

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

---

UNIVERSITE ABDELHAMID IBN BADIS MOSTAGANEM  
FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE DES PROCEDES

THESE PRESENTEE PAR

**ABSAR Belkacem**

POUR L'OBTENTION DU DIPLOME :

**DOCTORAT EN SCIENCES**

SPECIALITE :

**GENIE DES PROCEDES**

Sujet de la Thèse

Modélisation et Simulation de Systèmes de  
Dessalement d'Eau de Mer par Osmose Inverse et  
Energies Renouvelables.

Soutenue publiquement le 2012, devant le jury composé de :

Mr N. BENDERDOUCHE	Professeur, Université de Mostaganem	Président
Mr M. BELHAKEM	Professeur, Université de Mostaganem	Examineur
Mr M. HADJEL	Professeur, U. S. T. Oran	Examineur
Mr B. OULDBOUAMAMA	Professeur, Ecole Polytechnique de Lille	Examineur
Mr B. DAKYO	Professeur, Université du Havre	Examineur
Mr S.E.M.L. KADI	Professeur, Université de Mostaganem	Directeur de thèse

*A la mémoire du Professeur OUALI Mohand Said.*

*A mes parents,*

*A ma femme et mes deux petits anges.*

## REMERCIEMENTS

La direction de cette thèse a été assurée par Lamine KADI ; qu'il soit vivement remercié pour son appui et ses précieux conseils durant toute la période de la réalisation de cette thèse.

Que le Professeur BENDERDOUCHE Nouredine trouve ici l'expression de mes plus vifs remerciements pour avoir accepté de présider le jury d'évaluation.

Mes remerciements vont également au Professeur BELHAKEM Mustapha pour avoir accepté de faire partie du jury et avoir examiné ce travail avec un grand intérêt.

J'adresse mes remerciements au Professeur HADJEL MOHAMED de l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Mes remerciements vont au Professeur DAKYO Brayima, Professeur à l'université du Havre pour avoir accepté de faire partie du jury d'examen, en faisant le déplacement malgré toutes ses charges.

Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude au Professeur OULD BOUAMAMA Belkacem, Professeur et Directeur de la Recherche à l'Ecole Polytechnique Universitaire de Lille et chercheur au laboratoire LAGIS, d'avoir accepté de faire partie du jury d'évaluation en qualité d'examineur, pour ses précieux conseils et aussi pour son accueil toujours chaleureux au sein de son laboratoire. Je le remercie aussi de m'avoir fait l'honneur de m'accepter parmi ses étudiants et de m'avoir initié à la technique des Bonds Graph.

Je témoigne toute ma gratitude au Professeur ADDOU Ahmed qui s'est attaché, dès les premiers instants de notre formation, à nous avoir fait bénéficier de ses connaissances et ses nombreux conseils. Pour la confiance et l'aide que vous nous avez apportées, je vous témoigne toute ma reconnaissance.

Je tiens aussi à remercier DR. CHOUIAB Mohamed, maître de Conférences à la faculté des Sciences de la Nature et de la Vie, pour ses précieux conseils.

Je ne saurais terminer sans remercier DR. DJELLOUL Abdelkader pour ses précieux conseils et pour sa confiance.

A tout le corps enseignant du département de génie des procédés, modeste témoignage de reconnaissance pour l'enseignement qu'ils nous ont attribué.

## Table des matières

<b>Liste des tableaux</b>	<b>10</b>
<b>Liste des Figures</b>	<b>13</b>
<b>Glossaire</b>	<b>18</b>
<b>Résumé</b>	<b>21</b>
<b>Abstract</b>	<b>22</b>
<b>Chapitre I : Introduction générale</b>	<b>1</b>
I-1 Histoire du dessalement.....	2
I-2 Le dessalement d'eau de mer dans le monde .....	2
I-2-a) Classement des usines de dessalement par capacité de production...	3
I-2-b) Classement des usines de dessalement par régions .....	4
I-2-c) Répartition de la production d'eau dessalée par secteur d'utilisation.	5
I-2-d) Classement par qualité d'eau traitée.....	6
I-3 Le dessalement en Algérie .....	7
I-4 Techniques de dessalement.....	7
I-5 Description d'un système de dessalement par osmose inverse .....	8
<b>Chapitre II : Théorie du transport membranaire</b>	<b>10</b>
II-1 Introduction.....	10
II-2 Modèle de Solution diffusion .....	11
II-3 Application du modèle de solution diffusion pour l'osmose inverse .....	15
II-3.1 Expression de $\Delta\pi$ en fonction des concentrations : Loi de Van't Hoff	19
II-3.2 Termes utilisés dans les techniques membranaires.....	20
II-3.2.1 Taux de rejet du soluté (SR) .....	20
II-3.2.2 Taux de récupération de l'eau (WR) .....	20
II-4 Phénomènes de polarisation de concentration .....	20
II-4.1 Description du phénomène de polarisation .....	20
II-4.1.1 Diminution du flux de perméat .....	21
II-4.1.2 Variation de la sélectivité .....	21
II-4.1.3 Colmatage dû à des précipitations ou des formations de gel .....	22
II-4.2 Modélisation de la polarisation : théorie du film.....	22

II-5 Détermination du coefficient de transfert.....	24
II-6 Encrassement ou colmatage (Fouling) .....	25

### **Chapitre III : Description physique du système de dessalement d'eau de mer par osmose inverse** **28**

III-1 Introduction.....	28
III-2 Classification des eaux selon la salinité .....	28
III-2.1 Eau douce.....	29
III-2.2 Eau saumâtre .....	29
III-2.3 Eau de mer .....	29
III-3 Système de dessalement par osmose inverse .....	29
III-3-1 Prises d'eau .....	30
III-3-2 Prétraitement.....	31
III-3-2-1 La chloration.....	31
III-3-2-2 Prévention de l'entartrage.....	32
III-2-2-4 Filtration.....	33
III-3-3 Procédés de dessalement par osmose inverse .....	34
III-3-3-1 Modules à fibres creuses .....	35
III-3-3-2 Modules plan-spiralé ou spirales .....	37
III-3-3-3 Assemblage des modules dans une unité d'osmose inverse .....	39
III-3-4 Post-traitement .....	40
III-3-4-1 Stabilisation.....	41
III-3-4-2 Addition de produits chimiques .....	41
III-3-4-3 Corrosivité .....	42
III-4 Détermination des besoins énergétiques.....	43
III-5 Systèmes de récupération d'énergie.....	44

### **Chapitre IV : Modélisation et simulation d'un procédé de dessalement par osmose inverse** **47**

IV-1 Introduction.....	48
IV-2 Equations de transport .....	48
IV-3 modèles mathématiques du procédé d'osmose inverse .....	50
IV-3.1 Premier modèle mathématique .....	50
IV-3.2 Deuxième modèle mathématique .....	52
IV-3.2.1 Ecoulement à Co-courant .....	52

IV-3.2.2 Ecoulement à contre-courant.....	55
IV-3.3 Modèle en présence du phénomène de polarisation de concentration .....	55
IV-4 Modélisation d'une installation pilote d'osmose inverse en boucle fermée .....	57
IV-5 Méthode de résolution.....	59
IV-6 Vérification des modèles mathématiques développés .....	62
IV-6.1 Etude de l'unité de dessalement d'eau de mer de Bousfer .....	63
IV-6.1.1 Calcul de la pression osmotique.....	64
IV-6.1.2 Calcul de la constante de perméabilité du solvant.....	64
IV-6.1.3 Calcul de la constante de perméabilité du soluté.....	65
IV-6.1.4 Simulation de l'unité de dessalement par osmose inverse sans polarisation de concentration .....	65
IV-6.1.5 Etude de l'effet de la pression de fonctionnement .....	67
IV-6.1.6 Simulation de l'unité de dessalement par osmose inverse avec polarisation de concentration .....	71
IV-6.1.7 Etude de l'évolution des deux modèles mathématiques en fonction de la pression .....	72
IV-6.2 Etude d'une unité pilote fonctionnant en circuit fermé.....	76
IV-6.2.1 Spécification de la membrane et paramètres opératoires .....	76
IV-6.2.2 Simulation de l'unité pilote sans polarisation de concentration.....	77
IV-6.2.3 Simulation de l'unité pilote avec polarisation de concentration.....	80
IV-7 Calcul de l'énergie spécifique consommée par une unité de production.....	83

## **Chapitre V : Utilisation des énergies renouvelables pour le dessalement d'eau de mer – Cas de l'énergie éolienne .86**

V-1 Introduction.....	86
V-1 Physique de l'énergie éolienne .....	86
V-1.1 Potentiel énergétique éolien récupérable (théorème de Betz).....	88
V-1.2 Potentiel éolien moyen utilisable.....	91
V-1.3 Potentiel éolien moyen utile .....	91
V-2 Modèles statistiques pour l'analyse des données du vent.....	92
V-2.1 Distribution de Weibull .....	92
V-2.2 Distribution de Rayleigh .....	92
V-2.3 Evaluation des paramètres k et c.....	93

V-2.3.1 Régression non-linéaire .....	93
V-2.3.2 Lissage par la méthode des moindres carrés « régression linéaire » .....	93
V-2.3.3 Méthode du maximum de vraisemblance .....	94
V-2.3.4 Méthode de l'écart type .....	95
V-3 Evaluation du gisement éolien de la côte ouest de l'Algérie .....	95
V-3.1 Classement des données .....	96
V-3.2 Comblement des données manquantes de vitesses du vent.....	96
V-3.2.1 Calcul de la matrice de corrélation.....	99
V-3.2.2 Approximation par des équations de régression .....	100
V-3.2.3 Approximation par les fonctions cubiques splines .....	100
V-3.3 Variation temporelle de la vitesse moyenne du vent .....	101
V-3.3.1 Variation journalière moyenne de la vitesse du vent .....	101
V-3.3.2 Variation mensuelle moyenne de la vitesse du vent.....	102
V-3.3.2 Variation pluriannuelle de la vitesse du vent.....	105
V-4 Distribution des fréquences des vitesses de vent .....	115
V-5 Calcul des paramètres de Weibull.....	123
V-6 Calcul des puissances éoliennes disponibles et récupérables .....	133
<b>Conclusion générale</b>	<b>135</b>
<b>Références Bibliographiques</b>	<b>137</b>
<b>Annexe 1 : Représentation de la distribution de Weibull</b>	<b>145</b>
<b>Annexe 2 : Programmation informatique des modèles développés</b>	<b>165</b>
<b>Annexe 3 : Publications et Communications</b>	<b>190</b>

# **Liste des Tableaux**

# Liste des tableaux

**Tableau 1-1** : Salinité moyenne des Eaux des mers et des océans.

**Tableau 1-2** : Techniques de dessalement utilisées.

**Tableau 2.1** : Coefficient de transfert de matière  $K$ .

**Tableau 3.1** : Classification des eaux selon la salinité.

**Tableau 3.2** : Avantages et inconvénients des modules membranaires.

**Tableau 3.3** : Effets des produits chimiques utilisés.

**Tableau 3.4** : Classification des eaux selon l'indice de Ryznar.

**Tableau 4.1** : Caractéristiques techniques d'une seule de dessalement d'eau de mer de la station de Bousfer.

**Tableau 4.2** : Comparaison entre les résultats de la simulation et les valeurs réelles et de dimensionnement (sans polarisation de concentration).

**Tableau 4.3** : comparaison entre les résultats de la simulation et les valeurs réelles et de dimensionnement (avec polarisation de concentration).

**Tableau 4.4** : Spécification de la membrane et paramètres opératoires de l'installation.

**Tableau 4.5** : Comparaison entre les résultats du co-courant et du contre-courant.

**Tableau 4.6** : Comparaison entre les résultats du co-courant et du contre-courant.

**Tableau 4.7** : Caractéristiques des principaux équipements de l'unité de dessalement d'eau de mer de Bousfer.

**Tableau 5.1** : Positions des stations météorologique étudiées.

**Tableau 5.2** : Données lacunaires pour le mois de janvier de l'année 2002 et 2004.

**Tableau 5.3** : Nombre de données lacunaires pour la période étudiée.

**Tableau 5.4** : Matrice de corrélation des sept stations pour le mois de janvier 2002.

**Tableau 5.5** : Matrice de corrélation des sept stations pour le mois de janvier 2004.

**Tableau 5.6** : Variation pluriannuelle des vitesses du de la station de Mostaganem.

**Tableau 5.7** : Variation pluriannuelle des vitesses du de la station d'Arzew.

**Tableau 5.8** : Variation pluriannuelle des vitesses du de la station d'Oran.

**Tableau 5.9** : Variation pluriannuelle des vitesses du de la station d'Oran.

**Tableau 5.10** : Variation pluriannuelle des vitesses du de la station de Béni-Saf.

**Tableau 5.11** : Variation pluriannuelle des vitesses du de la station de Ghazaouet.

**Tableau 5.12** : Paramètres de Weibull (station de Ténès).

**Tableau 5.13** : Paramètres de Weibull (station de Mostaganem).

**Tableau 5.14 :** Paramètres de Weibull (station d'Arzew).

**Tableau 5.15 :** Paramètres de Weibull (station d'Oran).

**Tableau 5.16 :** Paramètres de Weibull (station de Tlemcen).

**Tableau 5.17 :** Paramètres de Weibull (station de Béni-Saf).

**Tableau 5.18 :** Paramètres de Weibull (station de Ghazaouet).

**Tableau 5.19 :** Puissances du vent spécifiques disponibles au niveau des stations étudiées ( $\text{W/m}^2$ ).

# **Liste des Figures**

# Liste des Figures

**Figure 1-1 :** Evolution de la production mondiale d'eau dessalée.

**Figure 1-2 :** Classement des stations de dessalement dans le monde.

**Figure 1-3 :** Distribution de la production mondiale d'eau dessalée dans le monde.

**Figure 1-4 :** Distribution de la production mondiale d'eau dessalée par secteur d'utilisation.

**Figure 1-5 :** Classement par qualité d'eau traitée.

**Figure 2.1 :** Comparaison des gradients de force motrice pour la perméation membranaire selon : a) Modèle de filtration, b) modèle de solution diffusion.

**Figure 2.2 :** Profils du potentiel chimique, pression et de l'activité du solvant à travers une membrane osmotique selon le modèle de solution-diffusion.

**Figure 2.3 :** Phénomène de polarisation de concentration.

**Figure 2.4 :** Modélisation de la polarisation de concentration.

**Figure 3.1 :** Eléments clé dans une unité de dessalement.

**Figure 3.2:** Montage de membranes dans un module à fibres creuses (constructeur : DuPont).

**Figure 3.3:** Différents types de circulation de la charge dans les membranes à fibres creuses.

**Figure 3.4:** Montage des membranes dans un module plan spiralé.

**Figure 3.5 :** Cascades à deux et à trois étages utilisées pour le dessalement des eaux saumâtres.

**Figure 3.6 :** Les deux principales cascades utilisées dans le dessalement d'eau de mer.

**Figure 3.7 :** Système de récupération indirecte de l'énergie du concentrât par turbine Pelton.

**Figure 3.8 :** Système de récupération indirecte de l'énergie du concentrât par turbopompe.

**Figure 3.9 :** Système de récupération directe de l'énergie du concentrât par échangeurs de pression.

**Figure 4.1:** Modes d'écoulement dans les membranes à fibres creuse.

**Figure 4.2 :** Description d'une installation pilote d'osmose inverse.

**Figure 4.3:** Discrétisation du domaine  $\Omega$ .

**Figure 4.4 :** Débit du perméat en fonction de la pression de fonctionnement.

**Figure 4.5 :** Concentration du perméat en fonction de la pression de fonctionnement.

**Figure 4.6 :** Débit du rétentat en fonction de la pression de fonctionnement.

**Figure 4.7 :** Concentration du rétentat en fonction de la pression de fonctionnement.

**Figure 4.8 :** Débit du perméat en fonction de la pression exercée (présence de polarisation de concentration).

**Figure 4.9 :** Concentration du perméat en fonction de la pression exercée (en présence de la polarisation de concentration).

**Figure 4.10 :** Débit du rétentat en fonction de la pression exercée (en présence de la polarisation de concentration).

**Figure 4.11 :** Concentration du rétentat en fonction de la pression exercée (en présence de la polarisation de concentration).

**Figure 4.12 :** Evolution de la concentration de l'alimentation en fonction du temps.

**Figure 4.13 :** Evolution de la concentration du perméat en fonction du temps.

**Figure 4.14 :** Evolution de la concentration moyenne du produit en fonction du temps.

**Figure 4.15 :** Evolution du taux de récupération en fonction du temps.

**Figure 4.16 :** Evolution de la concentration de l'alimentation en fonction du temps.

**Figure 4.17 :** Evolution de la concentration du perméat en fonction du temps.

**Figure 4.18 :** Evolution de la concentration moyenne du produit en fonction du temps.

**Figure 4.19 :** Evolution du taux de récupération en fonction du temps.

**Figure 5.1:** Représentation schématique des dégradations successives de l'énergie éolienne avant utilisation

**Figure 5.2 :** Circulation de l'air autour d'un obstacle (hélice)

**Figure 5.3:** Variation des vitesses moyennes journalières des stations étudiées (mois de janvier 2002)

**Figure 5.4:** Variation des vitesses moyennes mensuelles de la station de Ténès.

**Figure 5.5:** Variation des vitesses moyennes mensuelles de la station de Mostaganem.

**Figure 5.6:** Variation des vitesses moyennes mensuelles de la station d'Arzew.

**Figure 5.7:** Variation des vitesses moyennes mensuelles de la station d'Oran.

**Figure 5.8:** Variation des vitesses moyennes mensuelles de la station de Tlemcen.

**Figure 5.9:** Variation des vitesses moyennes mensuelles de la station de Béni-Saf.

**Figure 5.10:** Variation des vitesses moyennes mensuelles de la station de Ghazaouet.

**Figure 5.11:** Variation pluriannuelle des vitesses du vent de l'ensemble des stations étudiées pour la période de 2002 à 2010.

**Figure 5.12 :** Variation des moyennes mensuelles de la station de Mostaganem pour la période de 2002 à 2010.

**Figure 5.13 :** Variation des moyennes mensuelles de la station d'Arzew pour la période de 2002 à 2010.

**Figure 5.14 :** Variation des moyennes mensuelles de la station d'Oran pour la période de 2002 à 2010.

**Figure 5.15 :** Variation des moyennes mensuelles de la station de Tlemcen pour la période de 2002 à 2010.

**Figure 5.16 :** Variation des moyennes mensuelles de la station de Béni-Saf pour la période de 2002 à 2010.

**Figure 5.17 :** Variation des moyennes mensuelles de la station de Ghazaouet pour la période de 2002 à 2010.

**Figure 5.18 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2002 (Station de Ténès).

**Figure 5.19 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2002 (Station de Ténès).

**Figure 5.20 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station de Mostaganem).

**Figure 5.21 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station de Mostaganem).

**Figure 5.22 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station d'Arzew).

**Figure 5.23 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station d'Arzew).

**Figure 5.24 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station d'Oran).

**Figure 5.25 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station d'Oran).

**Figure 5.26 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station de Tlemcen).

**Figure 5.27 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station de Tlemcen).

**Figure 5.28 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station de Béni-Saf).

**Figure 5.29 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station de Béni-Saf).

**Figure 5.30 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station de Ghazaouet).

**Figure 5.31 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station de Ghazaouet).

**Figure 5.32 :** Application de la méthode des moindres carrés pour le calcul des paramètres  $k$  et  $C$  (Station de Ténès)

**Figure 5.33 :** Application de la méthode des moindres carrés pour le calcul des paramètres  $k$  et  $C$  (Station de Mostaganem)

**Figure 5.34 :** Application de la méthode des moindres carrés pour le calcul des paramètres  $k$  et  $C$  (Station d'Arzew)

**Figure 5.35 :** Application de la méthode des moindres carrés pour le calcul des paramètres  $k$  et  $C$  (Station d'Oran)

**Figure 5.36 :** Application de la méthode des moindres carrés pour le calcul des paramètres  $k$  et  $C$  (Station de Tlemcen)

**Figure 5.37 :** Application de la méthode des moindres carrés pour le calcul des paramètres  $k$  et  $C$  (Station de Béni-Saf)

**Figure 5.38 :** Application de la méthode des moindres carrés pour le calcul des paramètres  $k$  et  $C$  (Station de Ghazaouet)

**Figure 5.39 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Ténès)

**Figure 5.40 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Mostaganem)

**Figure 5.41 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station d'Arzew)

**Figure 5.42 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station d'Oran)

**Figure 5.43 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Tlemcen)

**Figure 5.44 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Béni-Saf)

**Figure 5.45 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Ghazaouet)

# **Glossaire**

# Glossaire

$A_w$	Constante de perméabilité de l'eau, h/m,
$a$	Activité,
$B_s$	Coefficient de perméabilité du soluté, m/h,
$b^{(i)}$	Second membre de la matrice élémentaire dans le $i^{\text{ème}}$ élément $\Omega^{(i)}$ ,
$b^G$	Second membre de la matrice globale,
$C$	Concentration massique volumique, kg/m <sup>3</sup> ,
$c$	Facteur d'échelle de la distribution de Weibull, m/s,
$D$	Coefficient de diffusion, m <sup>2</sup> /s,
$DF$	Force motrice ou gradient de potentiel chimique,
$D_m$	Diamètre moyen, m,
$D_h$	Diamètre hydraulique, m,
$E_{Ec}$	Energie cinétique, Joule,
$F$	Fonction de distribution cumulative,
$f$	Fonction de distribution,
$J_s$	Flux massique du soluté, kg/m <sup>2</sup> h,
$g$	Accélération terrestre, m/s <sup>2</sup>
$J_w$	Flux massique du solvant, kg/m <sup>2</sup> h,
$J_N$	Polynôme de Jacobi de degré N,
$k$	Facteur de forme de la distribution de Weibull,
$L$	Coefficients phénoménologiques,
$l_j(x)$	Polynôme d'interpolation de Lagrange,
$M$	Masse molaire, g/mol,
$M^{(i)}$	Matrice élémentaire dans le le $i^{\text{ème}}$ élément $\Omega^{(i)}$ ,
$M^G$	Matrice globale dans le domaine $\Omega$ ,
$n^c$	Nombre de points de collocation interne,
$Pa$	Puissance, W
$\Delta P$	Pression transmembranaire, Pa,
$Q$	Débit volumétrique, m <sup>3</sup> /h,
$\dot{Q}$	Débit massique, kg/h,

$R$	Constante des gaz parfaits, Joule/mole K
$R(x)$	Résidu,
$R^2$	Coefficient de corrélation,
$Re$	Nombre de Reynolds,
$R_{int}$	Rétention intrinsèque,
$r$	Rayon, m,
$S$	Surface, m <sup>2</sup> ,
$S_a$	Surface de la membrane, m <sup>2</sup> ,
$Sc$	Coefficient de Schmidt,
$Sh$	Coefficient de Sherwood,
$t$	Temps, h,
$T$	Température, K,
$T_R$	Taux de rejet du soluté,
$u$	Vitesse, m/s,
$V$	Volume, m <sup>3</sup> ,
$WR_t$	Taux de récupération de l'eau,
$WR_{ov}$	Taux de récupération global,
$x$	fraction massique,
$\Delta x$	Elément de longueur, m,
$y_i^{(k)}$	Approximation de la solution $y_i$ à la $k^{th}$ itération,
$z$	Altitude, m.

### **Lettres grecques**

$\alpha$	Paramètre caractéristique polynômial,
$\beta$	Paramètre caractéristique polynômial,
$\gamma$	Coefficient d'activité,
$\Gamma$	Fonction Gamma,
$\delta$	Epaisseur de la membrane, m,
$\eta_p$	Rendement de la pompe, %,
$\kappa$	Coefficient de proportionnalité, m <sup>2</sup> /h <sup>2</sup> ,
$\mu$	Viscosité dynamique, kg/m.s,
$\Delta\pi$	Différence de pression osmotique, Pa,
$\rho_a$	Masse volumique de l'air, kg/m <sup>3</sup> ,

$\rho_w$  Masse volumique de l'eau, kg/m<sup>3</sup>.

### **Indices**

$F$  Côté alimentation,

$f$  Côté tube,

$P$  Côté perméat,

$p_{avg}$  Concentration moyenne du produit,

$R$  Rétentat,

$s$  Côté calandre (shell),

$w$  Eau.

# Résumé

L'objectif de ce travail est double. Il vise d'abord la proposition de modèles mathématiques pouvant décrire le fonctionnement d'un module de dessalement d'eau de mer par osmose inverse. Le calcul des différents débits et les pressions nécessaires pour cette opération permet de déterminer la consommation énergétique spécifique : l'énergie nécessaire pour produire un mètre cube d'eau potable.

Le deuxième objectif de ce travail est d'étudier la possibilité de substituer l'énergie électrique, actuellement utilisée, par une énergie renouvelable telle que l'énergie éolienne. Pour cela, les données météorologiques de quelques régions côtières sont étudiées pour déterminer leur potentiel éolien.

Deux modèles mathématiques sont développés pour décrire le fonctionnement des modules d'osmose inverse. Le premier modèle mathématique est simple et ne tient pas compte de la circulation du perméat et du rétentat dans le module de séparation.

Le deuxième modèle mathématique développé tient compte de la circulation du perméat et du rétentat à l'intérieur du module. Les deux modes de circulations les plus utilisés sont étudiés : la circulation à co-courant et à contre-courant. Dans le cas de l'écoulement à contre-courant, la résolution de ce système pose un problème de valeurs aux limites (split boundary value problem). Pour pallier ce problème, nous avons développé une technique de résolution qui consiste à l'utilisation de la méthode de collocation orthogonale sur les éléments finis. Cette technique est à la fois robuste et efficace. Elle rallie, à la fois, les avantages de la collocation orthogonale et des éléments finis.

Deux vérifications des deux modèles mathématiques développés, avec leurs variantes (avec et sans polarisation de concentration), sont réalisées. La première vérification est faite avec un cas réel qui est celui de la station de dessalement d'eau de mer de Bousfer. La deuxième vérification est faite avec un travail déjà réalisé et qui consiste à utiliser l'osmose inverse en boucle fermée. Les résultats obtenus dans les deux cas montrent une bonne adéquation entre les résultats obtenus par les deux modèles mathématiques développés et les valeurs réelles.

La deuxième partie de ce travail est l'évaluation du gisement éolien des zones côtières pour l'étude d'une éventuelle substitution de l'énergie électrique, produite par les centrales électriques, par une énergie électrique produite par des aérogénérateurs.

L'analyse statistique passe d'abord par l'étude des variations temporelles de la variation des vitesses du vent à l'échelle mensuelle, annuelle et pluriannuelle. Elle est suivie de la détermination des paramètres de la loi de distribution de Weibull. Pour cela, deux méthodes sont utilisées : la régression linéaire et la régression non-linéaire. Ces paramètres permettent par la suite le calcul des puissances spécifiques disponibles au niveau de chaque site étudié.

# Abstract

The objective of this work is twofold. It aims first at proposing mathematical models which can describe the operation of a sea water desalination module by reverse osmosis. The calculation of the various flow rates and the required pressures for this operation allows to compute the specific energy consumption: the energy required to produce one cubic meter of drinking water.

The second objective of this work was to study the possibility of substituting conventional electrical energy by a renewable energy such as wind energy. For that purpose, the meteorological data of some coastal regions are studied to determine their wind potential.

In this work, two mathematical models are developed to describe the operation of reverse osmosis modules. The first mathematical model is simple and does not take into account the flow of the permeate and the retentate in the separation module. It is a system of non linear equations. The resolution of such a system does not present any particularity. The second mathematical model takes into account the flow of the permeate and the retentate inside the module. The two most used modes of circulations are studied: co-current and counter-current circulation modes. The obtained mathematical model is a set of ordinary differential equations. The resolution of the mathematical model developed for the counter-current flow pattern is subjected to the split boundary value problem. To solve this problem, a robust and efficient procedure based on orthogonal collocation on finite element method was developed.

Two checkings of both developed mathematical models, with their variants (with and without polarization concentration phenomenon), were carried out. The first checking was done with a real case which is the sea water desalination plant of Bousfer, Oran, situated in the west of Algeria. The second checking was carried out with previous work using reverse osmosis in a closed loop (concentration system). The results obtained in both cases show a good adequacy between the values obtained by both developed mathematical models and real ones.

The second part of this work was the assessment of wind resources of coastal areas for the study of a possible substitution of the electrical energy, produced by power plants, by electrical energy produced by wind turbines.

The first step dealt with collecting meteorological data over a long period. The processing of these data is an important and tedious task. It involves the calculation of correlation matrices for specific data sets to determine the most corresponding data in order to calculate the lacking ones by linear regression. For low correlation coefficients, the method of interpolation by the cubic spline functions was used to perform this operation.

Statistical analysis begins with the study of time variation of wind speeds in the monthly, annual and multiannual scale. It is followed by the determination of the parameters of Weibull distribution. For that purpose, two methods were used: linear and non-linear regression. The Weibull distribution parameters enabled the calculation of the available specific powers at the level of every studied site.

# **Chapitre I**

## **Introduction Générale**

# Chapitre I

## Introduction générale

Les océans contiennent 97% de l'eau de la terre, et parmi les 3% d'eau douce restante, seul 0.07% est directement accessible, d'où la nécessité de trouver un autre moyen pour une réponse urgente et immédiate aux besoins croissants de la population mondiale en eau potable.

En raison de ces inquiétudes croissantes concernant la pénurie et la qualité de l'eau, et les conflits qui surgissent dans les régions où les ressources en eau potable sont très limitées, les gouvernements du monde entier ne cessent de déployer d'énormes efforts pour le développement de technologies pouvant dessaler les grandes quantités d'eau des océans. En effet, l'eau de mer est trop salée pour que les humains puissent l'utiliser pour l'irrigation, comme eau potable ou à des fins commerciales ou industrielles. Le seul moyen pour rendre cette eau prête à la consommation, est de procéder à son dessalement.

Malgré le progrès substantiel accompli ces dernières années, le dessalement d'eau de mer demeure une source mineure de production d'eau potable pour les pays les plus riches. Il demeure trop cher pour être une source primaire d'eau douce et présente des obstacles sociaux, environnementaux, et technologiques significatifs qui doivent être surmontés.

Néanmoins, dans quelques régions, les responsables en ressources hydriques voient dans le dessalement d'eau de mer un moyen pour surmonter les limitations naturelles de la disponibilité et de la qualité d'eau douce.

Le cycle hydrologique de la terre dessale naturellement l'eau en utilisant l'énergie solaire. L'eau s'évapore des océans, lacs, et des surfaces de la terre, laissant des sels derrière. La vapeur d'eau douce résultante forme les nuages qui produisent la précipitation, qui retombe sous forme de pluie et neige. Le contact de cette eau avec le sol fait dissoudre les différents sels minéraux, rendant cette eau de plus en plus salée. Les océans sont salés parce que ce processus naturel d'évaporation, de précipitation, et d'écoulement déplaçant constamment le sel de la terre à la mer, fait que les eaux des océans soient toujours salées.

Le tableau I-1 donne les concentrations en sels dissous dans différentes régions.

Type ou source de l'eau	Concentration approximative en sels (gramme/litre)
Eaux saumâtres	0,5 à 3
Océan Pacifique	35
Océan Indien	36,5
Océan Atlantique	33
Mer Méditerranée	36 à 39
Mer Caspienne	13
Mer Morte	270
Mer rouge	40
Golfe du Mexique	23 à 33

**Tableau 1-1** : Salinité moyenne des Eaux des mers et des océans.

La salinité moyenne des mers est d'environ 35 g de sel (chlorure de sodium) par litre soit 3,5% du poids de l'eau, et peut varier selon les régions : 7 g/l en mer Baltique, 270 g/l dans la mer Morte.

La concentration maximale pour les eaux destinées à la consommation humaine est de 200 mg/l. Le tableau I-1 donne les concentrations en sels dissous dans différentes régions.

## I-1 Histoire du dessalement

L'idée de séparer le sel de l'eau est très ancienne, datant du moment où le sel, pas l'eau, était un produit précieux. La croissance démographique, et par conséquent la demande en eau douce n'a pas cessé d'augmenter poussant les scientifiques et les industriels à rechercher des manières de produire l'eau douce dans des sites éloignés et, en particulier, sur les bateaux en mer.

Une usine importante de dessalement d'eau de mer a été construite en 1938 dans ce qui est maintenant l'Arabie Saoudite. La recherche sur le dessalement a été conduite pendant la deuxième guerre mondiale pour satisfaire des besoins militaires d'eaux douces dans des régions arides. Les Etats-Unis et d'autres pays ont continué ce travail même après la guerre.

Les premiers appareils de distillation apparurent dans la 1ère moitié du XX<sup>ème</sup> siècle, mais c'est à partir de 1975 que des moyens industriels ont été mis en œuvre pour dessaler l'eau de mer.

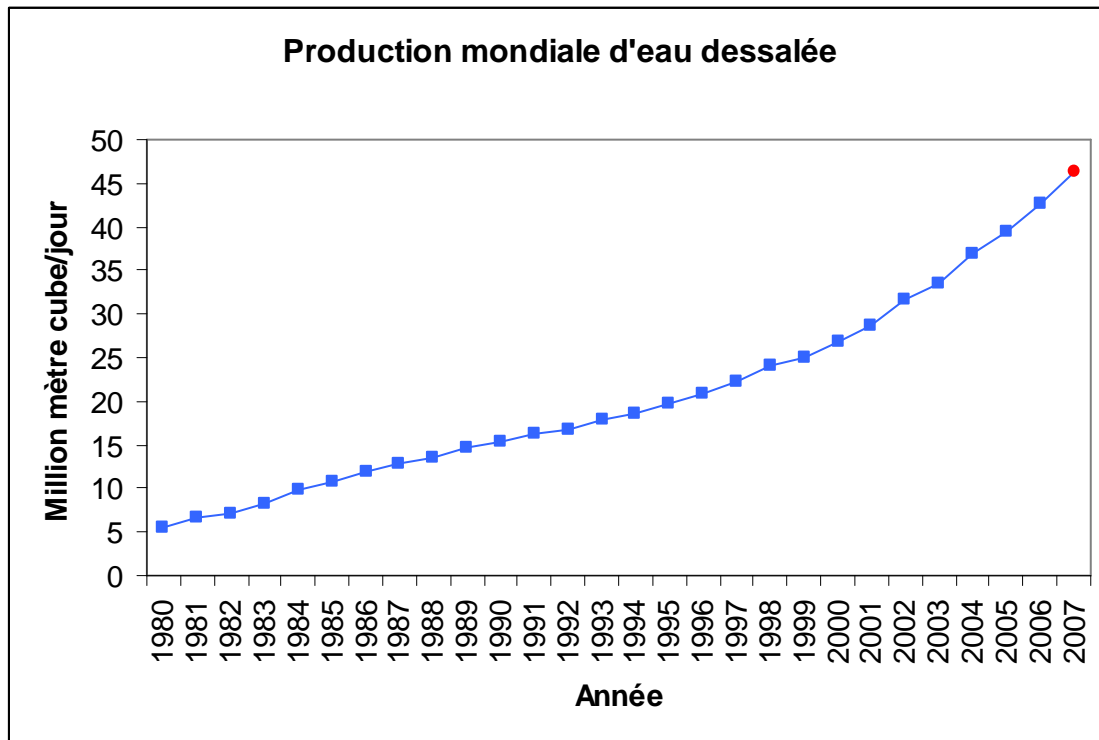
## I-2 Le dessalement d'eau de mer dans le monde

La politique en matière d'eau pour la consommation est axée sur deux aspects essentiels: la disponibilité et la qualité. Le dessalement des eaux de mer et des eaux saumâtres a suscité de grandes espérances dans le monde entier comme seul moyen d'améliorer la qualité et garantir

la disponibilité des ressources hydriques. Cette question s'aiguise davantage lorsqu'il s'agit d'une région comme l'Afrique touchée par un fort déficit en eau.

La capacité de dessalement à l'échelon mondial dépasse les 45 millions de m<sup>3</sup>/jour [1]. L'évolution de la production d'eau dessalée pour les 27 dernières années est représentée dans la figure 1-1.

Les données pour l'année 2007 ne concernent que les huit premiers mois.



**Figure 1-1 :** Evolution de la production mondiale d'eau dessalée [1].

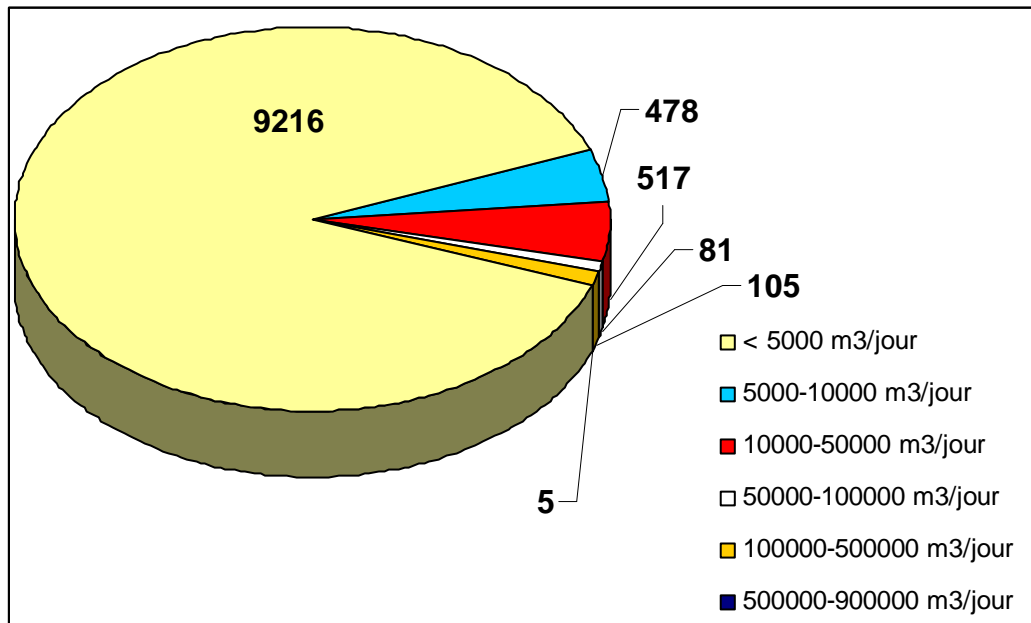
En 1945, il n'y avait qu'une usine de dessalement d'eau mer d'une capacité de production de 326 m<sup>3</sup>/jour. Cette Production a atteint 771647 m<sup>3</sup>/jour en 1970, avec 478 usines de dessalement. En 2005 la production mondiale a dépassé les 39 millions de m<sup>3</sup>/jour et un nombre d'usines dépassant mille.

### **I-2-a) Classement des usines de dessalement par capacité de production**

Le dessalement est maintenant utilisé dans approximativement 130 pays, selon une base de données développée par Klaus Wangnick et maintenant contrôlée par Global Water Intelligence. Actuellement il existe plus 11000 unités de dessalement dans le monde entier, avec un taux de croissance moyen tenant compte des installations actuellement fonctionnelles et celles contractées de 14% [7-9], et ceci pour seulement les huit premiers mois de l'année 2007. Ce taux était de 7% en 2005 [9].

La figure I-2 montre le classement des différentes installations dans le monde en fonction de leurs capacités de production.

L'Arabie Saoudite possède le plus fort potentiel en matière de dessalement; c'est là que se trouve les plus grandes stations de dessalement. Par exemple le complexe d'Al-Jubail qui produit 910.000 m<sup>3</sup> /jour et plus de 1.300 MW électriques est en exploitation depuis 1982. Les états Unis d'Amérique possèdent un nombre de stations beaucoup plus important de moindre taille.



**Figure 1-2 :** Classement des stations de dessalement dans le monde [3].

### I-2-b) Classement des usines de dessalement par régions

Le premier producteur mondial d'eau dessalée est le Moyen Orient avec un pourcentage avoisinant les 65% de la production mondiale. L'Arabie Saoudite étant le premier pays pour ce qui est de la capacité de dessalement d'eau de mer avec des installations de très grande capacité de production. Les autres principaux producteurs sont les Émirats Arabes Unis dont les projets pour les années à venir (2012 et 2015) peuvent élever sa production à plus de 24% de la production mondiale contre 10% actuellement, et le Koweït (5%).

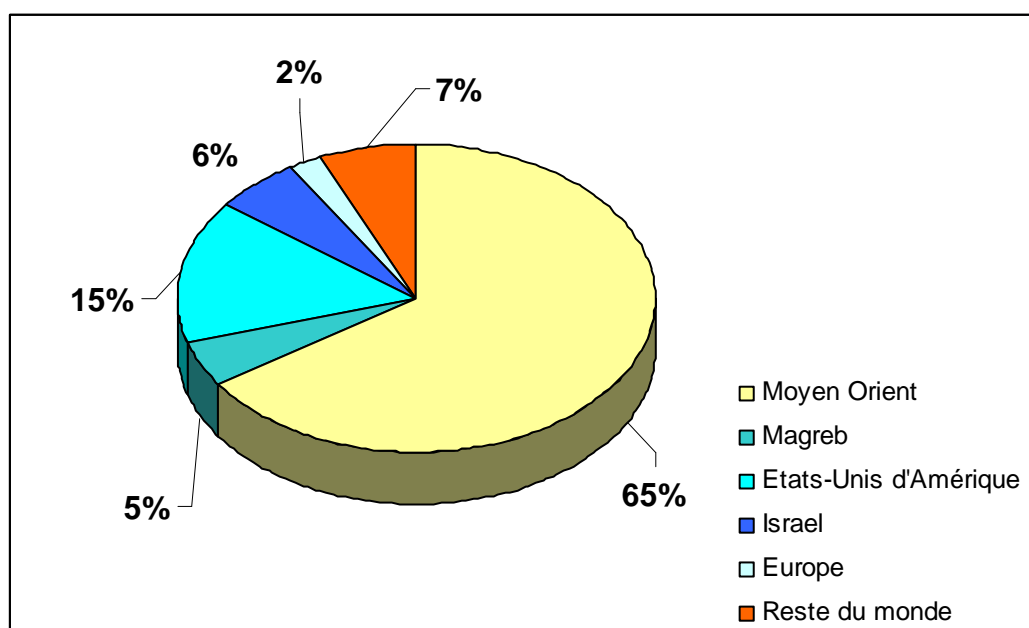
Ensuite, ce sont les Etats Unies d'Amérique (15%) qui possèdent une moindre capacité de dessalement, avec beaucoup de stations de dessalement de petite taille comparées à celles du Moyen Orient.

Les plus grands producteurs d'eau dessalée en Maghreb sont la Libye, l'Algérie et le Maroc.

La production du Maghreb avoisine les 6 à 7 % de la production mondiale avec beaucoup de grands projets en perspective particulièrement pour l'Algérie.

S'agissant de la situation en Europe, la part du dessalement n'est que représentative par rapport à d'autres ressources hydriques en Méditerranée, avec l'Espagne occupant la première place, ensuite l'Italie, Malte et Chypre.

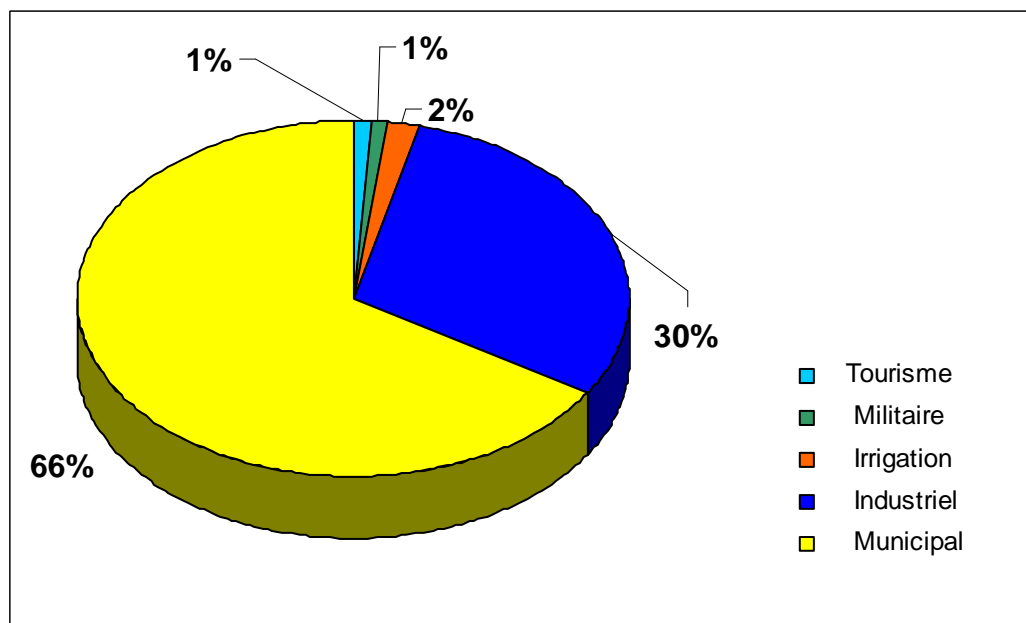
La figure I-3 montre la distribution de la production d'eau dessalée dans le monde pour les 100 plus grandes stations de dessalement. Cette représentation illustre bien la prédominance du Moyen Orient.



**Figure 1-3 :** Distribution de la production mondiale d'eau dessalée dans le monde [3].

### I-2-c) Répartition de la production d'eau dessalée par secteur d'utilisation

Les deux tiers de La production d'eau dessalée sont destinés à la consommation domestique, alors que le tiers restant est partagé entre les autres secteurs avec une grande part pour l'industrie. Cette répartition n'est pas la même à travers le monde. Si on prend le cas des États Unies d'Amérique, le secteur d'énergie consomme 18% de la production globale.

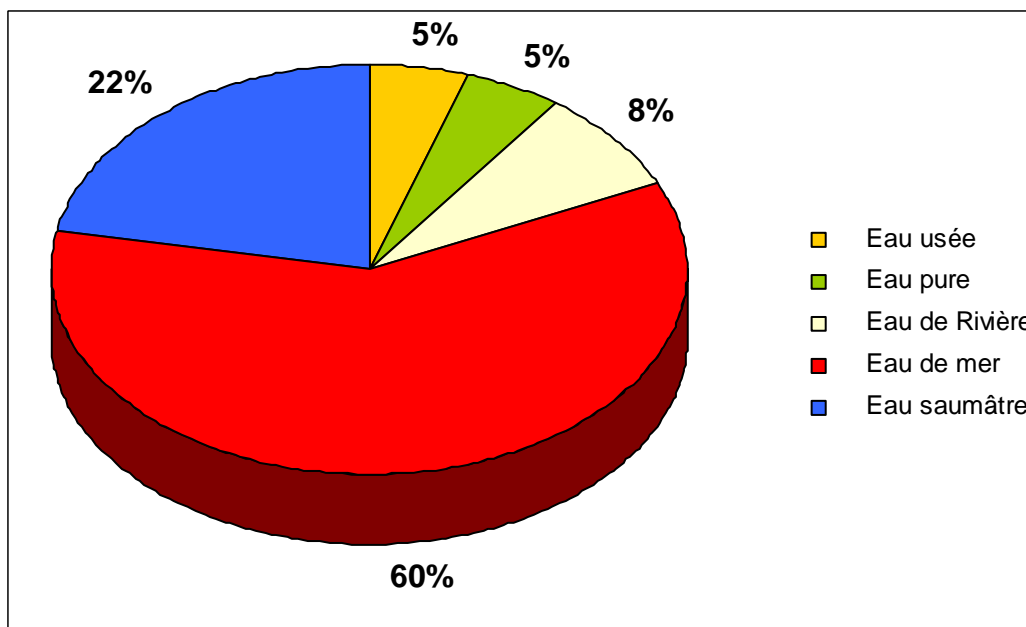


**Figure 1-4 :** Distribution de la production mondiale d'eau dessalée par secteur d'utilisation.

#### I-2-d) Classement par qualité d'eau traitée

L'eau traitée dans les stations de dessalement est à 60% de l'eau de mer. Les eaux saumâtres ne représentent que 22%.

La figure ci-dessous montre le pourcentage des eaux traitées en fonction de leurs qualités.



**Figure 1-5 :** Classement par qualité d'eau traitée.

Contrairement à ce qui a été dit précédemment pour le classement des usines de dessalement par secteur d'utilisation, les pourcentages sont pratiquement les mêmes que ce soit au Moyen Orient, aux Etats Unies d'Amérique ou au Maghreb.

### **I-3 Le dessalement en Algérie**

Un ambitieux programme est lancé par le gouvernement Algérien depuis plusieurs années et qui vise à pallier le manque de ressources conventionnelles en eau potable et à répondre aux besoins domestiques de plus de 30 millions d'Algériens. Treize projets de dessalement d'eau de mer, d'une capacité globale de 2,260 millions de mètres cubes, soit 2,26 milliards de litres par jour. C'est à l'ouest du pays où la population souffre d'un déficit sévère en eau potable, que seront installées la plupart des stations de dessalement. A Oran, le projet de Mactaa près de Mers El Hadjadj, d'une capacité estimée à 500 000 m<sup>3</sup> par jour est considéré comme l'un des plus grands projets dans le monde. Installé sur une surface de 18 hectares le projet permettra d'approvisionner la population de la région oranaise grâce à l'interchangeabilité du réseau. A Tlemcen ce sont deux projets d'une capacité respective de 200 000 mètres cubes par jour qui sont prévus à Malakoff et à Honein, alors que Beni Saf abritera une station de 200 000 mètres cubes et Mostaganem deux projets de dessalement de l'eau de mer de 200 000 mètres cubes chacun.

De nombreux projets sont également prévus à travers d'autres régions du pays dont une station à Oued-Essebt à Cherchell d'une capacité de 100 000 mètres cubes par jour, une autre à Fouka, une autre à Ténès de 100 000 mètres cubes par jour également, et Cap Djenet, à Boumerdès (100.000 m<sup>3</sup>/j). Une station installée à El Tarf à l'extrême est du pays aura une capacité de 50 000 mètres cubes par jour alors qu'à Skikda un projet d'une capacité de 100 000 m<sup>3</sup> par jour est mis en service depuis 2007. Quant au centre, le grand projet du Hamma à Alger d'une capacité de 200 000 m<sup>3</sup> par jour, est opérationnelle depuis l'année 2007.

### **I-4 Techniques de dessalement**

Les techniques utilisées actuellement dans le dessalement d'eau de mer sont classées en trois catégories, selon le principe appliqué :

- Les procédés thermiques faisant intervenir un changement de phases « la distillation » ;
- Les procédés utilisant des membranes: l'osmose inverse et l'électrodialyse échange ionique ;
- Procédés divers (, congélation et autres)

<b>Techniques utilisées</b>	<b>Pourcentage</b>
Electro dialyse	5%
Distillation multi-effet	3%
Distillation flash à plusieurs étages	35 %
Osmose inverse	46 %
Compression de vapeur	5 %
Procédés divers (congélation et autres)	5 %

**Tableau 1-2 : Techniques de dessalement utilisées [4].**

Il apparait clair que la distillation et l'osmose inverse restent des technologies dont les performances ont été prouvées pour le dessalement d'eau de mer. En effet, ces deux procédés sont les plus commercialisés dans le marché mondial du dessalement.

### **I-5 Description d'un système de dessalement par osmose inverse**

Un système de dessalement d'eau de mer est constitué principalement d'une section de prétraitement, d'une section dite d'osmose inverse, constituée de plusieurs modules selon une géométrie bien spécifique, et d'une section de post-traitement utilisée pour obtenir la qualité d'eau désirée. Les différentes sections d'une station de dessalement d'eau de mer seront détaillées dans le chapitre III.

L'exploitation d'un système de dessalement d'eau de mer par osmose inverse est très complexe. Elle fait intervenir plusieurs types d'énergies (électrique, mécanique, hydraulique et chimique). La maîtrise de la consommation et la réduction d'énergie implique la maîtrise de chaque aspect du processus par une étude complète et détaillée.

La modélisation d'un système de dessalement d'eau de mer permet, d'une part, la maîtrise de la consommation énergétique et aussi la commande pour une exploitation efficace et optimale par la vérification de tous les paramètres de fonctionnement : pression, débit, salinité...etc. D'autre part, elle peut être aussi utilisée pour le dimensionnement d'une unité de dessalement d'eau de mer.

# **Chapitre II**

## **Théorie du Transport Membranaire**

## Chapitre II

### Théorie du transport membranaire

#### II-1 Introduction

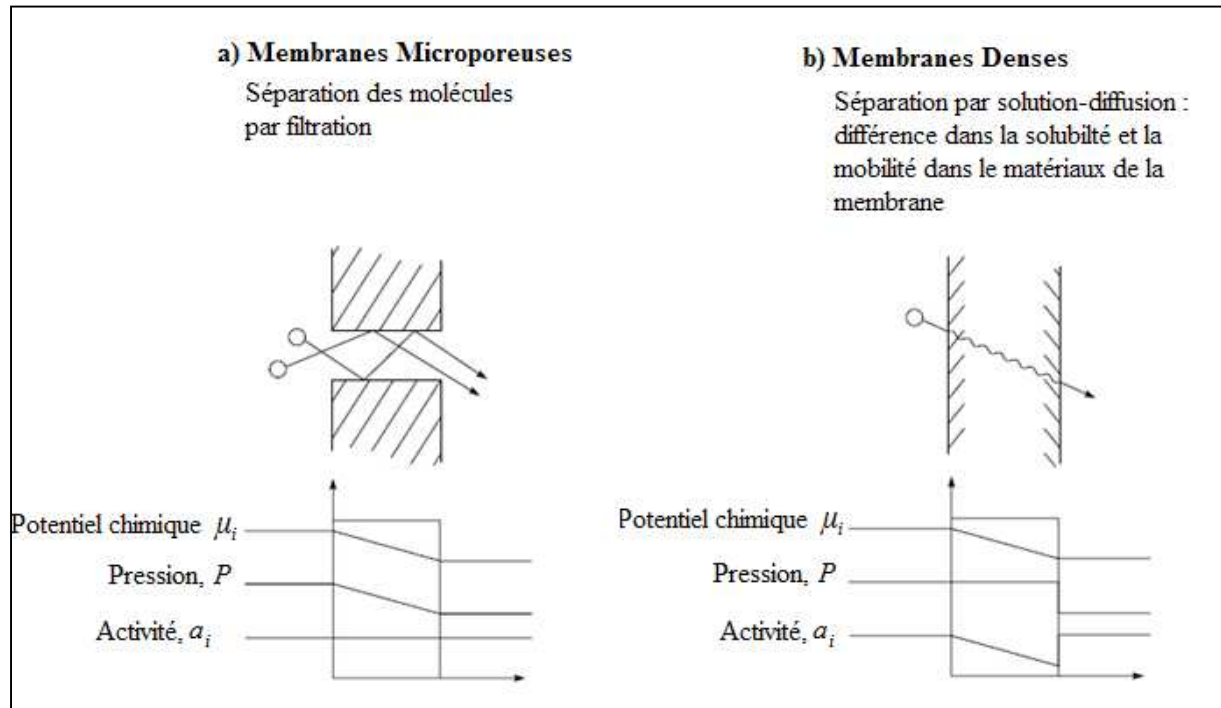
Actuellement, les technologies de séparation par membrane sont largement répandues dans beaucoup de secteurs de traitement des eaux et traitement des eaux résiduaires. Les procédés membranaires peuvent être employés pour produire l'eau potable à partir des eaux de surface, eaux souterraines, eaux saumâtres, ou eau de mer, ou pour traiter les eaux usées industrielles avant qu'elles soient déchargées ou réutilisées. Les systèmes de séparation par membrane présentent beaucoup d'avantages par rapport aux procédés traditionnels, incluant [10 – 22] :

- Peu de produits chimiques sont employés dans le processus membranaires, ce qui permet de réduire considérablement les impacts négatifs de ces produits chimiques sur le procédé entier.
- Formation de barrières absolues aux particules et microbes pathogènes. Les micro-organismes tels que les bactéries et les virus peuvent être enlevés par exclusion de taille; l'eau ultra-pure peut donc être produite.
- Coûts inférieurs des opérations d'entretien et de maintenance par rapport aux procédés conventionnels tels que la coagulation, la clarification, le traitement aérobies et anaérobies.
- Les systèmes de séparation par membranes sont faciles à utiliser et sont plus performants.
- Les procédés membranaires utilisent des installations compactes et modulaires (livrés sous forme de skids), ce qui réduit l'espace des installations. Cet avantage rend ces techniques très attrayantes surtout dans les pays à terre-rares tels que le Japon et Singapour.

La propriété la plus importante des membranes est leur capacité de contrôler le taux de perméation des différentes espèces. Les deux modèles employés pour décrire le mécanisme de la perméation sont illustrés sur la figure 2.1. Le premier est le modèle de solution-diffusion, dans lequel les espèces perméables se dissolvent dans le matériau de la membrane et puis diffusent dans la membrane sous l'effet d'un gradient de concentration. Les différentes espèces sont séparées en raison des différences dans les solubilités des matériaux de la membrane et des différences dans les taux de diffusion. L'autre modèle est le modèle basé sur la notion de capillarité «pore-flow model », dit aussi modèle de filtration. Les différentes espèces diffusent à travers les pores minuscules de la membrane sous l'effet d'un gradient de pression.

Les deux modèles ont été proposés au dix-neuvième siècle. Le modèle capillaire, du fait qu'il soit plus proche de l'expérience physique était plus « populaire » jusqu' au milieu des années 40. Pendant les années 40, le modèle de solution-diffusion a été employé pour expliquer le transport des gaz à travers des films de polymères

Durant les années soixante et soixante dix, le débat sur le choix du modèle de solution-diffusion pour l'osmose inverse était toujours ouvert. Il a fallu attendre le début des années quatre vingt pour que partisans et adversaires de ce modèle se mettent d'accord et acceptent l'utilisation du modèle de solution-diffusion pour l'osmose inverse [23].



**Figure 2.1 :** Comparaison des gradients de force motrice pour la perméation membranaire selon : a) Modèle de filtration, b) modèle de solution diffusion.

## II-2 Modèle de Solution diffusion

Une membrane peut être définie comme étant une barrière entre deux phases. Une molécule ou une particule est transportée d'une phase à l'autre de la membrane parce qu'une force d'entraînement agit sur cette molécule ou particule.

Le point de départ pour la description mathématique de la diffusion à travers les membranes est la proposition, solidement basée en thermodynamique, que les forces motrices de la pression, la température, la concentration, et le potentiel électrique sont inter liées et que la force motrice globale produisant le déplacement d'une espèce est le gradient du potentiel chimique.

Le flux massique,  $J_i$  ( $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$ ), d'un constituant  $i$ , est décrit par la relation suivante :

$$J_i = -L_{ii}DF_i + \sum L_{ij}DF_j \quad \text{II-1}$$

$L_{ii}$ ,  $L_{ij}$  : coefficients phénoménologiques [24].

$DF_i$ ,  $DF_j$  : désignent les forces motrices.

Les coefficients phénoménologiques sont des coefficients de proportionnalité qui ne sont pas nécessairement constants et qui relient le flux aux forces motrices.

Le premier terme de l'équation II-1 définit le flux du constituant  $i$ .

Le second terme définit les relations qui existent entre le flux du constituant  $i$  et les forces agissants sur les autres constituants.

Le coefficient  $L_{ii}$  est toujours positif et  $L_{ij} = L_{ji}$

La force motrice peut être un gradient de concentration, de pression, de température, de potentiel électrique, ...etc. Le choix le plus approprié de cette force motrice est le potentiel chimique.

$$DF_i = \nabla\mu_i \quad \text{II-2}$$

Où  $\mu_i$  est le potentiel chimique du constituant  $i$ , joule/mol.

Le potentiel chimique peut être exprimé comme suit :

$$\nabla\mu_i = R T \nabla \ln(a_{im}) + v_i \nabla P = R T \nabla \ln(\gamma_{im} x_{im}) + v_i \nabla P \quad \text{II-3}$$

$a_{im}$  est l'activité du constituant  $i$  dans la membrane.

$v_i$  est le volume molaire partiel du constituant  $i$ , m<sup>3</sup>/mol.

$P$  est la pression, Pa.

$R$  et  $T$  sont la constante des gaz parfaits et la température respectivement.

Pour les procédés membranaires, on ne prend en considération que la variation sur l'axe de diffusion. L'équation II-3 est ainsi réduite à :

$$\frac{d\mu_i}{dl} = R T \frac{d \ln(\gamma_i x_i)}{dl} + v_i \frac{dP}{dl} \quad \text{II-4}$$

$x_i$  représente la fraction molaire du constituant  $i$

Où  $l$  désigne l'élément d'intégration (longueur de la membrane).

Dans le cas des liquides (fluides incompressible), le volume molaire ne change pas avec la pression. Ainsi, l'intégration de l'équation II-4 donne :

$$\mu_i = \mu_i^0 + R T \ln(\gamma_i x_i) + v_i (P - P_i^0) \quad \text{II-5}$$

Où  $\mu_i^0$  et  $P_i^0$  sont le potentiel chimique et la pression à l'état de référence.

Les modèles mathématiques sont basés sur des hypothèses qui permettent à la fois d'alléger les équations mathématiques, et de se rapprocher le plus possible de la réalité du problème physique.

Pour le modèle de solution diffusion, la première hypothèse est qu'aux deux interfaces de la membrane (côté alimentation et côté perméat), il existe un équilibre thermodynamique entre les différents constituants dans les deux solutions (alimentation et perméat), et dans la

membrane. Cette hypothèse signifie que le gradient de potentiel chimique d'un côté à l'autre de la membrane est continu. Ceci implique que le taux d'absorption et de désorption sont d'autant plus importants que le taux de diffusion à travers la membrane est grand [25].

La deuxième hypothèse concerne la manière avec laquelle est exprimé le potentiel chimique à travers la membrane [26-30]. Le modèle de solution diffusion suppose que lorsqu'une pression est appliquée à une membrane dense, cette pression reste constante à travers toute la membrane et est égale à sa valeur la plus grande. Par conséquent, le modèle de solution diffusion suppose que la pression à l'intérieur de la membrane est uniforme et que le gradient de potentiel chimique à travers la membrane est exprimé seulement par le gradient de concentration [31-32].

Le modèle de filtration suppose que la concentration à l'intérieur de la membrane est uniforme et que le gradient du potentiel chimique est représenté seulement comme un gradient de pression.

La troisième hypothèse suppose que la diffusion d'un constituant dépend seulement du gradient de potentiel chimique de ce constituant et qu'elle est indépendante du gradient de potentiel chimique des autres constituants [33].

Les conséquences de ces trois hypothèses sont illustrées dans la figure 2.1.

Avec ces trois hypothèses, l'équation du flux du constituant  $i$  est réduite à :

$$J_i = -\frac{RT}{\gamma_i x_i} \frac{d(\gamma_i x_i)}{dl} \quad \text{II-6}$$

En supposant  $\gamma_i$  constant, on obtient :

$$J_i = -\frac{RT L_i}{x_i} \frac{dx_i}{dl} \quad \text{II-7}$$

Dans l'équation II-7, le gradient du potentiel chimique est exprimé en fonction de la fraction molaire.

Soit  $c_i$  la concentration massique volumique du constituant  $i$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ] :

$$c_i = M_i C x_i \quad \text{II-8}$$

Où  $M_i$  est la masse molaire du constituant  $i$ , et  $C$  la concentration massique volumique globale [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ].

En remplaçant dans l'équation II-7,  $c_i$  par  $x_i$ , on obtient :

$$J_i = -\frac{RT L_i}{c_i} \frac{dc_i}{dl} \quad \text{II-9}$$

L'équation II-9 a la même forme que la 1<sup>ère</sup> loi de Fick dans laquelle le rapport  $RTL_i/c_i$  est

remplacé par le coefficient de diffusion :

$$J_i = -D_i \frac{dc_i}{dl} \quad \text{II-10}$$

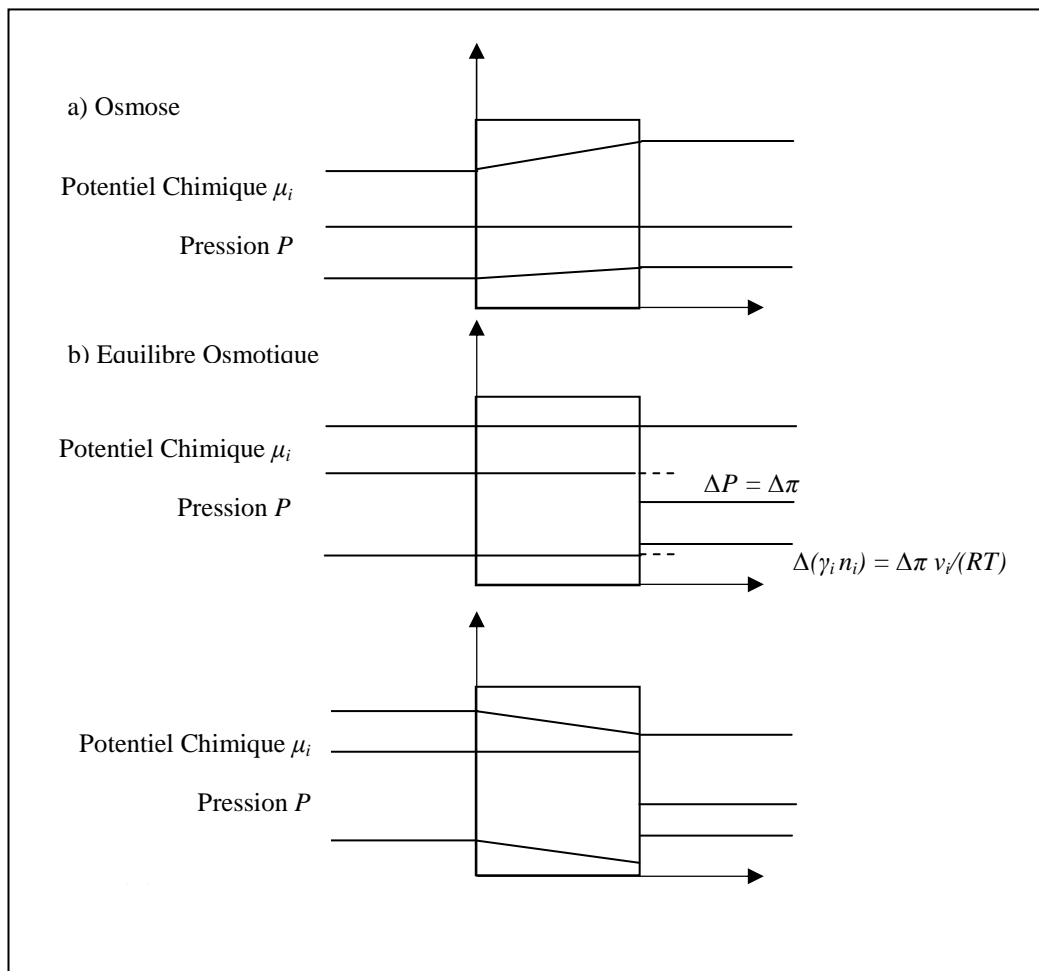
$D_i$  : coefficient de diffusion,  $m^2/s$

L'intégration de cette équation donne :

$$J_i = D_i \frac{(c_{i0(m)} - c_{il(m)})}{dl} \quad \text{II-11}$$

$c_{i0(m)}$  : concentration massique volumique du constituant  $i$  à la surface de la membrane à l'interface « alimentation-membrane ».

$c_{il(m)}$  : concentration massique volumique du constituant  $i$  à la surface de la membrane à l'interface « membrane-perméat ».



**Figure 2.2** : Profils du potentiel chimique, pression et de l'activité du solvant à travers une membrane osmotique selon le modèle de solution-diffusion.

### II-3 Application du modèle de solution diffusion pour l'osmose inverse

En osmose inverse, on utilise des membranes permselectives. Ces dernières sont perméables à l'eau et le sont beaucoup moins avec les sels. En d'autres termes, une membrane permselective permet de séparer le sel d'une solution de l'eau pure.

Le phénomène d'osmose est un phénomène naturel, dans lequel, l'eau passe de la solution la moins concentrée (eau pure) vers la solution la plus concentrée. En présence de pression hydrostatique du côté de la solution la plus concentrée, le flux de l'eau provenant de la solution la moins concentrée peut être réduit. La pression hydrostatique nécessaire pour arrêter ce flux d'eau est dite pression osmotique ( $\Delta\pi$ ). Si la pression hydrostatique appliquée est suffisamment importante (supérieure à  $\Delta\pi$ ), le processus est inversé. C'est l'osmose inverse.

La figure 2. 2-a montre une membrane semi-perméable séparant une solution salée d'un solvant pur. La pression est la même des deux côtés de la membrane. La différence de concentration à travers la membrane est le résultat d'un gradient continu du potentiel chimique de l'eau (composé  $i$ ). La pression à l'intérieur et à travers la membrane est constante. L'activité du solvant diminue continuellement du côté de l'eau pure jusqu'au côté salé (la solution). En conséquence, l'eau passe à travers la membrane de l'eau pure vers la solution.

La figure 2. 2-b montre l'équilibre osmotique. Une pression suffisante doit être appliquée du côté de la solution salée pour empêcher le passage de l'eau à travers la membrane. La pression à l'intérieur de la membrane est supposée constante et égale à sa valeur supérieure ( $p_0$ ). La différence de pression à la sortie de la membrane peut être exprimée en termes de différence de potentiel chimique entre les deux côtés de la membrane.

Ainsi, en osmose inverse, deux constituants sont impliqués : l'eau et les sels solubles dans l'eau. Pour la suite du développement des équations, le solvant (généralement l'eau) est représenté par l'indice «  $i$  » et le sel par l'indice «  $j$  ».

La présence de l'équilibre thermodynamique sur les deux interfaces de la membrane (du côté de l'alimentation, et du perméat) implique l'égalité des potentiels chimiques (première hypothèse).

On écrit alors :

$$\mu_{i_0} = \mu_{i_0(m)} \quad \text{II-12}$$

$\mu_{i_0}$  : potentiel chimique du constituant  $i$  dans la solution à l'interface (alimentation-membrane).

$\mu_{i_0(m)}$  : potentiel chimique du constituant  $i$  dans la membrane à l'interface.

En substituant les potentiels chimiques par leurs expressions (II. 5), on obtient :

$$\mu_i^0 + RT \ln(\gamma_{i_0}^L x_{i_0}) + v_i(P_0 - P_i^0) = \mu_i^0 + RT \ln(\gamma_{i_{o(m)}} x_{i_{o(m)}}) + v_i(P_0 - P_i^0) \quad \text{II-13}$$

L'exposant « L » désigne la phase liquide (solution).

$P_0$  est la pression du côté de l'alimentation. Elle est égale à la pression à l'intérieur de la membrane (figure 2.1).

Après réarrangement, l'équation II-12 est réduite à :

$$\ln(\gamma_{i_0}^L x_{i_0}) = \ln(\gamma_{i_{o(m)}} x_{i_{o(m)}}) \quad \text{II-14}$$

Donc :

$$x_{i_{o(m)}} = \frac{\gamma_{i_0}^L}{\gamma_{i_{o(m)}}} x_{i_0} \quad \text{II-15}$$

En utilisant l'équation II-8, on obtient :

$$c_{i_{o(m)}} = \frac{\gamma_{i_0}^L c_m}{\gamma_{i_{o(m)}} c_0} c_{i_0} \quad \text{II-16}$$

$c_m$  : La concentration massique volumique globale à la surface de la membrane à l'interface « alimentation-membrane ».

$c_0$  : La concentration massique volumique globale de la solution à la surface de la membrane à l'interface « alimentation-membrane ».

En définissant un coefficient de sorption  $K_{si}$  [34] :

$$K_{si} = \frac{\gamma_{i_0}^L c_m}{\gamma_{i_{o(m)}} c_0} \quad \text{II-17}$$

Donc :

$$c_{i_{o(m)}} = K_{si} c_{i_0} \quad \text{II-18}$$

De la même manière, la présence de l'équilibre thermodynamique à l'interface membrane-perméat, permet l'écriture suivante :

$$\mu_{i_l} = \mu_{i_{l(m)}} \quad \text{II-19}$$

$\mu_{i_l}$  : potentiel chimique du constituant  $i$  dans le perméat.

$\mu_{i_{l(m)}}$  : potentiel chimique du constituant  $i$  dans la membrane à l'interface (membrane-perméat).

En substituant les potentiels chimiques par leurs expressions (II-5), on obtient :

$$\mu_i^0 + RT \ln(\gamma_{i_l}^L x_{i_l}) + v_i(P_l - P_i^0) = \mu_i^0 + RT \ln(\gamma_{i_{l(m)}} x_{i_{l(m)}}) + v_i(P_0 - P_i^0) \quad \text{II-20}$$

A l'interface membrane, côté perméat, il existe une différence de pression ( $P_l < P_0$ ).

$$\ln(\gamma_{i_l}^L x_{i_l}) = \ln(\gamma_{i_{l(m)}} x_{i_{l(m)}}) + \frac{v_i(P_0 - P_l)}{RT} \quad \text{II-21}$$

En procédant de la même manière que celle de l'interface alimentation-membrane, et en utilisant l'équation II-8, on obtient :

$$c_{i_{l(m)}} = K_{si} c_{i_l} \exp\left[-\frac{v_i(P_0 - P_l)}{RT}\right] \quad \text{II-22}$$

En substituant les concentrations  $c_{i_{o(m)}}$  et  $c_{i_{l(m)}}$  de l'équation 10 par leurs expressions (équations II-18 et II-22), on obtient :

$$J_i = \frac{D_i}{l} K_i^L \left( c_{i_o} - c_{i_l} \exp\left[-\frac{v_i(P_0 - P_l)}{RT}\right] \right) \quad \text{II-23}$$

L'application d'une pression hydrostatique  $\Delta P$  égale à la pression osmotique  $\Delta\pi$ , stoppe le flux du solvant (eau) à travers la membrane. L'équation 22 est réduite à :

$$J_i = 0 = \frac{D_i}{l} K_i^L \left( c_{i_o} - c_{i_l} \exp\left[-\frac{v_i \Delta\pi}{RT}\right] \right) \quad \text{II-24}$$

L'équation II-24 donne l'expression du flux du solvant à travers la membrane en osmose inverse.

L'équation de Van't Hoff donne :

$$c_{i_l} = c_{i_o} \exp\left[\frac{v_i \Delta\pi}{RT}\right] \quad \text{II-25}$$

La combinaison des équations 24 et 25 donne :

$$J_i = \frac{D_i K_i^L c_{i_o}}{l} \left( 1 - \exp\left[-\frac{[v_i(P_0 - P_l) - \Delta\pi]}{RT}\right] \right) \quad \text{II-26}$$

Ou :

$$J_i = \frac{D_i K_i^L c_{i_o}}{l} \left( 1 - \exp\left[-\frac{[v_i \Delta P - \Delta\pi]}{RT}\right] \right) \quad \text{II-27}$$

$\Delta P$  représente la différence de pression hydrostatique à travers la membrane.

L'expérience a montré que le terme  $\frac{[v_i \Delta P - \Delta\pi]}{RT}$  prend des valeurs faibles [35]. Ceci peut être démontré par un exemple simple.

Par exemple pour une différence de pression hydrostatique  $\Delta P = 100 \text{ atm}$ , une différence de pression osmotique  $\Delta \pi = 10 \text{ atm}$ , et un volume molaire  $v_i = 18 \text{ cm}^3/\text{mol}$ , le terme

$\frac{[v_i \Delta P - \Delta \pi]}{R T}$  est égal à 0.06. Dans ces conditions, on utilise la simplification suivante :

$$1 - \exp(-x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} x$$

Donc, l'équation II-27 est réduite à :

$$J_i = \frac{D_i K_i^L c_{i_0} v_i (\Delta P - \Delta \pi)}{l R T} \quad \text{II-28}$$

En remplaçant  $\frac{D_i K_i^L c_{i_0} v_i}{l R T}$  par un paramètre plus approprié, on obtient :

$$J_i = A_i (\Delta P - \Delta \pi) \quad \text{II-29}$$

$A_i$  est dite constante de perméabilité de l'eau.

Comme mentionné ci-haut, l'indice  $i$  désigne le solvant qui est généralement l'eau. L'équation II-29 donne le flux du solvant à travers une membrane d'une constante de perméabilité à l'eau  $A_i$  en fonction de  $\Delta P$ , la pression hydrostatique appliquée de part et d'autre de la membrane, et en fonction de  $\Delta \pi$ , la différence de pression osmotique.

De la même manière, une expression simplifiée pour le flux du sel à travers la membrane peut être déterminée.

Le flux du sel à travers la membrane peut être exprimé par l'équation II-23 :

$$J_j = \frac{D_j}{l} K_j^L \left( c_{j_0} - c_{j_l} \exp \left[ -\frac{v_j (P_0 - P_l)}{R T} \right] \right) \quad \text{II-30}$$

Le terme  $\frac{[v_j \Delta P - \Delta \pi]}{R T}$  est faible. Ainsi, l'exponentiel de ce terme tend vers l'unité.

On obtient :

$$J_j = \frac{D_j}{l} K_j^L (c_{j_0} - c_{j_l}) \quad \text{II-31}$$

En remplaçant  $\frac{D_j K_j^L}{l}$  par un paramètre plus approprié, on obtient :

$$J_j = B (c_{j_0} - c_{j_l}) \quad \text{II-32}$$

$B$  est dite constante de perméabilité au sel.

L'équation II-29 montre que le flux de l'eau est lié à la pression osmotique et à la pression hydrostatique. L'augmentation de la pression hydrostatique fait augmenter le flux de l'eau.

Par contre, l'équation II-32 montre que le flux du sel est indépendant de la pression hydrostatique.

### II-3.1 Expression de $\Delta\pi$ en fonction des concentrations : Loi de Van't Hoff

L'osmose est montrée ci-dessus comme étant la diffusion de solvant (eau, dans la plupart des cas) à travers une membrane semi-perméable sous l'action d'un gradient de concentration.

Nous avons vu dans la figure 2.2 (a et b) que pour annuler le flux d'eau on doit appliquer une certaine pression. Cette pression d'équilibre, nous l'avons notée pression osmotique. Cet état d'équilibre est traduit par un potentiel chimique constant à l'intérieur et des deux côtés de la membrane.

A l'équilibre osmotique on a  $d\mu_i = 0$  et  $P = \pi$ :

L'intégration de l'équation II-4 donne :

$$R T \ln(\gamma_i x_i) = -v_i \pi \quad \text{II-33}$$

Cette relation a été obtenue en supposant que le solvant est incompressible [36].

Dans le cas de solutions diluées, l'activité du solvant  $a_i = \gamma_i x_i$  peut être assimilée à sa fraction molaire :

$$\ln(\gamma_i x_i) = x_i \quad \text{II-34}$$

Pour des solutions diluées, la fraction molaire du soluté est très faible ( $x_j \ll x_i$ ). cette dernière peut être approximée comme suit :

$$x_j = -\ln(x_i) \quad \text{II-35}$$

On obtient alors :

$$\pi = R T \frac{x_j}{v_i} \quad \text{II-36}$$

Le rapport  $\frac{x_j}{v_i}$  n'est autre que la concentration molaire volumique du soluté.

$$\pi = R T c_j' \quad \text{II-37}$$

Dans le raisonnement fait jusqu'à présent, les caractéristiques du soluté n'ont pas été prises en considération. Il a aussi été supposé qu'il n'y avait qu'une seule espèce. En réalité, si le soluté est dissocié en plusieurs  $n$  ions de nature différente, la pression osmotique sera  $n$  fois plus élevée :

$$\pi = n R T c_j' \quad \text{II-38}$$

En fait, le facteur multiplicatif est compris entre 1 et  $n$  ; il tend vers  $n$  lorsque la concentration tend vers zéro. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que le potentiel chimique des ions est réduit par des interactions électrostatiques [36].

### II-3.2 Termes utilisés dans les techniques membranaires

Certains termes clefs sont utilisés dans les techniques membranaires et qui expriment des propriétés communes à plusieurs procédés (osmose inverse, microfiltration, nanofiltration perméation gazeuse...etc).

#### II-3.2.1 Taux de rejet du soluté (SR)

Le taux de rejet d'une membrane est défini par la fraction de soluté présent dans la solution qui est retenue par la membrane. Il est exprimé comme suit :

$$S_R = \frac{c_{j0} - c_{jL}}{c_{j0}} = 1 - \frac{c_{jL}}{c_{j0}} \quad \text{II-39}$$

#### II-3.2.2 Taux de récupération de l'eau (WR)

Le taux de récupération d'eau est un terme de production qui relie le débit du perméat et le débit d'alimentation. Ce facteur est fonction du temps.

$$W_R = \frac{Q_p}{Q_F} \quad \text{II-40}$$

$Q_p$  : débit du perméat [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]

$Q_f$  : débit d'alimentation [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]

La valeur du taux de récupération pour une installation de dessalement d'eau de mer se situe généralement entre 40 % et 50%.

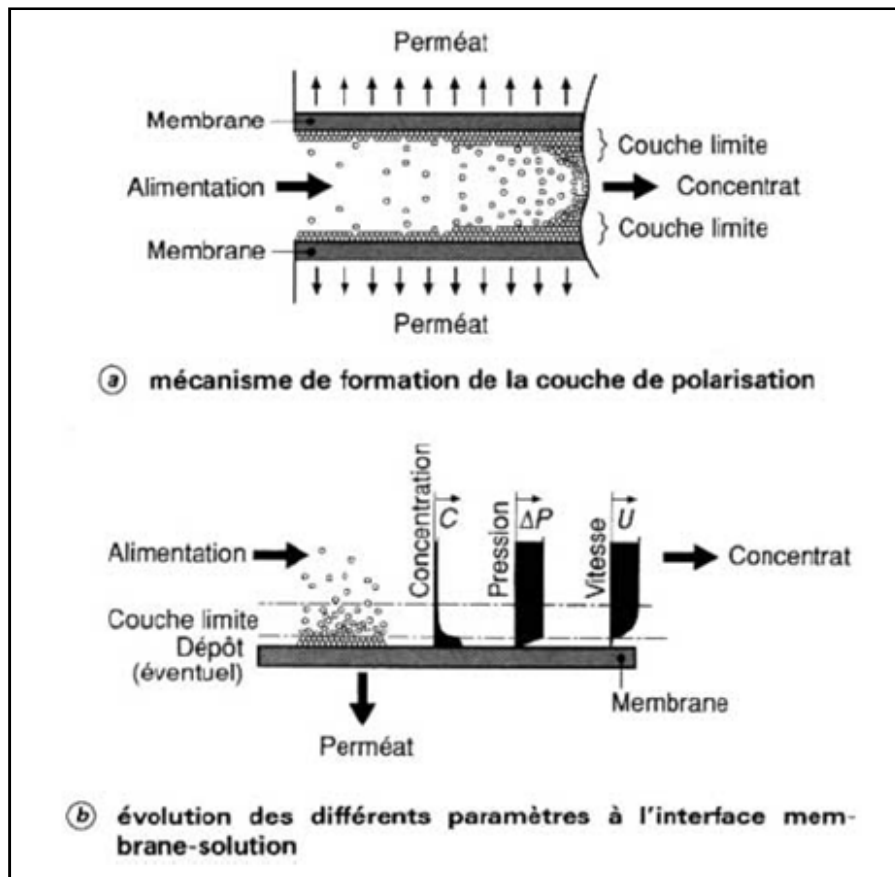
## II-4 Phénomènes de polarisation de concentration

Les membranes sont utilisées pour effectuer des séparations à l'échelle moléculaire ou particulaire. Cette propriété de séparation provoque l'accumulation progressive des espèces (molécules ou particules) arrêtées à la surface de la membrane.

Les deux principaux inconvénients qui gênent l'utilisation des membranes sont le dépôt réversible et irréversible qui empêchent le passage du perméat.

### II-4.1 Description du phénomène de polarisation

Dans les procédés membranaires en phase liquide avec la pression comme force motrice, le solvant ainsi que les matières dissoutes se déplacent par convection jusqu'à la surface de la membrane. La rétention des espèces rejetées à la surface de la membrane provoque la formation d'une couche de polarisation. Le phénomène de polarisation de concentration est illustré dans la figure 2.3.



**Figure 2.3** : Phénomène de polarisation de concentration.

La polarisation est un phénomène réversible qui disparaît si le gradient de transfert est annulé. Les conséquences du phénomène de polarisation sont données ci-après.

#### II-4.1.1 Diminution du flux de perméat

Une augmentation de la concentration près de la membrane va se traduire par une augmentation de la pression osmotique ( $\pi$ ) de la solution et une diminution de la pression efficace ( $\Delta P - \Delta\pi$ ). Le flux de perméat étant directement proportionnel à la pression efficace va donc diminuer. Cet effet est surtout plus sensible en osmose inverse où les pressions osmotiques jouent un rôle important.

On peut avoir aussi une diminution du flux à cause de la résistance supplémentaire à la filtration provenant des dépôts résultant d'une augmentation de la concentration.

#### II-4.1.2 Variation de la sélectivité

Une augmentation de la concentration près de la membrane peut se traduire soit par une augmentation de la concentration dans le perméat, soit par une diminution lorsqu'il y a dépôt et que celui-ci joue le rôle d'une deuxième membrane.

### II-4.1.3 Colmatage dû à des précipitations ou des formations de gel

Des phénomènes secondaires peuvent se produire lorsque la concentration du soluté à la membrane atteint certaines valeurs. Dans le cas de l'osmose inverse, on peut atteindre la limite de solubilité des sels et avoir formation de tartre ( $\text{CaSO}_4$ ,  $\text{CaCO}_3$  par exemple).

### II-4.2 Modélisation de la polarisation : théorie du film

La concentration d'une espèce au voisinage de la membrane va augmenter jusqu'à ce qu'un équilibre s'établisse entre le flux transféré à travers la membrane sous l'action du gradient de pression et le flux qui diffuse en sens inverse sous l'action du gradient de concentration de la couche limite vers la solution.

En régime stationnaire, le bilan de matière relatif à l'espèce retenue (sels dissouts), dans la portion de couche limite comprise entre la membrane et la fin de la couche limite (figure 2.4) nous permet d'écrire :

Flux massique convectif = flux massique diffusionnel + flux massique transféré à travers la Membrane

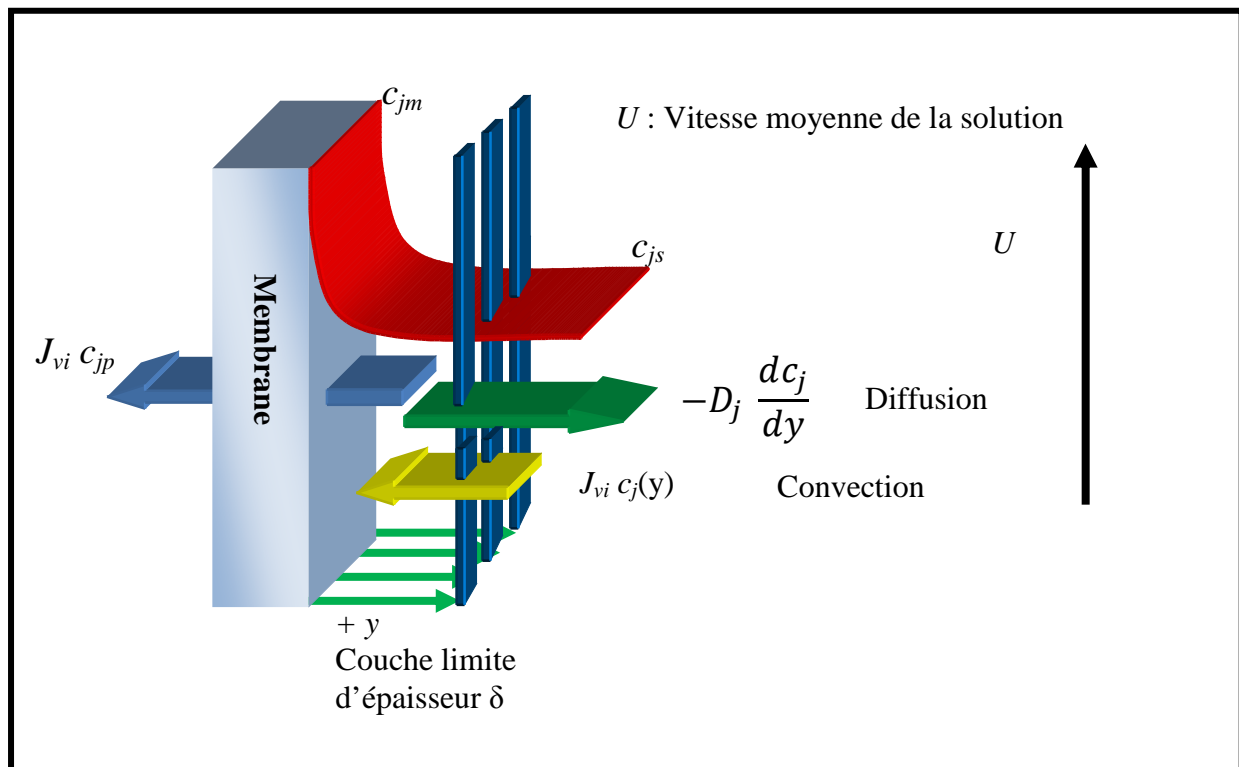


Figure 2.4 : Modélisation de la polarisation de concentration.

Le flux massique convectif du sel est le produit du flux volumique du solvant par la concentration du sel à l'intérieur de la couche. La théorie du film suppose qu'il existe une couche limite de polarisation d'épaisseur  $\delta$  située près de la membrane [36]. La concentration

du sel à l'intérieure de cette couche varie en fonction de la variable  $y$  perpendiculaire à la surface de la membrane.

Le flux massique du sel transféré à travers la membrane est exprimé par le produit du flux volumique du perméat  $J_v$  par la concentration du sel  $c_{ip}$ .

Le flux diffusionnel peut être exprimé par la première loi de Fick.

La formulation mathématique de l'équation de bilan de matière donne :

$$J_{vi} c_j(y) = -D_j \frac{dc_j(y)}{dy} + J_{vi} c_{pj} \quad \text{II-41}$$

Les conditions aux limites sont les suivantes :

- A la surface de la membrane ( $x = 0$ ) :

$$x = 0 \rightarrow c_j = c_{jm}$$

- A la fin de la couche limite ( $x = \delta$ ) :

$$x = \delta \rightarrow c_j = c_{js}$$

$c_{js}$  : Concentration du soluté dans la solution d'alimentation [ $\text{kg/m}^3$ ]

L'intégration de l'équation II-41 avec ces conditions aux limites, donne :

$$\ln \frac{(c_{jm} - c_{pj})}{(c_{js} - c_{pj})} = \frac{J_{vi} \delta}{D_j} \quad \text{II-42}$$

Ou :

$$\frac{(c_{jm} - c_{pj})}{(c_{js} - c_{pj})} = \exp\left(\frac{J_{vi} \delta}{D_j}\right) \quad \text{II-43}$$

Le rapport du coefficient de diffusion du soluté  $D_j$  et de l'épaisseur  $\delta$  est appelé coefficient de transfert de matière  $K$  :

En introduisant l'équation de la rétention intrinsèque [37] :

$$R_{int} = 1 - \frac{c_{pj}}{c_{mj}} \quad \text{II-44}$$

L'équation II-41 devient ;

$$\frac{c_{jm}}{c_{js}} = \frac{\exp\left(\frac{J_{vi} \delta}{D_j}\right)}{R_{int} + (1 - R_{int}) \exp\left(\frac{J_{vi} \delta}{D_j}\right)} \quad \text{II-45}$$

Le rapport  $\frac{c_{jm}}{c_{jb}}$  est le facteur de polarisation.

## II-5 Détermination du coefficient de transfert

Le coefficient de transfert de matière  $K$  dépend fortement des propriétés physico-chimiques de la solution (viscosité, coefficient de diffusion...) et des conditions hydrodynamiques du système. Les analogies entre transfert de matière et transfert de chaleur, bien connues en génie chimique, rendent possible le calcul du coefficient de transfert de matière [38-41].

Le coefficient de transfert de matière  $K$  peut être exprimé par le nombre de Sherwood :

$$Sh = \frac{K d_h}{D_j} = a (Re)^b (Sc)^c \quad \text{II-46}$$

avec :

$Sh$  : nombre de Sherwood

$Re$  : nombre de Reynolds =  $\frac{d_h U \rho}{\mu}$

$Sc$  : nombre de Schimdt =  $\frac{\mu}{\rho D_j}$

$d_h$  : diamètre hydraulique [m]

$U$  : vitesse du fluide [m/s]

$\rho$  : masse volumique du fluide [ $\text{kg/m}^3$ ]

$\mu$  : viscosité dynamique [Pa.s]

$a, b, c$  sont des paramètres d'ajustement déterminés expérimentalement.

Il apparaît clair que le coefficient de transfert de matière  $K$ , et par conséquent le flux du solvant, dépend fortement des conditions hydrodynamiques du système et peut être amélioré en augmentant la vitesse de passage du fluide  $U$  (expression de  $Re$ ) et, pour un débit donné, en diminuant le diamètre hydraulique.

En régime turbulent ( $Re > 4\,000$ ), on peut utiliser la relation de Chilton et Colburn [42] :

$$Sh = \frac{K d_h}{D_j} = 0.023 (Re)^{0.8} (Sc)^{0.33} \quad \text{II-47}$$

Dans le cas du régime laminaire, le coefficient de transfert de matière du soluté peut être déterminé si l'on suppose que le profil parabolique de vitesse est établi dès l'entrée dans le système membranaire et que le profil de concentration évolue le long de la membrane [43] :

En régime laminaire, une autre approche peut être utilisée :

$$Sh = \frac{K d_h}{D_j} = 1.86 \left( Re \frac{d_h}{l} \right)^{0.33} (Sc)^{0.33} \quad \text{II-48}$$

$l$  représente le chemin parcouru par le liquide à l'intérieur du module.

Les valeurs expérimentales de  $a, b, et c$  sont données dans le tableau ci-dessous [44] :

Auteurs	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	Conditions
Régime turbulent : $Sh = \frac{K d_h}{D_j} = a (Re)^b (Sc)^c$				
Chilton et Colburn	0.023	0.80	0.33	
Harriot et Hamilton	0.0096	0.913	0.346	$Sc > 1000$
Levich	0.015	0.88	0.33	$Sc > 10$
Dworak et Wendt	0.011	0.9	0.33	$Re > 3000$
Sherwood et al.	0.023	0.33	0.33	
Calderbank et Young	0.082	0.69	0.33	
Régime laminaire : $Sh = \frac{K d_h}{D_j} = a \left( Re \frac{d_h}{l} \right)^b (Sc)^c$				
Bird et al.	1.86	0.33	0.33	
Grobrt et al.	0.664	0.50	0.33	$Re > 100$ $Sc dh/l < 5000$
Porter	1.62	0.33	0.33	
Blatt et al.	1.18	0.33	0.33	
Probstein et al.	1.31	0.33	0.33	

**Tableau 2.1** : Coefficient de transfert de matière  $K$ .

## II-6 Encrassement ou colmatage (Fouling)

L'encrassement « colmatage » peut être défini comme l'ensemble des phénomènes qui interviennent dans la modification des propriétés filtrantes d'une membrane.

C'est un ensemble de phénomènes physiques, chimiques, biologiques, qui se produisent à l'interface membrane-solution ou dans le volume poreux, et ayant comme conséquence l'obstruction des pores entraînant à la fois des variations de perméabilité et de sélectivité.

Les performances des procédés membranaires sont sévèrement affectées par l'encrassement (fouling). Ce dernier cause une perte dans la production d'eau et de sa qualité. Il réduit l'efficacité de l'opération en réduisant le temps de service des membranes (durée de vie des membranes), ce qui conduit à leurs remplacements prématurés (les coûts de membranes varient de 20-30% de coûts installés pour des usines de RO).

L'encrassement des membranes est parfois confondu avec la polarisation de concentration.

Les causes de l'encrassement changent selon la nature du soluté et des interactions soluté-membrane.

Plusieurs types d'encrassement peuvent se produire dans les systèmes d'osmose inverse selon l'eau d'alimentation. Le type d'encrassement le plus commun est dû aux particules en suspension. Les membranes d'osmose inverse sont conçues pour enlever les sels dissous, et non pas les solides en suspension. Ainsi, pour une opération efficace dans le temps, les matières en suspension doivent être enlevées avant que l'eau d'alimentation entre dans les

membranes. Une défaillance dans le traitement préalable de l'eau d'alimentation provoque un dépôt sous forme de gâteau sur la surface de la membrane.

Un deuxième type d'encrassement est l'entartrage (scaling) qui est le dépôt de certains sels sur la membrane. Ce dépôt se produit lorsque les limites de solubilité de la silice, du sulfate de baryum, du sulfate de calcium, du sulfate de strontium, du carbonate de calcium, et/ou du fluorure de calcium sont dépassées. L'analyse chimique de l'eau d'alimentation est exigée pour la conception d'installations de prétraitement adéquat. Il est essentiel qu'une usine fonctionne avec un taux de récupération de design pour éviter la précipitation et le dépôt sur la surface de la membrane

La troisième cause de l'encrassement des membranes est d'origine bactérienne. Les surfaces des membranes d'osmose inverse sont particulièrement susceptibles à la colonisation des micro-organismes et à la formation de biofilms [45].

Le développement d'un biofilm microbien sur la surface de membrane d'eau d'alimentation a pour conséquence la diminution du flux membranaire et la diminution de l'efficacité énergétique globale du système. La présence de colonie bactérienne dans le perméat affecte potentiellement la qualité de l'eau produite.

Ces dernières années, Ridgway et al. ont exploré le mécanisme et la cinétique fondamentaux de l'attachement bactérien à la surface de la membrane [46-49].

L'effet cumulatif du biofouling, représente des charges supplémentaires de nettoyage et de maintenance. Il détériore la qualité de l'eau produite et réduit considérablement la durée de vie des membranes [50].

Il existe d'autres types d'encrassement qui peuvent apparaître, telle que la précipitation d'oxydes de métaux, de fer, silice, boue...etc.

Tous ces types d'encrassement peuvent être contrôlés en utilisant un prétraitement adéquat du débit d'alimentation.

Les problèmes cités ci-haut sont les problèmes majeurs du procédé d'osmose inverse.

**Chapitre III**  
**Description Physique**  
**du Système de Dessalement**  
**d'Eau de Mer par Osmose**  
**Inverse**

## Chapitre III

### Description physique du système de dessalement d'eau de mer par osmose inverse

#### III-1 Introduction

Les technologies de dessalement et leur application ont évolué considérablement ces cinquante dernières années. De ces dernières (technologies de dessalement), l'osmose inverse a été le plus réussi et, bien qu'un processus relativement nouveau, est maintenant considéré comme techniquement et commercialement fiable [51].

Le développement enregistré dans la conception de nouvelles membranes a permis l'amélioration des techniques de dessalement et par conséquent, plusieurs unités commerciales (de plus en plus importantes) ont été installées.

#### III-2 Classification des eaux selon la salinité

La salinité de l'eau est exprimée par la concentration de tous les sels dissouts (Sels Dissouts Totaux), en anglais TDS (Total dissolved Salt). Elle représente un critère de classification des eaux.

Le tableau ci-dessous donne une classification des eaux selon leur salinité.

Type d'eau	Salinité TDS
Eau douce	inférieure à 1000 mg/l
Faiblement saumâtre	de 1000 à 5000 mg/l
Moyennement saumâtre	de 5000 à 15000 mg/l
Fortement saumâtre	de 15000 à 35000 mg/l
Eau de mer	35000 mg/l et plus

**Tableau 3.1 :** Classification des eaux selon la salinité.

Pour l'organisation américaine de la protection de l'environnement (E. P. A), la salinité de l'eau potable destinée à la consommation ne doit pas dépasser la valeur de 500 mg/l. Pour l'organisation mondiale de la santé, l'OMS, la salinité doit être inférieure à 1000 mg/l et un taux de chlorures ne dépassant pas les 250 mg/l [52].

La section ci-dessous décrit les différents types d'eau ainsi que les traitements nécessaires pour la potabilisation.

### III-2.1 Eau douce

Dans la plupart des cas, si une source d'eau douce est disponible, son traitement pour produire de l'eau potable pour l'utilisation publique est relativement peu coûteux. Dans quelques régions, un ajustement simple du pH et la désinfection peuvent être le seul traitement exigé. Dans quelques secteurs, cependant, l'eau douce de surface ou souterraine, peut être de qualité inférieure, exigeant ainsi un traitement plus étendu. Dans ces cas, l'eau saumâtre dessalée peut être un approvisionnement plus fiable et moins coûteux.

### III-2.2 Eau saumâtre

Comparé au dessalement l'eau de mer, le traitement de l'eau saumâtre est très spécifique au site d'emplacement. Les eaux de surface et les eaux souterraines ont des compositions et des salinités très diverses. Les espèces ioniques peuvent changer de manière significative dans le même puits. Les analyses doivent être réalisées avec beaucoup de précision pour déterminer la qualité d'eau la plus inférieure car les caractéristiques des eaux peuvent de temps en temps changer de manières inattendues.

### III-2.3 Eau de mer

La concentration des sels dissous des eaux des mers ouvertes est assez uniforme et égale approximativement à 3,5 pour cent ou à 35.000 parties par million (mg/l). Dans les régions à haute précipitation, la concentration de l'eau de mer est moins importante que celle des régions à forte évaporation (par exemple, mer rouge, Arabie saoudite,...etc.). Dans tous les cas, la proportion relative des principaux ions comparés au TDS demeure remarquablement constante [52].

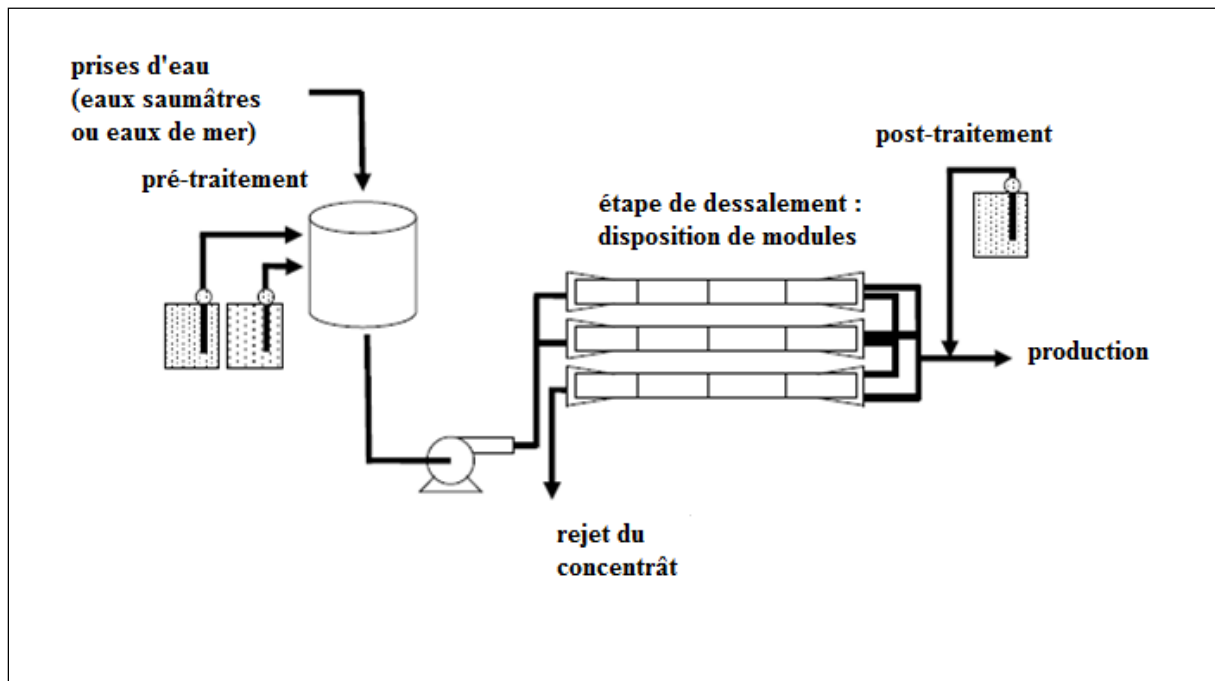
## III-3 Système de dessalement par osmose inverse

Les cinq principaux éléments d'un système de dessalement, pour les eaux de mer ou pour les eaux saumâtres, sont comme suit (voir figure 3.1) :

- **Prises d'eau** : les structures pour extraire l'eau à dessaler des différentes sources (eaux de mer ou saumâtres) et la transporter aux différents processus de dessalement;
- **Prétraitements** : l'eau à dessaler doit être traitée avant de passer dans les filières de dessalement. Ce prétraitement consiste à enlever les matières en suspension, les matières organiques et tous les autres corps indésirables pouvant détériorer les membranes ;
- **Dessalement** : Dispositions de plusieurs membranes en cascades (selon des géométries bien définies) pour enlever principalement les sels dissouts et d'autre constituants inorganiques, d'une source d'eau;

- **Post-traitement** : addition de produits chimiques à l'eau produite pour rendre l'eau potable, pour les eaux destinées à la consommation, ou pour empêcher la corrosion (pour les eaux industrielles)
- **Gestion du concentrât** : les produits de dessalement (eaux concentrées) sortent des modules de dessalement par osmose inverse avec une pression considérable. L'énergie contenue dans cette eau est récupérée pour rendre le procédé économiquement efficace.

L'importance de ces éléments dans le système global peut changer selon l'origine ou la source de l'eau utilisée. Par exemple, le dessalement des eaux saumâtres ayant pour origine une source souterraine emploie des puits et des pompes pour apporter l'eau aux modules de dessalement, et a besoin de peu ou pas de prétraitement. En revanche, le dessalement de l'eau de mer nécessite des structures plus raffinées de prise, selon les conditions spécifiques d'emplacement, et exige un prétraitement étendu [53].



**Figure 3.1** : Eléments clé dans une unité de dessalement.

### III-3-1 Prises d'eau

Les prises d'eau de mer peuvent être classées en deux catégories : Les prises superficielles se trouvant au-dessus du fond marin et les prises souterraines situées au dessous du fond marin. La première catégorie est appelée prise ouverte (open intake). Elle est en communication directe avec les mers ou les océans. L'eau d'alimentation peut être prise directement de la surface ou en dessous de la surface. Pour la deuxième catégorie, les apports souterrains prennent leur eau d'alimentation en dessous du fond de l'océan utilisant du sable naturel et des formations géologiques pour assurer la filtration. Les conduites souterraines peuvent être forées horizontalement à partir de puits central, oblique forées à partir des plages, ou excavées

pour créer des lits d'infiltration. La deuxième option (eaux souterraines) peut produire des eaux d'alimentation de qualité, et réduire ainsi le prétraitement nécessaire pour les procédés d'osmose inverse [54].

La prise d'eau de mer utilisée dans les stations de dessalement à travers le territoire algérien, se fait généralement par des conduites en P. E. H. D. Le diamètre et la longueur de la conduite dépendent du débit de production et de la proximité l'unité de dessalement.

Dans la station de dessalement d'eau de mer de Bousfer Oran, la prise d'eau de mer se fait par une conduite en P.E.H.D d'un diamètre de 400 mm et d'une longueur de 30 m, celle-ci est fixée à son extrémité par une crépine, qui arrête la pénétration des algues. Elle comporte une station de pompage d'eau brute qui est composée de deux pompes verticales avec un débit de refoulement de 640 m<sup>3</sup>/h vers le décanteur qui est devisé en trois bassins en série.

### III-3-2 Prétraitement

Le prétraitement est nécessaire pour tous les procédés de dessalement d'eau de mer. Il permet de débarrasser l'eau de tous les constituants indésirables et qui peuvent réduire les performances des installations. Pour les procédés membranaires, les problèmes majeurs à résoudre au niveau du prétraitement sont l'encrassement et l'entartrage.

La préconisation d'un prétraitement dépend de la qualité de l'eau à dessaler. Dans la majorité des cas, le prétraitement comporte les opérations suivantes :

- Enlèvement de grosses particules en utilisant un tamis grossier (grilles).
- Désinfection de l'eau avec du chlore ou d'autres biocides.
- Filtration (utilisation de filtres à sable).
- Réduction de l'alcalinité par l'ajustement du pH.
- Ajout d'inhibiteur d'entartrage.
- Réduction de chlore libre au moyen de bisulfite de sodium ou de filtres à charbon actif.
- Suppression définitive des particules en suspension utilisant des filtres à cartouche

#### III-3-2-1 La chloration

L'eau de mer contient divers micro-organismes, bactéries, protozoaires qui pourraient contribuer à la formation de bio-film à la surface de la membrane. Un bio-film est une colonie de bactéries qui croît sur une surface où il y a des nutriments et une source organique. Ceci réduit considérablement les performances des membranes. L'élimination des bactéries et des micro-organismes avant l'entrée de l'eau dans les membranes empêchera toute précipitation biologique.

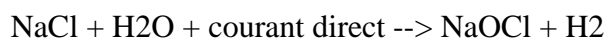
Pour bloquer la prolifération de ces micro-organismes, il existe plusieurs techniques. Le procédé le plus utilisé consiste à injecter du chlore, réactif dont le stockage et la manipulation

exigent des précautions strictes. Le chlore dissous dans l'eau libère l'ion hypochloreux ( $\text{HClO}^-$ ), qui est l'agent actif de la stérilisation. Pour éliminer le danger lié au chlore, on peut le substituer par l'hypochlorite de sodium (eau de Javel).

Si l'approvisionnement d'un de ces réactifs est trop coûteux, la production sur place d'hypochlorite de sodium est possible par électrolyse de l'eau de mer.

La dose de chlore standard est de 3 mg/L de chlore actif. Celle-ci est injectée en dosant de l'Hypochlorite de Sodium ( $\text{NaOCl}$ ) pour des petites unités ou du chlore gazeux ( $\text{Cl}_2$ ) pour des unités de taille moyenne.

Les grandes unités (de production supérieure à 300 m<sup>3</sup>/h) utilisent l'électro-chloration pour produire de l'hypochlorite de sodium ( $\text{NaOCl}$ ) à partir du chlorure de sodium en excès ( $\text{NaCl}$ ) présent dans l'eau de mer à 30-40 g/L:



Le pH devrait être de l'ordre de 7.5 afin d'avoir un potentiel de désinfection optimal.

Le chlore ou l'hypochlorite de sodium ont été les oxydants standards utilisés pour empêcher l'encrassement biologique. Cependant, les membranes couramment utilisés dans le dessalement d'eau de mer par osmose inverse sont composées de fines couches de polyamides qui ne tolèrent pas les oxydants tel que le chlore. Ce dernier doit donc être enlevé dans le prétraitement par addition d'un agent réducteur tel que le bisulfite de sodium. Le Bisulfite de sodium et le sulfate de cuivre peuvent aussi être utilisés comme agents biocides dans les systèmes membranaires.

### III-3-2-2 Prévention de l'entartrage

De nombreux matériaux, tels que les sels de calcium, les sels de magnésium, les huiles et les graisses, les solides en suspension et les contaminants organiques sont nuisibles aux procédés de dessalement. Ils peuvent être réduits à des niveaux acceptables par un traitement chimique approprié. Ce traitement comporte plusieurs opérations selon la qualité de l'eau d'alimentation. Les principales opérations sont les suivantes : une coagulation-floculation, avec ou sans clarification, ajustement du pH, qui influe sur l'inhibition de l'entartrage et la filtration.

Les inhibiteurs de tartre (antitartre) sont utilisés pour contrôler le dépôt de carbonates, de sulfates et de fluorures de calcium. Il existe généralement trois types différents d'inhibiteurs de tartre : hexamétaphosphate de sodium (SHMP), organophosphonates et polyacrylates. L'hexamétaphosphate de sodium SHMP est peu coûteux mais instable par rapport aux inhibiteurs de tartre organiques polymériques. De faibles quantités adsorbées à la surface des microcristaux, empêchent la croissance, et la précipitation des cristaux. Des précautions doivent être prises pour éviter l'hydrolyse du SHMP dans le réservoir de dosage. L'hydrolyse ne diminuera pas seulement l'efficacité de l'inhibition de tartre, mais présente aussi un risque de dépôt de phosphate de calcium. Par conséquent, le SHMP n'est généralement pas recommandée. Les organophosphonates sont plus efficaces et plus stables que les SHMP. Ils agissent comme agents antisalissure pour l'aluminium insolubles et le fer. Les polyacrylates

(poids moléculaire élevé) sont généralement utilisés pour réduire la formation de tartre de silice par un mécanisme de dispersion. Les inhibiteurs de tartre organiques polymériques sont également plus efficaces que les SHMP.

#### III-2-2-4 Filtration

La filtration est une étape qui vient après l'ajout de produits chimiques (coagulants). L'élimination des particules en suspension et colloïdales par filtration se fait par le dépôt de ces particules à la surface des grains de filtre tandis que l'eau s'écoule à travers le lit de ces grains (éléments filtrants). La qualité de la filtration dépend de la taille et de la géométrie des matières en suspension et des grains filtrants. Elle dépend aussi de l'analyse préalable de l'eau et des paramètres opérationnels.

Les filtres les plus répandus dans le traitement des eaux sont les filtres à sable et à anthracite. La taille efficace des grains de l'ordre de 0,35-0,5 mm pour un filtre à sable, et 0,7-0,8 mm pour filtre anthracite. L'utilisation de filtres mixtes : une couche d'anthracite sur une couche de sable, permet une meilleure pénétration de la matière en suspension dans le lit de filtration. Ceci rend la filtration plus efficace et rallonge aussi le cycle de fonctionnement du filtre. La profondeur de la couche filtrante doit avoir un minimum de 0,8 m. Dans le cas des filtres mixtes, le remplissage se fait avec du sable jusqu'à une profondeur de 0,5 m, suivi d'une couche d'anthracite de 0,3 m.

Il existe deux types de filtres : les filtres fonctionnant par gravité, et les filtres pressurisés. Pour les filtres pressurisés, on applique une différence de pression importante avec une hauteur importante du lit filtrant. Les flux volumiques de filtration, de design, sont généralement de l'ordre de 10 à 20 m/h, et le taux de lavage est de l'ordre de 40-50 m/h. La pression disponible à la tête du filtre fonctionnant par gravité est d'environ 5 m, et de 2 à 4 bars pour les filtres sous pression. Pour les eaux d'alimentation avec un potentiel d'encrassement élevé, il est préférable de travailler avec un flux de moins de 10 m/h avec une deuxième filtration. Si le flux volumique doit être augmenté pour compenser un filtre qui est hors service, l'augmentation du flux volumique doit être progressive et lente pour éviter la libération de particules préalablement déposées.

Pendant le fonctionnement, l'eau à filtrer pénètre dans la partie supérieure du filtre, passe à travers le lit filtrant, et passe ensuite par l'intermédiaire du réseau collecteur en bas du filtre. Périodiquement, lorsque l'augmentation de la différence de pression entre l'entrée et la sortie du filtre à pression est 0,3 à 0,6 bar, et environ 1,4 m pour le filtre de gravité, le filtre est lavé à contre-courant et rincé pour enlever les matières déposées. Le temps de lavage est d'environ 10 minutes.

La filtration secondaire est nécessaire pour s'assurer que les particules de matière ne passent pas dans les pompes et dans les modules membranaires d'osmose inverse. Elle est utilisée comme une mesure de précaution. Les filtres à cartouches sont les plus utilisés.

Les cartouches sont facilement échangeables, et les mailles du filtre peuvent arrêter des particules de 20-micron à 0,05 micron. Les filtres à cartouche peuvent aussi être lavés à

contre-courant, mais la plupart sont remplacés lorsque la perte de charge atteint des niveaux excessifs.

### III-3-3 Procédés de dessalement par osmose inverse

Les techniques membranaires ne sont pas utilisées seulement pour le dessalement des eaux de mer et des eaux saumâtres. Elles peuvent être utilisées aussi pour le traitement des eaux usées dans la réutilisation et les applications de recyclage, en raison de leur grande capacité d'élimination des contaminants (par exemple, les contaminants organiques, les bactéries et les virus). Généralement, le taux de récupération des procédés membranaires est de 35 à 60 % pour une alimentation en eau de mer. Pour les eaux saumâtres, le taux de récupération est de 50 à 90 pourcent, en fonction de la salinité initiale et de la présence des sels peu solubles [55].

Une séparation membranaire est caractérisée par deux phénomènes simultanés : la rétention de certaines espèces et le passage d'autres espèces sous forme de flux à travers une membrane perméable.

Le rendement d'une membrane est basé sur sa forte sélectivité et son flux; la bonne stabilité chimique, mécanique et thermique du matériau constituant la membrane, le faible encrassement durant le fonctionnement et aussi la bonne compatibilité avec l'environnement d'exploitation.

Les membranes responsables de ce comportement sélectif peuvent être composées de polymères poreux ou non poreux. Elles peuvent être des composés céramiques ou des films métalliques avec une structure anisotrope ou symétrique, homogènes ou hétérogènes ou des matériaux composites [56].

Le choix des membranes utilisées en osmose inverse, dépend de la composition de l'eau à traiter et de la qualité de l'eau à produire. Les membranes utilisées dans ce procédé sont classées en deux types : les membranes homogènes asymétriques d'acétates de cellulose (CA : acétate de cellulose) et les membranes composites polyamides de fines couches (TFC : thin-film composite).

Les membranes (CA) ont été développées à fin des années 1950 par Loeb et Sourirajan. Elles ont une structure asymétrique avec une surface dense d'une couche d'environ 1000-2000 Å (0,1-0,2 microns) qui est responsable de la propriété de rejet des sels. Le reste du film membranaire est spongieux et poreux et a une très grande perméabilité à l'eau. Ces deux propriétés peuvent être contrôlées par les variations de température et durée de l'étape de recuit. Elles sont hydrophiles, peuvent tolérer de faibles taux de chlorures et sont moins sujettes à l'encrassement. .

Les membranes composites polyamides (TFC) sont constituées de deux couches, la première est un support poreux poly-sulfonique et la seconde est une couche semi-perméable d'amine et groupes fonctionnels de chlorure acide carboxylique. Cette méthode de fabrication permet l'optimisation indépendante des propriétés distinctes du support de la membrane et du rejet du sel. La membrane ainsi produite est caractérisée par un flux spécifique plus élevé de l'eau et un passage plus faible des sels.

Les membranes (TFC) sont plus stables que les membranes (CA) dans un domaine large de pH. Cependant, elles sont plus susceptibles à la dégradation oxydante par le chlore libre, alors que les membranes (CA) peuvent tolérer des niveaux limités de chlore libre. Comparée à une membrane (TFC), la surface de la membrane (CA) est lisse et a peu de charge extérieure. En raison de la surface à charge neutre et de la tolérance au chlore libre, les performances des membranes (AC) sont meilleures que celles des membranes (TFC) et surtout dans le cas où l'eau d'alimentation à pouvoir encrassant élevé [57].

Un procédé membranaire efficace exige le développement d'un module qui permet de contenir de grandes surfaces d'échange de la membrane. Le développement de technologie permettant de produire des modules membranaires à faible coût a permis leur commercialisation dans les années 60 et les années 70. Les premières membranes commercialisées ont été conçues et basées sur la simple technologie de filtration. Elles étaient composées de feuilles plates mises dans un type de filtre-presses. Ces modules s'appellent modules plans ou filtres-presses. D'autres systèmes ont été développés en même temps. Ils étaient constitués de tube de petit diamètre (de l'ordre du cm). Ces modules s'appellent les modules tubulaires. Les deux systèmes sont encore employés, mais en raison de leur coût relativement élevé ils ont été en grande partie remplacés par deux autres conceptions : les modules plans spiralés les modules fibres creuses.

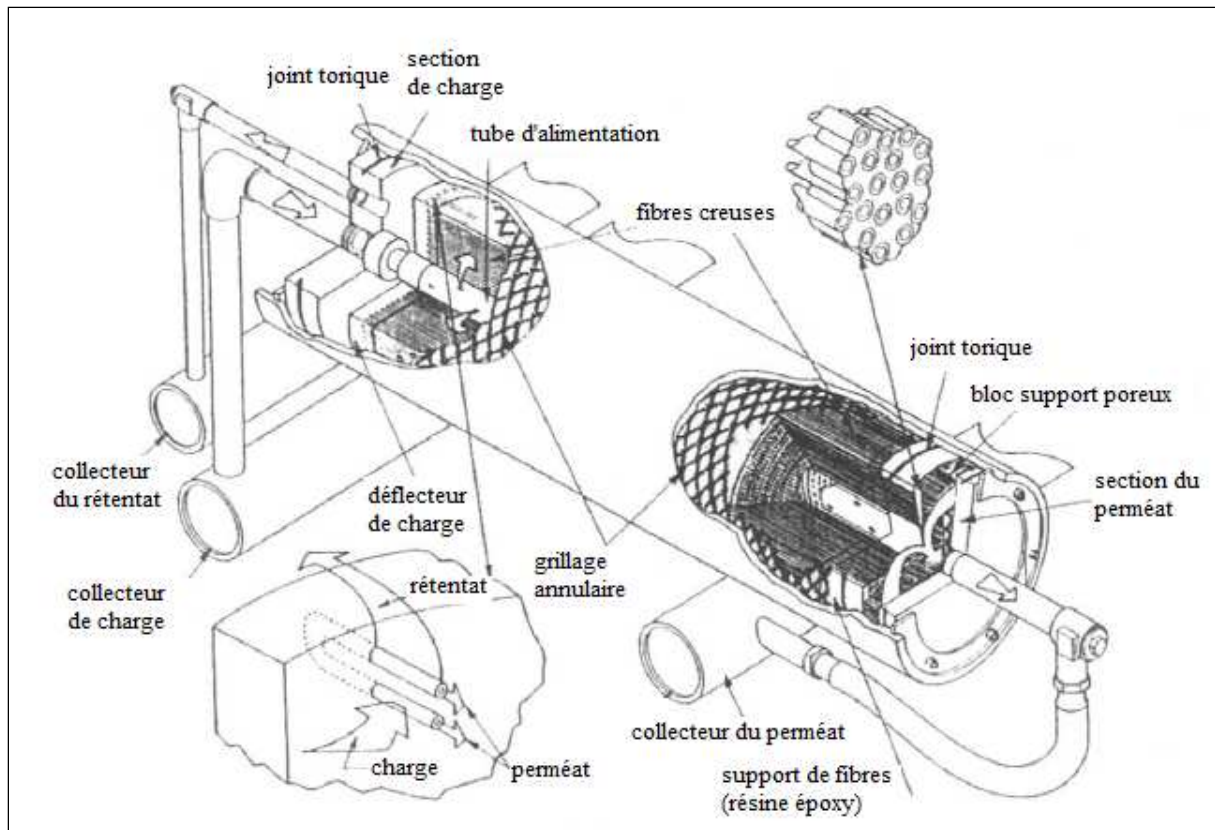
La mise en œuvre des membranes dans un module doit répondre à un certain nombre d'exigences techniques, parfois contradictoires, dont dépend l'intérêt du procédé de séparation [58] :

- conditions adéquates d'écoulement, notamment le long des interfaces membranaires, permettant de réduire les couches limites à leurs limites ;
- surface spécifique d'échange élevée ;
- investissement minimal (coûts de fabrication, simplicité de mise en œuvre, durée de vie des membranes) ;
- entretien aisé (nettoyage ou remplacement des membranes, démontage des membranes ou du module).

### III-3-3-1 Modules à fibres creuses

Le développement des modules fibres creuses pour une utilisation industrielle a été réalisé par DuPont dans les années soixante dix et par Mosanto dans les années quatre vingt [59].

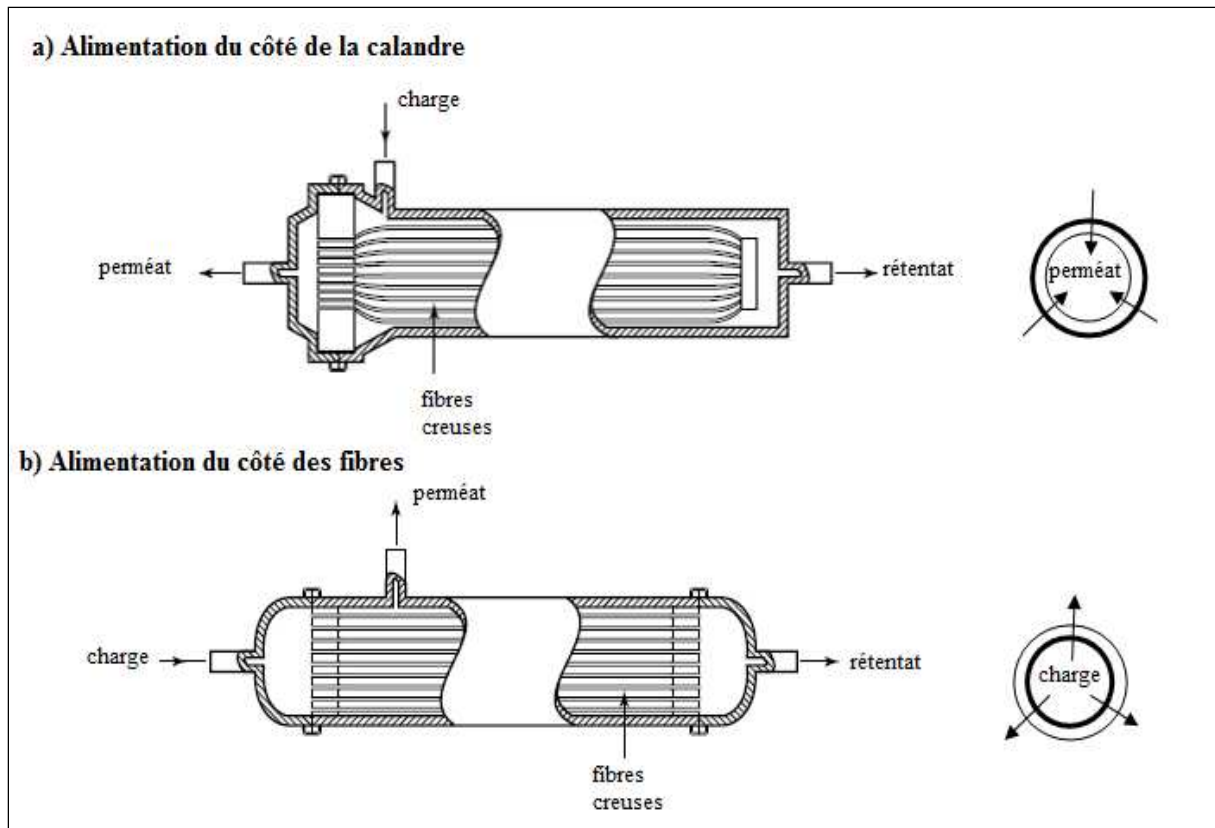
Les modules à fibres creuses sont constitués d'une quantité prodigieuse de fibres cylindriques creuses de la taille d'un cheveu. Ils sont considérés comme une extrapolation du module tubulaire vers des diamètres fins ou ultrafins. La caractéristique principale de ces modules est la surface spécifique importante qui atteint couramment les  $10000 \text{ m}^2/\text{m}^3$  [58]. Le faisceau est disposé en forme de U à l'intérieur d'une enveloppe (voir figure 3.2), et les extrémités ouvertes sont noyées dans une longueur de quelques centimètres dans une résine époxy.



**Figure 3.2:** Montage de membranes dans un module à fibres creuses (constructeur : DuPont).

Il existe deux types de modules à fibres creuses. Dans le premier, la charge est introduite du côté de la calandre (shell-side feed) (Figure 3.3-a). Dans ce système, la pressurisation se fait de la calandre vers les tubes (fibres creuses). Ce design est facile à réaliser et permet une grande surface d'échange. A cause de la forte pression exercée sur les tubes, ces derniers ont généralement des diamètres internes faibles et des supports épais. Le diamètre interne est généralement de l'ordre de  $50\ \mu\text{m}$  et le diamètre externe de l'ordre de  $100$  à  $200\ \mu\text{m}$  [23].

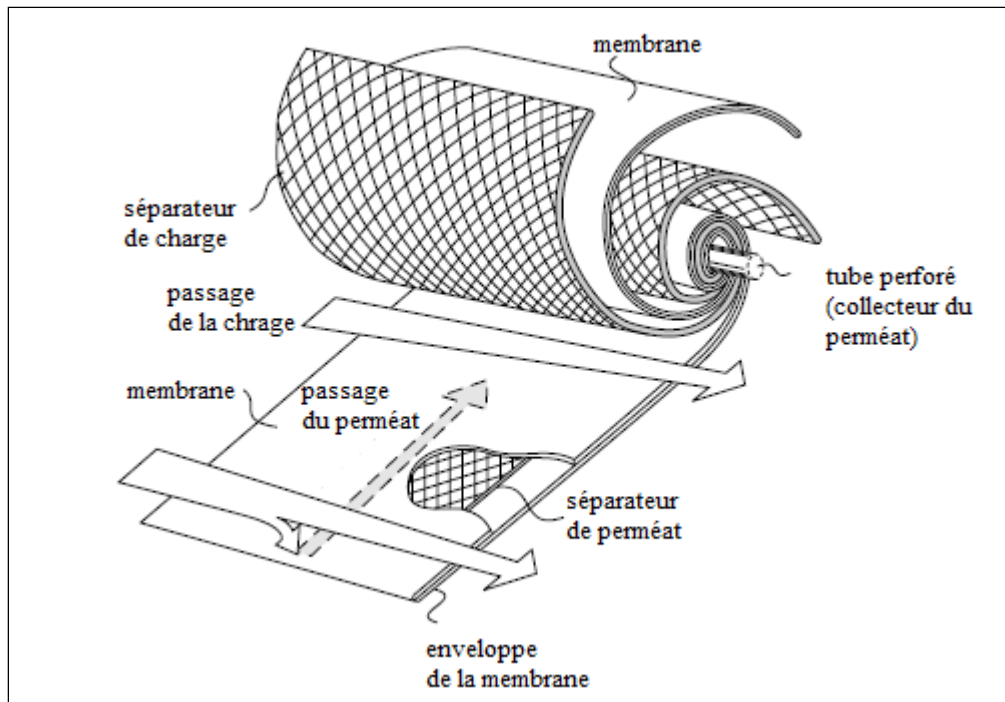
Dans le second type des modules à fibres creuses, la charge se fait côté des tubes (shell-side feed) (Figure 3.3-b). Ce type de module est utilisé dans l'ultrafiltration et la pervaporation, où la pression exercée n'est pas très grande.



**Figure 3.3 :** Différents types de circulation de la charge dans les membranes à fibres creuses.

### III-3-3-2 Modules plan-spiralé ou spirales

Les modules spiraux représentent une approche tout à fait différente pour créer de grandes surfaces spécifiques d'échange. Deux feuilles rectangulaires de matériau membranaire, sont scellées ensemble sur trois côtés, de manière que les couches actives soient tournées vers l'extérieur. Un séparateur poreux de l'alimentation est placé à l'intérieur de l'enveloppe ainsi formée, le côté ouvert de l'enveloppe est relié à un tube poreux de collecte et l'enveloppe est enroulée autour du collecteur (figure 3.4). Un second séparateur est enroulé autour du rouleau ainsi formé. Cette surface libre devient le canal pour le débit d'alimentation et du rétentat, alors que la surface libre à l'intérieur de l'enveloppe devient le canal pour le débit du perméat qui aboutit dans le tube de collecte central. Il est possible d'enrouler plusieurs enveloppes autour du collecteur central.



**Figure 3.4 :** Montage des membranes dans un module plan spiralé.

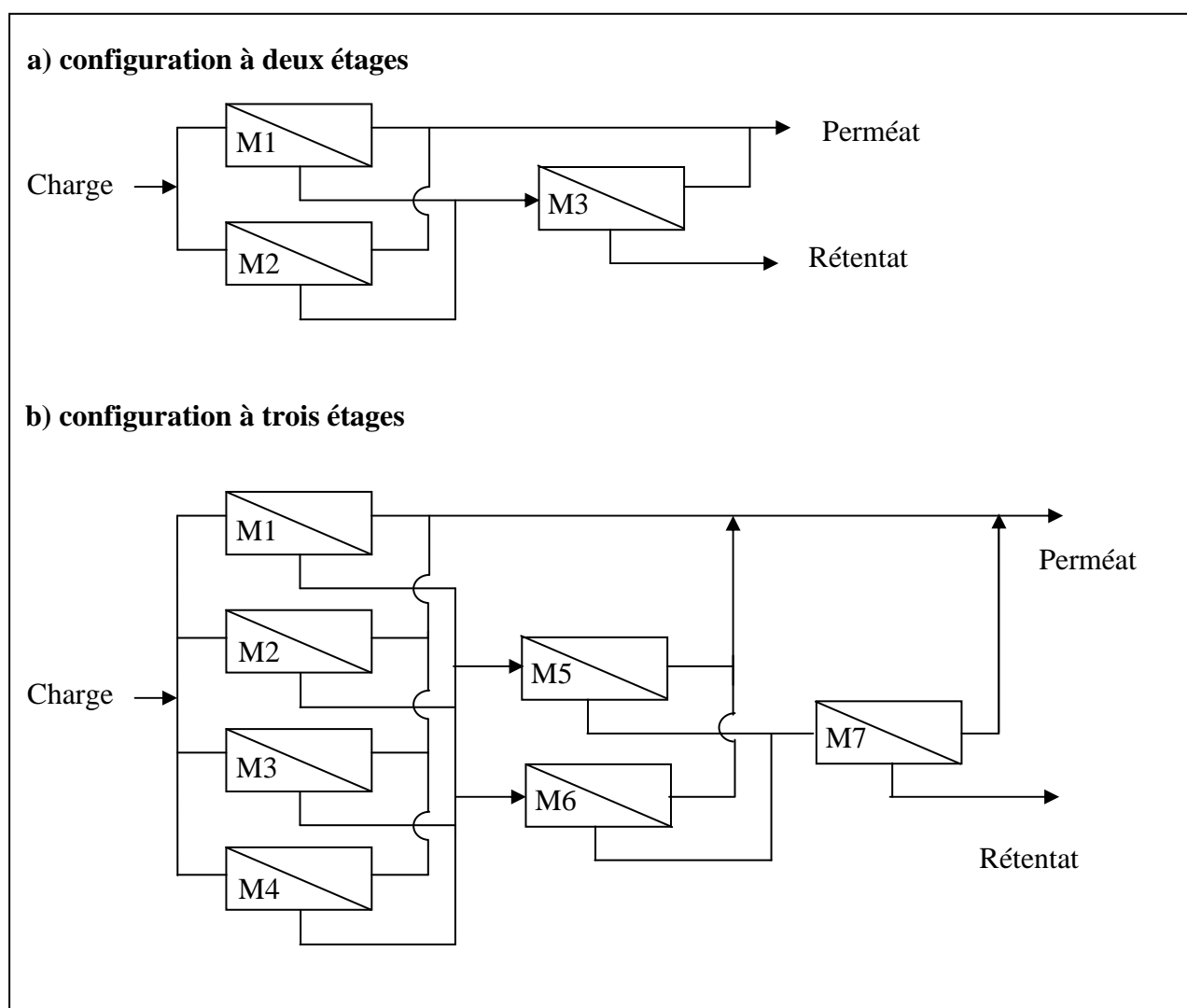
Le tableau ci-dessous montre les avantages et les inconvénients de chaque module

Module Spiralé		Fibres Creuses	
Avantages	Inconvénients	Avantages	Inconvénients
Compacité élevée (de l'ordre de 300 à 1 000 $m^2/m^3$ ) ;	Sensibilité au colmatage à cause de la présence d'espaceurs ;	Compacité élevée (la plus grande de tous les modules) de l'ordre de 1 000 à 15000 $m^2/m^3$ ;	Nécessité d'un prétraitement (blocage du canal interne par des particules) ;
Faible volume mort ;	Nécessité d'un prétraitement important ;	Faible volume mort ;	Sensibilité au colmatage.
Coût d'investissement relativement faible.	Difficile à nettoyer.	Coût d'investissement relativement faible ;	
		Faible coût énergétique ; Possibilité de rétrolavage (nettoyage à contre-courant).	

**Tableau 3.2 :** Avantages et inconvénients des modules membranaires.

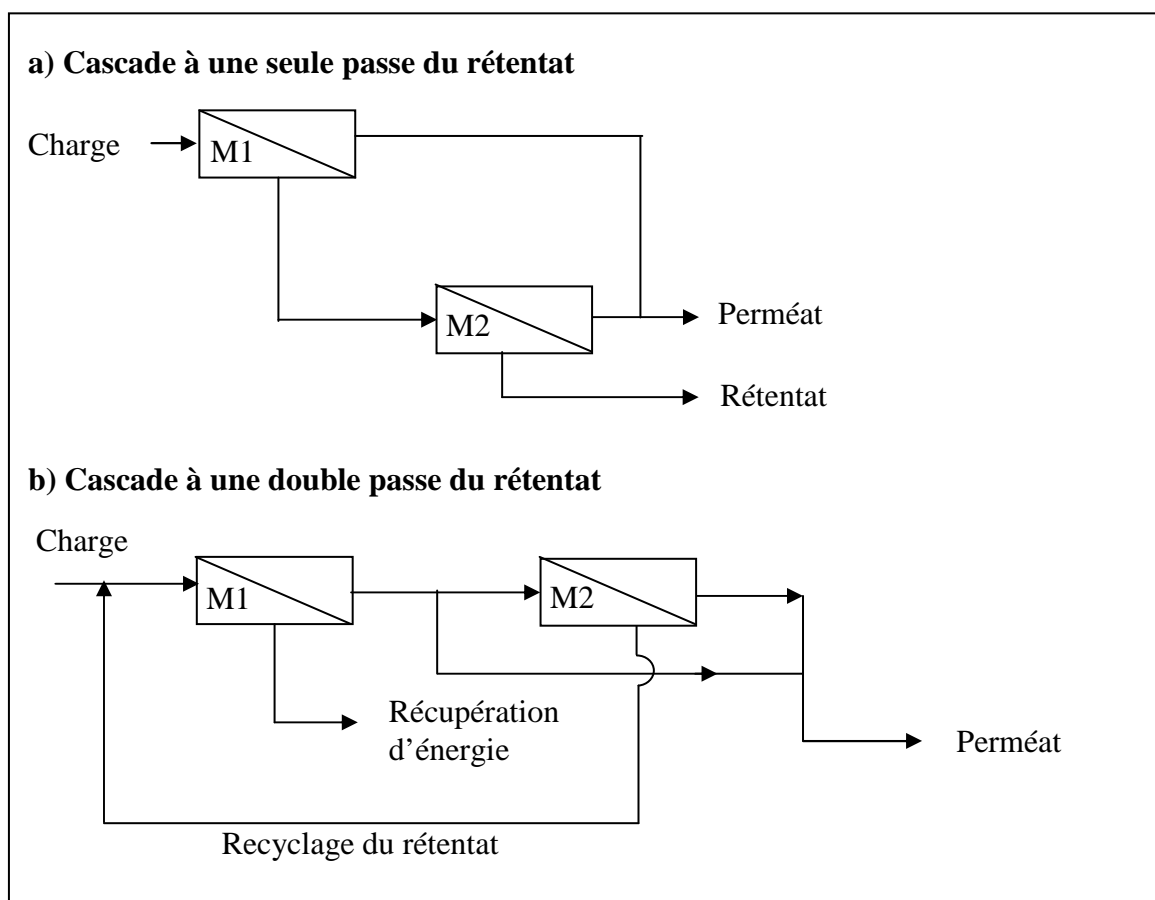
### III-3-3-3 Assemblage des modules dans une unité d'osmose inverse

Selon les applications et le type de membranes utilisées, l'arrangement des modules dans une unité d'osmose inverse se fait en plusieurs étages soit du côté du perméat soit du côté du rétentat. Dans les deux cas, la quantité d'eau à traiter est en diminution, les membranes sont alors arrangées de sorte à maintenir un débit suffisant pour chaque module pour limiter la polarisation de concentration [37].



**Figure 3.5 :** Cascades à deux et à trois étages utilisées pour le dessalement des eaux saumâtres.

La figure 3.5 montre deux arrangements typiques utilisés dans une unité de dessalement des eaux saumâtres [41]. Dans cette configuration, les différentes membranes utilisées ont un taux de rejet suffisant pour réduire la teneur en sels. Le rétentat de la première étape est envoyé à une deuxième étape et probablement à une troisième étape où il est encore concentré. Un tel arrangement est appelé "procédé étagé du côté de la saumure". Les taux de récupérations peuvent atteindre des taux de 95 % selon l'importance du prétraitement de l'alimentation.



**Figure 3.6** : Les deux principales cascades utilisées dans le dessalement d'eau de mer.

La figure 3.6 montre les deux principales configurations utilisées dans les installations de dessalement d'eau de mer [63-64]. Deux possibilités existent. Le dessalement à un seul passage en utilisant des membranes à taux de rejet élevé [63]. L'ajout d'un étage du côté du rétentat est nécessaire pour maximiser le taux de récupération, qui est de l'ordre de 50%. Le dessalement à deux passes peut être pratiqué comme une deuxième alternative [64]. La première membrane produit une eau saumâtre dont une partie est ensuite dessalée puis mélangée pour donner le produit désiré. Le rejet de la deuxième étape passe de nouveau à l'alimentation de la première étape. L'avantage du dessalement à deux passes est la récupération de l'énergie (pression) du concentrât.

### III-3-4 Post-traitement

L'eau produite d'un procédé de dessalement nécessite un post-traitement pour qu'elle soit potable. Le post-traitement est généralement exigé par la loi et comporte des étapes qui tendent vers la conformité réglementaire.

La teneur en minéraux, solides dissous totaux, de l'eau produite des procédés de dessalement est très basse. Pour les procédés membranaires, cette teneur est comprise entre 0,5 et 50 mg/l.

La faible concentration de sels dissous ou le manque de stabilité de l'alcalinité dans n'importe quelle eau peut la rendre agressive ou instable. Si une telle eau n'est pas traitée, elle essayera de se stabiliser en dissolvant les matériaux qu'elle rencontre (corrosion). Le post-traitement s'impose donc pour rendre cette eau bénigne.

L'ajout de calcium et de bicarbonate, avec un changement de pH, aura comme conséquence une eau moins corrosive pour la tuyauterie, les réservoirs de stockage, et d'autres composants dans le système de distribution, y compris le système de la tuyauterie de l'utilisateur.

### III-3-4-1 Stabilisation

Le but de cette étape est de s'assurer que l'eau finale soit stabilisée avant qu'elle entre dans le système de distribution. L'eau stabilisée est l'eau dont le carbonate de calcium ne précipite pas ou ne dissout pas dedans. La réintroduction de certains minéraux réduit la corrosivité de l'eau produite. Les produits chimiques suivants sont généralement employés pour la stabilisation:

- Soude caustique, NaOH
- Bicarbonate de sodium, NaHCO<sub>3</sub> et carbonate de sodium (Na<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>)
- Chaux vive (CaO) et chaux éteinte (Ca(OH)<sub>2</sub>)

Les carbonates de calcium « morceaux » tenus dans des récipients à pression se sont également avérées des moyens efficaces pour augmenter l'alcalinité et la dureté de l'eau. L'eau produite est simplement pompée à travers les récipients à pression. Pendant qu'elle (eau produite) dissout le carbonate de calcium, la dureté et l'alcalinité de l'eau augmente jusqu'à ce que la saturation soit atteinte et la réaction prend fin.

### III-3-4-2 Addition de produits chimiques

La quantité de produits chimiques à ajouter peut être déterminée par les réactions chimiques pour l'augmentation de l'alcalinité, la réduction d'anhydride carbonique, et l'augmentation de la dureté totale. Cette information est récapitulée dans le tableau ci-dessous :

Produits chimiques ajoutés (mg/l)	Augmentation de l'alcalinité (en CaCO <sub>3</sub> ) (mg/l)	Diminution du CO <sub>2</sub> libre (mg/l)	Augmentation de la dureté totale (en CaCO <sub>3</sub> ) (mg/l)
Soude caustique (98,06 %)	1,23	1,08	Pas d'effet
Bicarbonate de sodium (100%)	0,60	Pas d'effet	Pas d'effet
Carbonate de sodium (99,16%)	0,94	0,41	Pas d'effet
Chaux vive (90 %)	1,61	0,41	1,61
Chaux éteinte (93%)	1,26	1,11	1,26

**Tableau 3.3** : Effets des produits chimiques utilisés.

L'examen de ce tableau indique que tous les produits chimiques n'augmentent pas l'alcalinité et la dureté. Par exemple, la soude caustique augmente l'alcalinité mais pas la dureté. Ainsi, le produit chimique à employer dépendra de la qualité de l'eau à traiter. En d'autres termes, si la dureté de l'eau convient, la soude caustique, bicarbonate de sodium, ou carbonates de sodium peuvent être employés. Cependant, si la dureté doit être augmentée, un produit chimique contenant le calcium, tel que la chaux, doit être employé. Dans certains cas, la chaux devrait être employée en combinaison avec la soude caustique ou un produit chimique différent.

### III-3-4-3 Corrosivité

Les indices de corrosion sont des mesures utilisées pour évaluer la corrosivité de l'eau. Plusieurs facteurs contribuent à la corrosion : la température, la teneur en oxygène, le pH, l'alcalinité, le calcium, les SDT, la matière organique, et les ions spécifiques tels que les chlorures, les sulfates, et la silice. De plus, ces facteurs affectent différents matériaux par une variété de mécanismes.

A cause de la complexité des phénomènes de corrosion, un seul indice pour prévoir exactement la corrosion ne peut pas être développé. Les indices suivants fournissent quelques indications de la corrosivité de l'eau:

➤ **Indice de stabilité de Langelier (ISL) :**

Cet indice est défini de la façon suivante :  $I_L = \text{pH} - \text{pH}_S$

Une eau agressive est caractérisée par un indice de Langelier négatif, ce qui signifie que le pH de l'eau mesuré est inférieur au  $\text{pH}_S$  de saturation : l'eau, sous saturée en  $\text{CaCO}_3$ , dissout le calcaire sous l'action du  $\text{CO}_2$  agressif. Si  $I_L$  est positif, il y a formation d'une couche de carbonate de calcium qui protège les tuyauteries.

➤ **Indice de stabilité de Ryznar :**

Cet indice est défini de la façon suivante :  $I_R = 2\text{pH}_S - \text{pH}$ .

Il permet de définir la tendance agressive ou entartrante d'une eau aérée. Le tableau ci-dessous donne la relation entre l'indice de stabilité et la tendance incrustante ou corrosive de l'eau.

$I_R$	TENDANCE
4 à 5	Entartrage important
5 à 6	Entartrage faible
6 à 7	Équilibre
7 à 7,5	Légère corrosivité
7,5 à 8,5	Corrosivité notable
> 8,5	Corrosivité importante

**Tableau 3.4 :** Classification des eaux selon l'indice de Ryznar.

➤ **Indice d'agressivité :**

Cet indice est défini comme suit :  $AI = pH + \text{Log} (A \cdot CD)$

Avec :

A = alcalinité, mg/l, en  $\text{CaCO}_3$

CD = Dureté du calcium, mg/l, en  $\text{CaCO}_3$

Les valeurs de AI plus grandes que 12 indiquent que l'eau est entartrante, les valeurs moins de 10 indiquent que l'eau est agressive, et les valeurs entre 10 et 12 indiquent que l'eau est modérément agressive.

Il existe une méthode très efficace pour la détermination de la corrosivité et qui consiste à utiliser de fins morceaux de mêmes matériaux que ceux de la tuyauterie et du système de distribution. Ils sont insérés dans différents points dans le système, d'une manière à y rester une longue période. Ils sont périodiquement examinés et pesés pour déterminer la perte de matériaux. Cette perte de poids permet de déterminer la corrosion.

Cependant, puisque l'approvisionnement en eau doit être opérationnel avant que le taux de corrosion puisse être exactement déterminé, la corrosion peut être atténuée en ajoutant les produits chimiques qui forment une couche protectrice (film) sur les surfaces des pipes et des réservoirs. Ces produits chimiques, appelés les inhibiteurs, réduisent la corrosion mais ne l'empêchent pas totalement.

### III-4 Détermination des besoins énergétiques

Les besoins en énergie électrique pour le dessalement de l'eau de mer par osmose inverse sont tels qu'ils constituent la part la plus importante des coûts d'exploitation. C'est donc dans cette direction que les recherches et les développements ont toujours été orientés, et continuent à l'être, pour obtenir les gains ayant les répercussions les plus importantes sur le coût de la production d'eau douce à partir de l'eau de mer [65].

La détermination des besoins énergétiques se fait à partir des paramètres suivants :

➤ **Débit d'alimentation ( $Q_f$ ) :**

Le débit d'alimentation est fonction de la capacité de production désirée d'eau (Perméat  $Q_p$ ) et du taux de récupération.

➤ **Pression de service**

La pression de service dépend essentiellement de la salinité de l'eau de mer. D'autres paramètres tels que l'origine et l'âge des membranes doivent être pris en considération.

Les valeurs de la pression d'alimentation se situent dans la gamme 60 à 80 bar. Elles sont en moyenne égales à environ 2,5 fois la pression osmotique (28 bars pour une salinité de 36 g/l). A la pression nette d'alimentation, il convient d'ajouter les pertes de charge dans les tuyauteries de liaison et les collecteurs, entre pompes et modules, la contre-pression existante en sortie du perméat, et les pertes de charge induites par le

colmatage non permanent des membranes, colmatage intervenant entre deux nettoyages chimiques.

➤ **Puissance**

Connaissant le débit et la pression d'alimentation, la puissance de la pompe est donnée par la formule suivante :

$$P_a = \frac{Q_f P}{36 \eta_p} \cdot 100$$

$Q_f$  = débit d'alimentation (m<sup>3</sup>/h).

$P$  = pression fournie par la pompe (bar).

$\eta_p$  = rendement de la pompe (%).

### III-5 Systèmes de récupération d'énergie

Près de la moitié du coût d'exploitation des usines de dessalement d'eau de mer, faisant appel à la technologie de l'osmose inverse, est affectée à la consommation électrique dont 70% est absorbée par le seul dispositif de mise en pression des membranes. La maîtrise de ce poste de dépense doit passer par l'évaluation et l'étude de tous les cas possibles car la demande en énergie électrique dépend de nombreux facteurs : caractéristiques physico-chimiques de l'eau de mer, valeurs choisies pour les paramètres de dimensionnement des osmoseurs, rendement des équipements électromécaniques, ... et, en particulier, du choix du système de récupération de l'énergie hydraulique du concentrât.

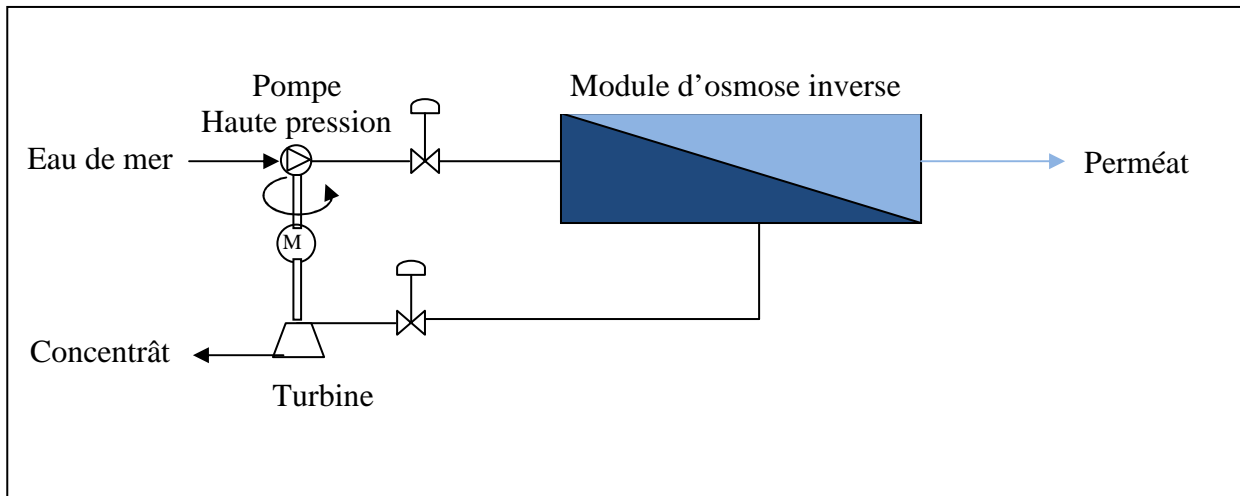
Les premiers systèmes de récupération ont utilisé des pompes centrifuges multi-étagées fonctionnant en turbine. Puis il a été fait appel à des turbines hydrauliques spécifiques, dont la technologie est issue des turbines utilisées pour l'entraînement des alternateurs des usines hydro-électriques. Étant donné la pression élevée de l'alimentation, le type de turbine le plus adapté est celui utilisant le principe de la roue Pelton [66].

Le système de récupération indirecte de l'énergie du concentrât est constitué d'un moteur à deux sorties d'arbre ; l'une étant dédiée à l'entraînement de la pompe haute-pression alimentant les modules d'osmose inverse, l'autre étant accouplée à la turbine de récupération (Figure 3.7). La puissance nécessaire à l'entraînement de la pompe haute-pression est donc fournie par le moteur électrique et la turbine de récupération.

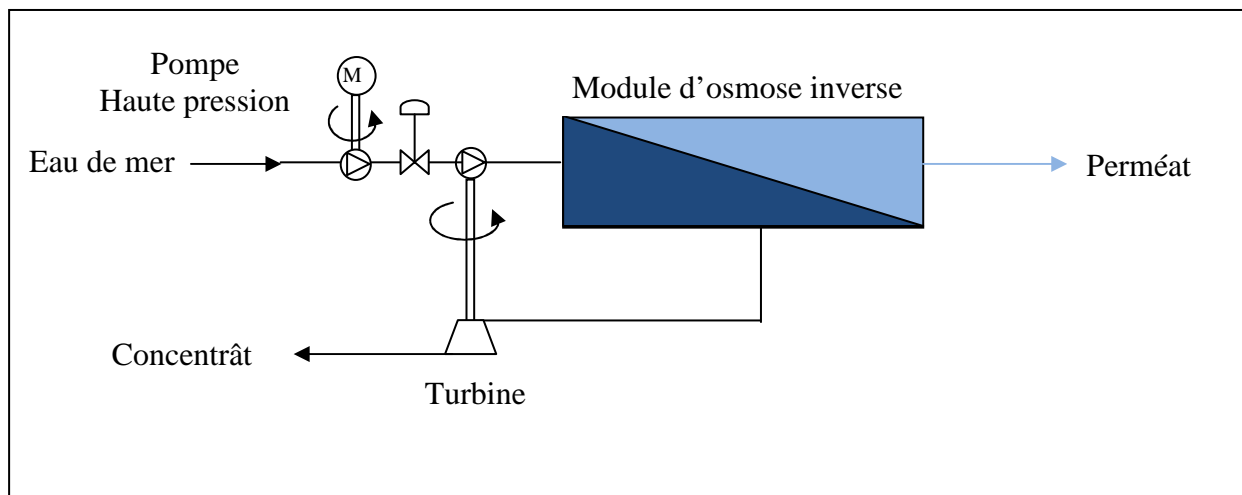
Les turbines de récupération Pelton sont utilisées depuis plus de vingt ans. Elles sont adaptées aux unités de dessalement de toute taille, présentant des débits de concentrât de 10 à 900 m<sup>3</sup>/h. Leur rendement n'a cessé d'être amélioré, pour atteindre actuellement près de 90 %.

Pour les unités de dessalement, de petites et moyennes capacités, il peut être utilisé une turbine de récupération entraînant une pompe centrifuge placée en série avec la pompe haute-pression proprement dite. Dans ce cas la pression d'alimentation fournie aux modules

d'osmose inverse est obtenue par la somme des pressions délivrées par les deux pompes (Figure 3.8).



**Figure 3.7 :** Système de récupération indirecte de l'énergie du concentrât par turbine Pelton.

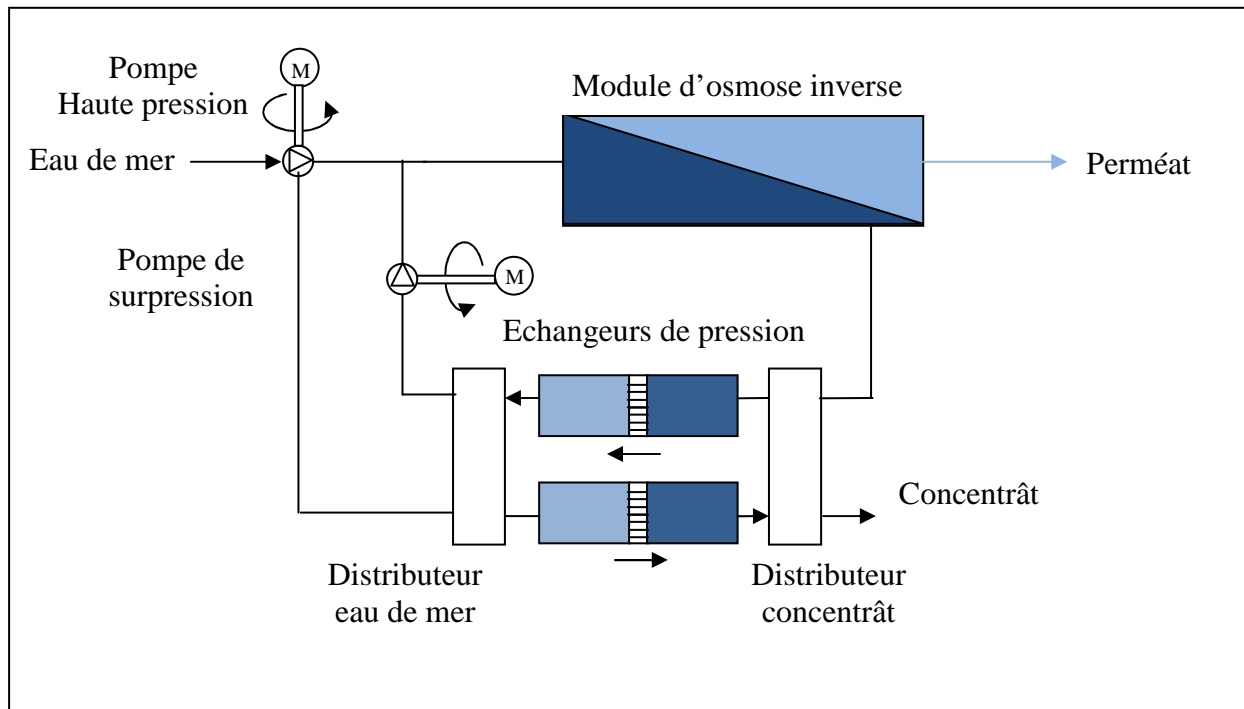


**Figure 3.8 :** Système de récupération indirecte de l'énergie du concentrât par turbopompe.

Les turbopompes peuvent être alimentées par un débit de concentrât pouvant aller jusqu'à 200 m<sup>3</sup>/h, leur rendement étant de l'ordre de 60 %. Il a été développé d'autres systèmes de récupération de l'énergie du concentrât, faisant appel à une récupération directe, à savoir que l'énergie hydraulique est directement transférée dans le circuit d'alimentation haute-pression des modules d'osmose inverse. Ce transfert s'effectue à l'aide d'échangeurs de pression à piston, fonctionnant alternativement pour l'alimentation des modules, puis pour l'évacuation du concentrât. Le système comprend une pompe haute pression, un ensemble d'échangeurs de pression associés à des distributeurs d'eau de mer et de concentrât, une pompe de surpression qui compense les pertes de charge dans le circuit concentrât et dans les échangeurs, afin

d'amener l'eau à la même pression que celle refoulée par la pompe haute pression (Figure 3.9).

Il est à remarquer que ce système permet de réduire la taille de la pompe haute-pression, son débit étant égal à celui du perméat, tandis que le débit de la pompe de surpression est égal à celui du concentrât. Le rendement des échangeurs est de l'ordre de 96 %. Un ensemble échangeurs de pression-distributeur permet de transiter un débit de concentrât de 100 à 250 m<sup>3</sup>/h.



**Figure 3.9 :** Système de récupération directe de l'énergie du concentrât par échangeurs de pression.

# **Chapitre IV**

## **Modélisation et Simulation d'un Procédé d'Osmose Inverse**

## Chapitre IV

### Modélisation et simulation d'un procédé de dessalement par osmose inverse

#### IV-1 Introduction

D'une manière générale, le modèle mathématique d'un système quelconque est un outil qui permet d'avoir la réponse du même système sans avoir recours à l'expérience qui peut être coûteuse, lente et parfois dangereuse.

Un modèle mathématique est un ensemble d'équations (algébriques, différentielles, aux dérivées partielles, ...etc.) permettant de décrire les performances d'un procédé quelconque. Le choix d'un modèle repose sur plusieurs paramètres tels que la fiabilité et le domaine de validité [67].

La résolution analytique ou numérique du modèle mathématique obtenu est appelée simulation. Le développement de l'informatique a permis de résoudre des problèmes mathématiques très complexes dans des délais de plus en plus réduits. Les résultats obtenus par la simulation dépendent fortement de l'exactitude du modèle mathématique et de la complexité de la résolution.

Dans la suite de cette partie, nous allons développer deux modèles mathématiques, tous basés sur la solution diffusion. Le premier est un modèle simple, il permet de calculer le débit du perméat sans tenir compte du type d'écoulement. Il est exprimé par un ensemble d'équations non linéaires. Par contre, le deuxième modèle mathématique est beaucoup plus développé. Il permet de suivre l'évolution du soluté et du solvant à n'importe quelle position du module. Il permet aussi de déterminer les performances du module d'osmose en fonction du type d'écoulement. Deux types d'écoulement seront étudiés : l'écoulement à co-courant et à contre-courant. Une étude comparative entre les résultats obtenus avec les deux modèles est réalisée par la suite.

#### IV-2 Equations de transport

Le modèle de transfert de masse utilisé est le modèle de solution-diffusion. Le flux du solvant  $J_w$ , qui est généralement l'eau, peut être exprimé par la première loi de Fick's. Il dépend de la pression transmembranaire et de la pression osmotique des deux côtés de la membrane (côté alimentation et côté perméat [68-69]) :

$$J_w = A_w (\Delta P - \Delta \pi) \quad \text{IV.1}$$

$A_w$  est la constante de perméabilité de l'eau.

$\Delta \pi$  représente la différence de la pression osmotique des deux côtés de la membrane. Elle est exprimée comme suit

$$\Delta \pi = \pi_F - \pi_P \quad \text{IV.2}$$

L'indice  $F$  est utilisé pour l'alimentation (Feed) et l'indice  $P$  pour le perméat.

Pour des solutions de concentration moyennes, la pression osmotique peut être exprimée par une relation linéaire de la concentration du soluté [70-71] :

$$\pi = \kappa C \quad \text{IV.3}$$

Où  $\kappa$  est un coefficient de proportionnalité [70]-[72].

La substitution de l'équation IV.3 dans l'équation IV.1 donne

$$J_w = A_w(\Delta P - \kappa \Delta C) \quad \text{IV.4}$$

$\Delta C$  est la différence de concentration du soluté à travers la membrane. Elle est exprimée comme suit :

$$\Delta C = C_F - C_P \quad \text{IV.5}$$

$C_F$  et  $C_P$  sont les concentrations du soluté dans l'alimentation et le perméat respectivement :

Le débit volumique est exprimé de la manière suivante :

$$Q_w = \frac{J_w Sa}{\rho_w} \quad \text{IV.6}$$

$Sa$  est la surface d'échange de la membrane et  $\rho_w$  est la masse volumique de l'eau.

Pour le flux massique du soluté, la différence du potentiel chimique due à la pression est négligeable. Ainsi, la force motrice est exprimée entièrement par la différence de concentration.

En utilisant la loi de Fick, le flux massique du soluté est :

$$J_s = B_s(\Delta C) \quad \text{IV.7}$$

Où  $B_s$  est le coefficient de perméabilité du soluté. Il est fonction de la composition du soluté et de la structure de la membrane.

Le débit massique du soluté est exprimé comme suit :

$$\dot{Q}_s = J_s Sa = B_s Sa(C_F - C_P) \quad \text{IV.8}$$

Le taux de rejet de la membrane a été défini dans le chapitre II par la fraction du soluté présente dans la solution qui est stoppée par la membrane.

$$S_R = \frac{C_F - C_P}{C_F} = 1 - \frac{C_P}{C_F} \quad \text{IV.9}$$

En utilisant les relations développées ci-dessus, le taux de rejet du soluté est exprimé comme

suit:

$$\frac{1}{S_R} = 1 + \frac{B_s \rho_w}{A_w} \left( \frac{1}{\Delta P - \Delta \pi} \right) \quad \text{IV.10}$$

L'équation IV.10 montre que lorsque la pression est importante, le taux de rejet tend vers l'unité (1).

### IV-3 modèles mathématiques du procédé d'osmose inverse

Plusieurs modèles mathématiques ont été développés pour décrire le comportement du procédé d'osmose inverse [73-78]. Ces modèles prévoient aussi les performances des unités d'osmose inverse pour un meilleur fonctionnement. Cependant, la majorité de ces derniers étudie seulement l'écoulement à co-courant et ne tient pas compte l'écoulement de contre-courant.

Les modules membranaires les plus utilisés sont les modules spiralés et les modules à fibres creuses. Les modules à fibres creuses sont constitués d'une calandre (shell) et d'un tube formé d'un très grand nombre de fibres. L'alimentation peut être introduite soit du côté de la calandre, soit du côté du tube. Le perméat peut circuler à co-courant ou à contre-courant. Les deux modes d'écoulement sont représentés dans la figure 4.1.

#### IV-3.1 Premier modèle mathématique

Ce modèle mathématique est simple. Sa résolution est simple et ne présente pas de difficulté particulière. Il est basé sur la solution diffusion et permet de calculer le débit du perméat (débit du solvant et du soluté) connaissant certains paramètres : propriétés du soluté et du solvant, salinité, surface d'échange et la pression exercée sur la membrane.

Reprenons l'équation IV.4 et remplaçons  $\Delta C$  par son expression (équation IV.5) :

$$J_w = A_W (\Delta P - \kappa (C_F - C_P)) \quad \text{IV.11}$$

$J_w$  est le flux massique du perméat (solvant). L'expression du débit volumique peut être obtenue en multipliant le flux massique par la surface d'échange et en le divisant par la masse volumique.

$$Q_w = \frac{A_W}{\rho_w} S_a (\Delta P - \kappa (C_F - C_P)) \quad \text{IV-12}$$

$C_F$  est connue, c'est la concentration du soluté dans la charge.

$C_P$  est la concentration massique volumique du produit obtenu (eau dessalée). Elle peut être exprimée par le rapport du débit du solvant sur le débit du solvant (équation IV.8).

$$Q_w = \frac{A_W}{\rho_w} S_a \left( \Delta P - \kappa \left( C_F - \frac{\dot{Q}_s}{Q_w} \right) \right) \quad \text{IV-13}$$

De la même manière, on réécrit l'équation du débit massique du soluté :

$$\dot{Q}_s = B_S S_a \kappa \left( C_F - \frac{\dot{Q}_s}{Q_w} \right) \quad \text{IV-14}$$

On obtient alors le débit volumique total du perméat (eau + soluté) :

$$Q_p = \frac{Q_w \rho_w + \dot{Q}_s}{\rho_w} \quad \text{IV-15}$$

L'équation du bilan de matière global permet d'écrire :

$$Q_B = Q_F - Q_P \quad \text{IV-16}$$

$Q_B$  : débit volumique du rétentat.

$Q_F$  : débit volumique de l'alimentation.

Un autre paramètre qui doit être pris en considération en plus de ces deux équations, est la chute de pression dans le côté alimentation  $P_B$  et le côté perméat  $P_P$ . Pour les modules spiralés, l'écoulement dans le côté alimentation et le côté tube est considéré comme un écoulement entre deux plaques de longueur  $L$  et de largeur  $W$ , espacées de  $t$ . L'équation de la chute de pression du côté de l'alimentation est donnée comme suit [68] :

$$\Delta P_B = \frac{12 Q_B L \mu}{W t^3} \quad \text{IV-17}$$

Où  $\mu$  est la viscosité de l'eau.

L'écoulement dans un module fibres creuses est similaire à un écoulement annulaire (deux tubes concentriques de diamètres  $D_i$  et  $D_o$ ). L'équation de la perte de charge est donnée comme suit [80]:

$$\Delta P_B = \frac{128 Q_B L \mu}{\pi (D_o^2 - D_i^2) \left( D_o^2 + D_i^2 - \frac{D_o^2 - D_i^2}{\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)} \right)} \quad \text{IV-18}$$

L'équation de la perte de charge du côté perméat est exprimée comme suit :

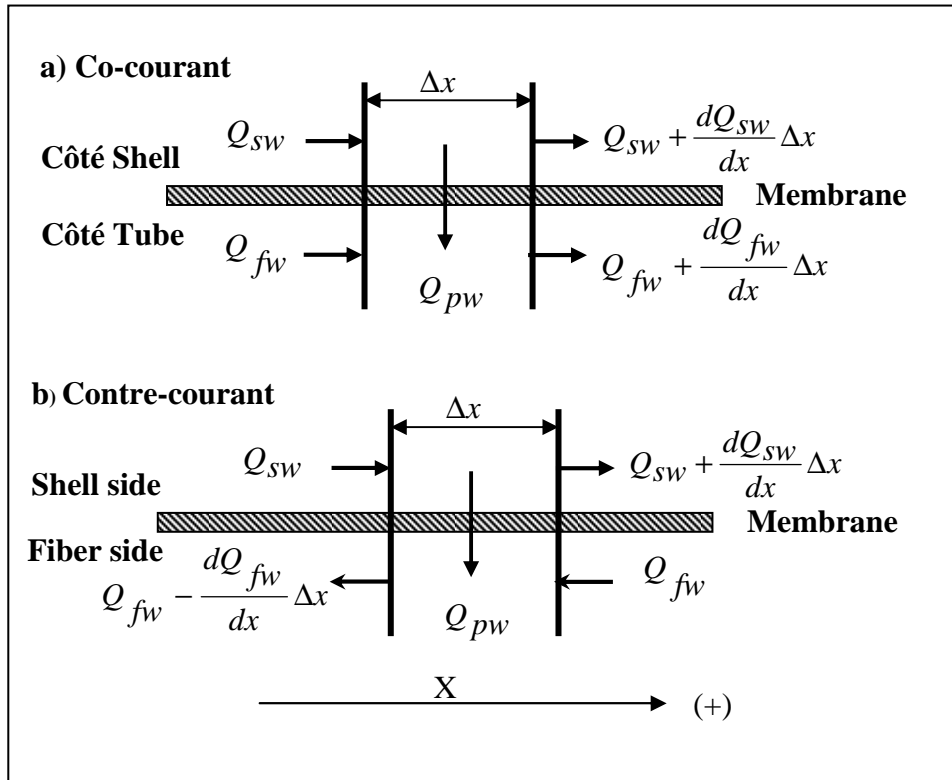
$$\Delta P_P = \frac{8 Q_P L \mu}{\pi r_i^4} \quad \text{IV-19}$$

Cette équation est valable pour les deux types de modules.

Dans le cas du module spiralé, le rayon  $r_i$  est celui du collecteur. Pour les modules à fibres creuses, le rayon  $r_i$  est celui des fibres.

### IV-3.2 Deuxième modèle mathématique

Le deuxième modèle mathématique tient compte du sens de l'écoulement de l'alimentation et du perméat. Les deux modes d'écoulement les plus utilisés en osmose inverse sont le co-courant et le contre-courant.



**Figure 4.1:** Modes d'écoulement dans les membranes à fibres creuse.

#### IV-3.2.1 Ecoulement à Co-courant

Dans ce type d'écoulement, le perméat et la charge circulent dans le même sens.

Selon le modèle de solution-diffusion, le débit volumique du perméat pour une section élémentaire de longueur  $\Delta x$  est  $Q_{pw}$ :

$$Q_{pw} = \frac{A_w}{\rho_w} (\pi D_m \Delta x) (\Delta P - \kappa (C_F - C_P)) \quad \text{IV.20}$$

$D_m$  est le diamètre moyen du tube.

Le bilan de matière pour l'eau dans la calandre est déterminé comme suit:

$$Q_{sw} = \left( Q_{sw} + \frac{dQ_{sw}}{dx} \Delta x \right) + Q_{pw} \quad \text{IV.21}$$

$Q_{sw}$  est le débit volumique de l'eau du côté de la calandre. Le premier indice indique la calandre ou le tube, et le deuxième indice indique le solvant ou le soluté.

La simplification de l'équation IV.21 donne :

$$\frac{dQ_{sw}}{dx} = -\frac{Q_{pw}}{\Delta x} \quad \text{IV.22}$$

En substituant  $Q_{pw}$  par son expression dans l'équation 4.22, on obtient:

$$\frac{dQ_{sw}}{dx} = -\frac{A_w}{\rho_w} (\pi D_m) (\Delta P - \kappa (C_F - C_P)) \quad \text{IV.23}$$

$C_F$  est définie par la relation suivante :

$$C_F = \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} \quad \text{IV.24}$$

$\dot{Q}_{ss}$  est le flux massique du soluté dans la calandre (shell).

Une équation similaire est obtenue pour la concentration du soluté  $C_P$  du côté du perméat.

$$C_P = \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \quad \text{IV.25}$$

$\dot{Q}_{fs}$  et  $Q_{fw}$  sont respectivement, le débit massique du soluté et le débit volumique du solvant du côté tube (fiber side).

En substituant  $C_F$  and  $C_P$  par leurs expressions dans l'équation 4.23, on trouve:

$$\frac{dQ_{sw}}{dx} = -\frac{A_w}{\rho_w} (\pi D_m) \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \right) \quad \text{IV.26}$$

L'équation du bilan de matière de l'eau du côté tube est obtenue de la même manière:

$$\frac{dQ_{fw}}{dx} = \frac{A_w}{\rho_w} (\pi D_m) \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \right) \quad \text{IV.27}$$

Le bilan de matière pour le soluté dans la calandre est obtenu de la même manière (figure 4.1) :

$$\dot{Q}_{ss} = \left( \dot{Q}_{ss} + \frac{d\dot{Q}_{ss}}{dx} \Delta x \right) + \dot{Q}_{ps} \quad \text{IV.28}$$

$\dot{Q}_{ss}$  est le débit massique du soluté du côté de la calandre, et  $\dot{Q}_{ps}$  est le débit massique du sel à travers la membrane.

En simplifiant cette équation et en substituant  $\dot{Q}_{ps}$  par son expression (équation IV.8), on obtient :

$$\frac{d\dot{Q}_{ss}}{dx} = -B_s (\pi D_m) \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \quad \text{IV.29}$$

Une équation similaire est obtenue du côté tube.

$$\frac{d\dot{Q}_{fs}}{dx} = B_s (\pi D_m) \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \quad \text{IV.30}$$

Finalement, le modèle mathématique obtenu est composé d'un système de quatre équations différentielles ordinaires (IV.31). Pour déterminer le débit du perméat à la fin du module, les équations IV.26, IV.27, IV.29 et IV.30 doivent être intégrées simultanément, connaissant les conditions initiales.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dQ_{sw}}{dx} = -\frac{\pi D_m A_w}{\rho_w} \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \right) \\ \frac{dQ_{fw}}{dx} = \frac{\pi D_m A_w}{\rho_w} \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \right) \\ \frac{d\dot{Q}_{ss}}{dx} = -\pi D_m B_s \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \\ \frac{d\dot{Q}_{fs}}{dx} = \pi D_m B_s \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \end{array} \right. \quad \text{IV.31}$$

A ces équations, s'ajoutent les deux équations de perte de charge du côté de l'alimentation et du perméat.

### IV-3.2.2 Ecoulement à contre-courant

Dans ce type d'écoulement, le perméat et l'alimentation circulent dans des sens opposés.

En développant les mêmes équations de bilans de matière, on obtient un système d'équations différentielles ordinaires (IV.32).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dQ_{sw}}{dx} = -\frac{\pi D_m A_w}{\rho_w} \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \right) \\ \frac{dQ_{fw}}{dx} = -\frac{\pi D_m A_w}{\rho_w} \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \right) \\ \frac{d\dot{Q}_{ss}}{dx} = -\pi D_m B_s \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \\ \frac{d\dot{Q}_{fs}}{dx} = -\pi D_m B_s \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \end{array} \right. \quad \text{IV.32}$$

Ces équations constituent le modèle mathématique pour un écoulement à contre-courant.

Les deux modèles présentés ci-dessus décrivent un transfert de matière idéal et ne prennent pas en considération le phénomène de polarisation de concentrations. Ce phénomène est décrit en détail dans la partie qui suit.

### IV-3.3 Modèle en présence du phénomène de polarisation de concentration

Le phénomène de polarisation de concentration est détaillé dans le chapitre 2. L'équation II.41 relie la concentration du soluté dans la solution saline du côté de l'alimentation ( $C_F$ ), la concentration à la surface de la membrane ( $C_M$ ) et la concentration dans le perméat ( $C_P$ ) avec le flux du perméat ( $J_w$ ) et le coefficient de transfert ( $K$ ) :

$$\frac{(C_M - C_P)}{(C_F - C_P)} = \exp\left(\frac{J_w}{K}\right) \quad \text{IV.33}$$

On obtient alors :

$$(C_M - C_P) = (C_F - C_P) \exp\left(\frac{J_w}{K}\right) \quad \text{IV.34}$$

Le flux peut être exprimé en fonction du débit ( $Q_w$ ) et de la surface d'échange ( $S_a$ ) :

$$(C_M - C_P) = (C_F - C_P) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \quad \text{IV.35}$$

Les concentrations dans la solution (près de la membrane) et dans le perméat peuvent être exprimées par les débits massiques du soluté et les débits volumiques de l'eau. On obtient alors :

$$(C_M - C_P) = \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \quad \text{IV.36}$$

Reprenons l'équation IV.4 :

$$J_w = A_w (\Delta P - \kappa \Delta C)$$

La différence de concentration ( $\Delta C$ ) a été exprimée comme étant la différence de concentration du soluté dans le côté alimentation et le perméat ( $\Delta C = C_F - C_P$ ). En réalité ceci n'est valable qu'en absence du phénomène de polarisation de concentration où la concentration du soluté à la surface de la membrane est identique à celle de la solution. En tenant compte du phénomène précité, les deux dernières concentrations ne sont pas identiques, et ( $\Delta C$ ) est exprimée comme suit :

$$\Delta C = C_M - C_P \quad \text{IV.37}$$

En remplaçant la différence ( $C_M - C_P$ ) par son expression dans l'équation IV.4, on obtient :

$$J_w = A_w \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \right) \quad \text{IV.38}$$

En reprenant les bilans de matière pour le module à fibres creuses à co-courant, on obtient le système ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dQ_{sw}}{dx} = -\frac{\pi D_m A_w}{\rho_w} \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \right) \\ \frac{dQ_{fw}}{dx} = \frac{\pi D_m A_w}{\rho_w} \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \right) \\ \frac{d\dot{Q}_{ss}}{dx} = -\pi D_m B_s \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \\ \frac{d\dot{Q}_{fs}}{dx} = \pi D_m B_s \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \end{array} \right. \quad \text{IV.39}$$

De la même manière le développement des équations de bilan de matière pour l'écoulement à contre-courant donne le système d'équations différentielles ordinaires suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dQ_{sw}}{dx} = -\frac{\pi D_m A_w}{\rho_w} \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \right) \\ \frac{dQ_{fw}}{dx} = -\frac{\pi D_m A_w}{\rho_w} \left( \Delta P - \kappa \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \right) \\ \frac{d\dot{Q}_{ss}}{dx} = -\pi D_m B_s \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \\ \frac{d\dot{Q}_{fs}}{dx} = -\pi D_m B_s \left( \frac{\dot{Q}_{ss}}{Q_{sw}} - \frac{\dot{Q}_{fs}}{Q_{fw}} \right) \exp\left(\frac{Q_w}{K S_a}\right) \end{array} \right. \quad \text{IV.40}$$

#### IV-4 Modélisation d'une installation pilote d'osmose inverse en boucle fermée

La figure ci-dessous montre un procédé d'osmose inverse opérant en continu. Il est constitué d'un réservoir de stockage et d'un module d'osmose inverse. Le rétentat est recyclé au bac d'alimentation et le perméat est collecté à part. Ce dispositif a été utilisé initialement pour un système de concentration [81].

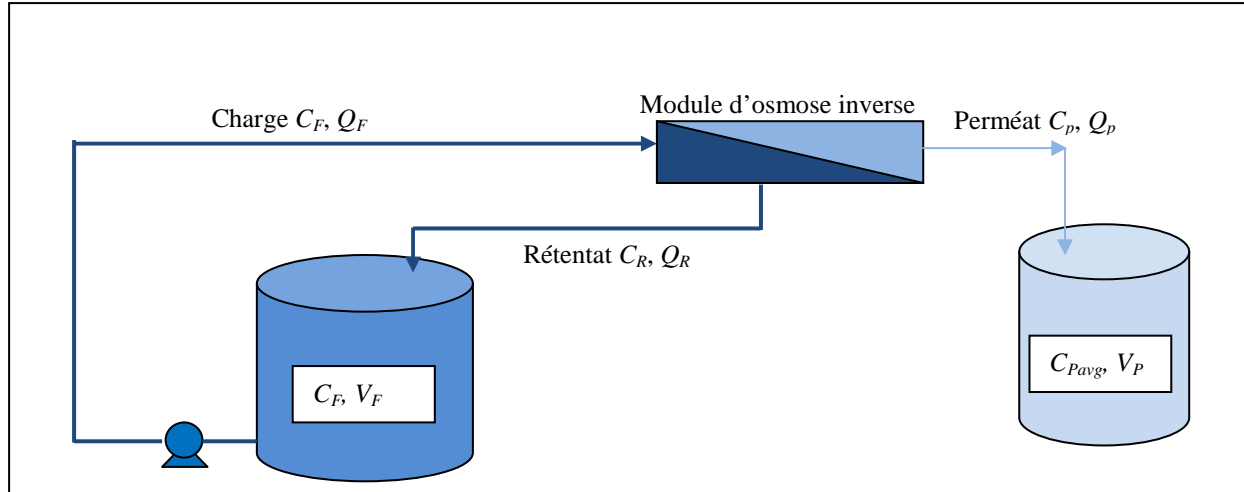


Figure 4.2 : Description d'une installation pilote d'osmose inverse.

L'application de l'équation du bilan de matière pour le réservoir de stockage du produit (eau dessalée) donne :

$$Q_P C_P = \frac{d(V_P C_{Pavg})}{dt} \quad \text{IV.41}$$

$C_{Pavg}$  est la concentration du produit obtenu (eau dessalée) et  $V_P$ , son volume après un certain

temps (temps de marche de ma station).

Le développement de cette équation donne :

$$Q_P C_P = V_p \frac{dC_{pavg}}{dt} + C_{pavg} \frac{dV_p}{dt} \quad \text{IV.42}$$

Les conditions initiales sont définies comme suit : à  $t=0$ ,  $V_p = 0$ ,  $C_{pavg} = C_P = 0$ . au démarrage le réservoir de stockage du produit est vide.

La variation du volume du produit dans le bac de stockage correspond au débit de production du module d'osmose inverse. On écrit alors :

$$\frac{dV_p}{dt} = Q_P \quad \text{IV.43}$$

En substituant l'équation IV.43 dans l'équation IV.42, on obtient :

$$\frac{dC_{pavg}}{dt} = \frac{Q_P (C_P - C_{pavg})}{V_p} \quad \text{IV.44}$$

L'application du bilan de matière pour le soluté autour du module d'osmose inverse donne :

$$Q_F C_F = Q_P C_P + Q_R C_R \quad \text{IV.45}$$

Un bilan de matière similaire autour du réservoir d'alimentation permet d'obtenir l'expression suivante :

$$Q_R C_R - Q_F C_F = \frac{d(V_{Ft} C_{Ft})}{dt} \quad \text{IV.46}$$

Le développement de cette équation donne :

$$-Q_P C_P = V_{Ft} \frac{dC_{Ft}}{dt} + C_{Ft} \frac{dV_{Ft}}{dt} \quad \text{IV.47}$$

$V_{Ft}$  est le volume du réservoir d'alimentation à un moment donné  $t$ , avec une concentration à l'intérieur du réservoir de  $C_{Ft}$ .

Le mélange à l'intérieur du réservoir de stockage est bien mélangé et supposé homogène. Ceci permet d'adopter l'hypothèse que la concentration du soluté dans le débit d'alimentation est égale à la concentration du soluté à l'intérieur du réservoir d'alimentation.

$$V_{Ft} = V_F \quad \text{IV.48}$$

et

$$C_{Ft} = C_F \quad \text{IV.49}$$

La variation du volume dans le réservoir d'alimentation en fonction du temps correspond au débit de production. On écrit alors :

$$-\frac{dV_F}{dt} = Q_P \quad \text{IV.50}$$

Les conditions initiales sont comme suit :  $t = 0$  ,  $V_F = V_F^0$

L'intégration de cette équation donne :

$$V_F = V_F^0 - Q_P t \quad \text{IV.51}$$

La substitution de ces expressions dans l'équation IV.46 donne :

$$\frac{dC_F}{dt} = \frac{Q_P (C_F - C_P)}{(V_F^0 - Q_P t)} \quad \text{IV.52}$$

Comme ce procédé fonctionne en boucle fermée, la loi de conservation de la masse implique que la masse du soluté dans le réservoir d'alimentation à un moment donné est égale à la somme des masses du soluté dans les différents débits et les différents réservoirs de stockage. On écrit alors :

$$V_P = \frac{V_F^0 (C_F - C_F^0)}{C_F - C_{Pavg}} \quad \text{IV.53}$$

En substituant  $V_P$  par son expression dans l'équation IV.44 on obtient :

$$\frac{dC_{Pavg}}{dt} = \frac{Q_P (C_P - C_{Pavg})}{V_F^0 (C_F - C_F^0)} (C_F - C_{Pavg}) \quad \text{IV.54}$$

Les équations IV.52 et IV.54 sont obtenues par un bilan de matière pour le réservoir d'alimentation et le réservoir du produit. La résolution de ces deux équations différentielles ordinaires nécessite la connaissance des valeurs de  $C_P$  et  $Q_P$ . Ces dernières sont obtenues par l'intégration du système d'équations différentielles développé ci-haut pour un écoulement à co-courant et à contre-courant.

La solution de l'équation IV.52 donne la concentration de la charge à n'importe quel moment. On peut ainsi déterminer le taux de rejet à n'importe quel temps  $t$ .

La solution de l'équation IV.54 donne la concentration moyenne du soluté dans le réservoir du produit et aussi le volume de l'eau à l'aide de l'équation IV.53.

## IV-5 Méthode de résolution

La méthode de résolution des modèles mathématiques obtenus à été réalisée par la méthode de collocation orthogonale sur les éléments finis [82]. Le choix de cette méthode pour résoudre le problème de valeurs aux limites auquel sont assujettis nos modèles mathématique est dû surtout à sa grande précision et aussi sa stabilité.

La méthode de collocation orthogonale a été décrite par Villadsen et Michelsen [83]. L'implantation de cette technique a permis la résolution de plusieurs problèmes de méthodes numériques. Cependant, son efficacité n'a pas été mise en évidence pour certains problèmes où la solution est très irrégulière. Pour éviter ce problème, il est nécessaire de prendre un très grand ordre d'approximation, ce qui est un inconvénient qui limite le champ d'application de cette technique. C'est la raison pour laquelle cette méthode a été combinée avec les éléments finis.

La méthode de collocation orthogonale sur les éléments finis a été utilisée par Tessendorf [84] pour la résolution d'un système d'équations différentielles couplées non linéaires. Il a employé la méthode de Gauss pour la résolution du système algébrique d'équations non linéaires.

Dans notre approche [82], une technique itérative de découplage a été développée, et qui consiste à découpler et linéariser le système d'équation différentielles. Le système couplé d'équation non linéaire et ainsi transformé en système découplé d'équations linéaires. Cette linéarisation permet une stabilité plus importante.

Notre technique consiste à donner un profil initial de la solution pour chaque équation et qui vérifie les conditions aux limites,  $y_1^{(1)}, y_2^{(1)}, y_3^{(1)}, y_4^{(1)}$ .

La procédure itérative est écrite comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy_1^{(k+1)}}{dx} = f_1(x, y_1^k, y_2^k, y_3^k, y_4^y) \\ \frac{dy_2^{(k+1)}}{dx} = f_2(x, y_1^{(k+1)}, y_2^k, y_3^k, y_4^y) \\ \frac{dy_3^{(k+1)}}{dx} = f_3(x, y_1^{(k+1)}, y_2^{(k+1)}, y_3^k, y_4^y) \\ \frac{dy_4^{(k+1)}}{dx} = f_4(x, y_1^{(k+1)}, y_2^{(k+1)}, y_3^{(k+1)}, y_4^y) \end{array} \right. \quad \text{IV.55}$$

Où  $y_i^{(k+1)}$  et  $y_i^{(k)}$  sont les approximations de la solution à l'itération courante et antérieure, respectivement.

À chaque itération, la méthode de collocation orthogonale sur les éléments finis est appliquée pour chaque équation différentielle linéaire. Ensuite, on calcule l'erreur de découplage en utilisant la formule suivante :

$$\text{Error} = \text{Max}(\|y_1^{(k+1)} - y_1^{(k)}\|_2, \|y_2^{(k+1)} - y_2^{(k)}\|_2, \|y_3^{(k+1)} - y_3^{(k)}\|_2, \|y_4^{(k+1)} - y_4^{(k)}\|_2) \quad \text{IV.56}$$

Où  $\|\cdot\|_2$  est la norme euclidienne.

Cette procédure permet d'avoir une solution du problème avec une grande précision (pouvant aller jusqu'à  $\varepsilon \sim 10^{-10}$ ).

Pour expliquer cette procédure, on considère l'équation différentielle dans le domaine  $\Omega$  :

$$y'(x) + a(x)y(x) = f(x) \quad \text{IV.57}$$

La figure 4.3 montre la discrétisation du domaine  $\Omega$ . Il est subdivisé en  $n$  éléments. Ensuite, la méthode de collocation orthogonale est appliquée pour chaque élément  $(\Omega^{(i)})_{i=1..n}$ .

Pour le choix des points de collocation internes, nous avons utilisé les racines du polynôme orthogonal de Jacobi de degré  $N$  défini dans le domaine  $[0, 1]$ .

$$J_N^{(\alpha, \beta)}(x) = \sum_{i=0}^N (-1)^{N-i} \gamma_{N,i} x^i \quad \text{IV.58}$$

Où

$$\gamma_{N,i} = \frac{N-i+1}{i} \frac{N+i+\alpha+\beta}{i+\beta} \gamma_{N,i-1} \quad \text{IV.59}$$

Avec  $\gamma_{N,0} = 1$ .

$\alpha$  et  $\beta$  sont les paramètres caractéristiques du polynôme.

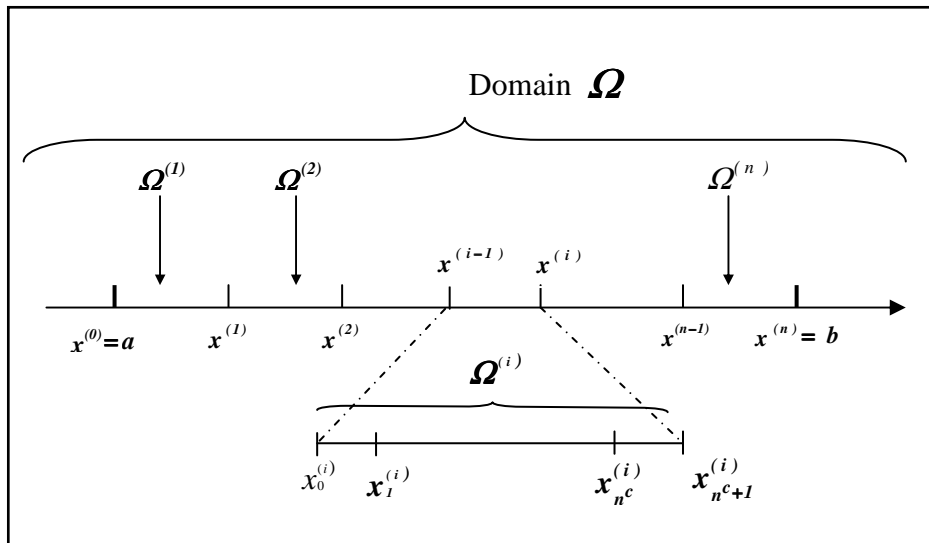


Figure 4.3 : Discrétisation du domaine  $\Omega$ .

La solution élémentaire de l'équation IV.40 dans le  $i^{\text{ème}}$  élément est donnée par :

$$y^{(i)}(x) = \sum_{j=0}^{n^c+1} y_j^{(i)} l_j(x) \quad \text{IV.60}$$

$n^c$  est le nombre de point interne de collocation et  $l_j(x)$  est le  $j^{\text{ème}}$  degré du polynôme de Lagrange.

La substitution de l'équation IV.43 dans l'équation IV.40 génère le résidu  $R(x)$  :

$$R(x) = \frac{d}{dx} y^{(i)}(x) + a(x) y^{(i)}(x) - f(x) \quad \text{IV.61}$$

Les fonctions pondérées  $\psi_j$  sont ensuite utilisées pour réduire le résidu à une valeur minimale pour  $j=0..n^c+1$ :

$$\psi_j(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x = x_j^c \\ 0 & \text{for } x \neq x_j^c \end{cases} \quad \text{IV.62}$$

et :

$$\int_{x_0^{(i)}}^{x_{n^c+1}^{(i)}} R(x) \psi_j(x) dx = 0 \quad \text{IV.63}$$

Par conséquent :

$$R(x_j^c) = 0 \quad \text{IV.64}$$

La substitution de l'expression  $\frac{d}{dx} y^{(i)}(x_j^c)$  et  $y^{(i)}(x_j^c)$  dans l'équation IV.61 conduit à un système linéaire avec  $(n^c+2)$  équations et  $(n^c+2)$  inconnues.

$$M^{(i)} y^{(i)} = b^{(i)} \quad \text{IV.65}$$

$M^{(i)}$  et  $b^{(i)}$  sont la matrice élémentaire avec le second membre dans le  $i^{\text{ème}}$  élément  $\Omega^{(i)}$ .

La même procédure est appliquée pour chaque élément  $(\Omega^{(i)})_{i=1..n}$ . Ceci donne un système algébrique de  $n$  équations linéaires. Ces systèmes linéaires sont assemblés dans un système global pour donner :

$$M^G y = b^G \quad \text{IV.66}$$

$M^G$  et  $b^G$  sont la matrice globale et son second membre. Le vecteur  $y$  représente la solution globale de l'équation IV.40 sur le domaine  $\Omega$ .

## IV-6 Vérification des modèles mathématiques développés

Avant toute utilisation des modèles mathématiques développés ci-haut, il convient de vérifier leur précision, c'est-à-dire les écarts entre les résultats obtenus réellement et ceux obtenus à partir de ces modèles.

Par la suite, deux applications sont réalisées pour la vérification de l'exactitude des modèles mathématiques développés. La première consiste à étudier un cas réel qui est l'unité de dessalement d'eau de mer de Bousfer. La deuxième application est l'étude d'une unité pilote fonctionnant en circuit fermé.

### IV-6.1 Etude de l'unité de dessalement d'eau de mer de Bousfer

En premier lieu, on prend un cas réel qui est celui de l'unité de dessalement d'eau de mer de Bousfer. Inaugurée le 18 juillet 2005, la station de dessalement d'eau de mer de Bousfer a été conçue par la société espagnole de traitement des eaux S.E.T.A « Sociedad Española de Tratamiento de Agua ». Elle est formée de deux lignes utilisant le procédé d'osmose inverse pour produire 2500 m<sup>3</sup> par jour chacune, d'eau potable à destination de la ville d'Oran.

Chaque ligne est composée de 2 racks identiques, chaque rack est constitué de 56 modules pour produire 26,4 m<sup>3</sup>/h [92].

Un rack est composé de huit tubes de pression montés en parallèle, chaque tube contient sept modules montés en série.

Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques techniques d'une seule ligne de production.

<b>Caractéristiques techniques</b>	
Capacité de production	2500 m <sup>3</sup> /jour
Débit horaire de production	104,17 m <sup>3</sup> /heure
Débit horaire d'eau d'alimentation	260 m <sup>3</sup> /heure
Pression de service	69 bars
Taux de récupération	40%
<b>Caractéristiques de l'eau d'alimentation</b>	
pH	8,1
Na <sup>+</sup>	12179 mg/l
Mg <sup>++</sup>	1387 mg/l
Ca <sup>+</sup>	499 mg/l
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	158 mg/l
Cl <sup>-</sup>	21555 mg/l
SO <sub>4</sub> <sup>--</sup>	3200 mg/l
Salinité totale	39355 mg/l
<b>Caractéristiques de l'eau traitée</b>	
pH	6,5- 7,5
Na <sup>+</sup>	<175 mg/l
Mg <sup>++</sup>	<30 mg/l
Ca <sup>+</sup>	<10 mg/l
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	<30 mg/l
Cl <sup>-</sup>	<250 mg/l
SO <sub>4</sub> <sup>--</sup>	<40 mg/l
Salinité totale	<39355 mg/l
<b>Données de la membrane</b>	
Type de membrane	polyamide aromatique
Longueur	1000 mm
Diamètre de la membrane	200 mm
Surface d'échange de la membrane	37,16 m <sup>2</sup>
Taux de rejet nominal	99,80%
Taux de rejet minimal	99,70%

**Tableau 4.1** : Caractéristiques techniques d'une seule ligne de dessalement d'eau de mer de la station de Bousfer.

### IV-6.1.1 Calcul de la pression osmotique

Pour les solutions à concentration moyenne, la pression osmotique peut être exprimée en fonction de la concentration (II-38). Le facteur de proportionnalité de la relation linéaire «  $\kappa$  » est calculé comme suit [86] :

$$\kappa = \frac{n R T}{M} \quad \text{IV.67}$$

$n$  est le nombre de particules. Pour l'eau de mer, le sel majoritaire est le NaCl ( $n=2$ ).

$M$  est la masse molaire du NaCl ( $M = 58,5$  g/mol).

$R$  est la constante des gaz parfaits.

Donc :

$$\kappa = 84703,31624 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\kappa = 1,097755 \cdot 10^{+12} \text{ m}^2/\text{h}^2$$

### IV-6.1.2 Calcul de la constante de perméabilité du solvant

La constante de perméabilité de l'eau ( $A_w$ ) est une fonction de la membrane utilisée (type et épaisseur). L'effet de la présence du sel sur cette constante n'est pas important [87].

L'expression de la constante de perméabilité de la membrane au solvant,  $A_w$ , est donnée comme suit :

$$A_w = \frac{D_w C_w v_w}{l R T} \quad \text{IV.68}$$

$D_w$  : Coefficient de diffusion du solvant (eau)

$C_w$  : Concentration moyenne du solvant dans la membrane

$v_w$  : Volume molaire partiel du solvant.

$l$  : Epaisseur de la membrane

$R$  : Constante des gaz parfaits

$T$  : Température de service

Le coefficient de diffusion pour les liquides est donné par la formule De Stokes-Einstein [23]-[37] :

$$D_w = \frac{k T}{6 a \mu}$$

$k$  : constant de Boltzmann ( $1.3806503 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}$ )

$a$  est le rayon de la molécule d'eau  $a=1,35$  A [90].

$\mu$  est la viscosité dynamique de la solution. Elle varie en fonction de la salinité et de la température. Pour une salinité de 39 g/l et une température de 25°C, la viscosité dynamique est de  $0,9 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/m s}$  [91].

On obtient ainsi une valeur de  $4,43882 \cdot 10^{-13} \text{ h/m}$  pour  $A_w$ .

Les membranes actuelles ont une perméabilité au solvant (eau) comprise entre  $4,16 \cdot 10^{-13}$  et  $9,72 \cdot 10^{-13}$  h/m [23] et [41].

#### IV-6.1.3 Calcul de la constante de perméabilité du soluté

Cette valeur est donnée par le constructeur. Néanmoins, elle peut être calculée à partir de la valeur du taux de rejet du soluté  $S_R$  (II.39).

A partir d'un bilan de matière autour de la membrane, on peut déduire :

$$S_R = \frac{A_W (\Delta P - \Delta \pi)}{A_W (\Delta P - \Delta \pi) + \rho_w B_S} \quad \text{IV.52}$$

D'où

$$B_S = \frac{A_W (\Delta P - \Delta \pi)(1 - S_R)}{\rho_w S_R} \quad \text{IV.53}$$

On obtient une valeur de  **$1.188896 \cdot 10^{-4}$  m/h**.

Pour les membranes polyamides aromatiques, la perméabilité du soluté est de  **$1.08 \cdot 10^{-4}$  m/h** [41].

#### IV-6.1.4 Simulation de l'unité de dessalement par osmose inverse sans polarisation de concentration

La première simulation consiste à étudier l'unité de dessalement d'eau de mer sans tenir compte du phénomène de polarisation de concentration.

Les résultats de la simulation des deux modèles mathématiques sont représentés dans le tableau ci-dessous.

Modèles mathématiques		Perméat		Rétentat	
		Débit (m <sup>3</sup> /h)	Concentration (g/l)	Débit (m <sup>3</sup> /h)	Concentration (g/l)
Paramètres de Dimensionnement		26,4	0,45	40,1	64,4
Paramètres réels		24,8	0,5	41,7	61,89
Modèle 1	Résultats	37,40	0,26	29,10	88,79
	Ecart avec les paramètres de dimensionnement	- 41,67%	42,22%	27,43%	- 37,87%
	Ecart avec les paramètres réels	- 50,81%	48,00%	30,22%	- 43,46%

Modèle 2 (co- courant)	Résultats	25,43	0,49	41,07	62,84
	Ecart avec les paramètres de dimensionnement	3,67%	- 8,89%	- 2,42%	2,42%
	Ecart avec les paramètres réels	- 2,54%	2,00%	1,51%	- 1,53%
Modèle 2 (contre- courant)	Résultats	25,65	0,49	40,85	63,18
	Ecart avec les paramètres de dimensionnement	2,84%	- 8,89%	- 1,87%	1,89%
	Ecart avec les paramètres réels	- 3,43%	2,00%	2,04%	- 2,08%

**Tableau 4.2 :** Comparaison entre les résultats de la simulation et les valeurs réelles et de dimensionnement (sans polarisation de concentration).

La résolution des modèles mathématiques obtenus développés ci-dessus a été réalisée en utilisant deux langages de programmation évolués : FORTRAN 90 et MATLAB 7.1. Le FORTRAN 90 est un compilateur. Il a l'avantage d'être très efficace dans les calculs. MATLAB est un interpréteur. Le temps de calcul est plus important. Cependant, il possède certaines fonctionnalités qui peuvent réduire la taille des programmes telles que les fonctions de graphisme et les tool Boxes. Les programmes développés pour la résolution des différents modèles mathématiques sont donnés en annexe 2.

Les paramètres réels ont été déterminés à partir des relevés des paramètres de fonctionnement, mentionnés sur les registres de consignes [93].

L'écart avec les paramètres de dimensionnement est la différence entre la valeur de dimensionnement et la valeur trouvée rapportée à la valeur de dimensionnement. C'est un écart relatif (%).

L'écart avec les paramètres réels est la différence entre la valeur réelle et la valeur trouvée rapportée à la valeur réelle. C'est un écart relatif (%).

D'après les résultats obtenus, le mode de circulation (le co-courant ou contre-courant) n'a pas une grande influence sur les résultats obtenus. En effet, les valeurs obtenues pour le module fonctionnant à co-courant et à contre-courant sont très proches.

Comparés aux valeurs de dimensionnement, les résultats obtenus à partir du premier modèle mathématique présentent des écarts assez importants. Ces différences sont encore plus importantes comparées aux valeurs réelles. On constate aussi que, pour le côté perméat, les écarts sont plus grands.

Le deuxième modèle mathématique donne des résultats meilleurs que ceux du premier modèle. Les écarts entre ces valeurs et les valeurs réelles ou celles du dimensionnement sont inférieures à la limite admise de 15%. Ils sont compris entre 1,51% et 8,89% pour le modèle à co-courant et, entre 1,87% et 8,89% pour le modèle à contre-courant. On constate aussi que ces différences sont encore moins importantes comparées aux valeurs réelles.

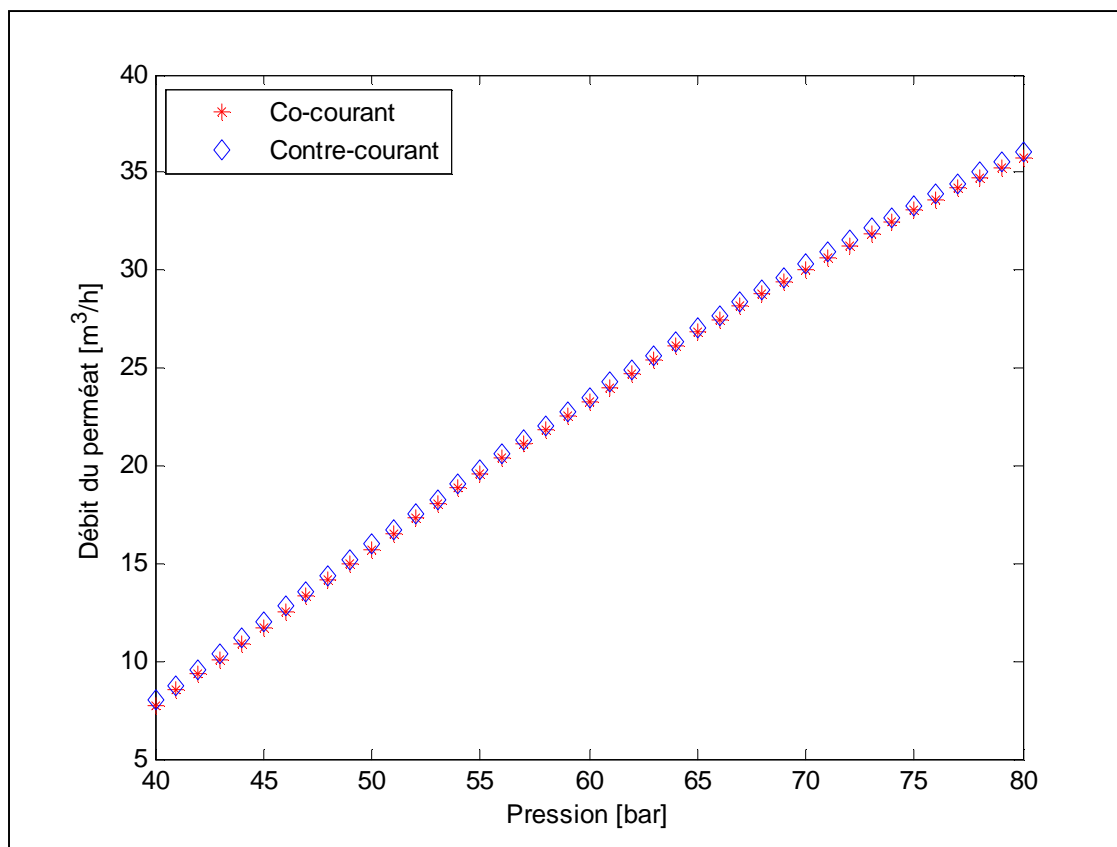
Le deuxième modèle mathématique est plus adéquat pour décrire le fonctionnement d'un module d'osmose inverse. Il est utilisé par la suite pour étudier l'influence de certains paramètres de service, telle que la pression, sur les performances d'un dessaleur membranaire.

Les paramètres de dimensionnement donnés par le constructeur sont obtenus par de la modélisation mathématique. Aussi performant qu'il soit, un modèle mathématique ne permet que de se rapprocher des valeurs réelles avec un certain terme d'erreur. Dans ce contexte, il est à noter que les résultats obtenus par le modèle mathématique 2 sont plus proches des valeurs réelles que le sont les valeurs de dimensionnement données par le constructeur.

#### **IV-6.1.5 Etude de l'effet de la pression de fonctionnement**

Cette partie est consacrée à l'étude de l'évolution des débits et des concentrations dans le perméat en fonction de la variation de la pression. Seul le deuxième modèle, avec les deux modes d'écoulement, est étudié. Le premier modèle a donné des écarts très importants.

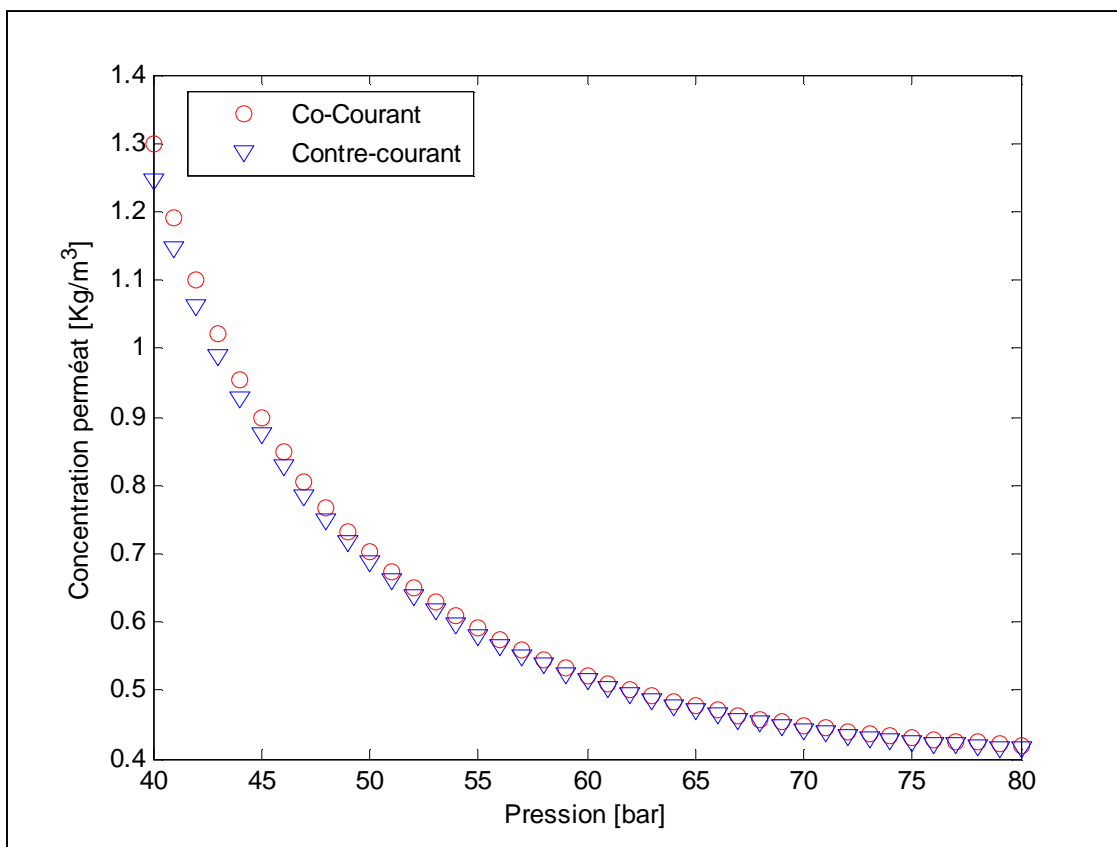
La pression de service varie selon le type d'eau à traiter. Elle varie de 30 bars pour les eaux saumâtres jusqu'à 70 bars pour les eaux de mer de grande salinité.



**Figure 4.4 :** Débit du perméat en fonction de la pression de fonctionnement.

Le débit du perméat dépend fortement de la pression exercée. Théoriquement, ce débit augmente avec l'augmentation de la pression transmembranaire. Cette progression est constatée dans le cas du deuxième modèle. Elle est pratiquement linéaire jusqu'à une pression de 60 bar. Elle devient asymptotique au-delà de cette pression. Ceci est expliqué par l'augmentation de la pression osmotique suite à la concentration importante dans le côté du rétentat. Ainsi, une augmentation importante de la pression peut altérer mécaniquement la membrane et causer aussi la diminution de la force motrice par augmentation de la pression osmotique. Le modèle 2 donne des résultats fiables. Ils ont en accord avec les fondements théoriques.

On constate aussi qu'il n'y a pas une différence entre les résultats obtenus pour les deux types de circulation : le co-courant et le contre-courant. Ainsi le débit du perméat ne semble pas être affecté par le mode de circulation.

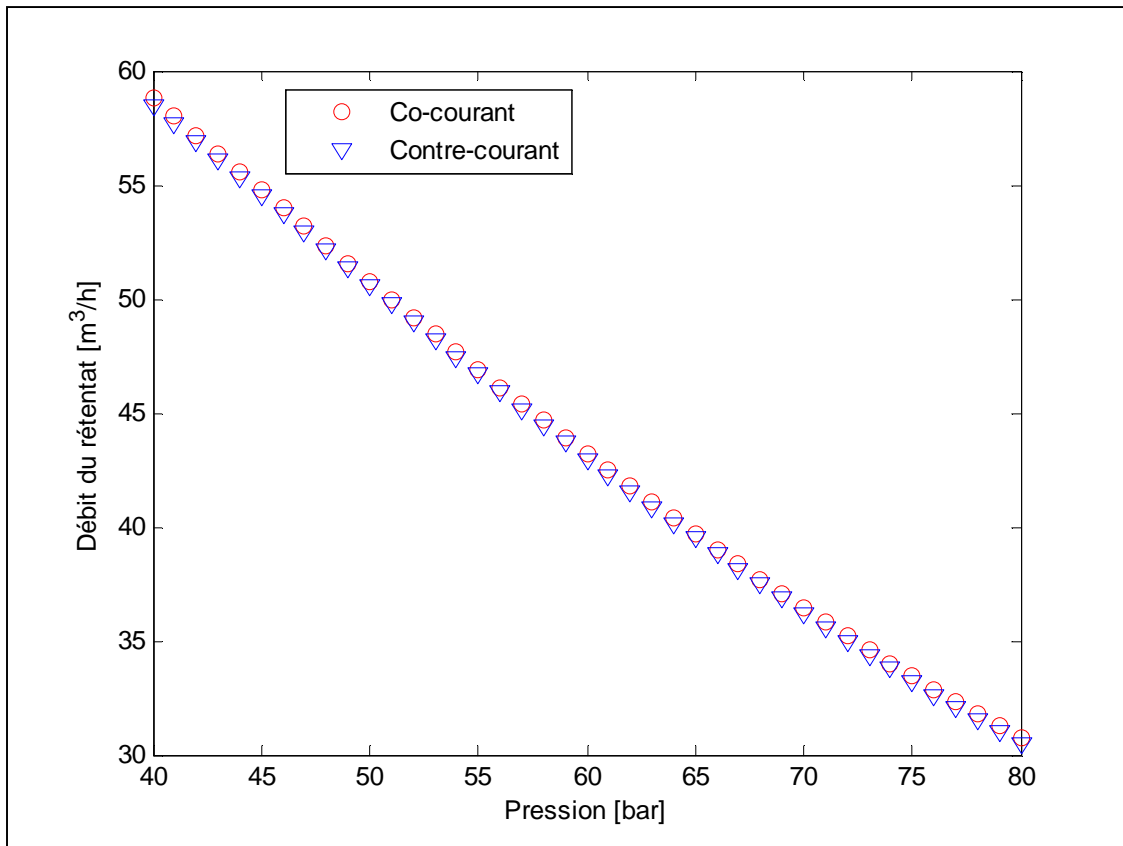


**Figure 4.5 :** Concentration du perméat en fonction de la pression de fonctionnement.

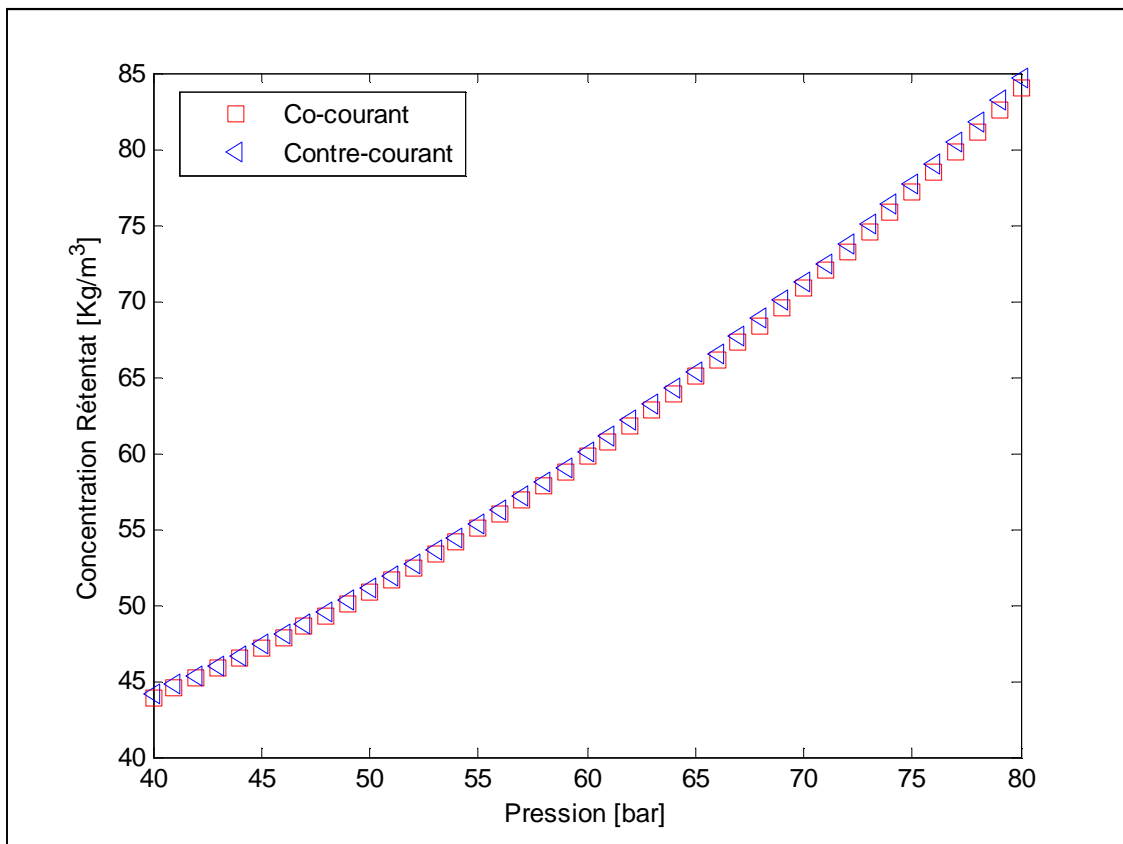
La concentration du perméat diminue avec l'augmentation de la pression exercée. Effectivement, lorsque la pression augmente le débit du perméat du solvant, l'eau, augmente selon la formule IV.4. Par contre, le débit du perméat du soluté ne dépend que de la variation de sa concentration de part et d'autre de la membrane. Ceci entraîne une dilution ou une diminution de la concentration du soluté dans le perméat. Cependant, comme il a été expliqué ci-dessus, l'augmentation du débit du perméat est moins importante lorsque la pression augmente. Ceci entraîne une diminution moins importante de la concentration du soluté dans le perméat.

Le comportement de la concentration du soluté dans le perméat en fonction de l'augmentation de la pression pour le modèle 2 est en accord avec les hypothèses théoriques.

Dans ce cas aussi, on constate que le mode de circulation n'a aucune influence sur la qualité de l'eau obtenue et ceci quelque soit la pression exercée.



**Figure 4.6 :** Débit du rétentat en fonction de la pression de fonctionnement.



**Figure 4.7 :** Concentration du rétentat en fonction de la pression de fonctionnement.

La variation du débit et de la concentration du rétentat sont fonction du débit et de la concentration du perméat. Ces deux paramètres sont aussi un moyen de vérification de l'exactitude des résultats obtenus par simulation. Les valeurs trouvées doivent vérifier les équations du bilan de matière.

Il faut signaler que les résultats obtenus par simulation pour les différentes valeurs de pression n'ont pas pu être confirmés par des valeurs réelles, car il n'est pas possible, au niveau de l'unité de dessalement de l'eau de mer de Bousfer, de faire varier la pression.

#### IV-6.1.6 Simulation de l'unité de dessalement par osmose inverse avec polarisation de concentration

La deuxième simulation consiste à étudier la même unité de dessalement d'eau de mer avec la prise en considération du phénomène de polarisation de concentration.

Modèles mathématiques		Perméat		Rétentat	
		Débit (m <sup>3</sup> /h)	Concentration (g/l)	Débit (m <sup>3</sup> /h)	Concentration (g/l)
Paramètres de dimensionnement		26,4	0,4	40,1	64,4
Paramètres mesurés		24,8	0,5	41,7	61,89
Modèle 1	Résultats	28,78	0,41	37,72	68,44
	Ecart avec les paramètres de dimensionnement	- 9,02%	- 2,50%	5,94%	- 6,27%
	Ecart avec les paramètres réels	- 16,05%	18,00%	9,54%	- 10,58%
Modèle 2 (co-courant)	Résultats	24,79	0,51	41,71	61,89
	Ecart avec les paramètres de dimensionnement	- 6,10%	- 27,50%	- 4,01%	3,90%
	Ecart avec les paramètres réels	0,04%	- 2,00%	- 0,02%	0,00%
Modèle 2 (contre-courant)	Résultats	25,56	0,50	40,94	63,04
	Ecart avec les paramètres de dimensionnement	3,18%	- 25,00%	- 2,09%	2,11%
	Ecart avec les paramètres réels	- 3,06%	0,00%	1,82%	- 1,86%

**Tableau 4.2** : Comparaison entre les résultats de la simulation et les valeurs réelles et de dimensionnement (avec polarisation de concentration).

Contrairement aux résultats de la première simulation où le phénomène de polarisation de concentration n'est pas pris en considération, ceux de la deuxième simulation sont plus proches des paramètres réels et de dimensionnement, et ceci pour les deux modèles.

Pour le premier modèle, le fait de prendre en considération ce phénomène a permis de réduire les écarts entre les valeurs de la simulation et les valeurs réelles et celles de dimensionnement. Lors de la première simulation ces écarts atteignent des valeurs de plus de 40%, alors que le maximum enregistré lors de la deuxième simulation est de 18%.

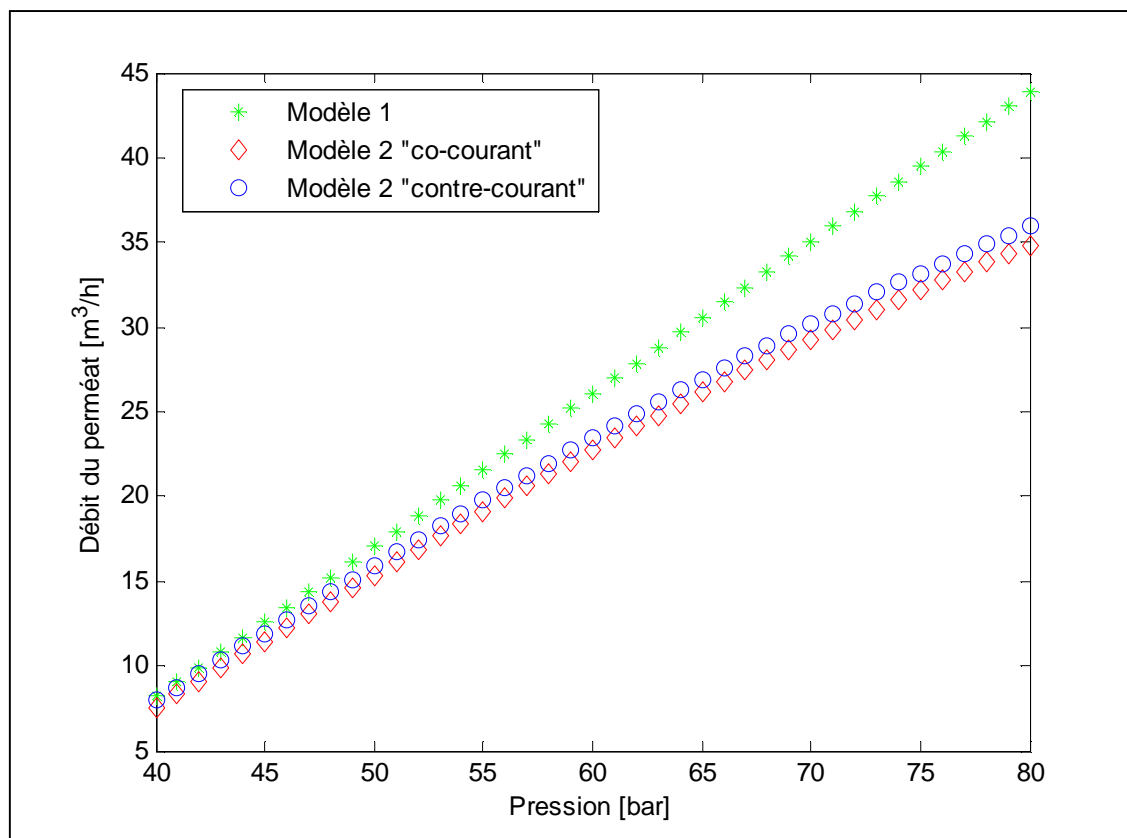
Le modèle 2, avec les deux modes d'écoulement, donne des résultats très proches de la réalité. Les écarts entre les valeurs de la simulation et les valeurs réelles sont très faibles.

Le constat général est que la prise en considération du phénomène polarisation a permis la correction des deux modèles. Les résultats obtenus sont plus proches de la réalité.

Par la suite, l'effet de la pression est étudié. Ceci permet d'étudier l'évolution des principaux paramètres : débits et concentrations du perméat et du rétentat en fonction de la pression exercée.

#### **IV-6.1.7 Etude de l'évolution des deux modèles mathématiques en fonction de la pression**

Lors de la première simulation (absence de la polarisation de concentration), le modèle 1 a donné des résultats avec des écarts importants par rapport aux valeurs de dimensionnement et aux valeurs réelles. Cette fois ci, l'étude de l'effet de la pression comprend tous les modèles mathématiques : modèle 1 et modèle 2 avec les deux types d'écoulement. Elle permet de comparer l'évolution des principaux paramètres en fonction de la pression.

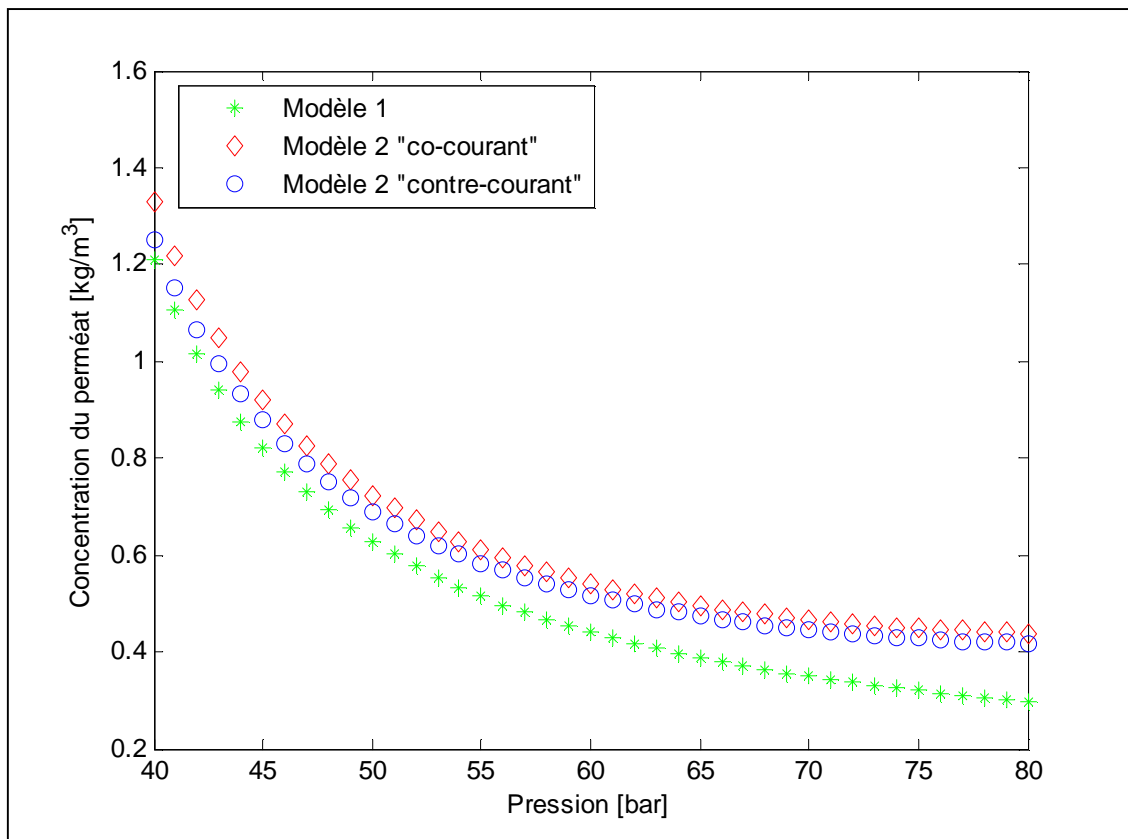


**Figure 4.8 :** Débit du perméat en fonction de la pression exercée (présence de polarisation de concentration).

Les résultats des deux modèles sont en accord avec la théorie qui stipule une augmentation du débit du perméat avec l'augmentation de la pression. Cette progression est constatée dans les deux modèles. Elle est pratiquement linéaire dans le cas du premier modèle, et asymptotique dans le deuxième. Cette tendance asymptotique du deuxième modèle est confirmée lors de l'augmentation de la pression au-delà de 70 bars.

On constate aussi que le mode de circulation n'a pas une influence significative sur le débit du perméat. Les résultats obtenus avec le modèle 2 sont très proches et ont un comportement très similaire et ceci pour toute la gamme de pression exercée.

La différence entre les résultats obtenus pour les deux modèles est aussi fonction de la pression de service. On constate qu'à partir de 55 bars l'écart entre les résultats des deux modèles devient de plus en plus important que la pression est grande.

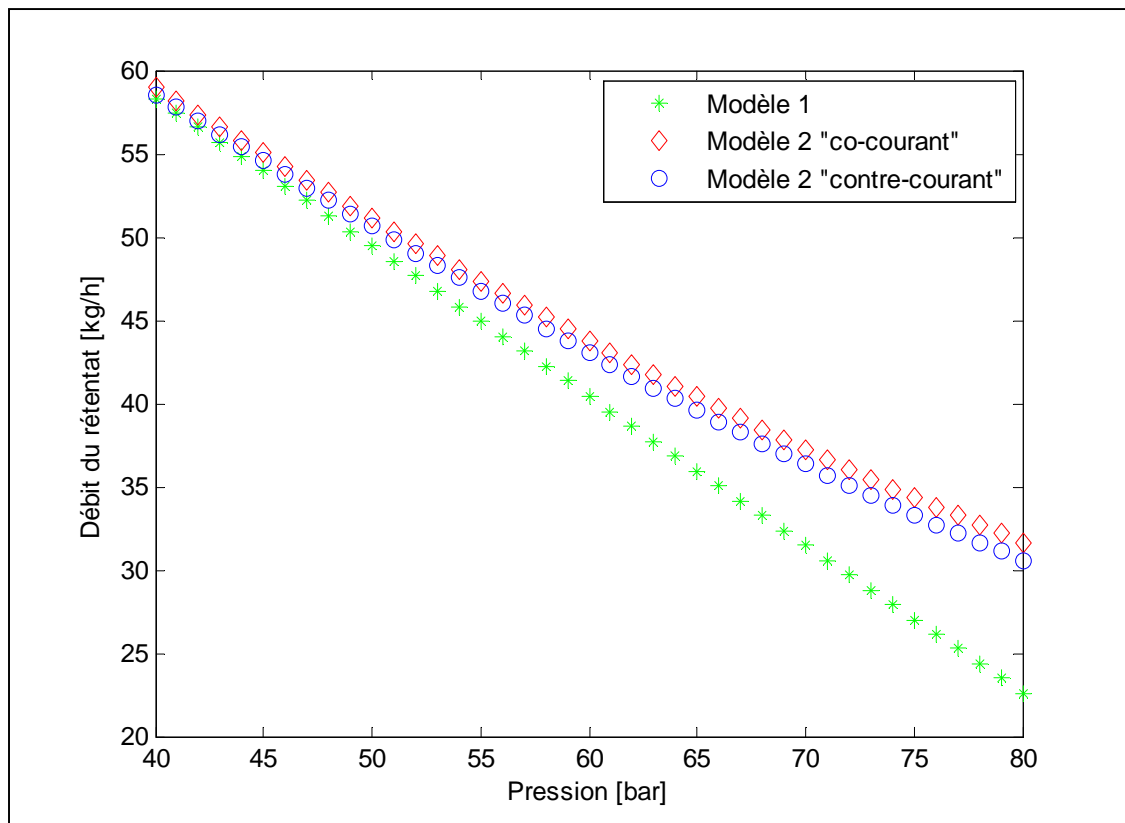


**Figure 4.9 :** Concentration du perméat en fonction de la pression exercée (en présence de la polarisation de concentration).

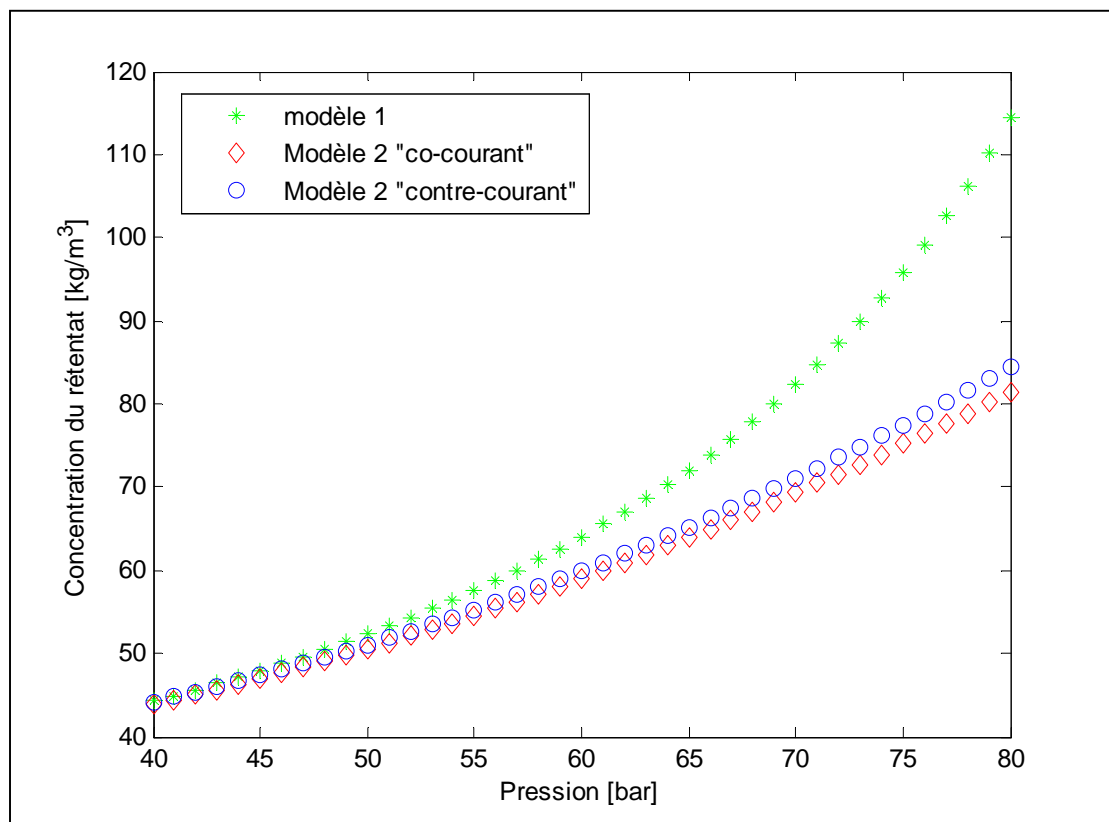
On constate une concordance entre les résultats obtenus à partir des deux modèles mathématiques et la théorie : la concentration du perméat diminue avec l'augmentation de la pression exercée.

Concernant les résultats du deuxième modèle mathématique, le même constat est fait : le mode de circulation n'a pas une influence significative sur la concentration du perméat. L'allure des deux courbes, celle du co-courant et du contre-courant, est pratiquement la même et ceci pour la palette de pression étudiée.

Les résultats du premier modèle sont fonction de la pression. On constate un écart progressif en fonction de la pression entre ces résultats et les résultats du modèle 2. Cette différence prend de l'importance à partir de la pression de 55 bars.



**Figure 4.10 :** Débit du rétentat en fonction de la pression exercée (en présence de la polarisation de concentration).



**Figure 4.11 :** Concentration du rétentat en fonction de la pression exercée (en présence de la polarisation de concentration).

La variation du débit et de la concentration du rétentat sont liées au débit et à la concentration du perméat par les équations du bilan global (débit) et du bilan d'un des constituants (soluté). Comme il a été signalé ci-dessus, ces résultats sont aussi un moyen de vérification de l'exactitude des valeurs trouvées par la simulation. La précision des valeurs trouvées est un paramètre d'une très grande importance. Pour les simulations réalisées, la précision est fixée à une valeur de  $10^{-10}$ .

Il faut signaler que les résultats obtenus par simulation pour les différentes valeurs de pression n'ont pas pu être confirmés par des valeurs réelles, car il n'est pas possible, au niveau de l'unité de dessalement de l'eau de mer de Bousfer, de faire varier la pression.

La comparaison des résultats obtenus par simulation avec les valeurs réelles de l'installation de dessalement d'eau de mer de Bousfer montre que les deux modèles mathématiques développés sont fiables et fidèles : ils fonctionnent pour une gamme de pression très variée et donnent des résultats avec des écarts acceptables.

#### IV-6.2 Etude d'une unité pilote fonctionnant en circuit fermé

Le but de la deuxième simulation est double. Il consiste, d'une part à vérifier l'exactitude du modèle mathématique développé ci-dessus avec des résultats qui ont déjà fait l'objet d'une publication internationale [68-81], et d'autre part, à mettre en évidence l'effet du type de circulation sur les performances d'une telle unité. Seul le deuxième modèle est étudié car il offre la possibilité de travailler à co-courant et à contre-courant.

##### IV-6.2.1 Spécification de la membrane et paramètres opératoires

Les spécifications de la membrane utilisée ainsi que les paramètres opératoires sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Paramètres	Valeurs	Unité
Débit de l'eau d'alimentation	$226.8 \cdot 10^{-13}$	$m^3/h$
Concentration initiale du débit d'alimentation	2.0	$kg/m^3$
Volume initial du réservoir d'alimentation	0.15	$m^3$
Surface d'échange de la membrane	0.181	$m^2$
Pression transmembranaire	$4.02 \cdot 10^{13}$	$kg/m \cdot h^2$
Facteur de proportionnalité	$1.02 \cdot 10^{12}$	$m^2/h^2$
Constante de perméabilité de l'eau	$4.20 \cdot 10^{-13}$	$h/m$
Constante de perméabilité du soluté	$1.12 \cdot 10^{-4}$	$m/h$

**Tableau 4.3** : Spécification de la membrane et paramètres opératoires de l'installation.

### IV-6.2.2 Simulation de l'unité pilote sans polarisation de concentration

Dans cette partie, une simulation est réalisée avec les données mentionnées ci-dessus, et durant laquelle les deux types de circulation sont utilisés : le co-courant et le contre-courant. Ceci permet de faire une étude comparative des performances des deux modules. Le phénomène de polarisation de concentration n'est pas pris en considération.

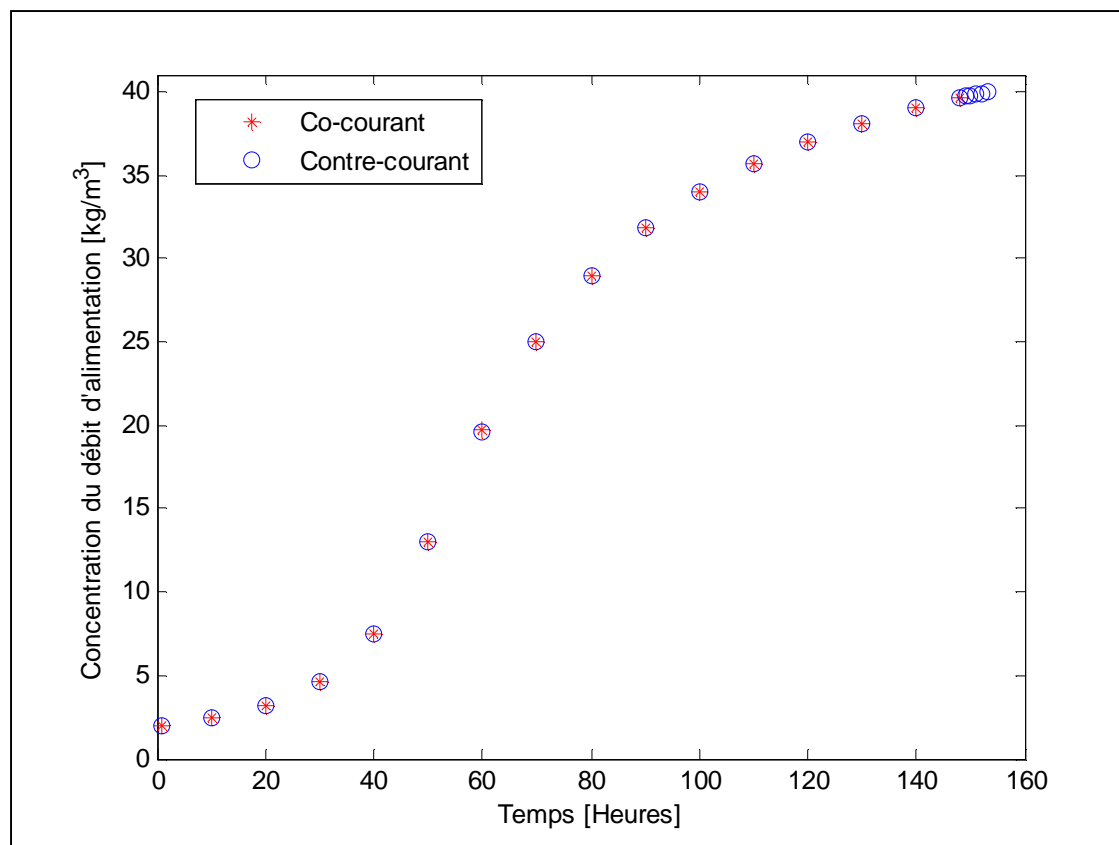
En analysant les résultats obtenus, on constate que le module opérant à contre-courant fonctionne plus longtemps que le module à co-courant. Le temps de fonctionnement du module à co-courant est de 148 heures, alors que le module opérant à contre-courant peut aller jusqu'à 153 heures [82]. Cette limite de fonctionnement pour le module à co-courant s'explique par le fait que la concentration du débit d'alimentation devient si importante, et par conséquent la pression osmotique, que la pression transmembranaire ou pression de service devient insuffisante et ne peut plus la vaincre.

Les résultats obtenus pour les deux types de circulation sont mentionnés dans le tableau ci-dessous :

Paramètre	Co-courant	Contre-courant
Temps de fonctionnement [Heures]	148	153
Concentration du débit d'alimentation [kg/m <sup>3</sup> ]	39,64	39,96
Concentration du perméat [kg/m <sup>3</sup> ]	3,02	3.27
Concentration moyenne du produit [kg/m <sup>3</sup> ]	0,39	0,41
Taux de récupération global	0,95	0,96

**Tableau 4.4** : Comparaison entre les résultats du modèle à co-courant et à contre-courant.

La figure 4.12 montre l'évolution de la concentration du débit d'alimentation en fonction du temps pour les deux types de circulation : le co-courant et le contre-courant. Les deux courbes sont superposées et le comportement est similaire dans les deux cas. On remarque que jusqu'à 30 heures, la variation de la concentration est pratiquement linéaire. Elle devient ensuite exponentielle pour atteindre une valeur de 39,64 kg/m<sup>3</sup>, après 148 heures, pour le module à co-courant, et une valeur de 39.96 kg/m<sup>3</sup>, après 153 heures, pour le module à contre-courant.

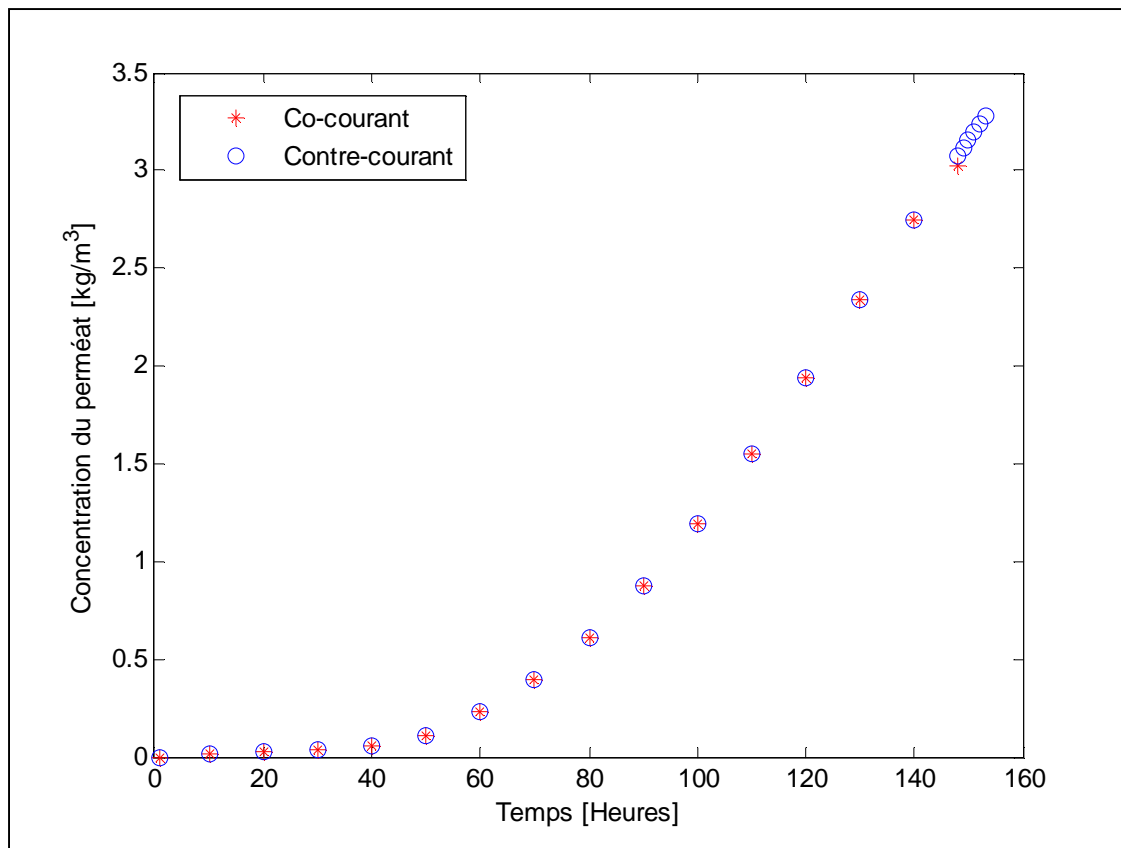


**Figure 4.12 :** Evolution de la concentration de l'alimentation en fonction du temps.

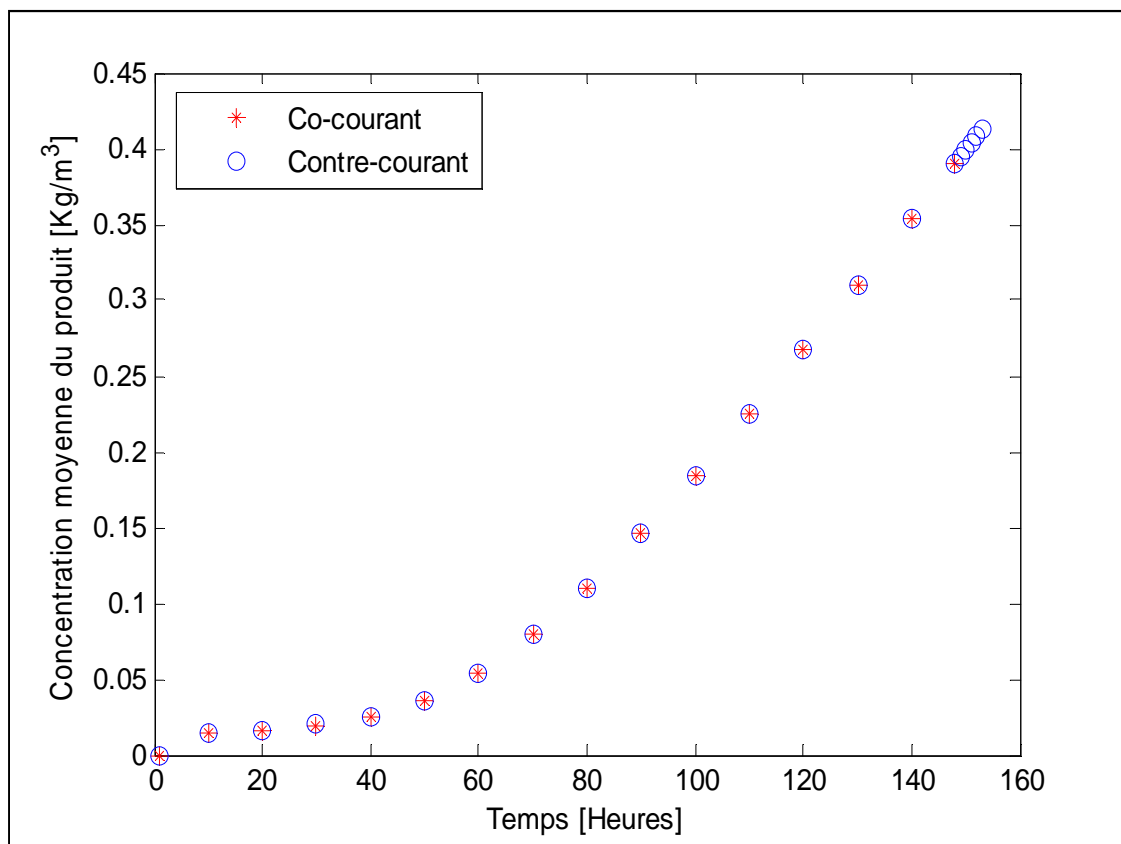
Les figures 4.13 et 4.14 montrent la variation de concentration du perméat et la concentration du produit obtenu avec le temps. Dans ce cas aussi on constate que les concentrations du perméat ou les concentrations du produit, dans les deux types de circulations, se comportent de la même manière.

L'augmentation de la concentration du perméat, pendant les cinquante premières heures est linéaire avec une pente assez faible. Ensuite, elle devient plus importante. Elle atteint une valeur de  $3.02 \text{ Kg/m}^3$  après 148 heures pour le module à co-courant, et une valeur de  $3.27 \text{ Kg/m}^3$  après 152 heures pour le module à contre-courant.

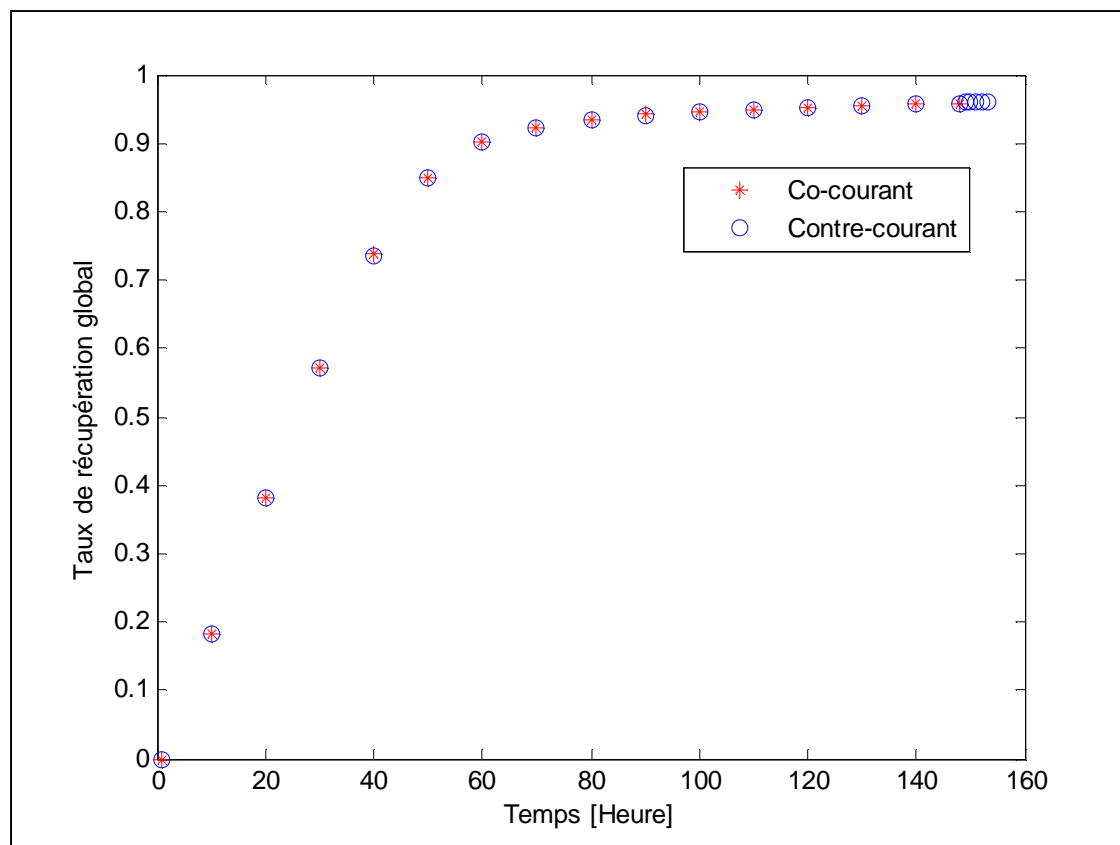
L'étude de la variation du taux de récupération global pour le co-courant et le contre-courant, montre que ce paramètre se comporte de la même manière dans les deux cas et atteint une valeur de 0.95 pour le co-courant et une valeur de 0.96 pour le contre-courant.



**Figure 4.13 :** Evolution de la concentration du perméat en fonction du temps.



**Figure 4.14 :** Evolution de la concentration moyenne du produit en fonction du temps.



**Figure 4.15** : Evolution du taux de récupération en fonction du temps.

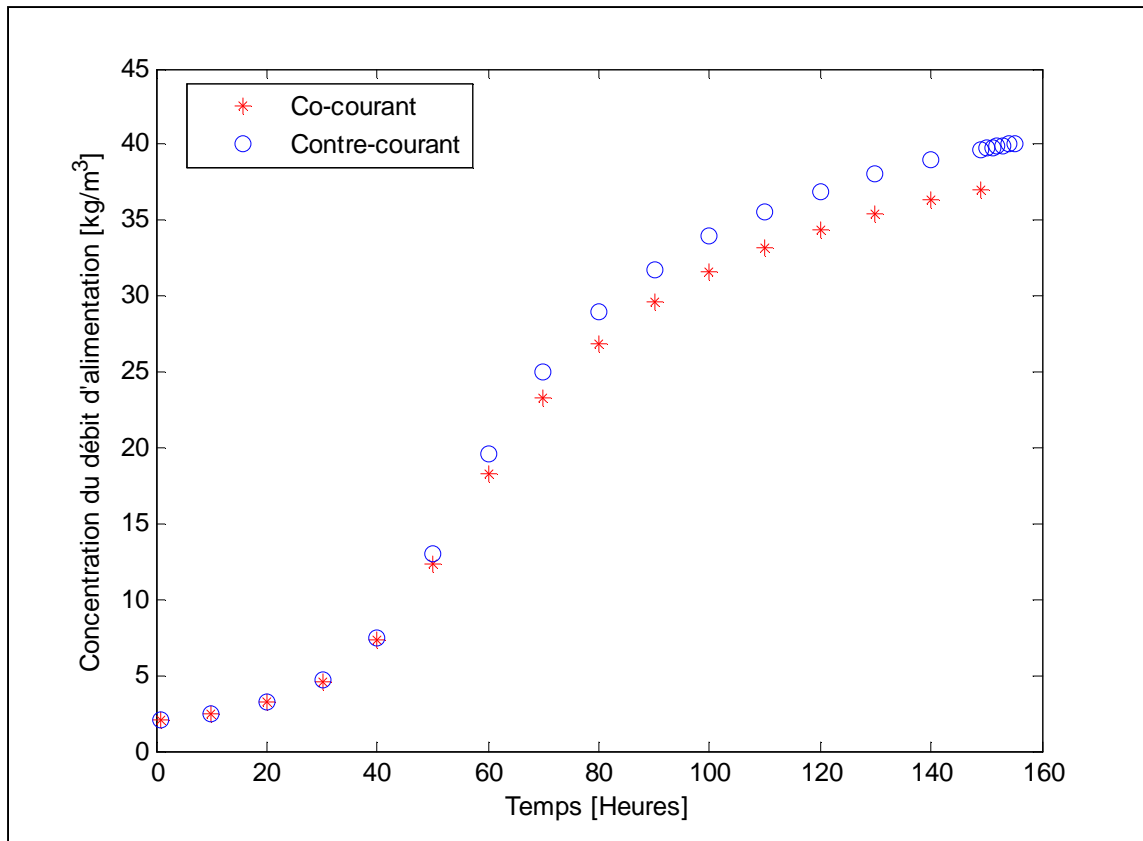
#### IV-6.2.3 Simulation de l'unité pilote avec polarisation de concentration

Dans cette partie, nous avons pris en considération le phénomène de polarisation de concentration. Les résultats montrent que, cette fois-ci, le temps de fonctionnement du module à co-courant est de 149 heures, alors que le module opérant à contre-courant peut aller jusqu'à 155 heures.

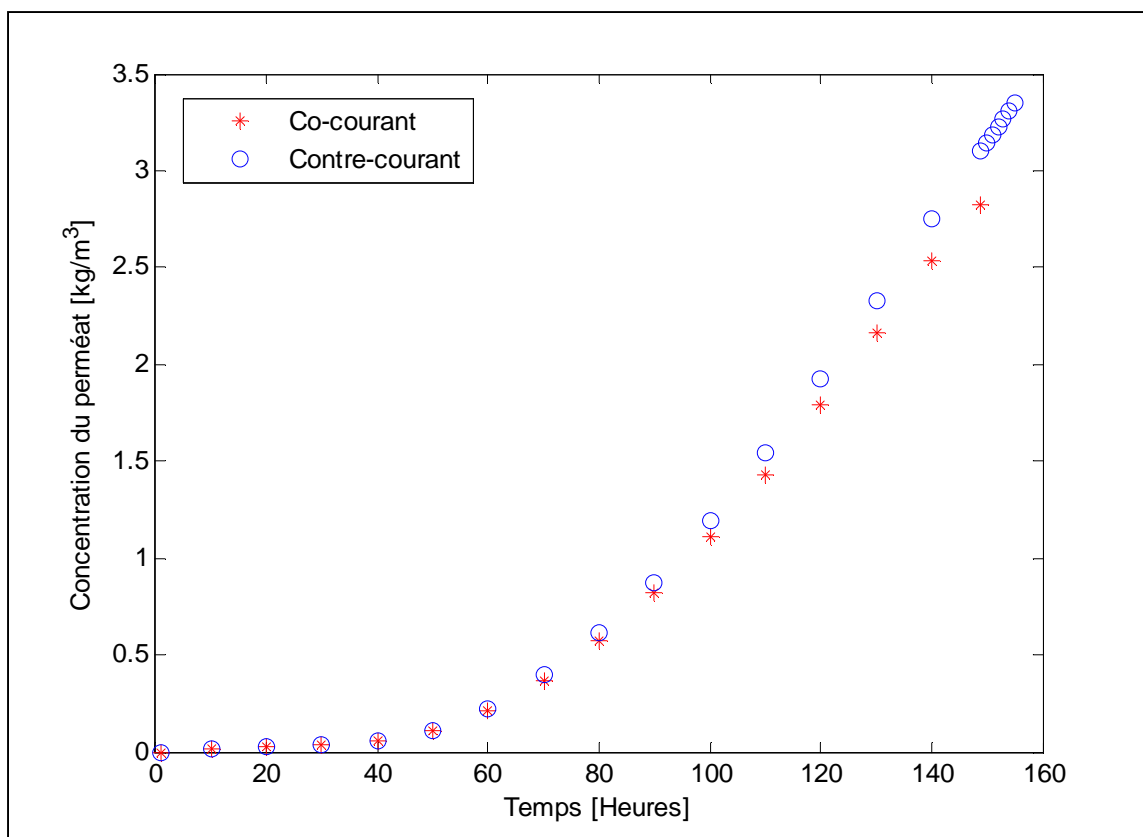
Les résultats obtenus pour les deux types de circulation sont mentionnés dans le tableau ci-dessous :

Paramètre	Co-courant	Contre-courant
Temps de fonctionnement [Heures]	149	155
Concentration du débit d'alimentation [kg/m <sup>3</sup> ]	37,01	40,10
Concentration du perméat [kg/m <sup>3</sup> ]	2,82	3,35
Concentration moyenne du produit [kg/m <sup>3</sup> ]	0,37	0,42
Taux de récupération global	0,95	0,96

**Tableau 4.5** : Comparaison entre les résultats du modèle à co-courant et à contre-courant.



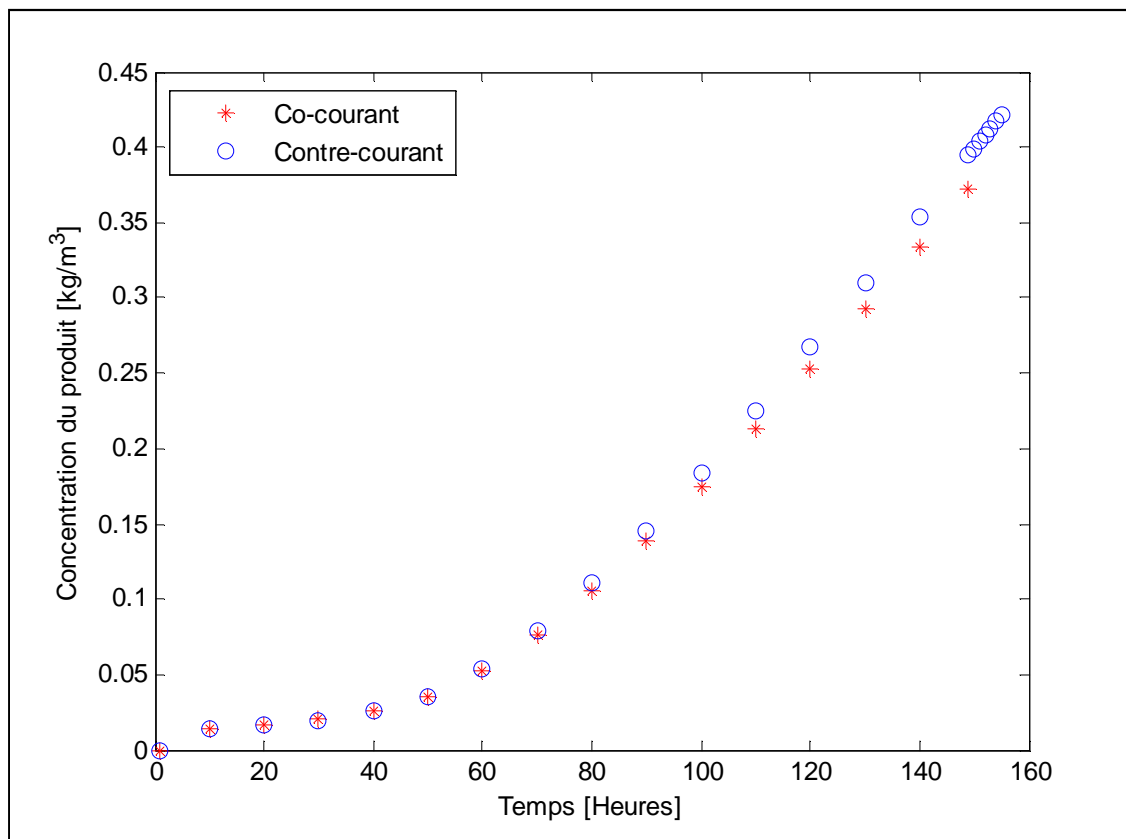
**Figure 4.16 :** Evolution de la concentration de l'alimentation en fonction du temps.



**Figure 4.17 :** Evolution de la concentration du perméat en fonction du temps.

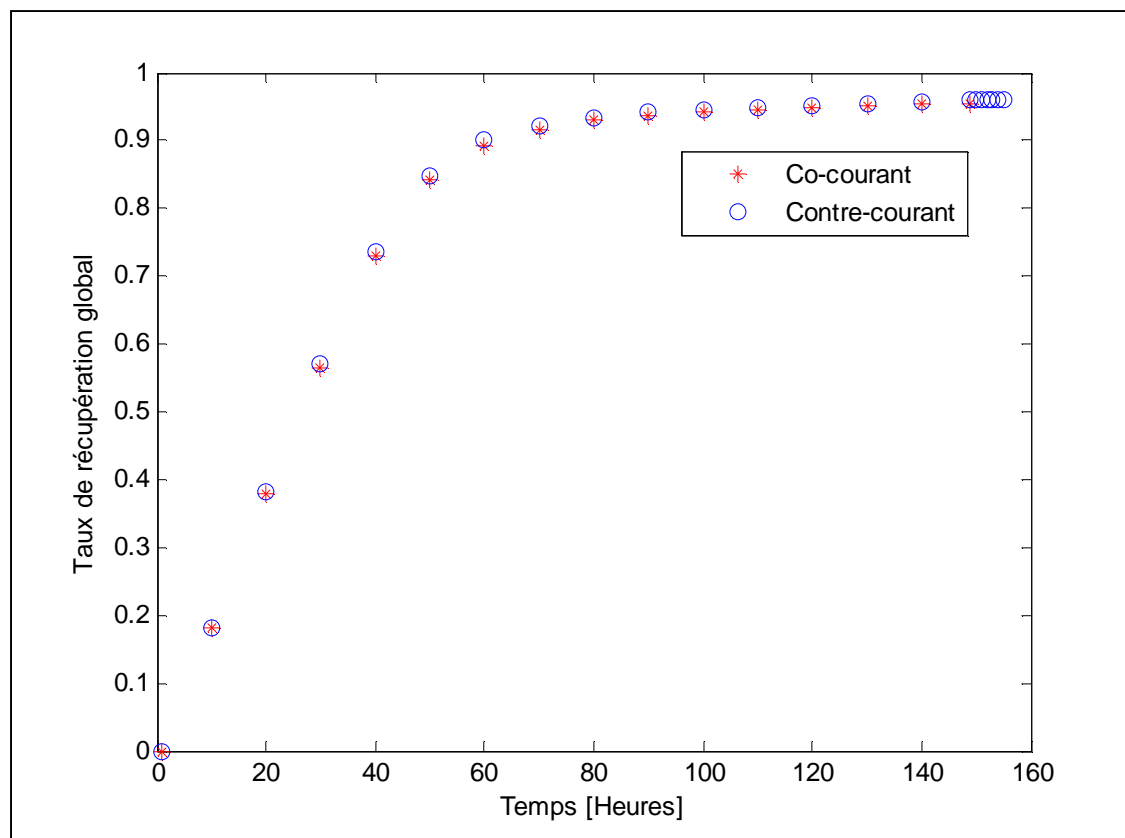
La figure 4.16 montre l'évolution de la concentration du débit d'alimentation en fonction du temps pour les deux types de circulation : le co-courant et le contre-courant. Contrairement à ce qui a été constaté dans la figure 4.12 où les deux courbes étaient pratiquement superposées, dans ce cas on constate qu'à partir de 60 heures le comportement de la concentration du débit d'alimentation n'est pas le même dans les deux types de circulation. Elle devient plus importante avec le temps pour le module à contre-courant et atteint une valeur de  $40,10 \text{ kg/m}^3$  au bout de 155 heures. Par contre, pour le module fonctionnant à co-courant elle n'est que de  $37,01 \text{ kg/m}^3$  au bout d'un temps de fonctionnement de 149 heures.

Les figures 4.17 et 4.18 montrent la variation de concentration du perméat et la concentration du produit obtenu avec le temps. Dans ce cas aussi on constate que les concentrations du perméat ou les concentrations du produit, dans les deux types de circulations, se comportent de la même manière. Les deux courbes qui étaient pratiquement superposées, commencent à s'écarter à partir de 80 heures. La concentration du perméat atteint une valeur de  $3,35 \text{ kg/m}^3$  pour le module à contre-courant au bout de 155 heures et une valeur de  $2,82 \text{ kg/m}^3$  au bout de 149 heures pour le module à co-courant.



**Figure 4.18 :** Evolution de la concentration moyenne du produit en fonction du temps.

L'étude de la variation du taux de récupération global pour le co-courant et le contre-courant, montre que ce paramètre se comporte de la même manière dans les deux cas et atteint une valeur de 0.95 pour le co-courant et une valeur de 0.96 pour le contre-courant.



**Figure 4.19** : Evolution du taux de récupération en fonction du temps.

D'après les résultats obtenus des deux cas étudiés, il apparaît clair que le sens de la circulation du perméat et du rétentat n'ont pas un effet important sur les performances des modules d'osmose inverse dans le cas du dessalement (circuit ouvert). Par contre, dans le cas où le module d'osmose inverse est utilisé pour la concentration d'une solution (circuit fermé), le contre-courant donne des résultats meilleurs que ceux du co-courant.

#### **IV-7 Calcul de l'énergie spécifique consommée par une unité de production**

Tout bilan énergétique effectué lors de la conception des usines de dessalement, doit être exhaustif au niveau des besoins des composants électriques, et prendre en compte de nombreux paramètres pour aboutir à un résultat réaliste. Il devra être fait appel à des composants présentant les meilleurs rendements mécaniques, hydrauliques et électriques, mais offrant également toutes les garanties de bon fonctionnement.

Pour aboutir à une valeur de consommation énergétique, surtout électrique, pouvant être considérée comme représentative, un bilan énergétique doit être établi. Pour cela, l'unité de dessalement d'eau de mer de Bousfer est prise comme référence pour le calcul de l'énergie nécessaire pour la production d'un mètre cube d'eau traitée.

Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques des principaux équipements ;

Equipements	Pression [bar]	Débit [m <sup>3</sup> /h]	Puissance [KW]
Système de pompage d'alimentation	6	130	37
Système de dosage du chlore	10	40 10 <sup>-3</sup>	30 10 <sup>-3</sup>
Système de dosage du flocculant	10	40 10 <sup>-3</sup>	30 10 <sup>-3</sup>
Système de dosage du bisulfite de sodium	10	40 10 <sup>-3</sup>	30 10 <sup>-3</sup>
Système de dosage d'acide	10	40 10 <sup>-3</sup>	30 10 <sup>-3</sup>
Système de pompage à haute pression	70	68	132
Système de lavage des membranes	6	64	15
Système d'ajustage du pH	10	40 10 <sup>-3</sup>	30 10 <sup>-3</sup>
Système de post chloration	10	40 10 <sup>-3</sup>	30 10 <sup>-3</sup>
Système de pompage d'eau traitée	8	52	18.5
Système de soufflage par de l'air comprimé	-	-	11
Système de récupération d'énergie			49

**Tableau 4.6** : Caractéristiques des principaux équipements de l'unité de dessalement d'eau de mer de Bousfer.

La puissance nécessaire, sans récupération d'énergie, pour la production de 52 m<sup>3</sup>/h est de **360.68 KW**, soit une énergie spécifique de **6,94 KWh/m<sup>3</sup>**.

Selon la littérature, l'énergie spécifique pour la production d'un mètre cube d'eau traitée sans récupération d'énergie est comprise entre 6 et 7.5 KWh/m<sup>3</sup>. Cette valeur dépend des caractéristiques physico-chimiques de l'eau de mer.

L'utilisation d'un système de récupération d'énergie permet de réduire les coûts énergétiques. Pour le cas de l'unité de dessalement d'eau de mer de Bousfer, la puissance requise avec système de récupération réduit la puissance à **311.68 KW**, soit une énergie spécifique de **5,5 KWh/m<sup>3</sup>**.

Cela est bien entendu qu'une évaluation. Les rendements des pompes varient selon les fabricants, mais ces données seront très utiles lors d'un avant projet ou d'une estimation de prix.

**Chapitre V**  
**Utilisation des Energies**  
**Renouvelables pour le**  
**dessalement d'eau de mer.**  
**Cas de l'énergie éolienne**

## Chapitre V

# Utilisation des énergies renouvelables pour le dessalement d'eau de mer. Cas de l'énergie éolienne.

### V-1 Introduction

Les énergies renouvelables provenant du soleil, du vent et de la mer sont considérées comme une solution finale au problème énergétique et environnemental que connaît le monde. Elles offrent un potentiel illimité et sans pollution. L'intérêt porté à ce type d'énergie a été initialement stimulé par la crise pétrolière des années 70 et des craintes de l'épuisement des ressources naturelles. Cependant, et malgré le développement technologique réalisé, l'utilisation de ces énergies demeure très limitée [98- 99].

Parmi les énergies renouvelables, l'énergie éolienne reste la plus compétitive. Le marché mondial de l'énergie éolienne a connu une croissance de 41,7 % en 2009 et une hausse moyenne de 28,6 % par an au cours des treize dernières années. Selon le secrétaire général du Global Energy Wind Council, l'énergie éolienne pourrait fournir un cinquième de l'électricité mondiale dans vingt ans.

Le paramètre le plus important de l'énergie éolienne est la vitesse du vent. En ce qui concerne l'Algérie, la ressource éolienne varie beaucoup d'un endroit à un autre. Ceci est principalement dû à une topographie et un climat très diversifiés. En effet, notre vaste pays, se subdivise en deux grandes zones géographiques distinctes. Le Nord méditerranéen est caractérisé par un littoral de 1200 km et un relief montagneux, représenté par les deux chaînes de l'Atlas télien et l'Atlas saharien. Entre elles, s'intercalent des plaines et les hauts plateaux de climat continental.

Le littoral algérien comporte plusieurs activités comme la pêche, l'agriculture et même de l'industrie. Toutes ces activités nécessitent à la fois de l'énergie électrique et de l'eau potable. En plus, la côte algérienne est balayée à longueur d'année par des vents forts. L'exploitation de l'énergie cinétique des vents pour la production de l'énergie électrique permet à la fois de soulager le réseau électrique et aussi contribuer à l'implantation d'une énergie durable.

### V-1 Physique de l'énergie éolienne

Avant de discuter des potentialités de l'énergie éolienne et de ses applications, il est utile de comprendre les propriétés physiques de ce type d'énergie.

L'énergie cinétique d'une masse d'air  $m$  se déplaçant à une vitesse  $u$  est exprimée comme suit :

$$E_{Ec} = \frac{1}{2} m u^2 \quad \text{V.1}$$

Cette masse d'air peut être exprimée en fonction de la masse volumique de l'air  $\rho_{air}$  et du volume  $V$  :

$$E_{Ec} = \frac{1}{2} \rho_{air} V u^2 \quad \text{V.2}$$

Le volume est exprimé par le produit d'une surface  $A$ , perpendiculaire au flux du vent, et du déplacement de ce dernier :

$$E_{Ec} = \frac{1}{2} \rho_{air} (S dx) u^2 \quad \text{V.3}$$

La puissance produite par une l'énergie cinétique n'est autre que la variation de cette énergie par unité de temps :

$$P = \frac{dE_{Ec}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \rho_{air} S dx u^2 \right) \quad \text{V.4}$$

Cette expression est réduite à :

$$P = \frac{1}{2} \rho_{air} S u^3 \quad \text{V.5}$$

En général, on utilise le terme de puissance spécifique  $P_w$ . Il s'agit de la puissance par unité de surface. C'est la puissance délivrée par un rotor de surface  $A$ .

$$P_w = \frac{1}{2} \rho_{air} u^3 \quad \text{V.6}$$

Cette puissance spécifique est exprimée en Watt/m<sup>2</sup>. Elle est fonction du cube de la vitesse.

La masse volumique de l'air est fonction de la température et de la pression de l'air, qui sont eux aussi fonction de la hauteur par rapport au niveau de la mer **[100]** :

$$\rho_{air}(z) = \frac{\rho_0}{RT} \exp\left(\frac{-gz}{RT}\right) \quad \text{V.7}$$

$\rho_{air}(z)$  : Masse volumique de l'air en fonction de l'altitude (Kg/m<sup>3</sup>).

$\rho_0$  : Masse volumique de l'air à la surface de la mer ( 1.225 Kg/m<sup>3</sup>).

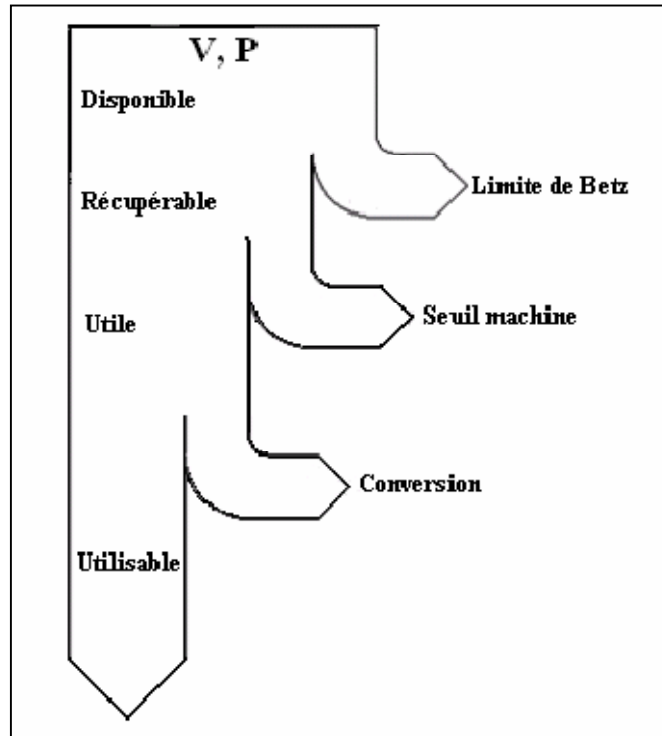
$R$  : Constante des gaz parfaits spécifique de l'air (287,05 KJ/kg K).

$T$  : Température en (K).

$z$  : Altitude (m)

Compte tenu des nécessités de conversion de l'énergie cinétique due au vent en énergie mécanique (mouvement de rotation de l'éolienne) l'énergie disponible (potentiel) subit une suite de pertes en cascades, jusqu'à la sortie machine, (limite de Betz, seuils machine et pertes de conversion). Cette dégradation de l'énergie est représentée schématiquement en figure 5.1.

En effet, seule une partie de la puissance éolienne disponible sur un site donné, appelée puissance utilisable est réellement obtenue en fin de processus, soit à la sortie de l'éolienne.



**Figure 5.1** : Représentation schématique des dégradations successives de l'énergie éolienne avant utilisation.

### V-1.1 Potentiel énergétique éolien récupérable (théorème de Betz)

L'énergie cinétique disponible est convertie en énergie mécanique en utilisant une machine à aubes (où pâles) dite communément éolienne. La vitesse du vent en aval de la roue n'étant jamais nulle, ceci implique que la puissance éolienne disponible n'est pas entièrement récupérée au niveau de l'hélice [101 -110].

Considérons quatre points sur une même ligne de courant (Fig. 5.2):

- un point en amont (sur  $A_1$ ) ;
- un point juste avant le capteur proprement dit ;
- un autre juste après le capteur ;
- un dernier en aval (sur  $A_2$ ).

Aux deux points loin du capteur, sur  $A_1$  et  $A_2$ , la pression est égale à la pression atmosphérique  $p_{atm}$ .

Aux deux points proches du capteur, la section est égale à la surface  $S$ . Comme le débit massique est constant, la vitesse du vent est la même en ces deux points :  $u$ . En revanche il y a une discontinuité de pression entre ces deux points.

L'écoulement est supposé parfait et stationnaire, et le fluide est supposé incompressible (masse volumique constante). L'effet du champ de pesanteur est nul (l'air capté flotte dans l'air "autour", la poussée d'Archimède équilibre exactement le poids de l'air, dont l'éventuel travail - même en supposant une variation d'altitude - est ainsi annulé). On applique le théorème de Bernoulli deux fois, d'une part entre l'amont et le point juste avant, d'autre part le point juste après et l'aval ; on a donc :

Au point  $A_1$  :

$$\frac{p_{atm}}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{u^2}{2} \quad \text{V.8}$$

Au point  $A_2$  :

$$\frac{p_{atm}}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{u^2}{2} \quad \text{V.9}$$

La soustraction des équations V.8 et V.9 donne :

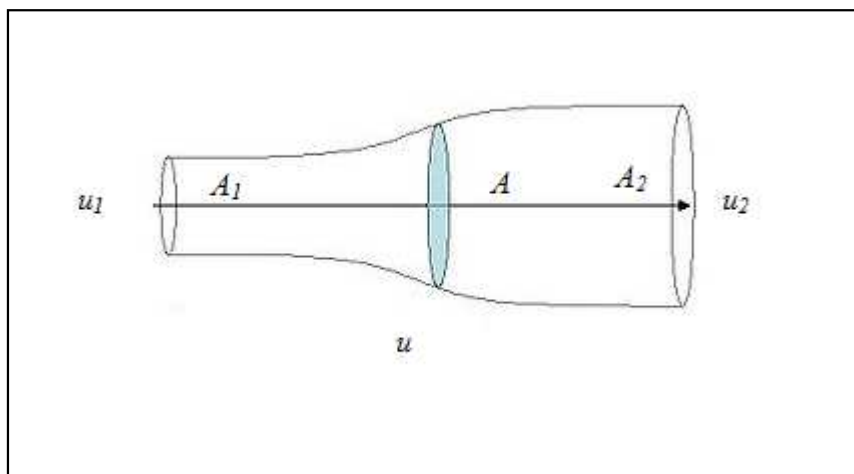
$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}(u_1^2 - u_2^2) \quad \text{V.10}$$

La force exercée par le vent sur le capteur est :

$$F = (p_1 - p_2) S = \frac{\rho}{2} S (u_1^2 - u_2^2) \quad \text{V.11}$$

Cette force peut aussi être écrite en utilisant l'équation de conservation de la quantité de mouvement (équation de Newton) :

$$F = \rho S u (u_1 - u_2) \quad \text{V.12}$$



**Figure 5.2** : Circulation de l'air autour d'un obstacle (hélice).

L'égalité des équations V.11 et v.12 donne :

$$u = \frac{(u_1 + u_2)}{2} \quad \text{V.13}$$

La puissance développée est donc :

$$P = F u = \frac{\rho}{2} S (u_1^2 - u_2^2) \frac{(u_1 + u_2)}{2} \quad \text{V.14}$$

Le maximum de puissance récupéré par la roue est obtenu dans les conditions suivantes :

$$\frac{\partial P}{\partial u_1} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 P}{\partial^2 u_1} = 0 \quad \text{V.15}$$

La solution est obtenue pour :

$$u_2 = \frac{1}{3} u_1 \quad \text{V.16}$$

En remplaçant  $u_2$  par son expression dans l'équation V.14, on obtient :

$$P_{max} = \frac{\rho}{2} S \left( u_1^2 - \left( \frac{1}{3} u_1 \right)^2 \right) \left( \frac{u_1}{2} + \frac{u_1}{6} \right) \quad \text{V.17}$$

On obtient :

$$P_{max} = \frac{16}{27} \frac{\rho}{2} S u_1^3 \quad \text{V.18}$$

En comparant cette équation à l'équation V.6, on obtient :

$$P_{max} = \frac{16}{27} P \quad \text{V.19}$$

Cette limite (environ 0.59) est appelée "limite de Betz".

Ceci signifie que le rendement maximal théorique d'une éolienne est ainsi fixé à 16/27, soit environ 59,3 %. Ce chiffre ne prend pas en compte les pertes d'énergie occasionnées lors de la conversion de l'énergie mécanique du vent en énergie électrique.

En prenant en considération la limite de Betz et en remplaçant la densité de l'air par sa valeur moyenne, la moyenne maximale récupérable par unité de surface est donnée par :

$$P_{récupérable} = 0,37 u^3 \quad \text{V.20}$$

Dans le cas d'une hélice de diamètre D, la limite de Betz est égale à :

$$P_{récupérable} = 0,37 \frac{\pi}{4} D^2 u^3 \quad \text{V.21}$$

$$P_{récupérable} = 0,29 D^2 u^3 \quad \text{V.22}$$

La puissance fournie par un aérogénérateur est proportionnelle :

- au **carré** des dimensions du rotor
- au **cube** de la vitesse du vent

### V-1.2 Potentiel éolien moyen utilisable

Une éolienne est caractérisée par trois types de vitesses :

- Vitesse de démarrage ( $u_D$ ) : seules les vitesses du vent supérieures à cette vitesse sont exploitables.
- Vitesse d'arrêt ( $u_A$ ) : lorsque cette vitesse est atteinte le système est stoppé pour éviter d'endommager l'éolienne.
- Vitesse nominale ( $u_n$ ) : elle est comprise entre les deux premières limites. lorsque la vitesse nominale est atteinte, l'augmentation de la vitesse de vent n'a aucun effet sur le régime de la roue.

La puissance développée par une éolienne est donnée par :

$$P_u = \begin{cases} 0 & \text{pour } u < u_D \\ \frac{1}{2} \rho u^3 & \text{pour } u_D \leq u \leq u_n \\ \frac{1}{2} \rho u_n^3 & \text{pour } u_n \leq u < u_A \\ 0 & \text{pour } u \geq u_A \end{cases} \quad \text{V.23}$$

### V-1.3 Potentiel éolien moyen utile

La puissance éolienne moyenne réellement utile s'écrit :

$$P_{utile} = \eta P_u \quad \text{V.24}$$

Où  $\eta$  représente le rendement de la machine.

Ce dernier représente le rapport entre la puissance nominale donnée par le constructeur et la puissance électrique théorique calculée pour une vitesse du vent constante égale à la vitesse nominale. Soit :

$$\eta = \frac{P_n}{P_{Théorique}} \quad \text{V.25}$$

Avec :

$$P_{Théorique} = \frac{1}{2} \rho S u_n^3 \quad \text{V.26}$$

Les systèmes de conversion de l'énergie éolienne sont utilisés au maximum de leurs performances si leur choix est effectué, correctement, en fonction des paramètres du site d'implantation.

## V-2 Modèles statistiques pour l'analyse des données du vent

Plusieurs fonctions de probabilité ont été utilisées pour trouver une distribution statistique adéquate pour la représentation des régimes de vent. Il a été constaté que les distributions de Weibull et Rayleigh peuvent être employées pour décrire les variations du vent avec des niveaux de précisions acceptables [111-113].

### V-2.1 Distribution de Weibull

Le modèle le plus utilisé pour traduire la variation des vitesses du vent est la loi de distribution de Weibull. Sa densité de probabilité se présente sous la forme suivante [114-117] :

$$f(u) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{u}{c}\right)^{k-1} \exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^k\right) \quad \text{V.27}$$

En assimilant les fréquences aux probabilités, la densité de probabilité  $f(u)$  représente la distribution en fréquences des vitesses mesurées. Quand on trace la fréquence de la distribution, on obtient une courbe dont le sommet représente la vitesse du vent la plus fréquente.

$k$  et  $c$  sont des paramètres appelés communément les paramètres de Weibull. Le paramètre  $k$  (facteur de forme) est sans dimension et caractérise la forme de la distribution de fréquence alors que  $c$  détermine la qualité du vent (facteur d'échelle). Ce dernier a la dimension d'une vitesse.

La détermination de ces paramètres permet la connaissance de la distribution des vents pour un site donné. Le traitement peut se faire directement ou en passant par les fréquences par classes en considérant les moyennes.

La fonction de distribution cumulative de Weibull  $F(u)$  est déterminée comme suit :

$$F(u) = f(u \leq u_x) = \int_0^{u_x} f(u) du = 1 - \exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^k\right) \quad \text{V-28}$$

### V-2.2 Distribution de Rayleigh

La distribution de Rayleigh est un cas particulier de la distribution de Weibull. Elle est utilisée dans plusieurs études pour la représentation des distributions des vitesses du vent. Dans cette distribution, le facteur de forme est égal à 2 ( $k = 2$ ).

La densité de probabilité est donnée par :

$$f(u) = 2 \frac{u}{c^2} \exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right) \quad \text{V.29}$$

La fonction cumulative est donnée par [119] :

$$F(u) = f(u \leq u_x) = \int_0^{u_x} f(u) du = 1 - \exp\left(-\left(\frac{u_x}{c}\right)^2\right) \quad \text{V-30}$$

Toutefois, la distribution de Weibull classique (fonction de deux paramètres) est la plus indiquée. L'utilisation de ces deux paramètres permet l'évaluation d'un nombre important de propriétés de la distribution, d'où une meilleure caractérisation des sites [103].

### V-2.3 Evaluation des paramètres k et c

Plusieurs travaux ont été réalisés pour la détermination des paramètres k et c de la distribution de Weibull [118-120]. Nous nous contentons de citer les plus utilisées.

#### V-2.3.1 Régression non-linéaire

Connaissant les vitesses du vent et leur fréquence, on peut déterminer les paramètres de la loi de distribution de Weibull par une régression non-linéaire. Cette technique permet d'obtenir des résultats avec une grande précision. La difficulté de cette méthode réside dans la complexité de la technique de résolution qui est basée une optimisation non-linéaire et qui nécessite la connaissance des paramètres initiaux.

La méthode de Levenberg-Marquardt permet d'obtenir une solution numérique au problème de minimisation d'une fonction non-linéaire dépendant de plusieurs variables. Le point fort de cette technique est sa robustesse : elle a l'avantage d'aboutir à la solution même si l'estimé (vecteur initial) est loin de la solution.

#### V-2.3.2 Lissage par la méthode des moindres carrés « régression linéaire »

Cette technique consiste à transformer le modèle non linéaire en un modèle linéaire par des transformations analytiques. Les paramètres de la distribution sont ensuite calculés à partir des paramètres du modèle linéaire [121] :

La fonction de distribution cumulative de Weibull  $F(u)$  est transformée analytiquement en une expression linéaire comme suit :

$$\ln\left(-\ln(1 - F(u))\right) = k \ln(u) - k \ln(c) \quad \text{V-31}$$

L'expression obtenue est de la forme :

$$Y = A X + B \quad \text{V-32}$$

Avec :

$$\begin{cases} A = k \\ \text{et} \\ B = -k \ln(c) \end{cases} \quad \text{V-33}$$

D'où

$$c = \exp\left(-\frac{B}{A}\right) \quad \text{V-34}$$

### V-2.3.3 Méthode du maximum de vraisemblance

L'estimation du maximum de vraisemblance est une méthode statistique courante utilisée pour déterminer les paramètres de la distribution de probabilité d'un échantillon donné.

L'application de la fonction de vraisemblance à la distribution de Weibull s'écrit :

$$L = \prod_{i=1}^n f(u_i) \quad \text{V-35}$$

La notation " $L$ " désigne le terme le terme anglais "Likelihood" universellement adoptée.

$n$  représente le nombre d'observations.

$$L = \prod_{i=1}^n \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{u_i}{c}\right)^{k-1} \exp\left(-\left(\frac{u_i}{c}\right)^k\right) \quad \text{V-36}$$

En pratique, on maximise le logarithme de la fonction de vraisemblance :

$$\log(L) = \sum_{i=1}^n \log(k) - k \sum_{i=1}^n \log(c) + (k-1) \sum_{i=1}^n \log(u_i) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{u_i}{c}\right)^k \quad \text{V-37}$$

La méthode consiste à trouver les paramètres  $k$  et  $c$  pour que  $L$  soit maximale.

La résolution de cette équation peut se faire directement en utilisant une méthode d'optimisation pour la minimisation de  $(-L)$ . Parmi les techniques d'optimisation utilisées, on peut citer l'optimisation par la méthode Levenberg-Marquardt.

Pour la deuxième méthode de résolution, passe par la détermination des conditions pour que la fonction  $L$  soit maximale :

$$\begin{cases} \frac{\partial(\log L)}{\partial k} = 0 & \frac{\partial(\log L)}{\partial c} = 0 \\ \frac{\partial^2(\log L)}{\partial k^2} < 0 & \frac{\partial^2(\log L)}{\partial c^2} < 0 \end{cases} \quad \text{V-38}$$

On obtient :

$$\frac{\partial(\log L)}{\partial c} = -\frac{k}{c} n + \frac{k}{c} \sum_{i=1}^n \left(\frac{u_i}{c}\right)^k = 0 \quad \text{V-39}$$

On tire alors, l'expression de  $c$  :

$$c^k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (u_i)^k \quad \text{V-40}$$

Par ailleurs,

$$\frac{\partial(\log L)}{\partial k} = \frac{n}{k} - n \log c + \sum_{i=1}^n \log u_i - \frac{\sum_{i=1}^n u_i^k \log u_i}{c^k} + \frac{\sum_{i=1}^n u_i^k \log c}{c^k} = 0 \quad \text{V-41}$$

En utilisant l'équation V-40, on trouve :

$$\frac{n}{k} + \sum_{i=1}^n \log u_i - \frac{\sum_{i=1}^n u_i^k \log u_i}{c^k} = 0 \quad \text{V-42}$$

D'où :

$$\frac{n}{k} = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{c^k} \sum_{i=1}^n u_i^k \log u_i - \sum_{i=1}^n \log u_i \right) \quad \text{V-43}$$

Les équations V-43 et V-40 forment un système d'équations qui peut être résolu par des méthodes numériques.

### V-2.3.4 Méthode de l'écart type

Cette méthode est assez simple à exploiter. Elle utilise la valeur de la vitesse moyenne et l'écart type d'une série de données d'un site pour la détermination des paramètres  $k$  et  $c$ . Pour cela, on utilise l'expression suivante [103] :

$$k = \left( \frac{\sigma}{u_{moy}} \right)^{1,086} \quad \text{V-44}$$

Où  $\sigma$  et  $u_{moy}$  sont l'écart type et la vitesse moyenne.

Le facteur d'échelle est calculé comme suit :

$$c = \frac{u_{moy}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)} \quad \text{V-45}$$

## V-3 Evaluation du gisement éolien de la côte ouest de l'Algérie

Cette partie a pour objectif l'évaluation du gisement éolien de la région ouest de la côte algérienne. Les stations concernées par cette étude sont celles de : Ténès, Mostaganem, Arzew, Oran, Tlemcen, Ghazaouet et BéniSaf.

L'analyse statistique des vitesses du vent de ces sept stations météorologiques s'est portée sur une période de neuf années (2002-2010). Elle permet par la suite, de calculer les puissances utilisables qui peuvent être exploitées dans ces régions. Pour la station de Ténès, seules les données de l'année 2002 et 2003 sont disponibles pour tous les mois de l'année. Pour les autres années, seules les données de quelques mois existent. Les données météorologiques de la station de Tlemcen sont utilisées pour le traitement et l'affinement des données.

Le tableau 5.1 donne les positions des différentes stations météorologiques étudiées.

Station	Abréviation	Latitude	Longitude	Altitude
Ténès	TNS	36.5	1.33	18
Mostaganem	MST	35.88	0.11	138
Arzew	ARZ	35.81	-0.26	4
Oran	ORA	35.7	-0.65	22
Tlemcen	TLC	34.86	-1.33	247
Béni-Saf	BSF	35.3	-1.35	70
Ghazaouet	GZT	35.1	-1.86	5

**Tableau 5.1** : Positions des stations météorologique étudiées.

Les données météorologiques utilisées dans cette étude sont tirées à partir du site espagnol [www.tutiempo.net](http://www.tutiempo.net) . Elles sont données sous forme de moyennes journalières. Les données disponibles sont :

- Température moyenne (°C) ;
- Température maximale (°C) ;
- Température minimale (°C) ;
- Humidité relative (%) ;
- Précipitations (mm) ;
- Vitesse du vent (Km/h) ;
- Vitesse du vent maximale (Km/h).

Avant d'être utilisées, ces données sont d'abord traitées. Ceci permet d'extraire le maximum d'informations correctes.

### V-3.1 Classement des données

Les données brutes des vitesses du vent telles qu'elles sont disponibles sur le site internet [www.tutiempo.net](http://www.tutiempo.net) ne sont pas directement exploitables. Elles se trouvent dans des tableaux avec d'autres données, celles mentionnées ci-dessus. Le classement de ces données est une étape à la fois importante et fastidieuse. Le nombre de données à traiter est considérable.

### V-3.2 Comblement des données manquantes de vitesses du vent

L'un des problèmes rencontrés lors de l'analyse des vitesses du vent des stations citées ci-haut, est le manque de données pour certaines périodes.

Janvier 2002							Janvier 2004						
TNS	MST	ARZ	ORA	TLC	BSF	GZT	TNS	MST	ARZ	ORA	TLC	BSF	GZT
	3,2	3,6	4,8	0,9	1,0	2,4				3,2	3,3	1,2	
4,53	2,9	2,1	4,3	1,3	0,8	0,0				3,9	4,2	1,0	
3,08	0,5	1,2	2,1	2,7		0,7	1,7	3,9	6,5	2,7	1,7	0,0	
2,67	1,2	4,2	3,3	1,0	0,8	0,0	1,3	0,7	3,6	0,4	0,1	0,0	
5,14	1,8	4,8	4,3	2,1	2,1	2,8	1,0	1,2	3,8	1,0	0,0	1,8	2,2
1,81	3,1	4,3	3,9	1,4	2,3	3,7	1,6	0,7	2,1	0,4	0,2	1,2	0,8
4,22	2,5	4,7	2,8	0,7	0,0	4,4	1,2	1,3	1,8	0,9	0,7	0,0	3,1
0,83	1,4	2,9	1,9	1,1	0,0	2,6	1,6	1,3	6,3	3,9	2,4	1,2	3,3
3,61	1,3	2,9	2,8	1,2	0,0	1,9	0,8	4,1	7,6	4,7	3,3	1,4	1,3
2,47	0,3	3,1	1,1	0,9	0,0	1,3	1,1	1,3	7,1	4,2	0,9	1,0	1,3
0	0,4	1,6	1,3	0,2	0,4	0,6	0,7	0,7	3,0	0,8	0,5	1,2	
1,64	0,4	2,2	1,4	0,0	0,0	0,0	0,5	0,9	1,4	1,1	0,5	2,5	1,4
4,33	0,3	2,1	1,1	0,7	0,0	1,0	0,6	1,4	5,0	1,9	0,4	1,7	
3,33	1,0	2,1	2,3	1,0	0,0	0,0	1,8	2,5	5,8	3,4	1,5	0,6	
3,5	0,3	2,6	1,8	1,3	0,0	1,7	1,0	0,3	4,5	1,0	0,5	0,6	1,6
3,31	0,8	4,1	1,9	1,5	0,6	1,0	1,2	0,0	4,0	1,8	0,7	0,0	0,8
1,94	0,3	3,9	0,3	0,0		1,6	1,6	1,1	4,6	1,9	0,5	0,2	1,7
3,69	0,5	1,4	0,4	1,2	1,0	2,5		4,7	7,4	4,0	4,9	2,5	
2,94	0,3	2,7	0,4	0,7	0,6	1,0	1,3	0,0	4,9	1,8	0,9	4,3	1,7
3,92	0,8	1,9	1,5	0,3	0,0	1,0	1,2	0,4	5,6	2,2	1,9	1,9	
5,14	0,8	1,9	2,5	1,6	0,6	0,6	1,7	2,3	7,5	4,5	4,2	0,0	3,9
6,03	1,9	6,0	4,4	4,0	4,1	1,3		1,6	6,6	1,9	1,2	1,8	
	1,3	3,5	3,0	4,9	0,8	0,6	1,4	1,4	5,9	3,0	1,2	1,6	1,2
6,64	4,4	6,6	6,1	4,2		0,7		0,4	6,5	3,8	1,1	3,7	2,3
	1,2	4,7	3,0	1,2			1,2	2,1	5,1	3,3	0,5	3,0	1,3
4,33	0,1	3,1	1,6	1,3	0,8	1,8	1,4	6,4	7,4	6,9	2,4	7,8	2,6
2,89	0,9	0,9	1,4	0,1	0,0	1,4	1,6	6,5	8,5	7,3	2,7	0,6	3,4
0,61	0,7	2,6	1,9	0,6	0,0	1,0	2,1	3,9	6,8	4,9	4,8	4,9	3,3
0,92	0,4	1,3	1,2	1,4	0,0	1,2				3,2	3,3	1,2	
	0,7	2,6	1,3	1,0		0,0				3,9	4,2	1,0	
5,14	1,2	3,2	3,3	1,7	2,1	1,6	1,7	3,9	6,5	2,7	1,7	0,0	

**Tableau 5.2 :** Données lacunaires pour le mois de janvier de l'année 2002 et 2004.

Le tableau 5-2 donne les valeurs des vitesses du vent en (m/s).

Les cases en rouge représentent les données manquantes. Ces dernières doivent être d'abord calculées pour pouvoir les exploiter.

Pour le comblement des données manquantes, il est nécessaire de passer par la matrice de corrélation.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de données lacunaires par station et par mois.

Stations	Mois	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
MOS	Janvier	0	7	3	0	0	0	0	0	0
ARZ		0	4	3	0	0	0	0	0	0
ORA		0	0	0	0	0	0	0	0	0
TLC		0	0	0	0	0	0	0	0	0
BSF		5	6	0	0	0	2	0	0	0
GZT		1	18	13	1	0	1	0	0	0
MOS	Février	0	0	0	0	0	0	1	0	0
ARZ		2	0	1	0	0	1	1	0	0
ORA		0	0	0	0	0	0	0	0	0
TLC		0	0	0	0	0	0	0	0	0
BSF		2	1	0	0	0	1	2	0	0
GZT		1	6	4	1	8	1	1	0	0
MOS	Mars	0	0	1	0	0	2	0	1	0
ARZ		10	0	1	0	0	2	0	1	0
ORA		0	0	0	0	0	0	0	0	0
TLC		0	0	0	0	0	0	0	0	0
BSF		1	2	0	0	0	5	0	1	0
GZT		0	5	5	0	21	5	0	1	0
MOS	Avril	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ARZ		10	0	0	0	0	0	0	0	0
ORA		0	0	0	0	0	0	1	0	0
TLC		0	0	0	0	0	0	0	0	0
BSF		7	7	0	0	0	1	0	0	0
GZT		6	5	1	0	0	1	0	0	0
MOS	Mai	6	3	0	0	0	0	1	0	2
ARZ		6	3	0	0	0	0	1	0	2
ORA		6	0	0	0	0	0	0	0	0
TLC		6	0	0	0	0	0	0	0	0
BSF		9	8	0	0	1	0	1	0	2
GZT		10	9	0	0	1	0	1	0	2
MOS	Juin	4	1	0	0	0	0	1	0	0
ARZ		4	1	0	0	0	0	1	0	0
ORA		4	0	0	0	0	0	0	0	0
TLC		4	0	0	0	0	0	0	0	0
BSF		6	6	0	0	0	1	2	1	0
GZT		7	6	0	0	0	1	2	1	0
MOS	Juillet	3	0	0	0	0	0	2	0	0
ARZ		5	0	0	0	0	0	0	0	0
ORA		0	0	0	0	0	0	0	0	0
TLC		0	0	0	0	0	0	0	0	0
BSF		8	1	1	1	1	0	0	0	0

GZT		15	1	1	0	1	0	0	0	0
MOS	Août	0	0	0	0	0	1	6	0	0
ARZ		0	0	0	0	0	1	1	0	0
ORA		0	0	0	0	0	1	0	0	0
TLC		0	0	0	0	0	1	1	0	0
BSF		4	2	1	1	0	1	0	0	0
GZT		5	4	0	1	0	1	7	1	0
MOS		Septembre	0	1	0	0	0	0	0	0
ARZ	0		1	0	0	0	0	0	0	0
ORA	0		0	0	0	0	0	0	0	0
TLC	0		0	0	0	0	0	0	0	0
BSF	3		12	0	0	0	2	0	0	0
GZT	6		12	0	0	0	10	21	0	0
MOS	Octobre		1	0	0	0	0	0	0	0
ARZ		1	0	0	0	0	0	0	0	0
ORA		0	0	0	0	0	0	0	0	0
TLC		0	0	0	0	0	0	0	0	0
BSF		1	4	0	0	1	1	0	0	0
GZT		2	4	0	0	2	0	0	0	0
MOS		Novembre	1	0	0	24	0	0	0	0
ARZ	3		1	0	24	0	0	0	0	0
ORA	0		0	0	24	0	0	0	0	0
TLC	0		0	0	24	0	0	0	0	0
BSF	2		5	24	24	0	1	0	0	0
GZT	2		8	3	24	4	0	0	0	0
MOS	Décembre		0	0	0	0	0	0	0	0
ARZ		0	0	0	0	1	0	0	0	0
ORA		0	0	0	0	0	0	0	0	1
TLC		0	0	0	0	0	0	0	0	0
BSF		4	3	1	1	1	0	0	0	0
GZT		5	12	4	0	0	0	0	0	0

**Tableau 5.3 :** Nombre de données lacunaires pour la période étudiée.

**Remarque :**

La station de Ténès ne figure pas sur le tableau 5.3. Les données météorologiques disponibles ne concernent que deux années : 2002 et 2003.

**V-3.2.1 Calcul de la matrice de corrélation**

Cette matrice s'obtient à partir des stations prises 2 à 2 pour un même nombre de couples de données. Ces valeurs permettent de trouver les stations les mieux corrélées pour combler les lacunes de l'une ou de l'autre. Il s'agit de celles présentant le coefficient de corrélation «  $R$  » le plus élevé. Les calculs sont réalisés à l'aide du Logiciel Statistica Version 5.1.

	TNS_02	MOS_02	ARZ_02	ORA_02	TLC_02	BSF_02	GZT_02
TNS_02	1,00	0,28	0,40	0,38	0,53	0,12	0,53
MOS_02	0,28	1,00	0,68	0,89	0,63	0,44	0,48
ARZ_02	0,40	0,68	1,00	0,90	0,72	0,21	0,41
ORA_02	0,38	0,89	0,90	1,00	0,74	0,38	0,50
TLC_02	0,53	0,63	0,72	0,74	1,00	0,24	0,66
BSF_02	0,12	0,44	0,21	0,38	0,24	1,00	0,07
GZT_02	0,53	0,48	0,41	0,50	0,66	0,07	1,00

**Tableau 5.4:** Matrice de corrélation des sept stations pour le mois de janvier 2002.

	TNS_04	MOS_04	ARZ_04	ORA_04	TLC_04	BSF_04	GZT_04
TNS_04	1,00	0,11	0,44	0,45	0,76	0,48	0,00
MOS_04	0,11	1,00	0,68	0,82	0,50	0,75	0,64
ARZ804	0,44	0,68	1,00	0,79	0,79	0,79	0,31
ORA_04	0,45	0,82	0,79	1,00	0,73	0,79	0,38
TLC_04	0,76	0,50	0,79	0,73	1,00	0,84	0,11
BSF_04	0,48	0,75	0,79	0,79	0,84	1,00	0,35
GZT_04	0,00	0,64	0,31	0,38	0,11	0,35	1,00

**Tableau 5.5 :** Matrice de corrélation des sept stations pour le mois de janvier 2004.

### V-3.2.2 Approximation par des équations de régression

L'équation de régression permet d'effectuer le comblement au niveau des stations chaque fois que l'ensemble des données lacunaires est inférieur à la moitié de la longueur de la série. En plus, le comblement par une équation de régression ne concerne que les stations dont le coefficient de corrélation est supérieur ou égal à 0.7.

Par exemple, pour le mois de janvier 2004, les deux stations : Béni-Saf et Ghazaouet les données ne sont pas complètes. Pour la station de Béni-Saf, ses données sont en bonne corrélation avec la station de Tlemcen «  $R = 0.84$  ». Cependant, la station de Ghazaouet est en faible corrélation avec les autres stations. Le coefficient de corrélation le plus élevé est 0.64.

### V-3.2.3 Approximation par les fonctions cubiques splines

Lorsque le coefficient de corrélation entre deux stations est faible, on procède par une interpolation par les fonctions cubiques splines.

L'interpolation par les fonctions cubiques splines est une interpolation par parties. Elle consiste à générer un polynôme d'interpolation de degré trois pour chaque intervalle.

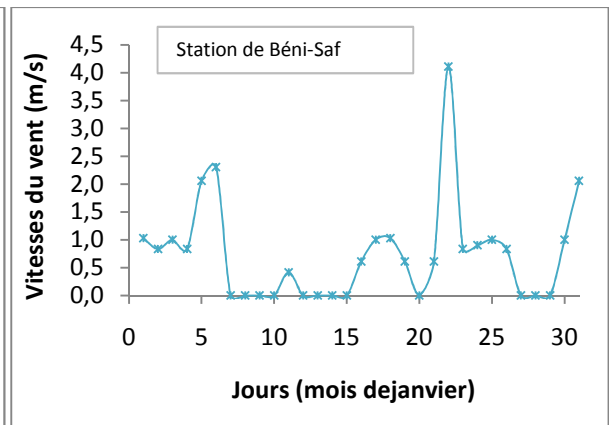
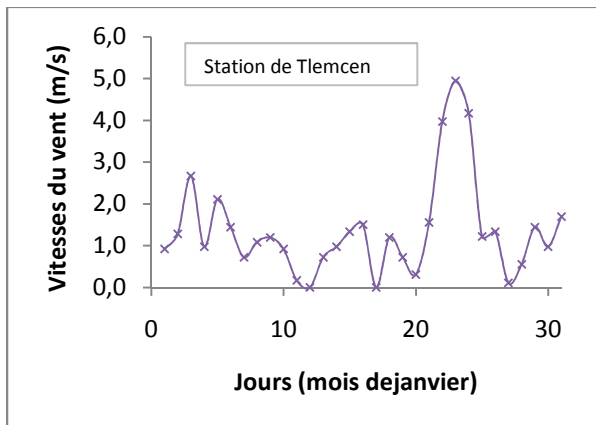
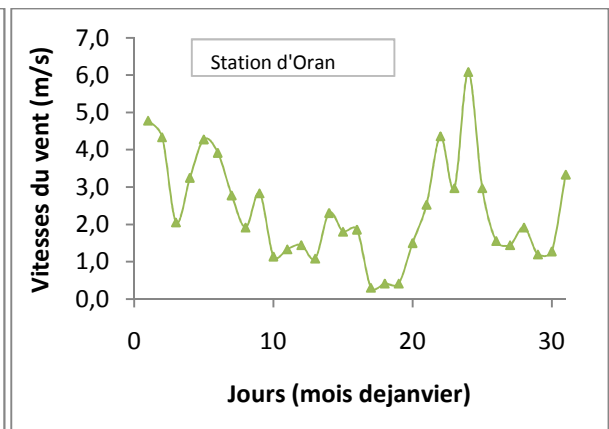
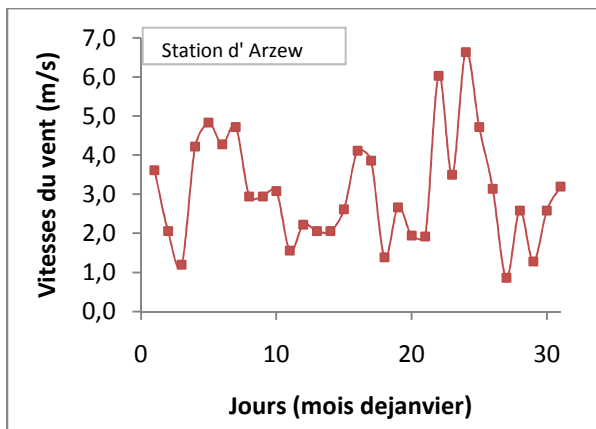
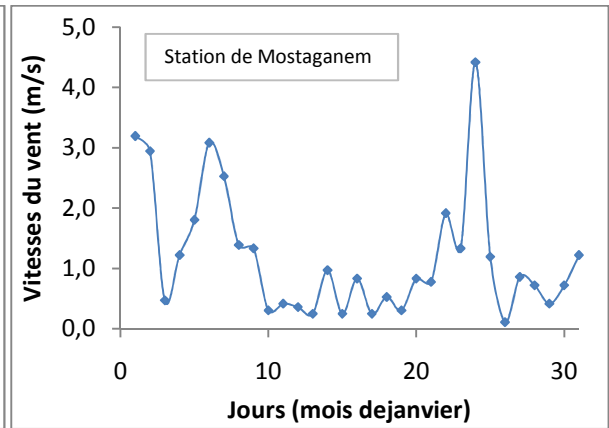
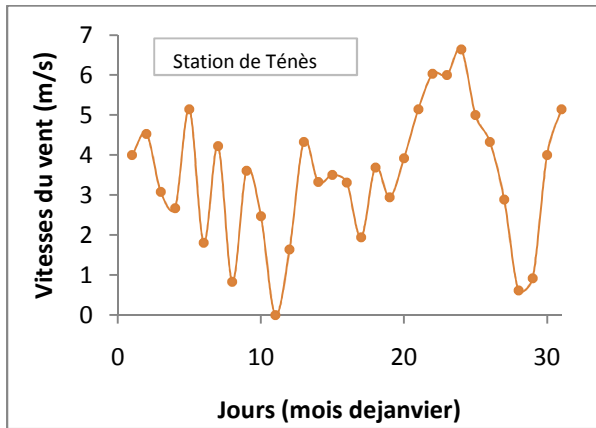
La détermination des paramètres des polynômes d'interpolation est réalisée par des programmes écrits en Fortran 90.

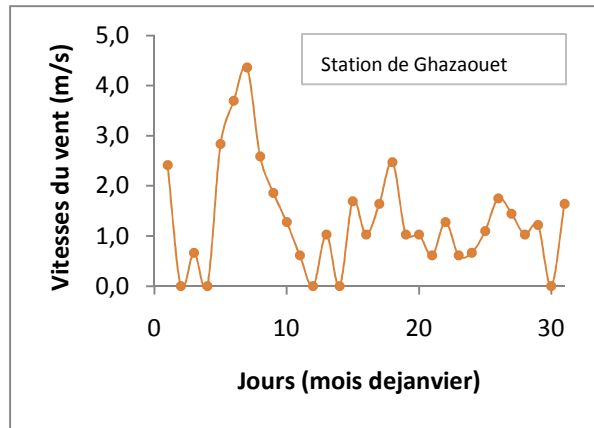
### V-3.3 Variation temporelle de la vitesse moyenne du vent

Après avoir comblé toutes les données manquantes, on procède à l'étude de la variation des vitesses du vent. Le but de cette analyse est de déterminer les sites ainsi que les périodes où la vitesse du vent est importante.

#### V-3.3.1 Variation journalière moyenne de la vitesse du vent

Les figures ci-dessous montrent la variation des vitesses moyennes journalières pour le mois janvier 2002).





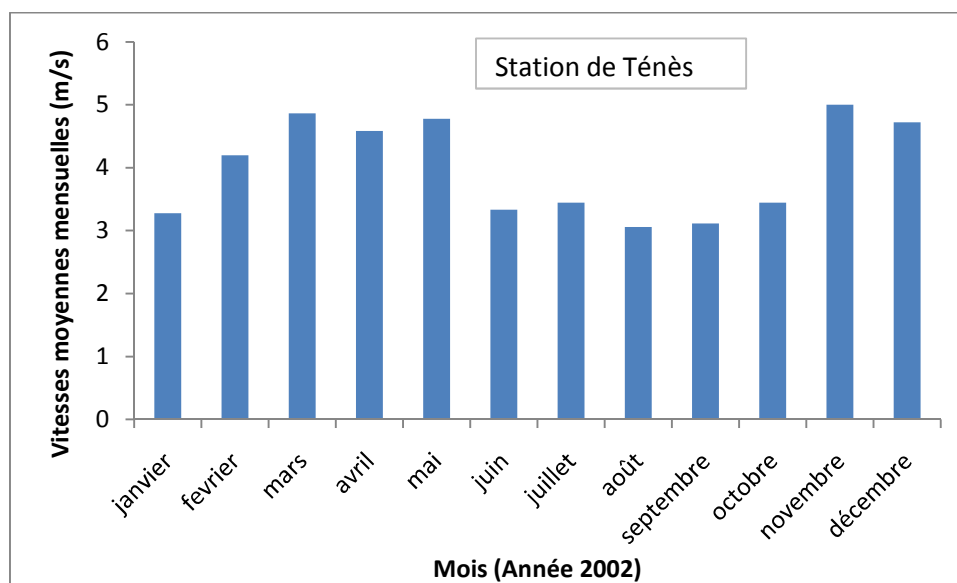
**Figure 5.3:** Variation des vitesses du vent moyennes journalières des stations étudiées (mois de janvier 2002).

Les variations journalières de la vitesse du vent dépendent du lieu géographique et diffèrent d'un site à un autre. La figure 5.3 montre la variation journalière de la vitesse du vent pour les sites de Ténès, de Mostaganem, d'Arzew, d'Oran, de Tlemcen, de Béni-Saf et de Ghazaouet. On remarque que les amplitudes des variations sont assez proches pour les stations de Mostaganem, de Tlemcen, de Béni-Saf et de Ghazaouet. Ces amplitudes sont plus grandes pour les trois stations restantes : Ténès, Arzew et Oran.

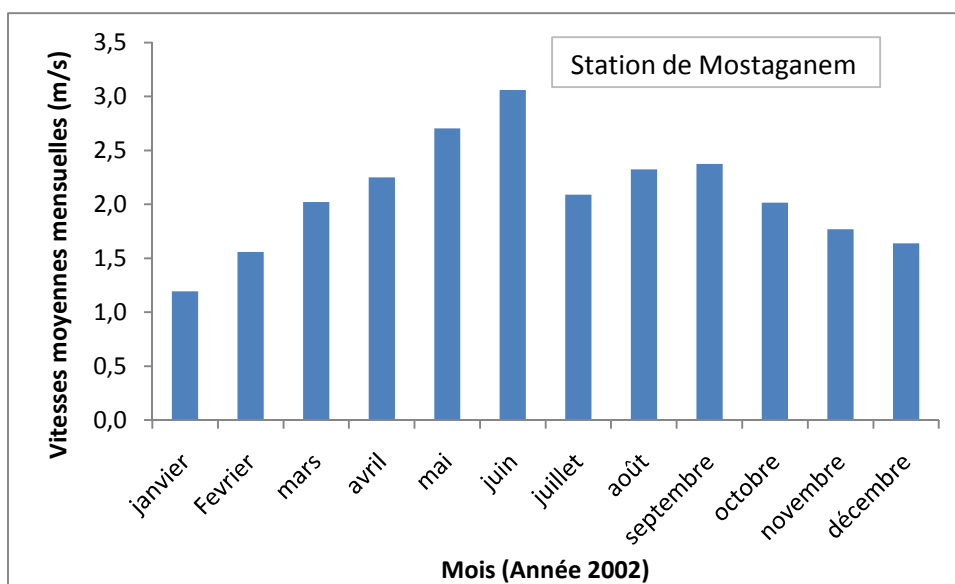
On constate aussi que toutes les stations, à l'exception de la station de Ghazaouet, présentent les mêmes pics. Un pic au sixième et au vingt-cinquième jour. Le même phénomène est constaté pour les autres mois.

### V-3.3.2 Variation mensuelle moyenne de la vitesse du vent

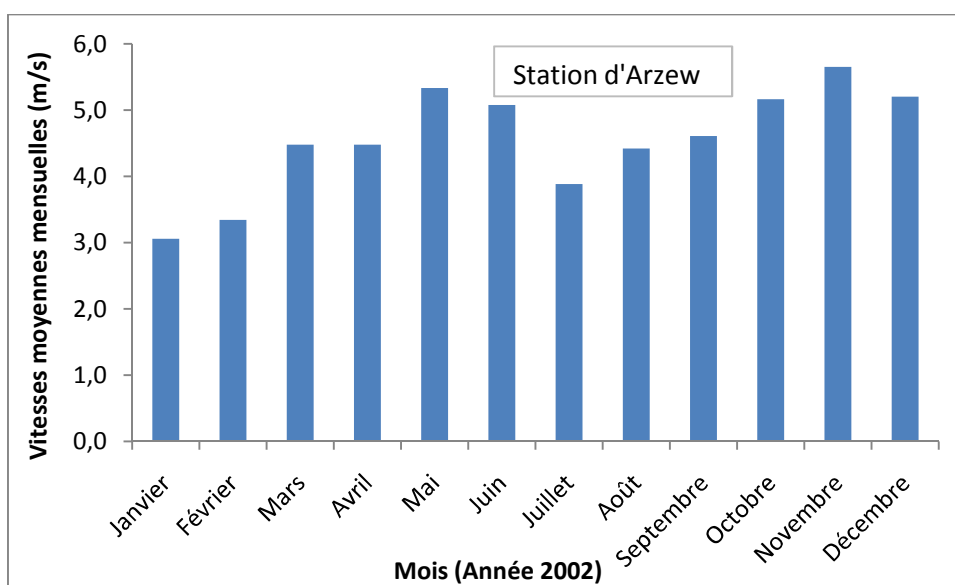
Les figures ci-dessous donnent les variations des vitesses moyennes mensuelles.



**Figure 5.4:** Variation des vitesses du vent moyennes mensuelles de la station de Ténès.



**Figure 5.5 :** Variation des vitesses du vent moyennes mensuelles de la station de Mostaganem.



**Figure 5.6 :** Variation des vitesses du vent moyennes mensuelles de la station d'Arzew.

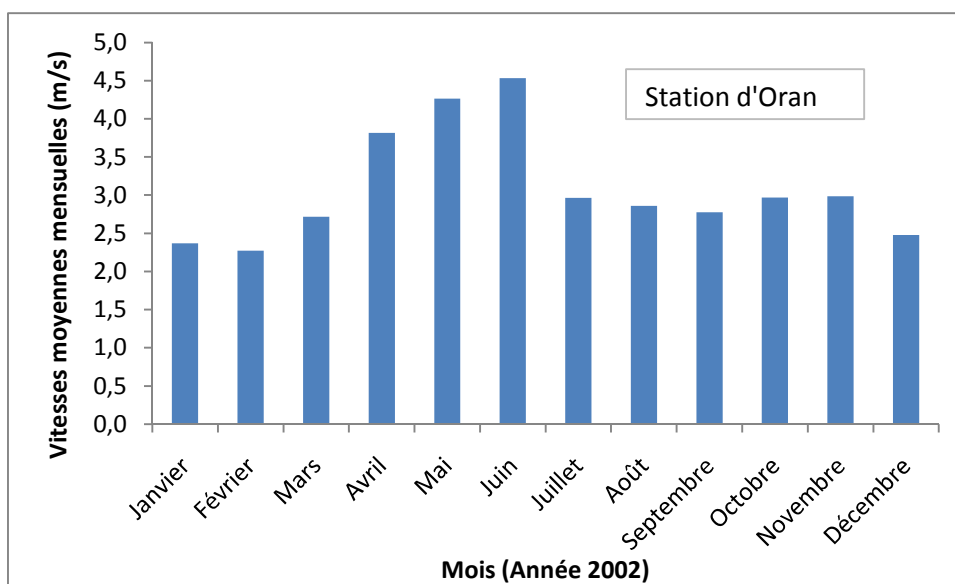


Figure 5.7 : Variation des vitesses du vent moyennes mensuelles de la station d'Oran.

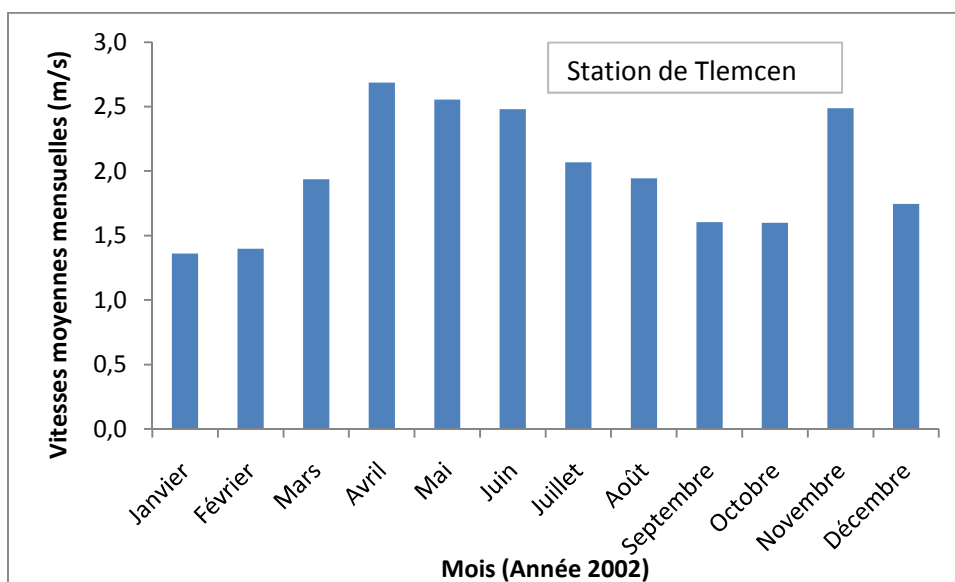
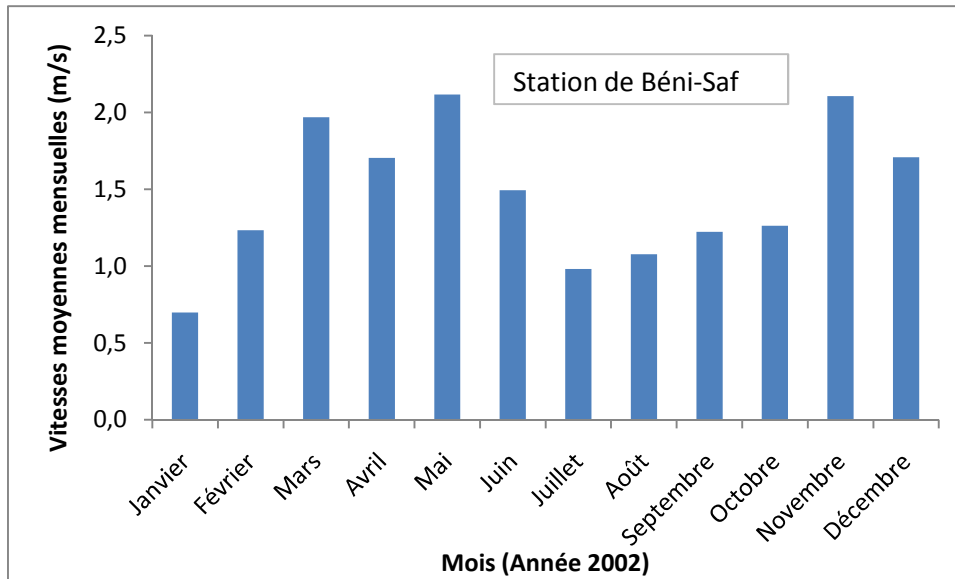
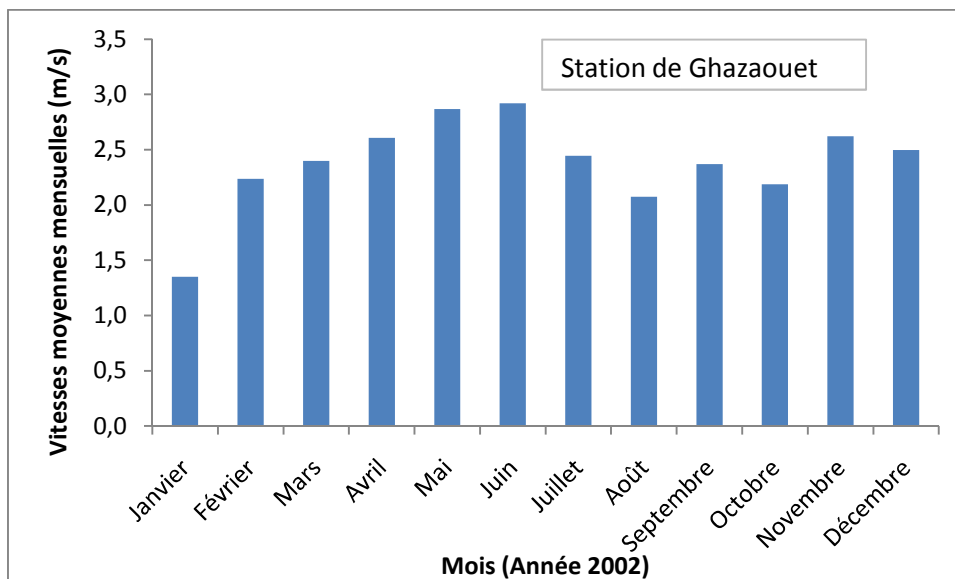


Figure 5.8 : Variation des vitesses du vent moyennes mensuelles de la station de Tlemcen.



**Figure 5.9 :** Variation des vitesses du vent moyennes mensuelles de la station de Béni-Saf.



**Figure 5.10 :** Variation des vitesses du vent moyennes mensuelles de la station de Ghazaouet.

Les variations moyennes mensuelles de la vitesse du vent dépendent aussi du lieu géographique et différent d'un site à un autre. Dans ces figures, on constate aussi que les amplitudes des variations des trois stations de Ténès, d'Arzew et d'Oran sont plus importantes que les autres stations.

### V-3.3.2 Variation pluriannuelle de la vitesse du vent

Les moyennes mensuelles des vitesses du vent des stations météorologiques de Mostaganem, d'Arzew, d'Oran, de Tlemcen, de Béni-Saf et de Ghazaouet pour la période d'étude (de 2002 à 2010) sont résumées dans les tableaux ci-dessous.

Station de Mostaganem									
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
janvier	1,2	2,3	1,9	1,6	1,8	1,2	1,4	3,4	3,1
février	1,6	1,7	1,9	2,2	2,5	2,3	2,1	2,7	2,9
mars	2,0	1,2	1,9	2,0	2,6	2,4	3,0	3,1	2,4
avril	2,2	1,7	3,2	2,5	2,2	2,3	2,5	3,2	2,4
mai	2,7	1,7	2,4	2,3	2,4	2,3	2,9	2,7	4,0
juin	3,1	1,6	1,6	2,6	2,3	2,7	2,2	2,4	2,5
juillet	2,1	1,3	1,7	2,4	1,8	2,2	2,1	1,9	1,9
août	2,3	1,4	1,8	2,0	2,0	2,6	2,1	1,9	1,7
septembre	2,4	1,7	1,5	2,0	1,6	1,8	2,0	1,9	2,0
octobre	2,0	1,8	1,6	1,1	1,5	1,8	2,6	1,4	1,9
novembre	1,8	2,1	0,9	0,9	1,2	1,1	2,4	2,3	2,6
décembre	1,6	2,2	2,0	1,8	1,7	1,2	2,8	2,7	1,9

**Tableau 5.6 :** Variation pluriannuelle des vitesses du vent de la station de Mostaganem.

Station d'Arzew									
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
janvier	3,1	6,9	5,1	3,3	3,9	3,1	3,7	5,6	4,6
février	3,3	5,6	4,0	3,2	4,3	5,0	3,5	4,3	4,7
mars	4,5	4,4	5,2	4,0	4,6	5,4	5,4	4,7	4,1
avril	4,5	5,5	5,5	4,8	4,2	4,6	4,5	4,9	4,2
mai	5,3	4,9	5,3	4,5	4,0	4,7	4,8	4,5	4,3
juin	5,1	4,5	4,0	4,1	3,8	4,8	3,9	3,8	3,7
juillet	3,9	4,1	4,2	4,8	3,5	4,1	4,2	3,8	3,7
août	4,4	4,0	3,6	4,0	4,0	4,2	3,9	4,0	3,4
septembre	4,6	4,6	3,4	4,4	4,3	3,6	4,0	3,6	3,9
octobre	5,2	4,4	3,7	3,5	3,5	3,8	4,2	3,2	3,7
novembre	5,7	4,3	3,2	4,1	3,8	3,5	4,5	4,2	4,7
décembre	5,2	5,5	5,1	4,4	4,6	3,7	4,8	4,5	3,7

**Tableau 5.7 :** Variation pluriannuelle des vitesses du vent de la station d'Arzew.

Station d'Oran									
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
janvier	2,4	3,4	2,7	1,8	2,5	2,2	2,4	4,2	4,2
février	2,3	2,6	2,6	1,8	3,6	4,2	2,8	3,3	4,0
mars	2,7	2,3	3,0	2,7	3,6	4,1	4,8	4,3	3,5
avril	3,8	3,2	4,1	3,8	3,8	3,5	4,0	4,4	3,7
mai	4,3	3,2	3,9	3,6	4,0	4,4	4,6	4,2	4,4
juin	4,5	3,2	3,6	3,5	3,9	4,4	4,0	4,1	3,9
juillet	3,0	3,0	3,6	4,5	3,6	3,7	4,3	3,9	3,6
août	2,9	3,0	3,5	3,5	3,8	3,8	3,6	3,9	3,4
septembre	2,8	2,9	2,8	3,7	3,5	3,3	3,4	3,3	3,6
octobre	3,0	2,6	2,6	2,8	3,1	3,0	3,5	2,8	3,1
novembre	3,0	2,3	1,4	2,9	3,1	2,2	3,1	3,8	3,9
décembre	2,5	2,4	2,8	2,9	2,9	2,1	3,8	3,6	3,1

**Tableau 5.8** : Variation pluriannuelle des vitesses du vent de la station d'Oran.

Station de Tlemcen									
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
janvier	1,4	2,2	1,6	1,0	1,4	1,1	1,6	3,3	3,1
février	1,4	2,2	1,6	1,4	2,5	2,3	1,1	1,9	2,9
mars	1,9	1,1	1,6	1,2	2,0	2,6	2,6	2,5	1,4
avril	2,7	2,1	1,9	1,7	1,9	2,0	2,5	2,3	1,4
mai	2,6	2,1	2,4	2,0	2,1	2,1	2,8	2,2	2,3
juin	2,5	2,3	2,0	2,0	2,2	2,2	2,2	1,9	1,9
juillet	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	2,4	1,9	1,9
août	1,9	1,9	2,0	1,8	2,2	2,1	2,0	1,9	1,6
septembre	1,6	1,7	1,6	1,7	1,8	1,7	1,8	1,5	1,7
octobre	1,6	1,6	1,9	1,2	1,6	1,5	2,4	1,3	1,8
novembre	2,5	1,7	1,1	0,9	1,3	1,2	2,3	2,3	2,5
décembre	1,7	2,2	2,1	1,5	1,9	0,9	2,8	2,9	2,2

**Tableau 5.9** : Variation pluriannuelle des vitesses du vent de la station d'Oran.

Station de Béni-Saf									
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
janvier	0,7	2,6	3,6	1,9	3,0	1,0	2,1	4,3	4,6
février	1,2	1,8	2,8	2,8	3,9	2,5	1,7	3,6	3,6
mars	2,0	1,0	2,8	2,2	3,9	2,5	3,7	4,1	2,3
avril	1,7	2,5	2,9	3,0	2,9	1,6	3,1	3,9	2,3
mai	2,1	2,4	3,4	1,5	2,5	2,2	3,8	2,8	3,6
juin	1,5	2,0	2,3	2,2	2,0	1,8	2,6	2,2	2,8
juillet	1,0	2,8	2,9	3,0	2,5	0,5	3,2	1,8	2,3
août	1,1	2,4	2,6	2,3	3,0	1,4	2,8	2,2	1,8
septembre	1,2	2,4	2,5	3,2	2,7	1,7	2,0	2,3	2,8
octobre	1,3	2,6	2,4	1,7	2,1	1,9	2,1	1,6	2,6
novembre	2,1	3,0	1,5	3,3	1,9	1,5	3,0	3,3	4,7
décembre	1,7	3,8	3,2	3,0	2,2	1,5	3,9	3,6	2,7

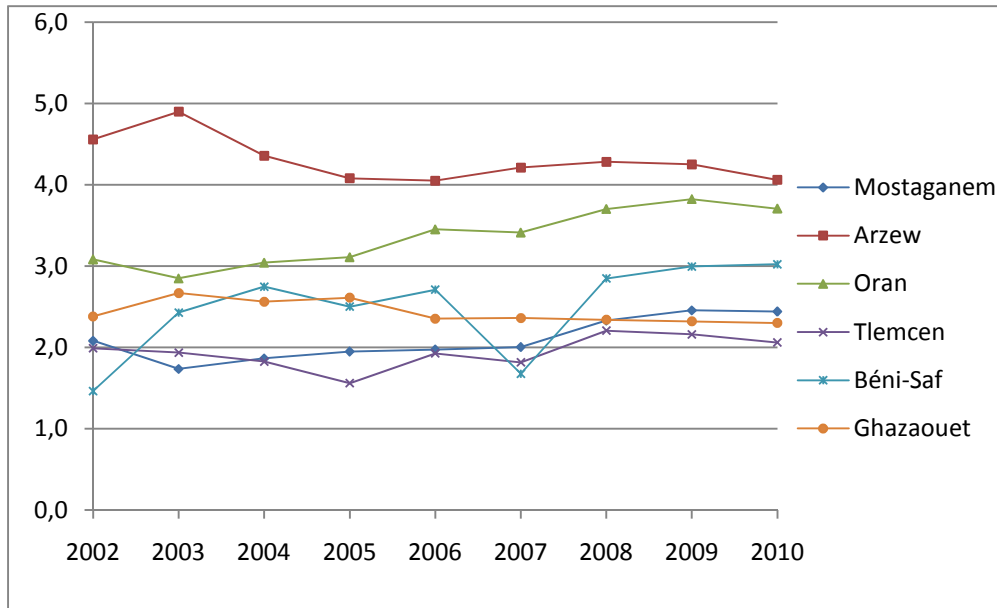
**Tableau 5.10** : Variation pluriannuelle des vitesses du vent de la station de Béni-Saf.

Station de Ghazaouet									
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
janvier	1,3	3,2	2,1	2,9	3,2	2,3	2,3	2,9	2,4
février	2,2	2,9	2,3	2,9	2,5	2,6	2,4	2,7	2,3
mars	2,4	2,7	2,1	2,2	1,1	3,4	2,8	3,0	2,2
avril	2,6	3,3	2,5	2,8	2,4	2,3	2,4	2,6	2,5
mai	2,9	2,8	2,8	2,5	2,4	2,6	2,0	2,3	2,8
juin	2,9	2,3	2,3	2,1	2,4	2,2	2,1	1,6	2,2
juillet	2,4	2,0	2,6	2,4	2,1	1,9	2,1	1,6	2,2
août	2,1	2,3	2,2	2,5	2,5	1,9	1,8	1,9	2,1
septembre	2,4	2,2	2,3	2,4	2,1	2,0	1,8	1,7	2,3
octobre	2,2	2,3	1,9	1,9	2,3	2,2	2,2	1,8	2,1
novembre	2,6	2,6	2,4	4,4	2,6	2,7	3,1	3,1	2,3
décembre	2,5	3,2	5,3	2,2	2,7	2,1	3,1	2,6	2,1

**Tableau 5.11** : Variation pluriannuelle des vitesses du vent. Station de Ghazaouet.

L'analyse de ces données montre que les variations les plus importantes sont enregistrées dans les stations d'Arzew et d'Oran.

La figure ci-dessous donne les moyennes annuelles des vitesses du vent pour la période d'étude (de 2002 à 2010).

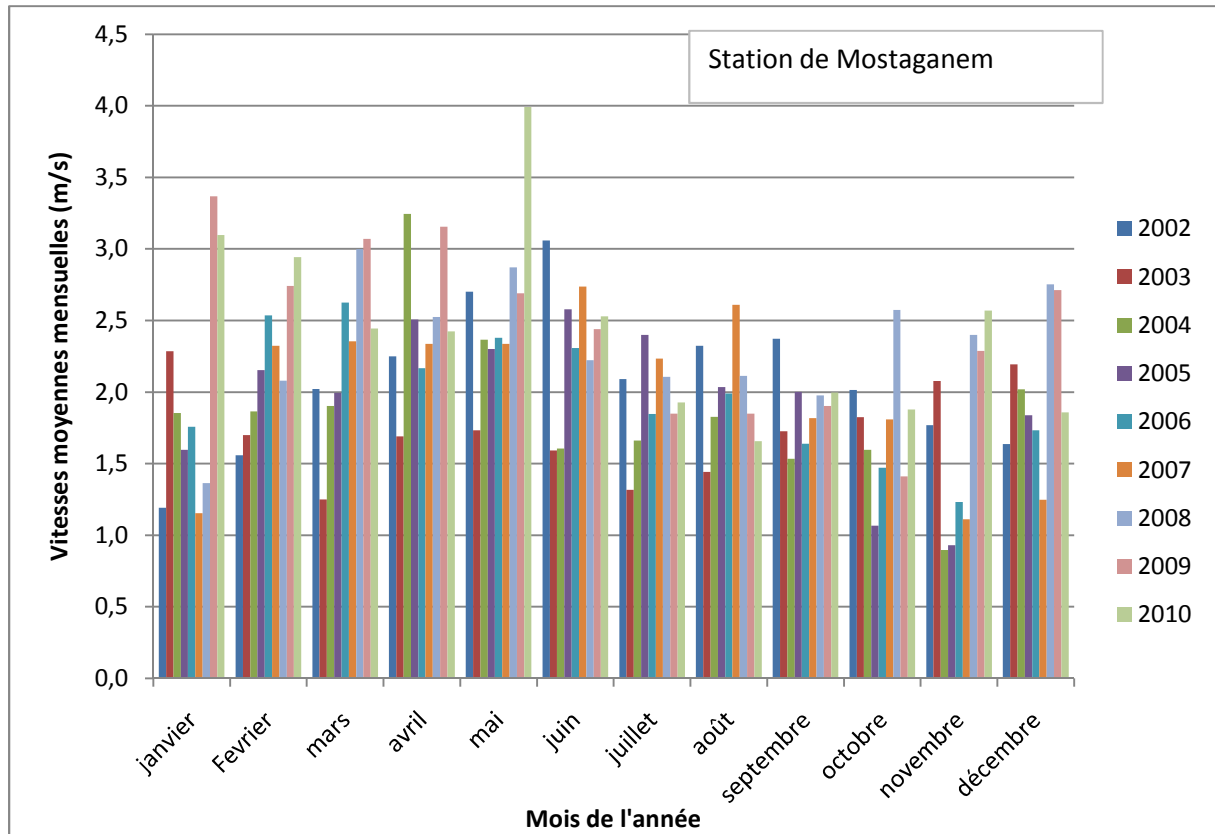


**Figure 5.11 :** Variation pluriannuelle des moyennes mensuelles des vitesses de vent de l'ensemble des stations étudiées pour la période de 2002 à 2010.

Comme le montre la figure 5.11, la région d'Arzew est la plus ventée. Elle enregistre des moyennes annuelles entre 4 et 5 m/s. Elle est suivie de la région d'Oran avec des moyennes entre 3 et 4 m/s. Les régions de Tlemcen, de Béni-Saf et de Ghazaouet ont des vitesses moyennes annuelles assez stables par rapport à la région de Mostaganem de 1.5 m/s à 3 m/s.

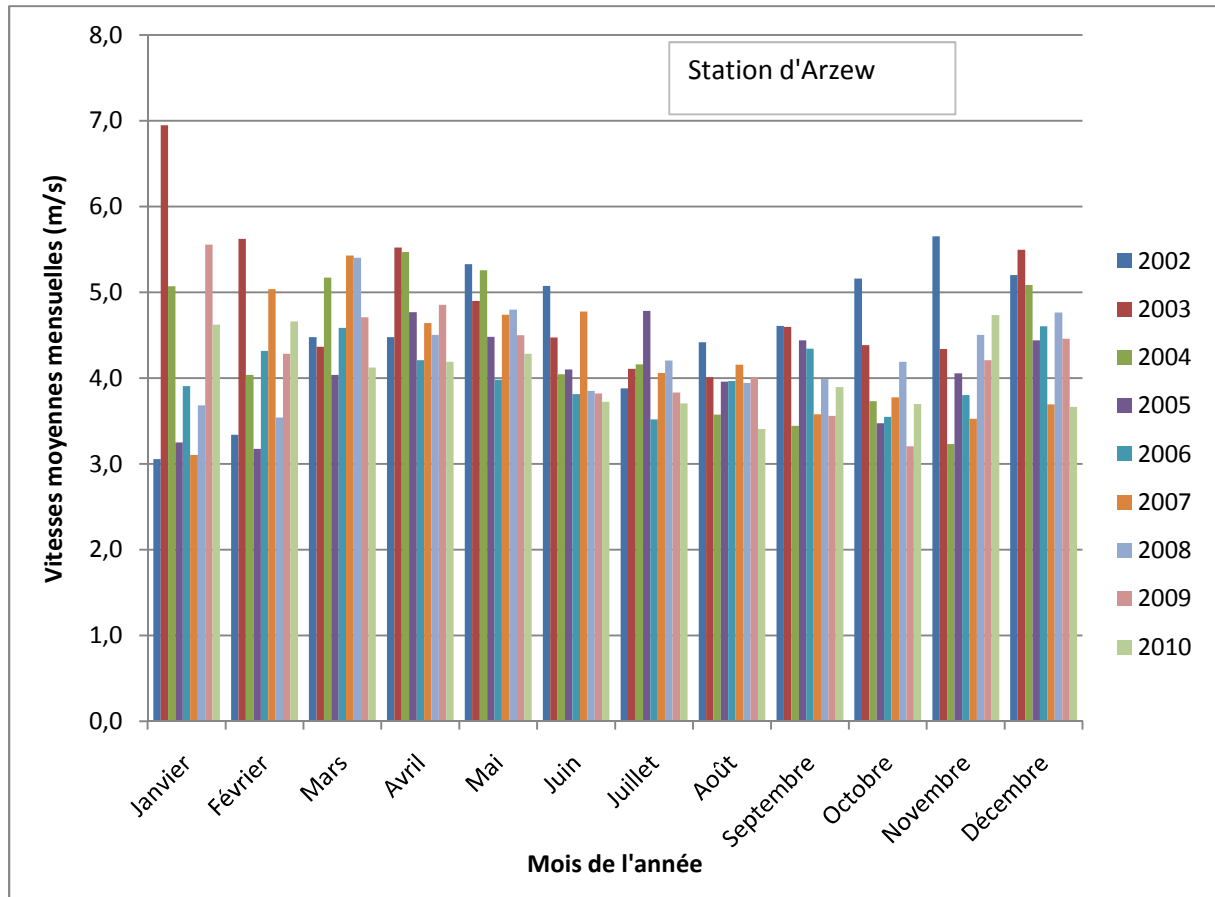
Il est important de noter que l'analyse des valeurs moyennes doit se faire avec beaucoup de précautions car ces dernières peuvent cacher beaucoup d'informations, d'autant plus que la vitesse du vent dépend non seulement de la position géographique mais aussi des phénomènes thermiques dus aux rayonnements solaires. D'autre part, une période de grandes rafales peut être suivie d'une longue période d'accalmie, un phénomène très observé dans la baie d'Arzew.

Dans ce qui suit, nous allons nous contenter de la présentation des courbes globales pour tous les mois.



**Figure 5.12 :** Variation des moyennes mensuelles de la station de Mostaganem pour la période de 2002 à 2010.

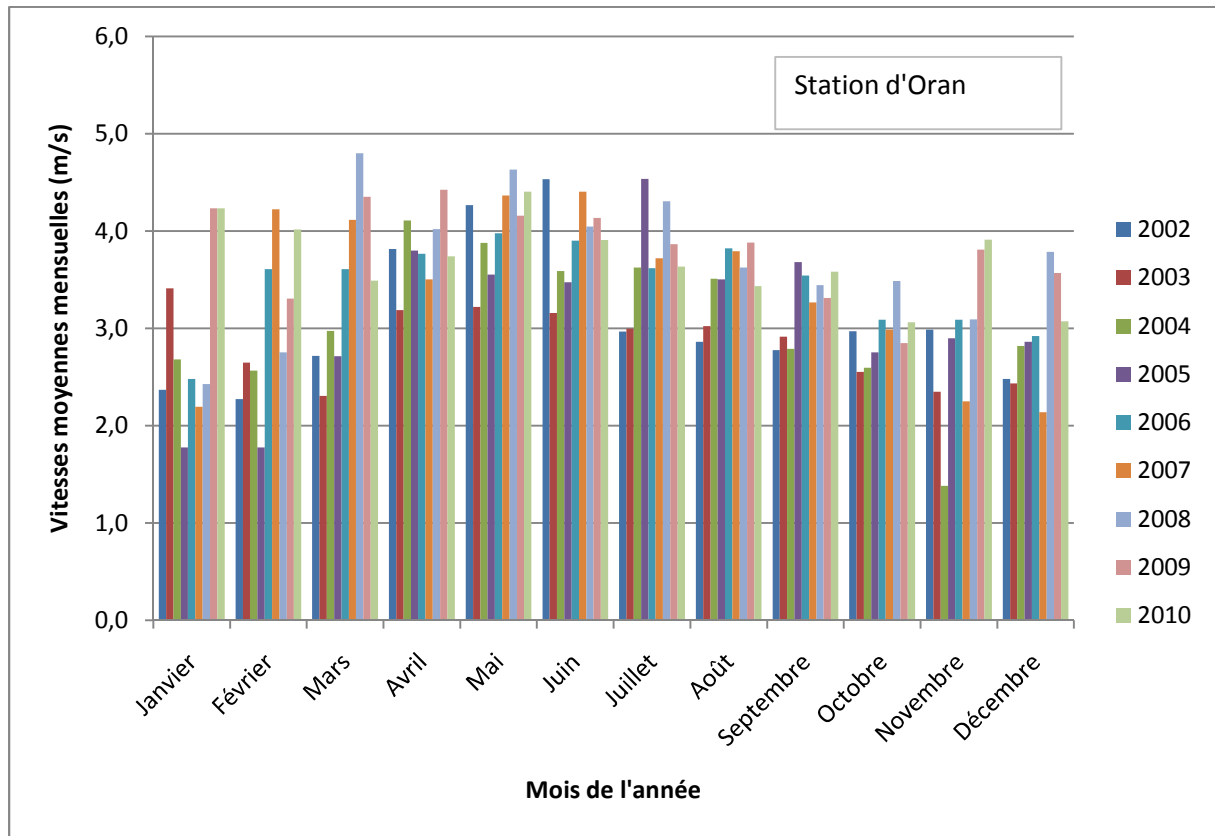
La variation de la vitesse moyenne mensuelle varie d'une année à une autre. Les plus fortes valeurs ont été enregistrées pendant les années de 2009 et 2010 et ce pour, pratiquement tous les mois de l'année 2009 et pour les mois de janvier, février, avril mai et novembre de l'année 2010. Pendant les trois dernières années, il a été enregistré les plus grandes moyennes annuelles de 2.3, 2.4 et 2.5 m/s pour l'année 2008, 2009 et 2010 respectivement. Tandis que la plus faible moyenne a été enregistrée pendant la période de 2003 avec une valeur de 1.7 m/s.



**Figure 5.13 :** Variation des moyennes mensuelles de la station d'Arzew pour la période de 2002 à 2010.

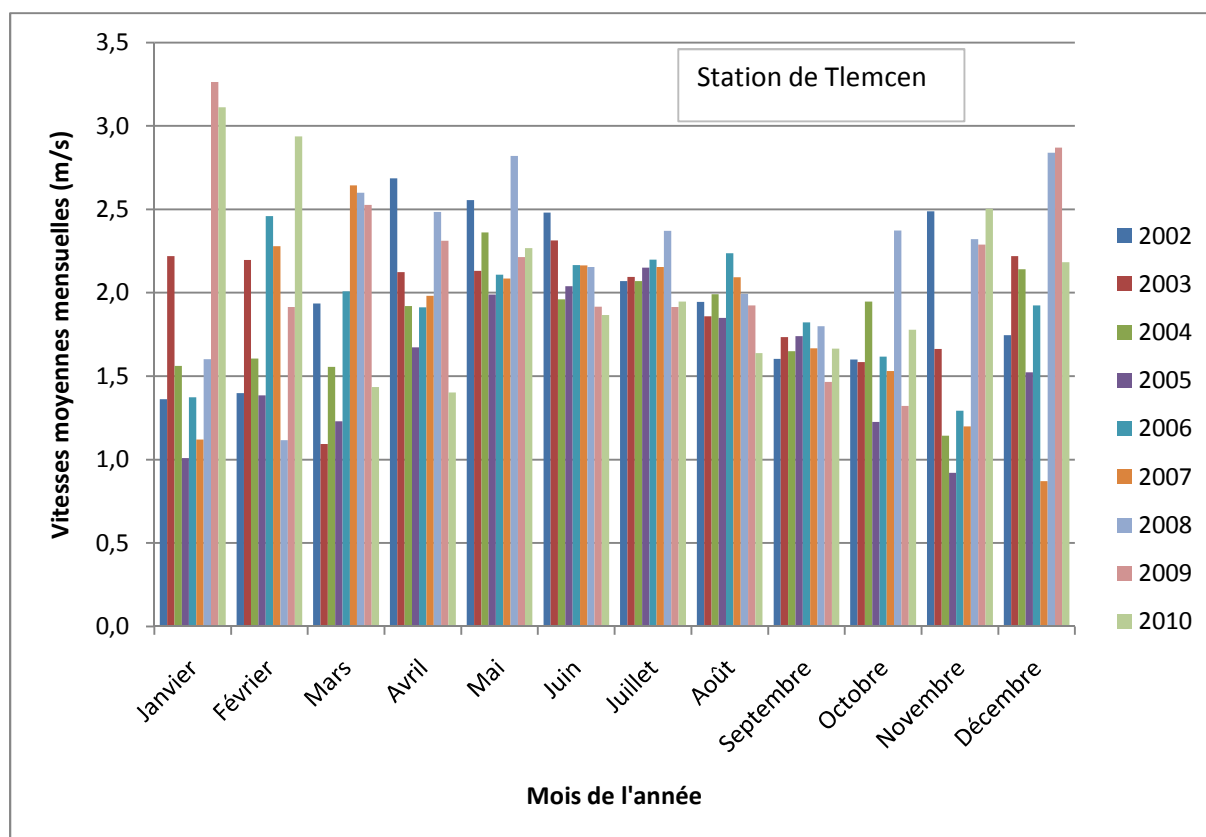
Contrairement à la station de Mostaganem, la station d'Arzew enregistre des moyennes mensuelles assez régulières. Elles varient de 4.1 m/s à 4.9 m/s.

La moyenne mensuelle la plus importante a été enregistrée pendant le mois de janvier de l'année 2003 avec une valeur de 6.9 m/s. Cette année a aussi enregistré la plus grande moyenne mensuelle (4.9 m/s).



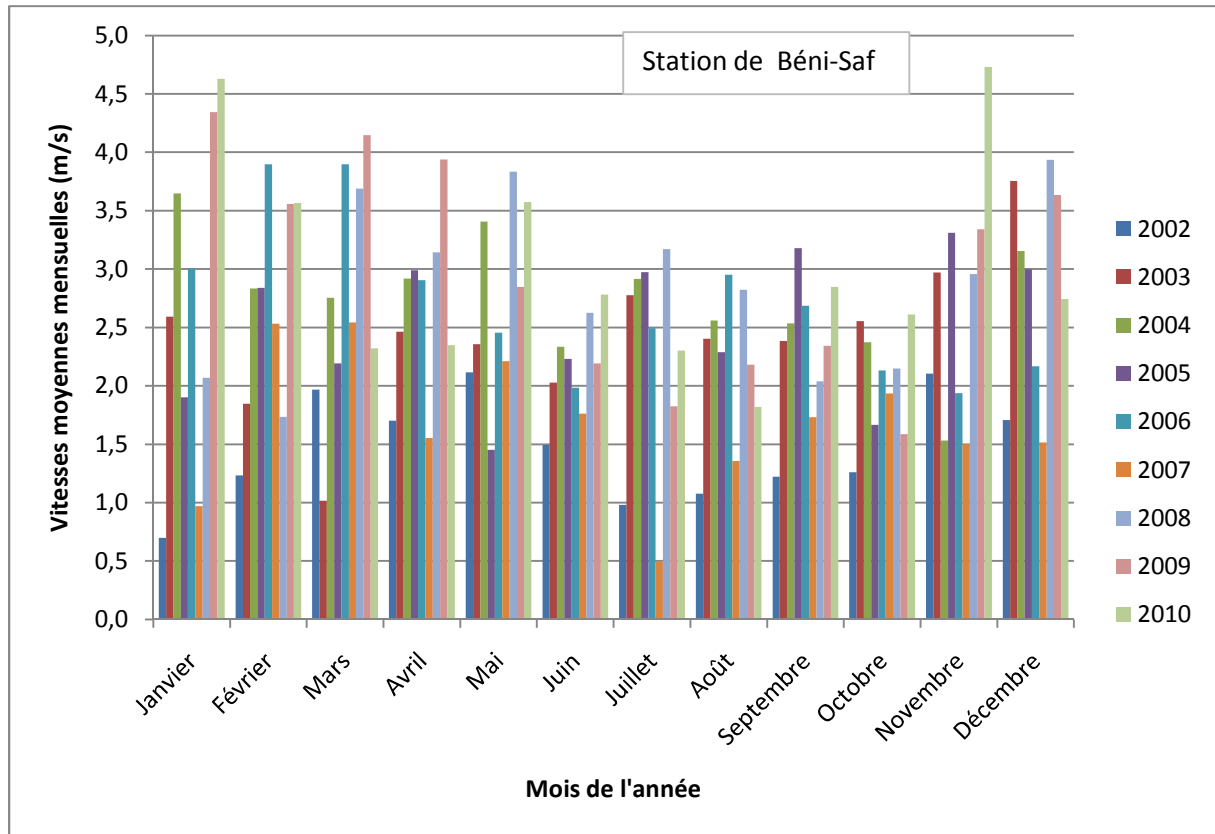
**Figure 5.14 :** Variation des moyennes mensuelles de la station d'Oran pour la période de 2002 à 2010.

La variation de la vitesse moyenne mensuelle de la station d'Oran varie aussi d'une année à une autre. Les plus fortes valeurs ont été enregistrées pendant les années de 2008, 2009 et 2010. C'est aussi pendant ces trois dernières années qu'on a enregistré les moyennes annuelles les plus importantes : 3,7, 3,8 et 3,7 m/s pour les années 2008, 2009 et 2010 respectivement. Tandis que la plus faible moyenne a été enregistrée pendant la période de 2003 avec une valeur de 2,8 m/s.



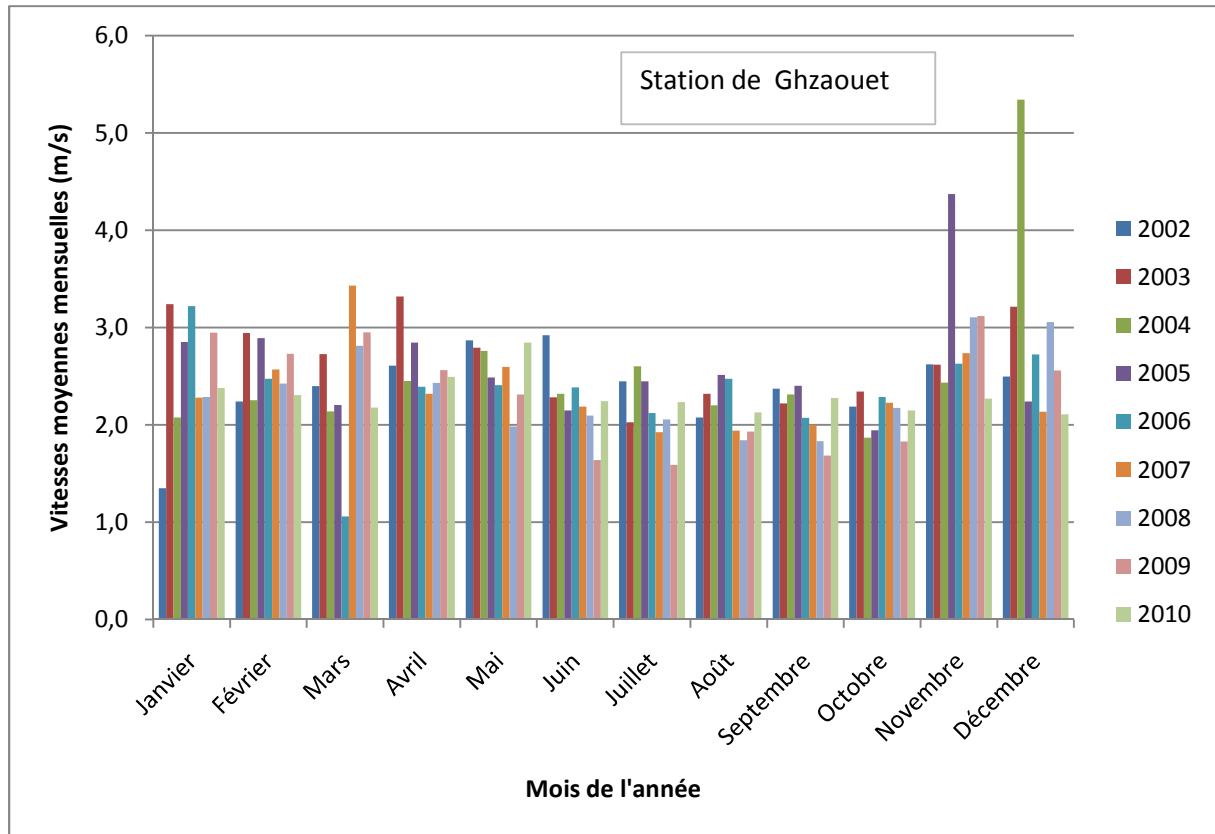
**Figure 5.15 :** Variation des moyennes mensuelles de la station de Tlemcen pour la période de 2002 à 2010.

Pour la station de Tlemcen, les valeurs moyennes annuelles sont très proches. Elles varient de 1.6 m/s à 2.2 m/s. Les moyennes annuelles les plus importantes ont été enregistrées pendant les années 2008, 2009 et 2010. On remarque aussi des vitesses mensuelles maximales pour les mois de janvier, février et décembre de l'année 2009 et 2010.



**Figure 5.16 :** Variation des moyennes mensuelles de la station de Béni-Saf pour la période de 2002 à 2010.

Pour la station de Béni-Saf, la variation de la vitesse moyenne mensuelle varie fortement d'une année à une autre. Par exemple, pour le mois de janvier, les vitesses moyennes mensuelles passent par un minimum de 0.7 m/s pour l'année 2002 à un maximum de 4.6 m/s pour l'année 2010. Cette disparité est constatée pour la période d'études.



**Figure 5.17 :** Variation des moyennes mensuelles de la station de Ghazaouet pour la période de 2002 à 2010.

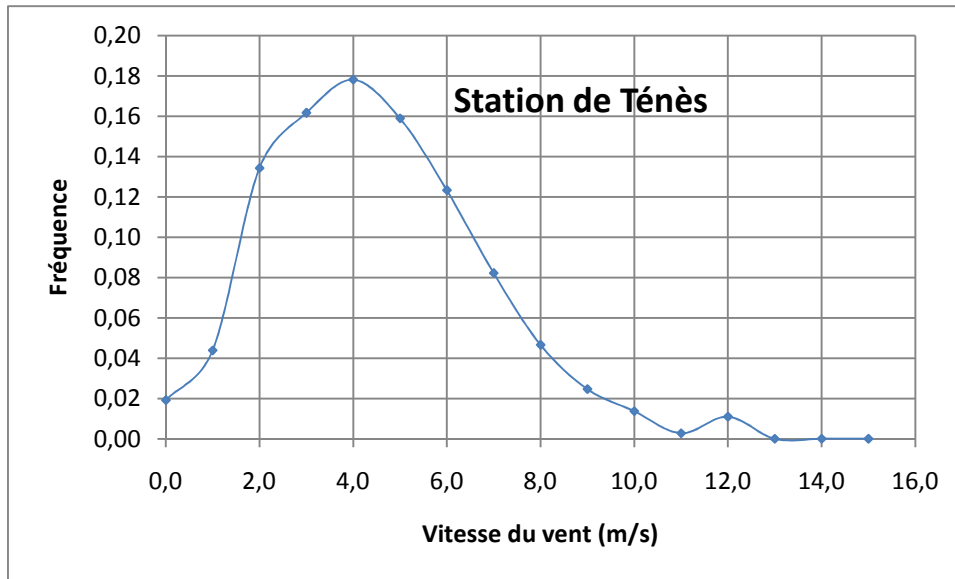
La variation des vitesses moyennes mensuelles de la station de Ghazaouet est assez régulière pour les mois d'avril, mai, juin, juillet, août, septembre et octobre. La moyenne mensuelle maximale a été enregistrée pour le mois de décembre de l'année 2004 avec une valeur de 5.3 m/s. Quant à la moyenne minimale, elle a été enregistrée pour le mois de mars 2006 avec une valeur de 1.1 m/s.

#### V-4 Distribution des fréquences des vitesses de vent

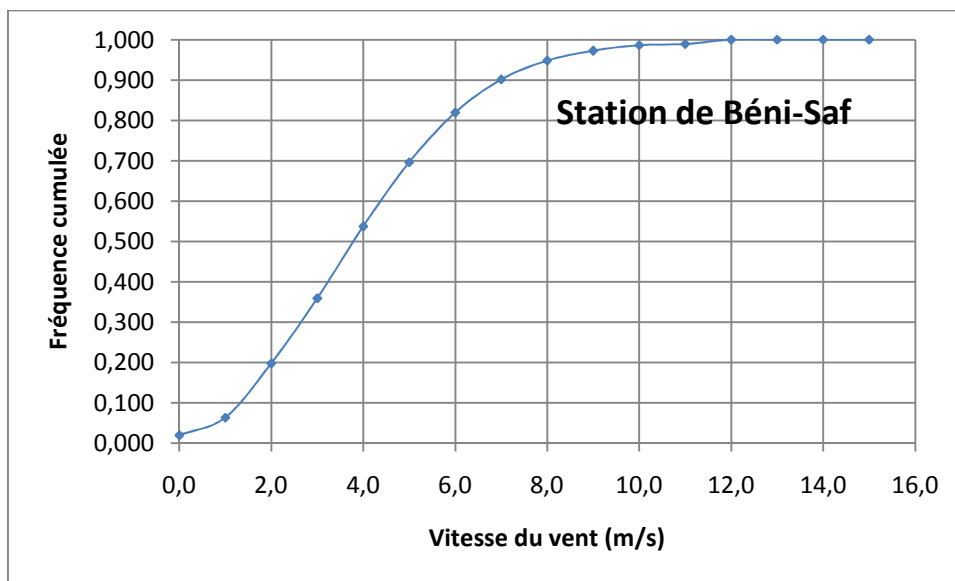
Les courbes de la distribution statistique des fréquences et des fréquences cumulées annuelles des vitesses du vent des stations étudiées pour la période de 2002 à 2010, sont représentées dans les figures ci-dessous.

Les densités de probabilité et les fonctions de distribution cumulative varient d'un site à un autre. Elles permettent de connaître la distribution des vitesses du vent. Le pic de la densité de probabilité indique la vitesse du vent la plus fréquente. La fonction de distribution cumulative permet de connaître le pourcentage pour lequel la vitesse du vent est inférieure à une certaine valeur.

La variation de la densité de probabilité et de la fonction de distribution cumulative se traduit par une variation des paramètres de la loi de distribution de Weibull : le facteur de forme et le facteur d'échelle.



**Figure 5.18 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2002 (Station de Ténès).

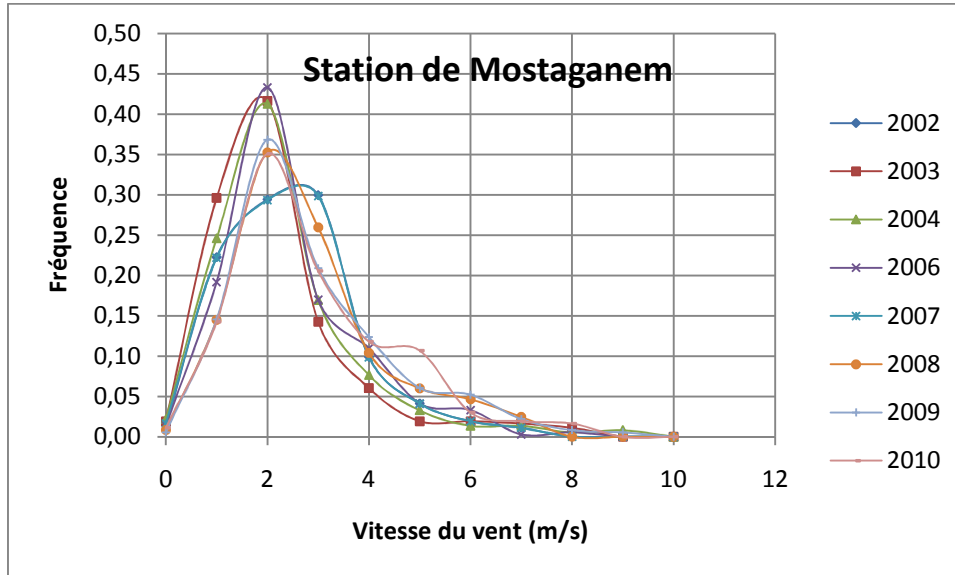


**Figure 5.19 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2002 (Station de Ténès).

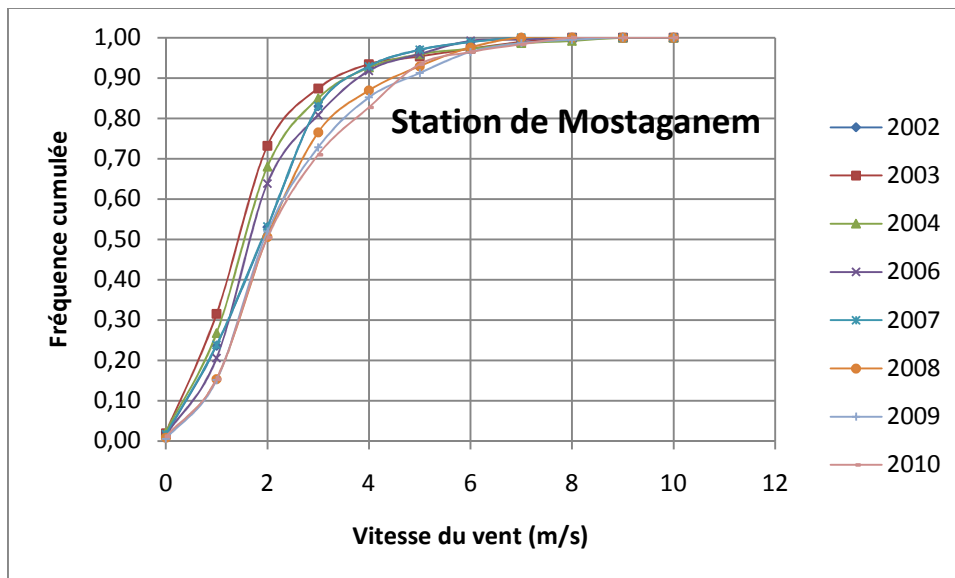
Pour la station de Ténès, seules les données météorologiques de l'année 2002 sont disponibles.

La figure 5.18 montre que la vitesse du vent la plus fréquente est de 4 m/s avec une fréquence de 18 %. Cette vitesse représente aussi la médiane, c'est-à-dire que la moitié des valeurs de vitesse du vent mesurées sont comprises entre 0 et 4 m/s. Cette station enregistre aussi des fréquences importantes pour les vitesses de 5 et 6 m/s, 12 et 16 % respectivement.

La figure 5.19 montre la fonction de distribution cumulative. On constate que les vitesses du vent entre 4 et 6 m/s représentent à peu près 30%, et celles entre 6 et 8 m/s un pourcentage de 10%.



**Figure 5.20 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station de Mostaganem).

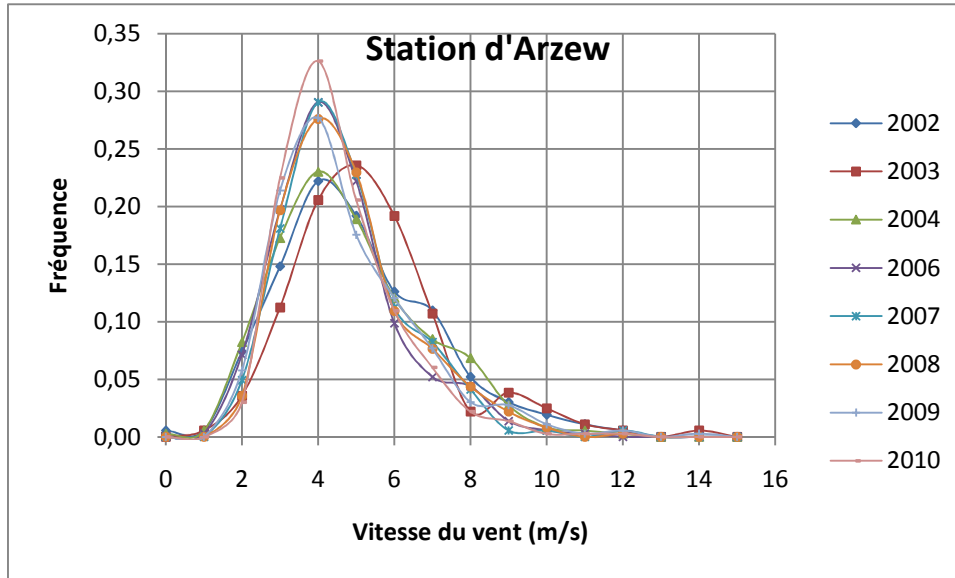


**Figure 5.21 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station de Mostaganem).

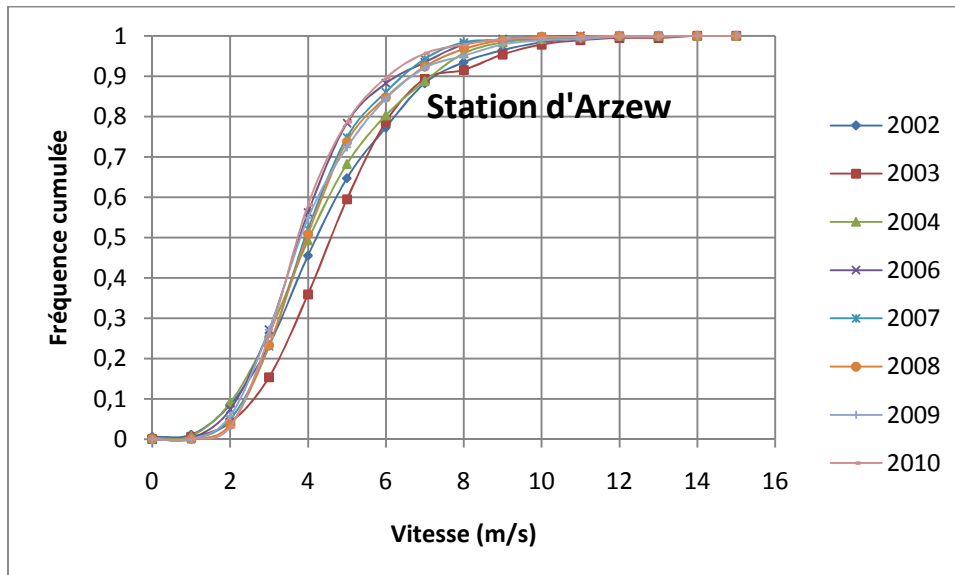
Pour la station de Mostaganem, on distingue trois comportements de la variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent. Un comportement qui concerne les années 2002, 2003, 2004 et 2006 où la fréquence de la vitesse de 2 m/s est dominante (entre 40 et 45 %), et

une médiane de 1.6 m/s. Un autre comportement est celui des années 2008, 2009 et 2010 où la fréquence de la vitesse de 2m/ s est moins dominante (35%), avec une médiane de 2 m/s. L'année 2007 a une enveloppe différente des autres années avec une médiane de 1.9 m/s.

La variation des fréquences cumulées montre que pour les trois dernières années, la vitesse du vent entre 2 et 6 m/s représente à peu près 30% des vitesses enregistrées.



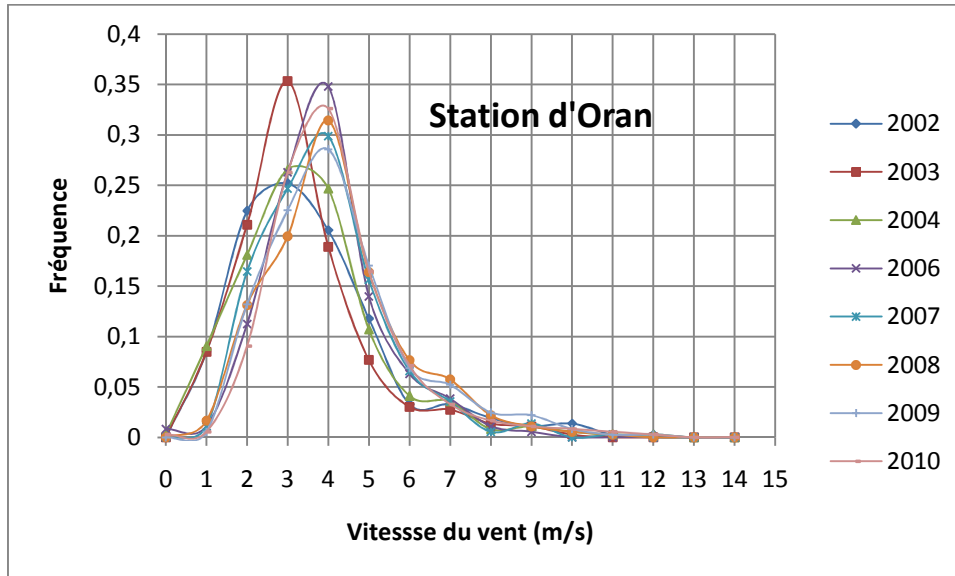
**Figure 5.22 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station d'Arzew).



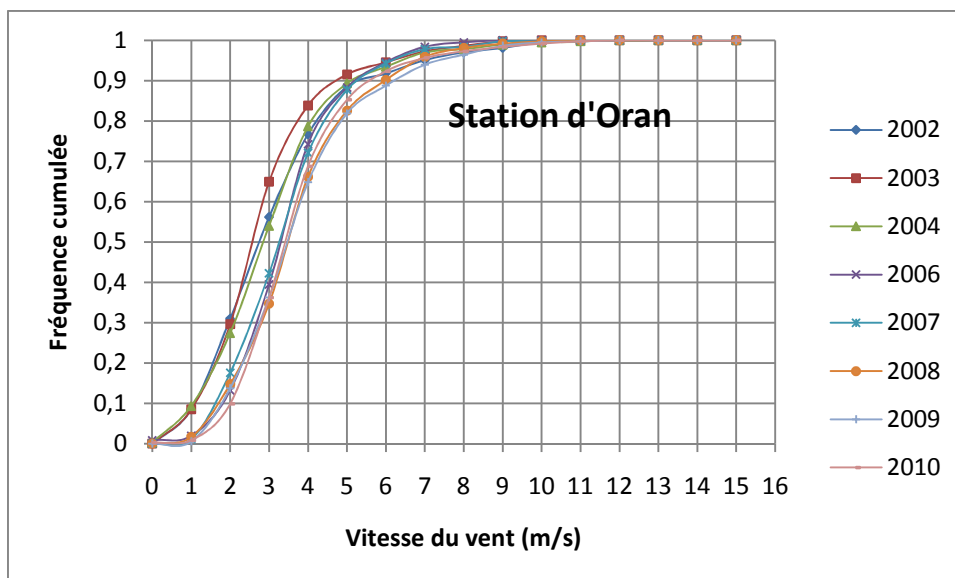
**Figure 5.23 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station d'Arzew).

La région d'Arzew enregistre des vitesses du vent très importantes. Les médianes des années varient entre 3.8 m/s pour l'année 2006 et 4.6 m/s pour l'année 2003. On constate aussi deux comportements : celui des années 2002, 2003, 2004 et 2006 où la variation des fréquences en fonction des vitesses du vent pour est identique où la vitesse de 4 m/s représente 20 à 23 % et celui des années 2007, 2008, 2009 et 2010 où cette vitesse représente 27 à 33%.

La variation des fréquences cumulées montre que les vitesses comprises entre 4 et 6 m/s sont assez importantes avec un pourcentage de 40 %.

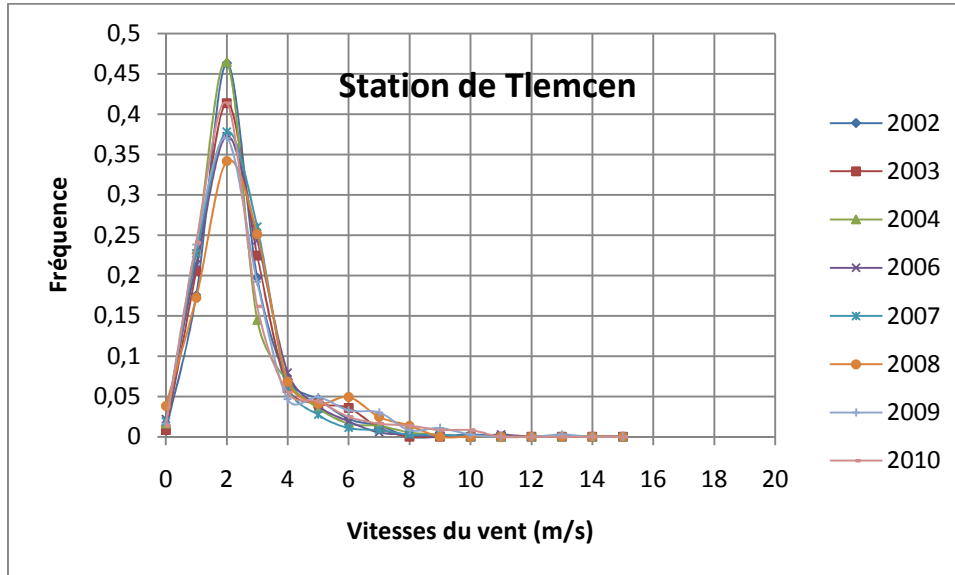


**Figure 5.24 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station d'Oran).

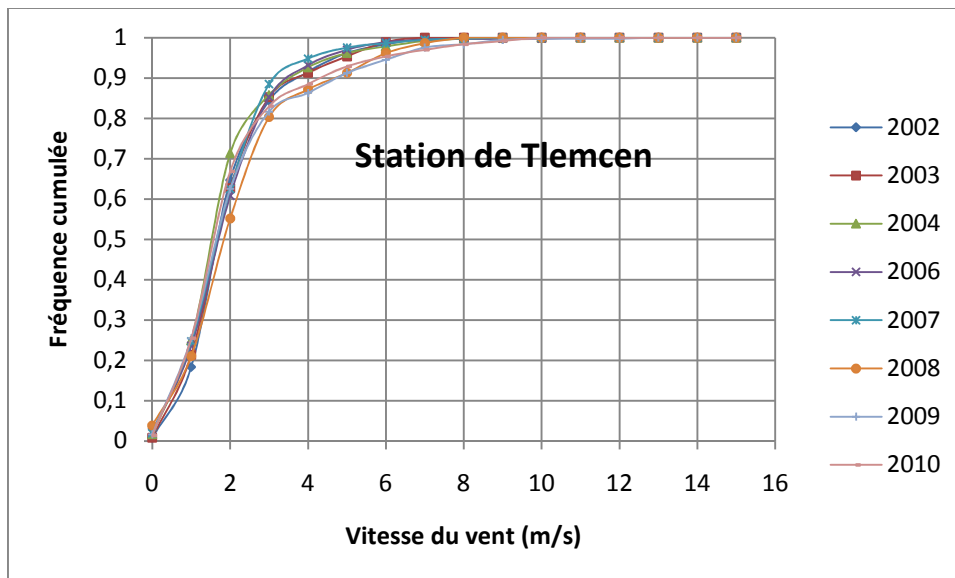


**Figure 5.25 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station d'Oran).

La station d'Oran enregistre aussi des vitesses du vent assez importantes. Les médianes varient de 2.61 m/s pour l'année 2003 à 3.56 m/s pour l'année 2009. Ces valeurs restent assez faibles par rapport à celles enregistrées au niveau de la station d'Arzew.



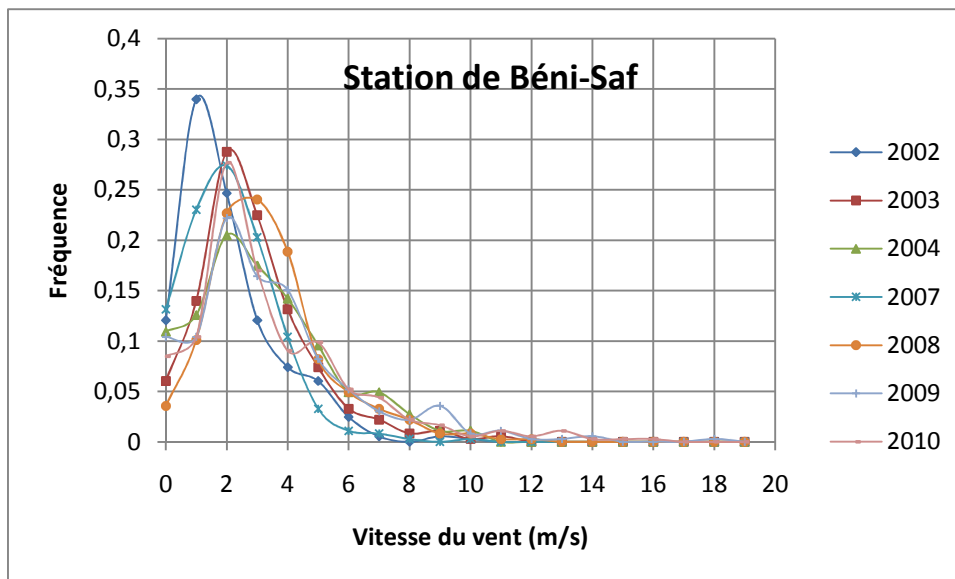
**Figure 5.26 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station de Tlemcen).



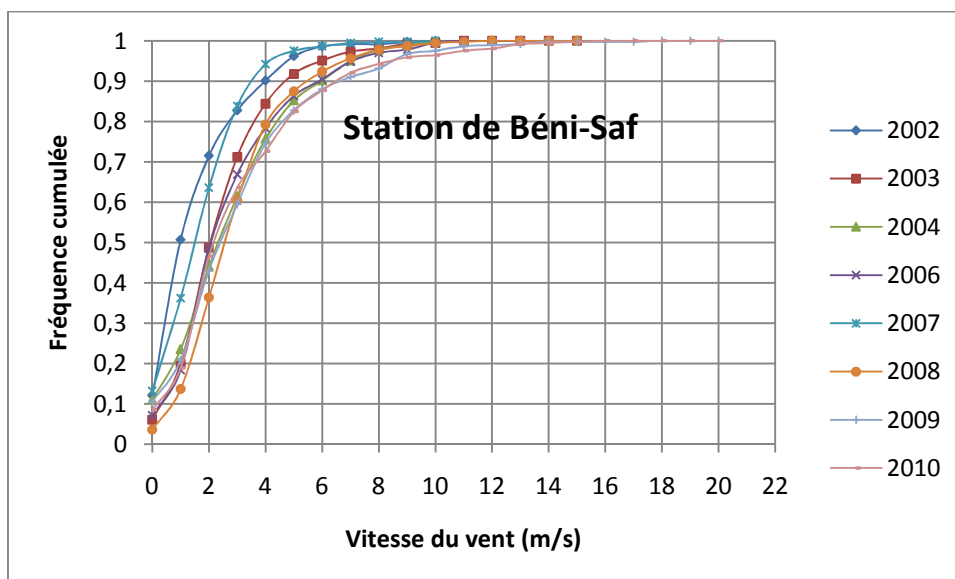
**Figure 5.27 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station de Tlemcen).

Pour la station de Tlemcen, les courbes des fréquences sont pratiquement confondues. Les valeurs des médianes restent très proches, elles varient de 1.6 à 1.9 m/s.

Le même constat est fait pour la variation des fréquences cumulées : les courbes sont confondues. La variation de la vitesse du vent est très identique pour la période de 2002 à 2010.

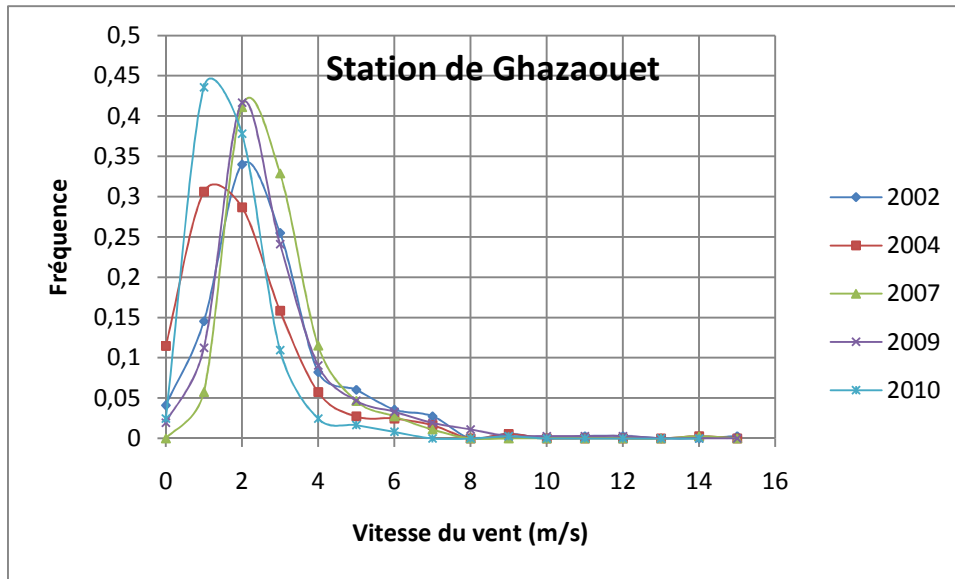


**Figure 5.28 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station de Béni-Saf).

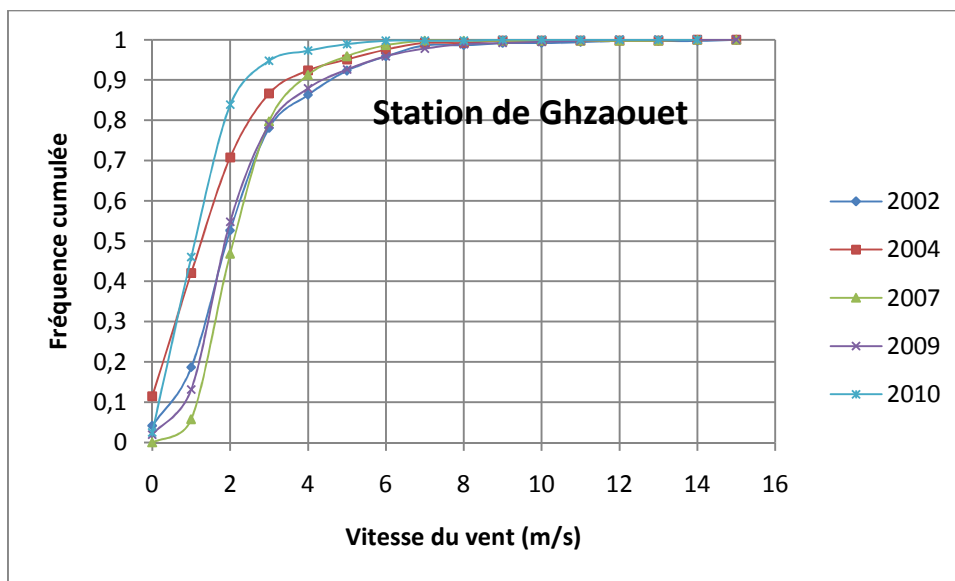


**Figure 5.29 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station de Béni-Saf).

Les variations des fréquences en fonction de la vitesse du vent sont un peu disparates comparativement à seules des autres stations. La station enregistre des médianes de 1,0 m/s pour l'année 2002 et de 1,5 m/s pour l'année 2007. Pour les autres années, les médianes sont pratiquement constantes. Elles varient de 2,3 m/s à 2,5 m/s.



**Figure 5.30 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (station de Ghazaouet).



**Figure 5.31 :** Variation de la fréquence cumulée en fonction de la vitesse du vent pour la période 2002-2010 (Station de Ghazaouet).

Par manque de données, l'étude la variation des fréquences en fonction des vitesses du vent de la station de Ghazaouet n'est possible que pour les années 2002, 2004, 2007, 2009 et 2010.

Les médianes enregistrées varient de 1.32 m/s, valeur enregistrée pour l'année 2009 et 2.67 m/s pour l'année 2010.

Mises à part des années 2004 et 2010, les courbes des fréquences cumulées sont confondues. Les vitesses inférieures ou égales à 2 m/s représentent près de 50 %, et 40% pour les vitesses comprises entre 2 et 4 m/s.

## V-5 Calcul des paramètres de Weibull

Les paramètres  $k$  et  $c$  de la distribution de Weibull peuvent caractériser la variation de la vitesse du vent pour un site donné. Ainsi, Une valeur élevée de  $k$ , facteur de forme, implique une distribution étroite avec des vents concentrés autour d'une valeur, alors qu'une faible valeur de  $k$  implique des vents largement dispersés.

Le facteur d'échelle  $c$  indique la position de la médiane de la courbe. Sa valeur est élevée pour des sites ventés et faibles pour les sites peu ventés.

La détermination de ces deux paramètres est primordiale pour la caractérisation d'un site et aussi pour le calcul des puissances éoliennes disponibles.

Nous allons, dans cette étude, nous contenter de deux méthodes pour le calcul de ces deux paramètres : la régression linéaire et la régression non-linéaire.

La première méthode passe d'abord par la linéarisation analytique de la fonction de distribution cumulative, ensuite l'application de la méthode des moindres carrés sur le modèle linéaire obtenu.

Les figures ci-dessous montrent les droites de régression linéaire des différentes stations pour la période étudiée.

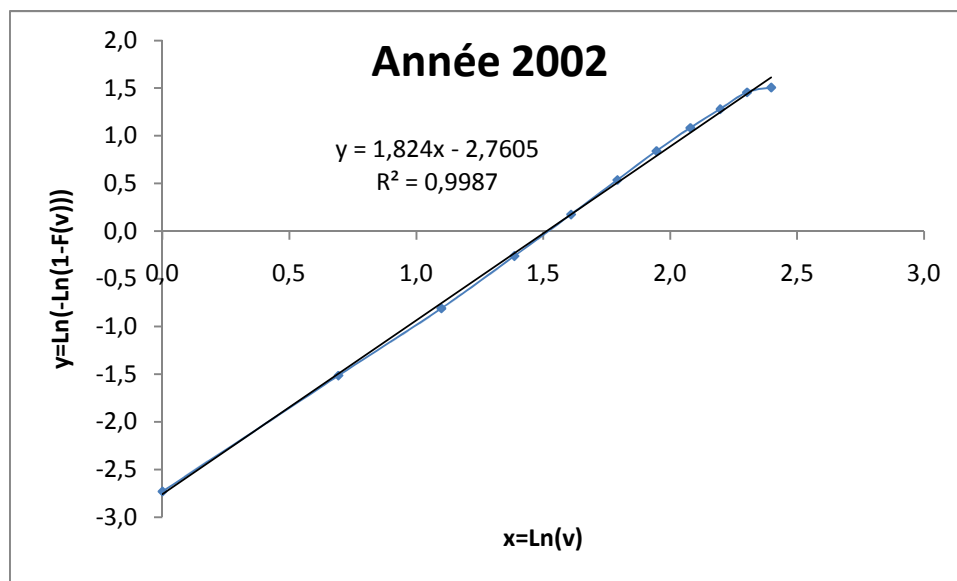


Figure 5.32 : Application de la méthode de la régression linéaire pour le calcul des paramètres  $k$  et  $c$  (Station de Ténès).

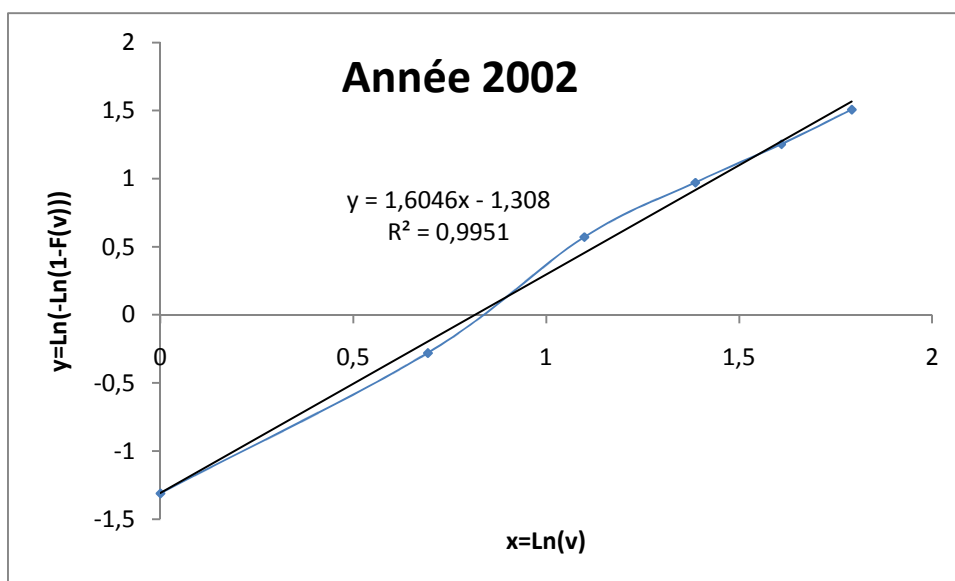


Figure 5.33 : Application de la méthode de la régression linéaire pour le calcul des paramètres  $k$  et  $c$  (Station de Mostaganem).

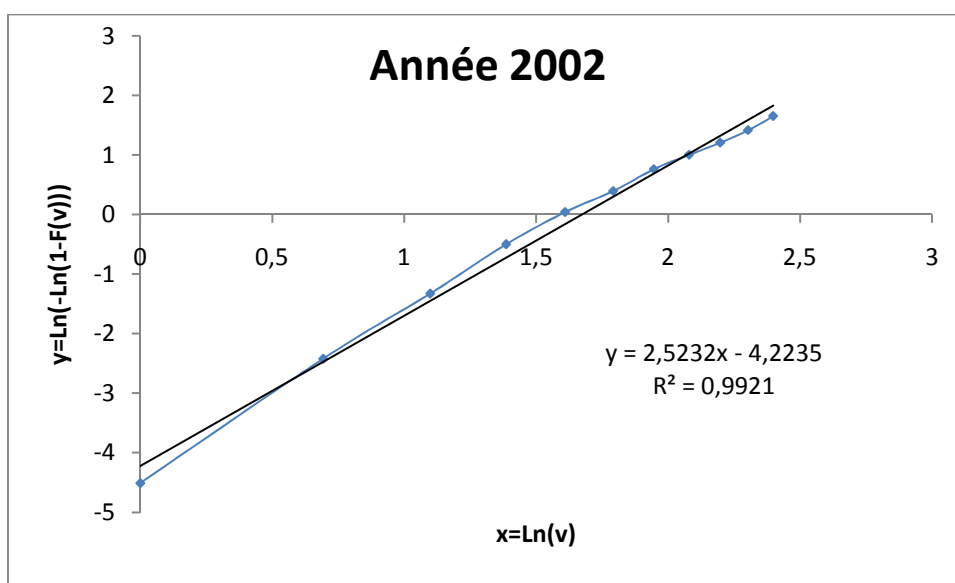
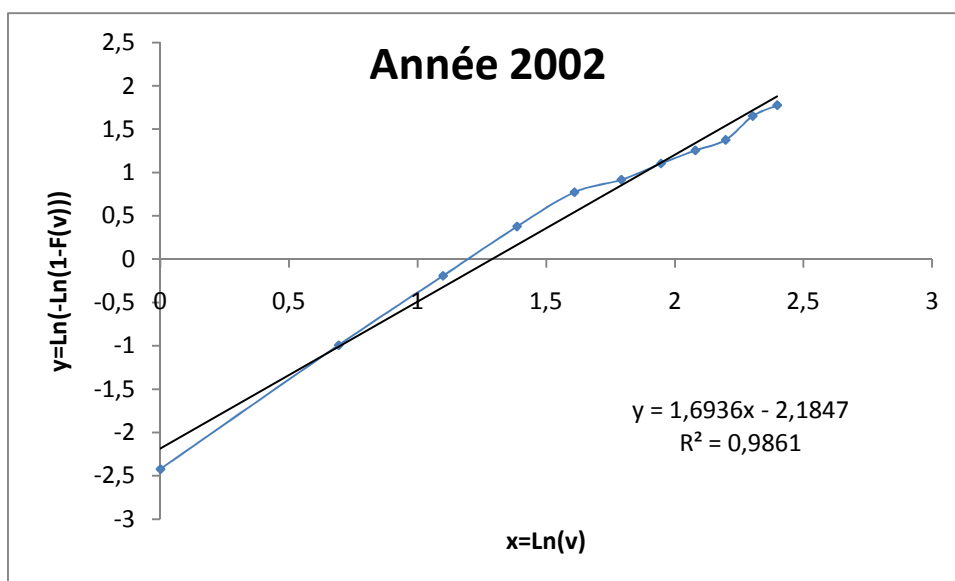
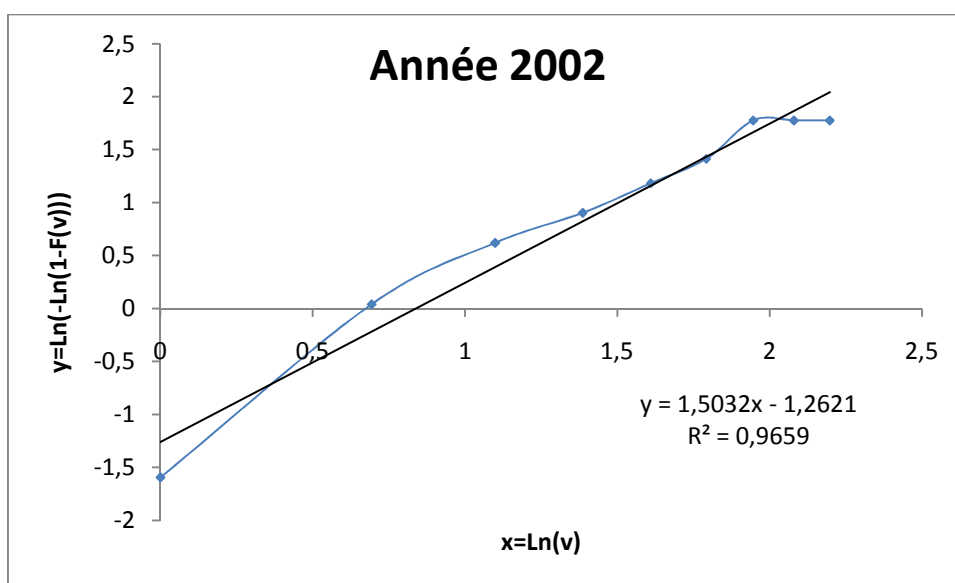


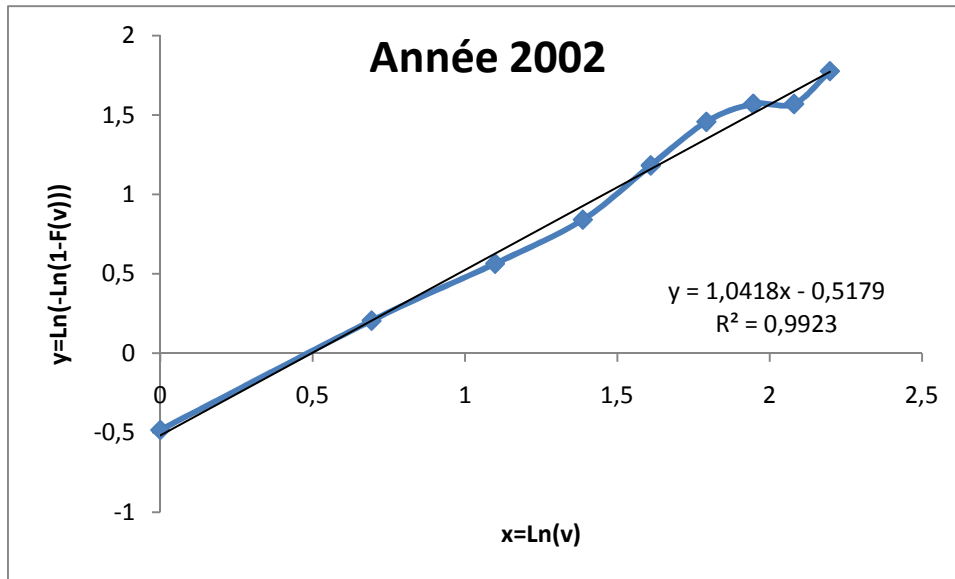
Figure 5.34 : Application de la méthode de la régression linéaire pour le calcul des paramètres  $k$  et  $c$  (Station d'Arzew).



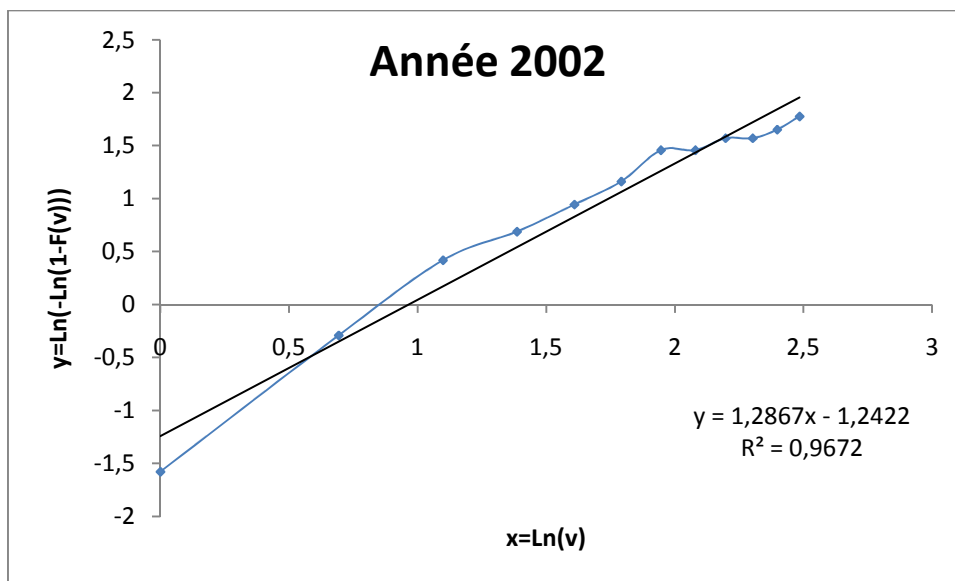
**Figure 5.35 :** Application de la méthode de la régression linéaire pour le calcul des paramètres  $k$  et  $C$  (Station d'Oran).



**Figure 5.36 :** Application de la méthode de la régression linéaire pour le calcul des paramètres  $k$  et  $c$  (Station de Tlemcen).



**Figure 5.37 :** Application de la méthode de la régression linéaire pour le calcul des paramètres  $k$  et  $c$  (Station de Béni-Saf).



**Figure 5.38 :** Application de la méthode des moindres carrés pour le calcul des paramètres  $k$  et  $c$  (Station de Ghazaouet)

Les tableaux ci-dessous donnent les paramètres de weibull obtenus par la méthode des moindres carrés (régression linéaire) et la régression non-linéaire. A partir de ces paramètres, les fréquences sont calculées et comparées aux fréquences réelles. Les coefficients de corrélation donnent la qualité de la corrélation, c'est-à-dire l'intensité de la liaison qui peut exister entre les fréquences réelles et celles obtenues par les deux méthodes.

On remarque que dans tous les cas, le coefficient de corrélation de la méthode non linéaire est toujours plus grand que celui obtenu par la méthode linéaire. On conclut que la méthode de régression non-linéaire est plus efficace que la méthode linéaire. Ceci s'explique par le fait

que la méthode linéaire, en plus des erreurs de la méthode, elle est assujettie aux erreurs dues à la linéarisation analytique.

Le paramètre de forme  $k$  de la distribution de Weibull définit la forme de la distribution de vent et change avec le climat réel. Il est proche de 1 pour des vents faibles. Pour des régions plus ventées, il avoisine la valeur de 2.

Il est à noter que la fonction de densité de la loi de Weibull devient relativement plus étroite et plus pointue lorsque  $k$  devient plus grand. L'augmentation de la valeur de  $k$  fait, également, déplacer la crête dans la direction la direction des fortes vitesses du vent.

Le facteur d'échelle  $c$  donne une information sur la qualité de la distribution. Une grande valeur de  $c$  signifie que la distribution est répartie en un éventail plus large et que la médiane est plus importante.

Année	Régression linéaire			Régression non-linéaire		
	k	k	R <sup>2</sup>	k	k	R <sup>2</sup>
2002	1,82	4.54	0,94	2,20	5.09	0,99

**Tableau 5.12 :** Détermination des paramètres de la distribution de Weibull par deux méthodes (station de Ténès).

Pour la station de Ténès, les deux méthodes donnent des valeurs assez proches. Il est à noter que pour cette station, seules les données de l'année 2002 sont disponibles.

Année	Régression linéaire			Régression non-linéaire		
	k	c	R <sup>2</sup>	k	c	R <sup>2</sup>
2002	1,60	2,26	0,91	2,17	2,78	0,99
2003	1,21	1,88	0,90	2,30	2,17	0,99
2004	1,27	2,08	0,88	2,31	2,33	0,99
2006	1,57	2,28	0,88	2,42	2,45	0,96
2007	1,60	2,25	0,91	2,17	2,78	0,99
2008	1,70	2,66	0,91	2,37	2,83	0,98
2009	1,60	2,76	0,90	2,20	2,85	0,96
2010	1,62	2,77	0,90	2,07	3,01	0,95

**Tableau 5.13 :** Paramètres de Weibull (station de Mostaganem).

Pour la station de Mostaganem, la première méthode a permis de trouver des valeurs de  $k$  très proches, comprises entre **1.21** et **1.70**, et des valeurs de  $c$ , comprises entre **1.88** et **2.77**.

Avec la deuxième méthode les valeurs de  $k$  et  $c$  sont respectivement comprises entre **2.07** et **2.42** et **2.17** et **3.01**. Les facteurs de corrélation montrent une meilleure concordance entre les fréquences réelles et celles obtenues par la deuxième méthode.

Les résultats obtenus pour la station d'Arzew et la station d'Oran sont, avec les deux méthodes, sont aussi très proches avec des coefficients de corrélation supérieurs à **0.9** dans la majorité des cas.

Année	Régression linéaire			Régression non-linéaire		
	k	c	R <sup>2</sup>	k	c	R <sup>2</sup>
2002	2,52	5,33	0,98	2,73	5,35	0,98
2003	2,72	5,94	0,95	3,46	5,51	0,99
2004	2,66	5,15	0,98	2,70	5,13	0,98
2006	3,19	4,96	0,97	3,39	4,63	0,99
2007	2,69	5,03	0,96	3,38	4,82	0,98
2008	2,97	5,09	0,95	3,64	4,81	0,97
2009	2,39	5,11	0,94	3,05	4,74	0,97
2010	2,87	5,03	0,94	3,66	4,54	0,97

**Tableau 5.14** : Paramètres de Weibull (station d'Arzew).

Année	Régression linéaire			Régression non-linéaire		
	k	c	R <sup>2</sup>	k	c	R <sup>2</sup>
2002	1,69	3,63	0,94	2,36	3,68	0,99
2003	1,87	3,34	0,91	2,86	3,40	0,99
2004	1,73	3,57	0,91	2,57	3,79	0,99
2006	2,74	4,01	0,95	3,66	4,07	0,99
2007	2,64	4,27	0,98	3,08	4,10	0,99
2008	2,52	4,43	0,96	3,10	4,35	0,98
2009	2,70	4,81	0,95	3,04	4,30	0,98
2010	2,64	4,73	0,93	3,57	4,18	0,99

**Tableau 5.15** : Paramètres de Weibull (station d'Oran).

Année	Régression linéaire			Régression non-linéaire		
	K	C	R <sup>2</sup>	K	C	R <sup>2</sup>
2002	1,50	2,32	0,86	2,81	2,38	0,98
2003	1,57	2,42	0,91	2,51	2,45	0,99
2004	1,36	2,07	0,87	2,70	2,22	0,98
2006	1,35	2,17	0,87	2,31	2,56	0,98
2007	1,44	2,10	0,90	2,39	2,51	1,00
2008	1,14	2,52	0,89	2,31	2,70	0,98
2009	1,17	2,31	0,91	2,16	2,42	0,98
2010	1,17	2,23	0,89	2,37	2,30	0,99

**Tableau 5.16** : Paramètres de Weibull (station de Tlemcen).

Pour la station de Tlemcen, les valeurs de  $c$  obtenues par les deux méthodes sont très proches. Par contre, les valeurs de  $k$  et les valeurs des coefficients de corrélation obtenues par la première méthode sont plus petites que celles obtenues par la deuxième méthode. Ceci peut être dû aux erreurs de la linéarisation du modèle non-linéaire.

Les mêmes remarques sont faites pour les deux stations de Béni-Saf et de Ghazaouet.

Année	Régression linéaire			Régression non-linéaire		
	k	c	R <sup>2</sup>	k	c	R <sup>2</sup>
2002	-	-	-	-	-	-
2003	1,35	2,74	0,88	2,02	3,17	0,97
2004	1,29	2,97	0,84	1,65	3,97	0,91
2006	1,32	2,72	0,85	1,86	3,35	0,92
2007	1,23	1,87	0,86	1,75	2,74	0,93
2008	1,52	3,29	0,92	2,17	3,62	0,99
2009	1,16	3,26	0,83	1,69	3,97	0,91
2010	1,15	3,28	0,83	1,67	3,69	0,90

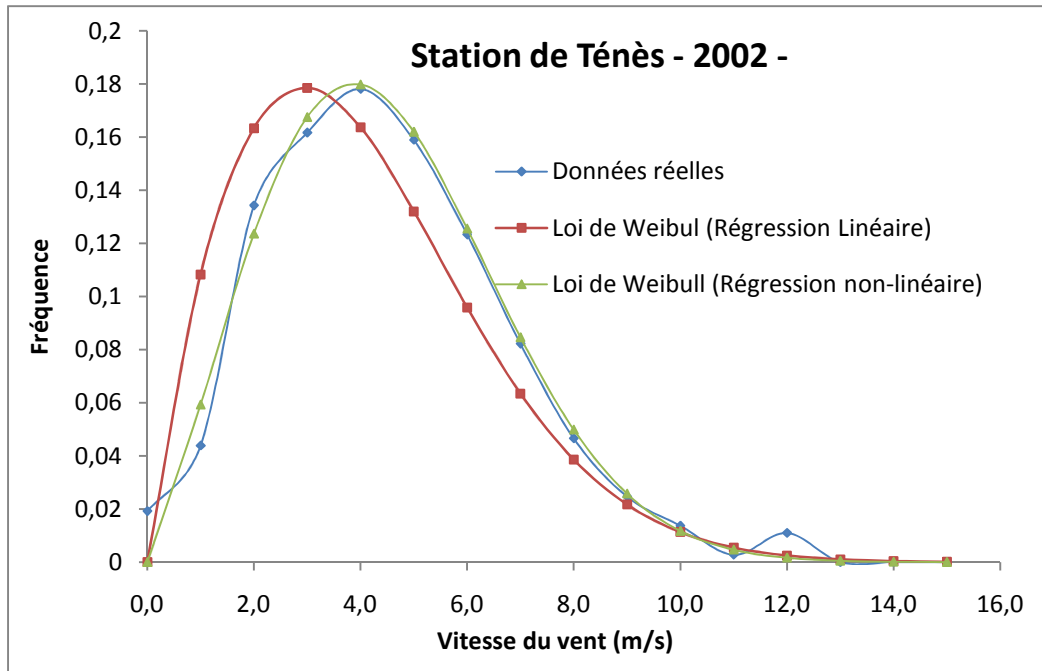
**Tableau 5.17 :** Paramètres de Weibull (station de Béni-Saf).

Année	Régression linéaire			Régression non-linéaire		
	k	c	R <sup>2</sup>	k	c	R <sup>2</sup>
2002	1,29	2,63	0,85	2,33	2,81	0,98
2003	-	-	-	-	-	-
2004	1,04	1,67	0,92	1,55	2,28	0,96
2006	-	-	-	-	-	-
2007	2,26	2,69	0,92	3,13	2,79	0,98
2008	-	-	-	-	-	-
2009	1,44	2,78	0,84	2,74	2,63	0,97
2010	2,67	3,03	0,66	1,23	1,84	0,99

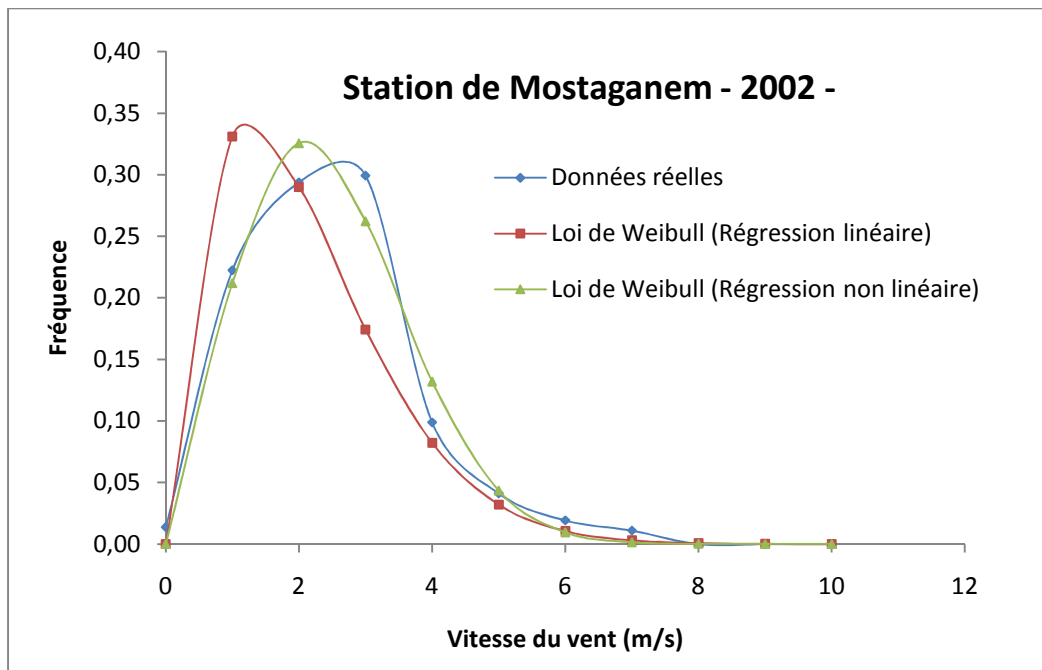
**Tableau 5.18 :** Paramètres de Weibull (station de Ghazaouet).

Pour mettre en évidence l'importance de la régression non-linéaire par rapport à la régression linéaire, les fréquences réelles et les fréquences calculées à partir des paramètres déterminées par les deux méthodes sont représentées sur la même figure.

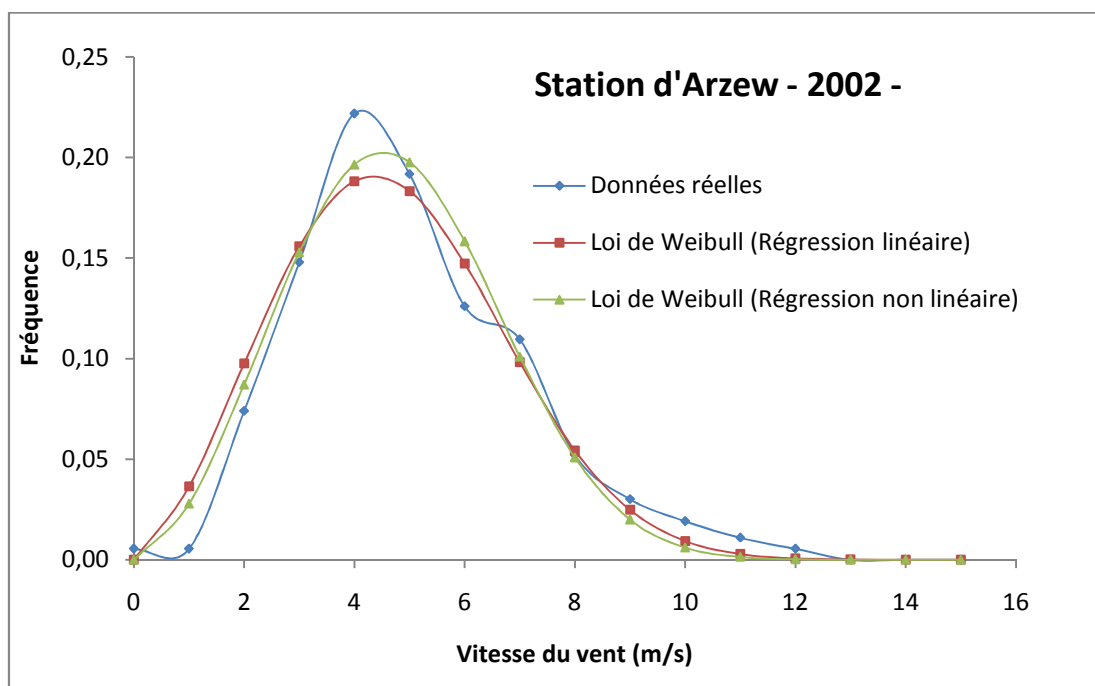
Seuls les résultats de l'année 2002 sont tracés dans les figures ci-dessous. Ceux des autres années se trouvent en Annexe 1.



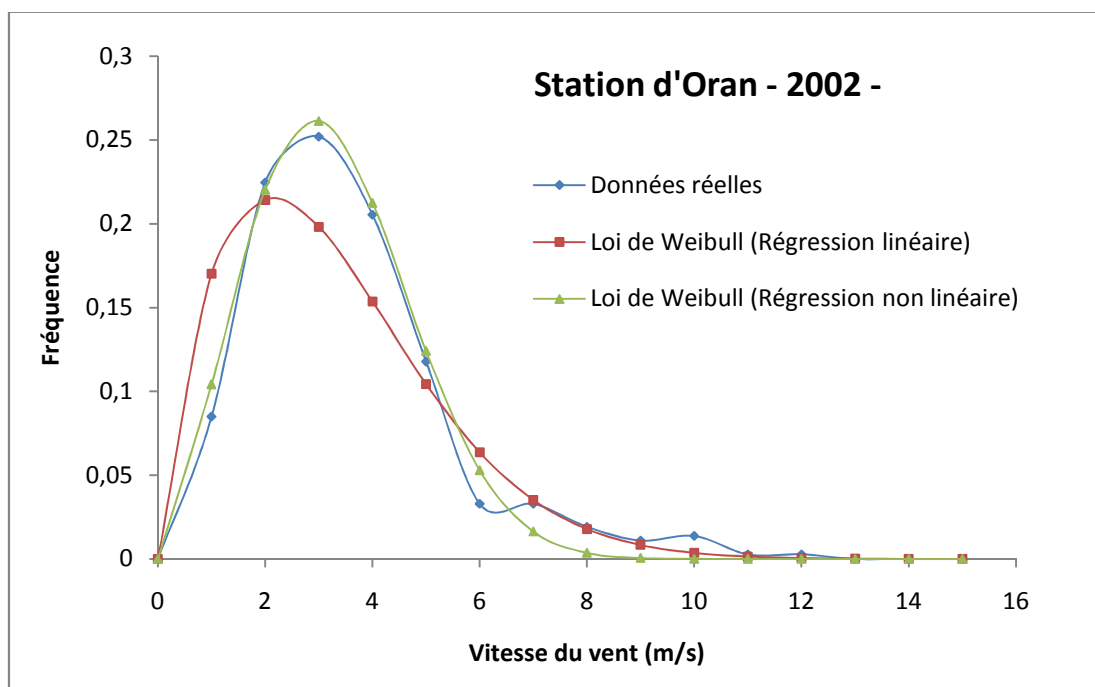
**Figure 5.39 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Ténès).



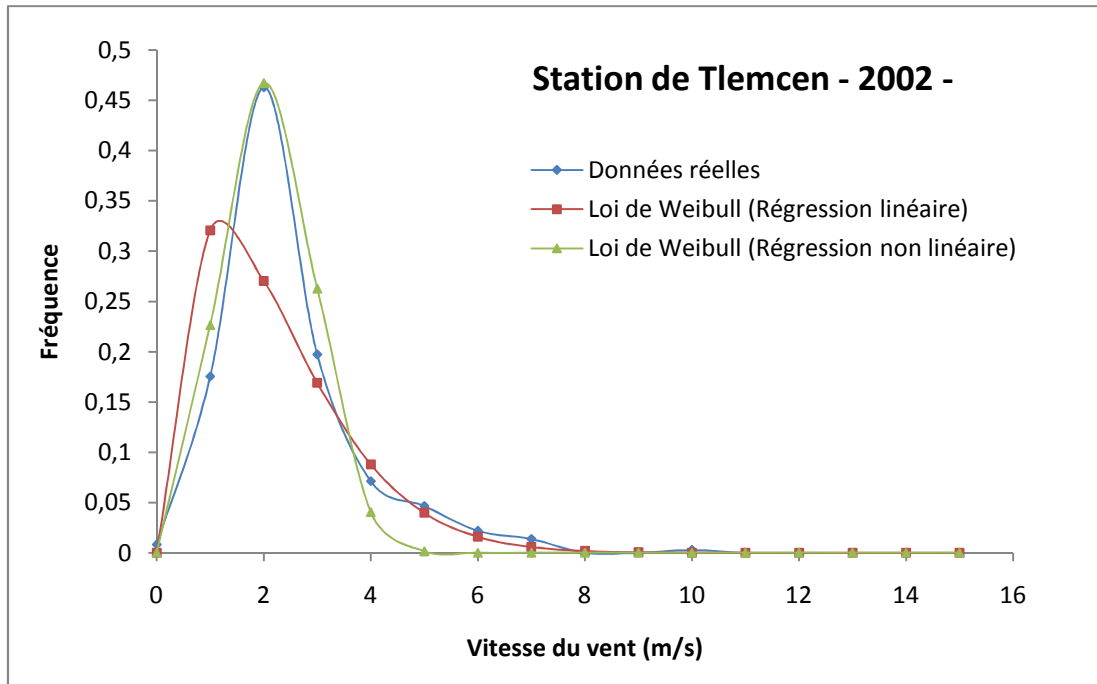
**Figure 5.40 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Mostaganem).



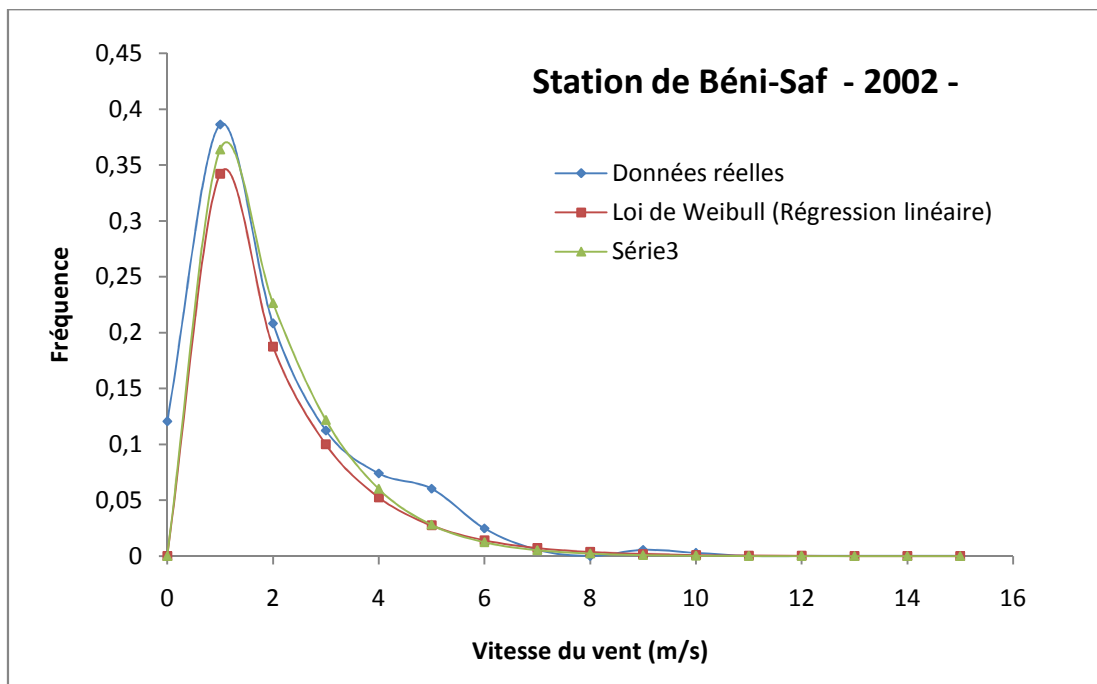
**Figure 5.41 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station d'Arzew).



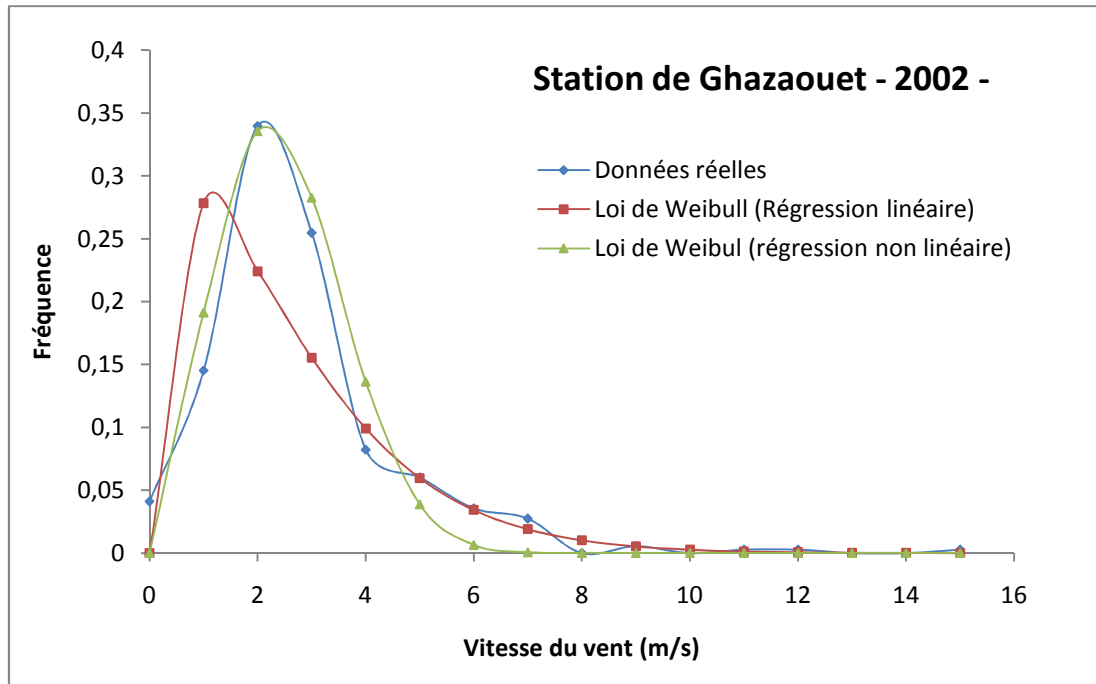
**Figure 5.42 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station d'Oran).



**Figure 5.43 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Tlemcen).



**Figure 5.44 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Béni-Saf).



**Figure 5.45 :** Représentation comparative des fréquences réelles et celles obtenues par la régression linéaire et non linéaire (Station de Ghazaouet).

Il apparaît clair que dans tous les cas, la loi de distribution dont les paramètres sont calculés par la méthode de régression non-linéaire s'adaptent mieux avec les valeurs réelles. Ce sont ces paramètres qui sont utilisés, par la suite, pour le calcul des puissances éoliennes.

## V-6 Calcul des puissances éoliennes disponibles et récupérables

La puissance éolienne spécifique (par unité de surface) disponible sur un site donné est donnée par l'équation V.5, où  $u^3$  représente la vitesse cubique moyenne. Cette dernière peut être déterminée par la loi de distribution dont les paramètres sont déjà calculés.

L'expression de la vitesse cubique moyenne est obtenue par l'intégration du moment d'ordre 3 :

$$\overline{u^3} = \int_0^{\infty} u^3 f(u) du \quad \text{V-46}$$

En utilisant la fonction Gamma, on obtient :

$$\overline{u^3} = c^3 \Gamma\left(1 + \frac{3}{k}\right) \quad \text{V-47}$$

Où  $\Gamma$  représente la fonction Gamma.

Le tableau V.19 donne les puissances spécifiques disponibles sur les sites étudiés pour la période d'étude.

Année	Ténès	Mostaganem	Arzew	Oran	Tlemcen	Béni-Saf	Ghazaouet
2002	100,14	16,475	103,81	49,045	15,458	-	31,37
2003	-	7,443	137,26	33,314	16,320	31,477	-
2004	-	9,240	90,90	45,275	13,686	45,185	15,28
2006	-	10,388	74,64	42,162	15,625	32,893	-
2007	-	16,532	83,80	51,716	12,497	12,689	14,51
2008	-	16,151	82,59	59,403	38,150	43,307	-
2009	-	17,521	94,79	73,275	27,520	79,715	29,33
2010	-	21,786	81,10	70,631	24,605	83,541	18,32
<b>Moyenne</b>		14,44	93,61	53,10	20,48	46,97	21,76

**Tableau 5.19 :** Puissances du vent spécifiques disponibles au niveau des stations étudiées ( $W/m^2$ ).

D'après les résultats obtenus, la région d'Arzew dispose du gisement éolien le plus important. Pour la région de Ténès, les résultats sont disponibles seulement pour l'année 2002. Cependant, cette région, selon les résultats de l'année 2002, semble aussi intéressante que la région d'Arzew. Pour l'année 2002, les puissances disponibles calculées sont très proches.

Les deux régions d'Oran et de Béni-Saf, quant à elles, enregistrent des puissances éoliennes représentant à peu près la moitié de celles enregistrées au niveau des deux premières zones. Les deux localités de Tlemcen et de Mostaganem enregistrent les plus faibles puissances.

Il est à noter que ces puissances sont calculées pour des vitesses prélevées à une distance normalisée de 10 m. Cependant, les aérogénérateurs sont installées à des hauteurs plus importantes. Ceci permet de multiplier ces puissances par des facteurs pouvant aller jusqu'au double selon la nature des sites.

La puissance disponible n'est pas récupérée en sa totalité. La puissance récupérable représente 59% seulement de la puissance disponible (limite de Betz). Cette puissance représente l'énergie qu'on peut récupérer d'une éolienne par unité de temps.

Nous avons vu au chapitre IV, que la puissance spécifique pour la production d'un mètre cube d'eau traitée sans récupération d'énergie est comprise entre **6** et **7.5 KWh/m<sup>3</sup>**. La production de cette puissance nécessite une éolienne d'une surface de **73 m<sup>2</sup>**, soit un rotor de rayon de **4.8 m**.

## Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire traite de la modélisation et de la simulation du procédé de dessalement d'eau de mer par osmose inverse et par des énergies renouvelables. Le choix du type d'énergie s'est porté sur l'énergie éolienne. L'estimation et le calcul du potentiel éolien permet d'identifier les sites les plus appropriés pour l'exploitation d'un parc éolien.

La première partie de ce travail vise à développer un modèle mathématique pouvant décrire avec une grande précision le fonctionnement d'un module d'osmose inverse. Deux modèles sont proposés : le premier modèle est basé sur un ensemble d'équations non-linéaires et le deuxième est traduit par un système d'équations différentielles. Le deuxième modèle mathématique tient compte du sens de la circulation du perméat et du rétentat dans le module de séparation. Ceci permet d'étudier l'effet du type de circulation sur la qualité de la séparation. En plus, les deux modèles mathématiques tiennent compte du phénomène de polarisation de concentration.

La vérification des résultats obtenus à partir de ces deux modèles mathématiques avec un cas réel, a montré que le premier modèle donne des résultats avec un écart assez important lorsque le phénomène de polarisation de concentration est négligé. Cet écart devient moins important lorsque le phénomène de polarisation de concentration est pris en considération.

Le deuxième modèle mathématique est assujéti au problème de valeurs aux limites. Pour résoudre ce problème, nous avons développé une technique combinant la méthode de collocation orthogonale et la méthode des éléments finis. Cette procédure s'est avérée à la fois robuste et efficace : elle permet une meilleure convergence avec une très grande précision. Les résultats obtenus avec ce modèle sont très proches des valeurs réelles, avec ou sans polarisation de concentration.

Les résultats obtenus par le deuxième modèle permettent aussi de répondre à la question de l'efficacité du mode de circulation du contre-courant par rapport au co-courant. Pour cela nous avons fixé quelques paramètres pouvant être utilisés comme critères pour pouvoir comparer l'efficacité d'un mode de circulation par rapport à un autre. Il s'agit du taux de récupération, de la concentration du perméat et du rétentat. Les résultats obtenus sont les mêmes pour les deux types de circulation. Comme conclusion, le mode de circulation n'influe pas sur le fonctionnement d'un module d'osmose inverse quand ce dernier est utilisé en boucle ouverte.

Un deuxième type de simulation est réalisé. Il s'agit d'utiliser un module d'osmose inverse en boucle fermée. Ce genre d'expérience est utilisé dans la dépollution et aussi quand on veut augmenter la concentration (la pureté) d'un produit. Les résultats de la simulation montrent l'efficacité de l'écoulement à contre-courant par rapport au co-courant. Effectivement, le module à contre-courant peut fonctionner plus longtemps que module à co-courant permettant ainsi une meilleure séparation.

Le deuxième volet de ce travail, portant sur l'évaluation du potentiel énergétique éolien de certaines régions côtières, a permis d'identifier les sites à forte puissance éolienne. Pour cela,

une étude statistique des vitesses du vent est réalisée. Elle s'étale sur une période de neuf années et touche sept régions : Ténès, Mostaganem, Arzew, Oran, Tlemcen, Béni-Saf et Ghazaouet.

Les deux régions de Ténès et d'Arzew enregistrent les plus fortes puissances éoliennes. Elles sont suivies de la région d'Oran, ensuite le site de Béni-Saf. Quant à Mostaganem et Tlemcen, le potentiel éolien semble être le plus faible des sites étudiés.

Enfin, comme suite de travaux, nous envisageons :

- Le développement de modèles mathématiques dynamiques : ce genre de modèles mathématiques permet de suivre l'évolution des différents paramètres en fonction du temps. Ainsi, la consommation énergétique est déterminée à chaque instant.
- Le développement de la partie électrique pour coupler le modèle d'osmose inverse avec un générateur éolien. Cette étude doit prendre en considération tout l'asservissement d'une telle unité.
- L'élargissement de l'évaluation du potentiel énergétique éolien à d'autres sites : certaines régions disposant de grandes quantités d'eaux souterraines non exploitées à cause de la forte salinité (eaux saumâtres). L'installation de petites unités de dessalement par osmose inverse et fonctionnant avec de l'énergie éolienne permet de résoudre le problème de la disponibilité de l'eau potable.
- L'évaluation du gisement solaire pour l'utilisation photovoltaïque : l'Algérie dispose d'un potentiel solaire considérable. Ceci doit passer par l'étude du taux d'ensoleillement et des rayonnements solaires.

## Références Bibliographiques

- [1] Water Desalination Report, WDR Volume 43, Issue N°37- Octobre 2007
- [2] Water Desalination Report, WDR Volume 43, Issue N°39- Octobre 2007
- [3] Water Desalination Report, WDR Volume 43, Issue N°40- Octobre 2007
- [4] Water Desalination Report, WDR Volume 43, Issue N°41- Octobre 2007
- [5] Water Desalination Report, WDR Volume 43, Issue N°42- Octobre 2007
- [6] Water Desalination Report, WDR Volume 43, Issue N°44- Novembre 2007
- [7] K. Wagnick, Worldwide Desalting Plants Inventory, IDA, Int. Desalination Association, Gnarrenburg, K., Report No. 16, December, 1996.
- [8] K. Wagnick, Worldwide Desalting Plants Inventory, IDA, Int. Desalination Association, Gnarrenburg, K., Report No. 17, December, 2002.
- [9] K. Wagnick, Worldwide Desalting Plants Inventory, IDA, Int. Desalination Association, Gnarrenburg, K., Report No. 18, December, 2004.
- [10] H. S. Ong, Challenges ahead for Singapore's water supply. Seminar on Ensuring Singapore's Water Supply: Options and Issues, Shangri-la Hotel, 10–11 Nov, 1997.
- [11] M. Joel, E. O. Peter, and R. W. Mark, Water Treatment Membrane Process, McGraw-Hill Company, New York, 1996.
- [12] S. Judd and B. Jefferson, Membrane for Industrial Wastewater Recovery and Re-use, Elsevier Advanced Technology, Oxford, 2003.
- [13] J. P. Chen, S. L. Kim, and Y. P. Ting, Optimization of feed pretreatment for membrane filtration of secondary effluent. *Journal of Membrane Science*, 219, 27–45, 2003.
- [14] S. L. Kim, J. P. Chen, and Y. P. Ting, Study on feed pretreatment for membrane filtration of secondary effluent. *Separation and Purification Technology*, 29, 171–179, 2002.
- [15] R. D. Letterman, Water Quality and Treatment, A Handbook of Community Water Supplies, 5th ed., McGraw-Hill, 1999.
- [16] W. S. W. Ho and K. K. Sirkar, Membrane Handbook, Chapman & Hall, 1992.
- [17] Singapore Public Utilities Board. Singapore Water Reclamation Study, Expert Panel Review and Findings. Singapore, 2002.
- [18] T. Matsuura, Progress in membrane science and technology for seawater desalination - a review. *Desalination*, 134, 47–54, 2001.
- [19] T. Matsuura, Synthetic Membranes and Membrane Separation Processes, CRC Press, Boca Raton, 1994.

- [20] T. Matsuura and S. Sourirajan, Studies on reverse osmosis for water pollution control, *Water Research*, 6, 1073–1086, 1972.
- [21] L. F. Burton, H. D. Stensel, *Wastewater Engineering: Treatment Disposal and Reuse*, 4<sup>th</sup> ed., Metcalf and Eddy, Inc., McGraw-Hill, New York, 2002.
- [22] K. L. Wang, Y. T. Hung and N. K. Shamma, *Advanced Physicochemical Treatment Processes*, Humana Press Totowa New Jersey, 2004
- [23] R. W. Baker, *Membrane Technology and Applications*, Second edition, John Wiley & Sons, Ltd, 2004.
- [24] L. K. Wang, Y. T. Hung and N. K. Shamma, *Advanced Physicochemical Treatment Technologies: Volume 5 (Handbook of Environmental Engineering)*, Humana Press, 2007.
- [25] B. Freeman, Y. Yampolskii, I. Pinnau, *Material science of membrane for gas and vapor separation*, John Wiley and Sons, 2006.
- [26] D. R. Paul, Diffusive transport in swollen polymer membranes, in H. B. Hopfenberg, *Permeability of Plastic Films and Coatings*, Pergamon, New York, pp. 35–48, 1974.
- [27] D. R. Paul, ‘The solution–diffusion model for swollen membranes’, *Separation and Purification Methods.*, 5, 33–50, 1976.
- [28] S. Rosenbaum and O. Cotton, Steady-state distribution of water in cellulose acetate membranes, *Journal of Polymer Science.* 7, 101, 1969
- [29] S. N. Kirn and K. Kammermeyer, Actual concentration profiles in membrane permeation, *Separation Science*, 5, 679, 1970.
- [30] A. Mauro, Some properties of ionic and non-ionic semipermeable membranes, *Circulation*, 21, 845-854, 1960.
- [31] D.R. Paul, Further comment on the relation between hydraulic permeation and diffusion, *Journal of Polymer Science.*, 12, 1221, 1974.
- [32] J.G. Wijmans and R.W. Baker, The Solution-diffusion Model: A Review, *Journal of Membrane Science.* 107, 1, 1995.
- [33] K. W. Böddeker, *Liquid separations with membranes: An Introduction to Barrier Interference*, Springer, 2008.
- [34] M. C. Porter, *Handbook of industrial membrane technology*, William Andrew Publishing/Noyes, 1990.
- [35] L. N. Norman, A. G. Fane, H. W. S. Winston and T. Matsuura, *Advanced Membrane Technology and Applications*, John Wiley & Sons, Ltd, 2008.
- [36] A. Maurel, *Techniques séparatives à membranes J2790*, Techniques de l’ingénieur, 2010.
- [37] R. D. Noble and S. A. Stern, *membrane separation technology : principles and application*, Elsevier, 1999.

- [38] J. P. Moulin, M. Rakib, D. Pareau and M. Stambouli, Transfert de matière. Méthodologie J1070, Techniques de l'Ingénieur, 2000.
- [39] J. P. Moulin, A. Isambert, M. Stambouli, D. Pareau and M. Rajib, Opérations compartimentées idéales J1072, Techniques de l'Ingénieur, 2001.
- [40] M. Rakib, M. Stambouli, A. Buch, Cinétique du transfert de matière entre deux phases J1075, Techniques de l'Ingénieurs, 2008
- [41] P. Danis, Dessalement d'eau de mer J2700, Techniques de l'Ingénieur, 2003.
- [42] W. F. Blatt, A. Dravid, A. S. Michael and L. Nelsen, Solute polarization and cake formation in membrane ultrafiltration ; causes, consequences and control techniques, Membranes science and technology. Plenum Press 1970.
- [43] R. E. Lacey and S. Loeb, Industrial processing with membranes. Wiley Interscience 1972.
- [44] A. Zaitoun, Osmose inverse et ultrafiltration en milieu organique. Équations de transport. Application à l'ultrafiltration des huiles moteur. Thèse INP Lorraine (réf. IFP 26839), 1979.
- [45] H. F. Ridgway, C. Justice, A. Kelly, and B.H. Olson, Microbial Fouling of Reverse Osmosis Membranes Used in Advanced Wastewater Treatment Technology: Chemical, Bacteriological and Ultrastructural Analyses, Applied and Environmental Microbiology, 45, 1066-1084, 1983.
- [46] H. F. Ridgway, M.G. Rigby, and D.G. Argo, Adhesion of a Mycobacterium to Cellulose Diacetate Membranes Used in Reverse Osmosis, Applied and Environmental Microbiology, 47, 61-67, 1984.
- [47] H. F. Ridgway, C.A. Justice, C. Whittaker, D.G. Argo, and B.H. Olson, Biofilm Fouling of Reverse Osmosis Membranes: Its Nature and Effect of Water for Reuse, Journal of American Water Works Association, 76, 94-102, 1984.
- [48] H.F. Ridgway, D.M. Rodgers, and D.G. Argo, Effect of Surfactants on the Adhesion of Mycobacteria to Reverse Osmosis Membranes, Proc. of the Semiconductor Pure Water Conference, San Francisco, California, 1986.
- [49] H.F. Ridgway, Microbial Adhesion and Biofouling of Reverse Osmosis, in B. Parekh (Ed.), Reverse Osmosis Technology: Applications for High-Purity Water Production, Marcel-Dekker, Inc., New York, 1988.
- [50] R. W. Baker, E. L. Cussler, W. Eykamp, W. J. Koros, R. L. Riley, H. Strathmann, Membrane separation systems - Recent developments and future directions, Noyes Data Corporation, 1991
- [51] W. M. Lewis, Developments in water treatment, Applied Science publishers, 2005.
- [52] I. C. Watson, O.J. Morin, L. Henthorne, Desalting Handbook for planners, Desalination and Water Purification, Research and Development Program, Report No. 72, 2003.

- [53] A. M. El-Nashri, I. Nusbaum, O. K. Buros, R. B. Cox, The U. S. A. I. D. Desalination Manual, Ch International Corporation, 1980.
- [54] Committee on Advancing Desalination Technology, National Research Council, Desalination: Anational perspective, the National Academies Press, 2008.
- [55] S. Sethi, S. Walker, P. Xu, and J. Drewes, Existing and emerging concentrate minimization and disposal practices for membrane systems, Florida Water Resources Journal, 38-48, 2006.
- [56] H. Strathmann, Membrane separation processes: current relevance and future opportunities, AIChE J. 47 (5), 1077-1087, 2001.
- [57] H. T. El-Dessouky and H. M. Ettouney, fundamentals of salt water desalination, Elsevier, 2002.
- [58] J. P. Brun, Procédés de séparation par membranes : transport, techniques membranaires, applications, Masson, 1997.
- [59] J. Humphrey, Procédés de séparation, techniques, sélection, dimensionnement, Dunod, 2001.
- [60] M. Mulder, Basic principles of membrane technology, Kluwer academic publishers, 1996.
- [61] R. Singh, Hybrid Membrane Systems for Water Purification: Technology, Systems Design and Operations, Elsevier, 2006.
- [62] W. Heyden, Seawater desalination by reverse osmosis: Plant design, performance data, operation and maintenance (Tanajib, Arabian Gulf Coast), desalination, 52, 187-199, 1985.
- [63] H. Winters, Two seawater reverse osmosis plants operating at high pressure and 50% conversion, Desalination, 65, 189-195, 1987.
- [64] D.C. Brandt, Seawater reverse osmosis – an economic alternative to distillation, Desalination, 52, 177-186, 1985.
- [65] Magazine l'eau, l'industrie, les nuisances N°262.
- [66] Magazine l'eau, l'industrie, les nuisances N°265.
- [67] L. Ljung and T. Glad, Modeling of dynamics systems, Prentice Hall, 1994
- [68] N.M. Al-Bastaki and A. Abbas, Predicting the performance of RO membranes, Desalination, 132, 181–187, 2000.
- [69] N.M. Al-Bastaki and A. Abbas, Modeling an industrial reverse osmosis unit, membranes, Desalination, 126, 33–39, 1999.
- [70] N. Al-Bastaki ans A. Abbas, Long-term Performance of an Industrial Water Desalination Plant, Chemical Engineering and Processing, 43(4), 555-558, 2004.

- [71] S. Senthilmurugan, A. Ahluwalia and S. K. Gupta, Modeling of a spiral-wound module and estimation of model parameters using numerical techniques, *Desalination*, 173, 269–286, 2005.
- [72] A. Abbas, Simulation and Analysis of an Industrial Water Desalination Plant, *Chemical Engineering and Processing*, 44 (9), 999-1004, 2005.
- [73] A.S. Kahdim, S. Ismail and A.A. Jassim, Modeling of reverse osmosis system, *Desalination*, 158, 323–329, 2003.
- [74] J. Marriott, E. Sørensen and I.D.L. Bogle, Detailed of mathematical modeling of membrane modules, *Computers and chemical engineering*, 25, 693–700, (2001).
- [75] *D.F. Fletcher and D.E. Wiley*, A computational fluid dynamics study of buoyancy effects in reverse osmosis, *Journal of membrane science*, 245, 175-181, 2004.
- [76] A. Idris, A.F. Ismail, S.J. Shilton, R. Roslinaand and M. Musa, The Deduction of Fine Structural Details of Reverse Osmosis Hollow FiberMembranes Using Force-Pore Flow Model, *International Journal on Separation Purification Technology*, 29, 217-227, 2002.
- [77] M.G. Marcovecchio, P.A. Aguirre and N.J. Scenna, Global optimal design of reverse osmosis networks for seawater desalination: modeling and algorithm, *Desalination*, 184, 259–271, 2005.
- [78] D.E. Wiley and D.F. Fletcher, Computational fluid dynamics modelling of flow and permeation for pressure-driven membrane processes, *Desalination*, 145, 183–186, 2002..
- [79] S. A. Avlonitis, M. Pappas and K. Moutesidis, A unified model for the detailed investigation of membrane modules and RO plants performance, *Desalination*, 203, 218–228, 2007.
- [80] R. Darby, *Chemical engineering fluid mechanics*, Marcel Dekker Incorporation, 2001.
- [81] K. Jamal, M.A. Khan and M. Kamil, Mathematical modeling of reverse osmosis systems, *Desalination*, 160, 29–42, 2004.
- [82] B. Absar, S. E. M. L. Kadi, O. Belhamiti, Reverse osmosis modeling with the orthogonal collocation on finite element method, *Desalination and water treatment*, 21, 23-32, 2010.
- [83] J. Villadson and M.L. Michelson, *Solution of Differential Equations Models by Polynomial Approximation*, New Jersey, Prentice Hall, 1978.
- [84] S. Tessendorf, R. Gani and M.L. Michelson, Modeling, simulation and optimization of membrane-based gas separation systems, *Chemical Engineering Science* ., 54, 943–955, 1999.
- [85] C.S. Slater and C.A. Books, Development of a simulation model predicting performance of reverse osmosis batch system, *Separation science and technology*, 27, 1361–1388, 1992.

- [86] U. MERTEN, Desalination by reverse osmosis, MIT Press, 1966.
- [87] L. K. Wong, Y. Hong and N. K. Shamma, Advanced physicochemical treatment processes, volume 3, Humana Press, 2004.
- [88] E. J. Hoffman, Membrane separations technology: Single stage, multi-stage and differential permeation, Elsevier, 2003.
- [89] Y. Yampolskii, I. Pinnau and B. Freeman, Materials Science of Membranes for Gas and Vapor Separation Membranes separation technology, John Wiley & Sons, 2006.
- [90] P. Nicholls, Introduction: the biology of the water molecule, Cellular and Molecular Life Sciences Volume 57, Number 7 , 987-992, 2000
- [91] H. M. Sharqawy, J. H. Lienhard and S. M. Zubair, Thermophysical Properties of Seawater: A Review of Existing Correlations and Data, Desalination and Water Treatment, 16, 354-380, 2010.
- [92] Manuel opératoire de l'unité de Dessalement d'eau de mer de Bousfer, Oran.
- [93] Registre des consignes, unité de dessalement d'eau de mer de Bousfer, Oran.
- [94] S. P. Nunes and K. V. Peinemann, Membrane technology in the chemical industry, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2006.
- [95] M. Sekino, Precise analytical model of hollow fiber reverse osmosis modules, Journal of membrane science, 85,241-252, 1993.
- [96] J.J. Hermans, Physical aspects governing the design of hollow fiber modules, Desalination, 26, 45-62, 1978.
- [97] A.R. Da Costa, A.G. Fane, D.E. Wiley, Spacer characterization and pressure drop modeling in spacer-filled channels for ultrafiltration, Journal of membrane science, 87, 79-98, 1994.
- [98] Y. R. Robert, A. Per Dannemand and E. M. Poul, Wind energy in the 21st century, Palgrave, 2002.
- [99] J. W Hermann and M. Jyotirmay, Introduction to Wind energy systems: Basics, technology and operation (Green Energy and Technology), Springer, 2009.
- [100] A. Thomas, Wind power in power systems, John Wiley and sons, 2005.
- [101] E. S.Takle and J. M. Brown, Note on the use of weibull to characterize wind speed data, Journal applied meteorology, 17, 556-559, 1978.
- [102] A. Shata, Theoretical investigation and mathematical modelling of a wind energy system Case study for Mediterranean and Red Sea, Thèse de Doctorat, 2008.
- [103] N. M. Kasbadji, Evaluation du gisement énergétique éolien contribution a la détermination du profil vertical de la vitesse du vent en Algérie, Thèse de Doctorat, 2006

- [104] I. Troen and E.L. Petersen, European wind atlas, Riso National Laboratory, Roskilde, Danmark, 1989.
- [105] G.T Phillips, A preliminary users guide for the NOABL objectives analysis code, rapport interne, Science Application Inc., California, USA, (1979).
- [106] E. L Peterson and I. Troen, Development of a method for wind climate analysis for non-mountains terrain in europe, European Wind Energy Conference, Hamburg, 1984.
- [107] E. L. Peterson, I. Troen and N. G. Motersen, The european wind energy resources, Recueil European Community Wind Energy Conference and Exhibition, Denmark, 1988.
- [108] I. Troen, On diagnostic wind field models, College on atmospheric Boundary Physics, ICTP, Trieste, 1990.
- [109] D. P. Lalas, Wind Energy Estimation and siting in complex terrain, International Journal of Solar Energy, 3, pp. 43-71, 1985
- [110] G. Botta, R. Castagna, S. Magri and A. Virgil, A preliminary evaluation of the wind resources in central and southern Italy, Proceeding of EWEC'94 congress, Thessaloniki, Grèce, 1994.
- [111] J.P Hennessey, Some aspects of wind power statistics, Journal of Applied Meteorology 16, 119-128, 1977
- [112] C. G. Justus, W. R. Hargraves, A. Mikhail A and D. Graber, Methods of estimating wind speed frequency distribution, Journal of Applied Meteorology 17, 350-353, 1978.
- [113] J. M. Stevens and P.T. Smulders, The estimation of parameters of the Weibull wind speed distribution for wind energy utilization purposes. Wind Engineering 3, 132-145, 1979.
- [114] G. L. Johnson, Wind energy systems, Prentice-Hall, 1985.
- [115] G. Bergeles, Wind turbines. Athens: Symeon Publishing Co; 1991.
- [116] M. M. Deaves and I. G. Lines, On the fitting of low mean wind speed data to the Weibull distribution, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 66, 169-78, 1997.
- [117] E. Cheng and C. Yeung, Generalized extreme gust wind speed distributions, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 90, 1657-1669, 2002.
- [118] J. V Seguro and T. W. Lambert, Modern estimations of the parameters of the Weibull probability density distribution for wind energy analysis, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 85:75-84, 2000.
- [119] A. S. Dorvlo, Estimating wind speed distribution, Energy Conversion and Management, 43, 2311-2318, 2002.

- [120] A. Garcia, J. L. Torre, E. Prieto and and A. D. Francisco, Fitting probability density distributions: a case study, *Solar Energy*, 62, 139-44, 1998.
- [121] A. Gourdin and M. Boumahrat, *Méthodes numériques appliquées*, Tec & Doc, 1983.
- [122] G. Solari, *Wind Speeds Statistics*, College on atmospheric Boundary Layer and Air Pollution, ICTP, Trieste, Italie 1994.
- [123] H. Lysen, *Introduction to Wind Energy. Consultancy Services, Wind Energy, Developing Countries (CWD)*, 82-1, May, 2nd Edition, The Netherlands, 36-47, 1983.
- [124] F. Khdiri, and A. Laaouina, *L'énergie éolienne au Maroc gisement-dimensionnement, Rapport interne au Centre de développement des énergies renouvelables*, Marrakech, Maroc, 1986.
- [125] N. Prabhakar, X. Min X and J. Renyan, *Weibull models*, John Wiley & Sons, 2004.

## Annexe 1

### Représentation de la distribution de Weibull

#### Station de Mostaganem

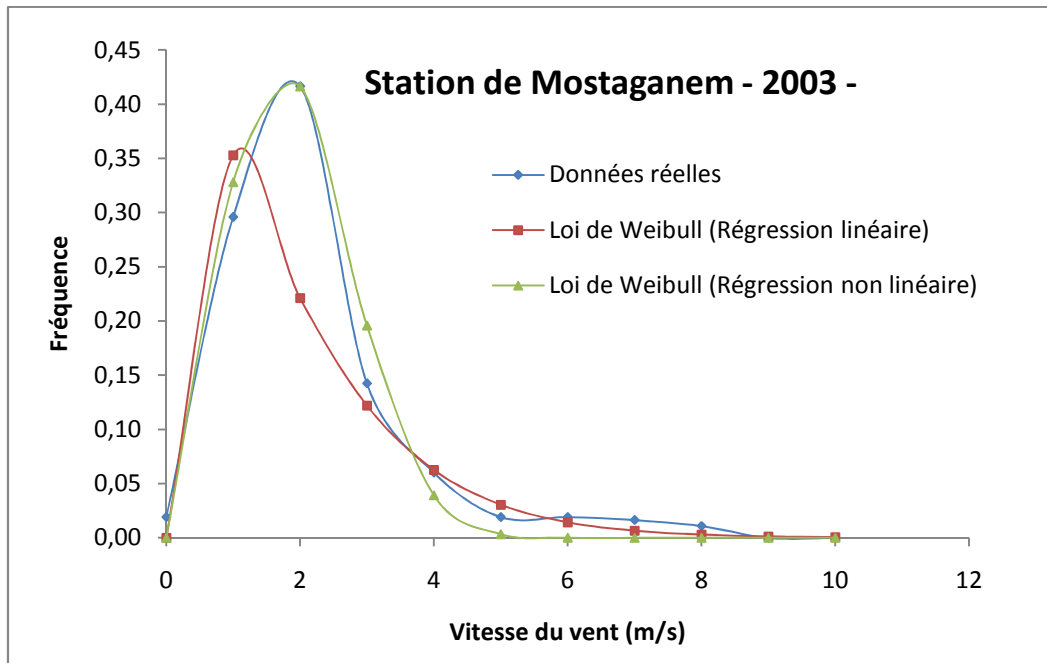


Figure A1.1 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2003.

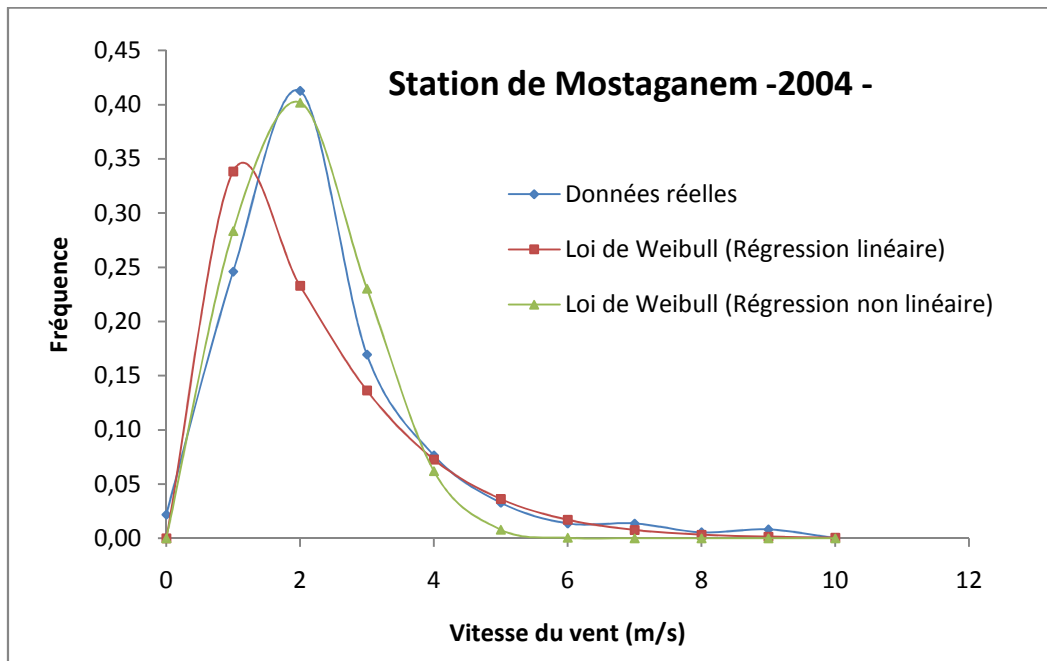


Figure A1.2 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2004.

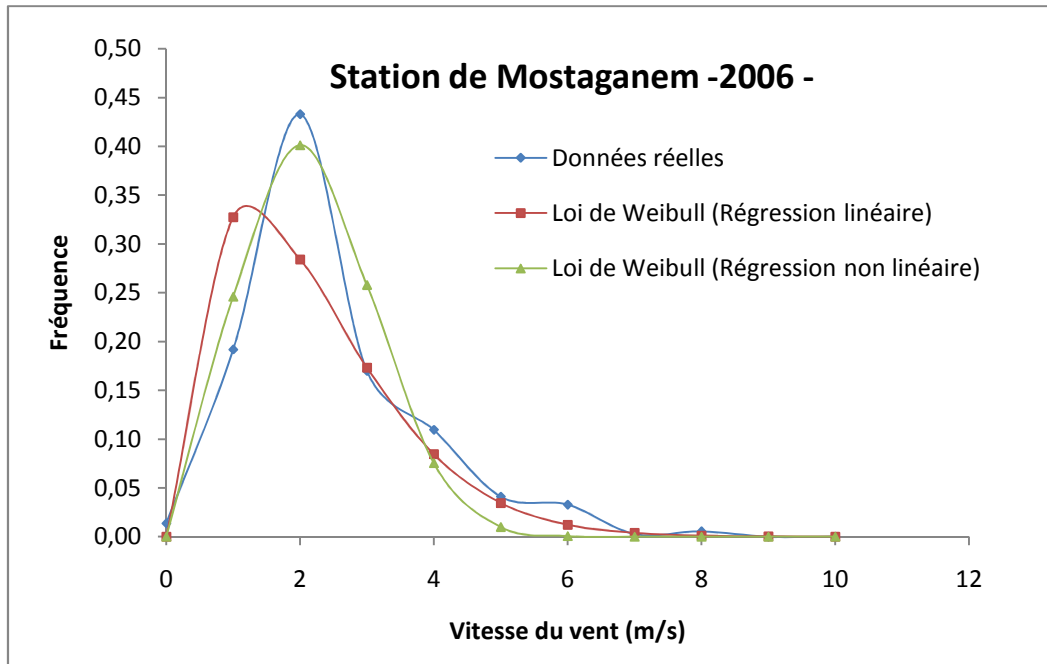


Figure A1.3 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2006.

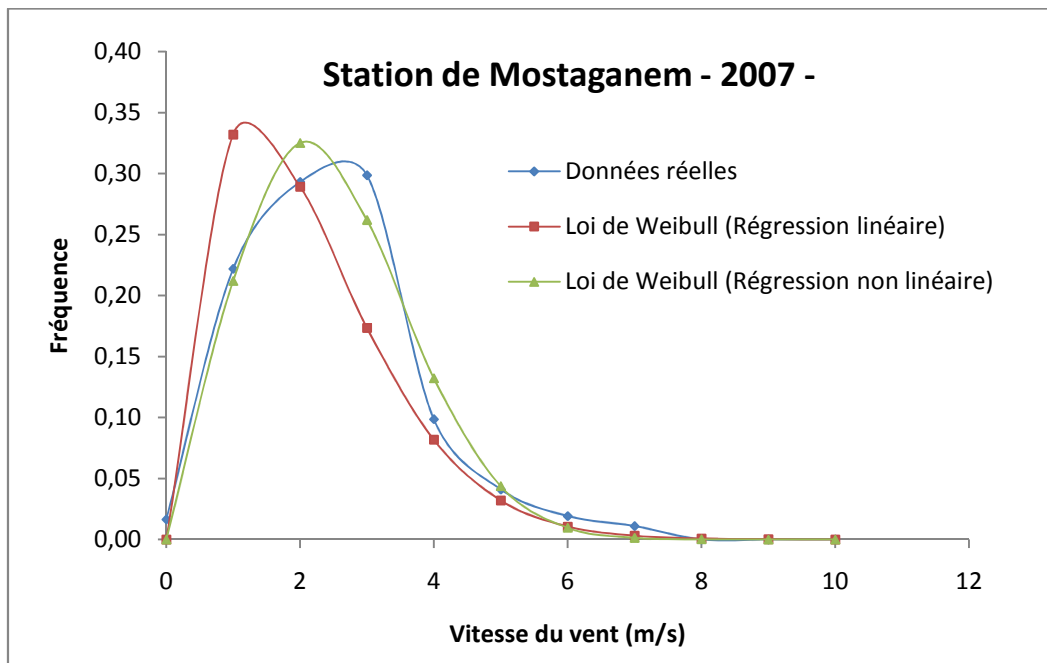
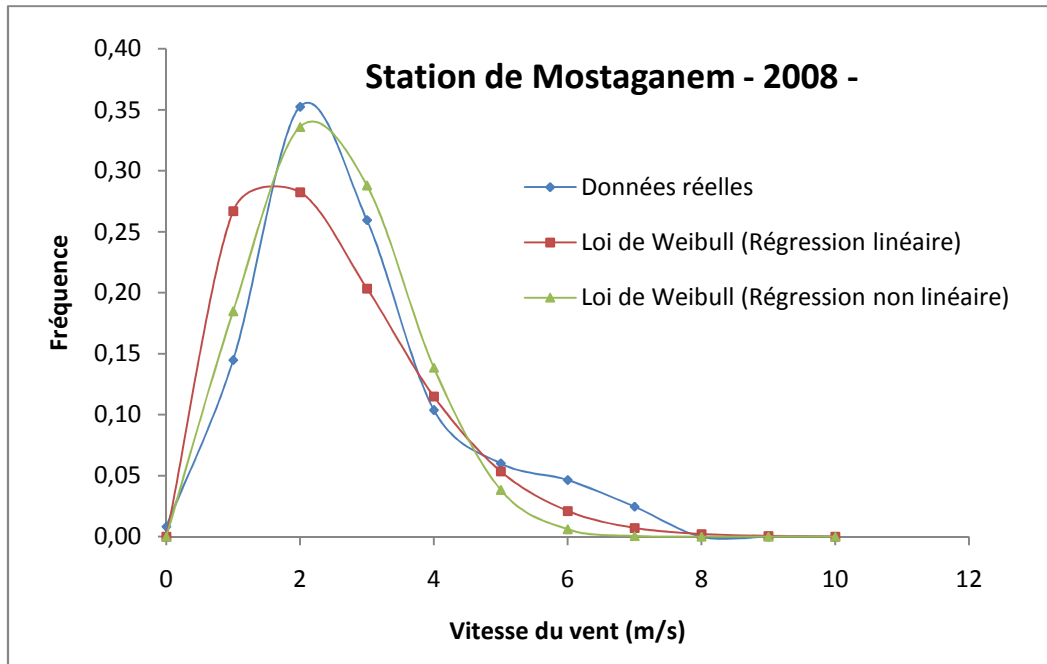
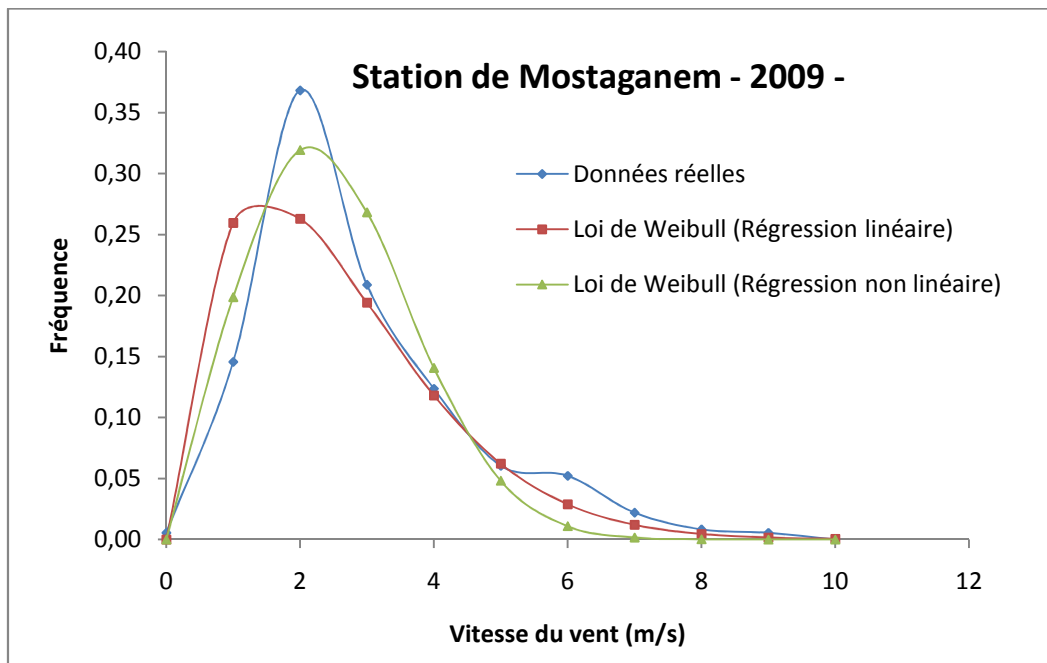


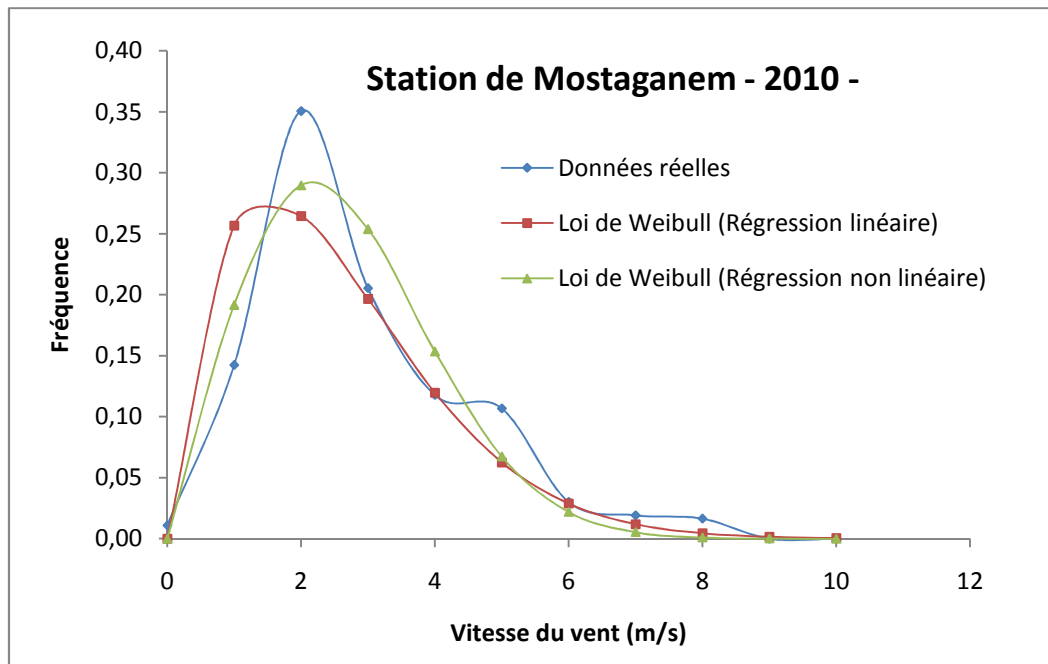
Figure A1.4 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2007.



**Figure A1.5 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2008.

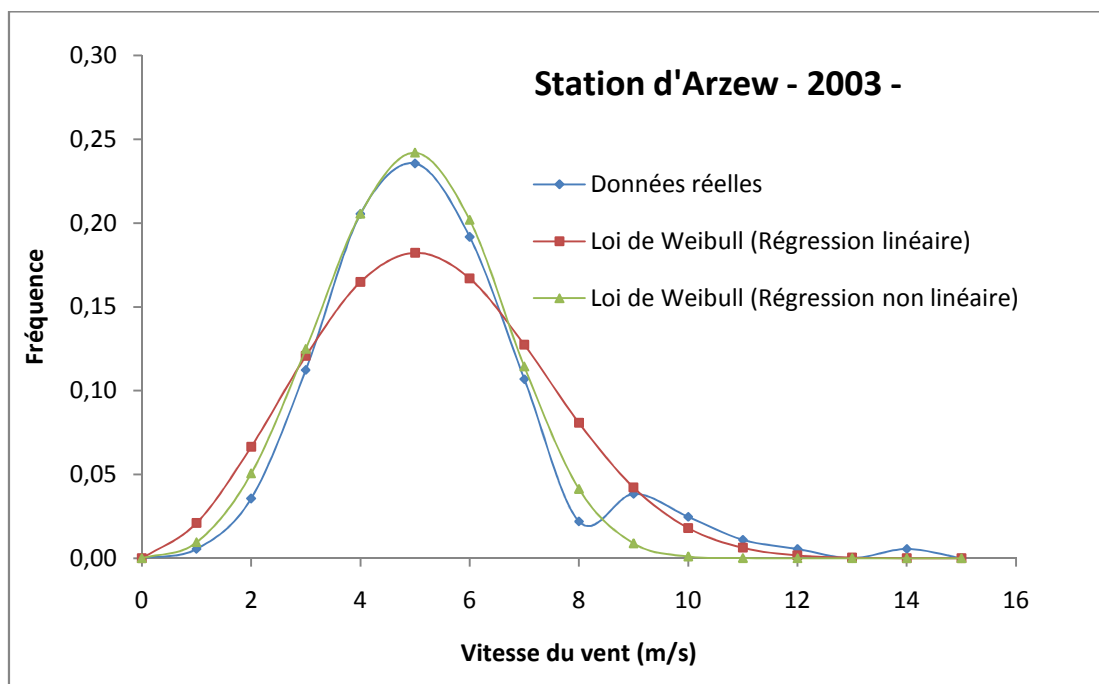


**Figure A1.6 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2009.

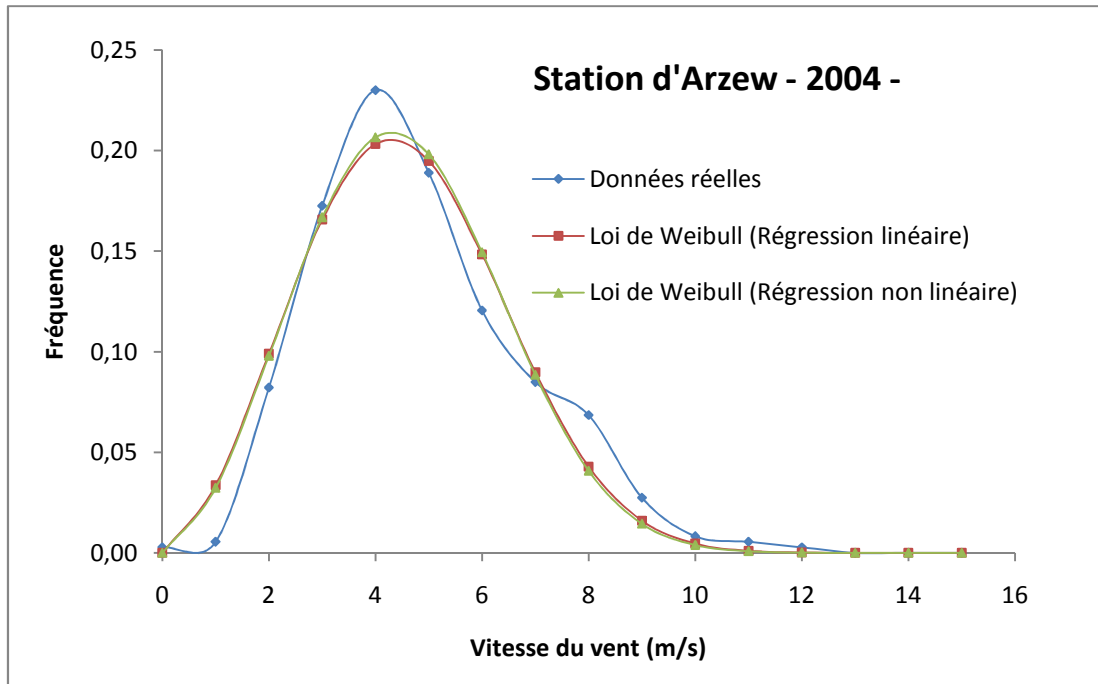


**Figure A1.7 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2010.

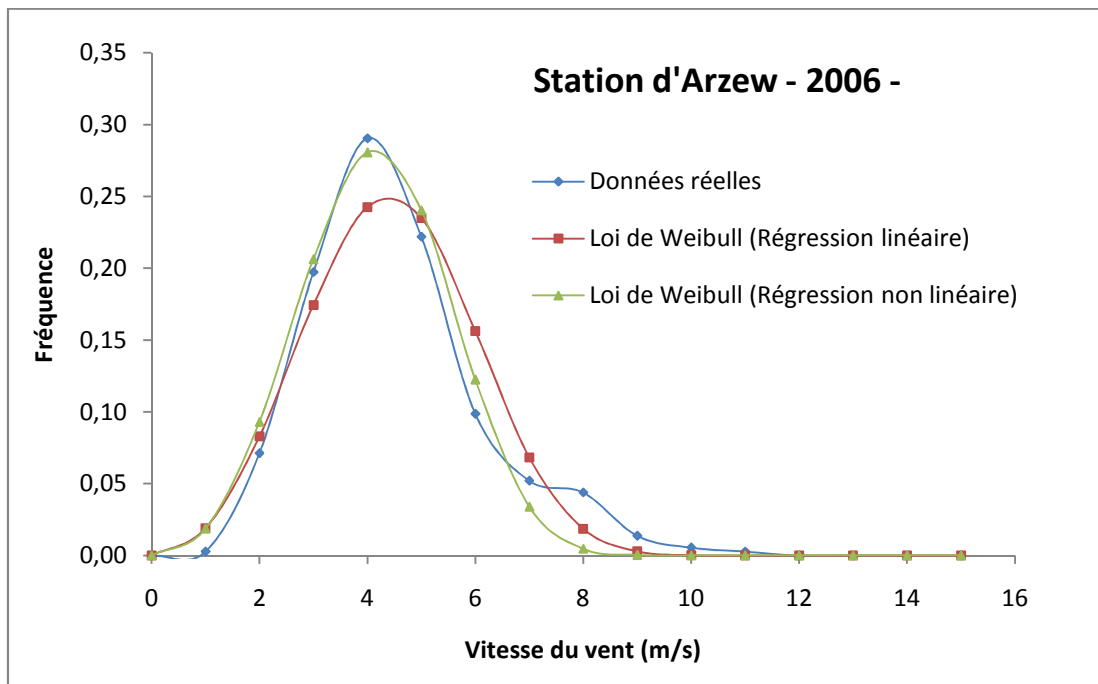
### Station d'Arzew



**Figure A1.8 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2003.



**Figure A1.9 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2004.



**Figure A1.10 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2006.

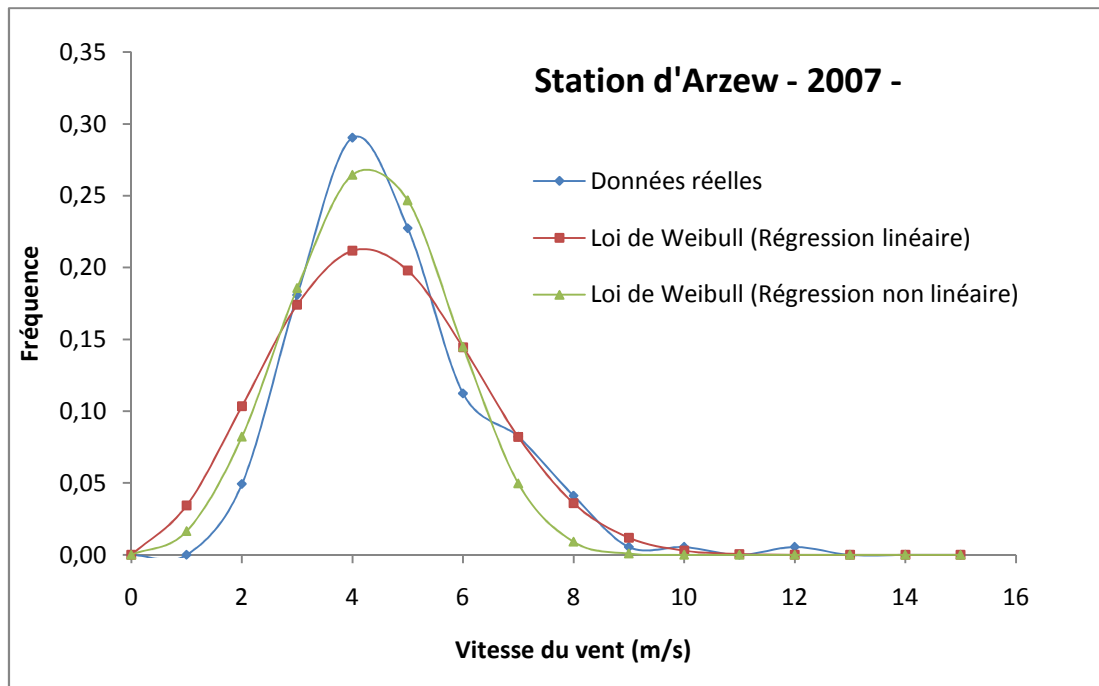


Figure A1.11 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2007.

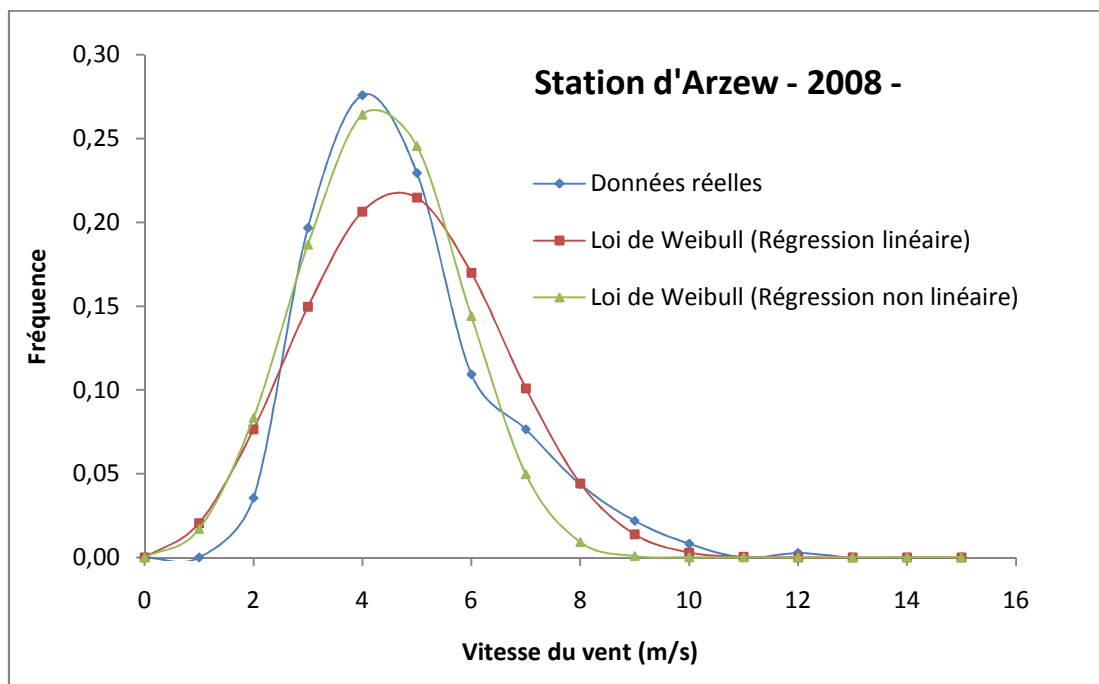


Figure A1.12 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2008.

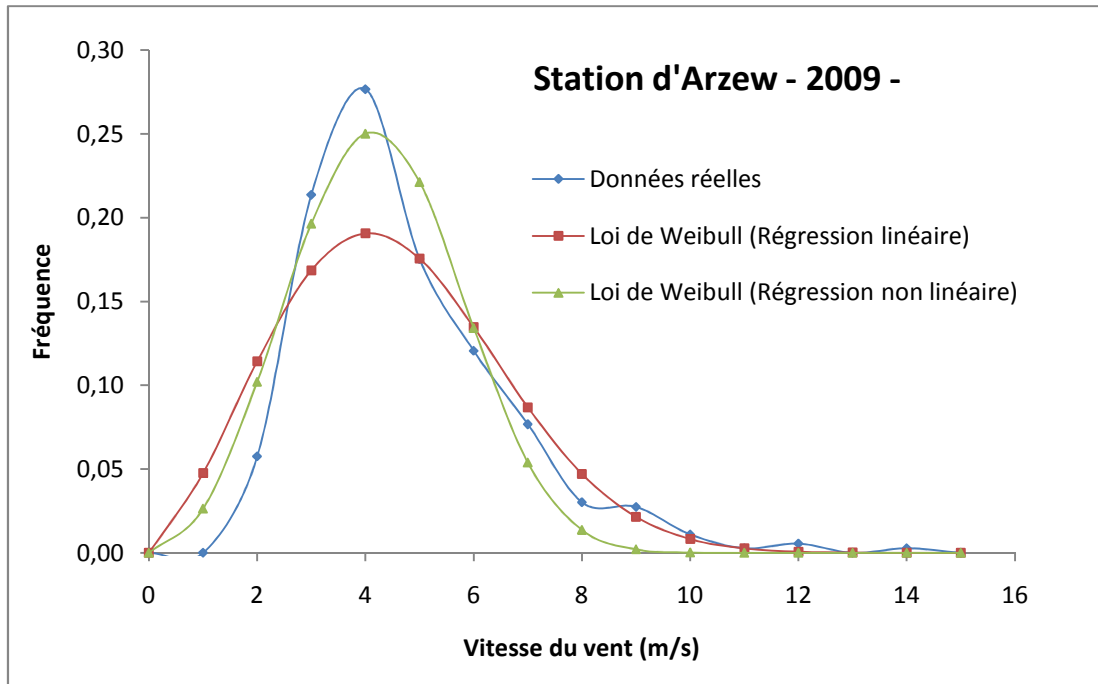


Figure A1.13 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2009.

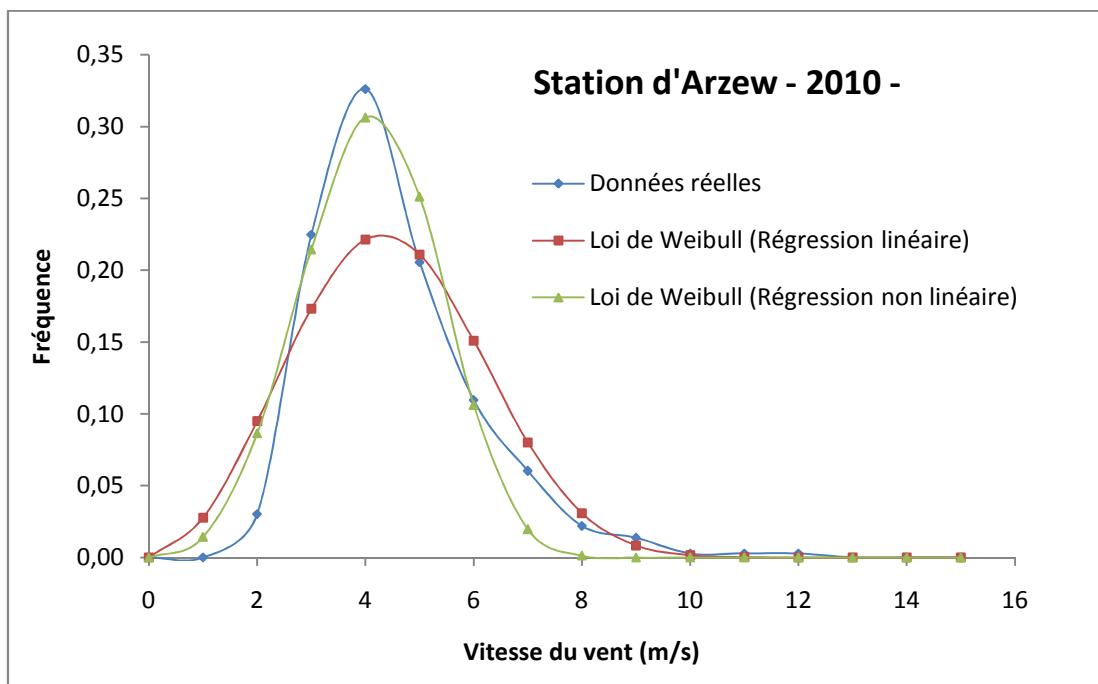


Figure A1.14 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2010.

## Station d'Oran

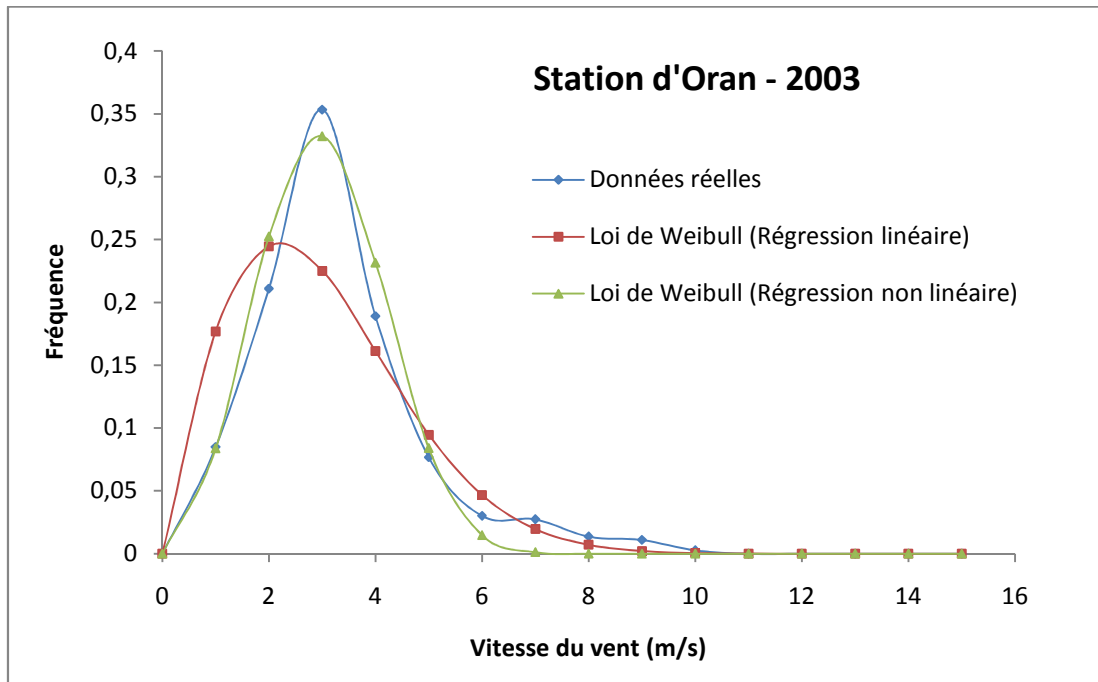


Figure A1.15 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2003.

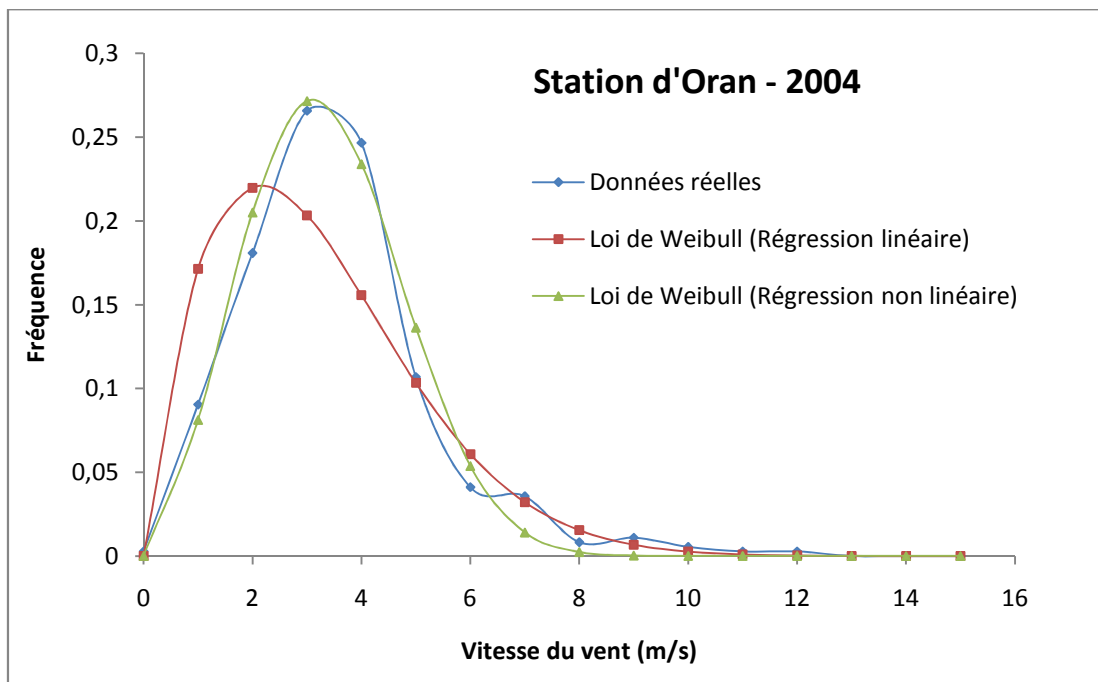
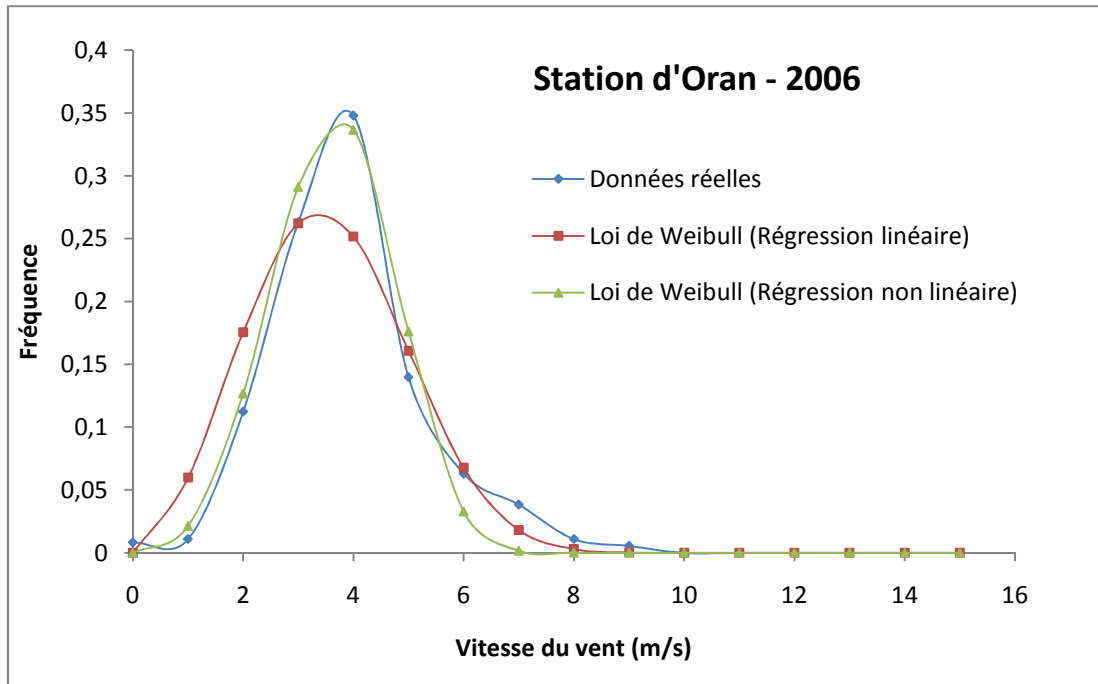
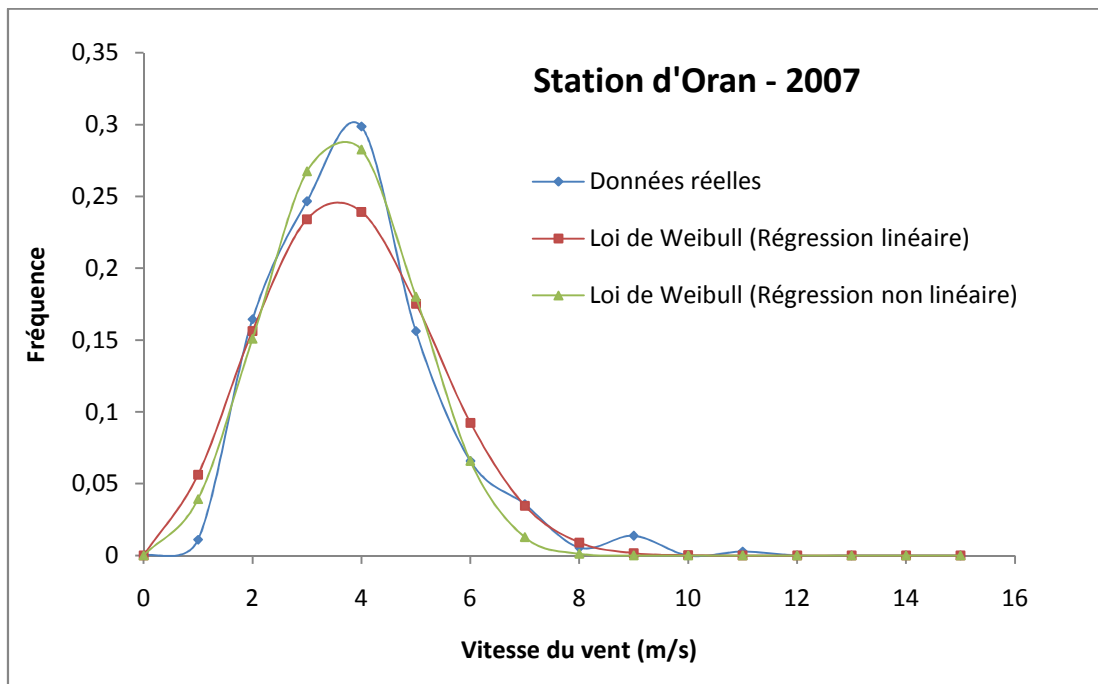


Figure A1.16 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2004.



**Figure A1.17 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2006.



**Figure A1.18 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2007.

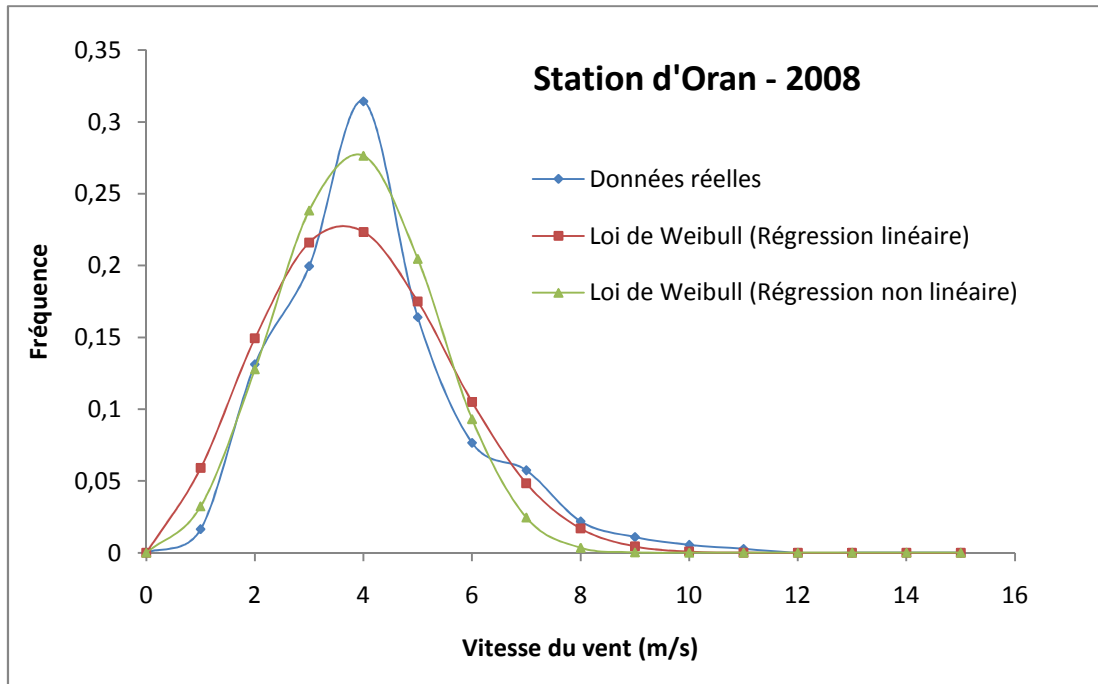


Figure A1.19 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2008.

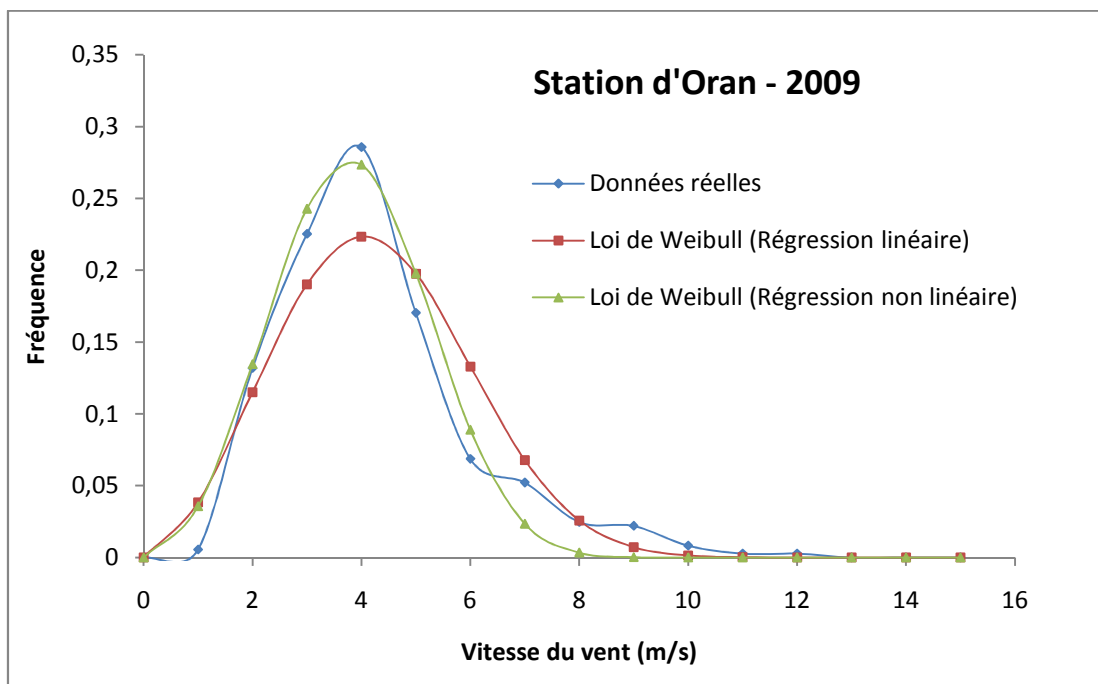
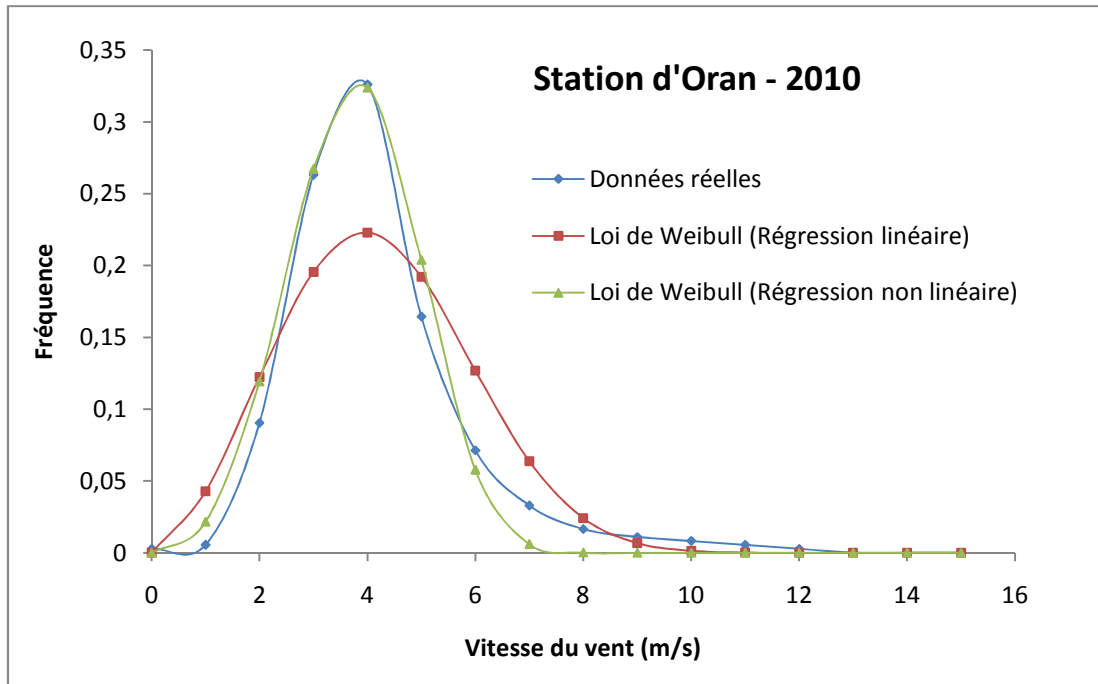
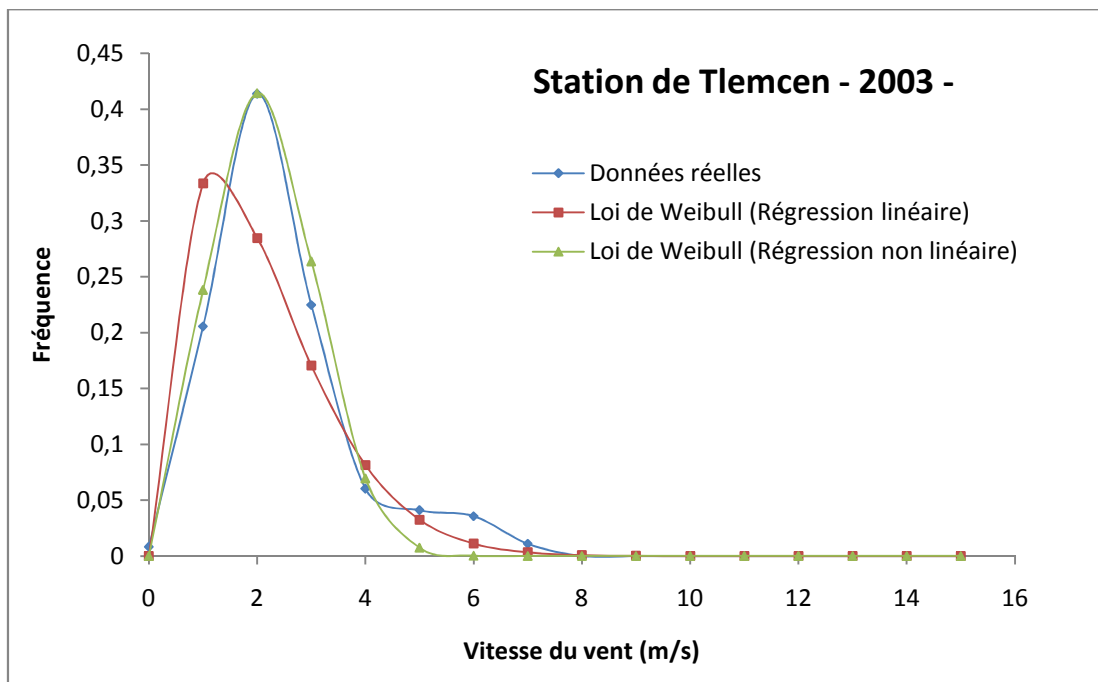


Figure A1.20 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2009.



**Figure A1.21** : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2010.

### Station de Tlemcen



**Figure A1.22** : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2003.

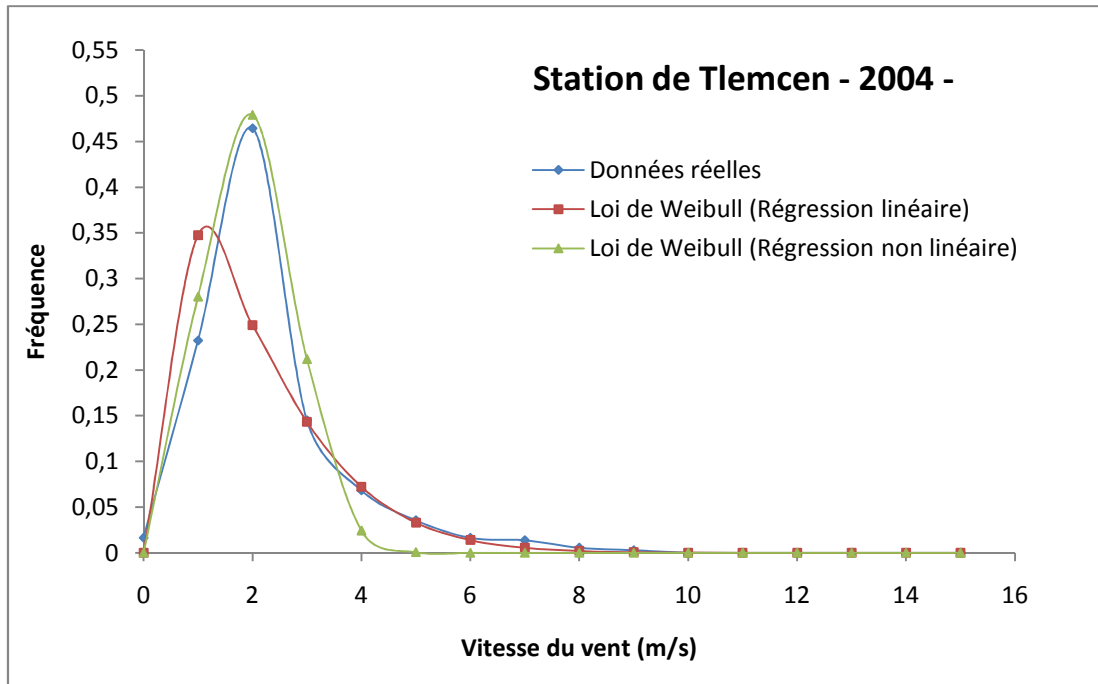


Figure A1.23 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2004.

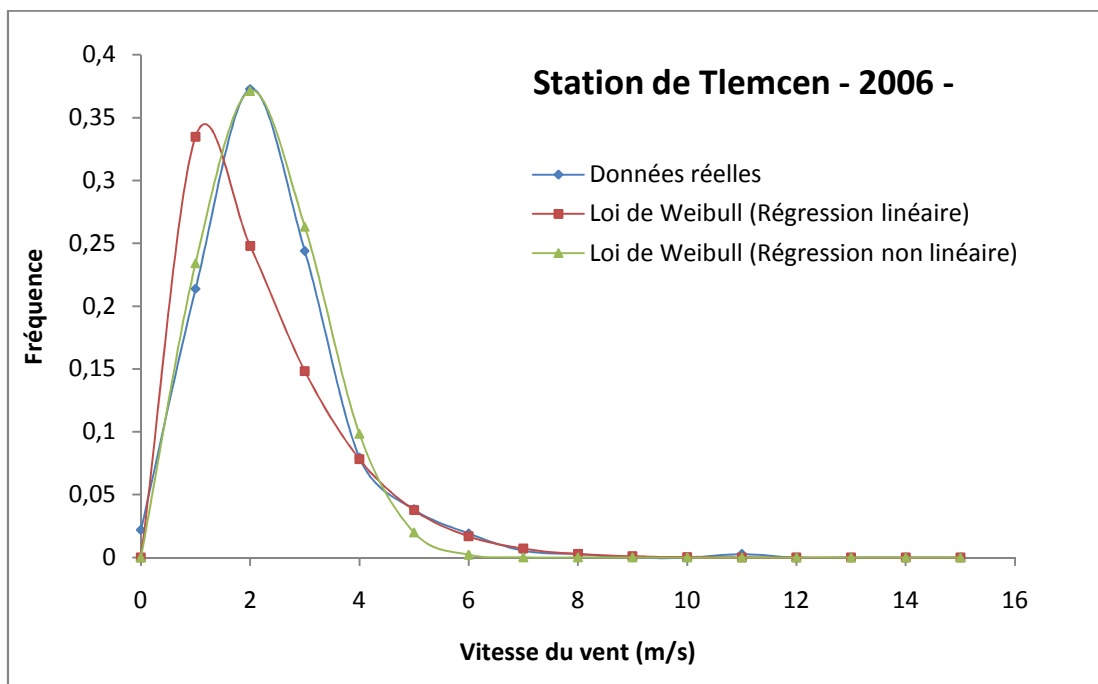


Figure A1.24 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2006.

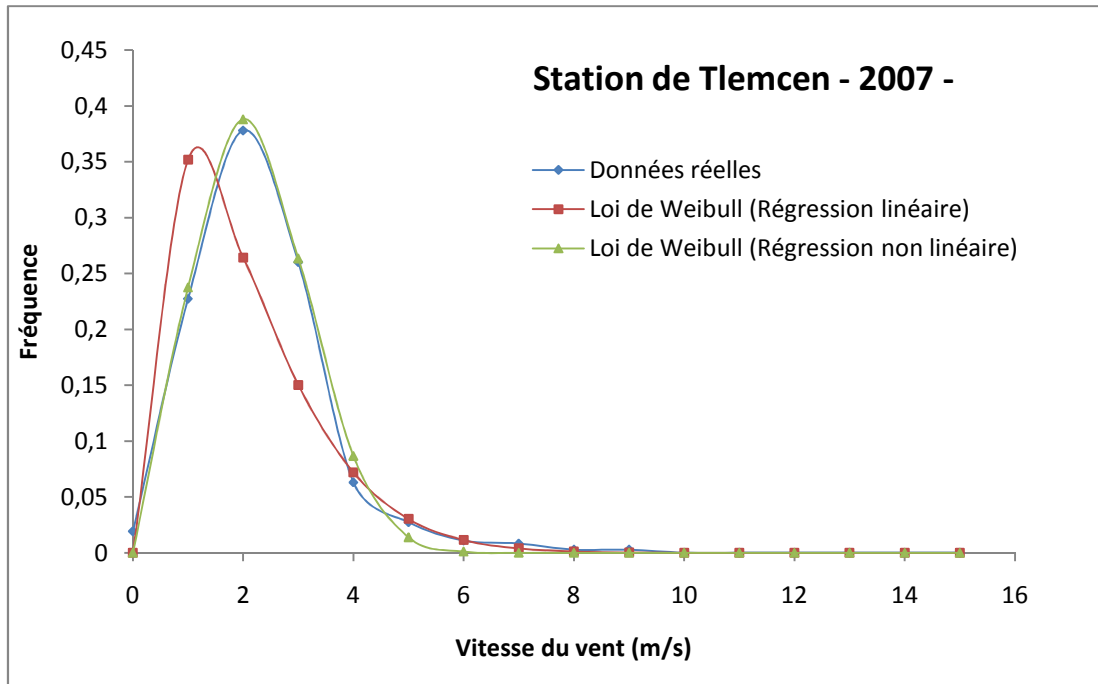


Figure A1.25 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2007.

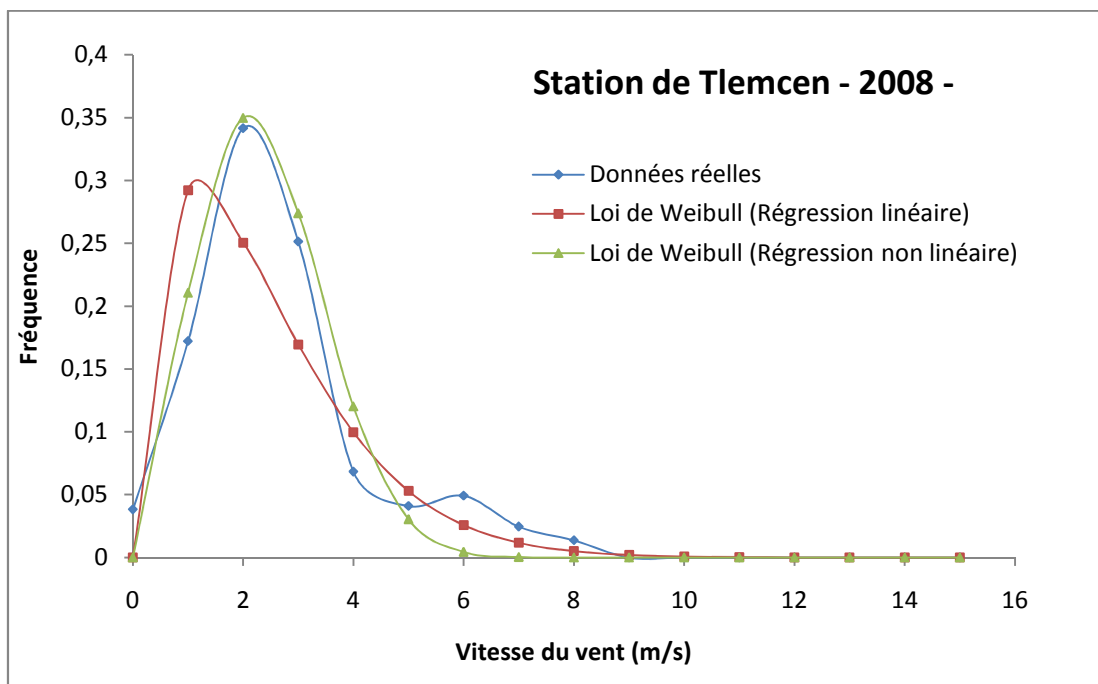


Figure A1.26 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2008.

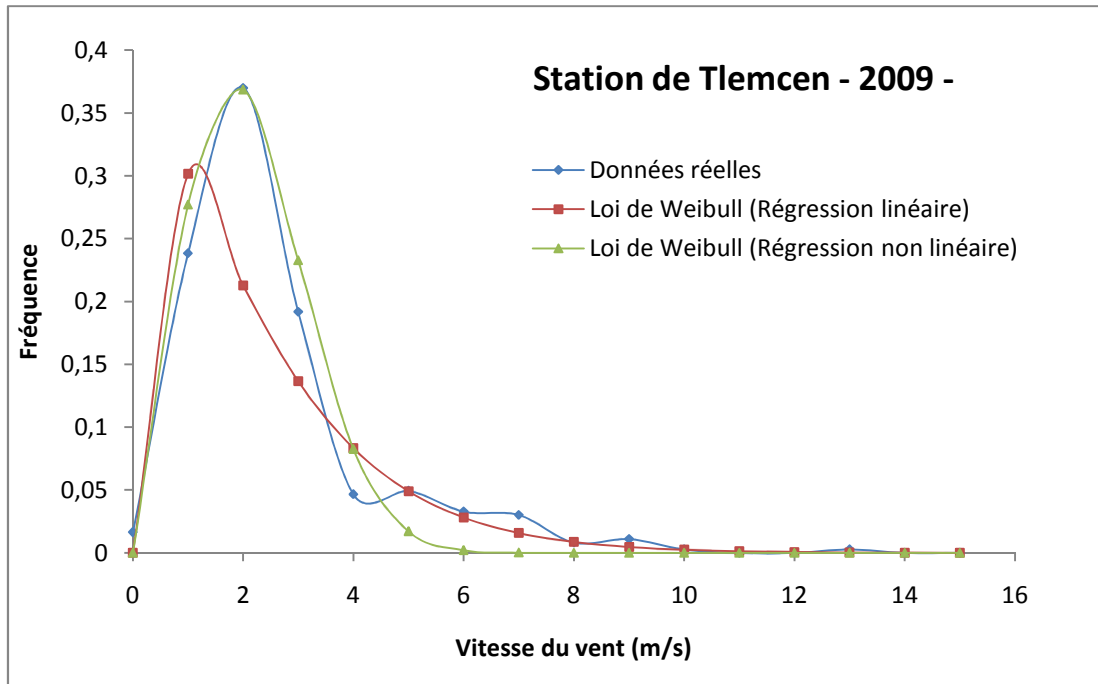


Figure A1.27 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2009.

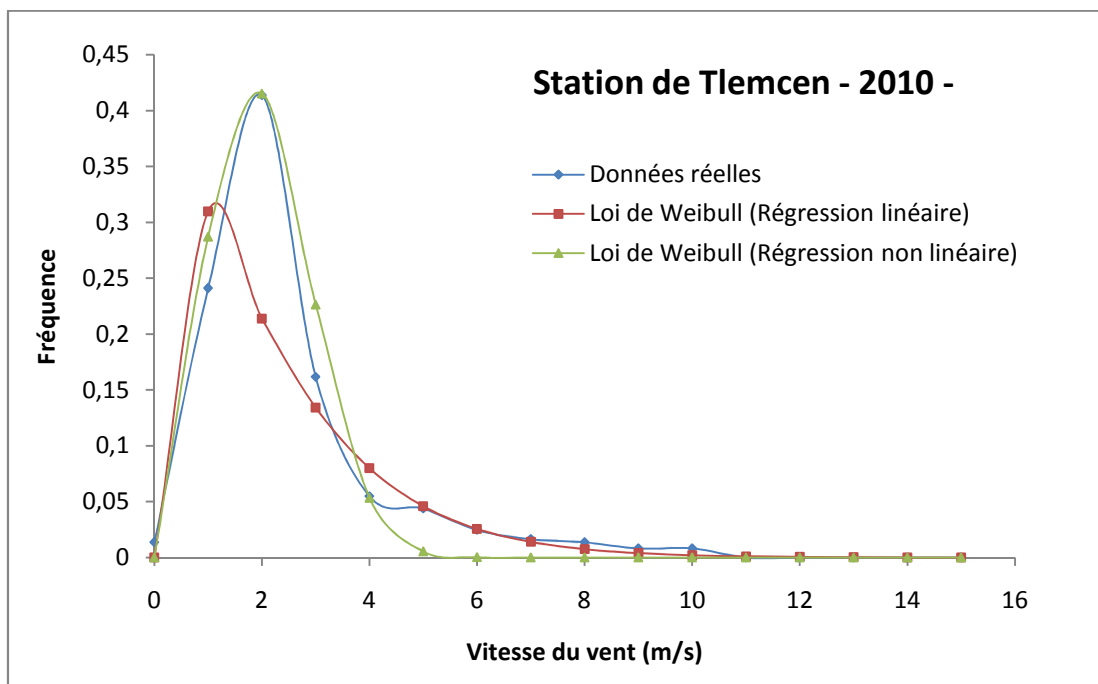


Figure A1.28 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2010.

## Station de Béni-Saf

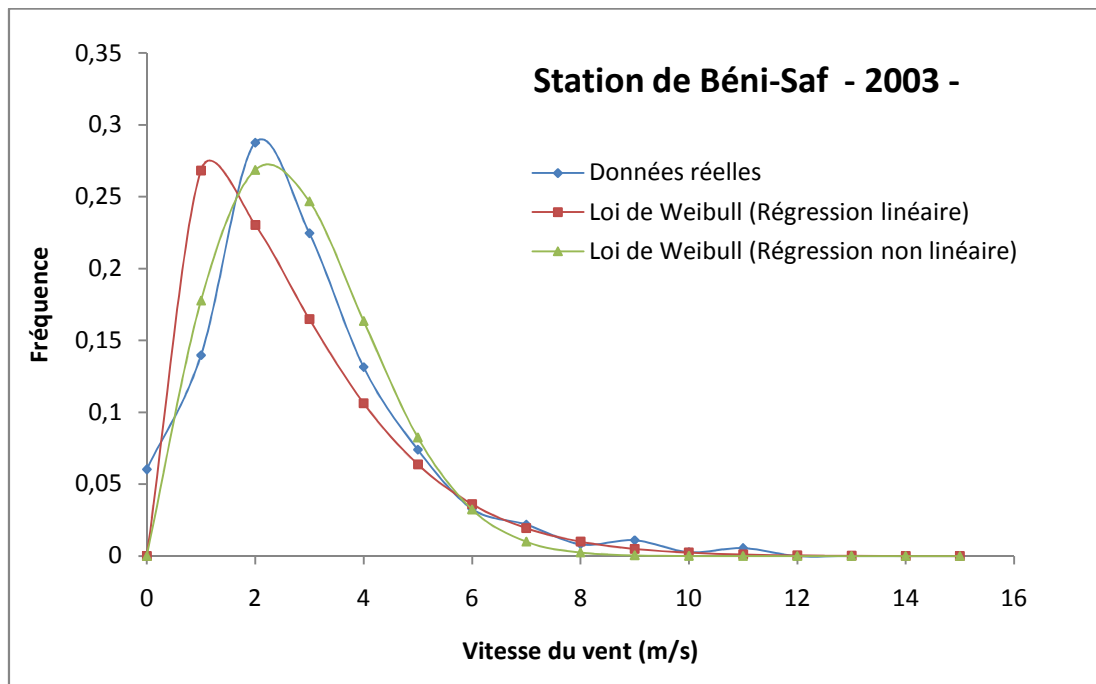


Figure A1.29 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2003.

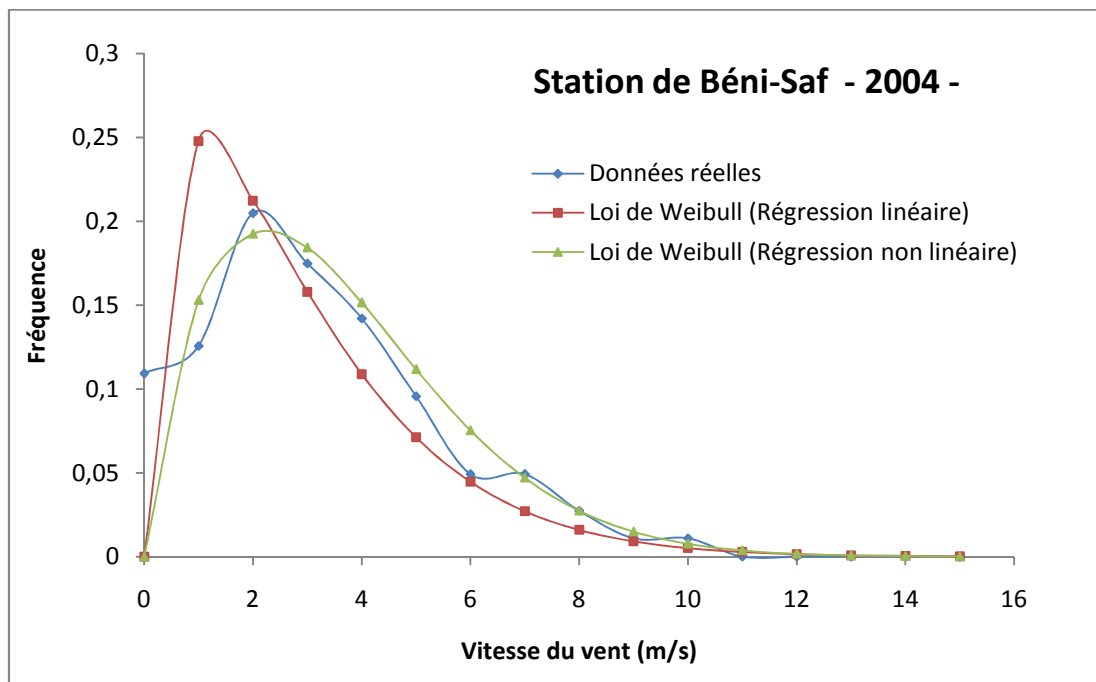


Figure A1.30 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2004.

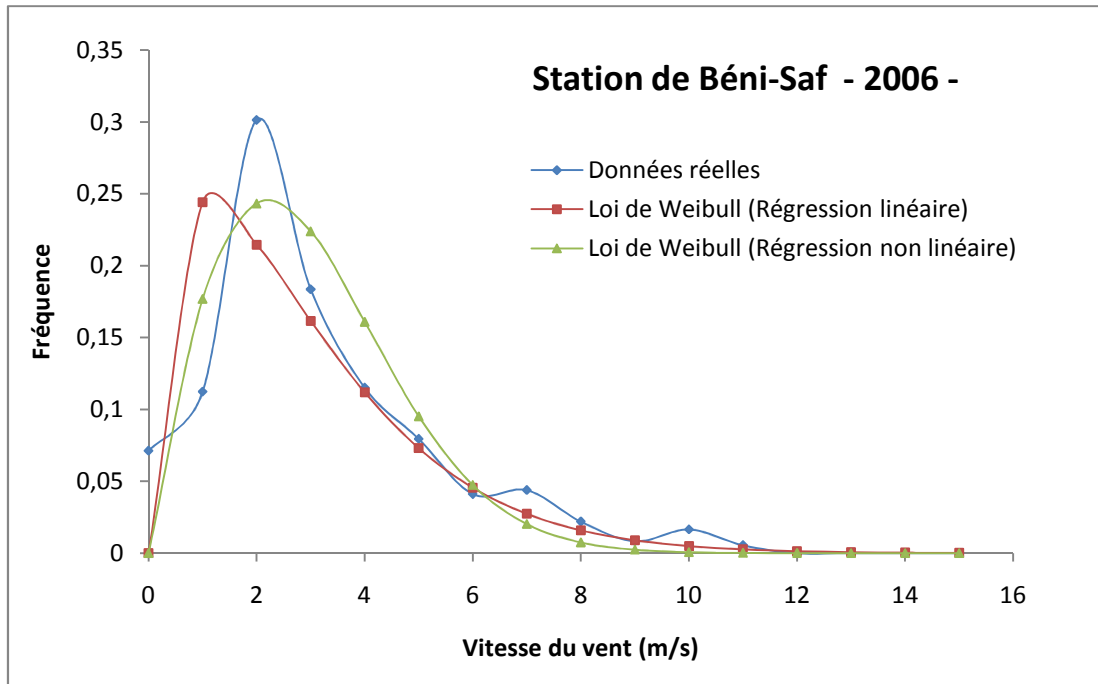


Figure A1.31 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2006.

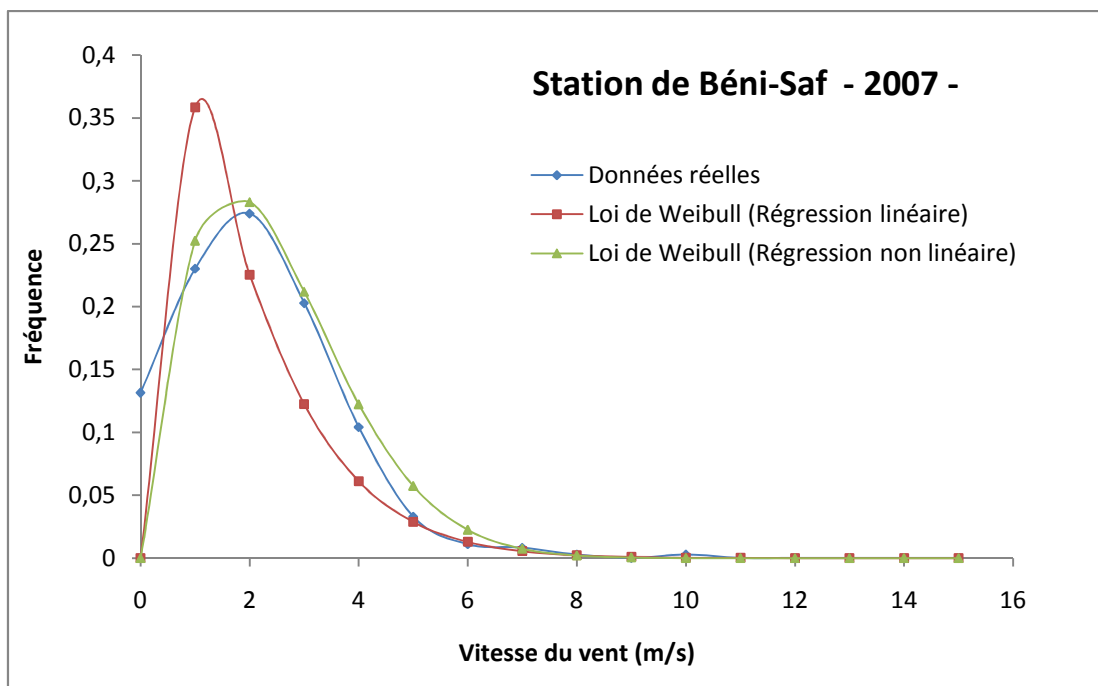
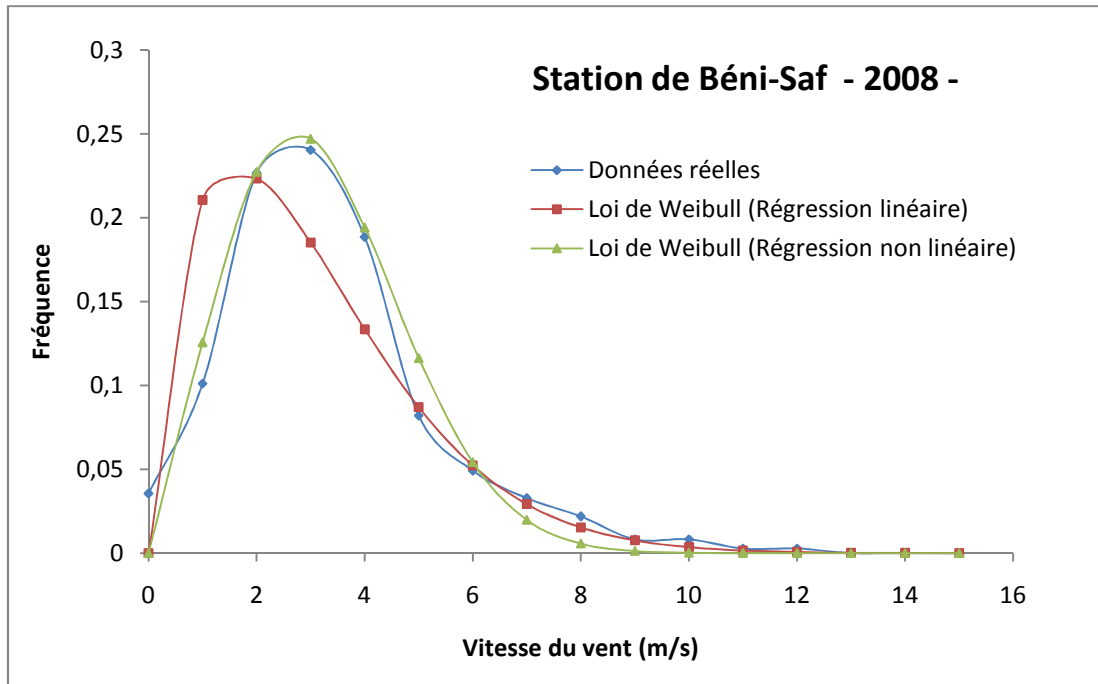
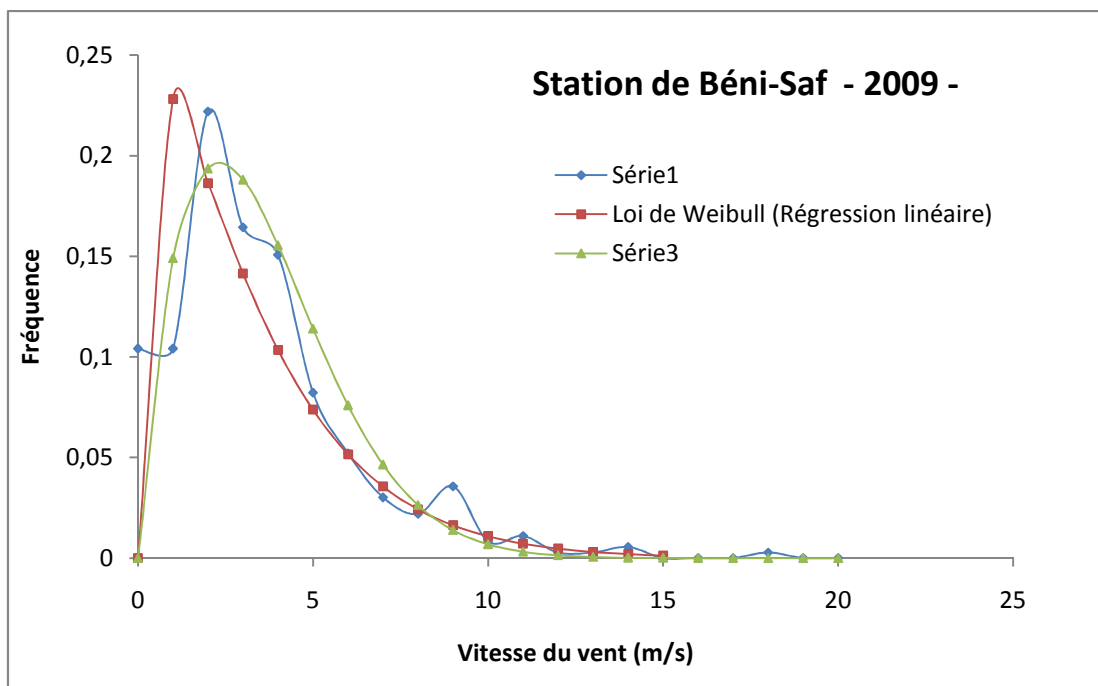


Figure A1.32 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2007.



**Figure A1.33 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2008.



**Figure A1.34 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2009.

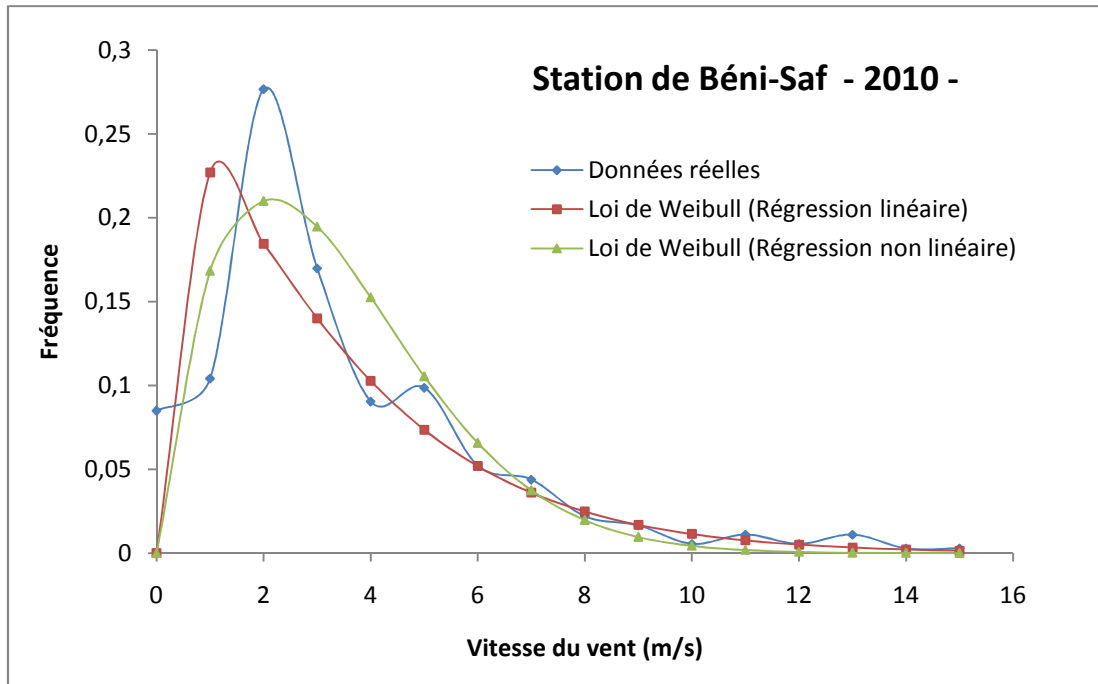


Figure A1.35 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2010.

#### Station de Ghazaouet

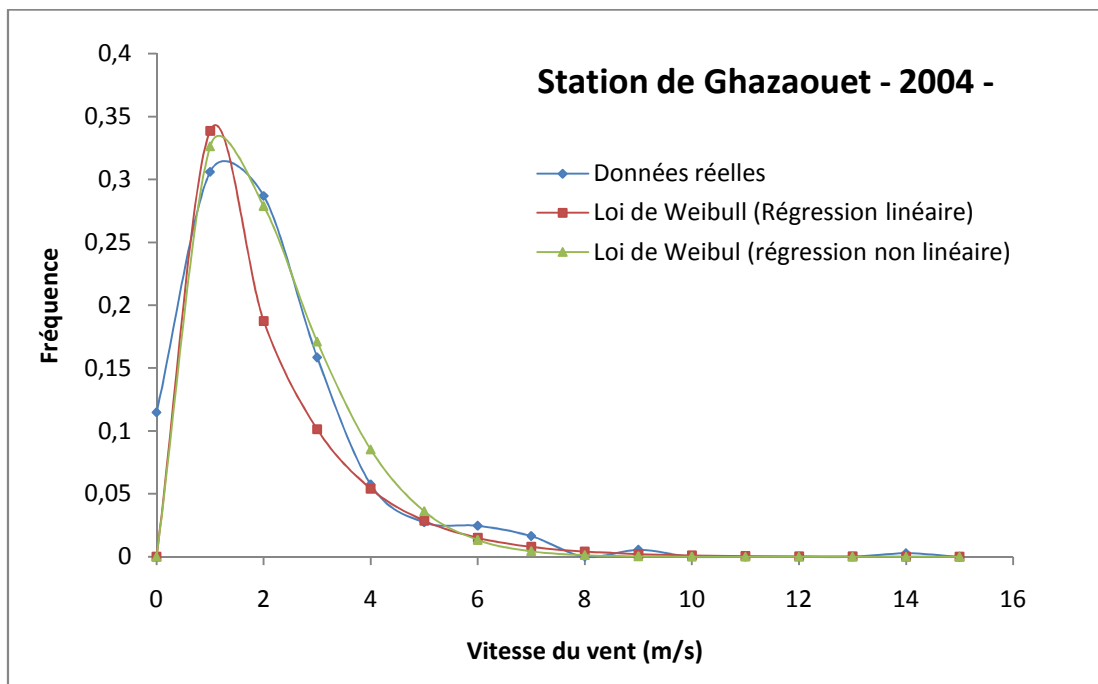


Figure A1.36 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2004.

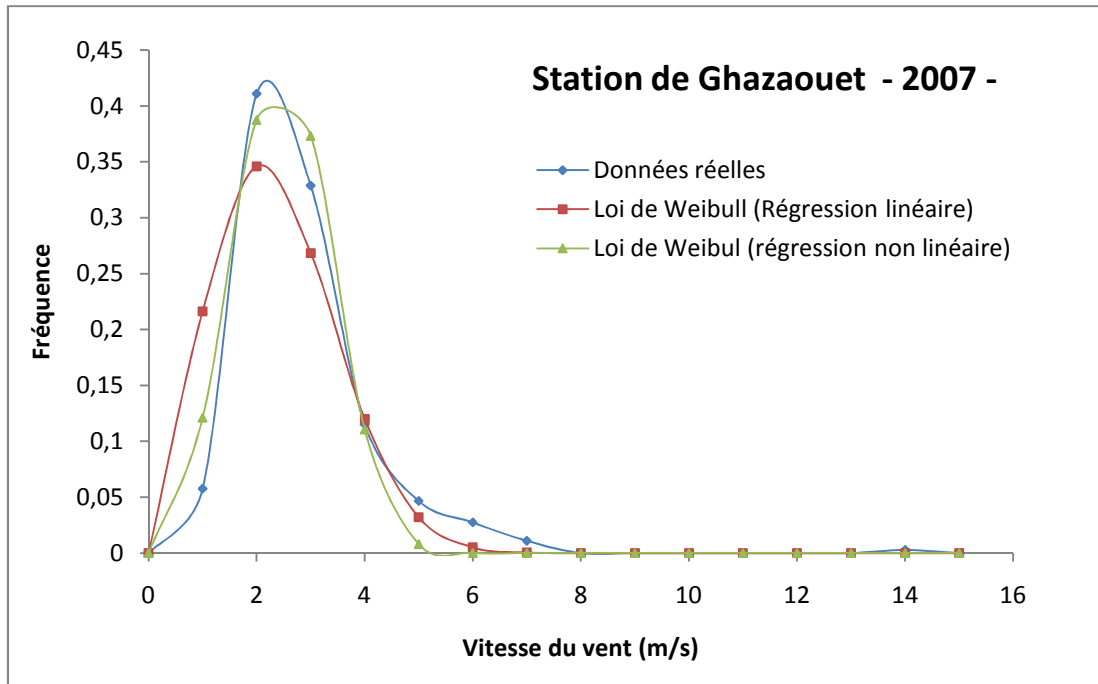


Figure A1.37 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2007.

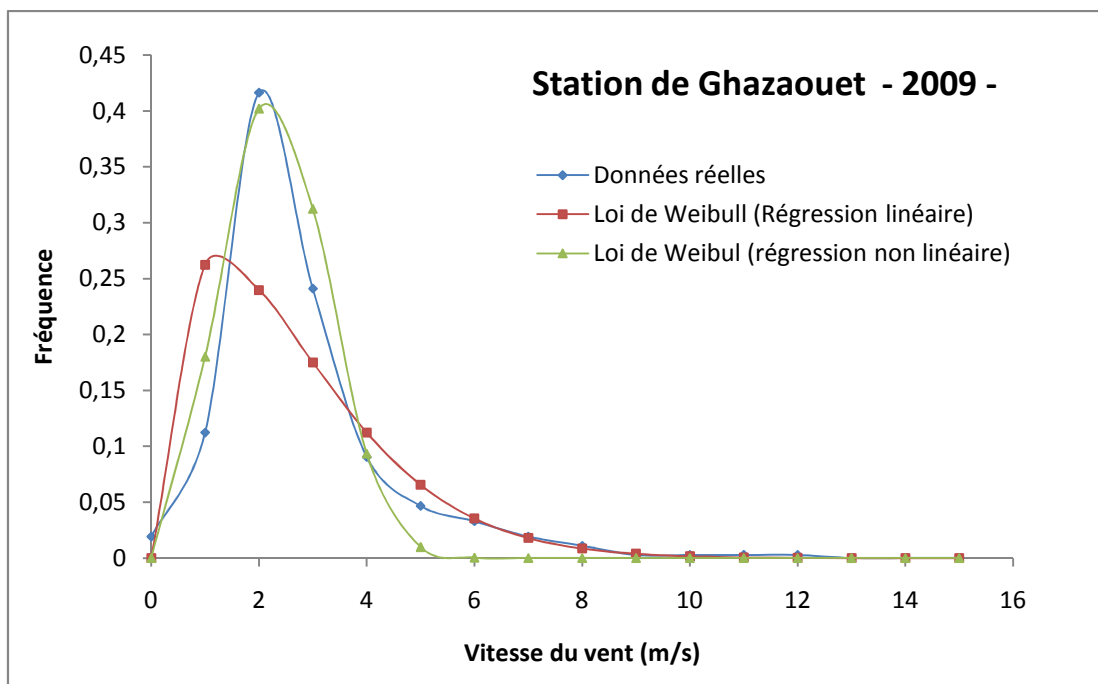
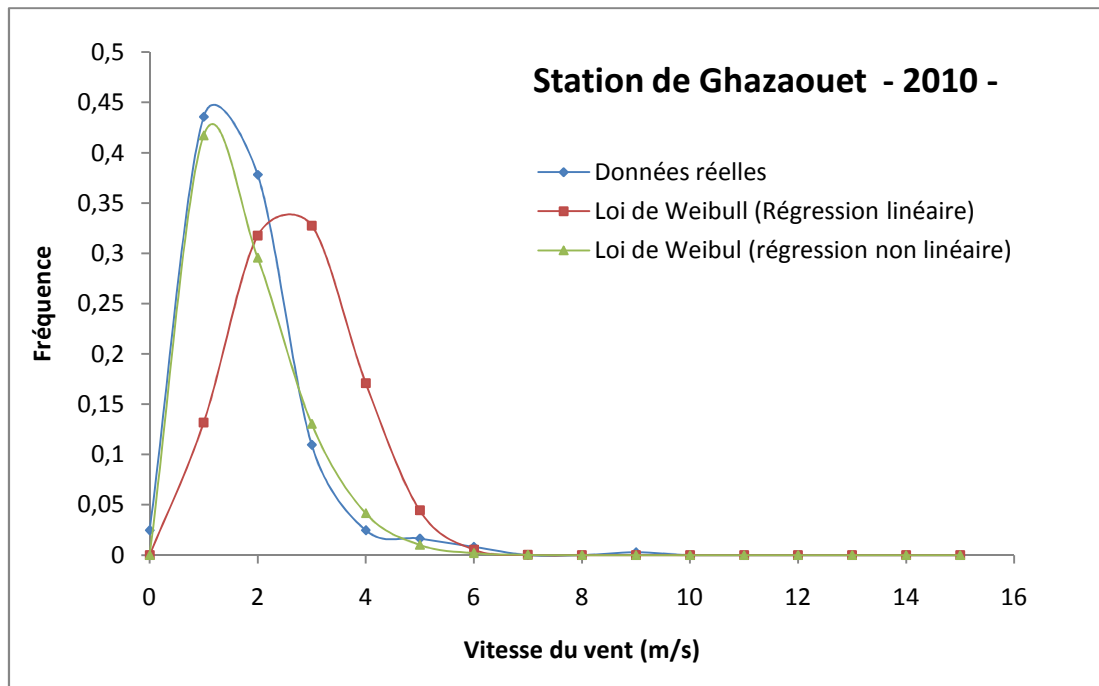


Figure A1.38 : Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2009.



**Figure A1.39 :** Variation de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour l'année 2010.

## Annexe 2

### Programmation informatique des modèles développés

#### Programme informatique pour la résolution du modèle 1

```

PARAMETER (n =2,NP=15)
INTEGER n,ntrial,NP
REAL tolf,tolx,x(n)
REAL fjac(NP,NP),fvec(NP)
common/param/DeltaP
tolx = 0.000001
tolf = 0.000001
ntrial = 100
x(1) = 1.
x(2) = 30.
!DELTAP = 8.165E+13
do i = 1,50,2
    DELTAP1 = (40+i)

    DELTAP = DELTAP1 *1.312848E+12

    call mnewt(ntrial,x,n,tolx,tolf)
    !do i=1,n
    write(*,*)deltap1, x(1), x(2), x(1)/x(2)
    !enddo
enddo
END
SUBROUTINE usrfun1(x,n,np,fvec,fjac)
!-----!
! PARAMETRES D'ENTREE !
!-----!
!          X      : Valeurs initiales !
!          N      : nombre d'Equations !
!          NP     : Dimension maximale !
!-----!
! PARAMETRES DE SORTIE !
!-----!
!          X      : Solution !
!          fvec   : Evaluation des fonctions !
!          fjac   : Evaluation de la Jacobienne !
!-----!
implicit none

```

```

INTEGER :: n,np
REAL :: fjac(NP,NP),fvec(NP),x(n),K1,K2,AW, BS, DELTAP,SA,ALPHA, CF

```

```
AW = 5.667E-13
```

```
BS = 0.76E-04
```

```
DELTAP = 8.165E+13
```

```
SA = 37.16*56
```

```
ALPHA = 1.09E+12
```

```
CF = 39
```

```
K1 = AW*SA/1000
```

```
K2 = SA*BS
```

```
! Système à résoudre
```

```
fvec(1) = X(2) - K1*(DELTAP - ALPHA*(CF - (X(1)/X(2))))
```

```
fvec(2) = X(1) - K2*(CF - (X(1)/X(2)))
```

```
! Détermination de la matrice Jacobienne
```

```
fjac(1,1) = - K1*ALPHA/X(2)
```

```
fjac(1,2) = 1 + K1*ALPHA*X(1)/(X(2)**2)
```

```
fjac(2,1) = 1 + K2/X(2)
```

```
fjac(2,2) = K2*X(1)/(X(2)**2)
```

```
return
```

```
END
```

```
SUBROUTINE ludcmp(a,n,np,indx,d)
```

```
!-----!
```

```
! PARAMETRES D'ENTREE !
```

```
!-----!
```

```
!          a      : Matrice à décomposer !
```

```
!          N      : nombre d'Equations !
```

```
!          NP     : Dimension maximale !
```

```
!-----!
```

```
! PARAMETRES DE SORTIE !
```

```
!-----!
```

```
!          a      : Matrice décomposée !
```

```
!          Indx   : Vecteur des Permutations !
```

```
!          d      : Variable prenant les valeurs (+1 ou -1) !
```

```
!-----!
```

```
INTEGER :: n,np,indx(n),NMAX
```

```
REAL :: d,a(np,np),TINY
```

```
PARAMETER (NMAX=500,TINY=1.0e-20)
INTEGER i,imax,j,k
REAL aamax,dum,sum,vv(NMAX)
d=1.
do i=1,n
  aamax= 0.
  do j=1,n
    if (abs(a(i,j)).gt.aamax) aamax=abs(a(i,j))
  enddo
  if (aamax.eq.0.) pause 'singular matrix in ludcmp'
  vv(i)=1./aamax
enddo
do j=1,n
  do i=1,j-1
    sum=a(i,j)
    do k=1,i-1
      sum=sum-a(i,k)*a(k,j)
    enddo
    a(i,j)=sum
  enddo
  aamax=0.
  do i=j,n
    sum=a(i,j)
    do k=1,j-1
      sum=sum-a(i,k)*a(k,j)
    enddo
    a(i,j)=sum
    dum=vv(i)*abs(sum)
    if (dum.ge.aamax) then
      imax=i
      aamax=dum
    endif
  enddo
  if (j.ne.imax)then
    do k=1,n
      dum=a(imax,k)
      a(imax,k)=a(j,k)
      a(j,k)=dum
    enddo
    d=-d
    vv(imax)=vv(j)
  endif
  indx(j)=imax
enddo
```

```

    if(a(j,j).eq.0.)a(j,j)=TINY

    if(j.ne.n)then
        dum=1./a(j,j)
        do i=j+1,n
            a(i,j)=a(i,j)*dum
        enddo
    endif
enddo
return
END

SUBROUTINE lubksb(a,n,np,indx,b)
!-----!
! PARAMETRES D'ENTREE !
!-----!
!      a      : Matrice à décomposer !
!      b      : Deuxième du système d'équations (A X = B) !
!      N      : nombre d'Equations !
!      NP     : Dimension maximale !
!-----!
! PARAMETRES DE SORTIE !
!-----!
!      Indx   : Vecteur des Permutations !
!-----!
INTEGER n,np,indx(n)
REAL a(np,np),b(n)
INTEGER i,ii,j,ll
REAL sum
ii=0
do i=1,n
    ll=indx(i)
    sum=b(ll)
    b(ll)=b(i)
    if (ii.ne.0)then
        do j=ii,i-1
            sum=sum-a(i,j)*b(j)
        enddo
    else if (sum.ne.0.) then
        ii=i
    endif
    b(i)=sum
enddo

```

```
do i=n,1,-1
  sum=b(i)
  do j=i+1,n
    sum=sum-a(i,j)*b(j)
  enddo
  b(i)=sum/a(i,i)
enddo
return
END
```

---

**Programme informatique du modèle 2**


---

```

integer,parameter:: niter = 130
  double precision::h1,vf0,Qsw0,vect_t(niter+1)
  double precision::vect_cf_cp(niter+1),vect_cf_cc(niter+1)
  double precision::ov_rec_cp(niter+1),ov_rec_cc(niter+1)
  double precision::vect_cpavg_cp(niter+1),vect_cp_cp(niter+1)
  double precision::vect_cpavg_cc(niter+1),vect_cp_cc(niter+1)

  h1 = 01.0d0
  vf0 = 0.15d0
  Qsw0 = 226.8d0
!  Qsw0 = 300.0d0

call solv_eq_cp(niter,h1,vf0,Qsw0,vect_t,vect_cf_cp,ov_rec_cp)
call solv_eq_cp(niter,h1,vf0,Qsw0,vect_t,vect_cf_cp,ov_rec_cp,vect_cpavg_cp, vect_cp_cp)
  do j=1,20
    write(*,*)'ov-cp=',ov_rec_cp(j)
    !pause
  enddo
  !do j=1,20
    !write(*,*)'cpavg=',vect_cpavg_cp(j)
    !write(*,*)'cpavg=',vect_cp_cp(j)
  !enddo
call solv_eq_cc(niter,h1,vf0,Qsw0,vect_t,vect_cf_cc,ov_rec_cc)
call solv_eq_cc(niter,h1,vf0,Qsw0,vect_t,vect_cf_cc,ov_rec_cc,vect_cpavg_cc, vect_cp_cc)

call sortie(niter+1,vect_t,vect_cf_cc,vect_cf_cp,ov_rec_cp,ov_rec_cc)
call sortie(niter+1,vect_t,vect_cf_cc,vect_cf_cp,ov_rec_cp,ov_rec_cc, vect_cpavg_cc,
vect_cp_cc,vect_cpavg_cp,vect_cp_cp)
  stop 'Fin du programme'
  end

  subroutine solv_eq_cc(niter,h1,vf0,Qsw0,vect_t,vect_cf,ov_rec_cc)
    subroutine solv_eq_cc(niter,h1,vf0,Qsw0,vect_t,vect_cf,ov_rec_cc,vect_cpavg_cc,
vect_cp_cc)
      integer:: niter,j
      double precision::h1,vf0,Qsw0,cf0,t0,Qss0,Cp,Qp,cpavg0,cfini
      double precision::vect_cf(niter+1),vect_t(niter+1),ov_rec_cc(niter+1)
      double precision::vect_cpavg_cc(niter+1),vect_cp_cc(niter+1)
      double precision:: k11,k12,k13,k14,k21,k22,k23,k24,fonction_4
      external::fonction_4,fonct_cpavg

      cf0 = 2.0d0
      cfini = cf0
      t0 = 0.0d0
      vect_cf(1) = cf0
      vect_t(1) = t0

```

```

!-----ajout-----
  vect_cpavg_cc(1) = 0.0d0
  vect_cp_cc(1) = 0.0d0
!-----fin ajout---
  Qss0 = cf0*Qsw0
  cpavg0= 0.0d0
  ov_rec_cc(1)=0.0d0

do j = 1,niter
  write(*,*) 'CC ----> iter = ',j
  call COMEF_CC(Qsw0,Qss0,Cp,Qp)

  k11 = h1*fonction_4(vf0,Qp,Cp,t0,cf0)

  if(j==1) then
    k21=0
  else
    k21=h1*fonct_cpavg (cfini,vf0,Qp,Cp,Cf0,cpavg0)
  endif

  k12 = h1*fonction_4(vf0,Qp,Cp,t0 + h1/2.0d0,cf0+k11/2.0d0)
  k22 = h1*fonct_cpavg (cfini,vf0,Qp,Cp,Cf0+k11/2.0d0,cpavg0+k21/2.0d0)

  k13 = h1*fonction_4(vf0,Qp,Cp,t0 + h1/2.0d0,cf0 + k12/2.0d0)
  k23 = h1*fonct_cpavg (cfini,vf0,Qp,Cp,Cf0+k12/2.0d0,cpavg0+k22/2.0d0)

  k14 = h1*fonction_4(vf0,Qp,Cp,t0+h1,cf0+k13)
  k24 = h1*fonct_cpavg (cfini,vf0,Qp,Cp,Cf0+k13,cpavg0+k23)

  cf0 = cf0 + (k11 + 2.0d0*k12 + 2.0d0*k13 + k14)/6.0d0
  cpavg0 = cpavg0 + (k21 + 2.0d0*k22 + 2.0d0*k23 + k24)/6.0d0

  t0 = t0 + h1
  vect_cf(j+1) = cf0
  vect_t(j+1) = t0

  Qsw0 = 226.8d0
!   Qsw0 = 300.0d0
  Qss0 = cf0*Qsw0
  vect_cpavg_cc(j+1)=cpavg0
  vect_cp_cc(j+1)=Cp
  vp=vf0*(cf0-cfini)/(cf0-cpavg0)
  ov_rec_cc(j+1)=vp/vf0
enddo
return
end subroutine
! subroutine solv_eq_cp(niter,h1,vf0,Qsw0,vect_t,vect_cf,ov_rec_cp)

```

```

subroutine solv_eq_cp(niter,h1,vf0,Qsw0,vect_t,vect_cf,ov_rec_cp,vect_cpavg_cp,
vect_cp_cp)
  integer:: niter,j
  double precision::h1,vf0,Qsw0,cf0,t0,Qss0,Cp,Qp,cpavg0,cfini
  double precision::vect_cf(niter+1),vect_t(niter+1),ov_rec_cp(niter+1)
  double precision::vect_cpavg_cp(niter+1),vect_cp_cp(niter+1)
  double precision:: k11,k12,k13,k14,k21,k22,k23,k24,fonction_4,vp
  external::fonction_4,fonct_cpavg

  cf0 = 2.0d0
  cfini = cf0
  t0 = 0.0d0
  vect_cf(1) = cf0
  vect_t(1) = t0
  vect_cpavg_cp(1) = 0.0d0
  vect_cp_cp(1) = 0.0d0
  Qss0 = cf0*Qsw0
  cpavg0= 0.0d0
  ov_rec_cp(1)=0.0d0

  do j = 1,niter
    write(*,*) 'CP ----> iter = ',j
    call COMEF_CP(Qsw0,Qss0,Cp,Qp)

    k11 = h1*fonction_4(vf0,Qp,Cp,t0,cf0)

    if(j==1) then
      k21=0
    else
      k21=h1*fonct_cpavg (cfini,vf0,Qp,Cp,cf0,cpavg0)
    endif

    k12 = h1*fonction_4(vf0,Qp,Cp,t0 + h1/2.0d0,cf0+k11/2.0d0)
    k22 = h1*fonct_cpavg(cfini,vf0,Qp,Cp,cf0+k11/2.0d0,cpavg0+k21/2.0d0)

    k13 = h1*fonction_4(vf0,Qp,Cp,t0 + h1/2.0d0,cf0 + k12/2.0d0)
    k23 = h1*fonct_cpavg (cfini,vf0,Qp,Cp,cf0+k12/2.0d0,cpavg0+k22/2.0d0)

    k14 = h1*fonction_4(vf0,Qp,Cp,t0+h1,cf0+k13)
    k24 = h1*fonct_cpavg (cfini,vf0,Qp,Cp,cf0+k13,cpavg0+k23)

    cf0 = cf0 + (k11 + 2.0d0*k12 + 2.0d0*k13 + k14)/6.0d0
    cpavg0 = cpavg0 + (k21 + 2.0d0*k22 + 2.0d0*k23 + k24)/6.0d0

    t0 = t0 + h1
    vect_cf(j+1) = cf0
    vect_t(j+1) = t0
  enddo

```

```

    Qsw0 = 226.8d0
!   Qsw0 = 300.0d0
    Qss0 = cf0*Qsw0

    vect_cpavg_cp(j+1)=cpavg0
    vect_cp_cp(j+1)=Cp

!   write(*,*)'cpvg_cp=',vect_cpavg_cp(j+1)
!   write(*,*)'ov-cp=',vect_cp_cp(j+1)
!   pause

    vp=vf0*(cf0-cfini)/(cf0-cpavg0)

    ov_rec_cp(j+1)=vp/vf0

enddo
return
end subroutine
function fonction_4(vf0,Qp,Cp,t,Cf)
double precision::vf0,Cf,Cp,Qp,t,fonction_4
fonction_4 = Qp*(Cf - Cp)/(vf0 - Qp*t)
return
end function

function fonct_cpavg(cfini,vf0,Qp,Cp,Cf,cpavg)
double precision::vf0,Cf,Cp,Qp,fonct_cpavg,cfini,cpavg
fonct_cpavg = Qp*(Cp-cpavg)*(Cf-cpavg)/((Cf-cfini)*vf0)
return
end function

subroutine COMEF_CC(v0_1,v0_2,cp,Qp)
integer :: i , iter , n_0 , n_L ,j,k,n_pas
integer,parameter :: nn = 5 , nc = 10 , p = (nc+1)*(nn-1)+1
double precision :: y1(p),y2(p),y3(p),y4(p)
double precision :: p_y1(p) ,p_y2(p) ,p_y3(p),p_y4(p)
double precision :: xe(nn) ,x(p),z(nc+2)
double precision :: Erre , h , ht , dnorme,norme
double precision,parameter::x0 = 0.0d0,x1 = 1.0d0
double precision:: v0_1 ,v0_2 ,vL_3 ,vL_4,c1,c2,c3,c4
double precision ::alpha , beta ,epsi,cp,Qp,pi
external:: dnorme,norme
! -----
! les conditions aux limites
n_L = p
n_0 = 1

```

```
vL_3 = 1.0d-50
vL_4 = 1.0d-50

c1 = 4.2d-13
c2 = 0.06d0
c3 = 4.02d+13
c4 = 1.02d+12
c5 = 1.12d-4
pi = 3.14159265358979d0
! -----
h = (x1-x0)/dble(nn-1)

xe(1) = 0.0d0
do i = 2,nn
  xe(i) = xe(i-1) + h
enddo
epsi = 1.0d-8
alpha = 0.5
beta = 0.5
call newton_raph(nc,alpha,beta,z)

! -----
! La construction des profils initiaux.
! -----
k = 0
do j=1,p-1,nc+1
  k = k + 1
  do i=1,nc+2
    x(j+i-1) = h*z(i) + xe(k)
  enddo
enddo

ht = (x1-x0)/dble(p-1)

do i = 1,p
  y1(i) = x(i) + 1.0d0
  y2(i) = x(i) + 1.0d0
  y3(i) = x(i) + 1.0d0
  y4(i) = x(i) + 1.0d0
enddo
! -----
! -----
iter = 0
Erre = 1.0d0
do while (Erre .ge. epsi)
  iter = iter+1
  p_y1 = y1
```

```

p_y2 = y2
p_y3 = y3
p_y4 = y4

```

```
!-----
```

```
!           La résolution.
```

```
!-----
```

```

call solver_CC(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,v0_1,n_0,1,y1,y2,y3,y4)
call solver_CC(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,v0_2,n_0,2,y1,y2,y3,y4)
call solver_CC(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,vL_3,n_L,3,y1,y2,y3,y4)
call solver_CC(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,vL_4,n_L,4,y1,y2,y3,y4)

```

```

Erre = max(dnorme(p,y1,p_y1),dnorme(p,y2,p_y2) &
           ,dnorme(p,y3,p_y3),dnorme(p,y4,p_y4))
!write(*,*)'Nb Itér =',iter , '--->  Erreur de découplage = ' ,Erre
!           write(*,*)'omar'

```

```

enddo
cp = y4(1)/y3(1)
Qp = y3(1)

```

```

return
end subroutine

```

```
subroutine COMEF_CP(v0_1,v0_2,cp,Qp)
```

```

integer :: i , iter , n_0 , n_L ,j,k,n_pas
integer,parameter :: nn = 5 , nc = 10 , p = (nc+1)*(nn-1)+1
double precision :: y1(p),y2(p),y3(p),y4(p)
double precision :: p_y1(p) ,p_y2(p) ,p_y3(p),p_y4(p)
double precision :: xe(nn) ,x(p),z(nc+2)
double precision :: Erre , h , ht , dnorme,norme
double precision,parameter::x0 = 0.0d0,x1 = 1.0d0
double precision:: v0_1 ,v0_2 ,vL_3 ,vL_4
double precision ::alpha , beta ,epsi,cp,Qp
external:: dnorme,norme

```

```
! -----
```

```
! les conditions aux limites
```

```

n_L = p
n_0 = 1

```

```

vL_3 = 1.0d-50
vL_4 = 1.0d-50

```

```
! -----
```

```
h = (x1-x0)/dble(nn-1)
```

```
xe(1) = 0.0d0
```

```

do i = 2,nn
  xe(i) = xe(i-1) + h
enddo
epsi = 1.0d-8
call newton_raph(nc,alpha,beta,z)

! -----
! La construction des profils initiaux.
! -----
k = 0
do j=1,p-1,nc+1
  k = k + 1
  do i=1,nc+2
    x(j+i-1) = h*z(i) + xe(k)
  enddo
enddo

ht = (x1-x0)/dble(p-1)

do i = 1,p
  y1(i) = x(i) + 1.0d0
  y2(i) = x(i) + 1.0d0
  y3(i) = x(i) + 1.0d0
  y4(i) = x(i) + 1.0d0
enddo

! -----
! -----
iter = 0
Erre = 1.0d0
do while (Erre .ge. epsi)
  iter = iter+1
  p_y1 = y1
  p_y2 = y2
  p_y3 = y3
  p_y4 = y4

!-----
!           La résolution.
!-----

call solver_CP(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,v0_1,n_0,1,y1,y2,y3,y4)
call solver_CP(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,v0_2,n_0,2,y1,y2,y3,y4)
call solver_CP(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,vL_3,n_0,3,y1,y2,y3,y4)
call solver_CP(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,vL_4,n_0,4,y1,y2,y3,y4)

Erre = max(dnorme(p,y1,p_y1),dnorme(p,y2,p_y2) &
           ,dnorme(p,y3,p_y3),dnorme(p,y4,p_y4))
!write(*,*)'Nb Itér =',iter,'---> Erreur de découplage = ',Erre

```

```

!      write(*,*)'omar'

enddo
cp = y4(p)/y3(p)
Qp = y3(p)

return
end subroutine
! -----  FIN DU PROGRAMME PRINCIPAL  -----
! -----
! solver_0 resoud une equation avec y(0) connue.
! -----
subroutine solver_CC(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,v_i,noe,coe,y1,y2,y3,y4)

integer :: i , l , k , nn , nc , p , noe , coe
double precision :: y1(p),y2(p),y3(p),y4(p),AL(nc+2,nc+2)
double precision :: x(nc+2) , xe(nn) ,BL(nc+2) ,u(p),z(nc+2)
double precision :: AG(p,p) , BG(p) , ind(p) , val_impose(p)
double precision :: k1(nc+2,nc+2) , A(nc+2,nc+2)
double precision :: h , v_i,alpha,beta,c1,c2,c3,c4,c5,pi

c1 = 4.2d-13
c2 = 0.06d0
c3 = 4.02d+13
c4 = 1.02d+12
c5 = 1.12d-4
pi = 3.14159265358979d0

do i = 1,p
  ind(i) = 0.0d0
  val_impose(i) = 0.0d0
  BG(i) = 0.0d0
  do j = 1,p
    AG(i,j) = 0.0d0
  enddo
enddo
do i = 1,nc+2
  do j = 1,nc+2
    k1(i,j) = 0.0d0
  enddo
enddo
k = 0
call newton_raph(nc,alpha,beta,x)

call matrice(nc,x,A)
! -----

```

! LES EQUATIONS DU SYSTEME

!

```

-----
do l=1,p-1,nc+1
  k = k + 1
  do i=1,nc+2
    if (coe .eq. 1) then
      BL(i) = -c1*pi*c2*(c3-c4*(y2(l+i-1)/y1(l+i-1) - y4(l+i-1)/y3(l+i-1)))/1.0d+3+y1(l+i-1)
    end if
    if(coe .eq. 2) then
      BL(i) = -c5*pi*c2*(y2(l+i-1)/y1(l+i-1) - y4(l+i-1)/y3(l+i-1))+y2(l+i-1)
    end if
    if (coe .eq. 3) then
      BL(i) = -c1*pi*c2*(c3-c4*(y2(l+i-1)/y1(l+i-1) - y4(l+i-1)/y3(l+i-1)))/1.0d+3+y3(l+i-1)
    end if
    if (coe .eq. 4) then
      BL(i) = -c5*pi*c2*(y2(l+i-1)/y1(l+i-1) - y4(l+i-1)/y3(l+i-1))+y4(l+i-1)
    end if

    k1(i,i) = 1.0d0
  enddo
  AL = 1.0d0/h * A + k1

```

```

do i = 1,nc+2
  do j = 1,nc+2
    AG(l+i-1,l+j-1)= AG(l+i-1,l+j-1) + AL(i,j)
  enddo
  BG(l+i-1) = BG(l+i-1) + BL(i)
enddo
enddo

```

! On impose les valeurs aux limites.

```

do i = noe,noe
  ind(i) = 1.0d0
  val_impose(i) = v_i
enddo
do i=1,p
  if (ind(i) .eq. 1.0d0) then
    do j=1,p
      if (j .ne. i) then
        BG(j) = BG(j) - AG(j,i)*val_impose(i)
        AG(j,i) = 0.0d0
      end if
    enddo
    do k=1,p
      AG(i,k) = 0.0d0
    enddo
    AG(i,i) = 1.0d0
  end if
enddo

```

```

        BG(i) = val_impose(i)
    end if
enddo
call matLU(p,AG,BG,u)
! call gauss(p,AG,BG,u)
if (coe .eq. 1) then
    y1 = u
end if
if(coe .eq. 2) then
    y2 = u
end if
if (coe .eq. 3) then
    y3 = u
end if
if (coe .eq. 4) then
    y4 = u
end if
return
end subroutine
! -----
subroutine solver_CP(nn,nc,p,h,alpha,beta,xe,v_i,noe,coe,y1,y2,y3,y4)

integer :: i , l , k , nn, nc , p , noe , coe
double precision :: y1(p),y2(p),y3(p),y4(p),AL(nc+2,nc+2)
double precision :: x(nc+2) , xe(nn) ,BL(nc+2) ,u(p),z(nc+2)
double precision :: AG(p,p) , BG(p) , ind(p) , val_impose(p)
double precision :: k1(nc+2,nc+2) , A(nc+2,nc+2)
double precision :: h , v_i,alpha,beta,c1,c2,c3,c4,c5,pi

c1 = 4.2d-13
c2 = 0.0576d0
c3 = 4.02d+13
c4 = 1.02d+12
c5 = 1.12d-4
pi = 3.14159265358979d0

do i = 1,p
    ind(i) = 0.0d0
    val_impose(i) = 0.0d0
    BG(i) = 0.0d0
    do j = 1,p
        AG(i,j) = 0.0d0
    enddo
enddo
do i = 1,nc+2
    do j = 1,nc+2
        k1(i,j) = 0.0d0
    enddo
enddo

```

```

    enddo
enddo
k = 0
call newton_raph(nc,alpha,beta,x)

call matrice(nc,x,A)
! -----
! LES EQUATIONS DU SYSTEME
! -----
do l=1,p-1,nc+1
  k = k + 1
  do i =1,nc+2
    if (coe .eq. 1) then
      BL(i) = -c1*pi*c2*(c3-c4*(y2(l+i-1)/y1(l+i-1) - y4(l+i-1)/y3(l+i-1)))/1.0d+3+y1(l+i-1)
    end if
    if(coe .eq. 2) then
      BL(i) = -c5*pi*c2*(y2(l+i-1)/y1(l+i-1) - y4(l+i-1)/y3(l+i-1))+y2(l+i-1)
    end if
    if (coe .eq. 3) then
      BL(i) = c1*pi*c2*(c3-c4*(y2(l+i-1)/y1(l+i-1) - y4(l+i-1)/y3(l+i-1)))/1.0d+3+y3(l+i-1)
    end if
    if (coe .eq. 4) then
      BL(i) = c5*pi*c2*(y2(l+i-1)/y1(l+i-1) - y4(l+i-1)/y3(l+i-1))+y4(l+i-1)
    end if
    k1(i,i) = 1.0d0
  enddo
  AL = 1.0d0/h * A + k1

  do i = 1,nc+2
    do j = 1,nc+2
      AG(l+i-1,l+j-1)= AG(l+i-1,l+j-1) + AL(i,j)
    enddo
    BG(l+i-1) = BG(l+i-1) + BL(i)
  enddo
enddo
! On impose les valeurs aux limites.

do i = noe,noe
  ind(i) = 1.0d0
  val_impose(i) = v_i
enddo
do i=1,p
  if (ind(i) .eq. 1.0d0) then
    do j=1,p
      if (j .ne. i) then
        BG(j) = BG(j) - AG(j,i)*val_impose(i)
        AG(j,i) = 0.0d0
      end if
    enddo
  end if
enddo

```

```

        end if
    enddo
    do k=1,p
        AG(i,k) = 0.0d0
    enddo
    AG(i,i) = 1.0d0
    BG(i) = val_impose(i)
    end if
enddo
call matLU(p,AG,BG,u)
! call gauss(p,AG,BG,u)
if (coe .eq. 1) then
    y1 = u
end if
if(coe .eq. 2) then
    y2 = u
end if
if (coe .eq. 3) then
    y3 = u
end if
if (coe .eq. 4) then
    y4 = u
end if
return
end subroutine

! -- FIN SOLVER      -- FIN SOLVER      --
! -----
subroutine matrice(nc,u,A)

integer :: i , j , nc
double precision :: u(nc+2) , Pn(nc+2,nc+2) , Pn1(nc+2,nc+2)
double precision ::A(nc+2,nc+2),Pn2(nc+2,nc+2),Pn3(nc+2,nc+2)

do i = 1,nc+2
    Pn(i,1) = u(i) - u(1)
    Pn1(i,1) = 1.0d0
    Pn2(i,1) = 0.0d0
    Pn3(i,1) = 0.0d0
enddo
do j = 2,nc+2
    do i = 1,nc+2
        Pn(i,j) = (u(i) - u(j)) * Pn(i,j-1)
        Pn1(i,j) = (u(i) - u(j)) * Pn1(i,j-1) + Pn(i,j-1)
        Pn2(i,j) = (u(i) - u(j)) * Pn2(i,j-1) + 2.0d0*Pn1(i,j-1)
        Pn3(i,j) = (u(i) - u(j)) * Pn3(i,j-1) + 3.0d0*Pn2(i,j-1)
    enddo
enddo

```

```

    enddo
!-----
do i = 1,nc+2
  do j = 1,nc+2
    if (i .eq. j) then
      A(i,j) = 1.0d0/2.0d0 * Pn2(i,nc+2)/Pn1(i,nc+2)
    else
      A(i,j) = 1.0d0/(u(i)-u(j)) * Pn1(i,nc+2)/Pn1(j,nc+2)
    end if
  enddo
enddo
return
end subroutine
! -----
! -- FIN Matrice --- FIN Matrice --- FIN Matrice --- FIN Matrice
! -----
subroutine gauss(n,A,b,u)

integer :: i , s , n , j
double precision :: A(n,n) , b(n) ,u(n)
double precision :: c

do s = 1,n-1
  do i = s+1,n
    c = A(i,s) /A(s,s)
    b(i) = b(i) - c * b(s)
    do j = s+1,n
      A(i,j) = A(i,j) - c * A(s,j)
    enddo
  enddo
enddo
u(n) = b(n) / A(n,n)
do i = (n-1),1,-1
  u(i) = b(i)
  do j= i+1,n
    u(i) = u(i) - A(i,j)*u(j)
  enddo
  u(i) = u(i) / A(i,i)
enddo
return
end subroutine
! -----
! ---- FIN Gauss ---- FIN Gauss ---- FIN Gauss ---- FIN Gauss ---
! -----
subroutine matLU(n,A,b,x)

implicit double precision (a-h,o-z)

```

```

integer n ,i ,j ,r ,k
double precision A(n,n),b(n),x(n),l(n,n),u(n,n),y(n)
double precision c , som1 ,som2
! -----
!       La décomposition LU
! -----
do i = 1,n
  do j = 1,n
    l(i,j) = 0d0
    u(i,j) = 0d0
  enddo
enddo
do i = 1,n
  l(i,i) = 1d0
enddo
do r = 1,n
  do j = r,n
    som1 = 0d0
    do k =1,r-1
      som1 = som1 + l(r,k)*u(k,j)
    enddo
    u(r,j) = A(r,j) - som1
  enddo
  do i = r+1,n
    som2 = 0d0
    do k = 1,r-1
      som2 = som2 + l(i,k)*u(k,r)
    enddo
    l(i,r) = (A(i,r) - som2)/u(r,r)
  enddo
enddo
! -----
!       La résolution du système
! -----
do i = 1,n
  c = 0d0
  do j = 1,i-1
    c = c + l(i,j)*x(j)
  enddo
  x(i) = (b(i) - c)/l(i,i)
enddo

do i = n,1,-1
  c = 0d0
  do j = i+1,n
    c = c + u(i,j)*x(j)
  enddo

```

```

    x(i) = (x(i) - c)/u(i,i)
enddo
return
end subroutine

```

```
function dnorme(n,y,p_y)
```

```

integer :: i , n
double precision :: y(n) , p_y(n)
double precision :: pr , prp , dnorme

```

```

pr = 0.0d0
prp = 0.0d0
do i = 1,n
    pr = pr + y(i)**2.0d0
    prp = prp + p_y(i)**2.0d0
enddo
dnorme = dabs(dsqrt(pr) - dsqrt(prp))
return
end function

```

```

! -----
! ---- FIN diff_norme ---- FIN diff_norme ---- FIN diff_norme ---
! -----

```

```
function norme(n,y)
```

```

integer :: i , n
double precision :: y(n),pr, norme

```

```

pr = 0.0d0
do i = 1,n
    pr = pr + y(i)**2.0d0
enddo
norme = dsqrt(pr)
return
end function

```

```

! -----!
! *****!
!     La méthode de Newton Raphson pour trouver les      !
!     des points de collocation                          !
!     *****!
! -----!

```

```
subroutine newton_raph(n,alpha,beta,xc)
```

```

integer,parameter :: itermax = 100
integer :: k , l , n
double precision ::xc(n+2) ,Jn ,dJn ,Gamma(0:n) ,rest , err2, err1
double precision:: y(itermax) , x(itermax)

```

```

double precision::alpha, beta
double precision,parameter:: tol = 1.0d-10

x(1) = 0.0d0
xc(1) = 0.0d0
k = 1
err1 = 1.0d0
! -----
! Le calcul de Gamma
Gamma(0) = 1.0d0
do i = 1,n
  Gamma(i) = (n - i + 1.0d0)*(n + i + alpha + beta)/ &
    (i*(i + beta)) * Gamma(i-1)
enddo
! -----
do while (err1 .ge.tol)
  k = k + 1
  x(k) = x(k-1) - Jn(n,Gamma,x(k-1))/dJn(n,Gamma,x(k-1))
  err1 = dabs(x(k) - x(k-1))
enddo
xc(2) = x(k)

l = 1
do j=2,n
  k = 1
  l = l + 1
  y(1) = xc(l) + 1d-4
  err2 = 1.0d0
  do while (err2 .ge.tol)
    k = k + 1
    call calcul(n,l,y(k-1),xc,alpha,beta,rest)
    y(k) = y(k-1) - rest
    err2 = dabs(y(k) - y(k-1))
  enddo
  xc(l+1) = y(k)
enddo
xc(n+2) = 1.0d0
end subroutine
! *****
double precision function Jn(n,Gamma,x)

integer :: n
double precision :: x , Gamma(0:n) , pr
pr = (-1.0d0)**n * Gamma(0)
do j = 1,n
  pr = pr + (-1.0d0)**(n-j) * Gamma(j) * x**j
enddo

```

```

Jn = pr
return
end function
! *****
double precision function dJn(n,Gamma,x)

integer :: n,j
double precision :: x , Gamma(0:n) , pr
pr = (-1.0d0)**(n-1) * Gamma(1)
do j = 2,n
  pr = pr + (-1.0d0)**(n-j) *j* Gamma(j)* x**(j-1)
enddo
dJn = pr
return
end function
! *****
! -----
subroutine calcul(n,k,x,xc,alpha,beta,rest)

integer :: n ,k ,i ,j
double precision :: x,P(0:n),dP(0:n),rest,pr,xc(n)
double precision :: g(n),h(n),alpha,beta
g(1) = (beta + 1.0d0)/(alpha + beta + 2.0d0)
do i = 2,n
  g(i) = 0.5d0*(1.0d0-(alpha**2.0d0-beta**2.0d0)/ &
    ((2.0d0*i + alpha + beta - 1.0d0)**2.0d0 - 1.0d0))
enddo
h(1) = 0.0d0
h(2) = (alpha + 1.0d0)*(beta + 1.0d0)/ &
  ((alpha + beta + 2.0d0)**2.0d0*(alpha + beta + 3.0d0))
do i = 3,n
  h(i) = (i - 1.0d0)*(i + alpha - 1.0d0)*(i + beta - 1.0d0)* &
    (i + alpha + beta - 1.0d0)/((2.0d0*i + alpha + beta - &
    1.0d0)*(2.0d0*i + alpha + beta - 2.0d0)**2.0d0 &
    *(2.0d0*i + alpha + beta - 3.0d0))
enddo
P(0) = 1.0d0
dP(0) = 0.0d0
P(1) =(x - g(1))*P(0)
dP(1) = P(0) + (x - g(1))*dP(0)
do j = 2,n
  P(j) = (x - g(j))*P(j-1) - h(j)* P(j-2)
  dP(j) = P(j-1)+(x - g(j))*dP(j-1) - h(j)* dP(j-2)
enddo
pr = 0.0d0
do i = 1,k
  pr = pr + 1.0d0/(x - xc(i))

```

```

        enddo

        rest = (P(n)/dP(n))/(1.0d0 - (P(n)/dP(n)) * pr)
        return
    end subroutine

! -----
!  subroutine sortie(p,x,y1,y2,y3,y4)
!  subroutine sortie(p,x,y1,y2,y3,y4,y5,y6)
!  subroutine sortie(p,x,y1,y2,y3,y4,y5,y6,y7,y8)

integer:: i , p
!  double precision::x(p),y1(p),y2(p),y3(p),y4(p)
!  double precision::x(p),y1(p),y2(p),y3(p),y4(p),y5(p),y6(p)

open(10,file='results1.m')

write(10,*)'cf_cc =[' ,y1(1)
do i = 2,p-1
    write(10,*)y1(i)
enddo
write(10,*)y1(p) ,'];'

write(10,*)'cf_cp =[' ,y2(1)
do i = 2,p-1
    write(10,*)y2(i)
enddo
write(10,*)y2(p) ,'];'

write(10,*)'t =[' ,x(1)
do i = 2,p-1
    write(10,*)x(i)
enddo
write(10,*) x(p) ,'];'

write(10,*)'ov_cp =[' ,y3(1)
do i = 2,p-1
    write(10,*)y3(i)
enddo
write(10,*)y3(p) ,'];'

write(10,*)'ov_cc =[' ,y4(1)
do i = 2,p-1
    write(10,*)y4(i)
enddo
write(10,*)y4(p) ,'];'

write(10,*)'cpavg_cp =[' ,y5(1)

```

```
do i = 2,p-1
  write(10,*)y5(i)
enddo
write(10,*)y5(p),';'
!
write(10,*)cp_cc =[,y6(1)
do i = 2,p-1
  write(10,*)y6(i)
enddo
write(10,*)y6(p),';'
!
write(10,*)cpavg_cp =[,y7(1)
do i = 2,p-1
  write(10,*)y7(i)
enddo
write(10,*)y7(p),';'
!
write(10,*)cp_cp =[,y8(1)
do i = 2,p-1
  write(10,*)y8(i)
enddo
write(10,*)y8(p),';'

write(10,*)'figure(1)'
write(10,*)'plot(t,cf_cp)'
write(10,*)'hold on'
write(10,*)'plot(t,cf_cc,"r")'
write(10,*)'hold off'

! write(10,*)'figure(2)'
! write(10,*)'plot(t,cp_cc)'
! write(10,*)'hold on'
! write(10,*)'plot(t,cpavg_cc)'
! write(10,*)'hold off'

! write(10,*)'figure(3)'
! write(10,*)'plot(t,cp_cp)'
! write(10,*)'hold on'
! write(10,*)'plot(t,cpavg_cp)'
! write(10,*)'hold off'
!

write(10,*)'figure(4)'
write(10,*)'plot(t,cf_cc-cf_cp)'
write(10,*)'hold off'

write(10,*)'figure(5)'
write(10,*)'plot(t,ov_cp)'
```

```
write(10,*)'hold on'  
write(10,*)'plot(t,ov_cc,'r')'
```

```
close(10)
```

```
end subroutine
```

## **Annexe 3**

### **Publications et Communications**

*Belkacem Absar, Sid El Mahi Lamine Kadi, Omar Belhamiti (Algeria)*  
Reverse osmosis modeling with the orthogonal collocation on finite element method  
21(2010), pp 23-32

