriques bidimensionnel", Spécialité : "Electronique des Hautes Fréquences, Optoélectronique", UNIVERSITE DE LIMOGES, ECOLE DOCTORALE Science-technologie-santé, Faculté Des Sciences Et Techniques, (le 20 novembre 2003)
- [2] E.YABLONOVITCH  
"Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics" *Physical Review Letter*, Vol.58, N° 20, 18, May 1987, pp.2059-2062
- [3] S.John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric super lattices. *Physical Review letters*, 58 (23): 2486-2489, 1987.
- [4] Thèse de Doctorat, OURIR Abdelwaheb, "Application de Matériaux à bandes Interdites Photoniques et de métamatériaux en Télécommunications", Spécialité physique, UNIVERSITE PARIS SUD XI, FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY, (le 05 décembre 2006), N° d'Ordre : 8509. (Thèse préparée à l'institut d'électronique Fondamentale, CNRS-UMR 8622, bâtiment 220, Université Paris Sud XI 91405 Orsay).
- [5] E.YABLONOVITCH, T.J.Gmitter, and K.M.Leung. *Physical Review Letters* 67 (17) 2295-2298 (1991)
- [6] E.YABLONOVITCH  
"Photonic Band-Gap structure",  
*J. Opt. Society*, Vol 10, February 1993, pp.283-293
- [7] E.YABLONOVITCH, T.J. Gmitter  
"Photonic Band structure",  
*J. Opt. Society*, vol 9, September 1990, pp.1792-1800
- [8] J.D. Joannopoulos, R.D. Meade, and J.N. Winn.  
"Photonic Crystals: Molding the flow of light"  
*Princeton University Press, Princeton, New Jersey, (1995)*
- [9] K. Sakoda "Optical Properties of Photonic Crystals"  
*Optical Sciences, Springer Verlag, Berlin, 2001*
- [10] S.J Johnson and J.D.Joannopoulos. Photonic Crystals, The Road from Theory to Practice. Kluwer Academic Publishers, Norwell, Massachusetts, 2002.
- [11] C.:Soukoulis. Photonic Band Gap Materials. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, the Netherlands, 1996.

- [12] J.D. Joannopoulos, R.D. Meade, and J.N. Winn  
"Photonic crystal. Molding the flow of light"  
*Princeton University Press, Princeton, (1995), 137 p*
- [13] Mémoire DEA en physique et chimie des systèmes mésoscopiques, Virginie LOUSSE, "Etude théorique de l'introduction de réflecteurs à cristaux photoniques dans les dispositifs optroniques planaires", Faculté des Sciences, Département De Physique, 2001-2002.
- [14] Virginie LOUSSE, "Etude théorique des phénomènes de bistabilité dans les structures optiques non linéaires intégrant des cristaux photoniques", Faculté des Sciences, Département De Physique, 2003.
- [15] Thèse de Doctorat, Barbara WILD, "Etude Expérimentale Des Propriétés Optiques Des Cristaux photoniques Bidimensionnels et Leur Accordabilité", Faculté science de base, Laboratoire d'optoélectronique quantique, section de physique, école polytechnique fédérale de Lausanne, (Lausanne, EPFL 2006);
- [16] H.Roussel, V.Vignerass, W.Tabbara, J.P. Parneix, "Etude théorique et expérimental de structures à bande photonique Interdite Bidimensionnelle" *JNM 99, Arcachon, 5-7 Mai 1999*
- [17] G.TAYEB, D.MAYSTRE "Rigorous theoretical study of finite size two dimensional photonic crystal doped by microcavities" *J. Opt. Soc. Am. A 14, p.3323-3332, 1997*
- [18] Thèse de Doctorat, Sandrine MASSY Spécialité : Electronique des Hautes Fréquences, Optoélectronique, "Contribution à la réflexion de fonctions optiques à base de cristaux photoniques sur LiNbO<sub>3</sub>", UNIVERSITE DE LIMOGES, ECOLE DOCTORALE Science-technologie-santé, Faculté Des Sciences Et Techniques, (2004)
- [19] V. Vignerass, H.Roussel, J.P. Parneix, W.Tabbara  
"Modélisation et mesure de la réponse électromagnétique de structures BIP bidimensionnelles", *JNM 2001, Poitiers, 16-18 mai 2001.*
- [20] K.M, Ho, Chan C.T., and C.M. Soukoulis. *Physical Review Letters* 65 (25), 3152
- [21] S.Y.Lin, J.G.Fleming, B.K.Hetherington, B.K.Smith, R, Biswas, K.M. Ho, M.M. Sigalas, W. Zubrycki, S.R.Kurtz, and J.Bur. *Nature* 394 (5479), 604-606 (1998).
- [22] K.M. HO, C.T. CHAN, C.M. Soukoulis, R. Biswas, M. Sigalas  
"Photonic band gaps in three dimensions: new layer-by-layer periodic structures"  
*Phys.Rev.lett, Vol 67, pp.413, 1994.*
- [23] A.Chelnokov, S.Rowson, J.-M. Lourtioz, L.duvillaret, J.-L.Coutaz

"Terhertz caractérisation of mechanically machined 3D photonic crystal" *Electronics Letters*, V. 33, No. 23, pp. 1981-1983, 1997

[24] Y. QUERE " Physique des matériaux, Ellipses (1988)

[25] A. M. Tan, J. M. Xu, and S. Zukotynski, *J. App. Phys.* 67, 3011 (1990).

[26] A. Nogaret, L. A. Cury, D. K. Maude, J. C. Portal, and D. L. Sivco, *Semi. Sci.*

[27] D.J.Ben Daniel and C.B.Duck, *Phys.Rev.* 152, 683 (1966).

[28] T. Ando, S. Wakara, and H. Akera, *Phys. Rev. B* 40, 11 610 (1989)

[29] H.S.Cho and P.R.Prucnal, *Phys.Rev.B* 36, 3237 (1987).

[30] P. Pottier, C. Seassal, S. Letertre, J.L. Lectercq, P. Vik Torwitch, D. Cassagne, C. jouanin "triangular and hexagonal high Q factor 2D photonic bandgap cavities on III-V suspended membranes" *IEEE, lightwave Technology, Journal of, November 1999, pp 2058-2062*

[31] J.C.Knight, T.A. Birks, P.St. J. Russell, D.M.Atkin "All silica single mode optical fiber with photonic crystal cladding" *optics Letters*, vol. 21, n° 19, 1996, pp.1547-1549

[32] J. Marcou, F. Brechet "Conception de fibres à bande interdite photonique pour le contrôle de la dispersion" *Numelec*, 2000, pp. 38-39

[33] H. Hirayama, T. Hamano, and Y. aoyagi "Novel surface emitting laser diode using PBG crystal cavity" *Appl. Phys. Letters*, Vol 69, n° 6, Aug. 1996, pp.791-793

[34] A. de Lustrac, F. Gadot, S. Gabret, J.M. Lourtioz, T. Britllet, A. Priou, E. Akmansoy "Experimental demonstration of electrically controllable photonic crystals at centimetres wavelength" *Appl.Phys.Letters*, vol 75, September 1999, pp. 1625-1627

[35] G.Poislane "Antennes et Matériaux à BIP" *Thèse de doctorat n° 2194, université de Rennes I, Juillet 1999*

[36] B.Lenoir "Applications de structures périodiques diélectriques et métalliques à la conception dispositifs microondes volumiques et planaire" *Thèse de doctorat n° 14-2001, Université de Limoges, 23 Mars 2001*

[37] F.R. Yang, K.P. MA, Y. Qian, T.Itoh "A novel TEM waveguide using uniplanar compact photonic band gap (UC-PBG) structure" *IEEE Transactions on Microwave Technology*, vol. 47, n° 11, November 1999

[38] O. Vanbesien, J. Danglot, D. Lippens "A smart K-band resonant switch based on photonic band gap structure engineering" *EuMC 1999, vol. 1 October 3-5, 1999, PP. 57-60*

[39] V. Radisic, Y. Qian, T. Itoh "Novel 2D photonic bandgap structure for microstrip lines"

*IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 8, February 1998*

[40] Y. Qian, T. Itoh "Novel planar Photonic Band Gap structures for Antenna Applications"

*Congrès AP 2000 Davos, April 9-14 2000*

[41] R. Gonzalo, B. Martinez, P. De Maagt "Improvements in Antennas Using Photonic Bandgap Structures as Substrates" *Congrès AP 2000 Davos, April 9-14 2000*

[42] S. Collardey and al "Metalic Photonic Band Gap Propagation Modes characterization" *Microwave and optical technology letters, 28, pp. 434-440, MAR 20 2001*

[43] M. Thevenot, A. Reineix, B. Jecko "Radôme en matériau à bande interdite photonique pour améliorer la directivité des antennes " JNM 1999, Arcahon, 5-7 Mai 1999

[44] M. Thevenot, C. Cheype, A. Reineix, B. Jecko "Directive Photonic Band Antenna" *IEEE Transactions on microwaves Théory and Tech., Vol 47, November 1999*

[45] T. Brillat, A. de Lustrac, F. Gadot, E. Akmanson, J. M. Lourtios "Electrically controllable photonic bandgaps in the microwave domain: variable conductances versus variable capacitances" *PECS, Sendai, Japan, March 8-10,2000*

[46] G. Poilasne, P. Pouliguen, K. Mahdjoubi, et al. "study of beam splitting using metallic photonic bandgap materials" *Microwave Opt. Tech. Lett. 25, 36, 2000*

[47] M.A. Herman and H. Sitter, Molecular Beam Epitaxy, Springer-Verlag, Berlin,1996.

[48] A.Y.Cho and J.R.Arthur, Molecular Beam Epitaxy, Progress in Solid State Chemistry, Vo, 10, no. 3, PP. 157, 1975.

[49] Semiconductor Heteroepitaxy : Growth, Characterisation and device application, International conference on semiconductor epitaxy, Montpellier France edited by B. Gil and R-L Aulombard, published by World Scientific, (1995).

[50] R.Elliot, J.A. Krumhansl and P.L.Leath, Rev. Mod. Phys. **46**, 465 (1974)

[51] P.W. Anderson, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958)

[52] M.P. Marder, Condensed Matter physics, Wiley Interscience publication, New York (1999)

[53] M. Di Vantra , Electrical transport in Nanoscale systems, Cambridge university press, New York (2008)

[54] I. M. Lifchitz, S.A. Gradeskul, L.A. Pastur , Introduction to the theory of disordered systems, Wiley interscience publication, New York (1988)

[55] N.F..Mott, J. Non-Crys. Solids **1**, 1(1968); in Electronics and Structural Properties of Amorphous Semi Conductors, p1, Academic Press, London (1973).

- [56] N.F. Mott and E.A.Davids, *Electrical Process in Non-Crystalline Materials*, 2<sup>nd</sup> Ed., Calrendon, Oxford (1979)
- [57] T. Edwards and D.J. Thouless, *J. phys.* C5, 807 (1972),
- [58] D.C. Licciardello and D.J. Thouless, *J. Phys. C* **8**, 4157 (1975);
- [59] *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1475(1975).
- [60] N.F.Mott, *J. Non-Crys. Solids* **1**, 1(1968); in *Electronics and Structural Properties of Amorphous Semi Conductors*, p1, Academic Press, London (1973). N.F. Mott and E.A.Davids, *Electrical Process in Non-Crystalline Materials*, 2<sup>nd</sup> Ed., Calrendon, Oxford (1979)
- [61]T. Edwards and D.J. Thouless, *J. phys.* C5, 807 (1972], D.C. Licciardello and D.J. Thouless, *J. Phys. C* **8**, 4157 (1975); *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1475 (1975).
- [62]D.J. Thouless, *Phys. Rev. Lett.***39**, 1167 (1977).
- [63] E. Abrahams, P.W. Anderson, D.C. Licciardello and T.V. Ramakrishnan, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 673 ( 1979).
- [64] R. Landauer, *Philo. Mag.* **21**, 863 (1970); A. Douglas Stone and A. Szafer, *IBM J. Res. Develp.***33**, 384 (1988);
- [65] Y. Imry and R. Landauer, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 306 (1999).
- [66] P.W. Anderson, D.J. Thouless, E. Abrahams and D.S. Fisher, *Phys. Rev. B* **22**, 3519 ( 1980 ) ,
- [67] P.W. Anderson, *Phys. Rev. B* **23**, 4828 ( 1981).
- [68] J.C.Flores, *J.Phys., Condens. Matter* **1** 8479 (1989).
- [69] D.H.Dunlap, H.L.Wu, P.Phillips, *Phys.Rev.Lett*, **65** 88 (1990).
- [70] P.Phillips, H.L.Wu, *Science* **252** 1805 (1991).
- [71] Yu.S.Kivshar, S.A.Gredeskul, A.Sanchez, and L.Vazquez, *Phys. Rev.Lett.* **64** 1693 (1990).
- [72] E.Diez, A.Sachez and F.Dominguez -Adame, *IEEE J.Quantum Electron.* **31** 1919 (1995).
- [73] F.A.B.de Mora and M.L.Lyra, *Phys.Rev.Lett.* **81** 3735 (1998).
- [74] F.M.Izrailev and A.A.Krokhin, *Phys.Rev.Lett.* **82** 4062 (1999).
- [75] A.Rodriguez, V.A.Malyshev, and F.Dominguez-Adame, *J.Phys.A.Math.Gen.* **33**, L161 (2000).
- [76] Xiaoshuang Chen *Physics Letters A* **257** 317–324 (1999).

- [77] F.Dominguez-Adame, I.Gomez, A.Avakyan, D.Sedrakyan, A.Sedrakyan, *Physica status solidi B*. vol.221, n°2, P 633-639 (2000).
- [78] T.Hakobyan, D.Sedrakyan, A.Sedrakyan, I.Gómez And F.Domínguez.Adame, *Phys.Rev B* **61**, 11432-11436 (2000).
- [79] A.Parisini, L.Tarricone, V.Bellani, G.B.Parravicini, E.Diez, F.Domínguez-Adame, and R.Hey *Phys.Rev B* **63**, 165321 (2001).
- [80] I.Gomez, F.Dominguez-Adame, E.Diez *Physica B* **324** 235–239 (2002).
- [81] S.Bentata, *Superlattices and Microstructures* **37** 292–303 (2005).
- [82] V.Bellani, E.Diez, A.Parisini, L.Tarricone, R.Hey, G.B. Parravicini, F.Dominguez-Adame *Physic E* **7** 823-826(2000).
- [83] A.Sachez, E.Macia and F.Dominguez-Adame, *Phys.Rev B* **49**, 147 (1994).
- [84] F.Dominguez-Adame, A.Sachez and E.Diez, *Phys.Rev B* **50**, 17736 (1994).
- [85] E.Macia and F.Dominguez-Adame, *Phys.Rev.Lett.* **76**,2957 (1996).
- [86] G.P.Berman, F.Dominguez-Adame and A.Sachez, *Phys.D* **107**, 166 (1997).



# *CHAPITRE III*



**FORMALISME ET METHODES  
DE CALCULS**

## Chapitre III :

# FORMALISME ET METHODES DE CALCULS

### III.1. Introduction

Les années cinquantes ont témoigné de l'étude de la structure de bande par plusieurs théoriciens qui ont appliqué les différentes méthodes de calculs " Kronig-Penney [III.1], liaisons fortes [III.2-3], Fonction d'Airy [III.4], fonctions de Green [III.5]". En outre, nous ne pouvons pas apprécier l'une sur l'autre puisque chaque formalisme a ses avantages et ses inconvénients au niveau d'application.

Par analogie avec la transmission d'un électron dans les superreseaux exemple ; la succession des éléments de puits quantique et barrières de potentiel [III.6-10], on va étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans les systèmes stratifiés unidimensionnels.

### III.2. Les cristaux photoniques

Considérons un système infini de multicouches périodiques reproduits par la duplication d'une cellule élémentaire suivant la direction longitudinale Z. La maille élémentaire est constituée de deux couches de constante diélectrique  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$ , de perméabilité magnétique  $\mu_1$  et  $\mu_2$  et d'épaisseur  $d_1$  et  $d_2$  respectivement.

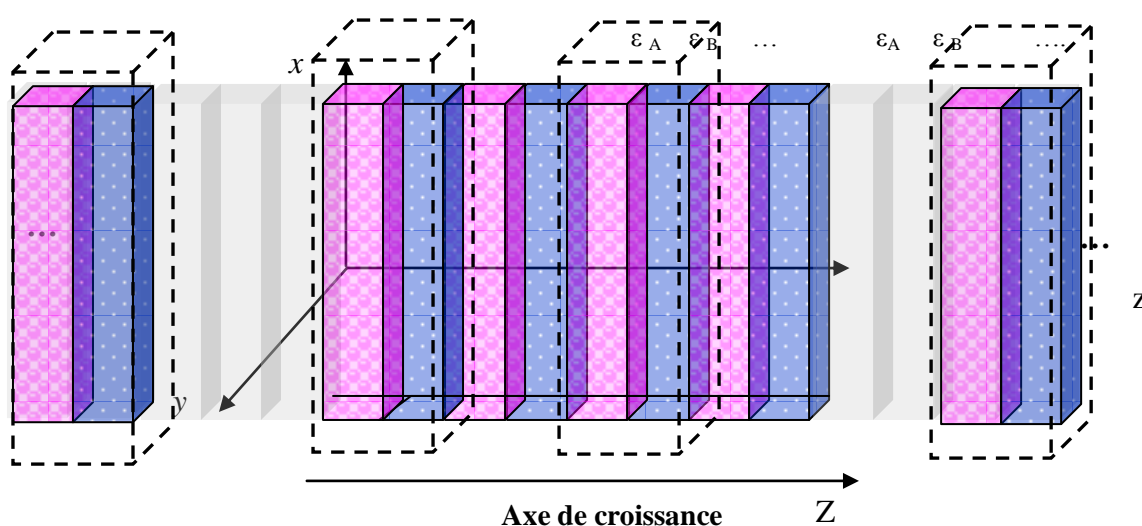


Fig. III.1. Cellule élémentaire et vecteur de translation dans un cristal photonique

L'analogie au système électronique nous amène à considérer le modèle optique de Kronig-Penney. Ainsi plusieurs concepts relatifs à l'ordre dans la physique de l'état solide tels les notions de structure de bandes, les zones de Brillouin, les ondes de Bloch peuvent être considérés dans le domaine de la propagation de la lumière dans les systèmes stratifiés optiques.

### III.2.1. Onde de Bloch

La structure d'un cristal photonique reste invariante par translation de période  $d$  [voir annexe 1]. Ainsi

$$\begin{cases} \varepsilon(z+d) = \varepsilon(z) \\ \mu(z+d) = \mu(z) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

De ce fait, les modes de propagation peuvent être identifiés à partir de leur vecteur d'onde réel  $K$  dans la première zone de Brillouin, définie par [III.11] :

$$-\frac{\pi}{d} \leq K \leq \frac{\pi}{d}$$

Tenant compte de la périodicité du système, les composantes des champs électromagnétiques sur une période, ne diffèrent que d'un terme de phase :

$$\begin{cases} [TM] & H_x(z+d) = H_x(z) \exp(iKd) \\ [TE] & E_x(z+d) = E_x(z) \exp(iKd) \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Dans la couche homogène d'épaisseur  $d_1$ , les champs s'écrivent :

$$\begin{cases} [TM] & H_x(z) = A_1 \exp(ik_1 z) + B_1 \exp(-ik_1 z) \\ [TE] & E_x(z) = A_1 \exp(ik_1 z) + B_1 \exp(-ik_1 z) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Alors que sur une période, dans la couche III, les champs s'écrivent :

$$\begin{cases} [TM] & H_x(z) = A_3 \exp(ik_1 z) + B_3 \exp(-ik_1 z) \\ [TE] & E_x(z) = A_3 \exp(ik_1 z) + B_3 \exp(-ik_1 z) \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

La condition de Bloch consiste à reproduire la périodicité des champs électromagnétiques. Ceci se traduit par:

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = e^{iKd} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.5})$$

D'autre part, en utilisant le formalisme des matrices de transfert,

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = S_2 S_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.6})$$

En comparant les deux équations, les valeurs propres de la matrice S doivent s'identifier au facteur de déphasage  $e^{iKd}$ .

$$S \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = e^{iKd} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.7})$$

Sachant que les valeurs propres dépendent de la pulsation  $\omega$  par le biais de  $k_1$  et  $k_2$ , cette équation fournira la relation de dispersion.

Les valeurs propres de la matrice S sont obtenues en annulant le déterminant

$$\begin{vmatrix} S_{11} - \lambda & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{III.8})$$

L'équation caractéristique suivante est ainsi obtenue :

$$\lambda^2 - 2\left(\frac{S_{11} + S_{22}}{2}\right)\lambda + (\det(S)) = 0 \quad (\text{III.9})$$

Sachant que le  $\det[S] = 1$ , les racines de cette équation du second degré sont déterminées par:

$$\lambda_{\pm} = \frac{S_{11} + S_{22}}{2} \pm i \sqrt{1 - \left(\frac{S_{11} + S_{22}}{2}\right)^2} \quad (\text{III.10})$$

La nature de l'état propre diffère selon que le terme  $\frac{S_{11} + S_{22}}{2}$  soit plus grand ou plus petit que l'unité. Dans le cas où cet élément est inférieur à 1, les solutions propres sont complexes conjuguées. La relation de dispersion correspondante aux modes permis est donnée par :

$$\cos(Kd) = \frac{S_{11} + S_{22}}{2} \quad (\text{III.11})$$

Les bords de bandes sont déterminés par

$$\left| \frac{S_{11} + S_{22}}{2} \right| = 1 \quad (\text{III.12})$$

tandis que la condition  $\left| \frac{S_{11} + S_{22}}{2} \right| > 1$ , définit un vecteur d'onde  $K$  imaginaire pur. Aucune onde propagatrice n'est possible fournissant ainsi au système les conditions de présence de bande de modes photoniques totalement interdits.

En conclusion, la relation de dispersion pour un cristal photonique de période  $d = d_1 + d_2$  est donnée par la relation de dispersion suivante :

$$K(\omega) = \frac{1}{2d} \arccos \left( \cos(k_1(\omega)d_1) \cos(k_2(\omega)d_2) - f \sin(k_1(\omega)d_1) \sin(k_2(\omega)d_2) \right)$$

où

$$\begin{cases} [TE] & f = \left( \frac{k_2(\omega)}{k_1(\omega)} + \frac{k_1(\omega)}{k_2(\omega)} \right) \\ [TM] & f = \left( \frac{\varepsilon_1 k_2(\omega)}{\varepsilon_2 k_1(\omega)} + \frac{\varepsilon_1 k_1(\omega)}{\varepsilon_2 k_2(\omega)} \right) \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Ainsi pour chaque mode propre permis, il est possible de déterminer la longueur d'onde de l'onde propagatrice dans le cristal photonique de période  $d$ , pour les deux types de polarisation TE que TM.

### III.2.2. Méthode de calcul de la structure de bandes d'énergie

Il existe plusieurs formalismes dans la littérature permettant de déterminer la structure de bandes d'énergie dans un profil périodique, dans ce travail on présente le modèle conventionnel de Kronig-Penney [III.12, 16]; et la méthode de la matrice de transfert (local et global) [III.12-13, 18].

#### III.2.2.1. Matrice de translation

Nous avons vu que le cristal photonique est une multicouche dont la cellule élémentaire est reproduites à partir de toute translation d'un vecteur  $\vec{T} = n\vec{d}$  ou  $\vec{d}$  est le vecteur de translation suivant la direction longitudinale  $OZ$ .

Soit un motif constitué de l'accumulation de deux couches dont les constantes diélectriques sont  $\varepsilon_A, \varepsilon_B$  et les épaisseurs  $d_A, d_B$  respectivement.

Sur une période, l'évolution du champ et de sa dérivée sont données pour chaque polarisation par la relation

$$\Gamma_2(z_2) = S_2 S_1 \Gamma_0(z_0) \quad (\text{III.14})$$

Sachant que les positions  $z_0$  et  $z_2$  ne diffèrent que d'une période :  $d = d_A + d_B$ ,

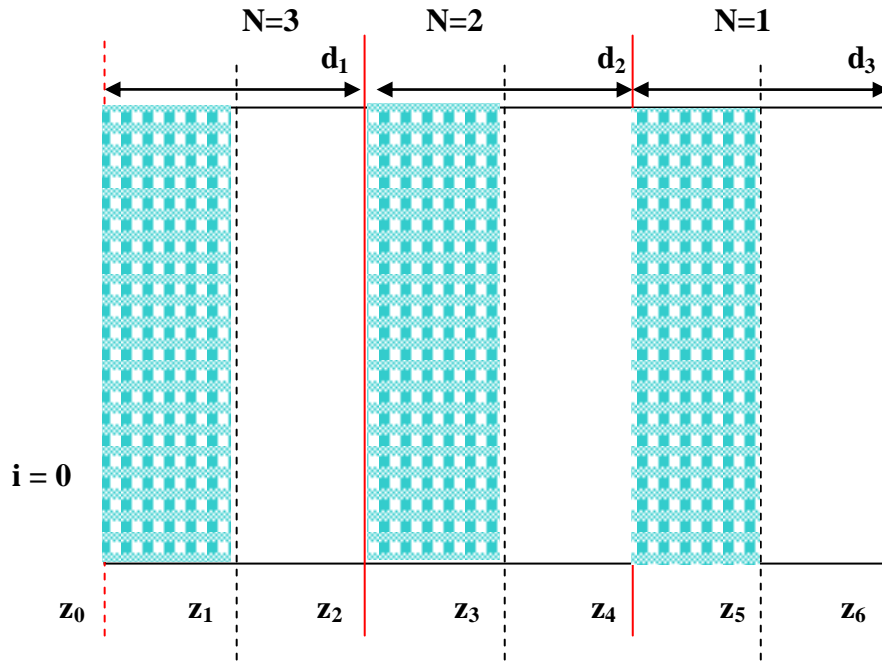
$$\Gamma_2(z_2) = \Gamma_0(z_0 + d) \quad (\text{III.15})$$

par conséquent

$$\Gamma_0(z_0 + d) = S_d \Gamma_0(z_0) \quad (\text{III.16})$$

où la matrice de transfert  $S_d$  correspondante à la matrice de transfert sur une période s'exprime par :

$$\begin{cases} S_d^{TE} = S_2^{TE} S_1^{TE} \\ S_d^{TM} = S_2^{TM} S_1^{TM} \end{cases} \quad (\text{III.17})$$



**Fig. III .2.** Une structure à trois périodes ( $N=1,2$  et  $3$ ) dont les interfaces sont définies par les positions  $z_i$  avec  $i = 1,6$ .

Il existe une autre représentation différente de celle des amplitudes  $A_j, B_j$  qui permet également de décrire les conditions de passage sur une période du cristal photonique. En utilisant l'expression du vecteur  $\Gamma_n(z)$ , celles-ci peuvent s'exprimer directement en fonction de la valeur du champ considéré ( $\vec{E}$  ou  $\vec{H}$ ) et sa dérivée correspondante à chaque position  $z_n$  ( $\Gamma(z) = \begin{pmatrix} E(z) \\ E'(z) \end{pmatrix}$  ou  $\Gamma(z) = \begin{pmatrix} H(z) \\ H'(z) \end{pmatrix}$ ). Sur la première

période notée  $d_1$ , l'expression de  $S_{d_1}^{\text{TE (TM)}}$  décrit l'évolution de la propagation entre les positions  $z_0 = 0$  et  $z_2 = z_0 + d$ .

$$f_2 = S_{11}(d_1)f_0 + S_{12}(d_1)f_0' \quad (\text{III.18})$$

$$f_2' = S_{21}(d_1)f_0 + S_{22}(d_1)f_0' \quad (\text{III. 19})$$

où

$$\begin{cases} [T.E.] & f_n = E_n(z_n) \quad \text{et} \quad f_n' = \left. \frac{dE_n(z)}{dz} \right|_{z=z_n} \\ [T.M.] & f_n = H_n(z_n) \quad \text{et} \quad f_n' = \left. \frac{1}{\varepsilon_n} \frac{dH_n(z)}{dz} \right|_{z=z_n} \end{cases} \quad (\text{III. 20})$$

En éliminant les expressions des dérivées (Eqs.III.17 et III.18), une relation tri-récursive reliant les fonctions d'ondes  $f(z)$  sur une période de translation est ainsi obtenue :

$$f_4 = [S_{11}(d_2) + \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} S_{22}(d_2)]f_2 + \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} [S_{12}(d_1)S_{12}(d_1) - S_{11}(d_1)S_{22}(d_1)]f_0 \quad (\text{III.21})$$

Sachant que le  $\det [S(d_1)] = 1$ , cette relation de translation s'exprime par :

$$f_4 = [S_{11}(d_2) + \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} S_{22}(d_2)]f_2 - \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} f_0 \quad (\text{III.22})$$

En remplaçant chaque indice pair  $i=2N$  par le nombre de période  $N$  correspondant, la matrice de passage  $P_{12}$  est ainsi définie,

$$\begin{pmatrix} f_2 \\ f_1 \end{pmatrix} = P_{12} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.23})$$

tel que

$$P_{12} = \begin{pmatrix} S_{11}(d_1) + \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} S_{22}(d_2) & -\frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.24})$$

Or comme dans un ordre parfait, les éléments de matrices  $S_{11}$  et  $S_{12}$  sont identiques sur chaque période  $d_1$  et  $d_2$  respectivement.

$$\frac{S_{12}(d_1)}{S_{12}(d_2)} = 1 \quad \text{et} \quad S_{11}(d_1) = S_{11}(d_2) \quad (\text{III.25})$$

La matrice de translation  $P_d = P_{12}|_{d_1=d_2}$  définie sur une période  $d$  est donnée par :

$$P_d = \begin{pmatrix} S_{11}(d) + S_{22}(d) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Tr}(S_d) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.26})$$

Celle-ci permet de reproduire les conditions de continuité périodique d'un flux optique d'une période à une autre à travers une relation tri-récurrente de fonctions d'onde. Aussi connaissant (pour chaque type de polarisation) les expressions de la matrice de transfert planaires dans chaque couche A et B de la cellule élémentaire, la matrice de translation  $P_d$  s'écrit [voir annexe 2] :

$$P_d = \begin{pmatrix} 2\kappa_{AB}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.27})$$

où

$$\begin{aligned} \kappa_{AB}^{TE} &= \left\{ \cos(\delta_A) \cos(\delta_B) - \frac{1}{2} \left( \frac{k_A}{k_B} + \frac{k_B}{k_A} \right) \sin(\delta_A) \sin(\delta_B) \right\} \\ \kappa_{AB}^{TM} &= \left\{ \cos(\delta_A) \cos(\delta_B) - \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_B k_A}{\varepsilon_A k_B} + \frac{\varepsilon_A k_B}{\varepsilon_B k_A} \right) \sin(\delta_A) \sin(\delta_B) \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

Dans un système unidimensionnel, L'équation différentielles de propagation d'un photon dans un cristal photonique s'écrit sous la forme suivante [III.11-16, 19]:

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(x) E(x) = 0$$

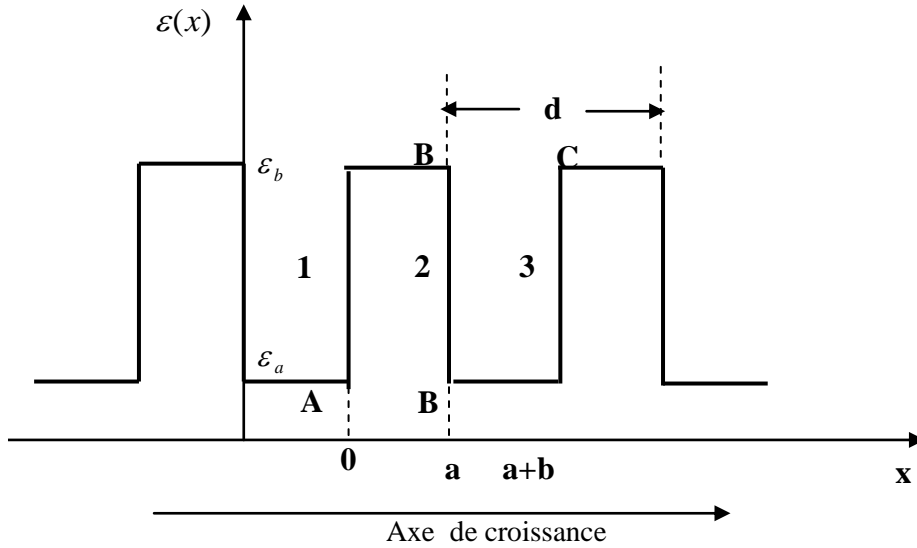
### III.2.2.2. Modèle de Kronig-Penney optique

A partir d'une base de fonctions d'ondes planes, ce modèle exprime la reproduction périodique des conditions de continuité, qui permet de décrire la formation de la structure de bande par l'alternance de bandes permises et de bandes interdites [III.20-22].

Le profile de permittivité électrique  $\varepsilon(x)$  est défini dans chaque région par l'expression :

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_a & 0 \leq x \leq a \\ \varepsilon_b & a \leq x \leq b \end{cases}$$

Considérons le cas d'un milieu périodique diélectrique ayant la forme suivante :



**Fig. III.2.** Représentation du modèle de Kronig-Penney optique.

Dans ce système unidimensionnel, la relation de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique s'écrit :

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(x) E(x) = 0 \quad (\text{III.29})$$

On réalise la résolution de l'équation (III.29) dans les régions A-B et B-C

**Région 1 :**

Pour  $0 < x < a$ , on a  $\varepsilon(x) = \varepsilon_a$

alors :

$$\frac{\partial^2 E_I(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_a E_I(x) = 0$$

ou bien

$$\frac{\partial^2 E_I(x)}{\partial x^2} + \alpha^2 E_I(x) = 0 \quad (\text{III.30})$$

avec

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_a} \quad (\text{III.31})$$

**Région 2 :** pour  $a < x < a+b$  on a  $\varepsilon(x) = \varepsilon_b$

alors

$$\frac{\partial^2 E_{II}(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_b E_{II}(x) = 0 \quad (\text{III.32})$$

ou bien

$$\frac{\partial^2 E_{II}(x)}{\partial x^2} + \beta^2 E_{II}(x) = 0 \quad (\text{III.33})$$

avec 
$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_b} \quad (\text{III.34})$$

Les solutions s'écrivent sous la forme suivante :

$$E_I(x) = A_1 \sin(\alpha(x-a)) + B_1 \cos(\alpha(x-a)) \quad (\text{III.35})$$

$$E_{II}(x) = A_2 \sin(\beta(x-a)) + B_2 \cos(\beta(x-a)) \quad (\text{III.36})$$

On considère maintenant un puit de potentiel périodique, les fonctions d'onde et leurs dérivées doivent satisfaire au théorème de Bloch [III.13, 23].

Les fonctions d'onde dans la région (3) ne diffèrent des fonctions d'onde dans la région (1) que par le terme de phase ( $e^{ik(a+b)}$ ) on note que  $d = a+b$  ;

$$E_{III}(x) = e^{ik(a+b)} E_I(a+b) \quad (\text{III.37})$$

où  $k$  est l'amplitude du vecteur d'onde qui traduit le déplacement de l'onde dans la structure périodique

Soit

$$E_{III}(x) = e^{ik(a+b)} A_1 \sin(\alpha(x-(a+b))) + B_1 \cos(\alpha(x-(a+b))) \quad (\text{III.38})$$

où ( $a+b=d$ ) présente la période du cristaux photonique unidimensionnel,  $E$  l'énergie de la particule,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$  et  $B_2$  sont des nombres complexes et  $e^{ik(a+b)}$  est un facteur de phase.

Les fonctions dérivées sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} E'_I(x) = A_1 \alpha \cos(\alpha x) - B_1 \alpha \sin(\alpha x) \end{array} \right. \quad (\text{III.39})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E'_{II}(x) = A_2 \beta \cos(\beta(x-a)) - B_2 \beta \sin(\beta(x-a)) \end{array} \right. \quad (\text{III.40})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E'_{III}(x) = e^{ikd} (A_1 \alpha \cos(\alpha(x-(a+b))) - B_1 \alpha \sin(\alpha(x-(a+b)))) \end{array} \right. \quad (\text{III.41})$$

Utilisant les conditions de continuité :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_I(x=a) = E_{II}(x=a) \end{array} \right. \quad (\text{III.42})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 E'_I(x=a) = \varphi_2 E'_{II}(x=a) \end{array} \right. \quad (\text{III.43})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{II}(x=a+b) = E_{III}(x=a+b) \end{array} \right. \quad (\text{III.44})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 E'_{II}(x=a+b) = \varphi_1 E'_{III}(x=a+b) \end{array} \right. \quad (\text{III.45})$$

Tel que  $\varphi_1 = \frac{1}{\varepsilon_a}$  et  $\varphi_2 = \frac{1}{\varepsilon_b}$  dans le cas de *polarisation TM* (champ magnétique)  
 $\varphi = 1$  dans le cas de *polarisation TE* (champ électrique)

En explicitant E et E' et compte tenu de la relation (d=a+b) ces conditions s'écrivent :

$$\begin{cases} A_1 \sin(\alpha a) - B_1 \cos(\alpha a) = B_2 & \text{(III.46)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 A_1 \alpha \cos(\alpha a) - \varphi_1 B_1 \alpha \sin(\alpha a) = \varphi_2 \beta A_2 & \text{(III.47)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_2 \sin(\beta b) + B_2 \sin(\beta b) = B_1 e^{ik(a+b)} & \text{(III.48)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_2 A_2 \beta \cos(\beta b) - \varphi_2 B_2 \beta \sin(\beta b) = \varphi_1 e^{ik(a+b)} (\alpha A_1) & \text{(III.49)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 \sin(\alpha a) - B_1 \cos(\alpha a) - B_2 = 0 & \text{(III.50)} \\ \varphi_1 A_1 \alpha \cos(\alpha a) - \varphi_1 B_1 \alpha \sin(\alpha a) - \varphi_2 \beta A_2 = 0 & \text{(III.51)} \\ A_2 \sin(\beta b) + B_2 \sin(\beta b) - B_1 e^{ik(a+b)} = 0 & \text{(III.52)} \\ \varphi_2 A_2 \beta \cos(\beta b) - \varphi_2 B_2 \beta \sin(\beta b) - \varphi_1 e^{ik(a+b)} (\alpha A_1) = 0 & \text{(III.53)} \end{cases}$$

La forme matricielle du système d'équation est donnée par:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \sin(\alpha a) & \cos(\alpha a) & 0 & -1 \\ \varphi_1 \alpha \cos(\alpha a) & -\varphi_1 \alpha \sin(\alpha a) & -\varphi_2 \beta & 0 \\ 0 & -e^{ik(a+b)} & \sin(\beta b) & \cos(\beta b) \\ -\varphi_1 \alpha e^{ik(a+b)} & 0 & \varphi_2 \beta \cos(\beta b) & -\varphi_2 \beta \sin(\beta b) \end{pmatrix}}_M \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = 0$$

Elles permettent d'obtenir des solutions pour les coefficients  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$  et  $B_2$  si le déterminant de  $M$  est nul [voir annexe 3].

$\cos k(a+b) = \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left( \frac{\varphi_2 \beta}{\varphi_1 \alpha} + \frac{\varphi_1 \alpha}{\varphi_2 \beta} \right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b)$  (La relation de dispersion)

On conclue que dans le cas de *transverse magnétique TM* la relation de dispersion devient :

$$\begin{aligned} \cos(k(a+b)) &= \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_a \beta}{\varepsilon_b \alpha} + \frac{\varepsilon_b \alpha}{\varepsilon_a \beta} \right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) \\ &= \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_a^2 \beta^2 + \varepsilon_b^2 \alpha^2}{\varepsilon_b \alpha \varepsilon_a \beta} \right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) \end{aligned} \quad \text{(III.54)}$$

et dans le cas de *transverse électrique TE* la relation de dispersion s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \cos(k(a+b)) &= \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left( \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} \right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) \\ &= \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) \end{aligned} \quad (\text{III.55})$$

où  $\varepsilon_a = \varepsilon_b = 1$

### III.3. Les films photoniques

Le film photonique se résulte de l'accumulation d'un nombre limite de périodes d'un cristal photonique. Découpé sous forme périodique et inséré entre des milieux d'incidence et d'émergence. Puisque la symétrie de la translation est brisée, on ne peut pas considérer ces structure comme des cristaux photoniques.

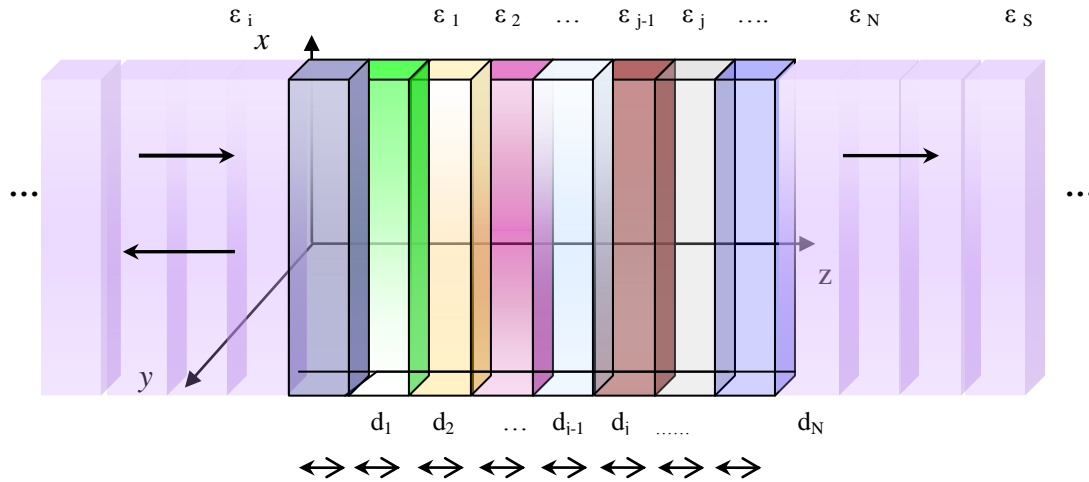


Fig. III.3. Représentation d'un film photonique entre deux milieux homogènes semi infinis.

#### III.3.1. Modèle de la matrice de transfert

Nous avons vu dans l'analyse précédente que chaque couche est définie par une matrice de transfert locale qui permet de reproduire les conditions de passage de l'onde électromagnétique à travers l'interface entre deux couches successives. En effet, la reproduction successive de ces conditions de raccord permet de montrer la propagation de l'onde électromagnétique à travers l'ensemble du film photonique. Ainsi pour un système multicouche composé de  $N$  éléments, les conditions de continuité permettent d'exposer la propagation du flux électromagnétiques d'une extrémité à l'autre du système, depuis le milieu d'incidence en  $z = 0$  vers le milieu d'émergence en  $z = z_N = L$ . Ceci est décrit par l'équation suivante :

$$\Gamma_0(z_0) = S(N)\Gamma_N(z_N) \quad (\text{III.56})$$

pour laquelle la matrice globale de diffusion  $S(N)$ , relative a N période est donnée par :

$$S(N) = \prod_{j=1}^N S_j \quad (\text{III.57})$$

sachant que

$$\Gamma_j(z_j) = W_j(z_j) \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} \quad (\text{III.58})$$

avec  $W_j(z_j)$  Matrice de *Wronksien*

Les amplitudes dans les milieux d'émergence et d'incidence sont reliées par **[III.12, 24-26]**

$$\begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix} = M(N) \begin{pmatrix} A_s \\ B_s \end{pmatrix} \quad (\text{III.59})$$

où  $M(N)$  est la matrice globale de transfert. Celle-ci est obtenue par :

$$M(N) = W_i^{-1}(z_0) S(N) W_s(z_{N+1}) \quad (\text{III.60})$$

$$\text{[Cas TE]} \quad W_i^{-1}(z_0) = \frac{1}{-2ik_i} \begin{pmatrix} -ik_i & -1 \\ -ik_i & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad W_s(z_{N+1}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ ik_s & -ik_s \end{pmatrix} \quad (\text{III.61})$$

$$\text{[Cas TM]} \quad W_i^{-1}(z_0) = \frac{\varepsilon_i}{-2ik_i} \begin{pmatrix} \frac{-ik_i}{\varepsilon_i} & -1 \\ -ik_i & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad W_s(z_{N+1}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \frac{ik_s}{\varepsilon_s} & \frac{ik_s}{\varepsilon_s} \end{pmatrix} \quad (\text{II.62})$$

Cette expression permet de décrire la propagation de l'onde électromagnétique en fonction des paramètres intrinsèques de chaque partie de la structure (milieu d'incidence, le filme photonique et le milieu d'émergence).

En imposant l'absence d'onde régressive provenant de  $z = +\infty$ , le système d'équation (Eq. III.59) devient :

$$\begin{cases} A_i = t_{11}A_s \\ B_i = t_{12}A_s \end{cases} \quad (\text{III.63})$$

Par conséquent, les amplitudes de transmission et de réflexion  $\tau$  et  $r$  sont obtenues à partir de:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = \frac{A_s}{A_i} = \frac{1}{t_{11}} \\ r = \frac{B_i}{A_i} = \frac{1}{t_{21}} \end{array} \right. \quad (\text{III.64})$$

respectivement.

### III.3.2. Coefficients de transmission et exposant de Lyapunov réduit

A l'aide d'une disposition de la structure de longueurs finies, la propagation de l'onde électromagnétique dans un film photonique est décrite par la transmittance. Celle-ci est définie à partir de la fraction de l'intensité (ou puissance par unité de surface) incidente qui traverse la structure en absence de toute absorption et de réflexion. A partir du vecteur de Poynting, moyenné sur une période d'oscillations [III.27],

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \vec{E} \times \vec{H}^* \} \quad (\text{III.65})$$

La puissance traversant une unité de surface est calculée à partir du produit scalaire du vecteur de Poynting avec le vecteur normal à la surface.

#### ✓ La polarisation TM

Dans la polarisation TM, le champ magnétique possède une seule composante, perpendiculaire au plan d'incidence tandis que le champ électrique est maintenu dans celui-ci (YOZ)

Sachant que l'amplitude du champ magnétique  $H_{jx}(z)$  se présente dans chaque couche d'indice  $j = 1, 2, \dots, n$  du film photonique sous la forme:

$$H_{jx}(z) = A_j \exp[ik_{jz}(z - z_j)] + B_j \exp[-ik_{jz}(z - z_j)] \quad (\text{III.66})$$

Le champ électrique s'exprime les fonctions de ses deux composantes transversales  $E_{jy}(z)$  et  $E_{jz}(z)$  via les expressions :

$$\begin{aligned} E_{jy}(z) &= \frac{k_{jz}}{\omega \epsilon_j} \{ -A_j \exp[ik_{jz}(z - z_j)] + B_j \exp[-ik_{jz}(z - z_j)] \} \\ E_{jz}(z) &= \frac{k_y}{\omega \epsilon_j} \{ A_j \exp[ik_{jz}(z - z_j)] + B_j \exp[-ik_{jz}(z - z_j)] \} \end{aligned} \quad (\text{III.67})$$

Le coefficient de transmission est défini à partir du rapport entre les puissances transmises dans le milieu d'émergence ( $B_N = 0$ ) et incidentes depuis le milieu d'incidence [voir annexe 4] :

$$T = \frac{|S_N|}{|S_0|} \quad (\text{III.68})$$

associé à l'onde transmise [III.27],

$$S_N = \frac{1}{2\omega\varepsilon_N} |A_0|^2 (k_y + \text{Re}\{k_{Nz}\}) \quad (\text{III.69})$$

par conséquent le coefficient de transmission est donné par:

$$T = \frac{\varepsilon_0 |A_N|^2 \text{Re}(k_{Nz})}{\varepsilon_N |A_0|^2 k_{0z}} \quad (\text{III.70})$$

En incidence normale

$$T = \frac{\varepsilon_0 |A_N|^2}{\varepsilon_N |A_0|^2} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_N} |\tau|^2 \quad (\text{III.71})$$

où  $\tau$  représente l'amplitude de transmission.

✓ **La polarisation TE**

Pour la polarisation TE, le raisonnement est identique à celle du transverse magnétique. Le coefficient de transmission est donné par [III.27] :

$$T = \frac{|A_N|^2}{|A_0|^2} = |\tau|^2 \quad (\text{III.72})$$

D'autre part, la détermination du coefficient de transmission conduit au exposant de Lyapunov  $\gamma = \frac{1}{\xi}$  où  $\xi$  la longueur de localisation. Cette grandeur qui est directement

reliée aux effets de la localisation dans les systèmes désordonnés est obtenue à partir de la relation

$$\frac{1}{\xi} = \frac{1}{2L} \log(T) \quad (\text{III.73})$$

Normalisé par rapport à la taille du système  $L$ , l'exposant de Lyapunov réduit (sans dimension) est donné par

$$\frac{L}{\xi} = \frac{1}{2} \log (T) \quad (\text{III.74})$$

Cette grandeur est convenable pour décrire la nature des modes de transmission dans les systèmes désordonnés du fait qu'elle relie deux longueurs caractéristiques, à savoir la taille du système et la longueur de localisation. Au-delà de la valeur critique  $\frac{L}{\xi_c} = 1$ , il est possible de connaître la nature localisée ( $\frac{L}{\xi} > 1$ ) ou délocalisée ( $\frac{L}{\xi} < 1$ ) du mode de transmission.

#### **III.4. Conclusion**

Dans cette partie, différents formalismes ont été présentés traitant les propriétés des cristaux photoniques.

La résolution de l'équation de propagation a permis le calcul de la relation de dispersion des énergies en fonctions des vecteurs d'onde procédant par deux méthodes : le modèle de Kronig-Penny et la matrice de transfert ainsi, la détermination du coefficient de transmission et l'exposant de Lyapunov. Ces formalismes sont appliqués dans le chapitre suivant pour étudier des cristaux photoniques ordonnées et désordonnées où le désordre présente une certaine corrélation.

### III.5. REFERENCES

- [1] A.Sanchez,F.Dominguez-Adame, *J.Phys.A:Math.Gen*, 27 3225(1994).
- [2] D.B.Balagurov, V.A.Malyshev, F.Dominguez-Adame, *Physical Review B* 69 (2004)104204.
- [3] F.Dominguez-Adame, V.A.Malyshev, *Am.J.Phys*, 72 227(2004).
- [4] C.Mington, J.Xu, S.Zukolynski, *J.Appl.Phys*,67 3011(1990).
- [5] T.Kawamura, H.A.Fertig, J.P.Leburton, *Physical Review B* 49 5105(1994).
- [6] A. Sanchez, E. Macia and F. Dominguez-Adame 1994 *Phys.Rev. B* 49 147
- [7] E. Diez, A. Sanchez and F.Dominguez-Adame 1995 *IEEE J. Quantum Electron.* 31 1919  
Diez E, Sanchez.A, Dominguez-Adame F and Berman GP 1996 *Phys. Rev. B* 54 14550
- [8] S.Bentata, B.Ait Saadi, H.Sediki 2001 *Superlatt. Microstructure*, 30 297  
S. Bentata, *Superlatt. Microstruct.***37**, 292 (2005).
- [9] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* 58 2059
- [10] Yeh P 2005 *Optical waves in layered Media* 2<sup>nd</sup> edn (New York: Willey)
- [11] Y. QUERE " Physique des matériaux, Ellipses (1988)
- [12] A. M. Tan, J. M. Xu, and S. Zukotynski, *J. App. Phys.* 67, 3011 (1990).
- [13] A. Nogaret, L. A. Cury, D. K. Maude, J. C. Portal, and D. L. Sivco, *Semi. Sci.*
- [14] D.J.Ben Daniel and C.B.Duck, *Phys.Rev.* 152, 683 (1966).
- [15] T. Ando, S. Wakara, and H. Akera, *Phys. Rev. B* 40, 11 610 (1989)
- [16] H.S.Cho and P.R.Prucnal, *Phys.Rev.B* 36, 3237 (1987).
- [17] L. N. Pandey, D. Sahu, and T. F. George, *App. Phys. Lett.* 56, 277 (1990).
- [18] J.Leo and J.A.Toombs, *Phys.Rev.B* 43, 1944 (1994).
- [19] V. Lousse, Etude Théorique de l'introduction de réflecteurs à cristaux photoniques dans les dispositifs optroniques planaires. Mémoire de DEA, Université de Namur (FUNDP), Belgique (2002);
- [20] H.Mathieu, Physique des semi-conducteurs et composants électroniques, édition Masson, Paris, (1996).
- [21] J. Cazaux, Initiation à la physique du solide. Exercices commentés, édition Masson, Paris, France (1981).
- [22] C. Kittel, Introduction à la physique du solide, Editions Dunod , Paris, (1996)
- [23] Y. Zebda and A. M. Kan'an, *J. App. Phys.* **72**, 559 (1992).
- [24] Tsung L.Li and K.J.Kuhn *Phys.Rev.B* **49**, 2608 (1994).

[25] F. Capasso, S. Luryi, W. T. Tsang, C. G. Bethea, and B. F. Levine, Phys. Rev. Lett. **51**, 2318 (1983).

[26] R. C. Miller, A. C. Grossard, D. A. Kleinman, and O. Munteanu, Phys. Rev. **B 29**, 3740 (1984).

[27] V. Lousse, Etude Théorique de l'introduction de réflecteurs à cristaux photoniques dans les dispositifs optroniques planaires. Mémoire de DEA, Université de Namur (FUNDP), Belgique (2002).



# *CHAPITRE IV*



**RESULTATS ET DISCUSSIONS**

## *Chapitre IV :*

# *RÉSULTATS ET DISCUSSIONS*

### **IV.1. Introduction**

Notre travail est basé sur l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans les structures multicouches unidimensionnelles. Une analogie optique avec le modèle électronique de Kronig-Penney est présentée à travers l'étude des propriétés de transmission dans les cristaux photoniques. Dans ces structures, la symétrie de translation est conservée par la reproduction périodique des motifs compositionnel et topologique : la constante diélectrique définit le caractère compositionnel du défaut tandis que l'épaisseur de la couche décrit son aspect spatial (ou topologique) [1]. Ce système est constitué d'un empilement régulier de couches diélectriques différentes sous forme de barrières et de puits optiques, similaire à celui des hétérostructures électroniques. L'existence de modes propres de transmission appartenant aux puits optiques et la présence d'une probabilité de recouvrement non nulle entre modes plus proches voisins, permettent de reconstruire la structure de bande photonique de la même manière que celle établie dans le modèle électronique des liaisons fortes et dans les hétérostructures. La reproduction successive des conditions de continuité d'une cellule à une autre permet aussi de décrire les propriétés de transmission de manière totalement récursive [2].

Ce travail se situe dans l'application de la procédure d'alignement des fréquences caractéristiques de ces résonances par ajustement convenable des paramètres intrinsèques des cellules élémentaires (hôte et défaut). Comparativement aux approches conventionnelles et généralisées, les réponses de la transmission sont améliorées. A chaque configuration dimer optimisée, la transition de phase (mode localisé – mode étendu) est décrite accompagnée du diagramme de phase des différents régimes de transmission susceptibles d'apparaître dans chaque mini-bande. Une description qualitative sur les modes de transmission de ces dispositifs optiques particulièrement désordonnés est ainsi examinée.

## IV.2. Structure ordonné en incidence normale

Dans cette section, nous nous sommes intéressés à l'étude des propriétés de transmission des ondes lumineuses dans l'ordre parfait en incidence normale. Une cellule élémentaire ( $AB$ ) constituée de deux couches diélectriques juxtaposées  $A$  et  $B$ , homogènes, d'épaisseurs  $b_A$  et  $b_B$  et de constantes diélectriques respectives  $\varepsilon_A$  et  $\varepsilon_B$  est considérée. Le milieu de propagation est un film photonique de longueur  $L = Nd$  où  $N$  est le nombre de périodes et  $d = b_A + b_B$  la période du système. Cette structure est insérée entre le milieu d'incidence ( $z < 0$ ) et le milieu d'émergence ( $z > Nd$ ), semi-infinis, homogènes, identiques à la couche  $A$  ( $\varepsilon = \varepsilon_A$ ). La représentation schématisée de ce système est montrée sur la figure (IV.1). Le profil de la modulation diélectrique spatiale  $\varepsilon(z)$ , apparaît en configuration de puits ( $\varepsilon(z) = \varepsilon_A$ ) et de barrières  $\varepsilon(z) = \varepsilon_B$  optiques, régulièrement alternées, semblable au modèle électronique de Kronig-Penney [IV.1].

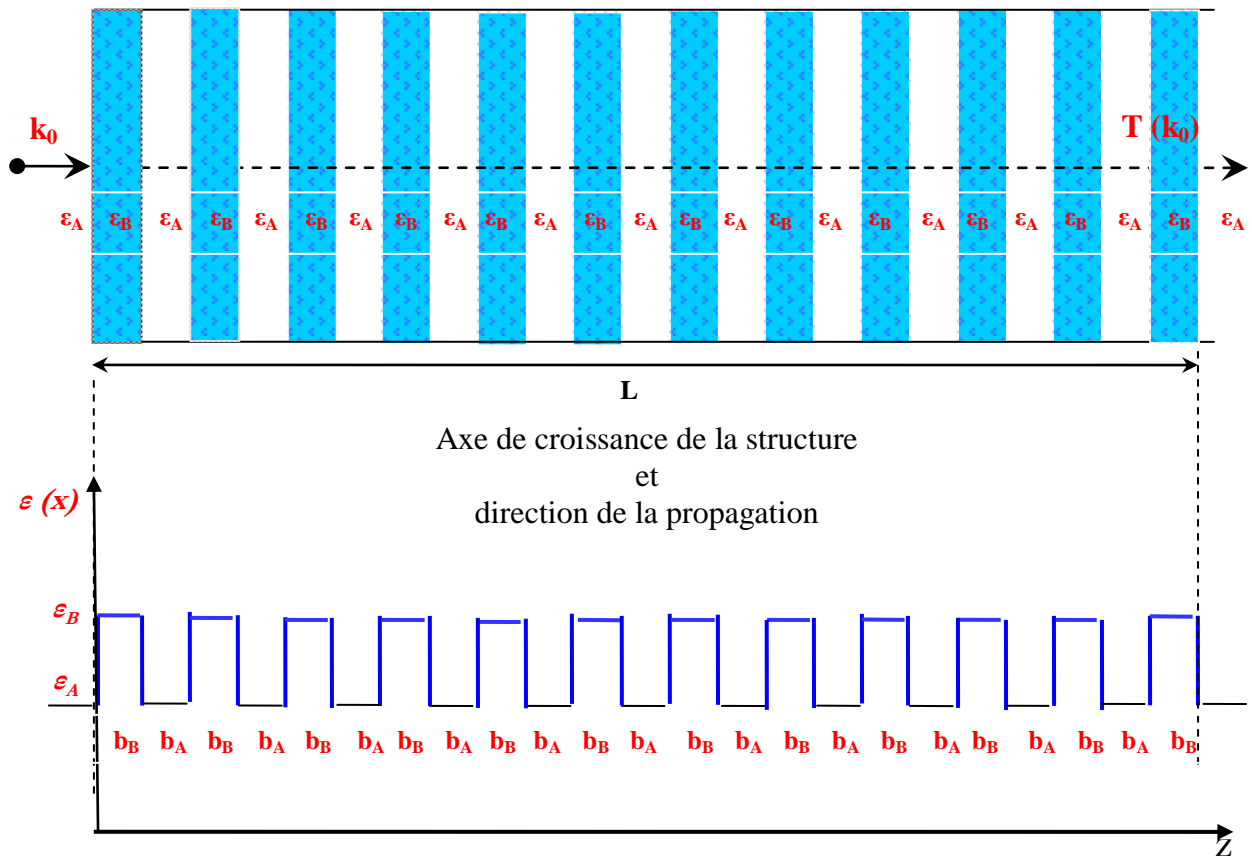


Fig. IV.1. Représentation géométrique et schématique du profil de potentiel optique dans un cristal photonique.

Les notions de base seront réintroduites pour illustrer les différentes réponses relatives à l'ordre parfait. Les connections entre les différentes représentations de l'ordre parfait sont ainsi vérifiées. Cette partie introductive, acquiert une importance fondamentale du fait qu'elle servira de référence de base pour l'étude des systèmes binaires désordonnés.

Considérons un film photonique constitué d'une période, comprenant une couche de constant diélectrique  $\varepsilon_A = 1$  et une couche de constante diélectrique  $\varepsilon_B \neq 1$ . Comme les milieux d'incidence et d'émergence correspondent au vide, cette structure se réduit à un film homogène de constante diélectrique  $\varepsilon_B \neq 1$  et d'épaisseur  $d_B$  [IV. 3-5].

L'application des conditions de continuité montre que pour cette structure homogène simple barrière optique (B), le coefficient de transmission est décrit par

$$T = \frac{4\varepsilon_B}{4\varepsilon_B + ((\varepsilon_B - 1)^2 \sin^2(\delta_B))} \quad (\text{IV.1})$$

où  $\delta_B = k_B b_B$  représente la marche optique de l'onde incidente dans la couche diélectrique(B)

Sur une période AB, ce film homogène d'épaisseur  $b_B$  et de constante diélectrique  $\varepsilon_B$  (différente de celle du vide) laisse passer 100 % de l'énergie lumineuse à chaque fois que des ondes stationnaires effectives apparaissent dans la couche B.

La condition de la résonance stationnaire

$$\delta_B = m\pi \quad (\text{IV.2})$$

(où m est un entier) impose à toute élément B d'épaisseur  $b_B$  de présenter une longueur de résonance stationnaire fondamentale:

$$\lambda_B = 2b_B \sqrt{\varepsilon_B} \quad (\text{IV.3})$$

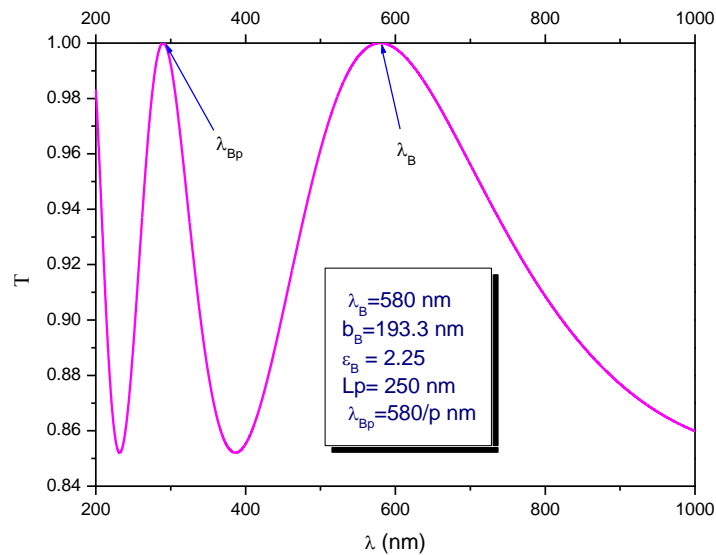
pour laquelle toute résonance stationnaire secondaire

$$\lambda_{B_m} = \frac{\lambda_B}{m} \quad (\text{IV.4})$$

vérifie

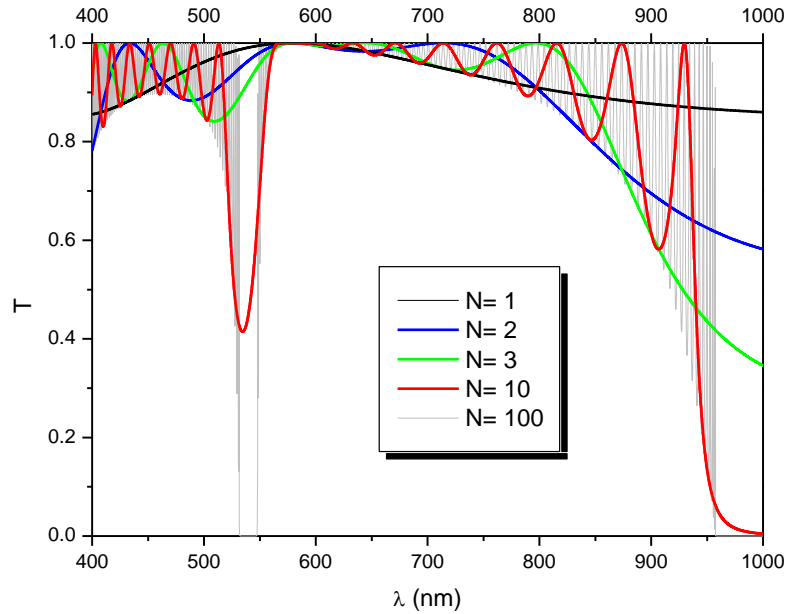
$$T(\lambda_{B_m}) = 1 \quad (\text{IV.5})$$

Utilisant un motif de  $\text{SiO}_2$  ( $\epsilon_B = 2.25$ ) et d'épaisseur  $b_B = 193.3$  nm, et selon les équations (IV.4) et (IV.5), le calcul du coefficient de transmission (à partir du formalisme de la matrice de transfert) donne le mode stationnaire principal à  $\lambda_B = 580\text{nm}$  et  $\lambda_{Bp} = 290\text{nm}$



**Fig.IV.2.** Représentation des modes stationnaires principal  $\lambda_B$  et secondaire  $\lambda_{Bp}$  dans la monocouche optique (B)

Le profil de transmission d'une structure double ( $N=2$ ) et triple ( $N=3$ ) périodes montre respectivement l'apparition d'un et de deux modes résonants supplémentaires. Lorsque le nombre de périodes est suffisamment grand, les modes résonants se disposent les uns à côté des autres dans le spectre de transmission, jusqu'à former des domaines de modes totalement transparents ( $T=1$ ) alternées par des bandes parfaitement réfléchissantes ( $T = 0$ ).



**Fig.IV.3.** *profile de transmission pour plusieurs périodes  $N=1, 2, 3, 10$  et  $100$ . La cellule élémentaire et définie par les paramètres  $\varepsilon_A = 1$ ,  $d_A = 250$  nm et  $\varepsilon_B = 2.25$ ,  $b_B = 193.3$*

Dans chaque bande transparente, les modes résonants s'organisent différemment en fonction de l'appartenance du mode stationnaire  $\lambda_{B_m}$  à celle-ci. En règle générale, pour un système de  $N$  périodes,  $N-1$  modes résonants vérifiant

$$\kappa_{AB}(\lambda_{h_m}) = \cos\left(\frac{n}{N}\pi\right) \Big|_{n=1, N-1} \quad (\text{IV.6})$$

(où l'indice  $h$  se réfère au caractère hôte du motif) apparaissent dans chaque bande transparente de forme symétrique.

Quant aux bandes de forme asymétrique, il faut aussi comptabiliser le mode stationnaire

$\lambda_{B_m} = \frac{\lambda_B}{m}$  qui y appartient. Sur le spectre de transmission, ce mode stationnaire est d'une

particularité intéressante du fait que dans chaque bande asymétrique, c'est le seul mode de transmission préservant la transparence du système, progressivement d'une période à une autre. A cette longueur d'onde particulière, le système présente une transparence totale à la monocouche ( $N=1$ ) et la préserve successivement sur chaque période  $N$  du cristal photonique (voir figure (IV.3)).

Par ailleurs, considérer l'ordre dans les systèmes optiques consiste aussi à identifier les relations de dispersion correspondantes. En se basant sur le formalisme de la matrice de transfert, la relation de dispersion du modèle de Kronig-Penney optique est déterminée à partir de

$$\kappa_{AB}(\lambda) = \frac{1}{2} Tr [T(1)]_{AB} \quad (IV.7)$$

où  $[T(1)]_{AB}$  est la matrice de transfert de la cellule élémentaire (AB)

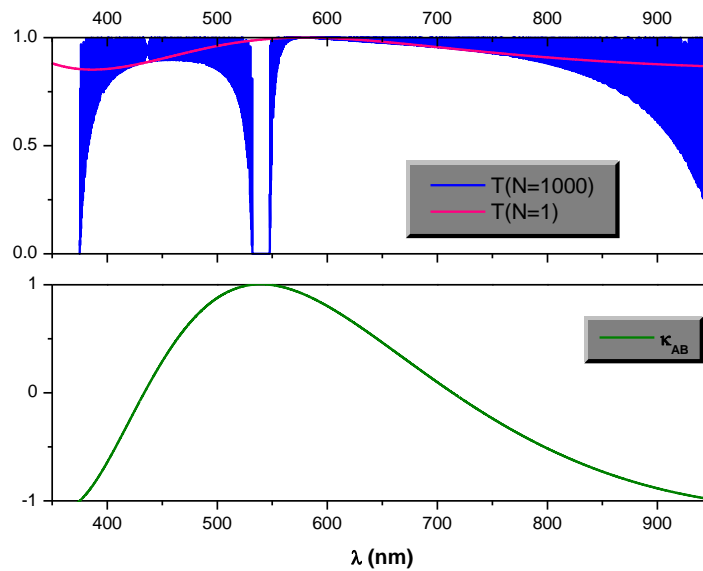
Sachant que chaque couche du motif élémentaire est caractérisée par un vecteur d'onde parallèle  $k_i = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_i}$  (où  $i = A, B$ ), la relation de dispersion  $K_{AB}(\lambda)$  est obtenue à partir de :

$$K_{AB}(\lambda) = \frac{1}{d} \arccos (\kappa_{AB}(\lambda)) \quad (IV.8)$$

Cela permet de déterminer le vecteur d'onde  $K_{AB}$  relatif à la cellule élémentaire AB de période  $d$ .

Les bandes transparentes vérifiant  $|\kappa_{AB}(\lambda)| < 1$  représentent des modes de transmission ayant des vecteurs d'ondes  $K_{AB}$  réels, synonymes d'ondes permises propagatrices aussi bien dans le sens croissant que décroissant des positions. Tandis que les bandes totalement réfléchissantes (correspondant à des vecteurs d'onde purement imaginaires), décrivent des modes évanescents, appartenant aux bandes interdites.

Toutes ces correspondances entre profil de transmission et la relation de dispersion du modèle de Kronig-Penney sont représentées dans la figure (IV.4). Un parfait accord est enregistré entre les deux différentes représentations quant aux domaines relatifs aux bandes transparentes ( $T=1$ ) (bandes réfléchissantes ( $T=0$ )), de vecteurs d'onde permis (interdits) et l'établissement de la condition  $|\kappa_{AB}(\lambda)| < 1$  ( $|\kappa_{AB}(\lambda)| > 1$ ).



**Fig.IV.4.** *Correspondance entre les différentes représentations de l'ordre parfait: profile de transmission, équation caractéristique du modèle de kronig-penney*

On remarque aussi que le profil de la transmission  $T(N)$  fait apparaître explicitement la présence des modes stationnaires appartenant à la couche diélectrique B. Chaque mode stationnaire correspond à un minimum de fluctuations du coefficient de transmission dans la bande permise.

### IV.3. Etude des systèmes binaires désordonnés

Dans cette section, nous allons étudier les systèmes binaires pour lesquels deux motifs sont considérés. Nous nous intéresserons en particulier aux désordres binaires non corrélé et corrélé (voir figure (IV.5)) pour lesquels, les réponses moyennes caractéristiques de la transmission  $\langle T \rangle$  et de la longueur de localisation  $\langle \xi \rangle$  (déterminée à partir de l'exposant de Lyapunov réduit  $\langle \frac{L}{\xi} \rangle$  où  $L$  est la taille du système) sont examinées.

Dans la première partie, nous commencerons par décrire le modèle conventionnel du dimer aléatoire dans les systèmes optiques stratifiés désordonnés.

Dans la seconde partie, on présentera le modèle de désordre binaire généralisé, pour mettre en évidence la présence d'une résonance supplémentaire dans ces systèmes binaires. Une optimisation de ces réponses de transmission est donnée en dernière partie à partir de l'introduction de la procédure de l'alignement des résonances caractéristiques : Deux

configurations seront examinées pour lesquelles le régime diffusif conventionnel de la résonance dimer est nettement amélioré.

### **IV.3.1. Le désordre binaire conventionnel**

Nous considérons un cristal photonique de longueur  $L = Nd$ , défini par la cellule hôte (**AB**) dont les paramètres sont:

$\varepsilon_A = 1$ ,  $b_A = 250 \text{ nm}$  et  $\varepsilon_B = 2.25$  ( $\text{SiO}_2$ ),  $b_B = 193.3 \text{ nm}$  (étudiée précédemment). L'ordre de ce système est perturbé par le remplacement de la couche **B** ( $\text{SiO}_2$ ) par une couche **C** ( $\text{GaAs}$ ) dont les caractéristiques sont  $\varepsilon_c = 13$  et  $b_c = 150 \text{ nm}$ .

Les distributions binaires (relatives aux désordres spatial et compositionnel non corrélés) sont respectivement définies par les fonctions de distribution suivantes :

$$\begin{cases} P(b) = c_B \delta(b - b_B) + c_C \delta(b - b_C) \\ P(\varepsilon) = c_B \delta(\varepsilon - \varepsilon_B) + c_C \delta(\varepsilon - \varepsilon_C) \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

où  $c_C$  et  $c_B = 1 - c_C$  représentent les concentrations des éléments défaut et hôte respectivement. Par ailleurs le modèle du dimer aléatoire est obtenu en classant aléatoirement les motifs défaut par paires le long de la structure (voir figure (IV.6))

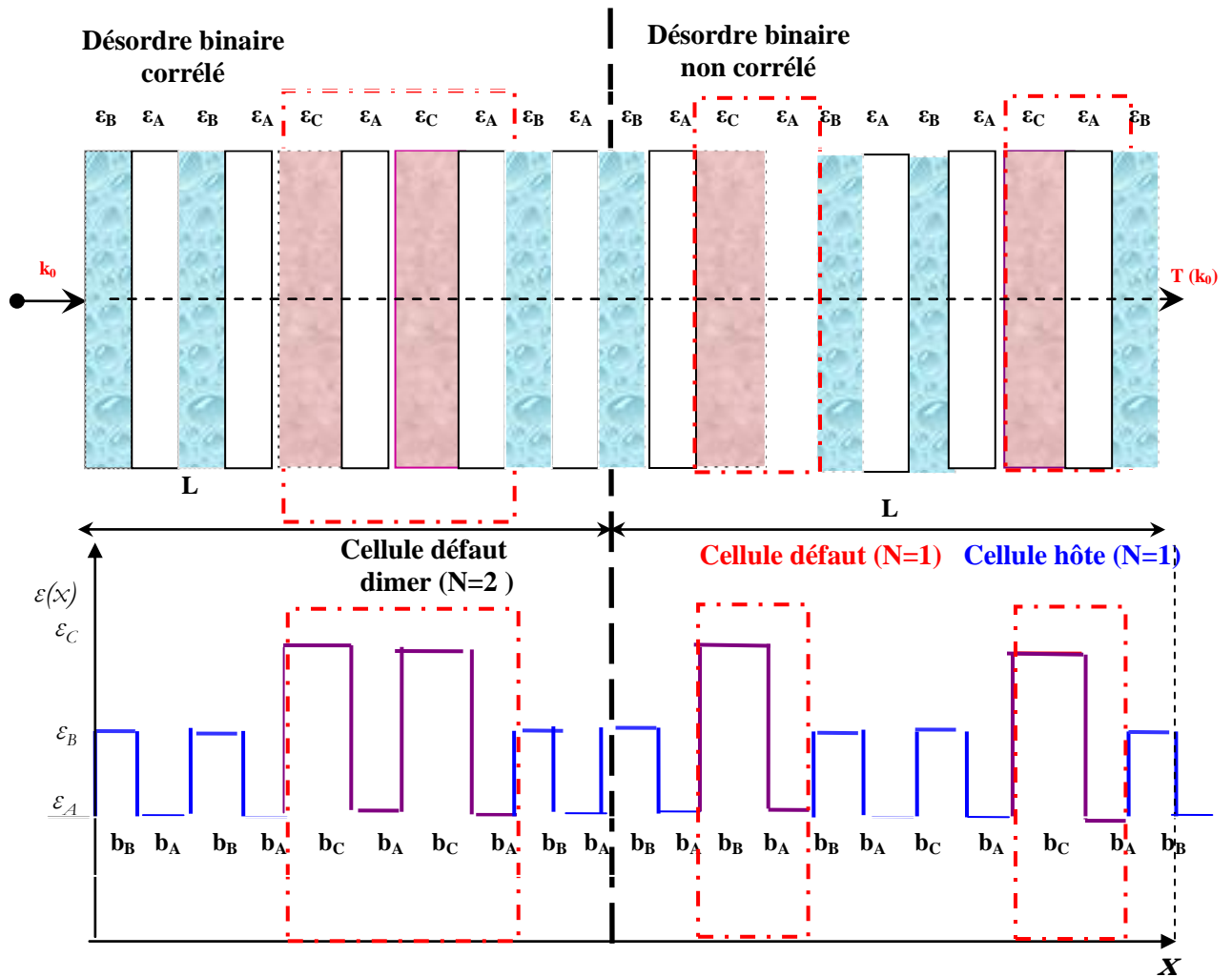


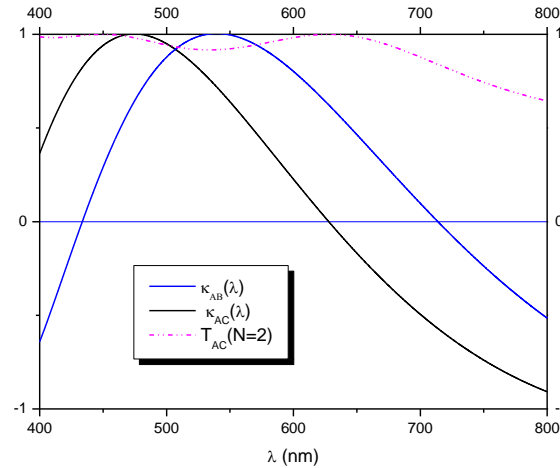
Fig.IV.5. Configuration des désordres binaires corrélé (modèle du dimer aléatoire) et non corrélé.

En choisissant les deux éléments suivants:

☞ L'élément hôte caractérisé par: **lp=250nm B=193.3 nm**

☞ L'élément défaut caractérisé par: **lp=250nm B=150 nm**

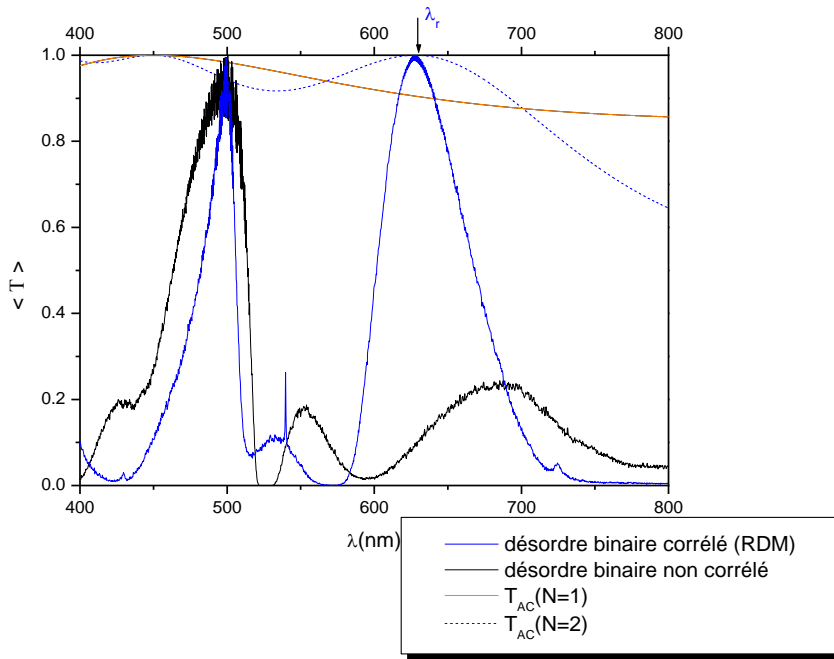
Ce choix est justifié dans le but d'avoir une bande permise de l'élément défaut appartenant à la bande permise de l'élément hôte comme il est montré sur la figure (IV.6).



**Fig. IV.6.** Accord entre la condition de résonance conventionnelle et la transparence du motif dimer défaut.

La présence de la corrélation de désordre à courte portée sous forme d'un motif dimer ressuscite les modes de transmission autour de la longueur d'onde  $\lambda_r = 626.972 \text{ nm}$  (courbe en bleu sur figure (IV.7)). Cette fréquence qui (graphiquement) correspond à la fréquence caractéristique du modèle de Kronig-Penney :

$$\kappa_{AC}(\lambda_r) = 0 \quad (IV.10)$$



**Fig. IV.7.** Apparition de la résonance dimer à  $\lambda_r = 626.972$  nm conformément à la condition de transparence du motif dimer défaut où  $c_B = 0.40$ .

Il faut noter que dans un cristal photonique, la formule de Poincaré permet de décrire la matrice de passage de l'onde d'une période à une autre (Eq.III.27 (chapitre III)). Sur deux périodes consécutives correspondant au motif défaut dimer,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f_{N+2} \\ f_{N+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_N \\ f_{N-1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} f_{N+2} \\ f_{N+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} f_N \\ f_{N-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{IV.11})$$

Or avec la condition caractéristique du modèle de Kronig-Penney ( $\kappa_{AC}(\lambda_r) = 0$ ), la matrice de passage correspondante au motif dimer devient :

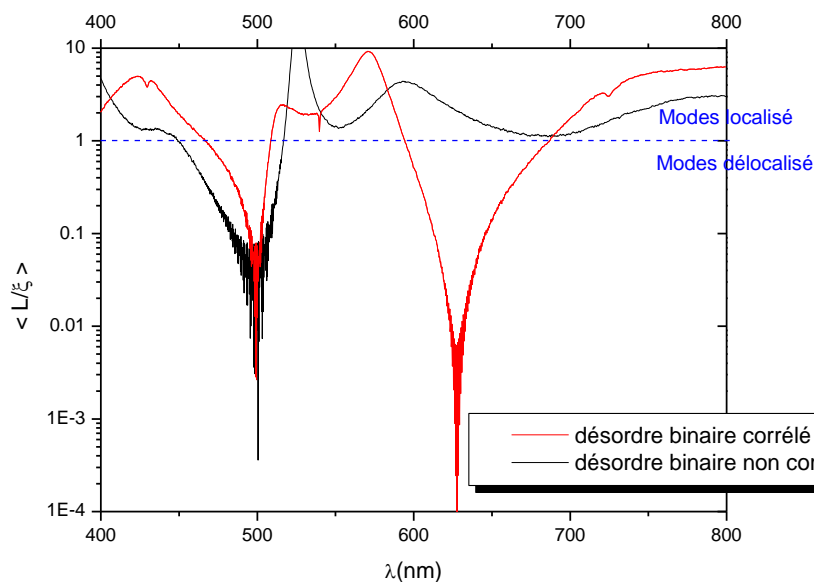
$$P_d = \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda_r) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = -I \quad (\text{IV.12})$$

avec  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  : la matrice identité

Face à cette condition de transparence des paires défauts, le milieu désordonné devient similaire à un système ordonné. La condition conventionnelle de l'effet dimer, dictée par [voir annexe 5]

$$\kappa_{AC}(\lambda_r) = 0 \text{ et } |\kappa_{AB}(\lambda_r)| < 1 \quad (\text{IV.13})$$

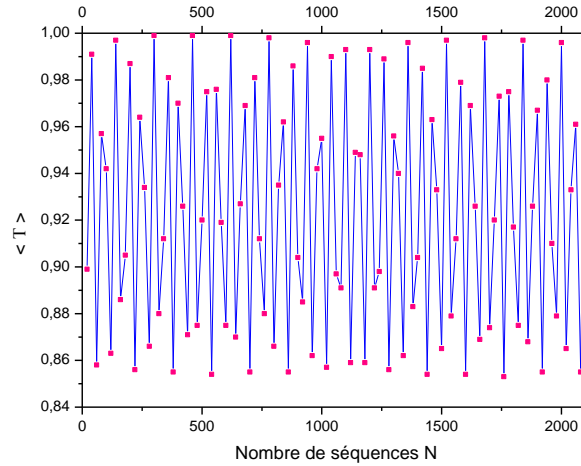
est à l'origine de l'apparition d'une singularité importante dans les réponses de l'exposant de Lyapunov réduit à  $\lambda_r = 626.972 \text{ nm}$ , synonyme d'un état étendu dans le spectre de transmission (figure (IV.8)). Une comparaison entre les longueurs de localisation correspondants aux cas des désordres binaires corrélé (c) et non corrélé (nc) montre que  $\xi_c(\lambda_r) = 10^4 \xi_{nc}(\lambda_r)$ . Une transition de phase (mode localisé - mode étendu) conforme aux prédictions conventionnelles de l'effet dimer électronique est ainsi obtenue [IV.6-8]



**Fig. IV. 8.** Apparition d'un mode étendu à la résonance dimer ( $\lambda_r = 626.972 \text{ nm}$ )

La détermination du comportement de la fonction enveloppe correspondante permet de décrire la nature du mode résonant sur la figure (IV.9). Le coefficient de transmission

$\langle T(N) \rangle$  en fonction du nombre de séquences  $N$ , montre que le mode résonant possède une fonction enveloppe périodique à amplitude uniforme.



**Fig. IV. 9.** Comportement périodique de la fonction enveloppe à la résonance dimer

### IV.3.2. Le désordre binaire généralisé

Dans le modèle conventionnel du dimer aléatoire, tel introduit dans les systèmes électroniques, la localisation d'Anderson est supprimée à chaque situation de transparence du motif défaut dimer [VI.6-8].

D'après la réponse de la transmission dans la configuration dimer conventionnelle (figure (IV.7)), seule une résonance apparaît (à  $\lambda_r = 626.972 \text{ nm}$ ) bien que le motif défaut dimer est autant transparent au mode stationnaire principal ( $T_{AC}(\lambda_c)|_{N=2} = 1$ ) qu'à la fréquence propre au défaut dimer ( $T_{AC}(\lambda_r)|_{N=2} = 1$ ). En consultant les relations de dispersion des motifs (AB) et (AC) sur (figure (IV.8)), il y apparaît clairement que  $\lambda_c = 500 \text{ nm}$  se situe dans la bande interdite du réseau hôte ( $|\kappa_{AB}(\lambda_c)| > 1$ ).

Pour lever cette incompatibilité entre le mode transparent du défaut dimer et le canal hôte interdit, une manipulation sur le réseau hôte (si on veut préserver les canaux de transmission du défaut dimer) devient nécessaire. Ainsi par ajustement des paramètres intrinsèques du motif hôte, il devient possible de déplacer la résonance stationnaire principale  $\lambda_c$  vers l'intérieur de la bande permise du réseau hôte. Aussi, vu les propriétés de la transmission parfaite des ondes stationnaires susceptibles d'apparaître dans le cristal photonique (figure (IV.3)), la contrainte supplémentaire:

$$\lambda_C \equiv \lambda_B \quad (\text{IV.14})$$

est imposée aux deux monocouches diélectriques  $B$  et  $C$ . Sachant que la longueur d'onde de la résonance fondamentale est donnée par  $\lambda_B = 2b_B\sqrt{\varepsilon_B}$ . Faire coïncider les deux résonances stationnaires fondamentales sur une longueur d'onde commune correspond à une couche diélectrique (B) dont l'épaisseur est donnée par :

$$b_B = \frac{\lambda_C}{2\sqrt{\varepsilon_B}} = 80.43 \text{ nm} \quad (\text{IV.15})$$

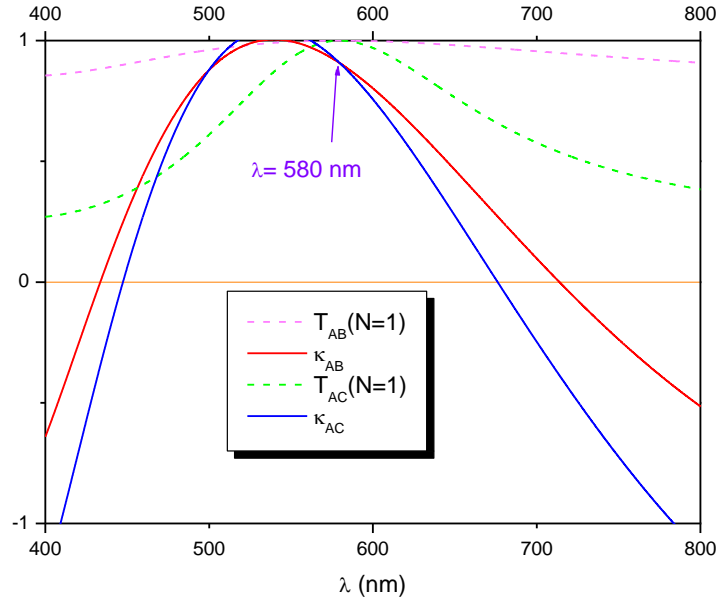
La transmission des systèmes binaires correspondants est examinée sur la base des relations de dispersion  $\kappa_{AB}(\lambda)$  et  $\kappa_{AC}(\lambda)$ . Telles représentées sur la figure (IV.10), il devient possible de vérifier que les résonances  $\lambda_C$  et  $\lambda_r$  appartiennent effectivement au domaine des fréquences relatif à la bande permise de la structure hôte. La figure (IV.11) montre qu'un pic de transmission unité supplémentaire apparaît sur le spectre de transmission du désordre binaire non corrélé (en rouge). Cette résonance qui correspond à la contrainte de l'alignement des modes stationnaires fondamentaux ( $\lambda_B = \lambda_C$ ) reproduit une situation d'équivalence entre les deux couches B et C, bien que celles-ci soient de natures et d'épaisseurs différentes ( $\varepsilon_B \neq \varepsilon_C$  et  $b_B \neq b_C$ ).

Dans ces conditions de la similitude de transparence des couches B et C ( $T_{AB}(\lambda_B) = 1$  et  $T_{AC}(\lambda_C) = 1$ ), l'égalité  $\kappa_{AB}(\lambda) = \kappa_{AC}(\lambda)$  montré dans la figure (IV.11), fournit des matrices de passage identiques

$$P_{AC} = P_{AB} \quad (\text{IV.16})$$

Procéder à toute permutation entre les motifs AB et AC ne peut apporter de perturbations au système du fait qu'à cette résonance, une situation d'ordre déterministe est réalisée sur l'ensemble de la structure.

Devant une telle diversité de types de résonances, les pics de transmission unité, apparaissent dans le modèle du dimer aléatoire soit en réponse à une situation de transparence totale de la paire de défaut ou bien à une condition de commutation entre motifs hôte et défaut.



**Fig.IV. 10.** Alignement des résonances fondamentales hôte et défaut sur  $\lambda_c = 580\text{nm}$

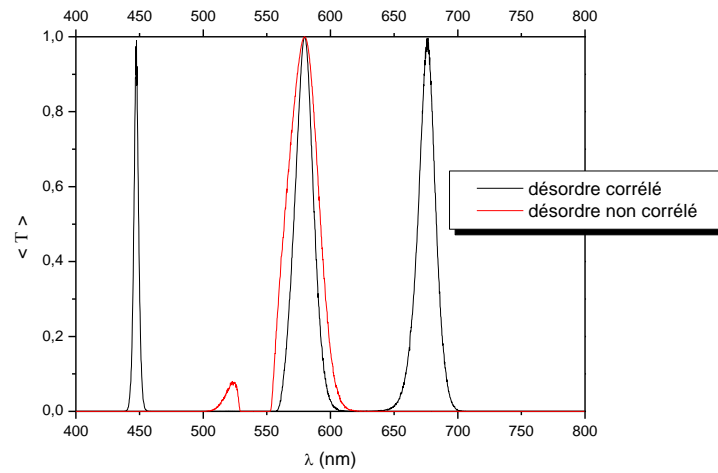
La détermination des conditions analytiques générales de la résonance dans les systèmes binaires peut être étendue aux hétérostructures optiques désordonnées dans le modèle de Kronig-Penney: La matrice de passage relative à un motif dimer peut s'écrire sur une base constituée des deux matrices représentant l'indiscernabilité des cellules défaut et hôte et la transparence totale du motif :

$$\begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \eta_1 \begin{pmatrix} 2\kappa_{AB}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \eta_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.17})$$

où  $\eta_1$  et  $\eta_2$  sont deux constants réelles. Dépendant explicitement de la relation de dispersion du modèle de Kronig-Penney des motifs défaut et hôte, l'équation caractéristique des résonances dans l'effet dimer généralisé est décrite par

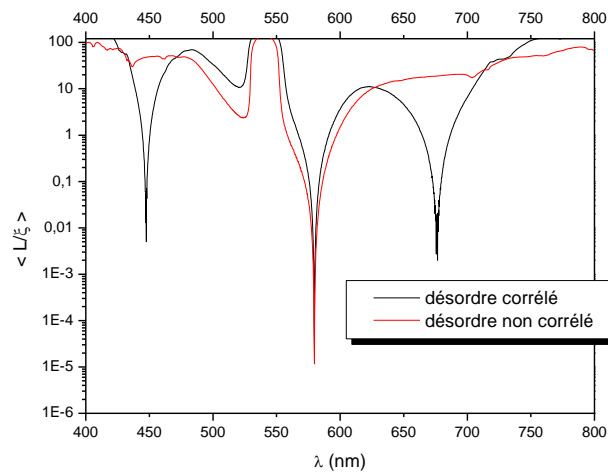
$$\kappa_{AC}(\lambda)(\kappa_{AC}(\lambda) - \kappa_{AB}(\lambda)) = 0 \quad (\text{IV.18})$$

La résolution graphique de cette équation est montrée sur la figure (IV.10).



**Fig.V.11.** Résonances de commutation ( $\lambda_c = 580\text{nm}$ ) dans le modèle du dimer aléatoire généralisé.

Les résonances obtenues coïncident parfaitement avec les pics de transmission unité dans le profil de la transmission moyenne, aussi bien dans le cas du désordre binaire non corrélé que celui de motif dimer aléatoire (figure (IV.11)).



**Fig. IV.12** Résonances de commutation ( $\lambda_c = 580\text{nm}$ ) dans le modèle du dimer aléatoire généralisé.

L'apparition de singularités importantes sur le comportement de l'exposant de Lyapunov (figure (IV.12)), le caractère étendu de ces modes est ainsi démontré.

Néanmoins, il est à remarquer que la résonance de commutation des motifs ( $\lambda_c = 580nm$ ) qui reproduit une situation d'un ordre parfait - semble présenter un mode de transmission plus délocalisé que celui de la résonance dimer ( $\langle \frac{L}{\xi(\lambda_c)} \rangle \approx 10^{-5}$ ) et  $\langle \frac{L}{\xi(\lambda_r)} \rangle \approx 10^{-3}$ ).

### IV.3.2.1. Nature des modes de transmission résonants

On a démontré précédemment qu'en fonction des paramètres structuraux des motifs défaut et hôte, deux résonances peuvent apparaître dans le profil de transmission des systèmes binaires corrélés à courte portée. La nature de chaque mode résonant est décrite à partir du comportement des fonctions enveloppes correspondantes.

Il est clair que les couches  $B$  et  $C$  soient identiquement transparentes à  $\lambda_B = \lambda_C$  (avec  $\lambda_B \equiv \lambda_{h1}$  et  $\lambda_C \equiv \lambda_{d1}$  où les indices  $h$  et  $d$  indiquent les types hôte et défaut des motifs, tandis que l'indice 1 le nombre de périodes).

Afin de mieux décrire ces modes résonances, nous nous sommes intéressés à l'examen des différents régimes de transmission pouvant apparaître lors de la transition de phase (mode localisé – mode étendu) autour des ces pics de transmission. Les fonctions enveloppes  $\langle T(N, \lambda) \rangle$  sont décrites à la longueur d'onde  $\lambda = \lambda_r - \Delta\lambda$  où  $\Delta\lambda$  représente la longueur d'onde de déviation par rapport à la résonance dans la figure (IV.13).

Quant à la résonance de commutation identifiée à  $\lambda = 580 nm$ , sa signature quasi balistique est préservée jusqu'à  $\Delta\lambda = 3nm$ . Au delà de  $\Delta\lambda = 8nm$ , la longueur de localisation devient comparable avec la taille du système et permet à la localisation d'Anderson de s'installer :  $\langle T(N) \rangle \propto e^{-\frac{N}{\xi}}$  où  $\xi$  est la longueur de localisation. (Voir figure (IV.13)).

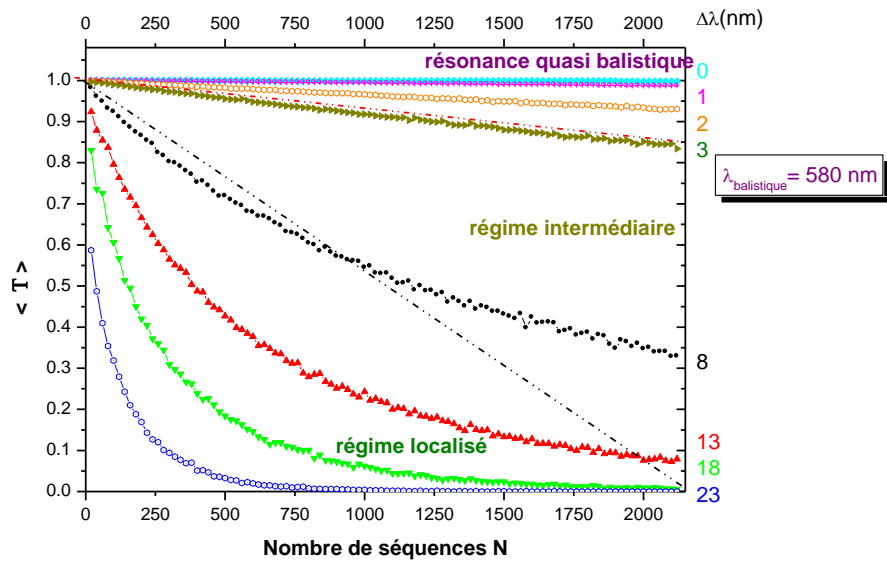


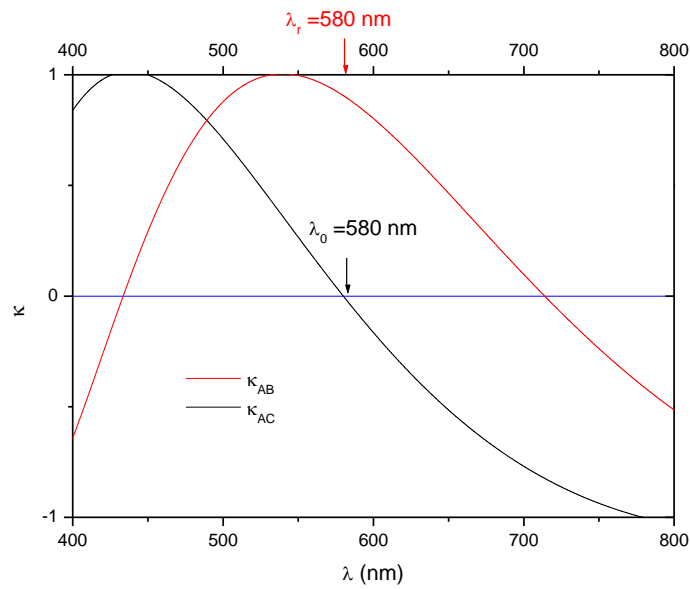
Fig.IV.13. Régime de transmission à la résonance de commutation quasi balistique

La droite inférieure qui apparaît en pointillé (couleur noir), correspond à la tangente du régime critique de la localisation pour lequel  $\frac{L}{\xi} = 1$  (sur cette figure  $L = 2150$  d). Par ailleurs, la droite supérieure (courbe rouge) proche du régime de la résonance est un guide pour l'observateur. Cette droite a pour rôle de déterminer le comportement limite de la décroissance linéaire du régime quasi balistique. Un régime intermédiaire constitué de modes délocalisés ( $\frac{L}{\xi} < 1$ ) mais pas suffisamment étendus est identifié entre ces deux droites caractéristiques.

Nous procédons, à présent, à l'alignement des modes résonants par le déplacement de la résonance dimer vers le canal de la résonance stationnaire fondamentale hôte située à  $\lambda_d \equiv \lambda_h = 580 \text{ nm}$ . Pour cela nous considérons les deux éléments suivants:

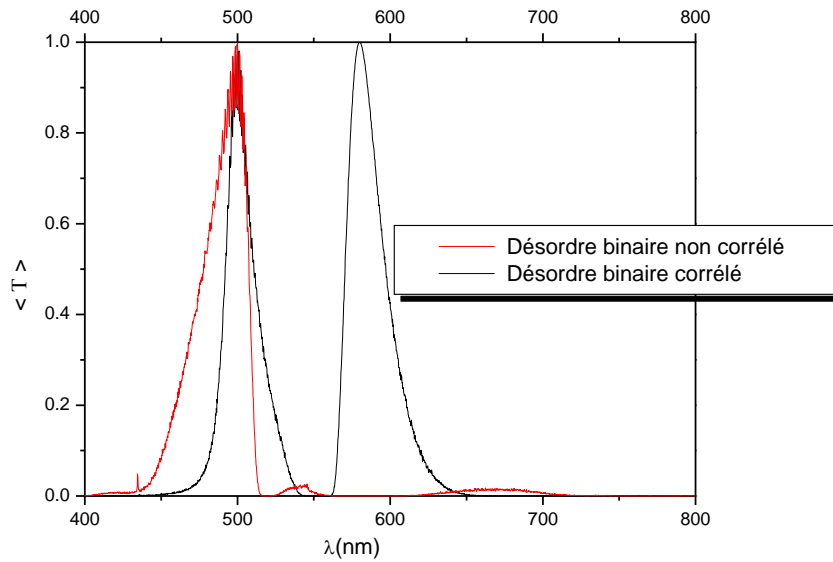
Élément hôte:  $l_p=250\text{nm}$   $B=193.3 \text{ nm}$ .

Élément défaut (2):  $l_p=250\text{nm}$   $B=125.414 \text{ nm}$ .



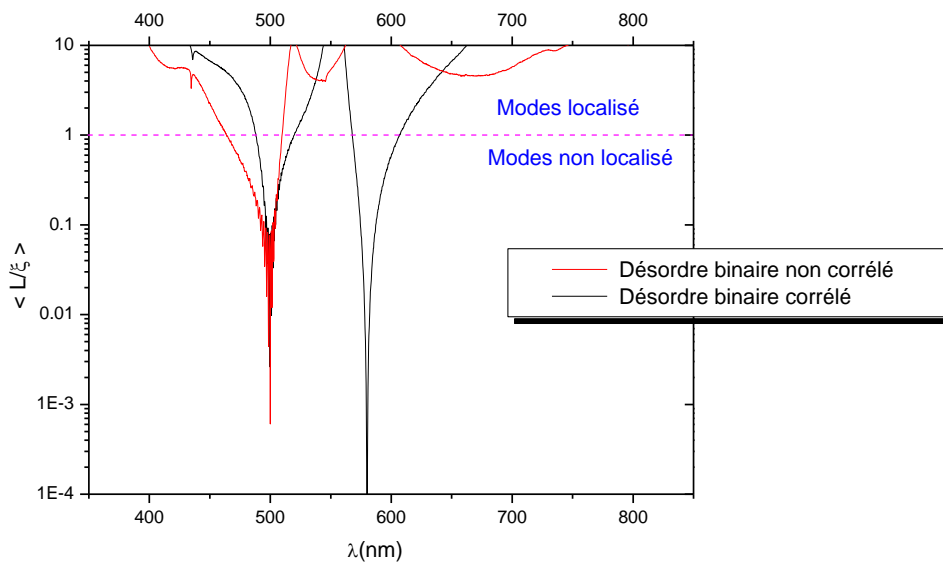
**Fig. IV.14.** Ajustement des paramètres structuraux pour vérification de la condition d'alignement des fréquences  $\lambda_d \equiv \lambda_n = 580 \text{ nm}$

Dans le cas de la configuration du désordre binaire correspondant aux paramètres ajustés, les réponses de la transmission et de la longueur de localisation moyennes sont représentées sur la figure (IV.15) et la figure (IV.16) respectivement, ainsi, on observe qu'un pic de résonance dimer apparaît sur le spectre de transmission à  $\lambda = 580 \text{ nm}$ , celui-ci est en parfait accord avec la prédiction conventionnelle de l'effet dimer ( $\kappa_{AC}(\lambda_d) = 0$ ).



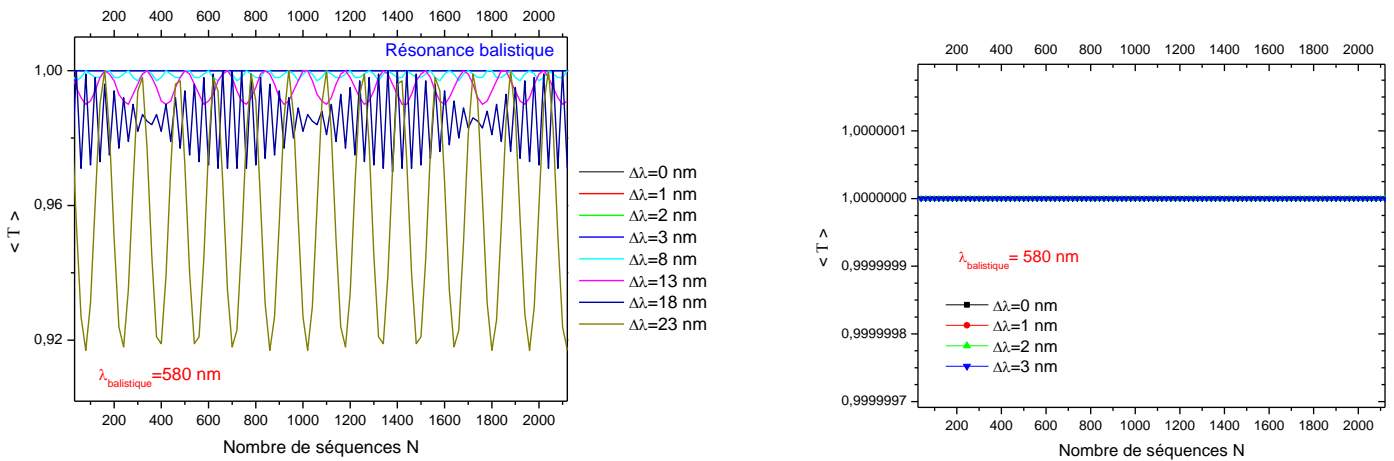
**Fig. IV.15.** Profil de transmission après alignement des résonances

$$\lambda_{h1} \equiv \lambda_{d2} = 580\text{nm}$$



**Fig.IV.16.** L'exposant de Lyapunov réduit après alignement des résonances  $\lambda_d \equiv \lambda_h = 580\text{ nm}$

La figure (IV. 17) montre qu'à la résonance, la transmission reste par excellence balistique ( $\langle T(N) \rangle = 1$ ) et la fonction enveloppe conserve son comportement linéaire ce qui contredit le travail d'Anderson [9], qui a montré que la présence du désordre peut localiser les fonctions d'onde d'un système sans interaction grâce aux interférences quantiques, les électrons ne peuvent plus être décrits par les fonctions de Bloch mais par des fonctions d'onde localisée.



**Fig. IV.17.** Régimes de transmission appartenant à la mini-bande permise de la résonance balistique dimer pure.

Tandis que d'autre recherches effectuées ont démontré des résultats similaires aux nôtres à savoir la suppression possible de la localisation pour les systèmes désordonnés unidimensionnels induits par la non linéarité [IV.10], la corrélation dans le désordre [IV.11] ou les interactions à longue portée [IV.12].

#### IV.4. Effet de la concentration du désordre

Dans cette partie on va étudier l'effet du degré de désordre sur la transmission, pour les paramètres suivants :

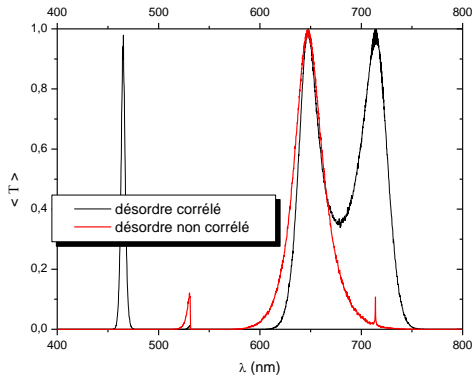
L'élément hôte  $B=193.3$   $\epsilon_{ps}=2.25$   $L_p=250$   $\epsilon_{ps} = 1$

L'élément défaut  $B=87.845$   $\epsilon_{ps}=13$   $L_p=250$   $\epsilon_{ps} = 1$

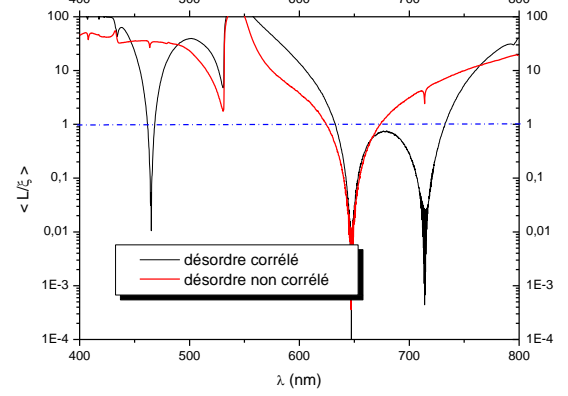
La figure (IV.18) présente le coefficient de transmission est l'exposant de Lyapunov en fonction de la longueur d'onde pour différentes concentration de désordre on remarque que:

- La largeur de chaque pic dépend de la concentration du désordre c-à-d, en augmentant le degré de désordre la bande permise devient étroite.
- La position des pics de résonance est indépendante de la concentration du désordre.

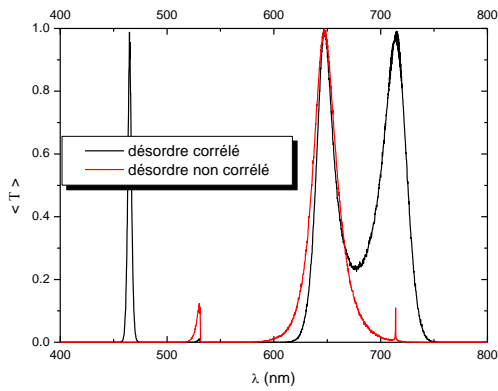
**CC = 0.20**



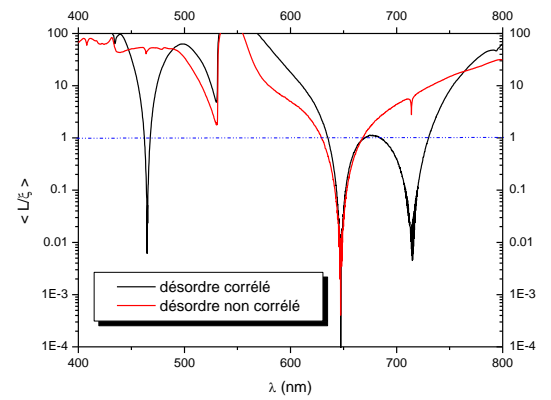
**CC = 0.20**



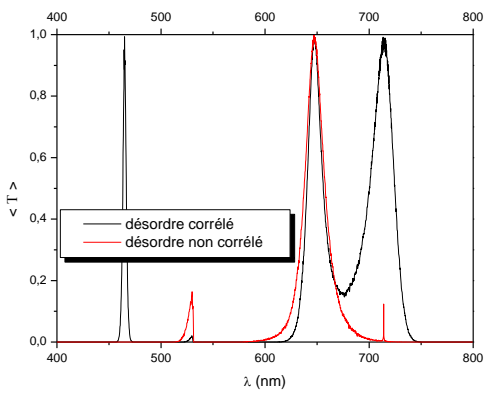
**CC = 0.30**



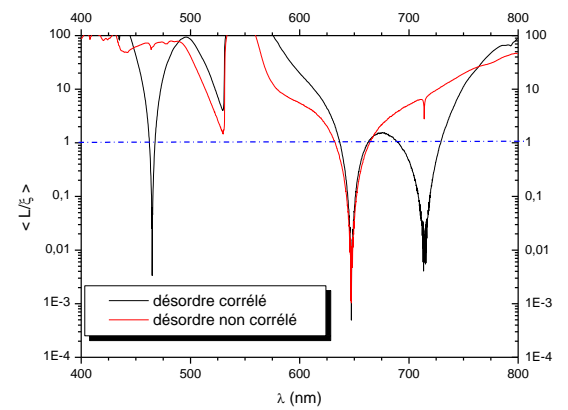
**CC = 0.30**



**CC = 0.40**



**CC = 0.40**



**Fig.IV.18.** Coefficient de transmission et l'exposant de Lyapunov en fonction de la longueur d'onde pour les concentrations 20%, 30%, 40% de désordre dimer en hauteur de barrière

## **IV.5. Conclusion**

En incidence normale la propagation des ondes électromagnétiques dans une structure multicouche désordonnée a été étudiée dans le cadre du modèle du dimer aléatoire. En présentant les propriétés diélectriques spatialement modulées, ces structures stratifiées suscitent non seulement un intérêt fondamental dans la description de la propagation des ondes dans les milieux optiques, mais aussi elles offrent l'opportunité de maîtriser la propagation des ondes électromagnétiques et de contrôler les réponses de la transmission par l'ajustement convenable des paramètres intrinsèques des cellules élémentaires correspondantes.

La présence d'une corrélation de désordre à courte portée détruit la localisation d'Anderson dans les systèmes unidimensionnels et fournit à ce système particulièrement désordonné un ensemble de modes de transmission étendus à caractère diffusif.

Aussi la prise en considération d'une contrainte supplémentaire entre les paramètres hôtes et défaut a permis l'émergence d'un régime de transmission balistique sur une résonance additive dans le modèle du dimer aléatoire généralisé.

Les travaux expérimentaux concernant l'étude du dimer effectué jusqu'à présent [IV.13-14] ont confirmé la suppression de la localisation pour les systèmes désordonnés présentant une certaine corrélation du désordre.

### **III.6.REFERENCES**

- [1] H.Mathieu, Physique des semi-conducteurs et composants électroniques, édition Masson, (1996).
- [2] J. Bellissard, A. Formoso, R.Lima and D. Testard, *Phys. Rev. B* **26**, 3024 (1981)
- [3] V. Lousse, Etude Théorique de l'introduction de réflecteurs à cristaux photoniques dans les dispositifs optroniques planaires. Mémoire de DEA, Université de Namur (FUNDP), Belgique (2002);
- [4] V. Lousse. Etude théorique des phénomènes de bistabilité dans les structures optiques non linéaires intégrant des cristaux photoniques. Thèse de Doctorat, Université de Namur(FUNDP), Belgique(2003) ;
- [5] C. Vandembem. Contribution à l'étude de la reflectance et du confinement des modes dans les systèmes optiques stratifiés. Thèse de Doctorat, Université de Namur (FUNDP), Belgique (2006).
- [6] S. Bentata, B. Ait Saadi and H. Sediki, *Superlatt. Microstruct.* **30**, 297 (2001);
- [7] I. Gomez, F. Dominguez-Adame, E. Diez, *Physica. B* **324**, 235(2002),
- [8] S. Bentata, *Superlatt. Microstruct.***37**, 292 (2005).
- [9] P.W.Anderson, *Phys.Rev.B* **23** (1981) 4828.
- [10] Yu.S.Kivshar, S.A.Gredeskul, A.Sanchez, L.Vazquez, *Phys. Rev. Lett*, **64** (1990) 1693.
- [11] D.Dunlap, H.L.Wu, P.Phillips, *Phys.Rev.Lett*, **65** 88(1990).
- [12] A.Rodriguez, V.A.Malyshev, F.Dominguez-Adame, *J.Phys.A: Math. Gen*, **33** L161 (2000).
- [13] E.Diez, A.Sanchez, F.Dominguez-Adame, *Solid State Electronics* **40** 433 (1996).
- [14] V.Bellani, E.Diez, A.Parisini, L.Tarrione, R.Hey,G. B. Parravicini, F.Dominguez-Adame,*Physica*, **A7823**(2000).



**CONCLUSION  
GENERALE**



## CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objectif de ce travail a porté principalement sur l'analyse électromagnétique des structures à bandes interdites photoniques et l'application des concepts dégagés, dans le domaine optique. Les analogies fortes entre l'électromagnétisme et l'électronique quantique nous ont également facilité la compréhension et l'analyse des comportements induits par ces structures. Plusieurs domaines d'applications ont alors été explorés que ce soit pour le développement de dispositifs passifs ou systèmes rayonnant en ondes millimétriques et submillimétrique.

Les structures désordonnées ont été étudiées pour le désordre spatial et structural. Le premier type de désordre (spatial) consiste à introduire par doublet des barrières d'épaisseur  $B_1$  différent de  $B_2$  distribuées aléatoirement dans la structure. Alors que, dans le second type (désordre structural) on joue uniquement sur les permittivités diélectriques (ou hauteur de barrière optique).

Par analogie avec le modèle électronique de Kronig-Penney à profil de potentiel rectangulaire, la propagation des ondes électromagnétiques dans les systèmes unidimensionnels stratifiés a été également étudiée dans le cadre du modèle du dimer aléatoire.

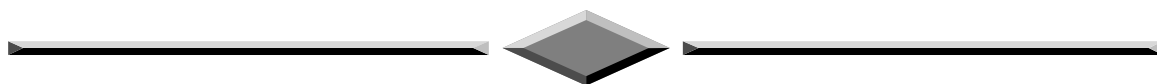
L'étude de l'effet dimer photonique a permis de démontrer :

- ↻ L'apparition de l'effet dimer conventionnel et la suppression de la localisation unidimensionnelle de la lumière dans les cristaux photoniques désordonnés.
- ↻ La détermination de l'équation de résonance générale de l'effet dimer dans le cadre du modèle de Kronig-Penney à profil rectangulaire.
- ↻ Chaque motif est caractérisé par deux résonances particulières : la résonance stationnaire et la résonance de transparence du motif dimer correspondant.

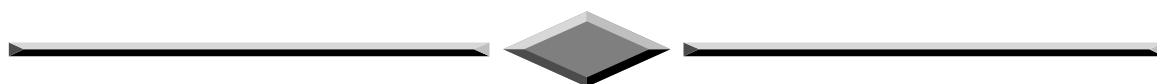
L'application de la procédure d'alignement des résonances hôtes et défaut a permis de décrire le type de commutations, des conditions de transmission de plus en plus favorables sont obtenues dans ce milieu particulièrement désordonné. Le régime balistique s'installe par excellence à la résonance dimer en remplacement du mode diffusif conventionnel.

Plus concrètement, plusieurs points supplémentaires peuvent être développés en perspective à savoir:

- ☞ En incidence oblique.
- ☞ L'introduction de cellule trimer dans le désordre afin d'obtenir plusieurs modes de transmission balistique.
- ☞ L'étude des propriétés de transmission balistique dans les structures linéaires aperiodiques : (séquences de Fibonacci).



# ANNEXES



## Annexe 1: Théorème de Bloch

En raison de la périodicité de la structure cristalline, le potentiel cristallin que voit un photon est périodique satisfait la condition :

$$U(\vec{r} + \vec{t}) = U(\vec{r}) \quad (1)$$

où  $\vec{t}$  : vecteur de translation du réseau cristallin.

Les solutions de l'équation de Schrödinger pour un potentiel périodique ont la forme :

$$E(\vec{r} + a) = e^{jka} E(\vec{r}) \quad (2)$$

où  $a$  : le période du réseau.

Dans le vide, la fonction d'onde d'un photon une onde plane caractérisée par une amplitude constante et un vecteur de propagation  $\vec{k}$ .

$$E(\vec{r}) = Ae^{j\vec{k}\vec{r}} \quad (3)$$

On note aussi que dans le réseau périodique, la fonction d'onde de photon n'a plus amplitude constante en raison des variations de potentiel, elle peut s'écrire :

$$E(\vec{r}) = U(\vec{r})e^{j\vec{k}\vec{r}} \quad (4)$$

L'amplitude de la fonction d'onde s'écrit par conséquent :

$$U(\vec{r}) = E(\vec{r})e^{-j\vec{k}\vec{r}} \quad (5)$$

Compte tenu de la relation (2) on peut écrire :

$$E(\vec{r}) = E(\vec{r} + a)e^{-jka} \quad (6)$$

En portant (6) dans (5) on obtient :

$$\begin{aligned} U(\vec{r}) &= E(\vec{r} + a)e^{-jka} e^{-j\vec{k}\vec{r}} \\ &= E(\vec{r} + a)e^{-j\vec{k}\vec{r} - jka} = E(\vec{r} + a)e^{-j\vec{k}(\vec{r} + a)} \end{aligned} \quad (7)$$

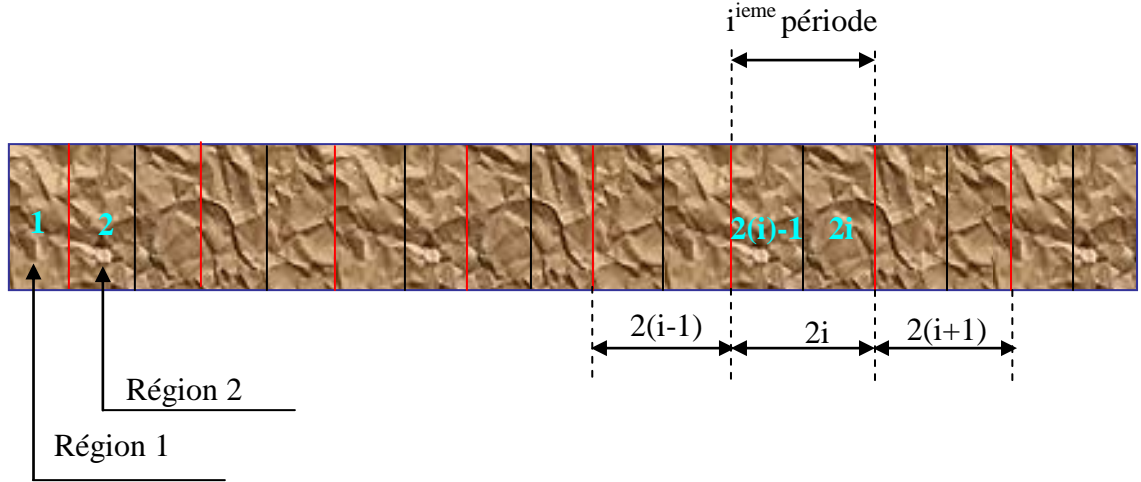
$$\text{Donc} \quad U(\vec{r}) = U(\vec{r} + \vec{t}) \quad (8)$$

$E(\vec{r}) = U(\vec{r})e^{j\vec{k}\vec{r}}$  avec  $U(\vec{r}) = U(\vec{r} + a)$  représente la fonction qui a été démontré par Bloch en 1928.

On conclue que la fonction d'onde d'un photon dans un réseau périodique est une onde de Bloch.

## Annexe 2: Les expressions de la matrice de transfert planaire dans chaque couche A et B de la cellule élémentaire

On considère le système suivant :



$$\begin{cases} \tilde{C}_{2i}(z) = A_{2i}e^{ikz} + B_{2i}e^{-ikz} \\ \tilde{C}'_{2i}(z) = \varphi ikA_{2i}e^{ikz} - \varphi ikB_{2i}e^{-ikz} \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i}(z) \\ \tilde{C}'_{2i}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ikz} & e^{-ikz} \\ \varphi ike^{ikz} & -\varphi ike^{-ikz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix}$$

$$\text{Avec : } \tilde{C}(z) = \begin{cases} H & \text{si } \varphi = \frac{1}{\varepsilon} \quad (\text{transverse magnetique}) \\ E & \text{si } \varphi = 1 \quad \text{c-à-dire } (\varepsilon = 1) \quad (\text{transverse electrique}) \end{cases}$$

et

$$W_{2i}(z) = \begin{pmatrix} e^{ikz} & e^{-ikz} \\ \varphi ike^{ikz} & -\varphi ike^{-ikz} \end{pmatrix} \quad \text{Matrice de Wronksien}$$

Donc

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i}(z) \\ \tilde{C}'_{2i}(z) \end{pmatrix} = W_{2i}(z) \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix}$$

$$W_{2i}(x) = \begin{pmatrix} f_n(z) & g(z) \\ f'_n(z) & g'_n(z) \end{pmatrix} \quad \text{Tandis que } \begin{cases} f_n(z) = e^{ikz} \\ g_n(z) = e^{-ikz} \end{cases}$$

$$\text{Pour } z = z_{2i} \Rightarrow \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i}(z_{2i}) \\ \tilde{C}'_{2i}(z_{2i}) \end{pmatrix} = W_{2i}(z_{2i}) \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$z = z_{2(i+1)} \Rightarrow \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) \\ \tilde{C}'_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) \end{pmatrix} = W_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) \begin{pmatrix} A_{2(i+1)} \\ B_{2(i+1)} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$z = z_{2(i-1)} \Rightarrow \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) \\ \tilde{C}'_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) \end{pmatrix} = W_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) \begin{pmatrix} A_{2(i-1)} \\ B_{2(i-1)} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Utilisant les conditions de continuité on trouve :

$$\begin{cases} \tilde{C}_{2i}(z_{2i}) = \tilde{C}_{2(i+1)}(z_{2i}) \\ \tilde{C}'_{2i}(z_{2i}) = \tilde{C}'_{2(i+1)}(z_{2i}) \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \tilde{C}_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) = \tilde{C}_{2i}(z_{2i}) \\ \tilde{C}'_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) = \tilde{C}'_{2i}(z_{2i}) \end{cases}$$

Les formes matricielles de ces équations sont :

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i}(z_{2i}) \\ \tilde{C}'_{2i}(z_{2i}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)}(z_{2i}) \\ \tilde{C}'_{2(i+1)}(z_{2i}) \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i-1)}(z_{2i}) \\ \tilde{C}'_{2(i-1)}(z_{2i}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i}(z_{2i}) \\ \tilde{C}'_{2i}(z_{2i}) \end{pmatrix} \quad (5)$$

On remplace (1) et (2) dans (3) on trouve :

$$W_{2i}(z_{2i}) \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix} = W_{2(i+1)}(z_{2i}) \begin{pmatrix} A_{2(i+1)} \\ B_{2(i+1)} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Déterminant le terme  $\begin{pmatrix} A_{2(i+1)} \\ B_{2(i+1)} \end{pmatrix}$

$$(6) \Rightarrow \begin{pmatrix} A_{2(i+1)} \\ B_{2(i+1)} \end{pmatrix} = \frac{1}{W_{2(i+1)}(z_{2i})} W_{2i}(z_{2i}) \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_{2(i+1)} \\ B_{2(i+1)} \end{pmatrix} = W_{2(i+1)}^{-1}(z_{2i}) W_{2i}(z_{2i}) \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix} \quad (7)$$

De (2) et (7) on arrive au résultat suivant :

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) \\ \tilde{C}'_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) \end{pmatrix} = W_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) W_{2(i+1)}^{-1}(z_{2i}) W_{2i}(z_{2i}) \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix} \quad (8)$$

On remplace (1) dans (8) on obtient

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) \\ \tilde{C}'_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) \end{pmatrix} = W_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) W_{2(i+1)}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i}(z_{2i}) \\ \tilde{C}'_{2i}(z_{2i}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

On pose :  $\tilde{C}_{2i} = \tilde{C}(z_{2i})$  et  $\tilde{C}_{2(i+1)} = \tilde{C}(z_{2(i+1)})$  ;

On trouve

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)} \\ \tilde{C}'_{2(i+1)} \end{pmatrix} = W_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) W_{2(i+1)}^{-1}(z_{2i}) \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i} \\ \tilde{C}'_{2i} \end{pmatrix} \quad (10)$$

On définit que :

$$\begin{aligned} k(2(i)) &= W_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) W_{2(i+1)}^{-1}(z_{2i}) \\ &= \begin{pmatrix} k_{11}(2(i)) & k_{12}(2(i)) \\ k_{21}(2(i)) & k_{22}(2(i)) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

DE (10) on obtient

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)} \\ \tilde{C}'_{2(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11}(2(i)) & k_{12}(2(i)) \\ k_{21}(2(i)) & k_{22}(2(i)) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i} \\ \tilde{C}'_{2i} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Donc on peut écrire :

$$\begin{cases} \tilde{C}_{2(i+1)} = k_{11}(2(i))\tilde{C}_{2i} + k_{12}(2(i))\tilde{C}'_{2i} \\ \tilde{C}'_{2(i+1)} = k_{21}(2(i))\tilde{C}_{2i} + k_{22}(2(i))\tilde{C}'_{2i} \end{cases} \quad (12)$$

En d'autre part ; on remplace (1) et (3) dans (5) on trouve :

$$W_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) \begin{pmatrix} A_{2(i-1)} \\ B_{2(i-1)} \end{pmatrix} = W_{2i}(z_{2(i-1)}) \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Déterminant le terme  $\begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} (13) \Rightarrow \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix} &= \frac{1}{W_{2i}(z_{2(i-1)})} W_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) \begin{pmatrix} A_{2(i-1)} \\ B_{2(i-1)} \end{pmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{pmatrix} A_{2i} \\ B_{2i} \end{pmatrix} = W_{2i}^{-1}(z_{2(i-1)}) W_{2i}(z_{2(i-1)}) \begin{pmatrix} A_{2(i-1)} \\ B_{2(i-1)} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

En remplaçant (14) dans (1) on obtient :

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i}(z_{2i}) \\ \tilde{C}'_{2i}(z_{2i}) \end{pmatrix} = W_{2i}(z_{2i}) W_{2i}^{-1}(z_{2(i-1)}) W_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) \begin{pmatrix} A_{2(i-1)} \\ B_{2(i-1)} \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$(15) \Rightarrow \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i} \\ \tilde{C}'_{2i} \end{pmatrix} = W_{2i}(z_{2i}) W_{2i}^{-1}(z_{2(i-1)}) \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i-1)} \\ \tilde{C}'_{2(i-1)} \end{pmatrix} \quad (16)$$

On définit dans ce cas, que

$$\begin{aligned} k(2(i) - 1) &= W_{2i}(z_{2i}) W_{2i}^{-1}(z_{2(i-1)}) \\ &= \begin{pmatrix} k_{11}(2(i) - 1) & k_{12}(2(i) - 1) \\ k_{21}(2(i) - 1) & k_{22}(2(i) - 1) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Donc 
$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i} \\ \tilde{C}'_{2i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11}(2(i) - 1) & k_{12}(2(i) - 1) \\ k_{21}(2(i) - 1) & k_{22}(2(i) - 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i-1)} \\ \tilde{C}'_{2(i-1)} \end{pmatrix} \quad (17)$$

En portant (16) dans (10) on obtient :

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) \\ \tilde{C}'_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) \end{pmatrix} = W_{2(i+1)}(z_{2(i+1)}) W_{2(i+1)}^{-1}(z_{2i}) W_{2i}^{-1}(z_n) W_{2i}(z_{2(i-1)}) \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) \\ \tilde{C}'_{2(i-1)}(z_{2(i-1)}) \end{pmatrix} \quad (18)$$

De (11) et (17) on a

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)} \\ \tilde{C}'_{2(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11}(2(i)) & k_{12}(2(i)) \\ k_{21}(2(i)) & k_{22}(2(i)) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{11}(2(i) - 1) & k_{12}(2(i) - 1) \\ k_{21}(2(i) - 1) & k_{22}(2(i) - 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i-1)} \\ \tilde{C}'_{2(i-1)} \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$(17) \Rightarrow \begin{cases} \tilde{C}_{2i} = k_{11}(2(i) - 1)\tilde{C}_{2(i-1)} + k_{12}(2(i) - 1)\tilde{C}'_{2(i-1)} \\ \tilde{C}'_{2i} = k_{21}(2(i) - 1)\tilde{C}_{2(i-1)} + k_{22}(2(i) - 1)\tilde{C}'_{2(i-1)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{C}_{2(i-1)} = \frac{\tilde{C}_{2i} - k_{11}(2(i) - 1)\tilde{C}_{2(i-1)}}{k_{12}(2(i))} \\ \tilde{C}'_{2(i-1)} = \frac{\tilde{C}'_{2i} - k_{21}(2(i) - 1)\tilde{C}_{2(i-1)}}{k_{22}(2(i))} \end{cases} \quad (20)$$

$$(20) \Rightarrow \frac{\tilde{C}_{2i} - k_{11}(2(i) - 1)\tilde{C}_{2(i-1)}}{k_{12}(2(i) - 1)} = \frac{\tilde{C}'_{2i} - k_{21}(2(i) - 1)\tilde{C}_{2(i-1)}}{k_{22}(2(i) - 1)} \quad (21)$$

Utilisant l'équation (12) pour déterminer  $\tilde{C}'_{2i}$

$$\tilde{C}'_{2i} = \frac{\tilde{C}_{2(i+1)} - k_{11}(2(i))\tilde{C}_{2i}}{k_{12}(2(i))} \quad (22)$$

On remplace (22) dans l'équation (21) on trouve

$$\begin{aligned}
 k_{22}(2(i)-1)\tilde{C}_{2i} - k_{22}(2(i)-1)k_{11}(2(i)-1)\tilde{C}_{2(i-1)} &= k_{12}(2(i)-1)\frac{\tilde{C}_{2(i+1)} - k_{11}(2(i))\tilde{C}_{2i}}{k_{12}(2(i))} \\
 - k_{12}(2(i)-1)k_{21}(2(i)-1)\tilde{C}_{2(i-1)} \\
 \Rightarrow k_{22}(2(i)-1)\tilde{C}_{2i} - k_{22}(2(i)-1)k_{11}(2(i)-1)\tilde{C}_{2(i-1)} &= \frac{k_{12}(2(i)-1)}{k_{12}(2(i))}\tilde{C}_{2(i+1)} - \frac{k_{12}(2(i)-1)k_{11}(2(i))}{k_{12}(2(i))}\tilde{C}_{2i} \\
 - k_{12}(2(i)-1)k_{21}(2(i)-1)\tilde{C}_{2(i-1)} \\
 \Rightarrow \frac{k_{12}(2(i)-1)}{k_{12}(2(i))}\tilde{C}_{2(i+1)} &= k_{22}(2(i)-1)\tilde{C}_{2i} - k_{22}(2(i)-1)k_{11}(2(i)-1)\tilde{C}_{2(i-1)} + \frac{k_{12}(2i)k_{11}(2(i))}{k_{12}(2(i))}\tilde{C}_{2i} \\
 + k_{12}(2(i)-1)k_{21}(2(i)-1)\tilde{C}_{2(i-1)} \\
 \Rightarrow \frac{k_{12}(2(i)-1)}{k_{12}(2(i))}\tilde{C}_{2(i+1)} &= \left[ k_{22}(2(i)-1) + \frac{k_{12}(2(i)-1)k_{11}(2(i))}{k_{12}(2(i))} \right] \tilde{C}_{2i} \\
 + [k_{12}(2(i)-1)k_{21}(2(i)-1) - k_{22}(2(i)-1)k_{11}(2(i)-1)]\tilde{C}_{2(i-1)}
 \end{aligned}$$

On sait que  $\det \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} = k_{11}(2i)k_{22}(2i) - k_{21}(2i)k_{12}(2i) = 1$

Donc

$$\begin{aligned}
 \frac{k_{12}(2(i)-1)}{k_{12}(2i)}\tilde{C}_{2(i+1)} &= \left[ k_{22}(2(i)-1) + \frac{k_{12}(2(i)-1)k_{11}(2(i))}{k_{12}(2(i))} \right] \tilde{C}_{2i} - \underbrace{[k_{11}(2(i)-1)k_{22}(2(i)-1) - k_{12}(2(i)-1)k_{21}(2(i)-1)]}_{=1} \tilde{C}_{2(i-1)} \\
 \frac{k_{12}(2(i)-1)}{k_{12}(2(i))}\tilde{C}_{2(i+1)} &= \left[ k_{22}(2(i)-1) + \frac{k_{12}(2(i)-1)k_{11}(2(i))}{k_{12}(2(i))} \right] \tilde{C}_{2i} - \tilde{C}_{2(i-1)} \\
 \tilde{C}_{2(i+1)} &= \left[ \frac{k_{12}(2(i)-1)}{k_{12}(2(i))}k_{22}(2(i)-1) + k_{11}(2(i)) \right] \tilde{C}_{2i} - \frac{k_{12}(2(i))}{k_{12}(2(i-1))}\tilde{C}_{2(i-1)} \quad (23)
 \end{aligned}$$

Pour un potentiel  $\varepsilon(z)$  formé par un arrangement de  $N^2$  barrières et tel barrière a une largeur  $2b$  ; on propose que chaque barrière est centré au point  $z_n(n=1, \dots, N)$  et leur hauteur correspondant est  $\varepsilon_n$

$$\text{Donc } \varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_a & z_n - b \leq z \leq z_n + b \\ \varepsilon_b & (\text{autrement}) \end{cases}$$

On définit la matrice  $M(k, z)$  :

$$M(k, z) = \begin{pmatrix} e^{ik_{2i}z_{2(i)+1}} & e^{-ik_{2i}z_{2(i)+1}} \\ \varphi_1 ik_{2i} e^{ik_{2i}z_{2(i)+1}} & -\varphi_1 ik_{2i} e^{-ik_{2i}z_{2(i)+1}} \end{pmatrix} = W_{2(i)+1}(z_{2(i)+1}) \quad ,$$

$$\text{Et } M^{-1} = W_{2(i)+1}^{-1}(z_{2i})$$

Pour trouver le produit  $MM^{-1}$ , on détermine  $M^{-1}$

$$M^{-1} = \frac{1}{\det M} (\text{com}M)^t \quad , \quad \det M = -2ik$$

$$\text{com}M = \begin{pmatrix} -\varphi_1 ik e^{ik_{2i}z_{2i}} & -\varphi_1 ik_{2i} e^{-ik_{2i}z_{2i}} \\ -e^{-ik_{2i}z_{2i}} & e^{ik_{2i}z_{2i}} \end{pmatrix}$$

$$(\text{com}M)^t = \begin{pmatrix} -\varphi_1 ik_{2i} e^{ik_{2i}z_{2i}} & -e^{-ik_{2i}z_{2i}} \\ -\varphi_1 ik_{2i} e^{-ik_{2i}z_{2i}} & e^{ik_{2i}z_{2i}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} W_{2(i)+1}(z_{2(i)+1})W_{2(i)+1}^{-1}(z_{2i}) &= -\frac{1}{2ik_{2i}} \begin{pmatrix} e^{ik_{2i}z_{2(i)+1}} & e^{-ik_{2i}z_{2(i)+1}} \\ \varphi_1 ik_{2i} e^{ik_{2i}z_{2(i)+1}} & -\varphi_1 ik_{2i} e^{-ik_{2i}z_{2(i)+1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\varphi_1 ik_{2i} e^{-ik_{2i}z_{2i}} & -e^{-ik_{2i}z_{2i}} \\ -\varphi_1 ik_{2i} e^{-ik_{2i}z_{2i}} & e^{ik_{2i}z_{2i}} \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{2ik_{2i}} \begin{pmatrix} \varphi_1 (e^{ik_{2i}z_{2(i)+1}} (-ik_{2i} e^{ik_{2i}z_{2i}}) - e^{-ik_{2i}z_{2(i)+1}} ik_{2i} e^{-ik_{2i}z_{2i}}) & -e^{ik_{2i}z_{2(i)+1}} e^{-ik_{2i}z_{2i}} + e^{-ik_{2i}z_{2(i)+1}} e^{ik_{2i}z_{2i}} \\ \varphi_1^2 (ik_{2i} e^{ik_{2i}z_{2(i)+1}} (-ik_{2i} e^{ik_{2i}z_{2i}}) + (ik_{2i})^2 e^{-ik_{2i}z_{2(i)+1}} e^{-ik_{2i}z_{2i}}) & \varphi_1 (-ik_{2i} e^{ik_{2i}z_{2(i)+1}} e^{-ik_{2i}z_{2i}} - ik_{2(i)+1} e^{-ik_{2i}z_{2(i)+1}} e^{ik_{2i}z_{2i}}) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MM^{-1} &= -\frac{1}{2ik_{2i}} \begin{pmatrix} -\varphi_1 ik_{2i} (e^{ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})} + e^{-ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})}) & -(e^{ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})} - e^{-ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})}) \\ \varphi_1^2 (-(ik_{2i})^2 e^{ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})} + (ik_{2i})^2 e^{-ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})}) & \varphi_1 (-ik_{2i} (e^{ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})} + e^{-ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})})) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \varphi_1 \frac{-ik_{2i} (e^{ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})} + e^{-ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})})}{-2ik_{2i}} & \frac{-(e^{ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})} - e^{-ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})})}{-2ik_{2i}} \\ \varphi_1^2 \frac{k_{2i}^2 e^{ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})} - k_{2i}^2 e^{-ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})}}{-2ik_{2i}} & \varphi_1 \frac{-ik_{2i} (e^{ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})} + e^{-ik_{2i}(z_{2(i)+1}-z_{2i})})}{-2ik_{2i}} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On sait que 
$$\begin{cases} \frac{e^{ikz} - e^{-ikz}}{2i} = \sin kz \\ \frac{e^{ikz} + e^{-ikz}}{2} = \cos kz \end{cases}$$

Donc

$$\begin{aligned} W_{2(i)+1}(z_{2(i)+1})W_{2(i)+1}^{-1}(z_{2i}) &= \begin{pmatrix} \varphi_1 \cos k_{2(i)}(z_{2(i)+1} - z_{2i}) & \frac{1}{k} \sin k_{2(i)}(z_{2(i)+1} - z_{2i}) \\ -\varphi_1^2 k_{2(i)} \sin k_{2(i)}(z_{2(i)+1} - z_{2i}) & \varphi_1 \cos k_{2(i)}(z_{2(i)+1} - z_{2i}) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \varphi_1 \cos k_{2(i)} b & \frac{1}{k} \sin k_{2(i)} b \\ -\varphi_1^2 k_{2(i)} \sin k_{2(i)} b & \varphi_1 \cos k_{2(i)} b \end{pmatrix} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} W_{2i}^{-1}(z_{2i})W_{2i}(z_{2(i)-1}) &= \begin{pmatrix} \varphi_2 \cos k_{2(i)-1}(z_{2i} - z_{2(i)-1}) & \frac{1}{k_{2i}} \sin k_{2(i)-1}(z_{2i} - z_{2(i)-1}) \\ -\varphi_2^2 k_{2(i)-1} \sin k_{2(i)-1}(z_{2i} - z_{2(i)-1}) & \varphi_2 \cos k_{2(i)-1}(z_{2i} - z_{2(i)-1}) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \varphi_2 \cos k_{2(i)-1} a & \frac{1}{k_{2(i)-1}} \sin k_{2(i)-1} a \\ -\varphi_2^2 k_{2(i)-1} \sin k_{2(i)-1} a & \varphi_2 \cos k_{2(i)-1} a \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On note que :  $z_{2(i)+1} - z_{2i} = b$  et  $z_{2i} - z_{2(i)-1} = a$

Donc

$$W_{2(i)+1}(z_{2(i)+1})W_{2(i)+1}^{-1}(z_{2i})W_{2i}^{-1}(z_{2i})W_{2i}(z_{2(i)-1}) = \begin{pmatrix} \varphi_1 \cos(k_{2(i)-1} b) & \frac{1}{k_{2(i)-1}} \sin(k_{2(i)-1} b) \\ -\varphi_1^2 k_{2(i)-1} \sin(k_{2(i)-1} b) & \varphi_1 \cos(k_{2(i)-1} b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_2 \cos(k_{2i} a) & \frac{1}{k_{2i}} \sin(k_{2i} a) \\ -\varphi_2^2 k_{2i} \sin(k_{2i} a) & \varphi_2 \cos(k_{2i} a) \end{pmatrix}$$

On fait les calculs

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left( \varphi_1 \varphi_2 \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i)-1} b) - \varphi_2^2 \frac{k_{2i}}{k_{2(i)-1}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i)-1} b) \right) & \left( \frac{\varphi_1}{k_{2i}} \sin(k_{2i} a) \cos(k_{2(i)-1} b) + \frac{\varphi_2}{k_{2(i)-1}} \cos(k_{2i} a) \sin(k_{2(i)-1} b) \right) \\ \left( -\varphi_1^2 \varphi_2 k_{2(i)-1} \cos(k_{2i} a) \sin(k_{2(i)-1} b) - \varphi_1 \varphi_2^2 k_{2i} \sin(k_{2i} a) \cos(k_{2(i)-1} b) \right) & \left( \varphi_1^2 \left( -\frac{k_{2(i)-1}}{k_{2i}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i)-1} b) \right) + \varphi_1 \varphi_2 \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i)-1} b) \right) \end{pmatrix}$$

Déterminant ( $k_{11}+k_{22}$ ):

$$\begin{aligned}
 k_{11} + k_{22} &= \varphi_1 \varphi_2 \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \varphi_2^2 \frac{k_{2i}}{k_{2(i-1)}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) - \varphi_1^2 \frac{k_{2(i-1)}}{k_{2i}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) \\
 &+ \varphi_1 \varphi_2 \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) \\
 &= 2\varphi_1 \varphi_2 \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) \left( \varphi_2^2 \frac{k_{2i}}{k_{2(i-1)}} + \varphi_1^2 \frac{k_{2(i-1)}}{k_{2i}} \right) \\
 &= 2 \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) \frac{\varphi_2^2 \frac{k_{2i}}{k_{2(i-1)}} + \varphi_1^2 \frac{k_{2(i-1)}}{k_{2i}}}{\varphi_1 \varphi_2} \\
 &= 2 \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) \frac{\varphi_2 \frac{k_{2i}}{k_{2(i-1)}} + \varphi_1 \frac{k_{2(i-1)}}{k_{2i}}}{\varphi_2} \\
 &= 2 \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \frac{\varphi_2^2 k_{2i}^2 + \varphi_1^2 k_{2(i-1)}^2}{\varphi_2 \varphi_1 k_{2i} k_{2(i-1)}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b)
 \end{aligned}$$

On conclue que:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{12}(2(i-1)) = k_{12}(2i) \\ k_{11}(2(i-1)) + k_{22}(2i) = 2 \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \frac{\varphi_2^2 k_{2i}^2 + \varphi_1^2 k_{2(i-1)}^2}{\varphi_2 \varphi_1 k_{2i} k_{2(i-1)}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) \\ \qquad \qquad \qquad = 2 \left( \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \frac{\varphi_2^2 k_{2i}^2 + \varphi_1^2 k_{2(i-1)}^2}{2\varphi_2 \varphi_1 k_{2i} k_{2(i-1)}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) \right) \end{array} \right. \quad (24)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)} \\ \tilde{C}_{2i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \left( \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \frac{\varphi_2^2 k_{2i}^2 + \varphi_1^2 k_{2(i-1)}^2}{2\varphi_2 \varphi_1 k_{2i} k_{2(i-1)}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) \right) \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i} \\ \tilde{C}_{2(i-1)} \end{pmatrix}$$

L'expression de la matrice de transfert planaire dans chaque couche A et B de la cellule élémentaire est:

↗ Dans le cas de *transverse magnétique TM* :

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)} \\ \tilde{C}_{2i} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \frac{\varepsilon_a^2 k_{2i}^2 + \varepsilon_b^2 k_{2(i-1)}^2}{2\varepsilon_a \varepsilon_b k_{2i} k_{2(i-1)}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i} \\ \tilde{C}_{2(i-1)} \end{pmatrix}$$

Dans le cas de *transverse électrique TE*:

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{2(i+1)} \\ \tilde{C}_{2i} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \cos(k_{2i} a) \cos(k_{2(i-1)} b) - \frac{k_{2i}^2 + k_{2(i-1)}^2}{2k_{2i} k_{2(i-1)}} \sin(k_{2i} a) \sin(k_{2(i-1)} b) \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{C}_{2i} \\ \tilde{C}_{2(i-1)} \end{pmatrix}$$

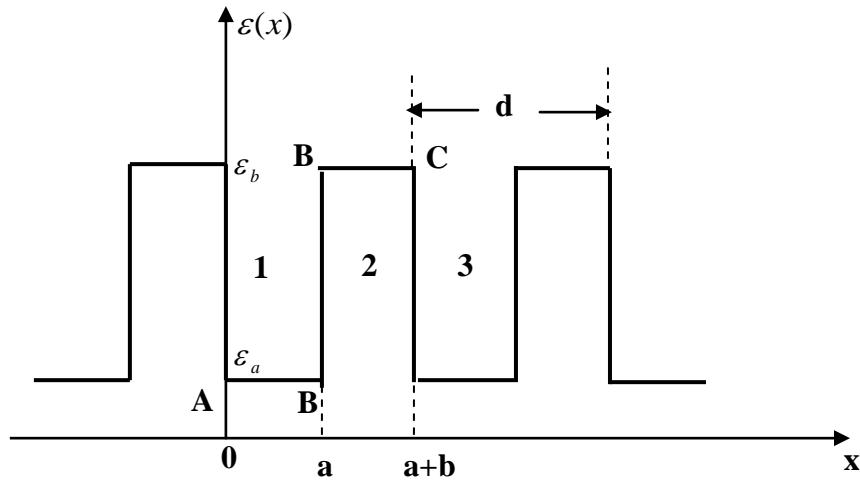
où  $\varepsilon_a = \varepsilon_b = 1$

### **Annexe 3: Résolution de l'équation de propagation dans un milieu diélectrique périodique**

Le profil de permittivité électrique  $\varepsilon(x)$  est défini dans chaque région par l'expression :

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_a & 0 \leq x \leq a \\ \varepsilon_b & a \leq x \leq b \end{cases} \quad (2)$$

Considérons le cas d'un milieu périodique diélectrique ayant la forme suivante :



Dans ce système unidimensionnel, la relation de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique s'écrit :

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(x) E(x) = 0 \quad (3)$$

On réalise la résolution de l'équation (1) dans les régions A-B et B-C

#### **Région 1 :**

Pour  $0 < x < a$ , on a  $\varepsilon(x) = \varepsilon_a$

Alors :

$$\frac{\partial^2 E_I(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_a E_I(x) = 0 \quad (4)$$

Ou bien

$$\frac{\partial^2 E_I(x)}{\partial x^2} + \alpha^2 E_I(x) = 0 \quad (5)$$

Avec 
$$\alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_a} \quad (6)$$

**Région 2 :** pour  $a < x < a+b$  on a  $\varepsilon(x) = \varepsilon_b$

Alors 
$$\frac{\partial^2 E_{II}(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_b E_{II}(x) = 0 \quad (7)$$

Ou bien 
$$\frac{\partial^2 E_{II}(x)}{\partial x^2} + \beta^2 E_{II}(x) = 0 \quad (8)$$

Avec 
$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_b} \quad (9)$$

Les solutions s'écrivent sous la forme suivante :

$$E_I(x) = A_1 \sin(\alpha(x-a)) + B_1 \cos(\alpha(x-a)) \quad (10)$$

$$E_{II}(x) = A_2 \sin(\beta(x-a)) + B_2 \cos(\beta(x-a)) \quad (11)$$

On considère maintenant un puit de potentiel périodique, les fonctions d'onde et leurs dérivées doivent satisfaire au théorème de Bloch.

Les fonctions d'onde dans la région (3) ne diffèrent des fonctions d'onde dans la région (1) que par le terme de phase ( $e^{ik(a+b)}$ ) on note que  $d = a+b$  ;

$$E_{III}(x) = e^{jk(a+b)} E_I(a+b) \quad (12)$$

où  $k$  est le vecteur d'onde qui traduit le déplacement de l'onde dans la structure périodique

soit

$$E_{III}(x) = e^{ik(a+b)} A_1 \sin(\alpha(x-(a+b))) + B_1 \cos(\alpha(x-(a+b))) \quad (13)$$

où ( $a+b=d$ ) présente la période du cristaux photonique unidimensionnel,  $E$  l'énergie de la particule,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$  et  $B_2$  sont des nombres complexes et  $e^{ik(a+b)}$  est un facteur de phase.

**Les fonctions dérivées sont :**

$$\begin{cases} E'_I(x) = A_1\alpha \cos(\alpha x) - B_1\alpha \sin(\alpha x) \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} E'_{II}(x) = A_2\beta \cos(\beta(x-a)) - B_2\beta \sin(\beta(x-a)) \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} E'_{III}(x) = e^{ikd} (A_1\alpha \cos(\alpha(x-(a+b))) - B_1\alpha \sin(\alpha(x-(a+b)))) \end{cases} \quad (16)$$

En utilisant les conditions de continuité :

$$\begin{cases} E_I(x=a) = E_{II}(x=a) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \varphi_1 E'_I(x=a) = \varphi_2 E'_{II}(x=a) \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} E_{II}(x=a+b) = E_{III}(x=a+b) \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \varphi_2 E'_{II}(x=a+b) = \varphi_1 E'_{III}(x=a+b) \end{cases} \quad (20)$$

Tel que  $\varphi_1 = \frac{1}{\varepsilon_a}$  et  $\varphi_2 = \frac{1}{\varepsilon_b}$  dans le cas de *polarisation TM* (champ magnetique)

$\varphi = 1$  dans le cas de *polarisation TE* (champ electrique)

En explicitant E et E' et compte tenu de la relation (d=a+b) ces conditions s'écrivent :

$$\begin{cases} A_1 \sin(\alpha a) - B_1 \cos(\alpha a) = B_2 \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \varphi_1 A_1 \alpha \cos(\alpha a) - \varphi_1 B_1 \alpha \sin(\alpha a) = \varphi_2 \beta A_2 \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} A_2 \sin(\beta b) + B_2 \sin(\beta b) = B_1 e^{ik(a+b)} \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \varphi_2 A_2 \beta \cos(\beta b) - \varphi_2 B_2 \beta \sin(\beta b) = \varphi_1 e^{ik(a+b)} (\alpha A_1) \end{cases} \quad (24)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 \sin(\alpha a) - B_1 \cos(\alpha a) - B_2 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \varphi_1 A_1 \alpha \cos(\alpha a) - \varphi_1 B_1 \alpha \sin(\alpha a) - \varphi_2 \beta A_2 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} A_2 \sin(\beta b) + B_2 \sin(\beta b) - B_1 e^{ik(a+b)} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \varphi_2 A_2 \beta \cos(\beta b) - \varphi_2 B_2 \beta \sin(\beta b) - \varphi_1 e^{ik(a+b)} (\alpha A_1) = 0 \end{cases} \quad (24)$$

**La forme matricielle**

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \sin(\alpha a) & \cos(\alpha a) & 0 & -1 \\ \varphi_1 \alpha \cos(\alpha a) & -\varphi_1 \alpha \sin(\alpha a) & -\varphi_2 \beta & 0 \\ 0 & -e^{ik(a+b)} & \sin(\beta b) & \cos(\beta b) \\ -\varphi_1 \alpha e^{ik(a+b)} & 0 & \varphi_2 \beta \cos(\beta b) & -\varphi_2 \beta \sin(\beta b) \end{pmatrix}}_M \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = 0$$

Elles permettent d'obtenir des solutions pour les coefficients  $A_1, B_1, A_2$  et  $B_2$  si le déterminant de  $M$  est nul.

On fait les calculs

$$M_1 = \sin \alpha \alpha \begin{vmatrix} -\varphi_1 \alpha \sin(\alpha a) & -\varphi_2 \beta & 0 \\ -e^{ik(a+b)} & \sin(\beta b) & \cos(\beta b) \\ 0 & \varphi_2 \beta \cos(\beta b) & -\varphi_2 \beta \sin(\beta b) \end{vmatrix}$$

$$M_2 = \cos \alpha \alpha \begin{vmatrix} \varphi_1 \alpha \cos(\alpha a) & -\varphi_2 \beta & 0 \\ 0 & \sin(\beta b) & \cos(\beta b) \\ -\varphi_1 \alpha e^{ik(a+b)} & \varphi_2 \beta \cos(\beta b) & -\varphi_2 \beta \sin(\beta b) \end{vmatrix}$$

$$M_3 = - \begin{vmatrix} \varphi_1 \alpha \cos(\alpha a) & -\varphi_1 \alpha \sin(\alpha a) & -\varphi_2 \beta \\ 0 & -e^{ik(a+b)} & \sin(\beta b) \\ -\varphi_1 \alpha e^{ik(a+b)} & 0 & \varphi_2 \beta \cos(\beta b) \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det M_1 &= \sin(\alpha a) [-\varphi_1 \alpha \sin(\alpha a) \varphi_2 (-\beta \sin(\beta b) \sin(\beta b) - \beta \cos(\beta b) \cos(\beta b)) + \varphi_2^2 \beta (\beta e^{ik(a+b)} \sin(\beta b))] \\ &= \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta \sin^2(\alpha a) [\sin^2(\beta b) + \cos^2(\beta b)] + \varphi_2^2 \beta^2 \sin(\alpha a) e^{ik(a+b)} \sin(\beta b). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \det M_2 &= \cos(\alpha a) [\varphi_1 \alpha \cos(\alpha a) ((-\varphi_2 \beta \sin(\beta b) \sin(\beta b) - \varphi_2 \beta \cos(\beta b) \cos(\beta b)) + \varphi_1 \varphi_2 \beta (\alpha e^{ik(a+b)} \cos(\beta b)))] \\ &= -\varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta \cos^2(\alpha a) [\sin^2(\beta b) + \cos^2(\beta b)] + \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta \cos(\alpha a) e^{ik(a+b)} \cos(\beta b). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \det M_3 &= -[\varphi_1 \alpha \cos(\alpha a) (-\varphi_2 \beta e^{ik(a+b)} \cos(\beta b)) + \varphi_1 \alpha \sin(\alpha a) (\varphi_1 \alpha e^{ik(a+b)} \sin(\beta b)) - \varphi_2 \beta (\alpha e^{ik(a+b)} (-\varphi_1 e^{ik(a+b)}))] \\ &= -[\varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta \cos(\alpha a) \cos(\beta b) e^{ik(a+b)} + \varphi_1^2 \alpha^2 \sin(\alpha a) \sin(\beta b) e^{ik(a+b)} + \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta e^{2ik(a+b)}] \end{aligned}$$

$$\det M = \det M_1 - \det M_2 - \det M_3$$

$$= \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta \sin^2(\alpha a) [\sin^2(\beta b) + \cos^2(\beta b)] + \varphi_2^2 \beta^2 \sin \alpha a e^{ik(a+b)} \sin(\beta b)$$

$$+ \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta \cos^2(\alpha a) [\sin^2(\beta b) + \cos^2(\beta b)] - \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta \cos(\alpha a) \cos(\beta b) e^{ik(a+b)} - \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta \cos(\alpha a) \cos(\beta b) e^{ik(a+b)}$$

$$+ \varphi_1^2 \alpha^2 \sin(\alpha a) \sin(\beta b) e^{ik(a+b)} + \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta e^{2ik(a+b)}$$

$$= \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta + (\varphi_1^2 \alpha^2 + \varphi_2^2 \beta^2) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) e^{ik(a+b)} - 2\varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta \cos(\alpha a) \cos(\beta b) e^{ik(a+b)}$$

$$+ \varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta e^{2ik(a+b)}$$

$$\det M = 0$$

On divise par  $\varphi_1\varphi_2\alpha\beta$

$$\left(1 + \frac{\varphi_1^2 \alpha^2}{\varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta} \sin(\alpha a) \sin(\beta b) e^{ik(a+b)} - 2 \cos(\alpha a) \cos(\beta b) e^{ik(a+b)} + \frac{\varphi_2^2 \beta^2}{\varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta} \sin(\alpha a) \sin(\beta b) e^{ik(a+b)} + e^{2ik(a+b)} = 0\right) * (-1)$$

$$-1 - \frac{\varphi_1^2 \alpha^2}{\varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta} \sin(\alpha a) \sin(\beta b) e^{ik(a+b)} + 2 \cos(\alpha a) \cos(\beta b) e^{ik(a+b)} - \frac{\varphi_2^2 \beta^2}{\varphi_1 \varphi_2 \alpha \beta} \sin(\alpha a) \sin(\beta b) e^{ik(a+b)} - e^{2ik(a+b)} = 0$$

$$2 \cos(\alpha a) \cos(\beta b) e^{ik(a+b)} - \left(\frac{\varphi_2 \beta}{\varphi_1 \alpha} + \frac{\varphi_1 \alpha}{\varphi_2 \beta}\right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) e^{ik(a+b)} - e^{2ik(a+b)} = 1$$

Ensuite, on divise par  $e^{ik(a+b)}$

$$2 \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \left(\frac{\varphi_2 \beta}{\varphi_1 \alpha} + \frac{\varphi_1 \alpha}{\varphi_2 \beta}\right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) - e^{ik(a+b)} = \frac{1}{e^{ik(a+b)}}$$

$$\cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_2 \beta}{\varphi_1 \alpha} + \frac{\varphi_1 \alpha}{\varphi_2 \beta}\right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) - \frac{1}{2} (e^{ik(a+b)} + e^{-ik(a+b)}) = 0$$

on sait que  $\frac{(e^{ik(a+b)} + e^{-ik(a+b)})}{2} = \text{cosk}(a+b)$

donc on obtient

$$\text{cosk}(a+b) = \cos \alpha a \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_2 \beta}{\varphi_1 \alpha} + \frac{\varphi_1 \alpha}{\varphi_2 \beta}\right) \sin \alpha a \sin(\beta b) \tag{25}$$

On conclue que:

↗ Dans le cas de **transverse magnétique TM** la relation de dispersion (l'équation 25) devient :

$$\begin{aligned} \cos(k(a+b)) &= \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_a \beta}{\varepsilon_b \alpha} + \frac{\varepsilon_b \alpha}{\varepsilon_a \beta}\right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) \\ &= \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_a^2 \beta^2 + \varepsilon_b^2 \alpha^2}{\varepsilon_b \alpha \varepsilon_a \beta}\right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) \end{aligned}$$

↗ Dans le cas de **transverse électrique TE** la relation de dispersion (l'équation 25) s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \cos(k(a+b)) &= \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) \\ &= \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha \beta}\right) \sin(\alpha a) \sin(\beta b) \end{aligned}$$

où  $\varepsilon_a = \varepsilon_b = 1$

## Annexe 4: Réflectance et transmittance dans les systèmes optiques stratifiés

La puissance par unité de surface s'obtient à partir du calcul du vecteur de Poynting moyenné sur une période d'oscillation du champ.

$$S = \frac{1}{2} \Re \{ E \times H^* \} \quad (1)$$

### Vecteur de Poynting pour la polarisation TM

Dans la polarisation TM le champ magnétique possède une seule composante qui est perpendiculaire au plan d'incidence (coordonnée x) mais le champ électrique est maintenu dans le plan d'incidence (coordonnée y et z) tout au long de la propagation.

L'expression du champ magnétique :

$$H = H_x(z) \exp(ik_y y) e_x \quad (2)$$

Le film photonique est formé de l'empilement de n couches, numérotées  $j=1,2,\dots,n$ . L'amplitude du champ magnétique vérifié

$$H_x^{(j)}(z) = A_j^+ \exp[ik_{jz}(z - z_j)] + A_j^- \exp[-ik_{jz}(z - z_j)] \quad (3)$$

avec  $k_{jz} = [(\omega/c)^2 \varepsilon_j - k_y^2]^{1/2}$

la forme du champ magnétique dans le milieu d'incidence est décrit sous la forme suivante

$$H_i^-(z) = A_0^- \exp[-ik_{iz}(z - z_0)] \exp(ik_y y) e_x \quad (4)$$

Le signe (-) est associé aux ondes se propageant vers les z décroissants.

$$H_i^+(z) = A_0^+ \exp[ik_{iz}(z - z_0)] \exp(ik_y y) e_x \quad (5)$$

Par contre le signe (+) est associé aux ondes se dirigeant vers les z croissants.

avec  $k_{iz} = [(\omega/c)^2 \varepsilon_i - k_y^2]^{1/2}$ , cette composante est toujours réelle est vaut

$$\left[ \omega \sqrt{\varepsilon_i} \cos \theta / c \right]$$

Dans le milieu d'émergence, le champ magnétique est décrit par les relations

$$H_s^-(z) = A_{n+1}^- \exp[-ik_{sz}(z - z_{n+1})] \exp(ik_y y) e_x \quad (6)$$

$$H_s^+(z) = A_{n+1}^+ \exp[ik_{sz}(z - z_{n+1})] \exp(ik_y y) e_x \quad (7)$$

avec  $k_{sz} = [(\omega/c)^2 \varepsilon_s - k_y^2]^{1/2}$  cette quantité peut prendre des valeurs réelles ou imaginaires suivant le signe  $[\varepsilon_s / \varepsilon_i - \sin^2 \theta]$

A l'aide de l'expression du champ magnétique, nous pouvons facilement déduire l'expression du champ électrique.

$$E_i^-(z) = \frac{A_0^-}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} \exp[-ik_{iz}(z - z_0)] \exp(ik_y y) (-k_{0z} e_y + k_y e_z) \quad (8)$$

$$E_i^+(z) = \frac{A_0^+}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} \exp[ik_{iz}(z - z_0)] \exp(ik_y y) (k_{0z} e_y + k_y e_z) \quad (9)$$

Dans le milieu d'émergence, le champ électrique est décrit par les relations

$$E_s^-(z) = \frac{A_{n+1}^-}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_s} \exp[-ik_{sz}(z - z_{n+1})] \exp(ik_y y) (-k_{sz} e_y + k_y e_z) \quad (10)$$

$$E_s^+(z) = \frac{A_{n+1}^+}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_s} \exp[ik_{sz}(z - z_{n+1})] \exp(ik_y y) (k_{sz} e_y + k_y e_z) \quad (11)$$

Déterminant le coefficient de Réflexion R

$$R = \frac{|S_i^- \cdot e_z|}{|S_i^+ \cdot e_z|} \quad (12)$$

On fait les calculs

$$E_i^- \times H_i^- = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ 0 & -k_{iz} \frac{A_0^-}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{-ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} & k_y \frac{A_0^-}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{-ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \\ A_0^- e^{-ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} E_i^- \times (H_i^-)^* &= (0)e_x - \left( A_0^- e^{-ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \left( k_y \frac{A_0^-}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{-ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \right) \right) e_y - \\ &\left( A_0^- e^{-ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \left( -k_{0z} \frac{A_0^-}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{-ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \right) \right) e_z \\ &= \left( -k_y \frac{(A_0^-)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{-i2k_{iz}(z-z_0)} e^{i2k_y y} \right) e_y + \left( k_{0z} \frac{(A_0^-)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{-i2k_{iz}(z-z_0)} e^{i2k_y y} \right) e_z \end{aligned}$$

On sait que

$$e_y \cdot e_z = 0$$

et que

$$e^{-ikx} = \cos x - i \sin x$$

$$e^{ikx} = \cos x + i \sin x$$

$$|\cos x| \leq 1$$

$$\begin{aligned}
 (1) \Rightarrow S_i^- . e_z &= \frac{1}{2} \Re e \left\{ E_i^- \times (H_i^-)^* \right\} . e_z \\
 &= \frac{1}{2} \Re e \left( \left( -k_y \frac{(A_0^-)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{-i2k_{iz}(z-z_0)} e^{i2k_y y} \right) e_y + \left( k_{0z} \frac{(A_0^-)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{-i2k_{iz}(z-z_0)} e^{i2k_y y} \right) e_z \right) \\
 &= \frac{1}{2} \Re e \left( k_{0z} \frac{(A_0^-)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{-i(2k_{iz}(z-z_0))} e^{i2k_y y} \right) \\
 &= k_{0z} \frac{(A_0^-)^2}{2\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} \Re e \left( [\cos[2k_{iz}(z-z_0)] - i \sin[2k_{iz}(z-z_0)]] e^{i2k_y y} \right) \\
 &= k_{0z} \frac{(A_0^-)^2}{2\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} \cos[2k_{iz}(z-z_0)] \Re e \left( e^{i2k_y y} \right)
 \end{aligned}$$

$$E_i^+ \times H_i^+ = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ 0 & k_{0z} \frac{A_0^+}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} & k_y \frac{A_0^+}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \\ A_0^+ e^{ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 E_i^+ \times (H_i^+)^* &= (0)e_x + \left( A_0^+ e^{ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \left( k_y \frac{A_0^+}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \right) \right) e_y - \left( A_0^+ e^{ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \left( k_{0z} \frac{A_0^+}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{ik_{iz}(z-z_0)} e^{ik_y y} \right) \right) e_z \\
 &= \left( k_y \frac{(A_0^+)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{i2k_{iz}(z-z_0)} e^{i2k_y y} \right) e_y + \left( k_{0z} \frac{(A_0^+)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{i2k_{iz}(z-z_0)} e^{i2k_y y} \right) e_z
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (1) \Rightarrow S_i^+ . e_z &= \frac{1}{2} \Re e \left\{ E_i^+ \times (H_i^+)^* \right\} . e_z \\
 &= \frac{1}{2} \Re e \left( \left( k_y \frac{(A_0^+)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{i2k_{iz}(z-z_0)} e^{i2k_y y} \right) e_y + \left( k_{0z} \frac{(A_0^+)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{i2k_{iz}(z-z_0)} e^{i2k_y y} \right) e_z \right) \\
 &= \frac{1}{2} \Re e \left( k_{0z} \frac{(A_0^+)^2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} e^{i2k_{iz}(z-z_0)} e^{i2k_y y} \right) \\
 &= k_{0z} \frac{(A_0^+)^2}{2\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} \Re e \left( [\cos[2k_{iz}(z-z_0)] + i \sin[2k_{iz}(z-z_0)]] e^{i2k_y y} \right) \\
 &= k_{0z} \frac{(A_0^+)^2}{2\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i} \cos[2k_{iz}(z-z_0)] \Re e \left( e^{i2k_y y} \right)
 \end{aligned}$$

$$R = \frac{|S_i^- \cdot e_z|}{|S_i^+ \cdot e_z|} = \frac{\left| k_{iz} \frac{(A_0^-)^2}{2\omega\epsilon_0\epsilon_i} \cos[2k_{iz}(z-z_0)] \Re e(e^{i2k_y y}) \right|}{\left| k_{iz} \frac{(A_0^+)^2}{2\omega\epsilon_0\epsilon_i} \cos[2k_{iz}(z-z_0)] \Re e(e^{i2k_y y}) \right|} = \frac{|A_0^-|^2}{|A_0^+|^2}$$

Donc le coefficient de Réflexion

$$R = \frac{|A_0^-|^2}{|A_0^+|^2} \quad (13)$$

Déterminant le coefficient de transmission T

$$T = \frac{|S_s^- \cdot e_z|}{|S_i^+ \cdot e_z|} \quad (14)$$

$$E_s^+ \times (H_s^+)^* = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ 0 & k_{sz} \frac{A_{n+1}^+}{\omega\epsilon_0\epsilon_s} e^{ik_{sz}(z-z_{n+1})} e^{ik_y y} & k_y \frac{A_{n+1}^+}{\omega\epsilon_0\epsilon_s} e^{ik_{sz}(z-z_{n+1})} e^{ik_y y} \\ A_{n+1}^+ e^{ik_{sz}(z-z_{n+1})} e^{ik_y y} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} E_s^+ \times (H_s^+)^* &= (0)e_x + \left( A_{n+1}^+ e^{ik_{sz}(z-z_{n+1})} e^{ik_y y} \left( k_y \frac{A_{n+1}^+}{\omega\epsilon_0\epsilon_s} e^{ik_{sz}(z-z_{n+1})} e^{ik_y y} \right) \right) e_y - \left( A_{n+1}^+ e^{ik_{sz}(z-z_{n+1})} e^{ik_y y} \left( k_{sz} \frac{A_{n+1}^+}{\omega\epsilon_0\epsilon_s} e^{ik_{sz}(z-z_{n+1})} e^{ik_y y} \right) \right) e_z \\ &= \left( k_y \frac{(A_{n+1}^+)^2}{\omega\epsilon_0\epsilon_s} e^{i2k_{sz}(z-z_{n+1})} e^{i2k_y y} \right) e_y + \left( k_{sz} \frac{(A_{n+1}^+)^2}{\omega\epsilon_0\epsilon_s} e^{i2k_{sz}(z-z_{n+1})} e^{i2k_y y} \right) e_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_s^+ \cdot e_z &= \frac{1}{2} \Re e \left\{ E_s^+ \times (H_s^+)^* \right\} \\ &= \frac{1}{2} \Re e \left( \left( k_y \frac{(A_{n+1}^+)^2}{\omega\epsilon_0\epsilon_s} e^{i2k_{sz}(z-z_{n+1})} e^{i2k_y y} \right) e_y + \left( k_{sz} \frac{(A_{n+1}^+)^2}{\omega\epsilon_0\epsilon_s} e^{i2k_{sz}(z-z_{n+1})} e^{i2k_y y} \right) e_z \right) \cdot e_z \\ &= \frac{1}{2} \Re e \left( k_{sz} \frac{(A_{n+1}^+)^2}{\omega\epsilon_0\epsilon_s} e^{i2k_{sz}(z-z_{n+1})} e^{i2k_y y} \right) \end{aligned}$$

$$T = \frac{|S_s^+ \cdot e_z|}{|S_i^+ \cdot e_z|} = \frac{\left| \frac{(A_{n+1}^+)^2}{2\omega\epsilon_0\epsilon_s} \cos[2k_{sz}(z - z_{n+1})] \Re(k_{sz}) \Re(e^{i2k_y y}) \right|}{\left| k_{0z} \frac{(A_0^+)^2}{2\omega\epsilon_0\epsilon_i} \cos[2k_{iz}(z - z_0)] \Re(e^{i2k_y y}) \right|} = \frac{\epsilon_i |A_{n+1}^+|^2 \Re(k_{sz})}{\epsilon_s |A_0^+|^2 k_{0z}}$$

On sait que  $|\cos x| \leq 1$

Donc

$$T = \frac{\epsilon_i |A_{n+1}^+|^2 \Re(k_{sz})}{\epsilon_s |A_0^+|^2 k_{0z}} \quad (15)$$

### Vecteur de Poynting pour la polarisation TE

Pour la polarisation TE, le raisonnement est identique aux cas précédent.

Les coefficients de réflexion et de transmission sont respectivement

$$R = \frac{|A_0^-|^2}{|A_0^+|^2} \quad (16)$$

$$T = \frac{|A_{n+1}^+|^2 \Re(k_{sz})}{|A_0^+|^2 k_{0z}} \quad (17)$$

où  $\frac{1}{\epsilon_i} = \frac{1}{\epsilon_s} = 1$  dans le cas de **Transverse Electric (TE)**

### Annexe 5: La condition conventionnelle de l'effet dimer

Dans un cristal photonique, la formule de Poincaré permet de décrire la matrice de passage de l'onde d'une période ;

$$\begin{pmatrix} H_{N+2} \\ H_{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\kappa_{N+1}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{N+1} \\ H_N \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} H_{N+2} \\ H_{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_N \\ H_{N-1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} H_{N+2} \\ H_{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} H_N \\ H_{N-1} \end{pmatrix}$$

La condition générale de la résonance binaire dans le modèle de Kronig-Penney optique, est exprimée par l'équation suivante :

$$\begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \eta_1 \begin{pmatrix} 2\kappa_{AB}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \eta_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

avec  $\eta_1$  et  $\eta_2$  sont des constants réelles.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 &= \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4\kappa_{AC}^2(\lambda) - 1 & -2\kappa_{AC}(\lambda) \\ -2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4\kappa_{AC}^2(\lambda) - 1 & -2\kappa_{AC}(\lambda) \\ 2\kappa_{AC}(\lambda) & -1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \eta_1 2\kappa_{AB}(\lambda) & -\eta_1 \\ \eta_1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_2 & 0 \\ 0 & \eta_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \eta_1 2\kappa_{AB}(\lambda) + \eta_2 & -\eta_1 \\ \eta_1 & \eta_2 \end{pmatrix} \\ \begin{cases} 4\kappa_{AC}^2(\lambda) - 1 = \eta_1 2\kappa_{AB}(\lambda) + \eta_2 \\ -2\kappa_{AC}(\lambda) = -\eta_1 \\ \eta_2 = -1 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \eta_1 = 2\kappa_{AC} \\ \eta_2 = -1 \\ 4\kappa_{AC}^2(\lambda) - 1 = 4\kappa_{AB}(\lambda)\kappa_{AC}(\lambda) - 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4\kappa_{AC}^2(\lambda) - 4\kappa_{AB}(\lambda)\kappa_{AC}(\lambda) = 0$$

$$\Rightarrow 4\kappa_{AC}(\lambda)(\kappa_{AC}(\lambda) - \kappa_{AB}(\lambda)) = 0$$

$$\Rightarrow \kappa_{AC}(\lambda)(\kappa_{AC}(\lambda) - \kappa_{AB}(\lambda)) = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \kappa_{AC}(\lambda) = 0 \cup \kappa_{AC}(\lambda) = \kappa_{AB}(\lambda)$$

✓  $\kappa_{AC}(\lambda) = \kappa_{AB}(\lambda) \implies$  Condition de commutation

✓  $\kappa_{AC} = 0 \implies$  condition de transparence.

$\kappa_{AC} = \kappa_{AB} = 0 \implies$  Condition de commutation de la transparence (transport balistique).

# Travaux liés à cette thèse

## 1- PUBLICATIONS

- **Samira Cherid**, Samir Bentata, Ali Zitouni, Radouan Djelti, Zoubir Aziz  
« *Ballistic transport in one-dimensional random dimer photonic crystals* »  
Solid State Communications Volume 183, p.47–50, Janvier 2014.
- F.Z. Meghoufel, S. Bentata, S. Terkhi, F. Bendahma, **S. Cherid**  
« *Electronic transmission in non-linear potential profile of GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As biased quantum well structure* ».  
Superlattices and Microstructures , Volume 57, p.115-122, Mars 2013.

## 2- COMMUNICATIONS

- **S.Cherid**, S.Bentata, Z.F .Meghoufel, A.Zitouni, S.Terkhi, Y.Sefir, B. Bouadjemi,  
« *Etude de transmission balistique dans les cristaux photoniques* » Deuxième journée  
Scientifique des doctorants -19 Mai 2013 à Université Abdelhamid Ibn Badis de  
Mostaganem.
- Y.Sefir, Z .Aziz, F.Bendahama, S.Terkhi, Z.F .Meghoufel, **S.Cherid**, S.Bentata, « *Etude  
L'Effet des Paramètres Structuraux sur la nature des états électroniques des superréseaux  
quasipériodiques de Fibonacci* » Deuxième journée Scientifique des doctorants -19 Mai  
2013 à Université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem.
- Zitouni.Ali, S.Bentata, B. Bouadjemi, T. Lantri, **S.Cherid**, « *Etude des proprietes  
structurales electroniques et magnetiques du materiau cdte utilisant le calcul ab Initio*».  
Deuxième journée Scientifique des doctorants -19 Mai 2013 à Université Abdelhamid Ibn  
Badis de Mostaganem.
- **S.Cherid**, S.Bentata, A.Zitouni, « *La propagation des ondes électromagnétiques dans  
les cristaux photoniques* ». Première journée Scientifique des doctorants (JSDOCFST-  
2012)-14 Mai 2012 à Université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem.