



وزارة البحث العلمي والتعليم العالي
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

جامعة عبد الحميد بن باديس مستغانم
Université Abdelhamid Ibn Badis Mostaganem
كلية العلوم والتكنولوجيا

Faculté des Sciences et de la Technologie
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

N° d'ordre : M...../GE/2025



MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de

MASTER en Électronique

Spécialité : Électronique des Systèmes Embarqués

Par :

Tahar BENCHARRAT

Bouabdellah BRAHAMI

**Techniques de filtrage dans le domaine spectral des hologrammes
numériques**

Soutenu le 29/06/ 2025 devant le jury composé de :

<i>Présidente</i> :	Mme Amel ABBAD	Professeure	Université de Mostaganem.
<i>Examinatrice</i> :	Mme Hadjira BENOUDNINE	Professeure	Université de Mostaganem.
<i>Rapporteur</i> :	M. Omar CHAAB	MCB	Université de Mostaganem.

Année Universitaire 2024/2025

Remerciements

Avant tout commencement, nous remercions Dieu, le Tout-Puissant, le Miséricordieux pour toutes ces bénédictions et entre autre de mener à bien ce travail.

Nous voudrions très sincèrement remercier le Dr. **CHAAB Omar** pour avoir assuré l'encadrement de ce travail. Sa disponibilité, son expérience, son savoir scientifique et ses qualités humaines, qui n'a ménagé aucun effort pour la bonne réussite et l'accomplissement de ce travail.

Nous tenons également à remercier les membres du jury pour avoir accepté d'examiner ce travail, notamment les Professeures Mme **Amel ABBAD** et Mme **Hadjira BENOUDNINE**.

Nos remerciements vont aux directeur du laboratoire de recherche signaux et systèmes (**LSS**) le Professeur **Abed Mansour** et tous les membres du « laboratoire n°11 » dans lequel toutes les conditions favorables de travail étaient présentes.

Nous réservons une pensée spéciale à tous les enseignants du département génie électrique de l'université de Mostaganem qui ont su nous donner une formation théorique et pratique appréciable et rigoureuse durant notre cursus de formation, sans oublié la promotion Master 2, électronique des systèmes embarqués pour les moments mémorables passé avec eux.

Un grand merci à nos familles respectives qui nous ont toujours soutenues, poussées vers l'avant et le meilleur, qui nous ont accompagnée tout au long de nos chemins.

Pour terminer, nous adressons nos profondes reconnaissances à toutes celles et tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Benharatt Tahar et Brahami Bouabdellah

Dédicaces

À la mémoire de mon père

À ma mère

À mes femmes

À mes enfants

À mes sœurs

À mes Frères

À toutes ma famille

À tous mes amis

Benharatt Tahar

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail : À mes parents, pour leur amour inconditionnel, leurs sacrifices silencieux, et leur soutien indéfectible tout au long de mon parcours. Sans vous, rien de tout cela n'aurait été possible.

À mes amis, pour les moments de partage et de soutien mutuel, qui ont illuminé ces années d'études.

« Le savoir est la seule richesse qui s'accroît quand on la partage ».

Brahmi Bouabdellah

Introduction générale

Ces dernières décennies, l'holographie numérique a connu un essor considérable, notamment grâce aux avancées technologiques en opto-électronique et les techniques de traitement du signal ajouté au hardware de calcul rapide. Elle permet de capturer et de reconstruire des objets tridimensionnels à partir d'enregistrements numériques, ainsi ouvrant la voie à de nombreuses applications dans les domaines de la microscopie, de la métrologie, de la biomédecine et du contrôle non destructif.

L'un des défis majeurs en holographie numérique est la qualité de la reconstruction des images holographiques, souvent dégradée par du bruit, des interférences parasites, ou la présence d'ordres non désirés. Pour améliorer cette qualité, les techniques de traitement du signal, en particulier celles appliquées dans le domaine spectral (fréquentiel), jouent un rôle central. Elles permettent d'isoler les composantes utiles d'un hologramme, d'atténuer les éléments perturbateurs et de renforcer la qualité des images reconstruites.

Ce projet de fin d'études s'inscrit dans cette perspective. Il se propose d'explorer et de mettre en œuvre différentes techniques de filtrage dans le domaine spectral afin d'optimiser la reconstruction d'hologramme numérique.

Dans ce but, le présent mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre traite sommairement des notions théoriques de base concernant l'holographie analogique (ou optique) et particulièrement l'holographie numérique. L'introduction d'une matrice de photodétecteurs de type CCD/CMOS comme support d'acquisition marque la transition vers l'ère numérique de l'holographie, on ne parle plus de restitution mais de reconstruction numérique avec des algorithmes simulant la restitution optique.

Le second chapitre se propose d'explorer en profondeur les techniques de filtrage dans les domaines spatial et spectral, en mettant l'accent sur leurs principes de passage, leurs outils mathématiques, ainsi que leurs applications concrètes dans le traitement d'hologrammes numériques notamment pour la suppression de l'ordre zéro (DC).

Le troisième chapitre est consacré aux techniques d'extraction dans le domaine spectrale de l'ordre d'intérêt (l'information de l'objet enregistrée) par un filtrage passe-bas sélective.

Le mémoire s'achève par une conclusion où sont rappelés les principaux résultats de cette méthode et les perspectives de recherche envisageables pour cette technique.

Table des matières

Remerciements	i
Dédicaces	ii
Introduction générale	iv
1 Fondement et principe de l’holographie numérique	1
1.1 Introduction	1
1.2 Fondement de l’holographie	2
1.2.1 Montage holographique dans l’axe (in-Line)	2
1.2.1.1 Enregistrement de l’hologramme	2
1.2.1.2 Restitution de l’hologramme	4
1.2.2 Configuration holographique hors-axe (off-axis)	5
1.2.2.1 Enregistrement de l’hologramme	5
1.2.2.2 Restitution de l’hologramme	6
1.3 Holographie numérique (digitale)	7
1.3.1 Supports d’enregistrement numérique	8
1.3.1.1 Caméra CCD	8
1.3.1.2 Caméra CMOS	10
1.3.2 Conditions d’enregistrements d’un hologramme numérique	12
1.3.3 Recommandations expérimentales à l’acquisition des hologrammes numériques	14
1.3.4 Modélisation de l’onde de référence plane	14
1.3.5 Montage à décalage de phase (phase shifting)	16
1.3.6 Les avantages de l’holographie numérique	18
1.4 Méthodes de reconstruction	19
1.4.1 Méthode de Fresnel	21
1.4.2 Formalisme de la méthode du spectre angulaire	22
1.4.3 Algorithmes de reconstruction en holographie numérique	24
1.4.3.1 Transformée de Fresnel numérique	24
1.4.3.2 Méthode du spectre angulaire	24

2	Filtrage en holographie numérique	26
2.1	Introduction	26
2.2	Filtrage dans le domaine spatial	27
2.2.1	Principe du filtrage spatial linéaire	27
2.2.1.1	Propriétés de la convolution	28
2.2.2	Application du filtrage spatial à la suppression de l'ordre zéro en HN	28
2.2.2.1	Méthode de soustraction du terme DC (direct curent)	28
2.2.2.2	Méthode du filtre moyennneur	29
2.2.2.3	Méthode du filtre Laplacien	31
2.3	Filtrage dans le domaine spectral	32
2.3.1	Théorème de convolution	32
2.3.2	Transformée de Fourier	33
2.3.2.1	Transformée de Fourier continue directe	33
2.3.2.2	Transformée de Fourier continue inverse	33
2.3.2.3	Transformée de Fourier discrète : directe et inverse	34
2.3.2.4	Résumés des propriétés de la transformée de Fourier discrète	34
2.4	Les Étapes du filtrage dans le domaine spectral	38
2.4.1	Calcul de la fonction de transfert à partir du noyau du filtre	39
2.4.1.1	Méthode analytique	39
2.4.1.2	Méthode numérique	40
2.4.2	Application du filtrage fréquentielle à la suppression de l'ordre zéro en HN	40
2.4.3	Calcul de la fonction de transfert du Laplacien	40
2.4.4	Construction de Filtre à partir démosaïquage "Bayer"	42
2.4.4.1	Dérivation de la fonction du filtre	43
2.5	Filtrage non linéaire : Méthode homomorphique	44
2.5.1	Fonction de transfert d'un filtre homomorphique	46
2.6	Exploitation de la symétrie dans les calculs	48
2.7	Expérimentation numérique	49
3	Selection et extraction spectral de l'ordre d'intérêt	60
3.1	Spectre d'un hologramme à configuration hors-axe	60
3.2	Procédure d'extraction de l'ordre d'intérêt	61
3.3	Création du masque de filtrage	62
3.4	Application du filtrage selective pass-bas en HN	68
	Conclusion finale	73

4	Annexes : Code Matlab Live script	74
4.1	Simulation des hologrammes numériques	75
4.2	Reconstruction des hologrammes à décalage de phase	77
4.3	Filtrage des HN dans le domaine spatial	78
4.4	Filtrage des HN dans le domaine fréquentiel	80
4.5	Creation de masque binaire et selection de l'ordre (+1)	82

Liste des tableaux

1.1	Caméras CCD et CMOS adaptées à l'holographie numérique	11
2.1	Quelque propriétés de symétries de la TFD 2-D et son inverse [1].	35
2.2	Sommaire des définitions TFD 2-D et leurs expressions correspondantes.	36
2.3	Sommaire des Paires TFD 2-D. Les formes exactes des expressions mentionnés avec l'annotation * ne sont valables que pour les variables continues μ, ν, \mathbf{t} et \mathbf{z}	37
2.4	Résultat du filtrage spectral par filtre moyeneur de taille $N=3, 5, 7$ et 9 . L'annotation * indique que le filtrage est accompli avec un zero padding.	54
2.5	Résultat du filtrage spectral par laplacien en termes du coefficient α . L'annotation * indique que le filtrage est accompli avec un remplissage de zéro.	56

Table des figures

1.1	Enregistrement d'un hologramme dans la configuration dans l'axe (de Gabor). Un seul faisceau laser sert à la fois d'onde d'illumination et de référence (partie non diffractée par l'objet).	3
1.2	Restitution d'un hologramme enregistré dans la configuration dans l'axe. La plaque est illuminée par la source qui a servi lors de l'enregistrement. Le passage de la lumière à travers les franges fait apparaître les ordres de diffraction. L'ordre +1 correspond à la position de l'objet ayant servi lors de l'enregistrement. L'ordre -1 donne une image symétrique par rapport à l'hologramme. Du fait de la configuration dans l'axe les trois ordres sont superposés.	5
1.3	Enregistrement d'un hologramme dans la configuration hors-axe. Les ondes d'illumination et de référence sont sur des voies séparées et un angle θ est introduit entre les deux.	6
1.4	Restitution d'un hologramme dans la configuration hors-axe avec l'onde de référence en bloquant l'onde d'illumination. Les trois ordres de diffraction ne sont plus confondus.	7
1.5	Principe de lecture de la caméra CCD pleine trame ('full frame')	9
1.6	Architecture d'une caméra CCD 'FT' à transfert de trame (a) et d'une caméra CCD 'FIT' à transfert de ligne et de trame (b)	10
1.7	Architecture d'un capteur d'images CMOS APS.	11
1.8	a) Représentation schématique d'un capteur numérique, b) échantillonnage d'un motif de frange sinusoïdal.	13
1.9	Dispositif utilisé pour l'holographie à décalage de phase.	16
1.10	(a) image teste 512×512 pixels, (b)-(e) : Acquisitions de quatre hologrammes à décalage de phase : configuration in-line	17
1.11	Image reconstruite seule, sans ordre zero et sans image Jumelle. à partir du code Annexe (4.2), les détails d'utilisation de l'interface sont aussi mentionnés	18
1.12	Système de coordonnées utilisées pour la reconstruction des hologrammes numériques	20

1.13	Spectre angulaire : Decomposition d'un front d'onde complexe en une sommes d'ondes planes	22
2.1	Moyenne de l'arrière-plan localisé pour améliorer le contraste des hologrammes. Après avoir corrigé le pixel « cible », l'opération est déplacée vers un pixel adjacent et le processus de correction est répété.	29
2.2	Diagramme montrant les étapes pour filtrer une image et les hologrammes numériques dans le domaine fréquentiel	38
2.3	Représentation de la matrice H_{kl} et designation des quadrants avec la disposition des indices (k, l) correspondants.	42
2.4	Caractéristique de l'échantillonnage du canal-V en holographie numérique (a) fonction de modulation normalisée dans le domaine fréquentiel ; (b) reconstruction de l'hologramme de Fresnel d'un modèle USAF-1951, où le terme d'ordre zéro couvre l'image de l'objet à l'emplacement central, et le terme conjugué est enlevé en utilisant la technique de décalage de phase.	44
2.5	Les étapes du filtrage homomorphique en holographie numérique.	46
2.6	(a) Fonction de transfert du filtre homomorphique. (b) Section radiale.	47
2.7	Exemple visuel des Considérations symétriques	49
2.8	(a) Image originale : mire USAF 51 (United States Air Force) 340×249 pixels, (b) Image remplie avec une matrice de zéro de taille 1400×1400 pixels. (c) Hologramme simulé. (d) Reconstruction d'image de l'hologramme simulé. (e) Reconstruction de l'hologramme de vérité. Dans (c),(d) et (e) les matrices ont la même taille 1400×1400 pixels et les paramètres d'enregistrement/reconstruction : $\lambda = 633 \text{ nm}$, $\Delta_P = 2.2\mu \text{ m}$ et $d = 4 \text{ cm}$	50
2.9	Suppression de l'ordre zéro par méthode de Kreis [2] : (a) Domaine spatiale. (b) Domaine spectrale.	51
2.10	Visualisation de la suppression de l'ordre zéro dans le domaine spatial par filtre moyennneur de taille $N=3, 5, 7$ et 9	52
2.11	Fonction de transfert de filtre moyennneur de taille $N=3$ et $N=9$	53
2.12	Visualisation de la suppression de l'ordre zéro avec filtrage dans le domaine spatiale d'un noyau Laplacien pour différentes valeurs de α	55
2.13	Representation graphique de la fonction de transfert d'un filtre Laplacien : $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$	56
2.14	Suppression de l'ordre zéro par méthode de [3] : (a) domaine spatiale à partir du filtre (2.29). (b) domaine spectrale.	57
2.15	Suppression de l'ordre zero par la méthode homomorphique : (a) $D_0 = 500$, $r_H = 1, r_L = 0.001$ et $c = 0.1$ (b) $D_0 = 500$, $r_H = 1, r_L = 0.001$ et $c = 5$ (c) $D_0 = 500$, $r_H = 1, r_L = 0$ et $c = 0.5$ et (d) $D_0 = 200$, $r_H = 2, r_L = 0.2$ et $c = 5$	58

2.16	Fonction de transfert de filtre homomorphique : (a) $D_0 = 500$, $r_H = 1$, $r_L = 0.001$ et $c = 0.1$ (d) $D_0 = 200$, $r_H = 2$, $r_L = 0.2$ et $c = 5$	59
3.1	Les étapes nécessaires d'extraction par filtrage de l'ordre d'intérêt.	62
3.2	La fonction de transfert d'un filtre passe bas idéal; $D_0 = 200$ et les coordonnées du centroïde se trouve au centre du spectre.	63
3.3	Fonction de transfert d'un filtre gaussien passe-bas; $D_0 = 200$ et les coordonnées du centroïde se trouve au centre du spectre.	64
3.4	Fonction de transfert d'un filtre Butterworth passe-bas; $D_0 = 200$ et les coordonnées du centroïde se trouve au centre du spectre.	65
3.5	(b) hologramme de simulation de (a) avec les paramètres : $\lambda = 633 \text{ nm}$, $\Delta_P = 2.2 \mu\text{m}$ et $d = 4 \text{ cm}$ (c) spectre de puissance sans filtrage d'ordre 0 (d) spectre de puissance avec filtrage dans le domaine spectral de l'ordre 0.	68
3.6	Fonction de transfert idéale sélective (masque binaire) de fréquences de coupure : (a) $D_0 = 300$ et (c) $D_0 = 100$. (b),(d) Image reconstruite avec ASM correspondant à (a) et (c), respectivement.	69
3.7	Fonction de transfert d'un filtre gaussien sélective passe-bas de fréquences de coupure : (a) $D_0 = 300$ et (c) $D_0 = 100$. (b),(d) Image reconstruite avec ASM correspondant à (a) et (c), respectivement.	70
3.8	Fonction de transfert d'un filtre Butterworth sélective passe-bas de fréquences de coupure : (a) $D_0 = 300$, (c) $D_0 = 100$ et $n=2$. (b),(d) Image reconstruite avec ASM correspondant à (a) et (c), respectivement.	71

Fondement et principe de l'holographie numérique

1.1 Introduction

L'holographie est un procédé de formation d'images tridimensionnelles d'objets transparents ou opaques, décrit en 1948 par Dennis Gabor (1900-1972)[4]. Mais à cause de la nécessité de cohérence de la source lumineuse, elle ne prit toute sa signification qu'à l'apparition du laser. L'holographie est utilisée comme technique de visualisation, de diagnostic et de mesure où elle est considérée comme un outil de métrologie très puissant, notamment dans les techniques d'interférométrie holographique [5, 6]. En photographie classique, seule l'intensité du champ d'ondes lumineuses d'un objet est enregistrée. Pour ce faire, il faut former l'image de cet objet. Habituellement, on utilise de la lumière incohérente. Car avec de la lumière cohérente, il apparaît des grains de speckle plus ou moins gros selon l'ouverture du système. L'information de phase de l'onde est perdue lors de l'enregistrement, et on ne peut pas la récupérer. Au contraire, avec l'holographie, l'amplitude et la phase de l'onde sont enregistrées grâce à l'ajout d'une onde de référence. On utilise de la lumière cohérente, pour qu'il existe une relation de phase fixe entre l'onde de référence et l'onde objet. La phase est donc codée dans une figure d'interférence, appelée hologramme (au niveau des franges d'interférence), de façon analogue à ce qui se passe dans l'expérience d'interférence de Young. Dennis Gabor a le mérite d'avoir montré qu'il est très facile de reconstituer l'onde originale, en éclairant la figure d'interférence avec l'onde de référence ayant servi à l'enregistrement. Ce chapitre présente une vue d'ensemble du processus de base de l'holographie et plus particulièrement de l'holographie numérique. L'objet de ce chapitre est de montrer l'influence des paramètres expérimentaux liés à l'architecture du montage sur l'optimisation de l'image reconstruite. On s'intéresse également à l'étude et à la réduction des différents bruits qui influent sur la qualité de l'image reconstruite et principalement à la suppression de l'image jumelle et de l'image d'ordre zéro ainsi qu'à la réduction de bruit de speckle.

1.2 Fondement de l'holographie

L'holographie est un processus à deux étapes : la première étape consiste à l'enregistrement de l'information qui sera encodée dans l'hologramme, et la seconde étape est la restitution (ou le décodage de l'information) en holographie numérique. Cette étape est appelée reconstruction[7]. Pour enregistrer un hologramme, une source de lumière cohérente telle qu'un laser est nécessaire. Le faisceau laser est généralement séparé en deux parties : une partie servant à illuminer l'objet, une autre servant de faisceau de référence. Les deux ondes interfèrent ensuite sur le support d'enregistrement, formant l'hologramme. En holographie classique (analogique), les supports d'enregistrement utilisés possèdent un grain beaucoup plus fin que ceux utilisés en photographie. Ils ont une très bonne résolution, généralement supérieure à 1000 mm^{-1} . Les hologrammes peuvent être soit des hologrammes d'amplitude, dont le coefficient de transmission change avec l'exposition, soit des hologrammes de phase où l'information est codée par une variation de l'indice de réfraction ou d'épaisseur. Les types de supports les plus répandus étaient : les émulsions à base d'halogénure d'argent, les films de photopolymères[8], la gélatine bichromatée, les cristaux photoréfractifs[9] ou les films thermoplastiques.

Le procédé d'enregistrement est identique dans le cas de l'holographie classique et numérique. Seule, change la nature du support d'enregistrement : plaque photosensible ou capteur matriciel de caméra. Dans ce qui suit, nous exposons les formulations mathématiques d'enregistrement et de restitution des deux configurations holographiques utilisées, à savoir les montages in-line et hors-axe.

1.2.1 Montage holographique dans l'axe (in-Line)

1.2.1.1 Enregistrement de l'hologramme

Il s'agit de la toute première technique d'holographie qui fut développée par Gabor [4], qu'on appelle holographie dans l'axe (in-line). On illumine directement l'objet en transmission avec une source cohérente. L'objet diffuse alors la lumière qui sera enregistrée par un support photosensible [10]. La lumière qui ne traverse pas l'objet va quant à elle jouer le rôle de référence Fig.1.1. Cette technique est donc plus adaptée pour imager des objets relativement petits qui ne couvrent pas toute la zone imagée. On appelle O l'onde signal diffusée par l'objet et R l'onde de référence. En omettant la coordonnée z , car on ne s'intéresse pas à la propagation pour l'instant, le champ électrique au niveau du support d'enregistrement (ou détection) s'écrit[11] :

$$E(x_h, y_h) = O(x_h, y_h) + R(x_h, y_h) \quad (1.1)$$

Les deux ondes s'additionnent de manière cohérente et vont générer une figure d'interfé-

rence. Le support va donc enregistrer une variation d'intensité selon la loi quadratique :

$$\begin{aligned} I_H(x_h, y_h) &= E(x_h, y_h) \cdot E^*(x_h, y_h) \\ &= [O(x_h, y_h) + R(x_h, y_h)][O(x_h, y_h) + R(x_h, y_h)]^* \end{aligned} \quad (1.2a)$$

où $*$ est le complexe conjugué. On peut développer tout en omettant les coordonnées (x_h, y_h) de l'expression ci-dessus, cela fait apparaître quatre termes comme suit :

$$I_H = |O|^2 + |R|^2 + OR^* + O^*R \quad (1.2b)$$

On remarque que l'équation (1.2b) est la somme de l'intensité de l'onde objet $I_O = OO^* = |O|^2$ de l'intensité de l'onde de référence $I_R = RR^* = |R|^2$ et de deux termes croisés RO^* et R^*O . Ainsi on peut écrire :

$$\begin{aligned} I_H(x_h, y_h) &= I_O(x_h, y_h) + I_R(x_h, y_h) + O(x_h, y_h)R^*(x_h, y_h) + \\ &O^*(x_h, y_h)R(x_h, y_h) \end{aligned} \quad (1.2c)$$

Les intensités ne contiennent plus l'information sur la phase de l'onde. Par contre, les termes croisés sont proportionnels au champ complexe objet O et à son complexe conjugué O^* et contiennent son amplitude et sa phase. Ils serviront lors de la restitution (reconstruction)[11].

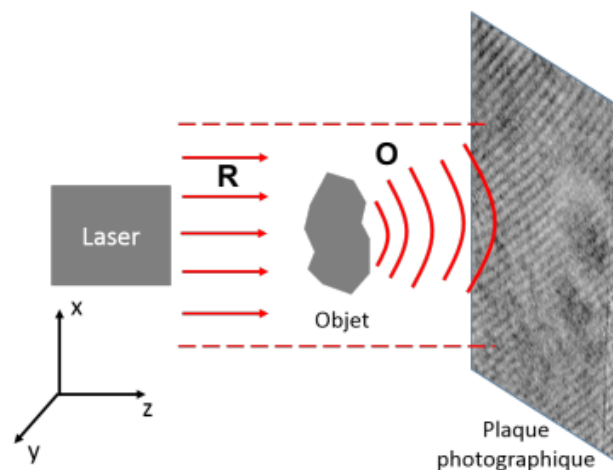


FIGURE 1.1 – Enregistrement d'un hologramme dans la configuration dans l'axe (de Gabor). Un seul faisceau laser sert à la fois d'onde d'illumination et de référence (partie non diffractée par l'objet).

1.2.1.2 Restitution de l'hologramme

Nous allons maintenant étudier le processus de reconstruction de l'image de l'objet. Le support photosensible a imprimé les variations de l'intensité dues à l'interférence entre le champ objet et le champ de référence. Sa transmittance est donc proportionnelle à l'intensité I_H .

$$\tau(x_h, y_h) = I_O(x_h, y_h) + I_R(x_h, y_h) + O(x_h, y_h) R^*(x_h, y_h) + O^*(x_h, y_h) R(x_h, y_h) \quad (1.3)$$

Pour plus de clarté, nous avons omis les coordonnées spatiales pour I_R et R , car la référence varie peu (ou pas) avec la position (x_h, y_h) . On suppose que c'est une onde plane et homogène. To perform the reconstruction, it is necessary to illuminate the hologram with a cohérente source, for example, the one that served during the recording tape : R. Les franges d'interférence de l'hologramme vont agir comme un réseau de diffraction sur le champ R et vont donner naissance à trois ordres : 0, +1 et -1. Le champ ψ diffracté dans le plan juste après l'hologramme, aura pour expression :

$$= \tau(x_h, y_h) \times R = \underbrace{[I_O(x_h, y_h) + I_R] R}_{\text{ordre0}} + \underbrace{O(x_h, y_h) |R|^2}_{\text{ordre+1}} + \underbrace{O^*(x_h, y_h) R^2}_{\text{ordre-1}} \quad (1.4)$$

Notons que les termes d'ordre +1 et -1 ne sont pas symétriques ici car nous avons défini ψ en multipliant τ par R . La dissymétrie de l'équation (1.4) a peu d'importance ici, car R ne dépend pas de la position (x_h, y_h) . La multiplication par $|R|^2$ ou par R^2 revient ici à multiplier les termes +1 et -1 par un facteur de phase qui est constant partout. Le premier terme de l'Eq (1.4).constitue l'ordre 0 de diffraction, correspondant au champ de référence modulé par les intensités I_O et I_R . Le second terme est l'ordre +1 de diffraction. Il est proportionnel au champ complexe $O(x,y)$ et contient donc l'information sur l'amplitude et la phase. Il restitue un objet virtuel à l'endroit où était placé l'objet lors de l'enregistrement. Il peut être vu par un observateur (Fig.1.2). Ce terme est proportionnel à I_R . Plus l'onde de référence est intense, plus l'objet est visible. Le troisième terme est l'ordre -1 de diffraction, proportionnel à $O^*(x, y)$. Cette onde forme une image réelle symétrique de l'objet de l'autre côté de l'hologramme (Fig.1.2). Du fait du complexe conjugué, le champ est son opposé temporel. L'image est donc inversée, dite image pseudoscopique. Dans la configuration de Gabor, les trois ordres de diffraction se superposent sur l'axe optique ce qui est un inconvénient si l'on souhaite observer uniquement l'ordre +1. Lorsqu'un observateur regardera l'objet virtuel, il verra également l'image réelle défocalisée. En utilisant une configuration expérimentale adaptée, appelée l'holographie hors-axe, il est pos-

sible d'isoler spatialement les trois ordres. Cette technique sera vue dans la partie suivante. On présentera plus loin (page 16) le procédé de décalage de phase (phase shifting en anglais) qui permet également d'isoler l'ordre +1 en contrôlant le déphasage de l'onde de référence.

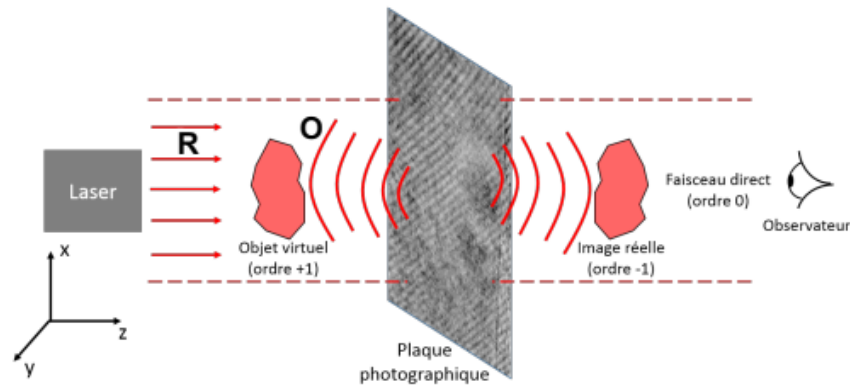


FIGURE 1.2 – Restitution d'un hologramme enregistré dans la configuration dans l'axe. La plaque est illuminée par la source qui a servi lors de l'enregistrement. Le passage de la lumière à travers les franges fait apparaître les ordres de diffraction. L'ordre +1 correspond à la position de l'objet ayant servi lors de l'enregistrement. L'ordre -1 donne une image symétrique par rapport à l'hologramme. Du fait de la configuration dans l'axe les trois ordres sont superposés.

1.2.2 Configuration holographique hors-axe (off-axis)

1.2.2.1 Enregistrement de l'hologramme

Pour pallier au problème de la superposition des ordres, un procédé d'enregistrement fut proposé par les physiciens Emmett Leith et Juris Upatnieks en 1962 [12]. Il est appelé holographie hors-axe (off-axis). Il consiste à introduire un angle θ entre les directions de l'onde objet et l'onde de référence. L'onde d'illumination et l'onde de référence issues d'une même source peuvent être séparées avec une lame séparatrice et envoyées sur deux voies différentes. Ensuite une deuxième lame semi-réfléchissante légèrement inclinée de θ sert à les recombiner. Un prisme était utilisé dans les premières configurations [13]. Si $\theta = 0$ on revient alors au cas de l'holographie dans l'axe à la différence que les voies d'illumination et de référence sont séparées. On n'est pas forcément limité à des objets petits dans cette configuration comme c'est le cas pour le in-line où une partie du champ ne doit pas traverser l'objet pour servir de référence. On doit également faire attention à ce que la différence de longueur entre le bras de référence et le bras d'illumination ne soit pas supérieure à la longueur de cohérence l_c de la source.

Pour simplifier les écritures, sans nuire à la généralité du problème, nous considérerons ici que l'onde de référence se propage dans le plan (x, z) avec un angle θ par rapport à (Oz) (Fig.1.3). Pour simplifier, nous supposons pour l'instant que l'angle n'est que dans une seule dimension de l'espace. Du fait de l'inclinaison, le champ de référence possède un déphasage par rapport au cas dans l'axe :

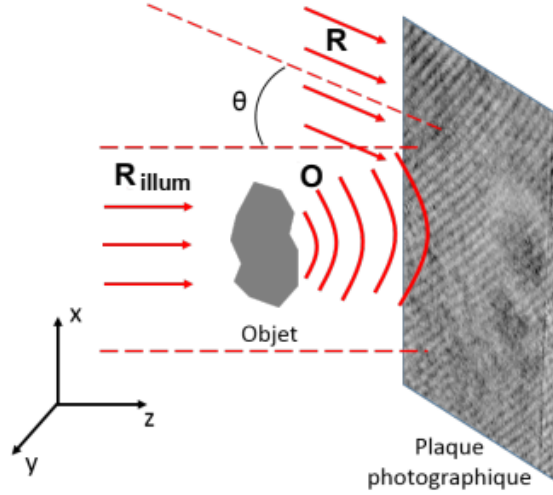


FIGURE 1.3 – Enregistrement d’un hologramme dans la configuration hors-axe. Les ondes d’illumination et de référence sont sur des voies séparées et un angle θ est introduit entre les deux.

$$E(x_h, y_h) = O(x_h, y_h) + R(x_h, y_h) e^{-ik \sin \theta x} \quad (1.5)$$

L’intensité enregistrée par le support est alors :

$$I(x_h, y_h) = I_O(x_h, y_h) + I_R(x_h, y_h) + O(x_h, y_h) R^*(x_h, y_h) e^{ik \sin \theta x} + O^*(x_h, y_h) R(x_h, y_h) e^{-ik \sin \theta x} \quad (1.6)$$

1.2.2.2 Restitution de l’hologramme

Pour restituer l’hologramme, on l’illumine avec une onde cohérente, par exemple avec celle ayant servi de référence. L’hologramme va agir comme un réseau de diffraction de pas Λ comme dans la configuration dans l’axe. Les trois ordres ne seront cependant plus confondus et d’autant plus séparés que l’angle θ sera grand.

Le pas du réseau Λ correspondant à l’interfrange pour une onde signal à incidence normale et une référence inclinée de θ est donné par :

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sin \theta} \quad (1.7)$$

L’angle de diffraction α de l’ordre m par le réseau est donné pour une illumination selon θ par :

$$\frac{\lambda}{\sin \theta} (\sin \theta - \sin \alpha) = m\lambda \quad (1.8)$$

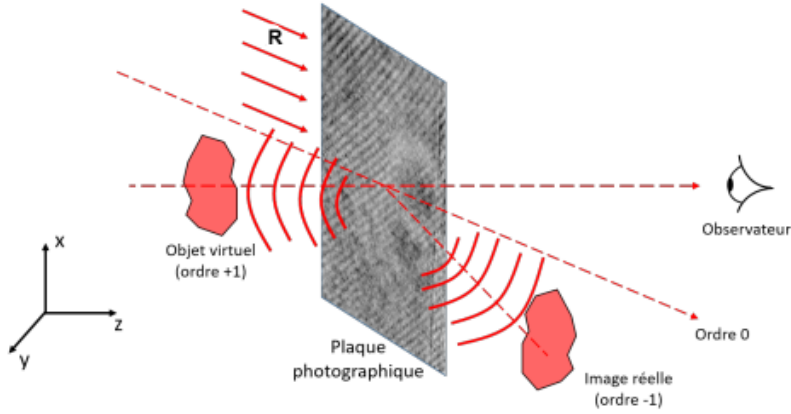


FIGURE 1.4 – Restitution d’un hologramme dans la configuration hors-axe avec l’onde de référence en bloquant l’onde d’illumination. Les trois ordres de diffraction ne sont plus confondus.

Si on prend $m = +1$, alors $\alpha = 0$. L’ordre 0 est alors selon θ et l’ordre -1 selon 2θ . Cette situation est illustrée sur la figure 1.4. L’ordre +1 se forme alors sur l’axe optique et donne un objet virtuel pouvant être vu par un observateur. L’ordre 0 est dans la même direction que l’onde de reconstruction. L’ordre -1 donne une image réelle inversée en phase, décalée de 2θ par rapport à l’axe optique. Le champ diffracté sera donc :

$$= \underbrace{(I_O(x_h, y_h) + I_R) \text{Re}^{-ik \sin \theta x}}_{\text{ordre 0}} + \underbrace{O(x_h, y_h) |R|^2}_{\text{ordre +1}} + \underbrace{O^*(x_h, y_h) R^2 e^{-ik \sin \theta x}}_{\text{ordre -1}} \quad (1.9)$$

Pour plus de simplicité, on adoptera le cas où l’onde de reconstruction est selon l’axe optique. L’ordre θ se propage alors suivant Oz tandis que les ordres +1 et -1 se propagent suivant des directions faisant respectivement des angles $-\theta$ et θ avec l’axe.

1.3 Holographie numérique (digitale)

L’holographie numérique doit principalement son avantage par rapport à l’holographie classique à l’utilisation des capteurs électroniques comme support d’enregistrement, elle partage les mêmes fondements mathématiques et de ce fait elle hérite des mêmes problèmes fondamentaux rencontrés en holographie classique, à savoir, la présence de l’image d’ordre zéro et de l’image jumelle et le bruit de speckle. A cause des caractéristiques des dispositifs d’enregistrement utilisés en holographie numérique, les effets de ces deux problèmes sont plus gênants que dans l’holographie optique. En outre la limite du nombre et de la taille des pixels du dispositif CCD/CMOS, c’est-à-dire la faible résolution de ce dernier par rapport aux émulsions holographiques à haute résolution, est le principal inconvénient de l’holographie numérique.

Avec la multiplication des applications de l’holographie numérique, l’obtention des images reconstruites de haute qualité est devenue un thème de recherche très important dans ce domaine,

qui mobilise beaucoup d'équipes de recherche. Actuellement, ces recherches portent essentiellement sur l'amélioration des méthodes d'acquisition des hologrammes numériques, sur l'optimisation de la résolution de l'image reconstruite, sur la suppression de l'image d'ordre zéro et de l'image jumelle et sur l'amélioration des techniques de traitement d'image numérique pour réduire le bruit de speckle dans l'image reconstruite afin de restaurer le maximum d'informations dans les trois dimensions.

1.3.1 Supports d'enregistrement numérique

L'holographie numérique utilise des supports d'enregistrement digitaux et par conséquent, elle simule le processus de diffraction inverse pour reconstruire l'information enregistré dans l'hologramme. Sa compréhension repose sur l'étude des capteurs d'images et des techniques de reconstruction numérique.

1.3.1.1 Caméra CCD

Les dispositifs à transfert de charges [14, 15] ont été créés dans le début des années 1970. Ce sont des matrices d'éléments photosensibles [16] appelés pixels ayant généralement une géométrie carrée. Le silicium est le principal matériau constituant ces éléments ; leur taille est variable de $3 \mu m$ à $15 \mu m$. Le principe de fonctionnement de ces dispositifs est fondé sur l'effet photoélectrique. Les éléments génèrent un nombre de charges électriques proportionnel à la quantité de photons reçus. Cette proportion est appelée le rendement quantique. Les caméras CCD actuelles ont un rendement quantique pouvant atteindre 80 % et possèdent plusieurs configurations possibles concernant la juxtaposition des pixels ainsi que leur mode de lecture. Les pixels peuvent être contigus ou espacés, les dimensions des pixels et leur périodicité spatiale suivant les deux dimensions définissent le taux ou facteur de remplissage. Ce dernier est directement lié à la proportion de surface photosensible du capteur. L'extrême miniaturisation des éléments photosensibles constitue le verrou technologique le plus significatif vis-à-vis de l'obtention d'une résolution optimale du système. La miniaturisation surfacique des récepteurs apporte des inconvénients dont le plus important est l'augmentation du rapport signal sur bruit.

La lecture des photosites de la CCD classique est réalisée par transfert des charges ligne par ligne vers un registre, les charges se déplacent d'un pixel à l'autre de proche en proche. Des horloges permettent la synchronisation de ce transfert en pilotant les différences de potentiels d'une ligne à l'autre ou de colonne en colonne. La figure 1.5 représente une matrice CCD à pixels contigus 'full frame' comportant un seul registre de transfert en série de données. Cette configuration impose la présence d'un obturateur afin que le transfert de charges soit effectué sans exposition lumineuse. Sans cet obturateur, nous serions en présence du phénomène de 'smearing' caractérisé par des traînées dans l'image. La présence de cet obturateur diminue la vitesse d'acquisition de l'image étant donné que l'exposition et la lecture sont effectuées en deux

temps. L'avantage de ce capteur d'image est qu'il présente une surface photosensible optimisée, son facteur de remplissage avoisinant 100%.

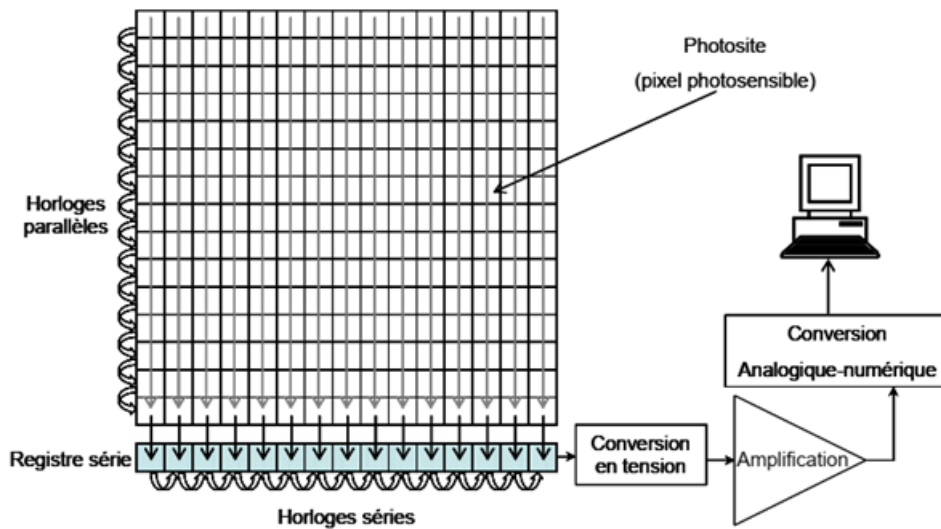


FIGURE 1.5 – Principe de lecture de la caméra CCD pleine trame ('full frame')

Les caméras CCD 'interlignes' présentent une des architectures les plus répandues (figure 1.6). Leur configuration permet une séparation des fonctions de photodétection et de lecture (transfert des charges). Ainsi il est possible de faire une exposition et un transfert de charges de façon quasi simultanée, étant donné que le temps de transfert est de l'ordre de la microseconde. Ceci a pour effet d'augmenter la vitesse d'acquisition des images. Cette configuration consiste en l'insertion d'une matrice de registres non photosensibles (ou photosites masqués) imbriqués entre les lignes ou colonnes de la CCD de façon à ce que toutes les charges de chaque photosite soient simultanément transférées dans les registres après exposition. Le capteur peut être rapidement soumis à un autre flux lumineux [17]. La fréquence d'acquisition est augmentée mais le facteur de remplissage est faible (typiquement 20 à 30 %) ce qui diminue fortement la sensibilité du capteur. Pour pallier ce problème, il est fréquemment fait usage de microlentilles afin de concentrer le flux optique sur les surfaces photosensibles.

D'autres architectures existent telles que les caméras à transfert de trame, composées d'une double matrice (photosensible et registre). Une des matrices est soumise à l'éclairement, elle est dédiée à la génération de l'image, tandis que l'autre correspond à une zone mémoire masquée dans laquelle l'information de l'image est transférée afin d'être lue. Dans cet agencement, chaque colonne de photosites constitue un registre à décalage CCD. Ces colonnes sont séparées les unes des autres par une barrière isolante afin que les charges ne 'débordent' pas d'une colonne sur l'autre. A la fin de chaque durée d'exposition, les charges sont transférées depuis chaque colonne de la zone photosensible vers la zone mémoire et cela en moins d'une milliseconde. Durant l'exposition suivante, les charges contenues dans la mémoire sont transférées, ligne par ligne, dans le registre à décalage (figure 1.7.a).

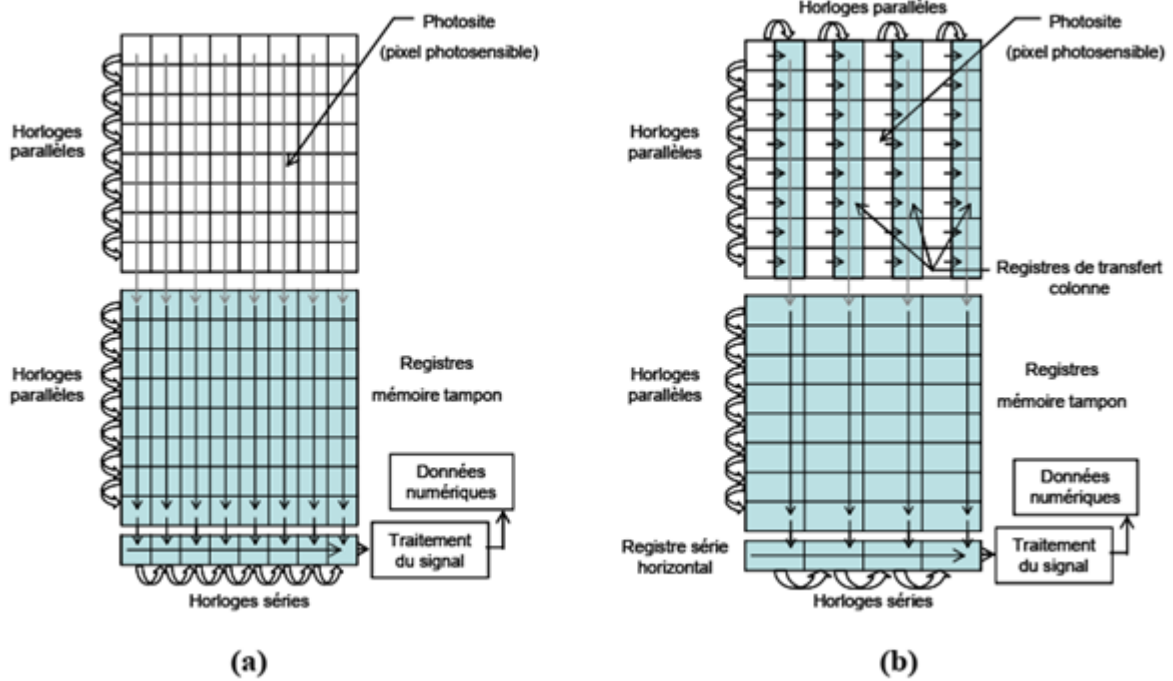


FIGURE 1.6 – Architecture d’une caméra CCD ‘FT’ à transfert de trame (a) et d’une caméra CCD ‘FIT’ à transfert de ligne et de trame (b)

La technologie ‘FIT’ (Frame Interline Transfer), développée récemment, intègre les deux architectures ‘interligne’ et ‘transfert de trame’ (figure 1.7.b). Après exposition de la matrice CCD photosensible, les photoélectrons sont transférés sur les registres colonnes puis très rapidement sur la matrice mémoire. De cette façon, les photocharges ne restent pas à proximité des pixels photosensibles et la pollution due au transfert (‘smearing’) est fortement réduite.

La plupart des caméras sont dotées d’un dispositif anti-éblouissement (‘antiblooming’) ayant pour fonction de stopper la dispersion des charges d’un pixel saturé sur les pixels voisins. Sans cette technologie, les systèmes imageurs numériques perdraient de façon significative en résolution.

1.3.1.2 Caméra CMOS

Ce capteur d’image [18] s’organise aussi en matrice de photosites mais, contrairement aux CCD, il est doté de pixels photosensibles directement adressables en lignes et colonnes grâce à des décodeurs d’accès et à des interrupteurs (transistors) [19]. Le signal est ainsi véhiculé par des bus colonnes. Suite à une exposition, le type de signal généré par l’élément photosensible n’est plus une charge (photo-électron) mais une tension. Chaque pixel intègre un module de traitement du signal des charges induites par l’exposition. Ce traitement consiste à convertir les charges électriques en tensions. La technologie actuelle offre des capteurs à pixels actifs nommés ‘APS’ (Active Pixels Sensors), tous les pixels de la matrice incluent un amplificateur suiveur délivrant un signal de tension au bus vertical. La surface photosensible du pixel se voit réduite de façon significative par la présence du module de traitement du signal, diminuant ainsi la sensibilité

de la surface réceptrice. La figure 1.7 représente l'architecture d'un capteur CMOS APS ayant un taux de remplissage de 75 %. Grâce à l'adressage des pixels, ces derniers peuvent être lus indépendamment. Ainsi il est possible d'accéder à une zone particulière du capteur sans avoir à transférer préalablement les informations de la totalité des pixels. Ces dispositifs ont l'avantage de posséder une vitesse de rafraîchissement pouvant être très élevée (jusqu'à 1000 images/s), favorisant leurs implementations dans les caméras rapides. Ce type de capteur d'images a le net avantage d'être peu coûteux.

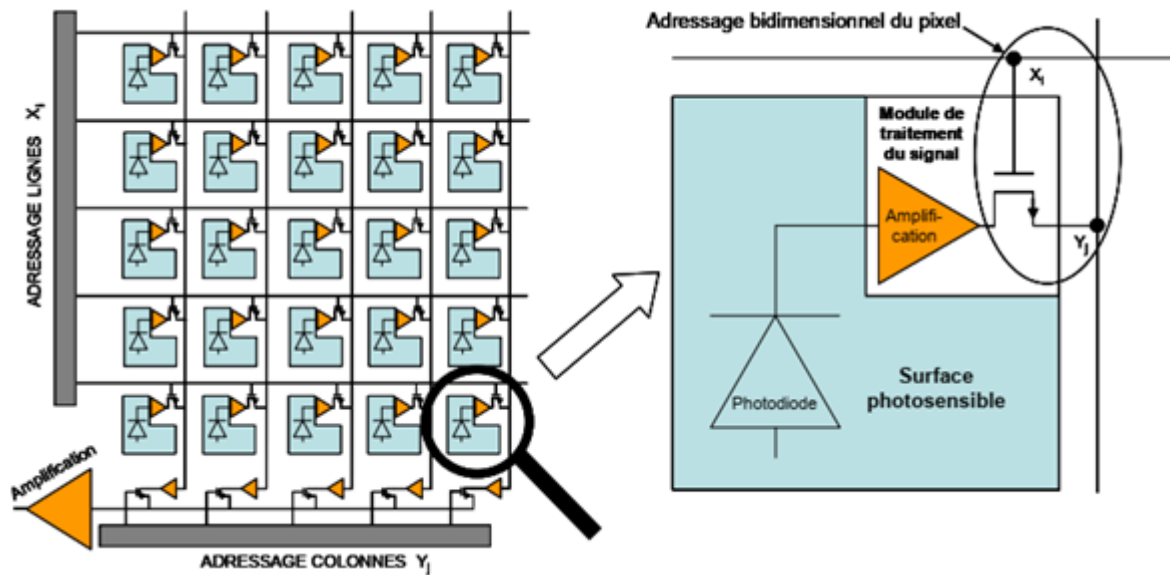


FIGURE 1.7 – Architecture d'un capteur d'images CMOS APS.

Le tableau (1.1) regroupe les majeurs capteurs CCD et CMOS utilisées en imagerie numérique et en holographie numérique, certains d'entre eux sont utilisées dans les smartphones.

Caméra	Type de puce	Nombre de pixels	Taille des pixels (μm^2)	Images par seconde	Plage dynamique	θ_{max} pour $\lambda = 532 \text{ nm}$
Roper Sci. MegaPlus 1.4i	CCD	1,317 × 1,035	6.8 × 6.8	6.9	8 bit	2.2°
GT3300	CCD	3,296 × 2,472	5.5 × 5.5		8 / 14 bit	2.8°
Duncan DT1100	CCD	1,392 × 1,040	4.65 × 4.65	12	8 / 10 bit	3.3°
DMK 72BUC02	CMOS	1,280 × 960	2.2 × 2.2	15	8 bit	6.9°
Sony CMX081PQ	CMOS	No data	1.12 × 1.12	15	No data	13.6°

TABLEAU 1.1 – Caméras CCD et CMOS adaptées à l'holographie numérique

1.3.2 Conditions d'enregistrements d'un hologramme numérique

Comme nous l'avons déjà souligné, l'holographie numérique a bénéficié des avantages apportés par l'utilisation des capteurs électroniques comme milieu d'enregistrement, comme la facilité d'enregistrement et l'acquisition rapide de plusieurs hologrammes successifs. Cependant la limite du nombre et de la taille des pixels des capteurs numériques disponibles impose quelques conditions d'enregistrement. Étant donné que l'acquisition numérique des hologrammes est fondée sur l'échantillonnage de la figure primaire des franges microscopiques générées par la superposition de l'onde de référence et de l'onde objet, cela nous impose de remplir les conditions du théorème d'échantillonnage si une bonne reconstruction est prévue, dans le cas contraire nous aurons une perte d'information due au trop faible échantillonnage, ce qui engendrera un repliement spectral.

Les capteurs disponibles dans les marchés, actuellement, ont des tailles de pixels comprises entre $2 \mu m$ à $20 \mu m$ [20] et qui correspondent à une résolution spatiale comprise entre $50 mm^{-1}$ et $500 mm^{-1}$. Ces résolutions restent très inférieures à celles des supports photosensibles utilisés dans l'holographie analogique. Ces capteurs présentent de loin la plus basse résolution spatiale pour l'enregistrement d'un hologramme. La taille d'une puce CCD/CMOS standard n'est que de quelques millimètres, alors que la taille d'une plaque photosensible peut atteindre plusieurs centimètres. Comme résultat, ces deux contraintes (le respect du théorème d'échantillonnage et la faible résolution du capteur numérique) provoquent une limitation sur la taille de l'objet à étudier et sa position par rapport au support d'enregistrement [7].

Considérons pour l'instant un support d'enregistrement numérique, quelque soit la technologie utilisée (CMOS ou CCD). C'est généralement une matrice rectangulaire ou carrée qui comporte respectivement dans les directions x_h et y_h du plan d'enregistrement $N_x \times N_y$ pixels de pas $\Delta x_h \times \Delta y_h$. Chacun de ces pixels est de dimension $\Delta_x \times \Delta_y$, voir la figure 1.8(a). Dans l'analyse qui suit, on suppose l'utilisation d'une onde de référence plane, ce qui est le plus fréquemment utilisé en holographie numérique. θ est l'angle entre l'onde objet émise d'un point marginal P et l'onde de référence. L'interfrange i ou la distance entre deux franges successives formant l'hologramme en **H** est donnée par :

$$i = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \quad (1.10)$$

Afin d'assurer une utilisation efficace des pixels CCD/CMOS, il est important que le théorème d'échantillonnage soit respecté à travers l'ensemble des pixels. Le théorème d'échantillonnage exige que l'interfrange i doit être échantillonnée avec au moins deux pixels voire la figure 1.8(b), soit par exemple dans une direction x_h :

$$i \geq 2\Delta x_h \quad (1.11)$$

La condition décrite dans l'équation ci-dessus, peut être aussi exprimée en termes de fréquences spatiales. Dans le cas de l'holographie numérique, la fréquence d'échantillonnage f_e correspond à l'inverse de l'inter-pixel du capteur (Δx_h ou Δy_h selon la dimension prise en compte) et la fréquence du signal f_s étudiée est l'inverse de l'interfrange i soit [20] :

$f_e = \frac{1}{\max(\Delta x_h, \Delta y_h)}$ et $f_s = \frac{1}{i} = \frac{2 \sin(\theta/2)}{\lambda}$ Donc, la condition d'échantillonnage peut être réécrite à nouveau sous la forme suivante :

$$f_s \leq \frac{1}{2 \max(\Delta x_h, \Delta y_h)} \quad (1.12)$$

Les paramètres de la matrice du support d'enregistrement à savoir Δx_h et Δy_h sont fixes. Nous ne pouvons pas augmenter l'échantillonnage spatial ce qui impose des limitations sur l'angle θ . Dans tous les cas pratiques, cet angle reste très petit, nous pouvons alors considérer que l'approximation $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \simeq \frac{\theta}{2}$ reste valable dans les calculs. La combinaison des deux équations précédentes permet l'obtention de la limite supérieure de l'angle θ :

$$\theta_{\max} = 2 \arcsin\left(\frac{\lambda}{4 \max(\Delta x_h, \Delta y_h)}\right) \simeq \frac{\lambda}{2 \max(\Delta x_h, \Delta y_h)} \quad (1.13)$$

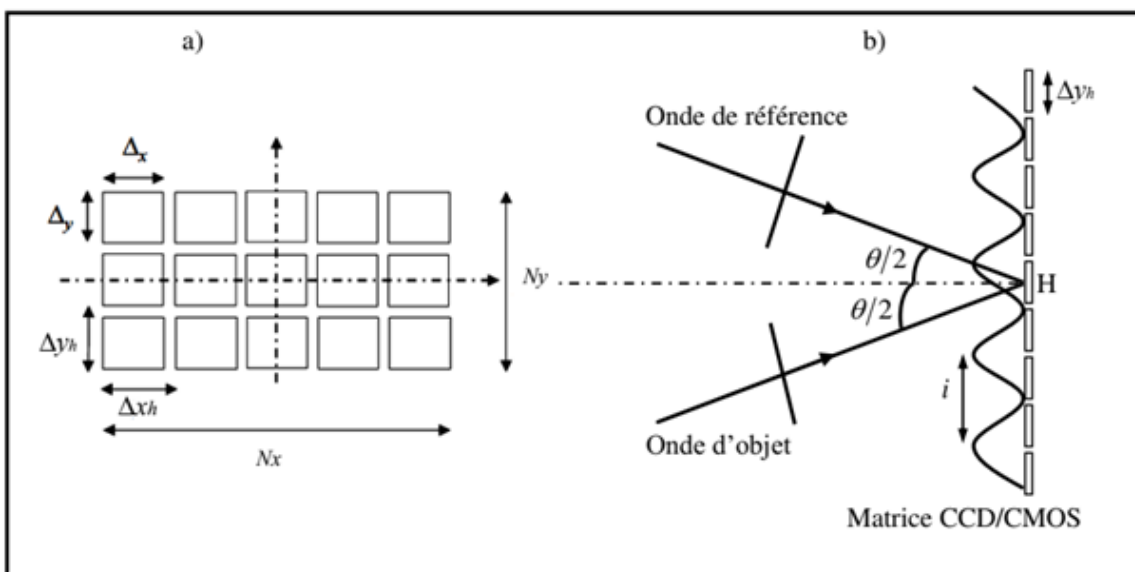


FIGURE 1.8 – a) Représentation schématique d'un capteur numérique, b) échantillonnage d'un motif de frange sinusoidal.

Cette approximation est valable pour les petits angles, en outre l'inter-pixel est la quantité qui limite l'angle maximale entre l'onde de référence et l'onde objet. En raison d'éclaircissement, nous présentons l'exemple suivant : pour un laser (He-Ne) avec une longueur d'onde de $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ et une caméra CCD avec un inter-pixel de $\Delta x_h = \Delta y_h = 6.8 \mu\text{m}$, l'angle maximale entre l'onde de référence et l'onde objet doit être inférieur à 2.81° si une bonne reconstruction est prévue. L'angle entre le faisceau objet et le faisceau référence nécessite un réglage

relativement fin afin de satisfaire aux conditions d'échantillonnage. Si cet angle d'enregistrement est plus grand que l'angle maximum acceptable, ce qui arrive lorsque les objets observés sont de grandes dimensions, l'hologramme sera sous-échantillonné. En conséquence, seuls les petits objets peuvent être enregistrés et ils doivent être placés loin du capteur d'enregistrement [7].

1.3.3 Recommandations expérimentales à l'acquisition des hologrammes numériques

Les aspects essentiels pour obtenir des hologrammes de haute qualité :

Stabilité mécanique et optique : Les éléments optiques et mécaniques doivent être fixés pour éviter les vibrations qui peuvent altérer l'enregistrement holographique. Les sources de vibrations (ventilateurs, transformateurs, refroidissement) doivent être éloignées du montage

Qualité du faisceau laser : L'utilisation d'un filtre spatial (objectif de microscope + trou microscopique) améliore la pureté du faisceau en éliminant les poussières et rayures, permettant un éclairage proche du profil gaussien idéal.

Technologie d'enregistrement et discrétisation Les capteurs numériques transforment un signal continu en un hologramme discrétisé, ce qui impose des contraintes. Il est crucial d'éviter le repliement spectral lié à l'échantillonnage en respectant le critère de Shannon.

Facteurs limitant la performance Des aspects comme la taille de l'ouverture du capteur et la surface active du pixel influencent la qualité de l'hologramme. Le faible pas d'échantillonnage impose des conditions strictes pour éviter les distorsions.

1.3.4 Modélisation de l'onde de référence plane

La principale propriété d'une onde plane est que son front d'onde est plan. Dans un milieu homogène, le front d'onde est perpendiculaire à la direction de Propagation. Pour une onde plane se propageant dans une direction donnée par les cosinus directeurs $\cos \alpha$, $\cos \beta$ et $\cos \gamma$ l'amplitude complexe de cette onde s'exprime dans les coordonnées cartésiennes par :

$$U(x, y, z) = u(x, y, z) \exp [jk(x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma)] \quad (1.14)$$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ et λ est la longueur d'onde. Cette relation montre que pour un nombre réel C , l'expression $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = C$ décrit un plan de phase dont la normale est dans la direction donnée par les cosinus $\cos \alpha$, $\cos \beta$ et $\cos \gamma$. Puisque différentes valeurs de C correspondent à différents plans parallèles, l'expression représente une onde se propageant dans la direction normale à ces plans. Considérons \vec{k}_u , un vecteur unitaire dans la direction

de propagation, alors $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{k}_u$ est appelé le vecteur d'onde. Si \vec{r} est le vecteur position de coordonnées (x, y, z) , l'amplitude complexe d'une onde plane peut généralement s'exprimer sous la forme suivante :

$$U(r) = u(r) \exp(j\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (1.15)$$

Cette expression peut être généralisée pour représenter n'importe quelle onde, à savoir une plane ou une onde complexe. L'analyse ci-dessus présente l'amplitude complexe d'onde plane dans un espace tridimensionnel. Cependant, il est souvent utile de déterminer l'amplitude dans un plan frontal perpendiculaire à l'axe optique ou à l'axe de propagation. Pour un plan donné, la représentation de l'amplitude complexe de différents types d'ondes est donc nécessaire. Nous analyserons un exemple notable : les ondes planes.

L'axe z étant généralement considéré comme l'axe optique, une onde plane à $z = z_0$ s'exprime par :

$$U(x, y, z_0) = u(x, y, z_0) \exp[jk(x \cos \alpha + y \cos \beta + z_0 \cos \gamma)] \quad (1.16)$$

Puisque $\cos \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}$ est constant et indépendant de (x, y) , il peut être ré-écrit comme suit :

$$U(x, y, z_0) = U_0(x, y, z_0) \exp[jk(x \cos \alpha + y \cos \beta)] \quad (1.17)$$

Avec

$$U_0(x, y, z_0) = u(x, y, z_0) \exp\left[ikz_0 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}\right]$$

Si l'interférence de cette onde avec d'autres ondes cohérentes n'est pas prise en compte, le facteur de phase constant $\exp\left[ikz_0 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}\right]$ est généralement négligé et est la représentation usuelle de l'amplitude complexe d'une onde plane[20].

Forme discrète de l'onde de référence plane

Pour des cas pratiques utilisées lors de la génération ou la reconstruction des hologrammes numériques ; la forme de l'onde de référence plane numérique suit le modèle décrit en (1.17), si on prend un élément du photo-détecteur carré $[\Delta x_h = \Delta y_h = \Delta_P]$ alors

$$R(n_y \Delta y_h, n_x \Delta x_h) = R_0 \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} (n_x \cdot \Delta_P \cdot \cos \theta_x + n_y \cdot \Delta_P \cdot \cos \theta_y) \right] \quad (1.18)$$

R_0 : constante

1.3.5 Montage à décalage de phase (phase shifting)

La technique d'holographie à décalage de phase dite en anglais « Phase Shifting Digital Holography », connue également par son abréviation **PSDH** est une méthode très efficace pour supprimer l'ordre zéro et l'image jumelle indépendamment de la géométrie du système (in-line ou off-axis) [21]. Cette technique a été introduite pour la première fois dans l'holographie numérique par Yamaguchi et Zhang [22] en 1997, il est nécessaire d'acquérir trois ou quatre distributions d'intensités d'hogrammes décalées de déphasages connus. Ce décalage de phase est souvent réalisé par un miroir monté sur un transducteur piézoélectrique (**PZT**) placé sur le chemin de l'onde de référence qui permet de déplacer le miroir d'une distance correspondant au déphasage souhaité (voir figure (1.9)).

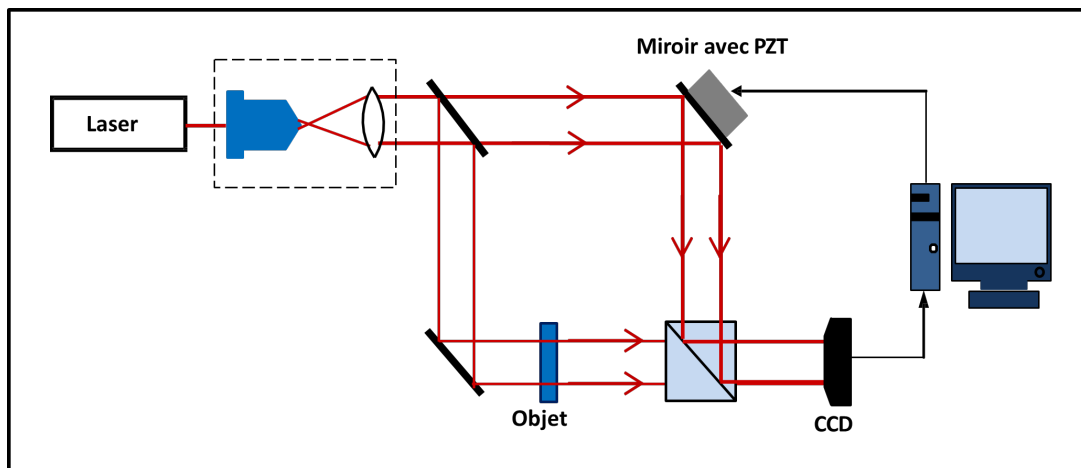


FIGURE 1.9 – Dispositif utilisé pour l'holographie à décalage de phase.

Le modèle d'acquisition des hologrammes à décalage de phase est identique à ceux précédemment décrits pour les configurations in-line et hors-axe sauf que l'onde de référence subit un décalage de phase φ contrôlé à chaque acquisition, on a alors

$$I_H(x_h, y_h, \varphi) = |O(x_h, y_h) + R(x_h, y_h) \exp(j\varphi)|^2 \quad (1.19)$$

EXEMPLE DE SIMULATION D'ACQUISITIONS D'HOLOGRAMMES À DÉCALAGE DE PHASE

L'objet de la **Figure (1.10a)** est utilisé pour la génération d'hologrammes numériques à décalage de phase qui consiste à une image de taille 512×512 pixels. Le programme de simulation

complet sous forme d'une interface Graphique Utilisateur (Matlab Live Script) est joint à l'**Annexe (4.1)**. L'utilisateur a le choix d'introduire les paramètres d'acquisition holographique, une aide complete est fourni pour la bonne execution du code. On souligne l'importance de ce rappeler des paramètres d'enregistrement qui seront au préalable utilisé lors de la reconstruction.

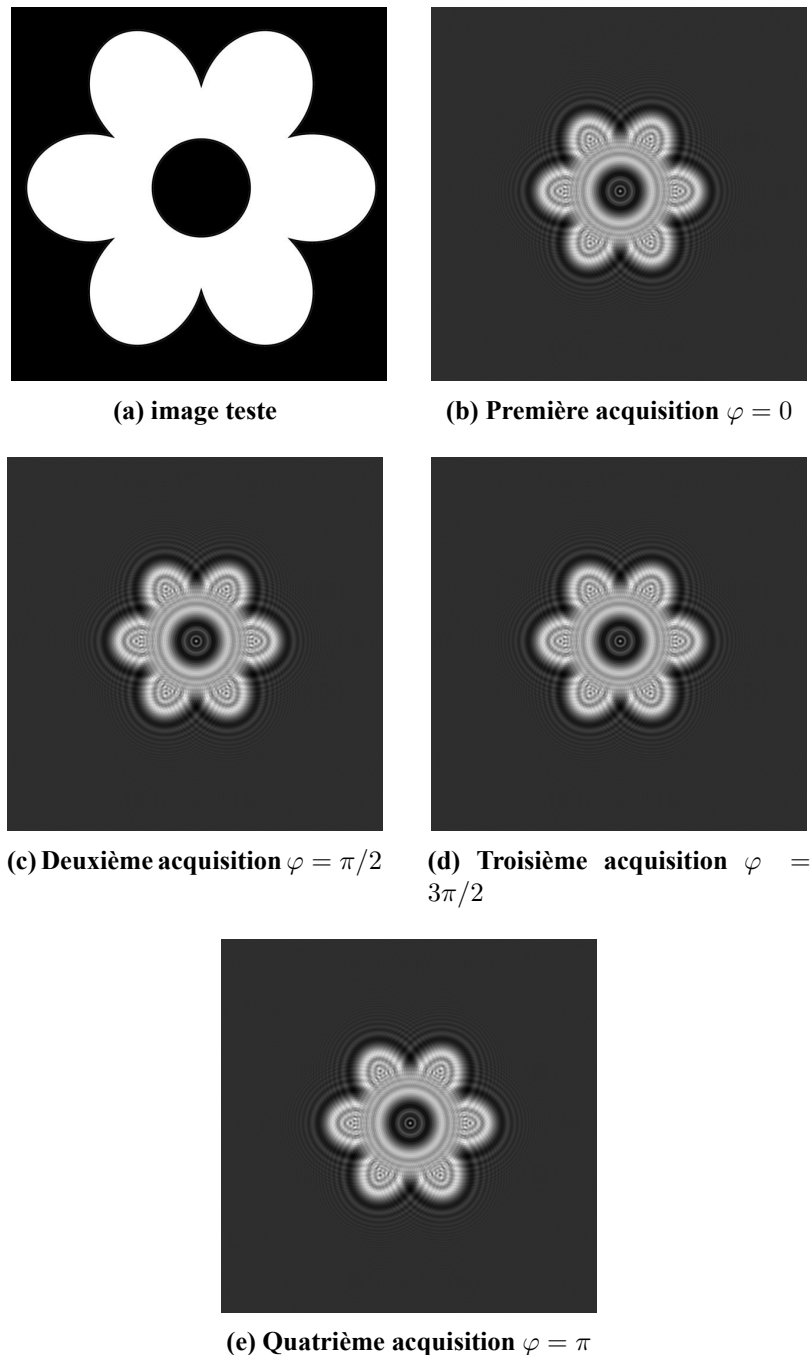


FIGURE 1.10 – (a) image teste 512×512 pixels , (b)-(e) : Acquisitions de quatre hologrammes à décalage de phase : configuration in-line

L'avantage de **PSDH** est la possibilité d'extraire un front d'onde complexe seule. Par consequent, selon le mode d'acquisition, on considère les deux méthodes d'extraction

1-Extraction du front d'onde (quatre acquisitions)

$$O(x_h, y_h) = \frac{1}{4R^*(x_h, y_h)} \{I_H(x_h, y_h; 0) - I_H(x_h, y_h; \pi) + j[I_H(x_h, y_h; \pi/2) - I_H(x_h, y_h; 3\pi/2)]\}$$

2-Extraction du front d'onde (trois acquisitions)

$$O(x_h, y_h) = \frac{1-j}{4R^*(x_h, y_h)} \{I_H(x_h, y_h; 0) - I_H(x_h, y_h; \pi/2) + j[I_H(x_h, y_h; \pi/2) - I_H(x_h, y_h; \pi)]\}$$

L'étape finale est la reconstruction implémenté sous Matlab live script **Annexe (4.2)**, une interface conviviale qui aidera l'utilisateur à la bonne execution, les details nécessaire à la bonne assimilation sont aussi joints. Le résultat de la reconstruction est montré dans la **Figure (1.11)**.

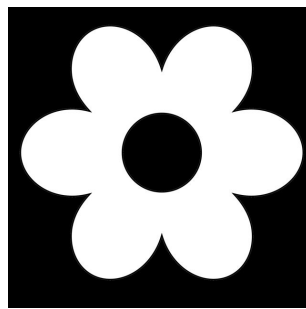


FIGURE 1.11 – Image reconstruite seule, sans ordre zero et sans image Jumelle. à partir du code Annexe (4.2), les details d'utilisation de l'interface sont aussi mentionnés

1.3.6 Les avantages de l'holographie numérique

L'holographie numérique a des avantages significatifs par rapport à l'holographie classique. Ces avantages sont dus essentiellement aux supports utilisés pour enregistrer les hologrammes numériques et aussi à la possibilité de traiter numériquement les données de l'hologramme. Les avantages liés à l'utilisation des capteurs numériques comme supports d'enregistrement se résument comme suit[5, 6, 7, 23] :

- Une grande facilité d'enregistrement
- Les capteurs numériques sont réutilisables une fois les données stockées. Cela permet d'un côté de réduire le coût financier et d'un autre côté, la réalisation d'un nombre illimité d'acquisitions, contrairement à l'holographie classique, qui nécessite à chaque acquisition un nouveau support.
- Elle permet d'éviter la lourdeur associée au processus de développement chimique car les hologrammes sont numérisés et utilisables directement.
- Les capteurs numériques commercialisés sont caractérisés par une grande sensibilité, typiquement de $10^{-4} \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$ à $10^{-3} \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$ qui est meilleur par rapport à la sensibilité des émulsions photographiques utilisées dans l'holographie classique qui varie de $5 \times 10^{-3} \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$ à

$5 \times 10^{-1} \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$ pour les halogénures d'argent et de $10^{-2} \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$ à $10^{-4} \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$ pour les photos polymères. Grâce à cette grande sensibilité, les hologrammes numériques permettent de réduire considérablement le temps d'exposition et la puissance laser nécessaire.

- l'acquisition rapide de plusieurs hologrammes successifs (Les hologrammes peuvent être enregistrés à une fréquence vidéo) ce qui permet l'étude des objets dynamiques.

Pour ce qui des avantages liés à la numérisation des hologrammes, on peut citer :

- L'accès numérique à la phase et à l'amplitude du front d'onde reconstruit permet une imagerie à contraste de phase ou à contraste d'amplitude.
- La reconstruction des hologrammes en temps réel (la possibilité de reconstruire 10 images/seconde).
- L'accès numérique à l'information enregistrée ouvre de nouvelles possibilités dans la résolution des problèmes tels que la suppression de l'image d'ordre zéros, la réduction de bruit de speckle et la compensation des aberrations, les mesures dynamiques, la détection des déformations dissimulées dans les figures de vibration, le multiplexage et le démultiplexage des informations pour la reconstruction à distance, la refocalisation des images reconstruites. Ces opérations peuvent être effectuées aussi bien avant que durant la reconstruction
- La reconstruction numérique des hologrammes permet aussi d'éliminer certaines difficultés liées au processus de reconstruction optique telle que l'exigence de l'utilisation de la même onde de référence pour éclairer L'hologramme.

Tous ces avantages ont rendu la technique d'holographie numérique accessible aux non spécialistes et réduit fortement la durée de traitement des hologrammes analogiques (optique).

1.4 Méthodes de reconstruction

La reconstruction en holographie est régie par le processus de diffraction, seule phénomène qui explique la propagation d'une onde lumineuse. De ce fait , la reconstruction simule numériquement le processus de restitution en holographie optique où l'information de l'objet tridimensionnel est récupérée en changeant la distance (de reconstruction) à différentes profondeurs[24, 25, 26]. Deux méthodes de reconstruction les plus utilisées dans littérature seront décrit dans ce qui suit, à savoir la diffraction de Fresnel et la propagation par spectre angulaire.

Le schéma adopté dans le processus de reconstruction est montré dans la **Figure (1.12)**

L'hologramme est considéré comme une transparence diffractante et la reconstruction est obtenue comme suit [27, 25] :

$$U_z(x_i, y_i) = \frac{1}{j\lambda} \times \int \int_{\Sigma_H} I_H(x_h, y_h) R(x_h, y_h) \times \frac{\exp(jk\rho)}{\rho} dx_h dy_h \quad (1.20)$$

1.4.1 Méthode de Fresnel

Comme nous l'avons mentionné précédemment, l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld est la formule de base pour la reconstruction numérique des hologrammes mais elle reste difficile à manipuler numériquement. Il existe une possibilité d'introduire des approximations dans l'intégrale de diffraction dont la formulation est connue comme l'approximation de Fresnel. Cette approximation porte essentiellement sur la distance ρ . Dans la présente section, nous rappelons en détails ces approximations. Une première simplification considère que la distance d entre le plan de reconstruction (image) et le plan d'enregistrement doit être grande par rapport aux coordonnées x_i et y_i ainsi que par rapport aux coordonnées x_h et y_h . Cette hypothèse permet de remplacer ρ par d au dénominateur de l'équation mais pas dans l'argument de l'exponentielle $\exp(jk\rho)$ qui varie extrêmement vite. Dans ce dernier, ρ est exprimé sous la forme d'un développement en série de Taylor[24].

$$\rho = d + \frac{(x_h - x_i)^2}{2d} + \frac{(y_h - y_i)^2}{2d} - \frac{1}{8} \frac{[(x_h - x_i)^2 + (y_h - y_i)^2]^2}{d^3} + \dots \quad (1.24a)$$

Le quatrième terme peut être négligé, s'il est très petit par rapport à la longueur d'onde :

$$\frac{1}{8} \frac{[(x_h - x_i)^2 + (y_h - y_i)^2]^2}{d^3} \ll \lambda \quad (1.24b)$$

Ou

$$d \gg \sqrt[3]{\frac{1}{8} \frac{[(x_h - x_i)^2 + (y_h - y_i)^2]^2}{d^3}} \quad (1.24c)$$

Dans ce cas, la distance ρ peut être écrite comme :

$$\rho = d \left(1 + \frac{1}{2d^2} ((x_h - x_i)^2 + (y_h - y_i)^2) \right) \quad (1.24d)$$

En introduisant cette approximation dans l'expression, on trouve l'approximation de Fresnel :

$$U_i(x_i, y_i, d) = \frac{\exp jkd}{j\lambda d} \times \int \int_{\Sigma_H} R(x_h, y_h) I_H(x_h, y_h) \times \exp \left(\frac{j\pi}{\lambda d} ((x_h - x_i)^2 + (y_h - y_i)^2) \right) dx_h dy_h \quad (1.25)$$

En développant encore l'argument de l'exponentielle et en faisant le changement de variables suivant : $Fx_i = \frac{x_i}{\lambda d}$; $Fy_i = \frac{y_i}{\lambda d}$ cette intégrale devient une simple transformée de Fourier bidimensionnelle

$$U_i(x_i, y_i, d) = \frac{\exp jkd}{j\lambda d} \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda d} (x_i^2 + y_i^2) \right] \times \mathcal{F} \left[R(x_h, y_h) I_H(x_h, y_h) \exp \left(\frac{j\pi}{\lambda d} (x_h^2 + y_h^2) \right) \right]_{\left(\frac{x_i}{\lambda d}, \frac{y_i}{\lambda d} \right)} \quad (1.26)$$

L'équation (1.26) est la formulation de la transformée de Fresnel principalement utilisée pour la reconstruction des hologrammes numériques. La nature des données (hologrammes) sont pris dans le domaine spatiale.

1.4.2 Formalisme de la méthode du spectre angulaire

Dans cette section, nous allons voir une autre approche de la propagation d'un front d'onde dans un milieu homogène et isotrope [28]. La théorie de diffraction est exploitée pour trouver la propagation d'une distribution du front d'onde $U(x, y, z)$ dans un plan d'observation à partir d'une distribution $U(x, y, z = 0)$ d'un plan source, les deux plans sont séparés par une distance z , par convention le sens de propagation est pris de gauche vers la droite (voir Figure (1.13)).

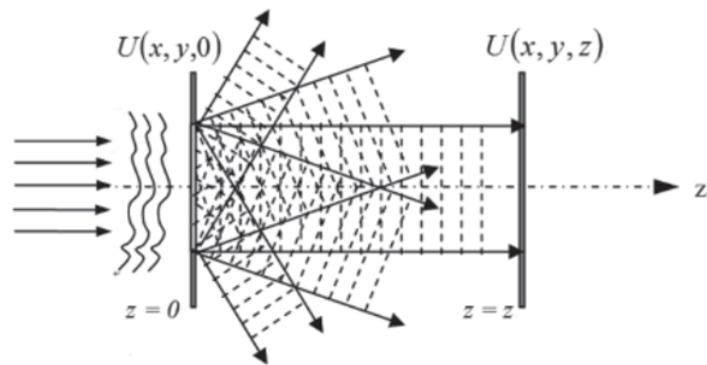


FIGURE 1.13 – Spectre angulaire : Decomposition d'un front d'onde complexe en une sommes d'ondes planes

Nous supposons que ces deux plans sont parallèles avec les coordonnées transverses (x, y) . Au plan source, $U(x, y, z = 0)$ peut être exprimée par la transformée de Fourier comme[28] :

$$A(f_X, f_Y, 0) = \iint U(x, y, 0) \exp[-j2\pi(f_X x + f_Y y)] dx dy \quad (1.27)$$

ou inversement, on peut calculer $U(x, y, z = 0)$ par une transformée de Fourier inverse de son spectre :

$$U(x, y, 0) = \iint A(f_X, f_Y, 0) \exp[j2\pi(f_X x + f_Y y)] df_X df_Y \quad (1.28)$$

La transformée de Fourier décompose un signal en termes exponentiels complexes, ou en ondes planes. Afin d'étendre cette analyse, considérons une onde plane représentée par une forme vectorielle sans composante temporelle :

$$P(r) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) = \exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}(k_x x + k_y y + k_z z)\right] = \exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}(k_x x + k_y y)\right] \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}k_z z\right) \quad (1.29)$$

$(k_x + k_y + k_z)$ sont les cosinus directeurs dans le plan $z = 0$, la forme $\exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}(k_x x + k_y y)\right]$ peut être vue comme une onde plane se propageant avec les cosinus directeurs $k_x = f_x \lambda$, $k_y = f_y \lambda$ et $k_z = \sqrt{1 - (f_x \lambda)^2 + (f_y \lambda)^2}$

Pour cette raison, l'expression de la décomposition de la transformée de Fourier de $U(x, y, 0)$ en termes de cosinus directeurs $(k_x + k_y)$ est appelée spectre angulaire.

Le but final est d'exprimer $U(x, y, z)$ en termes de son spectre angulaire, ce qui donne :

$$U(x, y, z) = \iint A\left(\frac{k_x}{\lambda}, \frac{k_y}{\lambda}, z\right) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{k_x}{\lambda}x, \frac{k_y}{\lambda}y\right)\right] d\frac{k_x}{\lambda} d\frac{k_y}{\lambda} \quad (1.30)$$

Il est nécessaire que $U(x, y, z)$ satisfasse l'équation de Helmholtz en tout point source telle que, la substitution de l'équation (1.30) dans l'équation $(\nabla^2 + k^2)U = 0$ aboutit à :

$$\frac{d^2}{dz^2} A\left(\frac{k_x}{\lambda}, \frac{k_y}{\lambda}, z\right) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 [1 - k_x^2 - k_y^2] A\left(\frac{k_x}{\lambda}, \frac{k_y}{\lambda}, z\right) = 0 \quad (1.31)$$

La solution de cette équation différentielle qui lie le spectre angulaire au plan source jusqu'au plan d'observation est :

$$A\left(\frac{k_x}{\lambda}, \frac{k_y}{\lambda}, z\right) = A\left(\frac{k_x}{\lambda}, \frac{k_y}{\lambda}, 0\right) \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}z\sqrt{1 - k_x^2 - k_y^2}\right] \quad (1.32)$$

L'application de la formulation du spectre angulaire en holographie digitale est directe. Si on suppose que l'hologramme est au plan $z = 0$, donc la reconstruction (plan image pour une distance donnée) est obtenue au plan d'observation par :

$$U_z(x_i, y_i) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} [O(x_h, y_h)] \exp \left(j \frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right) \right\} \quad (1.33)$$

L'équation (1.33) est la formulation principale du spectre angulaire utilisée pour la reconstruction des hologrammes numériques. Le point de départ d'entrée des données (hologrammes) sont pris dans le domaine spectral.

1.4.3 Algorithmes de reconstruction en holographie numérique

1.4.3.1 Transformée de Fresnel numérique

La reconstruction numérique consiste à calculer numériquement la distribution de l'amplitude du champ diffracté dans le plan de reconstruction en utilisant l'expression donnée dans la relation (1.26). Cette relation peut être numérisée si la distribution de l'intensité de l'hologramme est échantillonnée sur une grille rectangulaire de dimensions $N_x \times N_y$ avec un pas $\Delta_P = \Delta x_h = \Delta y_h$ sont les distances entre les pixel voisins de la CCD dans les directions horizontale et verticale. Ainsi la double intégrale de l'expression peut être convertie en une somme finie [5, 6, 7].

$$O_{z=d}(m_y, m_x) = \frac{\Delta_P^2}{j\lambda d} \exp(j\frac{2\pi d}{\lambda}) \exp \left\{ \frac{j\pi\lambda d}{\Delta_P^2} \left[\left(\frac{m_x}{N_x} \right)^2 + \left(\frac{m_y}{N_y} \right)^2 \right] \right\} \\ \times FFT_2 \left\{ O_{z=0}(n_y, n_x) \times \exp \left[\frac{j\Delta_P^2 \pi}{\lambda d} (n_x^2 + n_y^2) \right] \right\}_{(m_y, m_x)} \quad (1.34)$$

les entiers sont définie comme suit :

$$- \left\lfloor \frac{N_x}{2} \right\rfloor \leq n_x, m_x < N_x - \left\lfloor \frac{N_x}{2} \right\rfloor \text{ and } - \left\lfloor \frac{N_y}{2} \right\rfloor \leq n_y, m_y < N_y - \left\lfloor \frac{N_y}{2} \right\rfloor$$

La relation 1.34 représente la transformée de Fresnel discrète. [24]

1.4.3.2 Méthode du spectre angulaire

la reconstruction de l'image est obtenue à partir de la forme discrète de l'équation (1.33)

$$U_{z=d}(n_y, n_x) = FFT_2^{-1} \{ FFT_2 [O(n_y, n_x)] \times H_{z=d}(n_y, n_x) \} \quad (1.35a)$$

tel que la fonction de transfert optique est définie numériquement par

$$H_{z=d}(n_y, n_x) = \exp \left(j2\pi d \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{n_x}{N_x \Delta_P} \right)^2 - \left(\frac{n_y}{N_y \Delta_P} \right)^2} \right), \quad (1.35b)$$

est définie pour [25]

$$H_{z=d}(n_y, n_x) = \begin{cases} H_{z=d}(n_y, n_x); & \frac{1}{\lambda^2} \geq \left(\frac{n_x}{N_x \Delta_P}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{N_y \Delta_P}\right)^2 \\ 0; & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1.35c)$$

Conclusion

Le premier chapitre de ce mémoire a posé les bases théoriques et pratiques de l'holographie numérique, en mettant en lumière ses principes fondamentaux, ses configurations expérimentales, et ses avantages par rapport à l'holographie classique. L'holographie permet d'enregistrer à la fois l'amplitude et la phase d'une onde lumineuse, contrairement à la photographie classique qui ne capture que l'intensité, elle repose sur l'interférence entre une onde de référence et une onde objet, générant une figure d'interférence appelée hologramme. Les différentes configurations d'enregistrement, telles que le montage in-line (Gabor) : Utilise un seul faisceau laser pour l'illumination et la référence. Simple mais sujette à la superposition des ordres de diffraction, et hors-axe (Leith-Upatnieks) : Introduit un angle entre l'onde objet et l'onde de référence, séparant spatialement les ordres de diffraction et améliorant la qualité de reconstruction, ou avec la méthode de décalage de phase (PSDH) : efficace pour supprimer l'image d'ordre zéro et l'image jumelle en acquérant plusieurs hologrammes avec des déphasages contrôlés. L'introduction des capteurs numériques (CCD/CMOS) a profondément transformé le domaine, en rendant possible un traitement numérique avancé des hologrammes et en facilitant leur enregistrement et leur analyse. Les méthodes de reconstruction, basées sur l'approximation de Fresnel ou la décomposition en spectre angulaire, permettent de reconstituer le front d'onde de l'objet à différentes distances, selon les besoins de l'application. Malgré ses nombreux atouts, les défis restants incluent la suppression des artefacts (ordre zéro, bruit de speckle) et l'optimisation des paramètres expérimentaux pour une reconstruction fidèle.

En résumé, ce chapitre a permis de comprendre les fondements de l'holographie numérique, ses configurations expérimentales, et ses méthodes de reconstruction, tout en soulignant ses avantages et ses limitations.

Filtrage en holographie numérique

2.1 Introduction

Le domaine de l'holographie numérique (HN), qui combine des techniques de traitement d'images et de l'opto-électronique, a réalisé des progrès significatifs au cours des dernières décennies. L'une des étapes clés du traitement des hologrammes numériques consiste à appliquer diverses techniques de filtrage visant à améliorer la qualité de l'image reconstruite, à supprimer les artefacts indésirables ou même à extraire des informations spécifiques contenues dans les données holographiques. Ces techniques de filtrage, qu'elles soient appliquées dans le domaine spatial ou spectral jouent un rôle important dans la réduction du bruit, l'amélioration de la résolution et l'élimination des artefacts tel que l'ordre zéro [29, 7].

Un hologramme enregistre une distribution complexe de l'information complète d'un objet tridimensionnelle, au prix de la superposition de trois termes (ordres) : l'image réelle (la distribution complexe en question), son conjuguée ou l'image virtuelle (version redondante) et un terme d'ordre zéro. Ces éléments parasites entraînent des chevauchements d'information et détériorent la qualité de la reconstruction finale. Plus précisément, le terme d'ordre zéro apparaît comme une forte concentration d'intensité au centre du spectre de Fourier, masquant souvent une grande partie des détails de l'ordre d'intérêt utiles de l'image reconstruite. De même, la présence de l'image conjuguée introduit des interférences non désirées qui rendent difficile l'analyse précise de l'objet observé.

L'objectif de ce mémoire est de présenter un aperçu général des techniques de filtrage dans le domaine spatial et spectral des hologrammes numériques avec un intérêt particulier sur la suppression de l'ordre zéro qui constitue une difficulté majeure dans l'analyse et l'interprétation de l'information holographique. Ce chapitre s'articulera autour de deux grandes parties : la première introduit les techniques de filtrage spatial par l'utilisation de la convolution, et la seconde une alternative qui se concentrera sur les méthodes de filtrage dans le domaine spectral par l'utilisation du théorème de convolution.

Ainsi, en résumé on traitera :

Filtrage dans le domaine spatial Cette partie couvre les techniques de filtrage appliquées dans l'espace de l'image, en introduisant les concepts de base, les différentes méthodes et leurs applications spécifiques dans le traitement des hologrammes numériques.

Filtrage dans le domaine spectral Cette partie examine les techniques de filtrage dans le domaine fréquentiel, en mettant l'accent sur la transformée de Fourier et les méthodes avancées pour la suppression de l'ordre zéro, telles que les méthodes du Laplacien, celle inspiré du démosaïquage et la méthode homomorphique.

2.2 Filtrage dans le domaine spatial

En général, le filtrage dans le domaine spatial est une méthode qui agit directement sur l'intensité des pixels d'une image en fonction de leur voisinage. Dans le domaine du traitement des images numériques l'opérations de filtrage est effectué pour, lisser, accentuer des contours, réduction du bruit ou mettre en valeur des détails spécifiques d'une image (ou image holographique reconstruite), etc.

Dans le contexte de ce projet de fin d'étude il est seulement question de filtrage linéaire qui consiste à modifier le contenu en fréquence d'une image ou d'un hologramme numérique.

Dans le domaine spatial, nous y parvenons grâce au filtrage par convolution. Dans le domaine des fréquences, nous le faisons avec des filtres multiplicatifs qui agissent directement sur les fréquences [30, 31, 32, 1]. Cette dernière approche est beaucoup plus intuitive, et c'est l'une des raisons pour lesquelles il est pratiquement impossible de comprendre le filtrage spatial sans avoir au moins une connaissance rudimentaire du domaine fréquentiel.

2.2.1 Principe du filtrage spatial linéaire

Le fondement du filtrage linéaire dans le domaine spatial et fréquentiel est la convolution et le théorème de **convolution**, respectivement. Le processus de convolution est une opération mathématique qui consiste à multiplier chaque élément d'un noyau par la région correspondante de l'image, puis à sommer ces produits pour obtenir la valeur d'un pixel dans l'image de sortie. Elle s'exprime comme une somme pondérée des valeurs des pixels voisins à l'aide d'un noyau de convolution[30]. Formellement, la convolution d'une image $f(x, y)$ avec un noyau $h(m, n)$ est définie de la forme discrète comme suit

$$g(x, y) = (f \otimes h)(x, y) = \sum_m \sum_n f(x - m, y - n)h(m, n) \quad (2.1)$$

où $g(x, y)$ représente l'image filtrée, et $f(x, y)$ l'image originale. Le noyau $h(m, n)$ appelée aussi masque, ou fenêtre, qui est généralement formé par des coefficients disposés sous forme de matrice. Pour des raisons de vocabulaire qu'on trouve d'ailleurs dans la littérature les termes comme filtre de convolution ou noyau de convolution sont également utilisés. Un filtre de convo-

lution doit être stable afin de ne pas amplifier le bruit. Un filtre numérique est dit stable si la sortie reste bornée pour toutes les entrées bornées. un filtre numérique est stable si et seulement si

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} |h(n, m)| < \infty \quad (2.2)$$

Le critère (2.2) est évidemment rempli si le filtre est de support fini ou non récursif. Pour les filtres à réponse impulsionnelle infinie (récursifs), il faut vérifier le comportement du filtre attentivement à l'aide des théorèmes dédiés à ce sujet qui dépasse largement le cadre de cette étude. Pratiquement, Il est préférable que la taille de la matrice du noyau soit de dimension finie et impaire (par exemple, 3×3 ou 5×5) selon le type de filtre appliqué à l'image. Les filtres les plus couramment utilisés en traitement d'image sont :

Filtres passe-bas : ces filtres sont utilisés pour effectuer des opérations de lissage en atténuant les détails fins issue des hautes fréquences. Ce type de filtre a pour effet de flouter l'image. On les utilise notamment pour réduction du bruit et l'atténuation des variations indésirables. et la réduction du bruit. Exemple : le filtre de flou gaussien.

Filtres passe-haut : utilisés pour accentuer les bords et les contours en conservant les hautes fréquences. Exemple : le filtre de Sobel.

Les deux types de filtres sont utilisées en holographie numérique, l'ordre zéro est représenté par les basses fréquences, de ce fait la suppression de l'ordre zéro ce fait soit par filtre passe-haut ou une inversion d'un filtre passe-bas.

2.2.1.1 Propriétés de la convolution

Le produit de convolution est bilinéaire , commutatif et associatif [33] :

1. $f \otimes (g + \lambda h) = (f \otimes g) + \lambda(f \otimes h)$ (Pour tout scalaire λ)
2. $f \otimes g = g \otimes f$
3. $(f \otimes g) \otimes h = f \otimes (g \otimes h)$

2.2.2 Application du filtrage spatial à la suppression de l'ordre zéro en HN

2.2.2.1 Méthode de soustraction du terme DC (direct curent)

La méthode la plus simple, proposé par Kreis[2, 5], pour supprimer l'ordre zéro en HN consiste à soustraire de l'intensité de l'hologramme numérique sa valeur moyenne. Cette méthode est largement utilisé en traitement du signal connu par la suppression du terme DC. Comme

le confirme d'après l'une des propriétés de la DFT (voir tableau (2.2)) cette valeur moyenne représente le terme DC : la basse fréquence du spectre de l'hologramme numérique.

Si l'hologramme I_H (intensité de la figure d'interférence) a une taille $N_y \times N_x$ pixels, l'intensité moyenne est donnée par

$$I_{H,moy} = \frac{1}{N_x \cdot N_y} \sum_{p=1}^{N_y} \sum_{q=1}^{N_x} I_H(p, q) \quad (2.3)$$

L'hologramme filtré de l'ordre zero est alors

$$I_H^{(F)}(p, q) = I_H(p, q) - I_{H,moy} \quad (2.4)$$

2.2.2.2 Méthode du filtre moyeneur

Une approche différente de la soustraction du terme DC consiste à calculer une moyenne de l'intensité locale à proximité d'un pixel de l'hologramme puis à soustraire cette moyenne de la valeur du pixel central ; l'opération est répétée pour chaque pixel de l'hologramme [5]. La figure (2.1) illustre le principe de calcul de cette méthode

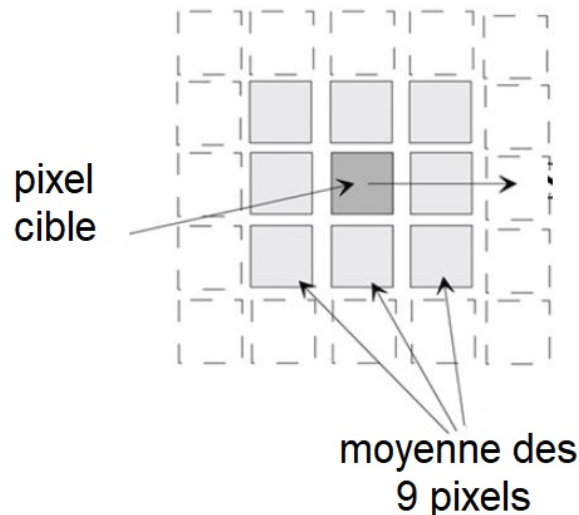


FIGURE 2.1 – Moyenne de l'arrière-plan localisé pour améliorer le contraste des hologrammes. Après avoir corrigé le pixel « cible », l'opération est déplacée vers un pixel adjacent et le processus de correction est répété.

Par exemple, si neuf pixels sont utilisés dans le processus de calcul de la moyenne, l'hologramme filtré au pixel (p, q) est alors

$$\begin{aligned}
I_H^{(F)}(p, q) = & I_H(p, q) - \frac{1}{9} [I_H(p-1, q-1) + I_H(p-1, q) + I_H(p-1, q+1) + \\
& I_H(p, q-1) + I_H(p, q) + I_H(p, q+1) + \\
& I_H(p+1, q-1) + I_H(p+1, q) + I_H(p+1, q+1)]
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Les termes additifs entre crochets représentent la somme des huit pixels environnants plus le pixel cible (p, q) . Le processus de calcul de la moyenne est appliqué à tous les pixels de l'hologramme acquit, avec des ajustements pour les pixels situés le long du périmètre de celui-ci. L'équation (2.5) peut aussi être réécrite sous cette forme

$$I_H^{(F)} = I_H - I_H \otimes h(m, n) \tag{2.6}$$

La formulation générale d'un filtre moyenneur utilisée dans (2.6) est : $h(m, n) = \frac{1}{N^2}, \forall m, n \in \mathbb{Z}$ et $N \in \mathbb{N}^*$

Pour $N = 3$

$$h = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

Le noyau du filtre moyenneur donné par (2.7) est un filtre pass-bas, on mentionne que d'autres valeurs de N peuvent aussi être envisagés dans le calcul. Pour chaque pixel, on calcule la moyenne des valeurs des pixels situés dans le voisinage défini par ce noyau (ici 3×3), pondérée par les coefficients du noyau (ici égaux).

Une autre application du filtre moyenneur est qu'il peut être employé dans le processus de prétraitement pour la réduction du bruit d'acquisition des hologrammes numériques qu'on peut d'ailleurs formuler de la façon suivante :

$$I_H^{(F)} = I_H \otimes h(m, n) \tag{2.8}$$

Il atténue les variations locales rapides (bruit), ce qui donne un effet de lissage. Dans le cas d'une image numérique, il peut cependant flouter les contours et détails fins car il ne fait pas de distinction entre pixels voisins proches ou éloignés en intensité.

2.2.2.3 Méthode du filtre Laplacien

L'approche consiste à définir une formulation discrète de la dérivée seconde puis à construire un noyau de filtrage basé sur cette formulation. Comme dans le cas des noyaux passe-bas gaussiens; nous nous intéressons ici aux noyaux isotropes, dont la réponse est indépendante de la direction des discontinuités d'intensité dans l'image à laquelle le filtre est appliqué. Il a été démontré (Rosenfeld et Kak [1982]) [31] que le plus simple des opérateurs différentiels isotropes (noyaux) est le Laplacien, qui, pour une fonction (image) $f(x, y)$ de deux variables, est défini comme suit :

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (2.9)$$

Puisque les dérivées de tout ordre sont des opérations linéaires, le Laplacien est un opérateur linéaire. Pour exprimer cette équation sous forme discrète, nous utilisons la définition donnée en gardant à l'esprit que nous avons désormais deux variables. Dans la direction x , nous avons :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x + 1, y) + f(x - 1, y) - 2f(x, y) \quad (2.10a)$$

et, de manière similaire, dans la direction y , nous avons :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 2f(x, y) \quad (2.10b)$$

Il découle des trois équations précédentes que le Laplacien discret à deux variables est :

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x + 1, y) + f(x - 1, y) + f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 4f(x, y) \quad (2.10c)$$

La dernière équation peut être mise en œuvre à l'aide d'une convolution avec un noyau h

$$h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Ainsi, la mécanique de filtrage pour l'accentuation d'image est similaire à celle d'un filtrage passe-haut; nous utilisons simplement ici des coefficients différents. Le noyau de l'équation (2.11) est isotrope pour des rotations par incréments de 90° par rapport aux axes x et y . Les directions diagonales peuvent être intégrées dans la définition du Laplacien numérique en ajoutant quatre termes supplémentaires à l'équation (2.10c) Étant donné que chaque terme diagonal contiendrait un terme $-2f(x, y)$.

En se munissant des équations (2.10) et (2.10c) et en adoptant une approche analytique diffé-

rente, l'auteur [34] a élaboré une méthode de suppression de l'ordre zéro dont sa forme compacte est écrite comme suit

$$\nabla^2 I_H = I_H^{(F)} = I_H \otimes h \quad (2.12)$$

le filtre h est donné par (2.11).

2.3 Filtrage dans le domaine spectral

Le filtrage spectral consiste à traiter une image ou un signal dans le domaine des fréquences qui est généralement obtenu par la transformée de Fourier, afin de modifier ou d'isoler certaines composantes fréquentielles. Cette approche permet de séparer les différentes structures spatiales selon leurs fréquences facilitant la suppression du bruit, la mise en évidence de contours, ou l'élimination des composantes parasites comme l'ordre zéro intrinsèquement présent dans les hologrammes numériques. Les Applications du filtrage dans le domaine spectral sont nombreuses, il permet notamment :

- La suppression des composantes parasites comme l'ordre zéro (entre autre le terme DC) dans les hologrammes numériques.
- L'amélioration du contraste et la détection des contours via des filtres passe-haut.
- La réduction du bruit en supprimant les hautes fréquences non désirées par les filtres passe-bas.

2.3.1 Théorème de convolution

Le théorème de convolution est le fondement du filtrage spectrale. Il permet d'établir le lien essentiel entre l'opération de la convolution pour le filtrage dans le domaine spatial à celle de la multiplication dans le domaine fréquentiel. Il permet l'utilisation de transformées de Fourier pour simplifier certaines opérations [1, 33]. Ainsi, le théorème de convolution s'énonce comme suit :

La transformée de Fourier de la convolution s'obtient par multiplication des transformées de Fourier des fonctions :

- si f et h sont intégrables alors $\mathcal{F}(f \otimes h) = \mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(h)$;
- si f est intégrable et si h est de carré intégrable, on a aussi $\mathcal{F}(f \otimes h) = \mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(h)$ Donc $f \otimes h = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(h))$
- si f et h sont de carré intégrable alors $f \otimes h = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(h))$

où $\mathcal{F}, \mathcal{F}^{-1}$ désigne Transformée de fourier directe et inverse, respectivement.

2.3.2 Transformée de Fourier

La transformée de Fourier est un outil mathématique fondamental utilisé pour passer de la représentation temporelle (ou spatiale) d'un signal à sa représentation fréquentielle, également appelée domaine spectral. Dans le contexte du traitement des images et plus particulièrement de l'holographie numérique, elle permet d'analyser les différentes fréquences spatiales qui composent l'hologramme. La transformée de Fourier décompose un signal complexe en une somme (ou intégrale) de sinusoides, chacune caractérisée par une fréquence, une amplitude et une phase. Cette transformation révèle la structure spectrale du signal, c'est-à-dire la contribution de chaque fréquence à la construction du signal image et de l'hologramme. Dans le domaine spectral, les composantes de basse fréquence sont généralement regroupées au centre du spectre, tandis que les hautes fréquences se répartissent vers les bords. Cette organisation permet d'identifier, d'isoler et de manipuler certaines fréquences pour appliquer des filtres spectraux adaptés (par exemple, pour supprimer l'ordre zéro en holographie numérique) et même la sélection de l'ordre d'intérêt [35, 28].

2.3.2.1 Transformée de Fourier continue directe

La transformée de Fourier continue directe est un outil mathématique fondamental permettant de passer d'une représentation temporelle ou spatiale d'un signal à sa représentation fréquentielle. En holographie numérique, elle est particulièrement utile pour analyser les composantes spectrales d'un hologramme pour appliquer des filtrages adaptés aux fréquences non désirées et aussi aux fréquences de sélection tel que l'ordre (+1). Le principe repose sur la décomposition d'un signal en une somme infinie de sinusoides de différentes fréquences, amplitudes et phases. Cette représentation permet de mettre en évidence les fréquences dominantes contenues dans le signal, facilitant l'isolation ou la suppression de certaines composantes indésirables, comme le terme d'ordre zéro. [1, 32, 28]

$$\mathcal{F}[f(x, y)] = F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (2.13)$$

2.3.2.2 Transformée de Fourier continue inverse

La transformée de Fourier continue inverse permet de reconstituer un signal dans le domaine temporel (ou spatial) à partir de sa représentation fréquentielle. Elle constitue l'opération inverse de la transformée de Fourier directe. Dans le contexte du filtrage en domaine spectral, elle est essentielle pour reconstruire le signal filtré après transformation et manipulation dans le domaine des fréquences. Cette opération repose sur la synthèse du signal d'origine en combinant les

composantes sinusoïdales (amplitude et phase) obtenues dans le domaine fréquentiel. [1]

$$\mathcal{F}^{-1} [F(u, v)] = f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv \quad (2.14)$$

2.3.2.3 Transformée de Fourier discrète : directe et inverse

La transformée de Fourier discrète (TFD) permet de passer d'un signal numérique discret et de taille finie à sa représentation dans le domaine fréquentiel. Inversement La transformée de Fourier discrète inverse (ITFD) permet le passage d'une distribution numérique du domaine fréquentiel au domaine spatial [1, 35, 32] La TFD et ITFD sont un outil incontournable et essentiel dans l'implémentation numérique, on les utilise dans :

- Analyser les composantes fréquentielles d'une image numérique ou d'un hologramme.
- Appliquer des filtres fréquentiels par traitement matriciel,
- Visualiser le spectre de l'hologramme et repérer les termes à supprimer (ordre zéro, image réelle, image virtuelle).
- reconstruction des images holographiques...etc.,

Nous donnons les définitions de la transformée de Fourier discrète (DFT) et son inverse (IDFT) qui sont adoptées dans tous les calculs de ce mémoire et qu'on trouve d'ailleurs dans la majorité des packages des langages de programmation tel que Matlab

$$F(p, q) = DFT\{f(m, n)\} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \exp[-2i\pi(\frac{pm}{M} + \frac{qn}{N})] \quad (2.15)$$

La transformée de Fourier discrète inverse est définie par

$$f(m, n) = IDFT\{F(p, q)\} = \frac{1}{MN} \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} F(p, q) \exp[2i\pi(\frac{pm}{M} + \frac{qn}{N})] \quad (2.16)$$

$$0 \leq m, p < M \text{ et } 0 \leq n, q < N, N, M \in \mathbb{N}$$

2.3.2.4 Résumés des propriétés de la transformée de Fourier discrète

Le **Tableau (2.1)** liste les propriétés mathématiques de symétrie de la paire $(f(x, y) \xrightarrow{\mathcal{F}} F(u, v) \text{ et } F(u, v) \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} f(x, y))$ qu'on denote simplement par $f(x, y) \Leftrightarrow F(u, v)$.

domaine Spatial		domaine fréquentiel
1) $f(x, y)$ réelle	\Leftrightarrow	$F^*(u, v) = F(-u, -v)$
2) $f(x, y)$ imaginaire	\Leftrightarrow	$F^*(-u, -v) = -F(u, v)$
3) $f(x, y)$ réelle	\Leftrightarrow	$R(u, v)$ paire; $I(u, v)$ impaire
4) $f(x, y)$ imaginaire	\Leftrightarrow	$R(u, v)$ impaire; $I(u, v)$ paire
5) $f(-x, -y)$ réelle	\Leftrightarrow	$F^*(u, v)$ complexe
6) $f(-x, -y)$ complexe	\Leftrightarrow	$F(-u, -v)$ complexe
7) $f^*(x, y)$ complexe	\Leftrightarrow	$F^*(-u, -v)$ complexe
8) $f(x, y)$ réelle et paire	\Leftrightarrow	$F(u, v)$ réelle et paire
9) $f(x, y)$ réelle et impaire	\Leftrightarrow	$F(u, v)$ imaginaire et impaire
10) $f(x, y)$ imaginaire et paire	\Leftrightarrow	$F(u, v)$ imaginaire et paire
11) $f(x, y)$ imaginaire et impaire	\Leftrightarrow	$F(u, v)$ réelle et impaire
12) $f(x, y)$ complexe et paire	\Leftrightarrow	$F(u, v)$ complexe et paire
13) $f(x, y)$ complexe et impaire	\Leftrightarrow	$F(u, v)$ complexe et impaire

TABLEAU 2.1 – Quelques propriétés de symétries de la TFD 2-D et son inverse [1].

L'utilisation de la distribution complexe $F(u, v)$ indique qu'elle possède une partie réelle $R(u, v)$ et une partie imaginaire $I(u, v)$ non nulles. Si par exemple $F(u, v)$ est complexe paire cela veut dire que les deux parties (réelle et imaginaire) qui la compose sont aussi paire. Les variables \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{u} et \mathbf{v} peuvent être continues ou discrètes.

Le **Tableau (2.2)** résume les principales définitions et expressions ayant trait à TFD 2-D.

Le **Tableau (2.3)** résume quelques importantes paires TFD 2-D. Malgré qu'on se focalise sur l'utilisation des formes discrètes des variables, les deux dernières entrées de ce tableau ne peuvent être dérivées que pour des variables continues. On les inclut ici parce que avec une propre interprétation, elles sont utiles en traitement numériques des images.

Nom	Expression(s)
1) Transformée de Fourier discrète (TFD) de $f(x, y)$	$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp \left[-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right) \right]$
2) Transformée de Fourier discrète inverse (TFDI) de $F(u, v)$	$f(x, y) = \frac{1}{M \times N} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp \left[j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right) \right]$
3) Amplitude du Spectre	$ F(u, v) = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{\frac{1}{2}}; \text{ où } R = \text{Re}(F) \text{ et } I = \text{Im}(F)$
4) Angle de phase	$\phi(u, v) = \tan^{-1} \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$
5) Représentation polaire	$F(u, v) = F(u, v) \exp [j\phi(u, v)]$
6) Spectre de puissance	$P(u, v) = F(u, v) ^2$
7) Valeur moyenne	$\bar{f} = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) = \frac{1}{MN} F(0, 0)$
8) Périodicité (k_1 et k_2 sont des entiers)	$F(u, v) = F(u + k_1 M, v) = F(u, v + k_2 N) = F(u + k_1 M, v + k_2 N)$ $f(x, y) = f(x + k_1 M, y) = f(x, y + k_2 N) = f(x + k_1 M, y + k_2 N)$
9) Convolution	$(f \otimes h)(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) h(x - m, y - n)$
10) Corrélacion	$(f \oplus h)(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f^*(m, n) h(x + m, y + n)$
11) Séparabilité	La TFD 2D peut être calculée en calculant les transformées TFD 1D le long des lignes (colonnes) de l'image, puis les transformées 1D le long des colonnes (lignes) du résultat.
12) Obtention de l'TFDI à l'aide d'un algorithme TFD	$MN f^*(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F^*(u, v) \exp \left[-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right) \right]$ Cette équation indique que l'entrée de $F^*(u, v)$ dans un algorithme calculant la transformée directe (côté droit de l'équation ci-dessus) donne $MN f^*(x, y)$. En prenant le conjugué complexe et en le divisant par MN , on obtient l'inverse souhaité.

TABLEAU 2.2 – Sommaire des définitions TFD 2-D et leurs expressions correspondantes.

Nom	Paires DFT
Propriétés de symétries	Voir Tableau (2.1)
Linéarité	$af_1(x, y) + bf_2(x, y) \Leftrightarrow aF_1(u, v) + bF_2(u, v)$
Translation (formulation général)	$f(x, y) \exp [j2\pi (\frac{u_0x}{M} + \frac{v_0y}{N})] \Leftrightarrow F(u - u_0, v - v_0)$ $f(x - x_0, y - y_0) \Leftrightarrow F(u, v) \exp [-j2\pi (\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N})]$
Translation au centre du rectangle de fréquence, $(\frac{M}{2}, \frac{N}{2})$	$f(x, y) (-1)^{x+y} \Leftrightarrow F(u - \frac{M}{2}, v - \frac{N}{2})$ $f(x - \frac{M}{2}, y - \frac{N}{2}) \Leftrightarrow F(u, v) (-1)^{u+v}$
Rotation	$f(r, \theta + \theta_0) \Leftrightarrow F(\omega, \varphi + \theta_0), r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1}(y/x),$ $\omega = \sqrt{u^2 + v^2}$ et $\varphi = \tan^{-1}(v/u)$
Théorème de convolution	$(f \otimes h)(x, y) \Leftrightarrow (F \cdot H)(u, v)$ $(f \cdot h)(x, y) \Leftrightarrow (1/MN) [(F \otimes H)(u, v)]$
Théorème de corrélation	$(f \oplus h)(x, y) \Leftrightarrow (F^* \cdot H)(u, v)$ $(f^* \cdot h)(x, y) \Leftrightarrow (1/MN) [(F \oplus H)(u, v)]$
Unité impulsionnelle (Dirac)	$\delta(x, y) \Leftrightarrow 1$ $1 \Leftrightarrow MN\delta(u, v)$
Rectangle	$rec[a, b] \Leftrightarrow ab \frac{\sin(\pi ua)}{\pi ua} \frac{\sin(\pi vb)}{\pi vb} \exp [-j\pi (ua + vb)]$
Sinus	$\sin(2\pi \frac{u_0x}{M} + 2\pi \frac{v_0y}{N}) \Leftrightarrow \frac{jMN}{2} [\delta(u + u_0, v + v_0) - \delta(u - u_0, v - v_0)]$
Cosinus	$\cos(2\pi \frac{u_0x}{M} + 2\pi \frac{v_0y}{N}) \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\delta(u + u_0, v + v_0) + \delta(u - u_0, v - v_0)]$
*Différenciation (contenu) à droite suppose que $f(\pm\infty, \pm\infty) = 0$	$(\frac{\partial}{\partial t})^m (\frac{\partial}{\partial z})^n f(t, z) \Leftrightarrow (j2\pi\mu)^m (j2\pi v)^n F(\mu, v)$ $\frac{\partial^m f(t, z)}{\partial t^m} \Leftrightarrow (j2\pi\mu)^m F(\mu, v); \frac{\partial^n f(t, z)}{\partial z^n} \Leftrightarrow (j2\pi v)^n F(\mu, v)$
* Gaussienne	$2A\pi\sigma^2 \exp [-2\pi^2\sigma^2 (t^2 + z^2)] \Leftrightarrow A \exp [-\frac{1}{2\sigma^2} (\mu^2 + v^2)], A$ est une constante

TABLEAU 2.3 – Sommaire des Paires TFD 2-D. Les formes exactes des expressions mentionnés avec l’annotation * ne sont valables que pour les variables continues μ, v, t et z .

Les propriétés présentées dans les tableaux (2.1), (2.2) et (2.3) sont des éléments clés du développement de l’optique de Fourier, traitement d’image et plus particulièrement en holographie numérique.

TRANSFORMÉE DE FOURIER RAPIDE (EN ANGLAIS FFT) La transformée de Fourier rapide TFR communément connu et utilisé sous l’appellation anglaise (FFT) Fast Fourier Transform est un algorithme utilisé pour calculer plus efficacement la transformée de Fourier discrète (TFD) et son inverse. La DFT est une transformation utilisée dans le traitement du signal et le traitement d’images, holographie numérique, entre autres domaines, pour transformer un signal discret en sa représentation dans le domaine fréquentiel. La FFT accélère le processus de calcul de la DFT, lui permettant d’être utilisée dans des applications en temps réel et pour de grands ensembles de données [36, 35].

2.4 Les Étapes du filtrage dans le domaine spectral

Le schéma du filtrage linéaire dans le domaine spectral suit les étapes montré dans le diagramme (2.2) ci-dessous

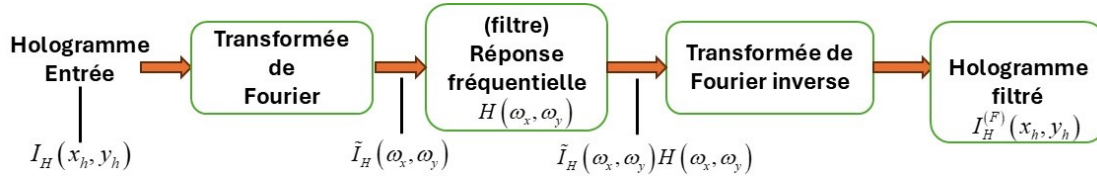


FIGURE 2.2 – Diagramme montrant les étapes pour filtrer une image et les hologrammes numériques dans le domaine fréquentiel

Le processus de calcul découle de l'application du théorème de convolution à l'équation du filtrage linéaire spatiale (voir l'équation (2.12)), on a

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F} \left(I_H^{(F)} \right) &= \mathcal{F}(I_H \otimes h) \\
 \tilde{I}_H^{(F)} &= \mathcal{F}(I_H) \cdot \times \mathcal{F}(h) \\
 &= \tilde{I}_H \cdot \times H
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

La transformée de Fourier inverse sur l'équation précédente, nous permet d'obtenir l'hologramme filtré de l'ordre zéro

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}^{-1} \left[\mathcal{F} \left(I_H^{(F)} \right) \right] &= \mathcal{F}^{-1} \left[\tilde{I}_H \cdot \times H \right] \\
 \mathcal{F}^{-1} \left[\tilde{I}_H^{(F)} \right] &= I_H^{(F)}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

En resumé, Les détails des différentes étapes du filtrage dans le domaine spectrale, sans tenir compte de la technique de remplissage de zéro, peuvent être énumérer comme suit :

1- Calcul du spectre de l'hologramme : $\tilde{I}_H(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F} [I_H(x_h, y_h)]$

2- Multiplication du spectre par la réponse fréquentielle : c'est la version de l'hologramme filtré dans le domaine spectrale : $\tilde{I}_H^{(F)}(\omega_x, \omega_y) = \tilde{I}_H(\omega_x, \omega_y) \cdot \times H(\omega_x, \omega_y)$ (NB:Les deux matrices doivent avoir la même taille.)

3- Obtention de l'hologramme filtré dans le domaine spatiale

$$I_H^{(F)}(x_h, y_h) = \mathcal{F}^{-1} \left[\tilde{I}_H(\omega_x, \omega_y) \cdot \times H(\omega_x, \omega_y) \right]$$

H est appelé fonction de transfert du filtre ou réponse fréquentielle, dans la section suivante, on s'intéressera à la détermination et à l'obtention de la fonction de transfert.

2.4.1 Calcul de la fonction de transfert à partir du noyau du filtre

Le filtrage dans le domaine spatial est généralement plus efficace en termes de calcul que le filtrage dans le domaine des fréquences lorsque les noyaux sont petits. La définition de « petit » est une question dont la réponse dépend de facteurs tels que la machine et les algorithmes utilisés, ainsi que des questions telles que la taille des filtres de convolution, la qualité du traitement des données complexes et d'autres facteurs qui dépassent le cadre de cette discussion. Une comparaison effectuée par [35, 30, 1] à l'aide de fonctions 1-D montre que le filtrage à l'aide d'un algorithme FFT peut être plus rapide qu'une implementation spatiale lorsque les noyaux ont de l'ordre de 32 éléments ou plus, de sorte que les nombres en question ne sont pas importants. Il est donc utile de savoir comment convertir un filtre spatial en un filtre équivalent dans le domaine des fréquences afin d'obtenir des résultats comparables dans les deux domaines [30]. Dans cette section, nous nous intéressons à la détermination et à la conversion des noyaux des filtres spatiaux en fonctions de transfert équivalentes dans le domaine des fréquences, deux méthodes sont alors envisagées.

2.4.1.1 Méthode analytique

La définition générale de la fonctions de transfert ou de la réponse fréquentiel à partir d'un filtre numérique (réponse impulsionnelle finie) est

$$H(\omega_1, \omega_2) = \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N h(m, n) e^{-j(\omega_1 m + \omega_2 n)} \quad (2.19a)$$

Où $h(m, n)$ sont des nombres réels. On peut démontrer que lorsque $h(m, n) = h(-m, n)$ la fonction de transfert $H(\omega_1, \omega_2)$ est réelle (voir aussi le tableau (2.1)) et equivalent à :

$$H(\omega_1, \omega_2) = 2 \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N h(m, n) \cos(\omega_1 m + \omega_2 n) + 2 \sum_{m=1}^N h(m, 0) \cos(\omega_1 m) + h(0, 0) \quad (2.19b)$$

Dans le cas d'un filtre symétrique pour les deux arguments $h(m, n) = h(-m, -n)$, la fonction de transfert est une fonction réelle, paire et à symmetrie radiale dont la forme finale se simplifie à :

$$H(\omega_1, \omega_2) = \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N h(m, n) \cos(\omega_1 m + \omega_2 n) \quad (2.19c)$$

La formulation (2.19c) découle directement de l'équation (2.19b) en tenant compte de la

separation des termes à partir $m = 0$ et $n = 0$, tel que :

$$h(m, n) = h(-m, -n) \Rightarrow \begin{cases} h(0, n) = h(0, -n) \\ h(m, 0) = h(-m, 0) \\ h(m, n) = h(-m, -n) \end{cases} \quad (2.20a)$$

Un exemple de la disposition des indices de la réponse impulsionnelle finie pour une taille de 3×3 est :

$$h(m, n) = \begin{pmatrix} h(-1, -1) & h(-1, 0) & h(-1, 1) \\ h(0, -1) & h(0, 0) & h(0, 1) \\ h(1, -1) & h(1, 0) & h(1, 1) \end{pmatrix} \quad (2.20b)$$

2.4.1.2 Méthode numérique

La fonction Matlab **freqz2** calcule la réponse fréquentielle d'un filtre impulsionnelle finie h , seul type de filtre considéré dans ce mémoire. Le résultat est la fonction de transfert désiré dans le domaine fréquentiel. La syntaxe de cette fonction est :

$$\mathbf{H} = \text{freqz2}(\mathbf{h}, l, c) \quad (2.21)$$

Où h est le noyau spatial bidimensionnel et H est la correspondante fonction de transfert bidimensionnelle désirée. Ici, l est le nombre de ligne et c le nombre de colonnes de la taille souhaité de H , dans notre cas $l = N_y$ et $c = N_x$, $\mathbf{H} = \text{freqz2}(\mathbf{h}, N_y, N_x)$

2.4.2 Application du filtrage fréquentielle à la suppression de l'ordre zéro en HN

Le terme DC est une composante fréquentielle d'un signal qui correspond à une moyenne constante sur l'ensemble de l'image (voir la propriété de la valeur moyenne du tableau (2.3)). Ce terme est particulièrement problématique car il peut masquer l'information d'intérêt, notamment dans les régions de faible contraste ou lorsque les détails fins de l'objet sont difficiles à distinguer. Dans le cadre de l'holographie numérique, le terme DC représente l'intensité de l'onde de référence, qui est souvent concentrée au centre du spectre de Fourier [5] mais reste aussi à supprimer l'intensité de l'objet diffracté

2.4.3 Calcul de la fonction de transfert du Laplacien

Le Laplacien est un opérateur différentiel qui mesure la variation locale de la courbure d'une image, mettant en évidence les zones de transition rapide (bords). Dans le domaine spectral, il

correspond à un filtre passe-haut accentuant les hautes fréquences [37]. La forme générale du filtre Laplacien 3×3 FIR (finite impulse response) est exprimé en terme du coefficient $\alpha \in [0, 1]$ par

$$h_\alpha = \frac{4}{\alpha + 1} \begin{pmatrix} \frac{\alpha}{4} & \frac{1-\alpha}{4} & \frac{\alpha}{4} \\ \frac{1-\alpha}{4} & -1 & \frac{1-\alpha}{4} \\ \frac{\alpha}{4} & \frac{1-\alpha}{4} & \frac{\alpha}{4} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Le filtre (2.22) est à symétrie circulaire par rapport au centre, la double parité est systématiquement vérifiée ($h(n, m) = h(-n, -m)$), et par conséquent sa fonction de transfert est réelle, paire et à symétrie circulaire par rapport à l'origine. Ces types de filtres dit à déphasage nul sont conçus pour éliminer la distorsion de phase lors du traitement des images et hologrammes numériques. Le calcul de la fonction de transfert, on se reporte à (2.19c), on a alors

$$H_\alpha(\omega_1, \omega_2) = \frac{4\alpha}{1 + \alpha} \cos(\omega_1) \cos(\omega_2) + 2\left(\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}\right)[\cos(\omega_1) + \cos(\omega_2)] - \frac{4}{1 + \alpha} \quad (2.23)$$

Le filtre h_0 , est un cas particulier car il est identique à celui de l'équation (2.11); sa fonction de transfert peut être déduite directement de (2.23) pour $\alpha = 0$,

$$H_0(\omega_1, \omega_2) = +2[\cos(\omega_1) + \cos(\omega_2)] - 4 \quad (2.24)$$

Où ω_1, ω_2 sont respectivement les fréquences dans les deux directions : lignes et colonnes, tel que $-\pi \leq \omega_1, \omega_2 \leq \pi$

Les formes discrètes des fréquences sont exprimées par

$$\begin{aligned} \omega_k &= \frac{2\pi}{N_y} k; & -\left\lfloor \frac{N_y}{2} \right\rfloor \leq k \leq N_y - \left\lfloor \frac{N_y}{2} \right\rfloor - 1 \\ \omega_l &= \frac{2\pi}{N_x} l; & -\left\lfloor \frac{N_x}{2} \right\rfloor \leq l \leq N_x - \left\lfloor \frac{N_x}{2} \right\rfloor - 1. \end{aligned}$$

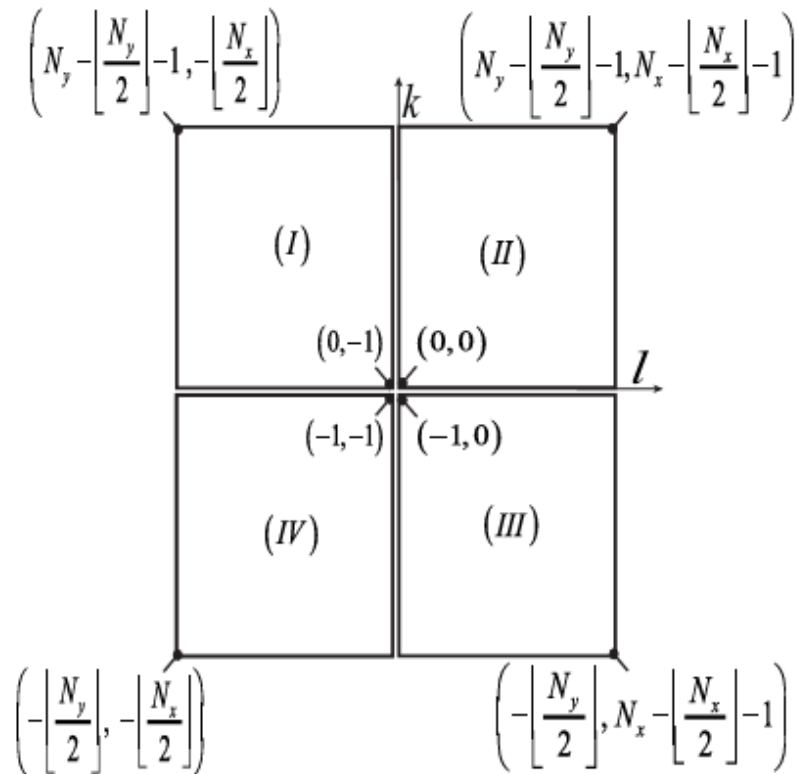


FIGURE 2.3 – Représentation de la matrice H_{kl} et designation des quadrants avec la disposition des indices (k, l) correspondants.

2.4.4 Construction de Filtre à partir démosaïquage "Bayer"

La méthode de démosaïquage (également appelée dématricage ou débayerisation) désigne l'ensemble des techniques permettant de reconstituer une image couleur complète à partir des données brutes capturées par un capteur d'appareil photo numérique, dont chaque photosite ne mesure qu'une seule composante couleur (rouge, vert ou bleu). Concrètement, la plupart des capteurs utilisent (CFA color filter array) une matrice de filtres colorés, typiquement une mosaïque de Bayer est un filtre physique, où chaque pixel du capteur ne capture qu'une seule couleur primaire. Le démosaïquage consiste alors à interpoler les valeurs manquantes pour chaque pixel, afin d'obtenir pour chacune valeur de rouge, de vert et de bleu, reconstituant ainsi l'image couleur complète [38]. Séparation des canaux : L'image brute est d'abord décomposée en trois sous-images correspondant à chaque couleur (R, V, B), chaque sous-image ne contenant d'informations que pour les pixels où cette couleur a été mesurée. Interpolation : Les valeurs manquantes pour chaque couleur à chaque pixel sont estimées à partir des valeurs connues des pixels voisins, selon divers algorithmes (copie, interpolation bilinéaire, bicubique, etc.). Reconstitution : On obtient ainsi pour chaque pixel une valeur estimée pour chaque couleur, permettant de reconstituer l'image couleur finale.

2.4.4.1 Dérivation de la fonction du filtre

L'intensité discrète de l'hologramme provenant du canal V (vert) d'un capteur CCD couleur échantillonné avec un filtre de Bayer peut s'écrire comme [39, 3] :

$$I_{HV}(k, l) = I_{HS}(k, l) \times \frac{1}{2} \left[1 + (-1)^{k+l} \right] + I_{Hb}(k, l) \times \frac{1}{2} \left[1 - (-1)^{k+l} \right] \quad (2.25)$$

I_{HS} est la matrice intensité de l'hologramme enregistré sans filtre de Bayer à partir d'un détecteur CCD monochrome à niveau de gris. I_{Hb} est la fonction d'interpolation bilinéaire utilisée pour reconstruire la matrice complète de l'hologramme à partir des échantillons du canal-V dont l'expression est

$$\begin{aligned} I_{Hb}(k, l) &= \frac{1}{4} [I_{HS}(k+1, l) + I_{HS}(k-1, l) + I_{HS}(k, l+1) + I_{HS}(k, l-1)] \\ &= I_{HS} \otimes h \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\text{le filtre } h = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(k, l) sont des coordonnées discrètes dans le plan du hologramme, avec $k = [1, \dots, N_y]$ et $l = [1, \dots, N_x]$, et $N_y \times N_x$ est le nombre de pixels de l'hologramme. Par conséquent, la distribution spectrale de l'hologramme est obtenue en introduisant une transformée de Fourier à l'équation (2.25)

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{HV}(m, n) &= \mathcal{F}[I_{HV}(k, l)] \\ &= \frac{1}{4} [2 + \cos(\omega_m) + \cos(\omega_n)] \times \left[\tilde{I}_{HS}(m, n) + \tilde{I}_{HS}\left(m - \frac{N_y}{2}, n - \frac{N_x}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

où (ω_m, ω_n) sont des fréquences spatiales et (m, n) les coordonnées discrètes dans le plan spectral. L'équation (2.27) est effectivement le produit de deux termes $[2 + \cos(\omega_m) + \cos(\omega_n)]$ et $\left[\tilde{I}_{HS}(m, n) + \tilde{I}_{HS}\left(m - \frac{N_y}{2}, n - \frac{N_x}{2}\right) \right]$. Elle révèle une caractéristique unique de l'hologramme obtenu de l'échantillon du canal-V. Le premier terme de (2.27) agit comme une fonction de modulation du second terme dans le domaine fréquentiel, et le second terme contient une double distribution d'hologrammes ce qui résultera à une double reconstruction d'images correspondant à $\tilde{I}_{HS}(m, n)$ et $\tilde{I}_{HS}\left(m - \frac{N_y}{2}, n - \frac{N_x}{2}\right)$.

L'application de la transformée de Fourier inverse à l'expression (2.27) dans le plan image ne donne qu'un seul terme d'ordre zéro se superposant à l'image de l'objet au centre du plan d'image. Cela est dû au rôle de la fonction de modulation spécifique, qui supprime efficacement les autres termes superposés. Cette propriété facilite une reconstruction plus claire de l'holo-

gramme à partir des données échantillonnées du canal-V avec un filtre Bayer, comme le montre la figure 2.4 la fonction de modulation et les images reconstruites d'un motif USAF-1951 [3].

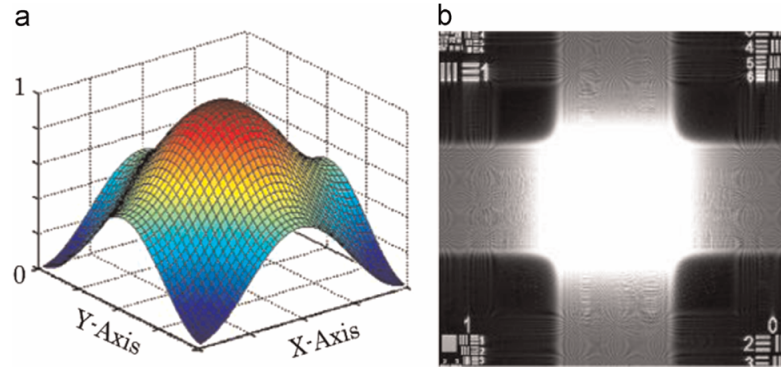


FIGURE 2.4 – Caractéristique de l'échantillonnage du canal-V en holographie numérique (a) fonction de modulation normalisée dans le domaine fréquentiel; (b) reconstruction de l'hologramme de Fresnel d'un modèle USAF-1951, où le terme d'ordre zéro couvre l'image de l'objet à l'emplacement central, et le terme conjugué est enlevé en utilisant la technique de décalage de phase.

Le filtre numérique est extrait de la fonction de modulation (2.27). Alors, elle est décalée de $(\frac{N_y}{2}, \frac{N_x}{2})$ dans le domaine fréquentiel pour produire une fonction de filtrage normalisée pour la suppression de l'ordre zéro. La fonction de filtrage modifiée est exprimée par l'équation.

$$\begin{aligned} H(\omega_m, \omega_n) &= \frac{1}{4} [2 + \cos(\omega_m - \pi) + \cos(\omega_n - \pi)] \\ &= \frac{1}{4} [2 - \cos(\omega_m) - \cos(\omega_n)] \end{aligned} \quad (2.28)$$

Nous déduisons que la fonction de transfert obtenue en (2.28) appartient à la famille des fonctions de transfert du filtre Laplacien (2.23). En effet, si on multiplie l'équation (2.24) par $-\frac{1}{8}$ nous obtiendrons la même formulation. Exceptionnellement, on peut obtenir le noyau du filtre :

$$\left(-\frac{1}{8}\right) \times \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow h_{BAY} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{8} & 0 \\ -\frac{1}{8} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{8} \\ 0 & -\frac{1}{8} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

2.5 Filtrage non linéaire : Méthode homomorphique

L'auteur [40] a utilisé le modèle illumination-réflexion pour développer une procédure de filtrage dans le domaine spectral dans le but de supprimer l'ordre zéro, et d'améliorer le contraste de l'image reconstruite. Un hologramme $I_H(x_h, y_h)$ est alors exprimée sous forme d'un produit des deux composantes : l'illumination $I_L(x_h, y_h)$ et la réflectance $I_R(x_h, y_h)$

$$I_H(x_h, y_h) = I_L(x_h, y_h) \times I_R(x_h, y_h) \quad (2.30)$$

Cette équation ne peut être utilisée directement pour opérer sur les composantes fréquentielles de l'illumination et de la réflectance car la transformée de Fourier d'un produit est différente du produit des transformées de Fourier : $\mathcal{F}[I_H(x_h, y_h)] \neq \mathcal{F}[I_L(x_h, y_h)] \times \mathcal{F}[I_R(x_h, y_h)]$

L'introduction d'un opérateur logarithmique à (2.30) permet de lever cette limitation en convertissant un produit en une addition de la sorte

$$\begin{aligned} A_H(x_h, y_h) &= \ln[I_H(x_h, y_h)] \\ &= \ln[I_L(x_h, y_h)] + \ln[I_R(x_h, y_h)] \end{aligned} \quad (2.31)$$

Le système étant linéaire, la transformée de Fourier de l'équation précédente donne

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[A_H(x_h, y_h)] &= \mathcal{F}\{\ln[I_H(x_h, y_h)]\} \\ &= \mathcal{F}\{\ln[I_L(x_h, y_h)]\} + \mathcal{F}\{\ln[I_R(x_h, y_h)]\} \\ F_H(\omega_x, \omega_y) &= F_L(\omega_x, \omega_y) + F_R(\omega_x, \omega_y) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Par simple identification dans l'équation (2.32) les substitutions effectuées sont : $F_H(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F}\{\ln[I_H(x_h, y_h)]\}$, $F_L(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F}\{\ln[I_L(x_h, y_h)]\}$ et $F_R(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F}\{\ln[I_R(x_h, y_h)]\}$

On peut filtrer $F_H(\omega_x, \omega_y)$ en utilisant un filtre de fonction de transfert $H(\omega_x, \omega_y)$ tel que

$$\begin{aligned} S(\omega_x, \omega_y) &= F_H(\omega_x, \omega_y) H(\omega_x, \omega_y) \\ &= F_L(\omega_x, \omega_y) H(\omega_x, \omega_y) + F_R(\omega_x, \omega_y) H(\omega_x, \omega_y) \end{aligned} \quad (2.33)$$

l'hologramme, ou image, filtré dans le domaine spatiale est alors

$$\begin{aligned} s(x_h, y_h) &= \mathcal{F}^{-1}[S(\omega_x, \omega_y)] \\ &= \mathcal{F}^{-1}[F_L(\omega_x, \omega_y) H(\omega_x, \omega_y)] + \mathcal{F}^{-1}[F_R(\omega_x, \omega_y) H(\omega_x, \omega_y)] \\ s(x_h, y_h) &= I_L^{(M)}(x_h, y_h) + I_R^{(M)}(x_h, y_h) \end{aligned} \quad (2.34)$$

De même dans (2.34), on a posé : $I_L^{(M)}(x_h, y_h) = \mathcal{F}^{-1}[F_L(\omega_x, \omega_y) H(\omega_x, \omega_y)]$ et

$I_R^{(M)}(x_h, y_h) = \mathcal{F}^{-1}[F_R(\omega_x, \omega_y) H(\omega_x, \omega_y)]$

Puisque tout au début, $A_H(x_h, y_h)$ a été formé par l'introduction de l'opérateur logarithme

népérien sur l'hologramme d'entrée $I_H(x_h, y_h)$, on inverse le processus par introduire un opérateur exponentiel du résultat filtré (2.34) pour former l'hologramme de sortie $I_H^{(F)}(x_h, y_h)$, ainsi

$$\begin{aligned}
 I_H^{(F)}(x_h, y_h) &= \exp[s(x_h, y_h)] \\
 &= \exp\left[I_L^{(M)}(x_h, y_h)\right] \times \exp\left[I_R^{(M)}(x_h, y_h)\right] \\
 &= I_L^{(F)}(x_h, y_h) \times I_R^{(F)}(x_h, y_h)
 \end{aligned}
 \tag{2.35}$$

$I_L^{(F)}$ et $I_R^{(F)}$ sont les composantes de l'illumination et la réflectance de l'image filtrée (sortie).

La figure (2.5) résume l'approche de filtrage qui vient d'être dérivée. Cette méthode est basée sur un cas particulier d'une classe de systèmes connus sous le nom de systèmes homomorphiques. La clé de cette approche réside dans la séparation des composantes d'illumination et de réflectance, réalisée sous la forme présentée dans l'équation (2.31). La fonction de transfert du filtre homomorphique, $H(\omega_x, \omega_y)$, peut alors opérer sur ces composantes séparément, comme indiqué par l'Eq. (2.34).

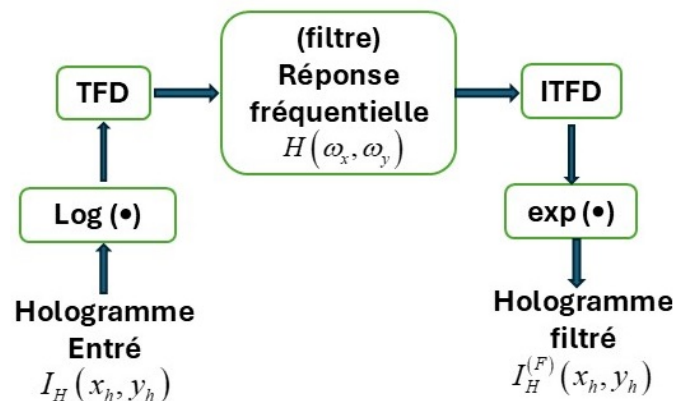


FIGURE 2.5 – Les étapes du filtrage homomorphique en holographie numérique.

La composante d'illumination d'une image est généralement caractérisée par des variations spatiales lentes, tandis que la composante de réflectance tend à varier de manière abrupte, en particulier aux jonctions d'objets non semblables (bord). Ces caractéristiques conduisent à associer les basses fréquences de la transformée de Fourier du logarithme d'une image à l'illumination, et les hautes fréquences à la réflectance. Bien que ces associations soient des approximations grossières, elles peuvent être exploitées avantageusement dans le filtrage d'images.

2.5.1 Fonction de transfert d'un filtre homomorphique

Un bon compromis de contrôle peut être obtenu sur les composantes de l'illumination et la réflectance à l'aide d'un filtre homomorphique. Ce contrôle nécessite la spécification d'une fonction de transfert de filtre $H(\omega_x, \omega_y)$ qui agit sur les composantes basses et hautes fréquences

de la transformée de Fourier de manière différente et contrôlable. La fonction de transfert du filtre homomorphique est donnée par l'expression :

$$H(\omega_x, \omega_y) = (r_H - r_L) \left\{ 1 - \exp \left[-c \left(\frac{D(\omega_x, \omega_y)}{D_0} \right)^2 \right] \right\} + r_L \quad (2.36a)$$

$D(\omega_x, \omega_y)$ est la distance entre un point (ω_x, ω_y) dans le domaine fréquentiel et le centre du rectangle fréquentiel de dimensions $N_y \times N_x$; définie par :

$$D(\omega_x, \omega_y) = \sqrt{\left(\omega_x - \left\lfloor \frac{N_x}{2} \right\rfloor \right)^2 + \left(\omega_y - \left\lfloor \frac{N_y}{2} \right\rfloor \right)^2} \quad (2.36b)$$

D_0 est la fréquence de coupure du filtre, c une constante qui contrôle la raideur de la pente de la fonction lors de sa transition entre r_L et r_H ; la figure (2.6b) montre une coupe transversale d'une telle fonction. Si les paramètres r_L et r_H sont choisis de sorte que $r_L < 1$ et $r_H \geq 1$, la fonction de filtre montré dans la figure (2.6a) atténuera la contribution des basses fréquences (illumination) et amplifiera celle des hautes fréquences (réflectance). Le résultat final est simultanément une compression de l'étendue dynamique et une amélioration du contraste . Dans le cas où les paramètres prennent les valeurs spécifiques suivantes : $r_L = 0$; $r_H = 1$; $c = 0.5$; le filtre peut être considéré comme un filtre gaussien passe haut.

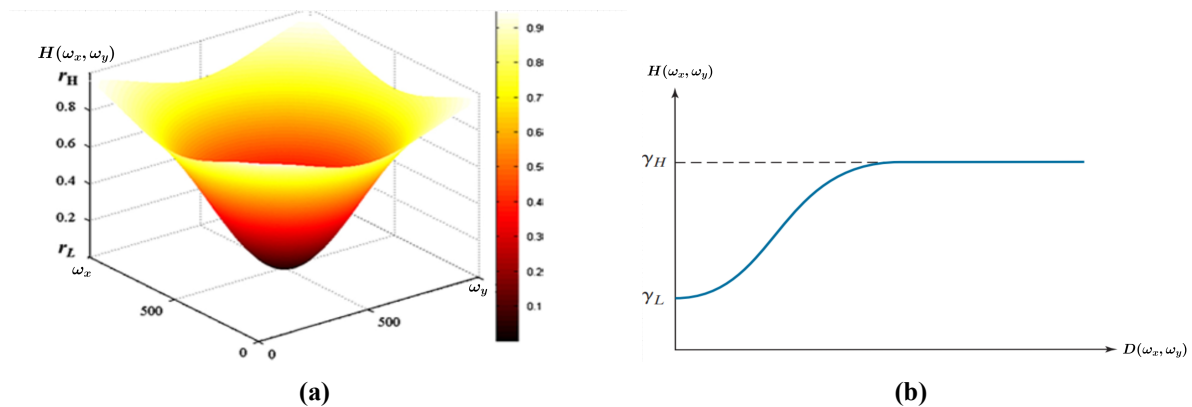


FIGURE 2.6 – (a) Fonction de transfert du filtre homomorphique. (b) Section radiale.

VALIDATION DU MODÈLE ILLUMINATION-RÉFLEXION À L'HOLOGRAPHIE L'hologramme numérique enregistré par le plan du capteur CCD peut s'écrire comme suit :

$$I_H = (R + O)(R + O)^*$$

ou : $O(x, y)$: est l'amplitude complexe de l'onde objet, $R(x, y)$: est l'amplitude complexe de

l'onde de référence. Par une simple transformation, la distribution d'intensité de l'hologramme peut être vue comme le produit de la composante incidente (illumination) I_L et de la composante de réflexion I_R , comme indiqué dans l'équation (2.30).

$$I_H = |R|^2 \left(1 + \frac{O}{R}\right) \left(1 + \left(\frac{O}{R}\right)^*\right) = I_L \cdot I_R \quad (2.37)$$

Selon le développement précédent, la méthode de filtrage homomorphique est applicable à la suppression du terme d'ordre zéro et à l'amplification du terme d'ordre supérieur. Il suffit de suivre la méthodologie montrée dans la figure (2.5) dont les étapes à son implementation sont décrites comme suit :

- 1- Logarithm sur la distribution de l'hologramme :** $\ln I_H = \ln |R|^2 + \ln \left(1 + \frac{O}{R}\right) + \ln \left(1 + \frac{O}{R}\right)^*$
- 2- Transformée de Fourier (domaine spectrale) :** $\mathcal{F}[\ln(I_H)] = \mathcal{F}[\ln(|R|^2)] + \mathcal{F}[\ln\left(1 + \frac{O}{R}\right)] + \mathcal{F}[\ln\left(1 + \frac{O}{R}\right)^*]$
- 3- Multiplication par la fonction de transfert, Eq. (2.36a) :** $\mathcal{F}(\ln I_H) \times H(\omega_x, \omega_y)$
- 4- Transformée de Fourier inverse (domaine spatial) :** $\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(\ln I_H) \times H(\omega_x, \omega_y)]$
- 5- Obtention de l'hologramme filtré par introduction de l'exponentiel (inverse logarithmique) :**
 $I_H^{(F)} = \exp\{\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(\ln I_H) \times H(\omega_x, \omega_y)]\}$

2.6 Exploitation de la symétrie dans les calculs

Dans le contexte de l'holographie numérique, l'exploitation des propriétés symétriques des matrices s'avère particulièrement avantageuse d'un point de vue calcul informatique. En effet, certaines méthodes proposées permettent de réaliser des calculs plus efficaces, notamment en temps réel, en tirant parti de ces symétries inhérentes. Ce type d'approche, bien que rarement exploré dans la littérature existante, peut considérablement optimiser les performances des algorithmes de traitement. Les matrices issues de la transformation de Fourier des hologrammes présentent généralement des symétries spécifiques, notamment des symétries paires et des symétries hermitiennes. Lorsqu'une matrice est centrée, elle peut être divisée en quatre quadrants autour de son centre, chacun présentant des relations de symétrie par rapport aux autres. Ces propriétés permettent de réduire le nombre d'opérations nécessaires : par exemple, dans le cas du produit de Hadamard, la charge de calcul peut être réduite de moitié [37]. Par ailleurs, les symétries hermitiennes jouent un rôle crucial, car elles garantissent que l'ensemble de l'information contenue dans l'hologramme est accessible à partir de la seule moitié de son spectre fréquentiel. Ainsi, une gestion plus économique de la mémoire et des ressources de calcul est rendue possible, tout en assurant une reconstruction fidèle de l'image holographique.

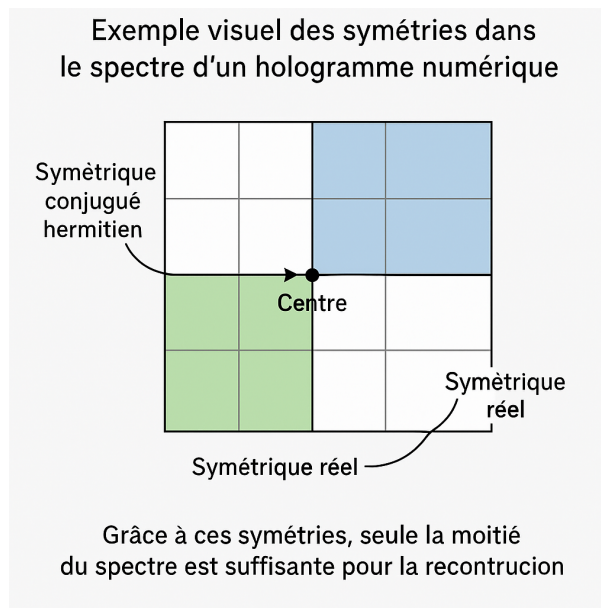


FIGURE 2.7 – Exemple visuel des Considérations symétriques

2.7 Expérimentation numérique

Afin de tester et d'analyser les résultats des méthodes de filtrages traitées dans ce chapitre destinée principalement à la suppression de l'ordre zéro en holographie numérique. Nous allons considérer tout au long de cette expérimentation un hologramme généré par ordinateur issue de la simulation. Les étapes pour la génération d'un hologramme simulé sont données comme suit :

Étape-1 : Choix de l'objet 2-D bidimensionnel ou 3-D dans notre cas c'est un objet 2-D consistant en une image représentant la mire USAF 51 , **Figure (2.8a)**

Étape-2 : L'objet de **Étape-1** est plongé au centre d'une matrice de zéro de taille 3 fois ou plus que celle de l'image originale, **Figure (2.8b)**. Cette opération est nécessaire pour les hologrammes hors-axe afin d'éviter le chevauchement des ordres.

Étape-3 : Formation de l'onde de référence plane R en spécifiant les angles d'inclinaisons, voir **équation (1.18)**

Étape-4 : Diffraction directe de l'objet obtenue dans **Étape-2**

Étape-5 : Formation des interférences (hologramme complexe) par sommation des résultats : (**Étape-3+Étape-4**).

Étape-6 : Acquisition de l'intensité de l'hologramme selon la loi quadratique : $|\text{Étape-5}|^2$. Le résultat de l'hologramme simulé est montré dans la **Figure (2.8c)**

Hologramme de vérité (sans ordre zéro) est simulée en reproduisant la méthode des auteurs de la référence [41] tel que : $|\text{Étape-5}|^2 - |\text{Étape-4}|^2 - |\text{Étape-3}|^2$ le résultat est un hologramme sans ordre zéro. On note que l'écriture $|\text{Étape}|$ désigne la valeur absolue du résultat de l'**Étape**.

L'implémentation numérique des étapes de la simulation des hologrammes est donnée sous forme d'interface utilisateur sous Matlab live script (voir l'**Tableau (4.1)**).

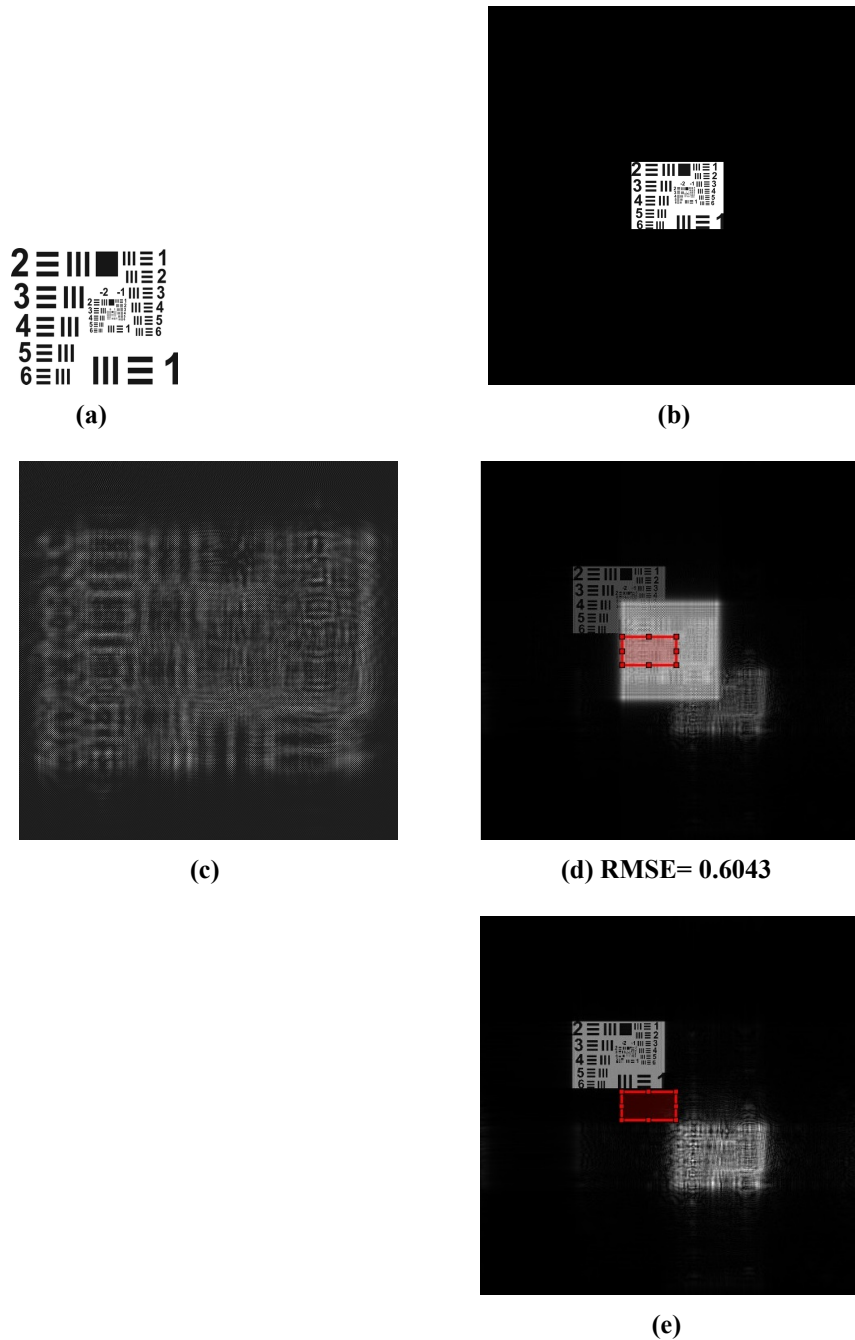


FIGURE 2.8 – (a) Image originale : mire USAF 51 (United States Air Force) 340×249 pixels, (b) Image remplie avec une matrice de zéro de taille 1400×1400 pixels. (c) Hologramme simulé. (d) Reconstruction d'image de l'hologramme simulé. (e) Reconstruction de l'hologramme de vérité. Dans (c),(d) et (e) les matrices ont la même taille 1400×1400 pixels et les paramètres d'enregistrement/reconstruction : $\lambda = 633 \text{ nm}$, $\Delta_P = 2.2 \mu \text{ m}$ et $d = 4 \text{ cm}$.

Afin d'évaluer la qualité de suppression de l'ordre zero, on utilise l'erreur quadratique moyenne RMSE définie par

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{M_R \times N_R} \sum_{m=1}^{M_R} \sum_{n=1}^{N_R} [A_{reconst}(m, n) - A_{verit}(m, n)]^2}$$

$M_R \times N_R$ la taille de la region d'intérêt (ROI), un exemple de sa designation est montrée par le rectangle rouge dans les figures (2.8d) et (2.8e). $A_{reconst}$ et A_{verite} sont respectivement les images reconstruites sans filtrage (2.8d) et celle issue d'un hologramme de vérité (2.8e) (ne contient pas l'ordre zero).

MÉTHODE DE KREIS A l'origine la méthode de suppression de l'ordre zero par [5] est développé pour opérer dans le domaine spatial, **équation** (2.4). On peut facilement montrer qu'elle est équivalente à un filtrage spectrale qui suit les étapes mentionnée dans la page 38. La fonction de transfert sera définie pour supprimer uniquement la composante centrale de basse fréquence, ainsi

$$\begin{cases} H(\omega_x, \omega_y) = 0, & \text{si } (\omega_x, \omega_y) = (\omega_{xc}, \omega_{yc}) \\ H(\omega_x, \omega_y) = 1; & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$(\omega_{xc}, \omega_{yc})$ sont les coordonnées du centre du spectre de l'hologramme.

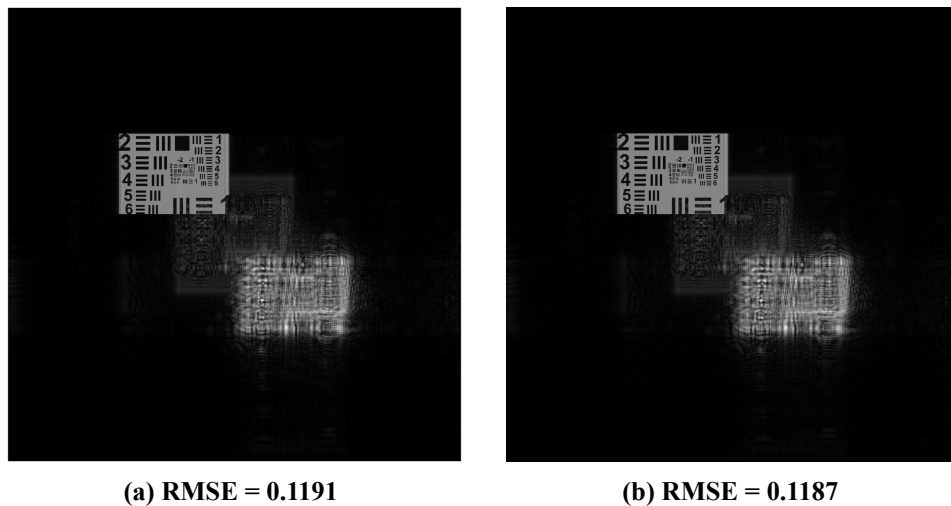


FIGURE 2.9 – Suppression de l'ordre zéro par méthode de Kreis [2] : (a) Domaine spatiale. (b) Domaine spectrale.

Les figures (2.9) montrent visuellement une suppression partiel de l'ordre zero, le RMSE du domaine spectral (2.9b) est modérément meilleur que celui du domaine spatial (2.9a).

FILTRE MOYENNEUR

Le filtrage dans le domaine spatiale par filtre moyennneur par application de la formulation (2.6) est illustré dans les figures (2.10) pour les différentes taille du noyau du filtre h .

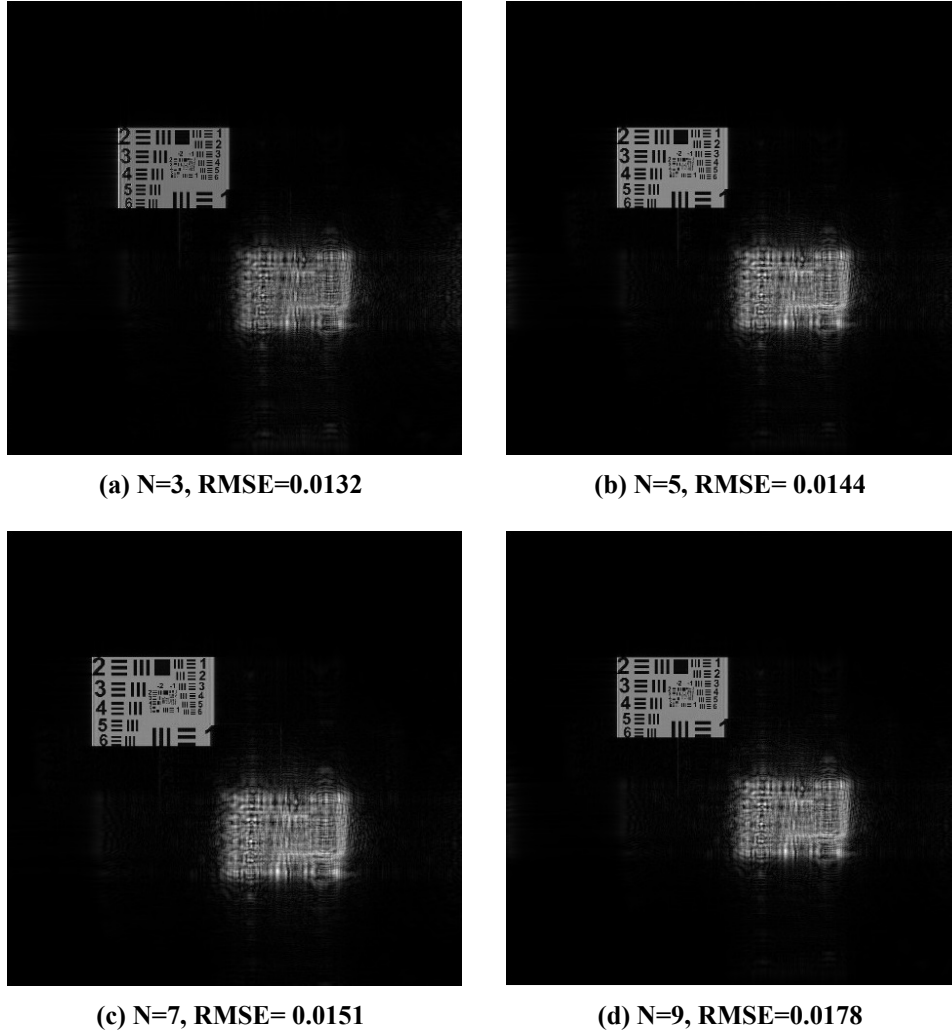


FIGURE 2.10 – Visualisation de la suppression de l'ordre zéro dans le domaine spatial par filtre moyennneur de taille $N=3, 5, 7$ et 9 .

Afin d'opérer dans le domaine spectral, l'introduction de la transformée de Fourier sur l'équation (2.6) nous mène à déduire la fonction de transfert pass-haut

$$H_{PH}(m, n) = 1 - H_{PB}(m, n)$$

La fonction de transfert passe-bas H_{PB} est calculée en appliquant l'une des méthodes analytique ou numérique au filtre passe-bas, par exemple pour $N = 3$ (2.7). Sa forme analytique est déterminée comme suit :

$$H_{PH}(\omega_m, \omega_n) = 1 - \frac{1}{9} [4 \cos(\omega_m) \cos(\omega_n) + 2 \cos(\omega_m) + 2 \cos(\omega_n) + 1]$$

Il est important de mentionner que les deux méthodes destinées pour le calcul de la fonction de transfert (voir page 41) sont équivalentes et fournissent le même résultat.

Les figures (2.11) illustre les representations 2D ou 3D des fonctions de transferts pour $N = 3$ et $N = 9$.

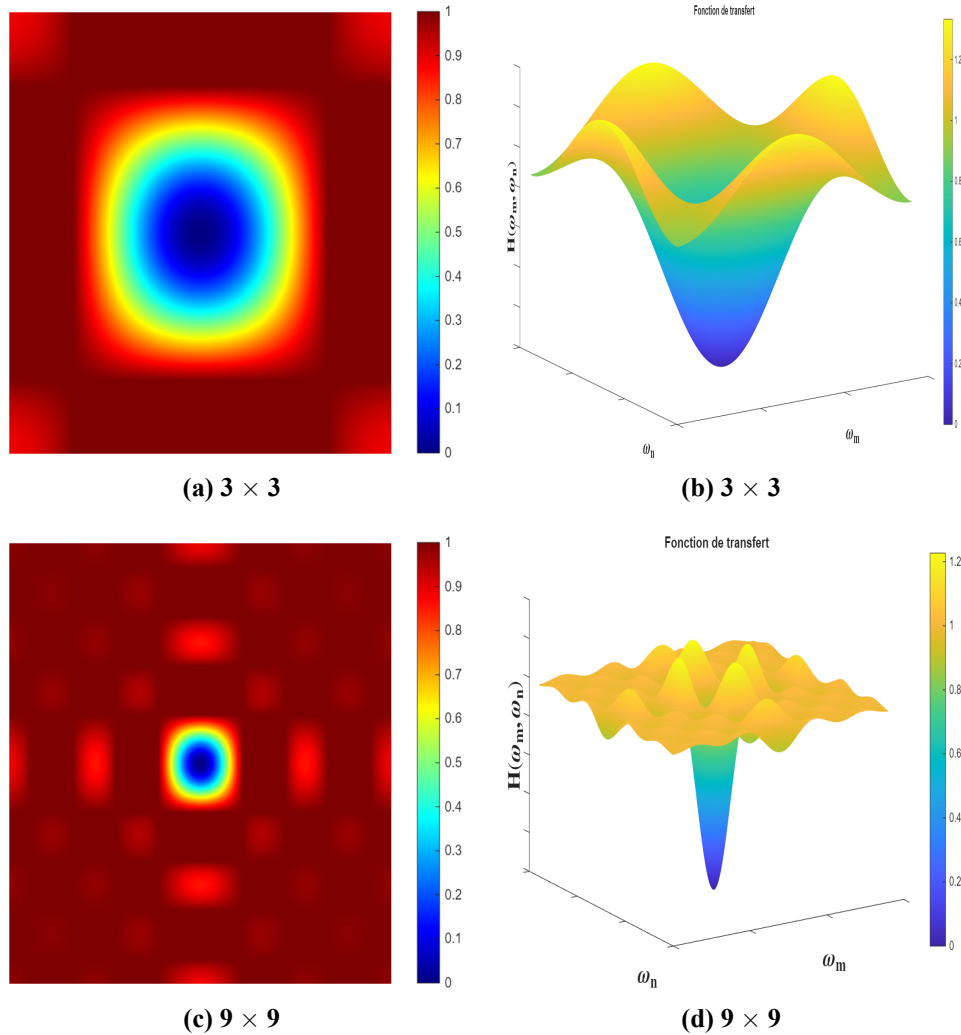


FIGURE 2.11 – Fonction de transfert de filtre moyennneur de taille $N=3$ et $N=9$

La première ligne du **Tableau (2.4)** fournit les résultats **RMSE** de la suppression de l'ordre zéro en terme de la taille N du noyau de filtre. Le filtrage suit la procédure de la **Figure (2.2)**. La deuxième ligne avec l'annotation (*) fournit les résultats de la méthode de remplissage de zéro (zero padding), cette méthode est similaire à la première mais elle inclut un pré- et un post-traitement généralement utilisé pour la circularité de convolution.

Dans les deux résultats l'augmentation de la taille a pour effet l'augmentation du **RMSE**. La méthode de remplissage de zéro n'apporte aucune amélioration contrairement à son utilisation

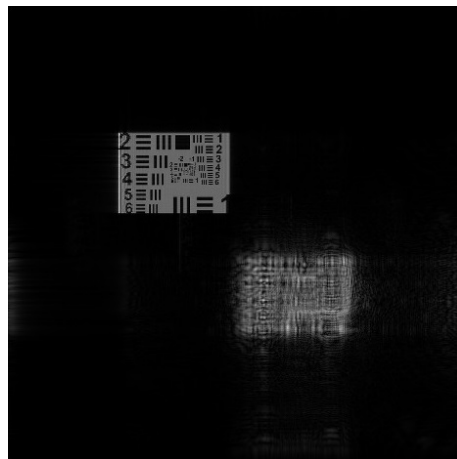
en traitement numérique d'image pour résoudre le problème d'erreur de débordement circulaire.

Filtre moyenneur				
Taille N	3×3	5×5	7×7	9×9
RMSE	<u>0.0133</u>	0.0144	0.0151	0.0178
RMSE*	0.0238	0.0226	0.0238	0.0281

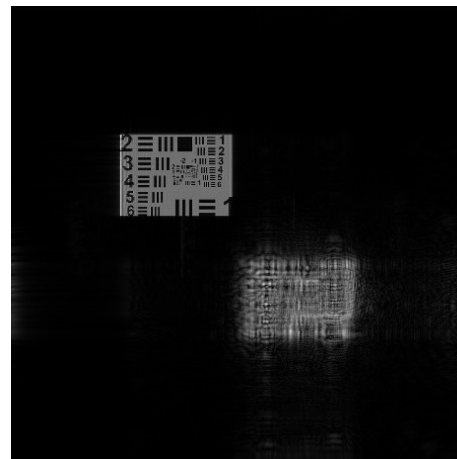
TABLEAU 2.4 – Résultat du filtrage spectral par filtre moyenneur de taille N=3, 5, 7 et 9. L'annotation * indique que le filtrage est accompli avec un zero padding.

FILTRE LAPLACIEN

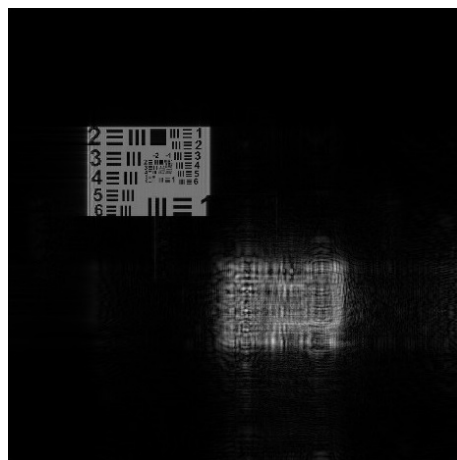
Les figures (2.12) montrent les cas de reconstruction d'image holographique avec filtrage de l'ordre zero dans le domaine spatiale par un filtre Laplacien (2.22) pour les différentes valeurs du coefficient α . La méthode [34] correspondant à $\alpha = 0$ présente la meilleur performance, voir **Figure (2.12a)**.



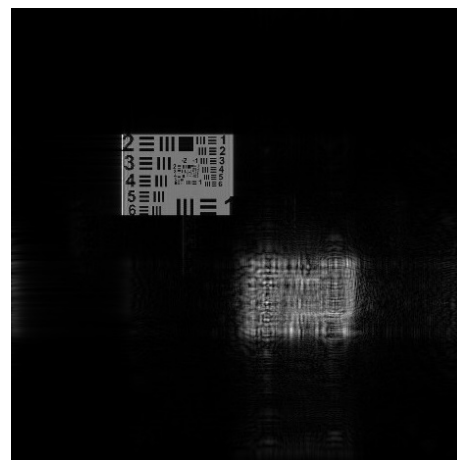
(a) $\alpha = 0$, $RMSE = 0.0121$



(b) $\alpha = 0.25$, $RMSE = 0.0126$



(c) $\alpha = 0.50$, $RMSE = 0.0132$



(d) $\alpha = 1$, $RMSE = 0.0142$

FIGURE 2.12 – Visualisation de la suppression de l'ordre zéro avec filtrage dans le domaine spatiale d'un noyau Laplacien pour différentes valeurs de α .

Les fonctions de transfert du filtre laplacien obtenues à partir de (2.23) pour les valeurs limites $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$ sont illustrés dans les figures (2.13).

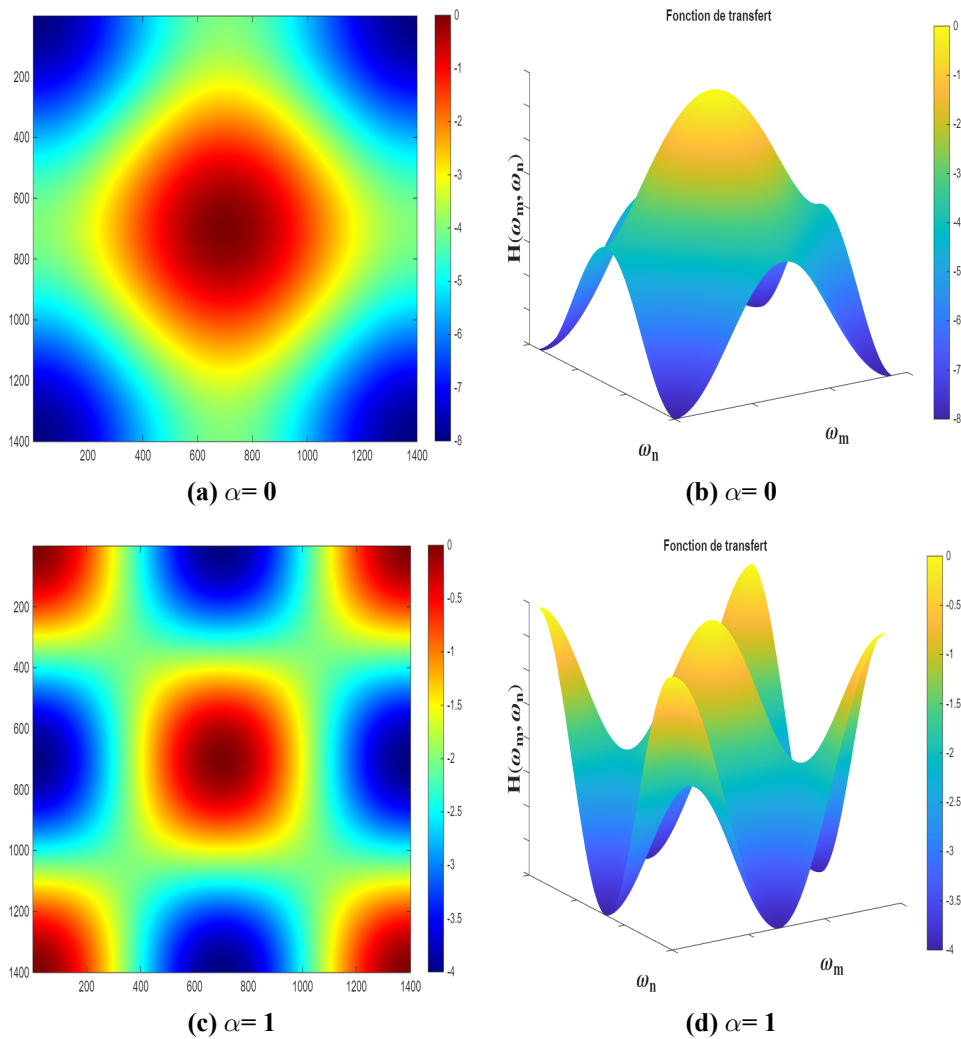


FIGURE 2.13 – Representation graphique de la fonction de transfert d'un filtre Laplacien : $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$

Le **Tableau (2.5)** fourni les résultats de l'expérimentation pour la suppression de l'ordre zero dans le domaine spectral par Laplacien pour le différents valeur de α . Nous confirmons la performance précédente pour $\alpha = 0$ et encore une autre fois la technique du "zero padding" n'apporte aucune amelioration significative pour toute valeur de α .

Filtre laplacien					
α	0	0.25	0.50	0.75	1
RMSE	0.0120	0.0127	0.0133	0.0138	0.0143
RMSE*	0.0192	0.0218	0.0238	0.0254	0.0268

TABLEAU 2.5 – Résultat du filtrage spectral par laplacien en termes du coefficient α . L'annotation * indique que le filtrage est accompli avec un remplissage de zéro.

Nous avons montré que la fonction de transfert issue de la derivation de débayerisation est un

cas particulier de la fonction de transfert du laplacien avec $\alpha = 0$ à part un facteur multiplicateur égale à $(-1/8)$. Les résultats du **RMSE** sont identiques comme le confirme la **Figure (2.14a)**.

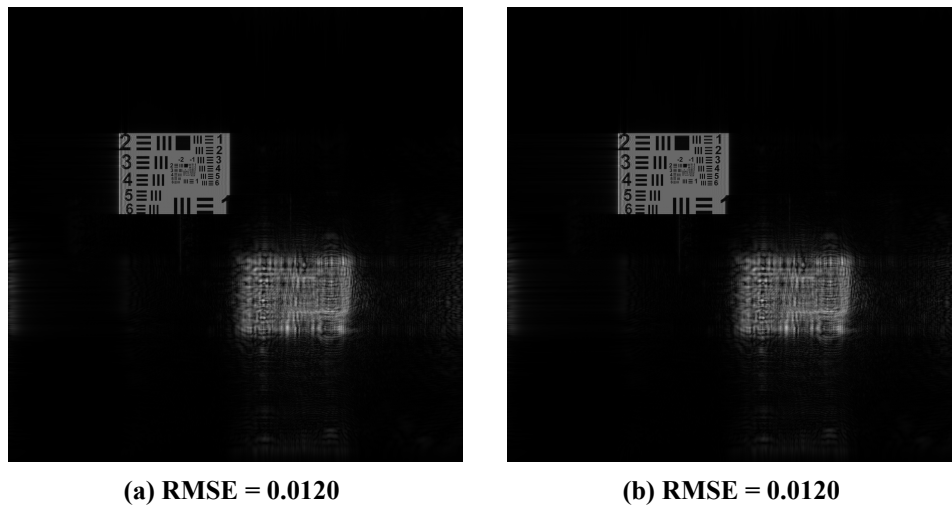
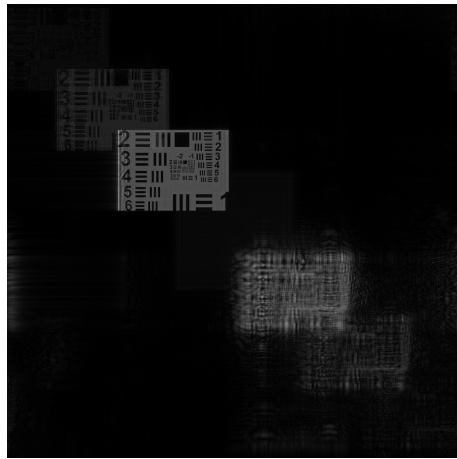


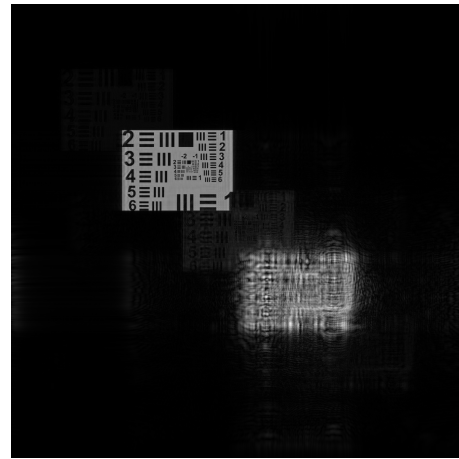
FIGURE 2.14 – Suppression de l’ordre zéro par méthode de [3] : (a) domaine spatiale à partir du filtre (2.29). (b) domaine spectrale.

FILTRAGE HOMOMORPHIQUE

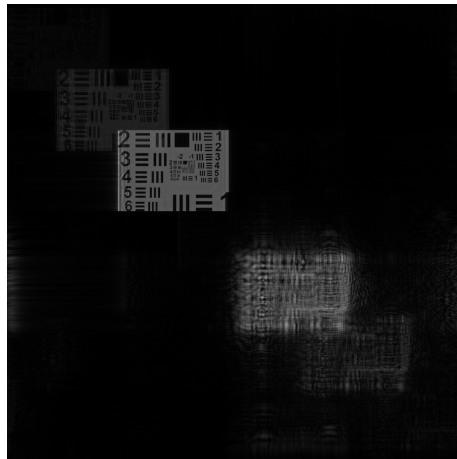
Le filtrage homomorphique utilise la fonction de transfert exprimé par l’**équation (2.36a)** qui dépend de plusieurs paramètres lors de sa conception. Les figures (2.10) illustrent les reconstructions des images holographiques avec filtrage homomorphique pour différents ensembles des paramètres. La meilleur performance du **RMSE** est atteinte pour l’ensemble de paramètres de la **Figure (2.15c)** correspondant à un filtre gaussien passe-haut, plus encore dans ce cas, nous pouvons améliorer le **RMSE** en réduisant le paramètre c jusqu’à $c = 0.3$ mais cela affectera significativement la qualité de l’image reconstruite. L’inconvénient majeur de cette méthode de filtrage est la génération d’artefacts et la deterioration de la qualité de l’image reconstruite (information d’intérêt) comme le montre dans les figures (2.15), ce qui constitue un problème majeur.



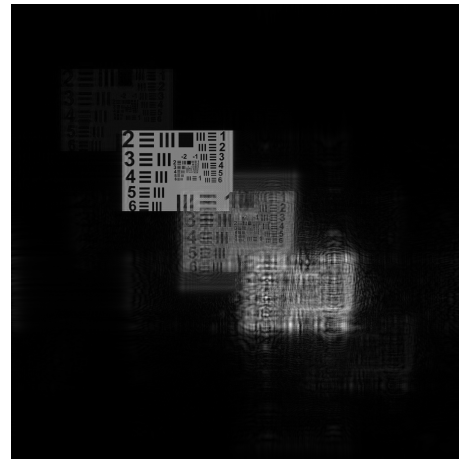
(a) RMSE = 0.0279
 $D_0 = 500, r_H = 1, r_L = 0.001$ et $c = 0.1$



(b) RMSE = 0.0720
 $D_0 = 500, r_H = 1, r_L = 0.001$ et $c = 5$



(c) RMSE = 0.0116
 $D_0 = 500, r_H = 1, r_L = 0$ et $c = 0.5$



(d) RMSE = 0.3031
 $D_0 = 200, r_H = 2, r_L = 0.2$ et $c = 5$

FIGURE 2.15 – Suppression de l'ordre zero par la méthode homomorphique : (a) $D_0 = 500, r_H = 1, r_L = 0.001$ et $c = 0.1$ (b) $D_0 = 500, r_H = 1, r_L = 0.001$ et $c = 5$ (c) $D_0 = 500, r_H = 1, r_L = 0$ et $c = 0.5$ et (d) $D_0 = 200, r_H = 2, r_L = 0.2$ et $c = 5$

La **Figure (2.16)** illustre les fonctions de transfert homomorphiques pour deux ensembles de paramètres

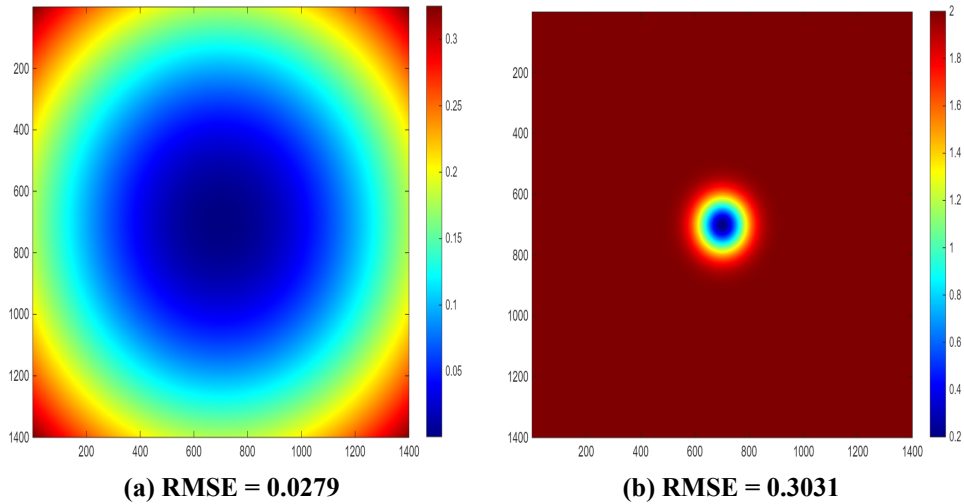


FIGURE 2.16 – Fonction de transfert de filtre homomorphique : (a) $D_0 = 500$, $r_H = 1$, $r_L = 0.001$ et $c = 0.1$ (b) $D_0 = 200$, $r_H = 2$, $r_L = 0.2$ et $c = 5$

Les programmes de filtrages dans les domaines spatial et spectral peuvent être consulté dans les annexes (4.3) et (4.4).

Conclusion

Nous avons présenté au cours de ce chapitre les techniques de filtrage linéaire désignées pour la suppression de l'ordre zéro en holographie numérique. En premier, nous avons exposé les bases théoriques et les fondements mathématiques du filtrage dans les deux domaines : spatial et spectral. Un lien d'équivalence entre les deux approches est mis en évidence à l'aide du théorème de la convolution. L'implication directe de la transformée de Fourier dans le process de filtrage spectral, nous a mené à étudier sa version discrete TFD 2-D et ses propriétés ; elements clés qui permettent d'une part le passage d'un domaine à l'autre et d'autre part par leurs utilités comme outil de calcul indispensable dans l'implementation numérique, qui est par ailleurs largement répandu dans ce mémoire. Un travail de synthèse a été effectué pour l'unification du formalisme de filtrage spectral notamment le calcul de la fonction de transfert du filtre à partir du noyau du filtre (domaine spatial), ainsi que leurs applications en holographie numérique. Le filtrage spectral non linéaire homomorphique a été aussi abordé, et un modèle basé sur la luminance-reflectance est proposé et implémenté. Les résultats de toute les méthodes de filtrage proposé ont été examiné et évalué à l'aide d'une métrique **RMSE** indicateur efficient de la suppression de l'ordre zero par le filtrage. Le contenu de ce chapitre sera utilisé dans le dernier chapitre.

Selection et extraction spectral de l'ordre d'intérêt

3.1 Spectre d'un hologramme à configuration hors-axe

La selection de l'ordre d'intérêt (+1) d'un hologramme à configuration hors-axe s'opère dans le domaine spectral. On rappelle que dans le domaine spatial, l'intensité de l'hologramme acquit par les photodetecteur CCD/CMOS est donnée par

$$\begin{aligned} I_H &= |R + O|^2 \\ &= RR^* + OO^* + RO^* + R^*O \end{aligned}$$

Le spectre de l'hologramme est alors calculé par transformée de Fourier de l'intensité de l'hologramme,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[I_H] &= \tilde{I}_H \\ &= \mathcal{F}[|R_o|^2] + \mathcal{F}[|O|^2] + \mathcal{F}[RO^*] + \mathcal{F}[R^*O]. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Afin de montrer la separation spectrale des ordres, on utilisera une onde de référence plane inclinée rapport aux plans $z - x_h$ et $z - y_h$ des angles α, β , respectivement.

$$\begin{aligned} R(x_h, y_h) &= R_o \exp \left[j2\pi \left(x_h \frac{\cos \alpha}{\lambda} + y_h \frac{\cos \beta}{\lambda} \right) \right] \\ &= R_o \exp [j2\pi (x_h f_{ox} + y_h f_{oy})] \end{aligned} \quad (3.2)$$

où $(f_{ox}, f_{oy}) = \left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}, \frac{\cos \beta}{\lambda} \right)$ sont les fréquences.

La substitution de l'onde de référence plane (3.2) dans (3.1) donne

$$F[I_H] = \underbrace{R_o^2 \delta(f_x, f_y) + \tilde{O} \otimes \tilde{O}^*}_{\text{ordre0}} + \underbrace{R_o \tilde{O}^*(f_x - f_{ox}, f_y - f_{oy})}_{\text{ordre+1}} + \underbrace{R_o \tilde{O}(f_x + f_{ox}, f_y + f_{oy})}_{\text{ordre-1}} \quad (3.3)$$

L'équation (3.3) regroupe trois termes, les détails de leurs obtentions sont énumérés comme suit :

Ordre zéro $\mathcal{F}[R_o^2] + \mathcal{F}[|O|^2] = R_o^2 \delta(f_x, f_y) + \tilde{O} \otimes \tilde{O}^*$ (théorème de Wiener-Khinchin $\mathcal{F}[|O|^2] = \tilde{O} \otimes \tilde{O}^*$) Autocorrélation

Ordre (+1)^a $\mathcal{F}[RO^*] = \mathcal{F}\{O^* \times R_o \exp[j2\pi(x_h f_{ox} + y_h f_{oy})]\} = R_o \tilde{O}^*(f_x - f_{ox}, f_y - f_{oy})$.

Ordre(-1)^b $\mathcal{F}[R^*O] = \mathcal{F}\{O \times R_o \exp[-j2\pi(x_h f_{ox} + y_h f_{oy})]\} = R_o \tilde{O}(f_x + f_{ox}, f_y + f_{oy})$

^{a, b} utilise la propriété de translation, voir **Tableau (2.3)**.

Nous avons montré que les ordres sont séparés dans le domaine spectral et qu'il est possible de sélectionner l'ordre d'intérêt (+1) et ainsi filtré les deux ordres restants.

3.2 Procédure d'extraction de l'ordre d'intérêt

Les étapes nécessaires pour la selection et l'extraction de l'ordre d'intérêt (+1) ou alternativement son conjuguée complexe (-1) sont illustrés dans la **Figure (3.1)**

Première étape : Calcul numérique du spectre de l'intensité de l'hologramme à l'aide de la FFT_2 centrée, $\mathcal{F}[I_H] = \tilde{I}_H$, la visualisation du spectre de puissance est montrée dans la **Figure (3.1a)**

Seconde étape suppression de l'ordre zéro dans le domaine spectral par l'une des méthodes exposés dans le deuxième chapitre, (voir illustration (3.1b)).

Troisième étape creation d'un masque de filtrage $W(f_x, f_y)$ à partir du spectre de puissance (voir **Figure (3.1c)**). Le masque peut être crée

1. Manuellement de forme arbitraire [42], en utilisant la fonction **roipoly()**
2. Automatiquement avec une forme régulière circulaire ou polygonale. Par exemple, le masque de la **Figure (3.1c)** est de forme circulaire.

Quatrième étape Sélection de l'ordre d'intérêt en effectuant une multiplication par point du masque (deuxième étape) et le spectre : $W(f_x, f_y) \tilde{I}_H(f_x, f_y) = R_o \tilde{O}^*(f_x - f_{ox}, f_y - f_{oy})$, **Figure (3.1d)**.

Cinquième étape qui consiste à centrer le résultat de la troisième étape pour obtenir $R_o \tilde{O}^*(f_x, f_y)$, qu'on dénote \tilde{O}_F

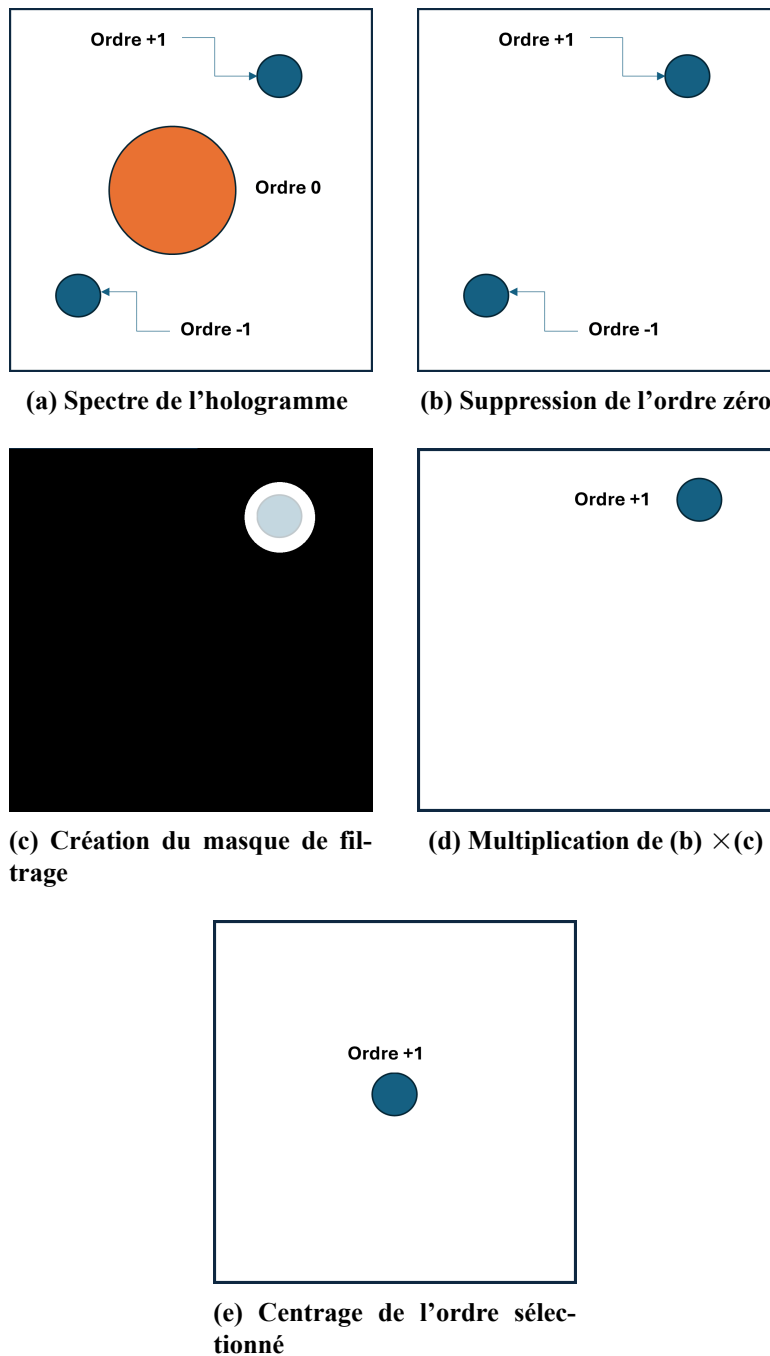


FIGURE 3.1 – Les étapes nécessaires d'extraction par filtrage de l'ordre d'intérêt.

La partie de la procédure d'extraction est contenu dans le code Matlab de l'Annexe (4.5).

3.3 Création du masque de filtrage

Le masque de selection remplit les même conditions et le même role qu'une fonction de transfert d'un filtre selective. De ce fait, la fonction de transfert est considérée comme un filtre pass-bas, qui sélectionne l'ordre d'intérêt (+1) et filtre "élimine" les ordres indésirable (0) et (-1). À la différence du second chapitre, le centre de la fonction de transfert ne se trouve plus au

centre du spectre mais il coincide avec le centroide de l'ordre d'intérêt. Pour ces raisons nous pouvons concevoir directement, c'est à dire sans passer par le noyau de filtre, trois fonctions de transfert des filtres passe-bas sélectives :

Idéale La fonction de transfert d'un filtre idéale est binaire; elle est formulée comme suit

$$H(f_x, f_y) = \begin{cases} 1, & \text{si } D(f_x, f_y) \leq D_0 \\ 0, & \text{si } D(f_x, f_y) > D_0. \end{cases} \quad (3.4)$$

D_0 (distance) est la fréquence de coupure et $D(f_x, f_y) = \sqrt{(f_x - f_{xc})^2 + (f_y - f_{yc})^2}$ (rayon) désigne la distance euclidienne entre le point fréquentiel (f_x, f_y) et le centroide (f_{xc}, f_{yc}) de l'ordre d'intérêt qui est déterminé à l'aide de l'algorithme proposé par [37] et son implementation se trouve en **Annexe (4.5)**.

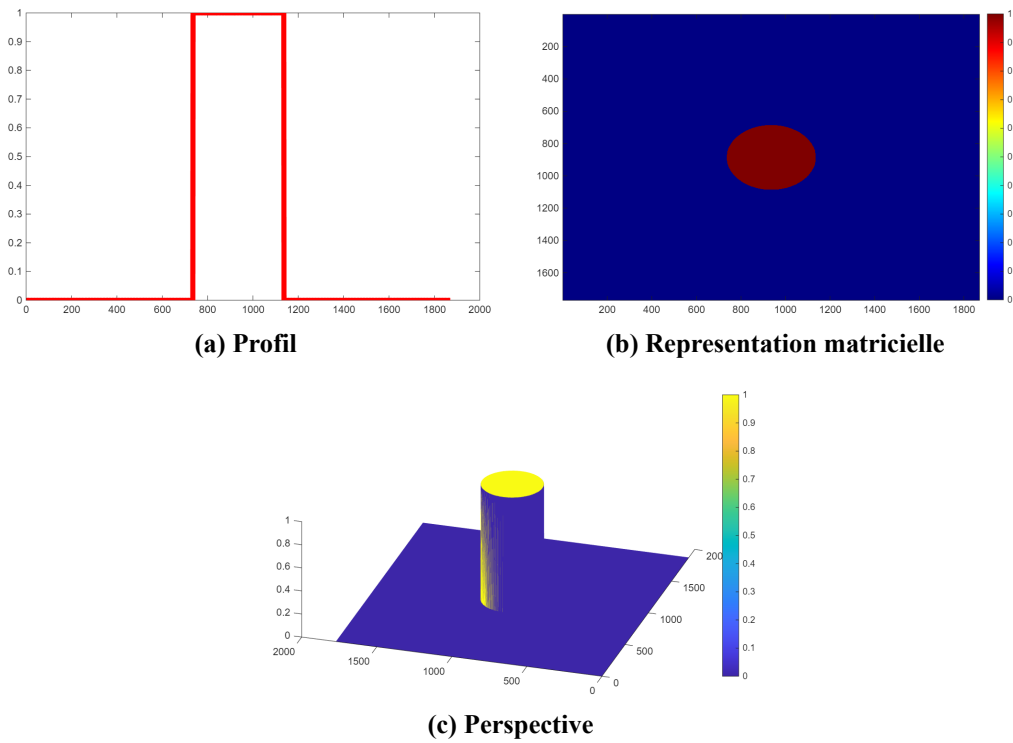


FIGURE 3.2 – La fonction de transfert d'un filtre passe bas idéal; $D_0 = 200$ et les coordonnées du centroide se trouve au centre du spectre.

Gaussien selective Afin d'atténuer les effets de bord du masque binaire (filtre idéal), ce dernier est multiplié par filtre passe-bas gaussien formulé par

$$H(f_x, f_y) = \begin{cases} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{D(f_x, f_y)}{D_0} \right)^2 \right]; & \text{si } D(f_x, f_y) \leq D_0 \\ 0; & \text{si } D(f_x, f_y) > D_0. \end{cases} \quad (3.5)$$

Un exemple d'un filtre gaussien non selective est montré dans la **Figure (3.3d)**, sa caractéristique principale est la non troncature causé par la multiplication d'un filtre idéale. Ce genre de filtre opère sur le spectre complet, et par conséquent il est très utilisé en traitement numérique des images.

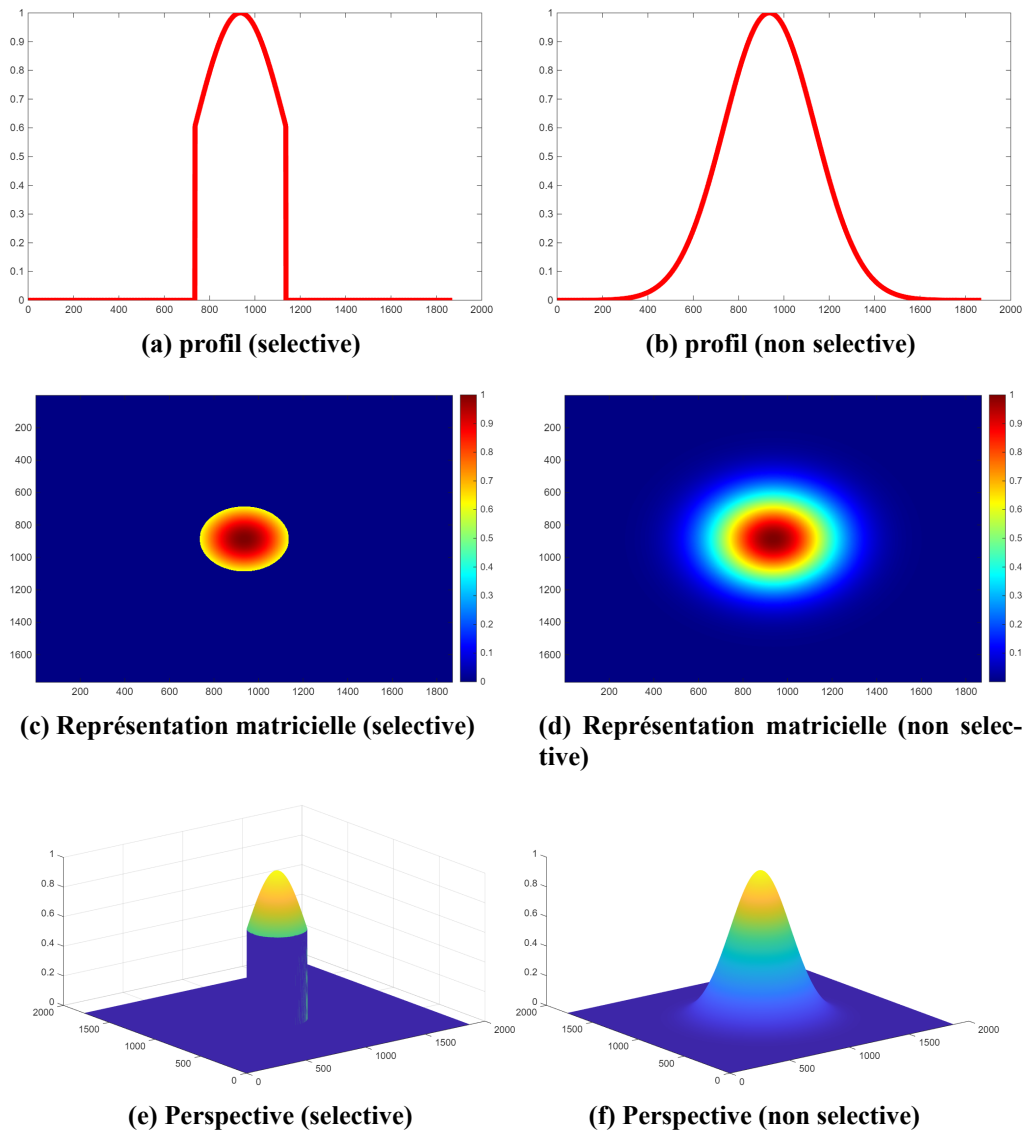


FIGURE 3.3 – Fonction de transfert d'un filtre gaussien passe-bas ; $D_0 = 200$ et les coordonnées du centroïde se trouve au centre du spectre.

Ce filtre est conçu pour atténuer progressivement les bords et d'assurer une transition douce limitant les effets de bord indésirables [43].

Butterworth selective ce filtre a le même rôle qu'un filtre gaussien pour atténuer les effets de bord[43], le paramètre n dénotant l'ordre du filtre permet le contrôle de la pente de transition du filtre. Un ordre élevé produit une transition plus abrupte (voir **Figure (3.4b)**), tandis qu'un ordre faible ($n = 2$ ou $n = 3$) permet une atténuation progressive, évitant

les discontinuités spectrales.

$$H(f_x, f_y) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left[\frac{D(f_x, f_y)}{D_0}\right]^{2n}}; & \text{si } D(f_x, f_y) \leq D_0 \\ 0; & \text{si } D(f_x, f_y) > D_0. \end{cases} \quad (3.6)$$

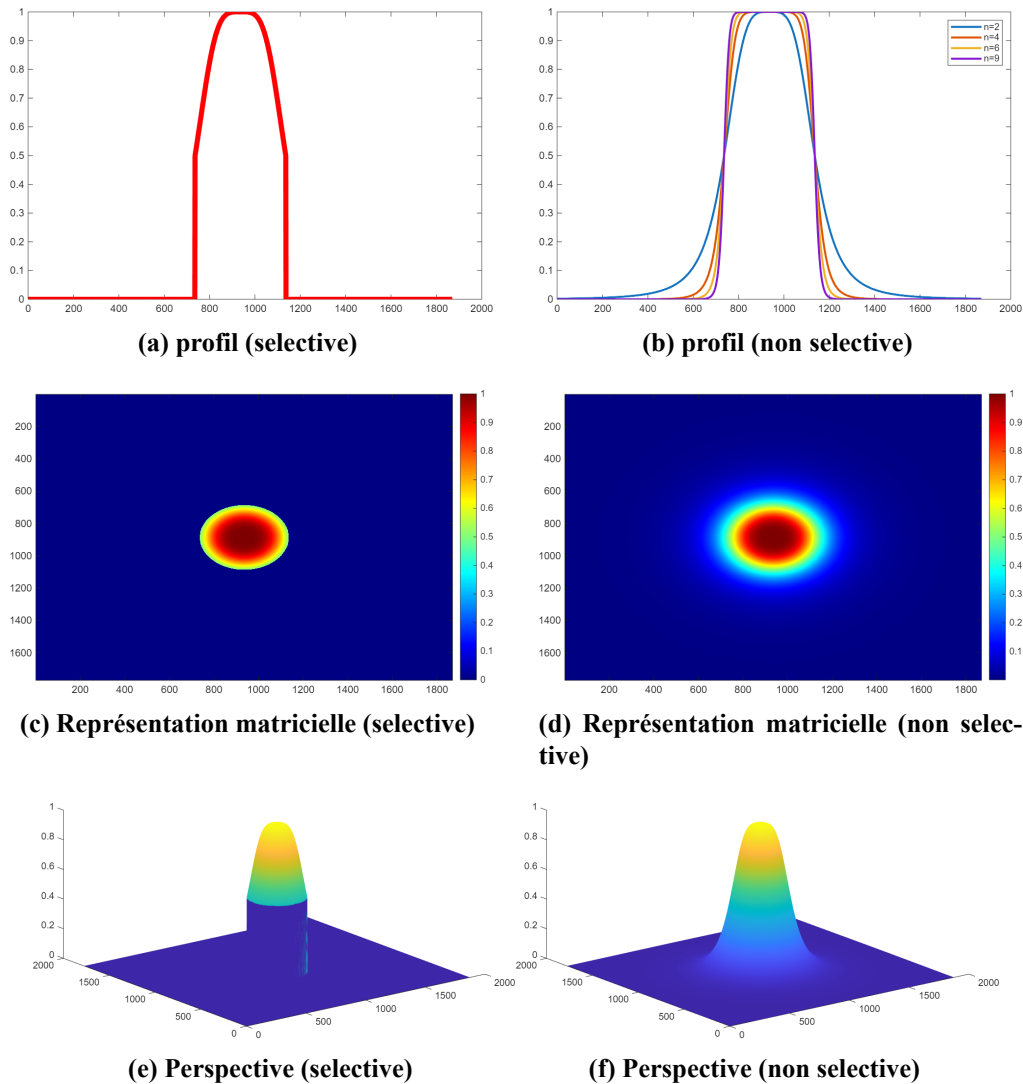


FIGURE 3.4 – Fonction de transfert d’un filtre Butterworth passe-bas ; $D_0 = 200$ et les coordonnées du centroïde se trouve au centre du spectre.

Nous mettons à la disposition du lecteur le code ci-dessous qui permet de générer les différents types de fonction de transfert selective et non selective des filtres passe-bas.

Code 3.1 – Fonction de transfert des filtres passe-bas

```
function Hpb = fonctionTransfertPB(sizeHolo, D0, methode, ...
                                option, EMP, n)
```

```

% Entrée

% sizeHolo --> [Ny Nx] : dimension de l'hologramme.
% D0 : Rayon de la frequence de coupure
% methode : une des methodes: 'ideale' , 'gaussien', '
    butterworth'
% option:      'selective' pour les filtres selectives
%              'nonselective' sans trancture

% EMP--> (xc, yc) emplacement du centroide de l'ordre d'interet
    (+1)
% n  ordre du filtre de Butterworth

% Sortie
% Hpb : fonction de transfert d'un filtre pass-bas

arguments

sizeHolo (1,2) double {mustBeInteger}
D0 (1,1) double {mustBePositive}=...
    min(floor(sizeHolo/2))
methode (1,:) char {mustBeMember(methode,{'ideale' ,...
    'gaussien','butterworth'})} = 'ideale'
option (1,:) char {mustBeMember(option,{'selective',...
    'nonselective'})} = 'selective'
EMP (1,2) double {mustBeInteger,mustBePositive}=...
    floor(sizeHolo/2)+1
n (1,1) double {mustBePositive} = 2

end

Ny = sizeHolo(1);
Nx = sizeHolo(2);

% Creation d'une maille de points
[x, y] = meshgrid(1:Nx,1:Ny);

DOS=D0^2; % le carré du rayon de la frequence de coupure

```

```

% Extraction des coordonnées du centroide (xc, yc)
yc = EMP(1);
xc = EMP(2);

% calcul du carré de la distance à partir du point du centroide
.
distanceSquared = (x - xc).^2 + (y - yc).^2 ; % calcul de la
distance

if strcmp( option, 'selective')
Hpb = double(distanceSquared <=DOS);

switch methode
case 'ideale'
case 'gaussien'
    Hpb = exp(-0.5/DOS.*distanceSquared).*Hpb;
case 'butterworth'
    Hpb= (1./(1+(distanceSquared./DOS).^n)).*Hpb;
otherwise
    warning(' Méthode inconnu. calcul non effectué. ')
end
elseif strcmp( option, 'nonselective')

switch methode
case 'ideale'
    Hpb = double(distanceSquared <=DOS);
case 'gaussien'
    Hpb = exp(-0.5/DOS.*distanceSquared);
case 'butterworth'
    Hpb= (1./(1+(distanceSquared./DOS).^n));
otherwise
    warning(' Méthode inconnu. calcul non effectué. ')
end

end
end
end

```

3.4 Application du filtrage selective pass-bas en HN

Dans cette partie, nous allons appliquer les différentes fonctions de transfert sélectives des filtres pass-bas pour l'extraction d'un front d'onde complexe dans le but de reconstruire l'image holographique. Nous considérons tout au long de cette expérimentation un hologramme de simulation similaire à celui décrit dans la page (49) : l'image teste, son hologramme, le spectre de puissance sans et avec suppression de l'ordre zero (voir second chapitre du filtrage spectral) sont montrés dans la **Figure (3.5)**. Tout les résultats de cette experimentation sont obtenues à partir du code de l'**Annexe (4.5)**. Une partie du code de generation des fonction de transfert est montré dans le listing (3.1).

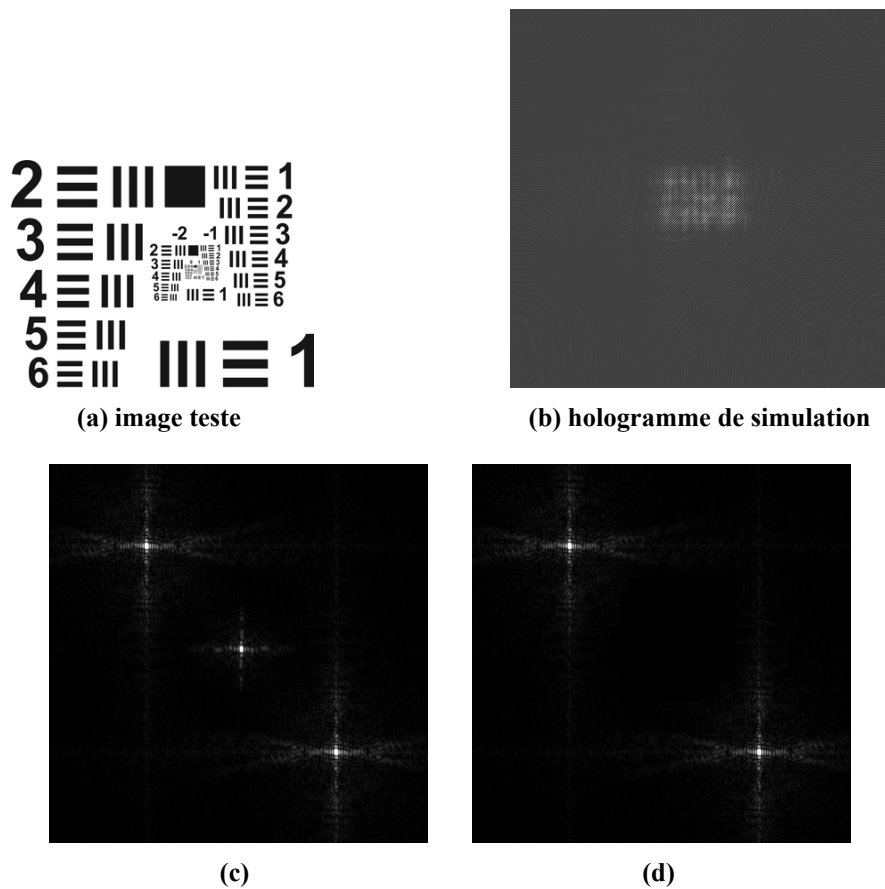


FIGURE 3.5 – (b) hologramme de simulation de (a) avec les paramètres : $\lambda = 633 \text{ nm}$, $\Delta_P = 2.2\mu\text{m}$ et $d = 4 \text{ cm}$ (c) spectre de puissance sans filtrage d'ordre 0 (d) spectre de puissance avec filtrage dans le domaine spectral de l'ordre 0.

Les paramètres d'enregistrement de l'hologramme de simulation **Figure (3.5b)** sont : $\lambda = 633 \text{ nm}$, $\Delta_P = 2.2\mu\text{m}$ et $d = 4 \text{ cm}$ pour une onde de référence plane inclinée des angles $\beta = \alpha = 1.1^\circ$. Les coordonnées du centroïde de l'ordre d'intérêt sont $(f_{xc}, f_{yc}) = (540, 540)$

L'extraction de l'ordre d'intérêt, nous mène à reconsidérer les formulations des méthodes de reconstruction. Pour la méthode de Fresnel, il est nécessaire de revenir dans le domaine spatial afin d'effectuer la reconstruction [44]; donc l'hologramme numérique filtré est $I_{HF} =$

$\mathcal{F}^{-1} \left[R_o \tilde{O}^* (f_x, f_y) \right]$, ainsi l'image reconstruite sera donné par

$$O_{z=d}(m_y, m_x) = \frac{\Delta_P^2}{j\lambda d} \exp\left(j\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \exp\left\{\frac{j\pi\lambda d}{\Delta_P^2} \left[\left(\frac{m_x}{N_x}\right)^2 + \left(\frac{m_y}{N_y}\right)^2\right]\right\} \times \\ FFT_2 \left\{ I_{HF}(n_y, n_x) \times \exp\left[\frac{j\Delta_P^2\pi}{\lambda d} (n_x^2 + n_y^2)\right] \right\}_{(m_y, m_x)} \quad (3.7)$$

en ce qui concerne la méthode du spectre angulaire, le terme filtré est obtenue directement dans le domaine spectral avec un gain en temps d'une transformée de Fourier

$$O_{z=d}(n_y, n_x) = FFT_2^{-1} \left\{ \tilde{O}_F \times H_{z=d}^{(optique)}(n_y, n_x) \right\} \quad (3.8)$$

$H_{z=d}^{(optique)}$ est la fonction de transfert optique à ne pas confondre avec la fonction de transfert d'un filtre mais il faut mentionner q' elles ont la même fonction.

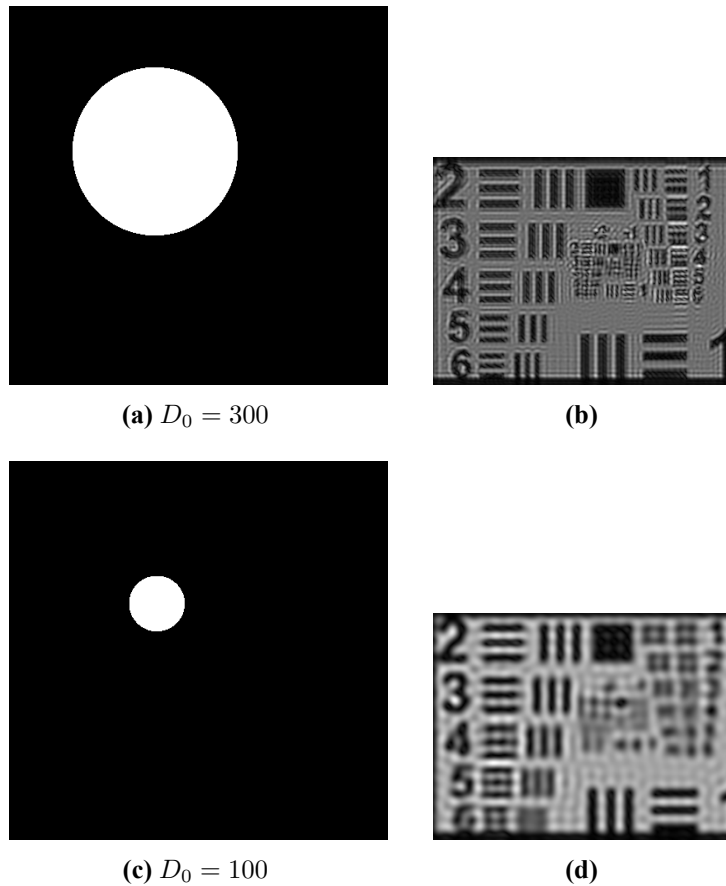


FIGURE 3.6 – Fonction de transfert idéale sélective (masque binaire) de fréquences de coupure : (a) $D_0 = 300$ et (c) $D_0 = 100$. (b),(d) Image reconstruite avec ASM correspondant à (a) et (c), respectivement.

Les figures (3.6b) et (3.6d) montrent les images reconstruites par ASM par l'application des

fonctions de transfert des filtres idéaux passe-bas pour des fréquences de coupures correspondant à $D_0 = 100$ et $D_0 = 300$. Le choix de la valeur du paramètre D_0 est primordial, car il contrôle la sélection des fréquences du front d'onde objet ce qui a une influence directe sur la qualité d'image reconstruite.

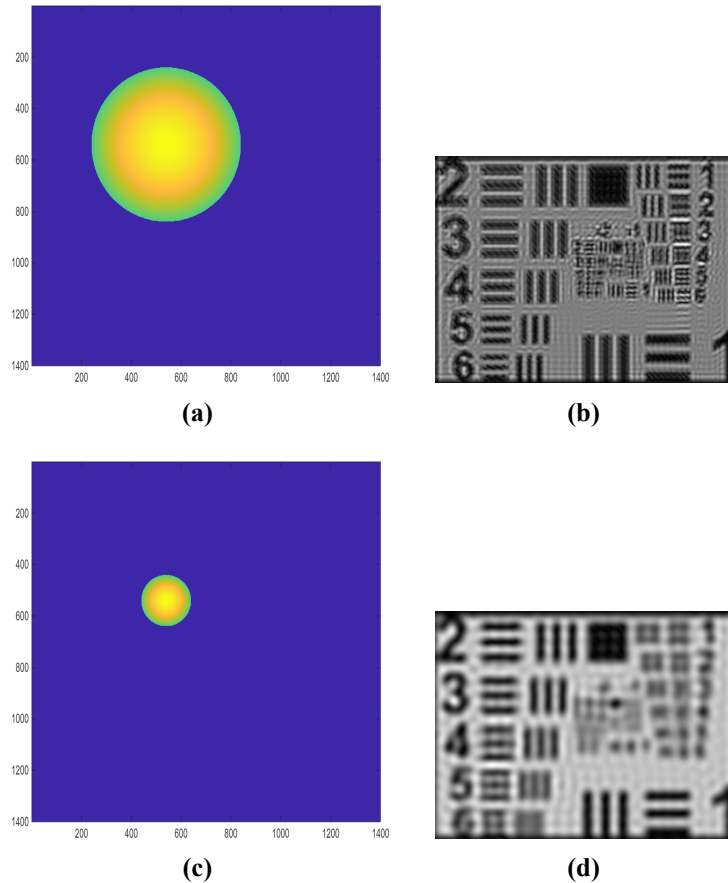


FIGURE 3.7 – Fonction de transfert d’un filtre gaussien sélective passe-bas de fréquences de coupure : (a) $D_0 = 300$ et (c) $D_0 = 100$. (b),(d) Image reconstruite avec ASM correspondant à (a) et (c), respectivement.

Les figures (3.7b) et (3.7d) montrent les images reconstruites par ASM par l’application des fonctions de transfert des filtres gaussien passe-bas pour des fréquences de coupures correspondant à $D_0 = 100$ et $D_0 = 300$.

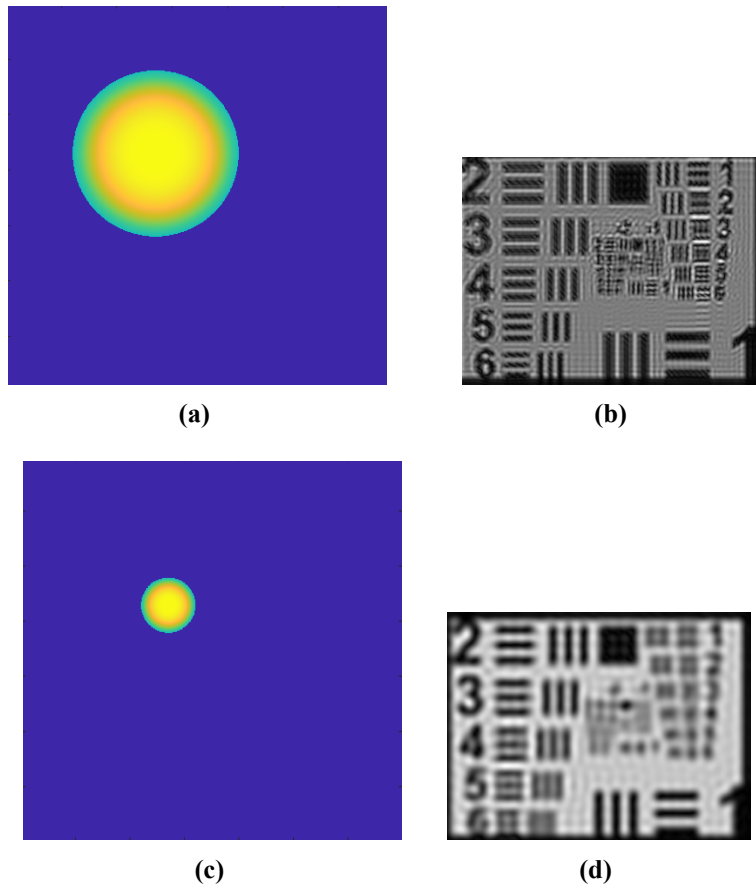


FIGURE 3.8 – Fonction de transfert d’un filtre Butterworth sélective passe-bas de fréquences de coupure : (a) $D_0 = 300$, (c) $D_0 = 100$ et $n=2$. (b),(d) Image reconstruite avec ASM correspondant à (a) et (c), respectivement.

Les figures (3.8b) et (3.8d) montrent les images reconstruites par ASM par l’application des fonctions de transfert des filtres Butterworth passe-bas pour des fréquences de coupures correspondant à $D_0 = 100$ et $D_0 = 300$ avec $n = 2$. Le filtre de Butterworth dépend de deux paramètres D_0 et n . L’augmentation de la valeur n tend vers un filtre idéal comme le montre la **Figure (3.4b)**. Les résultats pour d’autres valeurs de n sont qualitativement similaires.

Conclusion

Ce chapitre est consacré à l’extraction de l’ordre d’intérêt (+1), représentant le front d’onde complexe objet, contenu dans un hologramme numérique à configuration hors-axe. Une méthodologie détaillée de filtrage sélective est décrite ; trois filtres sélectives : idéal, gaussien et Butterworth ont été proposés et appliqués afin d’atteindre cet objectif. Nous avons montré que les résultats finaux de la reconstruction d’image holographique issue de ces filtres sont qualitativement similaires et dépendent de la fréquence de coupure. À notre connaissance, la terminologie de fonction de transfert de filtre sélective passe-bas au lieu de masque de sélection est introduite pour la première fois. En outre, une approche unificatrice de fonction de transfert passe-haut de

suppression de l'ordre zero (traité dans le second chapitre) et celles développées ici peuvent être combinées pour former une fonction de transfert commune. Cette possibilité offrira un moyen utile d'implémentation en temps réel.

Conclusion finale

Ce travail a porté sur l'étude et l'utilisation efficace des méthodes de filtrage des hologrammes numériques afin d'améliorer la qualité de la reconstruction des images issues de l'holographie numérique. À travers une analyse approfondie des techniques existantes, tant dans le domaine spatial que spectral, nous avons exploré différentes approches permettant d'isoler efficacement l'ordre d'intérêt tout en supprimant les composantes indésirables telles que le terme zéro et le terme conjugué, et à montré que l'approche spectrale est souhaitable pour une implémentation en temps réel

Nous avons exploré différentes méthodes de filtrage dans le domaine fréquentiel, en mettant en évidence leur efficacité à extraire l'information contenue dans l'ordre +1 et à atténuer les composantes parasites.

L'objectif en perspective consiste à Intégrer ces méthodes dans des systèmes de microscopie holographique numérique appliqués à la biologie cellulaire, permettant une observation non invasive et dynamique des cellules vivantes.

Enfin, ce projet illustre l'importance de maîtriser les fondamentaux théoriques enseignés et de savoir les transposer dans un contexte pratique. Il met en lumière la richesse des interactions entre l'apprentissage universitaire et les besoins réels de la recherche appliquée et de l'innovation technologique.

Chapitre **4**

Annexes : Code Matlab Live script

Simulation de tout type d'hologramme d'objet 3D ou plan

1. inline
2. off-axis (hors axe)
3. phase shifting (décalage de phase)

Spécification du chemin du repertoire (contenant le fichier)

```
repertoire = fileparts(matlab.desktop.editor.getActiveFilename);  
addpath(genpath(repertoire));  
clearvars; close all;
```

Spécification des paramètres de simulation

1. **typeObjet : 3-D ou 2-D**
2. **opérateur de diffraction :ASM ou Fresnel**
3. **typehologramme : une seule acquisition , décalage de phase à trois/quatre acquisitions**

```
typeObjet      = "tridimensional"; % qui peut être déterminé automatiquement  
opérateurDiffraction = "ASM";  
typehologramme = "One Acquisition";
```

Paramètres d'enregistrement/reconstruction

```
lambda      = 633*10(-9); % longueur d'onde  
delta_P     = 2.2*10(-6); % taille pixel CCD/CMOS  
  
NbreFiles   = 1; % Nombre de plans de scannage  
  
pathImage1 = "E:\adaptive filtering in DH\paddedUSAF.tif"; % Premier  
plan For the first plane  
d1          = 4*10(-2); % distance de reconstruction / enregistrement  
premier plan  
  
pathImage2 = "E:\adaptive filtering in DH\image de synthese\particle2.tif";  
% 2eme plan de scannage  
% d2       = 12*10(-2); % Distance de reconstrction / enregistrement  
second plan  
  
% .....  
% ETC .....  
  
% pathImageN = "E:\live script Matlab2024\image de  
synthese\particle2.tif"; % Nième plan  
% dN        = 12*10(-2); % Distance de reconstrction / enregistrement  
N plan  
  
save workspace.mat; [images2Cell, d, ~] = initialisationCollecte ();
```

Simulation de l'onde de référence

```
Angle_x =2.2; % Angle (degré) par rapport à Ox
Angle_y =2.2; % Angle (degré) par rapport à Oy
% Generation de l'onde de reference (OR)
R = planeReferenceWave(cell2mat(images2Cell(1)), lambda, delta_P,
Angle_x, Angle_y);
% sauvegarde automatique de (OR) sous forme d'un
% fichier texte
writematrix(R, 'ReferenceW.txt');
```

Simulation de l'acquisition de l'hologramme

1. Calculus_Option : approximation utilisé pour l'opérateur de diffraction
2. Imaging_Contrast : type d'imagerie à contraste d'amplitude ou de phase

```
Calculus_Option = "parax"
Imaging_Contrast= "Amplitude"
[~, hologram] = allKindHologramSimulationM( images2Cell , d, lambda,
delta_P,R,diffractionOperator , kindOfHologram) ;
```

Sauvegarde de l'hologramme généré

1. Format : texte(-txt, .csv) ou image (8 bit ; 16 bit)
2. name : nom du fichier de sauvegarde

```
% Choisir le format de sauvegarde
Format = ".txt";
% donner un nom de sauvegarde de l'hologramme
name = "USAF";
% the code
saveHologram2(hologram ,name ,diffractionOperator, Format);
```

Reconstruction d'un hologramme à décalage de phase (PSDH)

AcquisitionMode : spécifier la méthode avec laquelle l'hologramme a été acquis.

```
AcquisitionMode = "PS4";

pathHolo = "F:\adaptive filtering in DH\flower_Fresnel_PS_1.tif"; % chemin
d'un des hologrammes (PSDH)
pathRef = "F:\adaptive filtering in DH\ReferenceW.txt"; % chemin de l'onde
de référence (OR)

% code pour lire et extraire les données des hologrammes et (OR)
[Od, Rwave] = readPSHolograms(pathHolo,pathRef,AcquisitionMode); % Od
```

Paramètres d'enregistrement/Reconstruction

```
lambda = 633*10(-9); % longueur d'onde
delta_P = 9*10(-6); % taille pixel CCD/CMOS
d = 4*10(-2); % distance de reconstruction

% choix de la Méthode de reconstruction

ReconstructionMethod = "Fresnel";
```

Reconstruction

```
if strcmp(ReconstructionMethod, "Fresnel")
newReconstruction = directFresnel(Od, lambda, delta_P, d); % Forward
propagation

elseif strcmp(ReconstructionMethod, "ASM")

newReconstruction = reconstructionASMepfl(Od, Rwave,
d ,lambda,delta_P,'parax');

% newReconstruction = reconstructionASMspectrum (Od,
d ,lambda,delta_P,'parax')
end
% Extraction of the complex wave object
```

Affichage

```
Amplitude= mat2gray(abs(newReconstruction));

imshow(Amplitude);
```

Méthode de la suppression de l'ordre zéro dans le domaine spatial

Spécification du chemin du repertoire (contenant le fichier)

```
folder = fileparts(matlab.desktop.editor.getActiveFilename);
addpath(genpath(folder));
clearvars ; close all;
```

Parametres d'enregistrement/Reconstruction

```
% hologramNature = "S"; % nature de l'hologramme: simulée ou réelle
pathHologram = "E:\adaptive filtering in DH\USAF_Fresnel.txt"; %chemin du
fichier hologram

pathReference = "E:\adaptive filtering in DH\ReferenceW.txt"; %chemin du
fichier (OR)

[hologram, Rwave] = readHologram_and_Reference(pathHologram,pathReference) ;
% lecture et extraction des fichiers

lambda = 633*10^(-9); % lambda
delta_P = 2.2*10^(-6); % delta_xh
d = 4*10^(-2); % Distance dereconstruction
```

Les methodes utilisées :

1. Utilisation du Laplacien
2. Suppression par le filtre de Bayer
3. Suppression de la moyenne de l'hologramme (DC suppression; Kreis Method)
4. suppression par le filtre moyenneur.

```
Method = "Kreis";
hologFiltred = SpatialDCsuppression (Method, hologram); % hologramme filtré

Reference= false; % activer l'onde de référence
```

Reconstruction

```
if Reference
newReconstruction = directFresnel(Rwave.*hologFiltred,lambda,delta_P,d);
else
newReconstruction = directFresnel(hologFiltred,lambda,delta_P,d);
end

Amplitude= mat2gray(abs(newReconstruction));
```

Affichage et extraction de la region d'interet

```
% imtool(Amplitude);  
Rect= [ 593  640  106  105];  
imshow(Amplitude);  
% Rect = [ 530  576  341  248];  
r1 = drawrectangle('Position',Rect , 'Color',[1 0 0]);  
% , 'Label', 'Std'
```

Evaluation de la qualité de suppression de l'ordre zéro

```
AmplCrop = rect2coordinates(Amplitude,Rect);  
Range= max(AmplCrop(:))- min(AmplCrop(:))  
qMeasure = imageQuality(AmplCrop)  
ratio= Range/qMeasure
```

Suppression de l'ordre zéro dans le domaine fréquentiel

Spécification du chemin du repertoire

```
folder = fileparts(matlab.desktop.editor.getActiveFilename);
addpath(genpath(folder));
clearvars ; close all;
```

Parametres d'enregistrement/Reconstruction

```
% hologramNature = "S"; % hologramme simulé ou réel ?
% Chemin du fichier hologramme
pathHologram = "E:\adaptive filtering in DH\USAF_Fresnel.txt";
% Chemin du fichier onde de référence
pathReference = "E:\adaptive filtering in DH\ReferenceW.txt";
% lecture des deux fichiers
[hologram, Rwave] = readHologram_and_Reference(pathHologram,pathReference) ;

lambda = 633*10^(-9); % longueur d'onde
delta_P = 2.2*10^(-6); % taille pixel CCD/CMOS
d = 4*10^(-2); % Distance de reconstruction
```

Filtrage dans le domaine spectral

Method :

- filtre moyenneur
- filtre de Bayer
- filtre Laplacien

```
Method = "Averaging";

% Calcul de la fonction de transfert
[filtredHologram,~] = fonctionTransfert(Method,hologram);

Reference= false; % active l'onde de référence
```

RECONSTRUCTION

```
if Reference
newReconstruction = directFresnel(Rwave.*filtredHologram,lambda,delta_P,d);
else
newReconstruction = directFresnel(filtredHologram,lambda,delta_P,d);
end

Amplitude= mat2gray (abs(newReconstruction));

% Affichage de la region d'interet
Rect= [ 593 640 106 105];
imshow(Amplitude)
```

```

% Rect = [ 530  576  341  248];
r1 = drawrectangle('Position',Rect , 'Color',[1 0 0]);
% , 'Label', 'Std'

```

Evaluation de la qualité de suppression de l'ordre zéro

```

AmplCrop = rect2coordinates(Amplitude,Rect);
qMeasure = imageQuality(AmplCrop)

```

filtrage homomorphique

```

Radius    =500;
rH        =0.01;
rL        =2;
Gamma     =2;

%calcul de la fonction de transfert homomorphique
H = holomorphicFilter(spectrum,Radius, rH, rL , Gamma);

holoModified = log(hologram+1); % 1er etape log de l'hologramme
spectrum = fft2Dc (holoModified); % 2éme etape: transformée de Fourier
filtredSpectrum = spectrum.* H ; % 3éme multiplication avec le filtre
hologramSpace = ifft2Dc(filtredSpectrum); % 4éme transformée de Fourier
inverse
hologramSpace =real(exp(hologramSpace)-1) ; % 5éme: exponentiel sur le
resulatat final

%%%%%%%% Reconstruction %%%%%%%%%%%%%%%

newReconstruction = directFresnel(hologramSpace,lambda,delta_P,d);
Amplitude= mat2gray(abs(newReconstruction));
% desination de la ROI
Rect= [ 593  640  106  105];

% Rect = [ 530  576  341  248];
% Affichage
imshow(Amplitude)
r1 = drawrectangle('Position',Rect , 'Color',[1 0 0]); % , 'Label', 'Std'

```

Evaluation de la qualité de suppression de l'ordre zéro

```

AmplCrop = rect2coordinates(Amplitude,Rect);
Range= max(AmplCrop(:))- min(AmplCrop(:))
qMeasure = imageQuality(AmplCrop)
ratio= Range/qMeasure

```

Selection et extraction de l'ordre d'interet (+1) dans le domaine spectral: filtrage lineaire

Specification du chemin du repertoire

```
folder = fileparts(matlab.desktop.editor.getActiveFilename);  
addpath(genpath(folder));  
clearvars ; close all;
```

Parametres d'enregistrement/Reconstruction

```
pathHologram = "E:\adaptive filtering in DH\USAF_ASM.tif";  
pathReference = "E:\adaptive filtering in DH\ReferenceW.txt";  
  
[hologram, Rwave] = readHologram_and_Reference(pathHologram,pathReference) ;  
% fonction de lecture et extraction  
  
% hologram = readhologram (pathHologram) ; Rwave =  
readmatrix(pathReference) ;  
  
lambda = 633*10(-9);  
delta_P = 2.2*10(-6);  
d = 4*10(-2);
```

Methode de reconstruction:

1. transformée de Fresnel
2. ASM (methode du spectre angulaire)

```
ReconstructionMethod = "ASM";  
Calculus_Option = "parax"; % type d'approximation  
Imaging_Contrast= "Amplitude"; % type d'imagerie
```

Detection automatique des ordres d'interets (+1)

nombre d'ordre(s) de diffraction.

```
ndo = 1;
```

Methode de suppression de l'ordre zero (OZ)

- filtre moyennneur
- filtre de Bayer

- filtre Laplacien

```
Methode_suppression = "Laplacian";
```

Type d'hologramme :

1. **hologramme**
2. **hologramme sans (OZ): "ground truth"**

```
kindOfHologram = 1; % Selection kind of hologram

% Detection et localisation de l'ordre d'intéret
[spectre, loc_xy] = Detecton_OD2(hologram ,ndo, Methode_suppression);
% emplacement de l'ordre d'interet (+1)
EMP= loc_xy(1,:);
```

filtrage lineaire dans le domaine spectral

radius : rayon du masque (selection) circulaire

```
radius = 100; % unité en pixel
[SelectedSpectrum , maskImage, valuespectrum] =...
    CircularRoi(spectre(:, :, 2) ,radius, EMP);
```

Reconstruction

kindOfspectrum :

1. spectre non centré (ordre +1 laissé tel qu'il est)
2. spectre centrée (ordre +1 est decallé au centre)

```
kindOfspectrum = 1;

d = 4*10^(-2); % Distance de reconstruction

if kindOfspectrum == 1 % non centré
% distribution de l'hologramme: retour au domaine spatiale
Hologram = ifft2Dc (SelectedSpectrum(: , :, kindOfspectrum));
% Reconstruction
ReconsImage = reconstructionASMepfl(Hologram, Rwave, d , lambda,...
    delta_P,Calculus_Option);
elseif kindOfspectrum == 2 % centré
ReconsImage = reconstructionASMspectrum
(SelectedSpectrum(:, :, kindOfspectrum),...
    d , lambda,delta_P,Calculus_Option) ;
end
imtool(mat2gray(abs(ReconsImage)))
```

introduction du filtre de butterworth

kindOfilter :

1. (btw) Butterworth
2. gaussien

```
d = 4*10^(-2); % Distance de reconstruction
kindOfilter = "btw";

[filtredSpectrum, localMask, spectrumROI] = spectrumApodisation(...
    SelectedSpectrum(:, :, 1), EMP, maskImage, kindOfilter) ;

kindOfspectrum = 1;

if kindOfspectrum == 1
% distribution de l'hologramme: retour au domaine spatiale
Hologram = ifft2Dc (filtredSpectrum(:, :, kindOfspectrum));
% Reconstruction
ReconsImage = reconstructionASMepl(Hologram, Rwave, d, lambda, delta_P,
    Calculus_Option);
elseif kindOfspectrum == 2

ReconsImage = reconstructionASMspectrum (filtredSpectrum
(:, :, kindOfspectrum) , d, lambda, delta_P, Calculus_Option);
end
% Visualisation
imtool( mat2gray(abs(ReconsImage)))
```

Methode d'histogramme pour la creation masque binaire

```
% Calcul l'histogramme de la region selectionné du spectre
% activate or deactivate the log function
logarithm = true;

powerspectrumROI = abs(spectrumROI(:, :, 1));
rectIndex = logical(spectrumROI(:, :, 2));

if logarithm==1

powerspectrumROIlog = log(powerspectrumROI +1);
powerspectrumROIlog = mat2gray(powerspectrumROIlog);
powerspectrumROIimage = uint8(powerspectrumROIlog*255);
p=imhist(powerspectrumROIimage(rectIndex), 256);
else

powerspectrumROI = mat2gray(powerspectrumROI);
powerspectrumROIimage = uint8(powerspectrumROI*255);
```

```

% powerspectrumROI = imadjust(powerspectrumROI,stretchlim(powerspectrumROI),
[]);
p=imhist( powerspectrumROIimage(rectIndex),256) ;

end
figure;
plot(p);
title('Histogramme de la ROI ')
disp('tracé histigramme' )

```

Lissage de la courbe d'histogramme.

```

filter =(1/5)*[1, 1, 1, 1, 1];
signal= p;
for kk=1:10
signal = conv(signal, filter, 'same');
end
% hold on
figure;
plot(signal)
title('courbe lissé')

disp('courbe lissé')

```

Curve fitting with a Gaussian

```

fitType = 'gauss1'; % 'gauss1' for a single-term Gaussian
X= (1:length(signal))';
signal2 = fit(X,signal, fitType); % Fit the model to the data

figure;
plot(signal2)
title(' Fitted curve with a Gaussian')
disp('courbe ajusté en gaussienne' )

```

Determination du point d'inflexion,

(seuillage de segmentation)

```

gaussianData = signal2(X);

figure;
plot(gaussianData)
title(' Generated Curve with Gaussian function')
% Plot the x-axis

valmax2 = max(gaussianData); % Ok
disp(['The maximale value of the Gaussian curve',num2str(valmax2)])

figure;
plot(diff(gaussianData,1))

```

```

hold on
plot(X,zeros(size(X)))
title('1er derivative de la fonction gaussienne ')
idx = zerocrossing (gaussianData)
figure;
plot(diff(gaussianData,2))
hold on
plot(X,zeros(size(X)))
title('2nd derivative de la fonction gaussienne ')
% Find the zero crossing of the second derivative
idx2 = zerocrossing (diff(gaussianData,1))
indxsecondderivative=idx2
(2);

MaskRoi = (powerspectrumROIimage>= indxsecondderivative) ;

```

Bibliographie

- [1] Gonzalez RC. Digital image processing. Pearson education india ; 2009.
- [2] Kreis TM, Jüptner WP. Suppression of the dc term in digital holography. *Optical Engineering*. 1997 ;36(8):2357-60.
- [3] Zhang W, Wang M, Zheng M, Wu J. An effective approach to removing zero-order term overlap and controlling image distortion in digital off-axis holography. *Optics Communications*. 2015 ;356:589-94.
- [4] Gabor D. A new microscopic principle. 1948.
- [5] Kreis T. Handbook of holographic interferometry : optical and digital methods. John Wiley & Sons ; 2006.
- [6] Kreis T. Application of digital holography for nondestructive testing and metrology : a review. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2015 ;12(1):240-7.
- [7] Schnars U, Falldorf C, Watson J, Jüptner W. Digital holography and wavefront sensing. *Digital Holography*. 2015.
- [8] Lawrence J, O'Neill F, Sheridan J. Photopolymer holographic recording material. *Optik*. 2001 ;112(10):449-63.
- [9] Tiziani HJ. Real-time metrology with BSO crystals. *Optica Acta : International Journal of Optics*. 1982 ;29(4):463-70.
- [10] Smith HM. Holographic recording materials. vol. 20. Springer Science & Business Media ; 2006.
- [11] Denisyuk YN. Photographic reconstruction of the optical properties of an object in its own scattered radiation field. In : *Soviet Physics Doklady*. vol. 7 ; 1962. p. 543.
- [12] Leith EN, Upatnieks J. Reconstructed wavefronts and communication theory. *Journal of the optical society of America*. 1962 ;52(10):1123-30.
- [13] Leith EN, Upatnieks J. Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects. *Journal of the Optical Society of America*. 1964 ;54(11):1295-301.
- [14] Holst GC. CCD arrays, cameras, and displays. vol. 2. Citeseer ; 1998.

- [15] Yatagai T. *Fourier Theory in Optics and Optical Information Processing*. CRC Press; 2022.
- [16] Yariv A, Yeh P, Yariv A. *Photonics : optical electronics in modern communications*. vol. 6. Oxford university press New York; 2007.
- [17] Pedrini G, Tiziani H. Digital double-pulse holographic interferometry using Fresnel and image plane holograms. *Measurement*. 1995;15(4):251-60.
- [18] Trépanier JL. *Capteur d'images CMOS à pixels numériques et à gamme dynamique élevée*. École Polytechnique de Montréal; 2003.
- [19] Fossum ER. *CMOS image sensors : Electronic camera-on-a-chip*. SPIE milestone series. 2003;177:63-72.
- [20] Picart P. *New techniques in digital holography*. John Wiley & Sons; 2015.
- [21] Li H, Xu X, Xue M, Ren Z. High-quality phase imaging by phase-shifting digital holography and deep learning. *Applied Optics*. 2024;63(28):G63-72.
- [22] Yamaguchi I. *Phase-shifting digital holography : Principles and applications*. *Digital holography and three-dimensional display : principles and applications*. 2006:145-71.
- [23] Javidi B, Carnicer A, Anand A, Barbastathis G, Chen W, Ferraro P, et al. Roadmap on digital holography. *Optics Express*. 2021;29(22):35078-118.
- [24] Schnars U, Jüptner W. Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction. *Applied optics*. 1994;33(2):179-81.
- [25] Verrier N, Atlan M. Off-axis digital hologram reconstruction : some practical considerations. *Applied optics*. 2011;50(34):H136-46.
- [26] Chaab O. *Optimisation des paramètres techniques d'un montage d'holographie digitale*; 2018.
- [27] Jun-Chang L, PICART P. *Holographie numérique : Principes, algorithmes et applications*. Hermès science; 2012.
- [28] Goodman JW. *Introduction to Fourier optics*. Roberts and Company publishers; 2005.
- [29] *Digital Holography : Digital Hologram Recording, Numerical Reconstruction and Related Techniques*, U. Schnars, W. Jueptner (Eds.), Springer, Berlin (2005),(164 pp.+ ix., 69.95), ISBN : 354021934-X, author=Hendry, David, year=2006, publisher=Elsevier;.
- [30] Petrou MM, Petrou C. *Image processing : the fundamentals*. John Wiley & Sons; 2010.
- [31] Rosenfeld A. *Digital picture processing*. Academic press; 1976.
- [32] Jähne B. *Digital image processing*. Springer Science & Business Media; 2005.
- [33] Steiglitz K. *Digital Signal Processing Primer*. Courier Dover Publications; 2020.
- [34] Liu C, Li Y, Cheng X, Liu Z, Bo F, Zhu J. Elimination of zero-order diffraction in digital holography. *Optical engineering*. 2002;41(10):2434-7.

- [35] Brigham EO. The fast Fourier transform and its applications. Prentice-Hall, Inc.; 1988.
- [36] Cooley JW, Tukey JW. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics of computation*. 1965 ;19(90):297-301.
- [37] Chaab O, Refis N, Mehidi A, Bouamama L, Simoëns S. Automatic diffracted order detection in spectral domain of digital multiplexed off-axis holograms : Application to spatial filtering. In : 2019 6th International Conference on Image and Signal Processing and their Applications (ISPA). IEEE; 2019. p. 1-6.
- [38] Adams J, Parulski K, Spaulding K. Color processing in digital cameras. *IEEE micro*. 2002 ;18(6):20-30.
- [39] Dubois E. Frequency-domain methods for demosaicking of Bayer-sampled color images. *IEEE Signal Processing Letters*. 2005 ;12(12):847-50.
- [40] Ma Z, Yang Y, Ge Q, Deng L, Xu Z, Sun X. Nonlinear filtering method of zero-order term suppression for improving the image quality in off-axis holography. *Optics Communications*. 2014 ;315:232-7.
- [41] Demoli N, Meštrović J, Sović I. Subtraction digital holography. *Applied optics*. 2003 ;42(5):798-804.
- [42] Cuche E, Marquet P, Depeursinge C. Spatial filtering for zero-order and twin-image elimination in digital off-axis holography. *Appl Opt*. 2000 ;39:4070-5.
- [43] Matrecano M, Memmolo P, Miccio L, Persano A, Quaranta F, Siciliano P, et al. Improving holographic reconstruction by automatic Butterworth filtering for microelectromechanical systems characterization. *Applied optics*. 2015 ;54(11):3428-32.
- [44] Chaab O, Bouamama L, Simoëns S. An adaptive anisotropic magnification algorithm of numerical reconstructed holographic image via a cascaded Fresnel transform. *Optics Communications*. 2013 ;291:61-9.