

Chapitre 3
Effet dynamique des
surcharges roulantes sur une
chaussée d'un tablier
d'un ouvrage d'art

3.1 Introduction

Le réseau autoroutier Algérien a pu réaliser environ 3600 ouvrages d'art, et compte tenu des investissements énormes qui ont été consentis, il est important de se donner les moyens de non seulement préserver la valeur de ces acquis, mais surtout de l'améliorer pour répondre aux besoins nouveaux.

Lors de la préparation de l'Eurocode E.C.3.1 [1, 2], les effets dynamiques du trafic routier, faute de données expérimentales, ont été estimés par l'intermédiaire d'une simulation numérique consistant à déplacer sur un grand nombre de lignes d'influence des trains de véhicules lourds à différentes vitesses (ce qui se traduisait, notamment, par des espacements variables entre véhicules et des majorations dynamiques variables), avec une rugosité de chaussée de qualité moyenne. Cette solution n'était guère satisfaisante car les caractéristiques dynamiques des véhicules étaient mal connues. Toutes ces considérations ont milité pour une reprise de l'étude expérimentale et, notamment, pour une meilleure connaissance des effets dynamiques.

D'autre part le trafic routier a fortement augmenté, et la croissance est marquée autant par le nombre de véhicules que par le tonnage transporté par essieu et les besoins futurs suivront sûrement la même tendance.

Face à ces nouvelles données, le défi des ingénieurs est de mettre en place une politique de maintenance pour gérer de manière rationnelle ce patrimoine bâti. Actuellement les besoins d'intervention sur l'ensemble du parc des ponts sont justifiés sur la base de critères de sécurité.

L'ingénieur de structure doit donc être capable d'estimer précisément la sécurité d'un pont, à un moment donné, en utilisant toutes les données disponibles aussi bien les informations concernant la capacité portante que celles relatives aux sollicitations effectives propres à l'ouvrage étudié et ceci, afin de considérer toutes les potentialités de la structure analysée[15].

3.2 Sollicitations sur les ponts

3.2.1 Généralités

Les Sollicitations agissant sur un pont sont de nature fort diverse. L'action la plus importante est très souvent le poids propre de la structure porteuse associé à celui des éléments non porteurs, tels que le poids du revêtement, des bordures, des parapets et des divers équipements du pont (glissières, gaines techniques, évacuation des eaux, etc.). Par définition, le poids propre agit à long terme et sollicite l'ouvrage de manière statique. Le pont est également sollicité par le milieu environnant par l'action du vent, des tremblements de terre, du tassement du sol de fondation ainsi que par les activités humaines représentées par les actions du trafic. Ces différentes actions ont un caractère variable et se produisent de manière intermittente avec des intervalles de temps très variables. De plus, lorsque ces actions se manifestent, leurs directions et leurs intensités sont variables dans le temps. Le vent, les tremblements de terre et le trafic sont donc des actions qui agissent de manière dynamique sur l'ouvrage. Pour la plupart des ponts, le trafic constitue l'action variable prédominante.

3.2.2 Trafic routier

Le trafic routier varie d'un endroit à un autre et évolue en fonction du temps. En effet, suivant le tronçon de route, la composition et la densité du trafic change et l'évolution des besoins se répercute sur le trafic. L'action dynamique provoquée par le trafic routier sur un pont dépend de nombreuses variables liées aux flux de trafic, aux véhicules, au profil de la chaussée et au pont. Afin de simplifier l'analyse de l'ouvrage, ces actions dynamiques sont remplacées par des actions statiques équivalentes. Ces dernières sont constituées par un modèle de charge statique dont la valeur représentative est majorée par un facteur d'amplification dynamique.

Cette manière de considérer l'action dynamique du trafic est proposée dans la plupart des normes de dimensionnement à travers le monde.

L'objectif de ce chapitre est d'exposer le phénomène étudié et de faire un tour d'horizon des démarches utilisées pour analyser le comportement dynamique des ponts sollicités par des charges de trafic mobiles.

L'étude de la littérature permet d'identifier les paramètres importants qui entrent en jeu et d'établir les exigences nécessaires pour modéliser de manière aussi réaliste que possible les effets dynamiques dans les dalles de roulement des ponts en béton.

3.3 Nature des vibrations générées sur les ponts par les véhicules

3.3.1 Explication du phénomène

Afin de bien cerner le phénomène étudié, une description détaillée des effets dynamiques occasionnés par le passage d'un véhicule sur un pont est présentée.

En premier lieu, la situation où un véhicule mobile représenté par une force constante traverse une poutre simple à une vitesse constante v est considérée. La poutre est caractérisée par la portée, la rigidité et la masse linéaire. À chaque instant t , la force mobile se trouve à l'abscisse $x = v \cdot t$ le long de la poutre et provoque une déformée différente. Pour passer d'un état déformé à un autre durant un intervalle de temps Δt chaque élément infinitésimal de la poutre subit une accélération. En plus des forces élastiques, la poutre est donc sollicitée par des forces d'inertie et des forces d'amortissement. Les forces d'inertie causent des oscillations de la poutre qui, après le passage de la force mobile, retrouve peu à peu sa position de repos par l'entremise des forces d'amortissement.

La situation décrite correspond au cas où la masse du véhicule traversant le pont est très faible en regard de la masse de la structure. Dans le cas contraire, les effets d'inertie liés à la masse mobile doivent être pris en compte. Cette masse mobile, lors de son parcours sur la poutre, modifie les propriétés vibratoires de la structure. Les modes et les fréquences de vibration du système en régime forcé varient durant le passage de la masse mobile.

Pour des raisons de sécurité et de confort, les véhicules routiers sont conçus de manière à minimiser les accélérations verticales au niveau du châssis. Dans ce but, la structure du véhicule est posée sur les essieux par l'intermédiaire de la suspension. Afin de simplifier, un véhicule peut être idéalisé par un système constitué de deux masses, l'une représentant le châssis et la carrosserie et l'autre les essieux et les roues. Ces masses sont liées entre elles par un ressort matérialisé par la suspension (Figure 3.1).

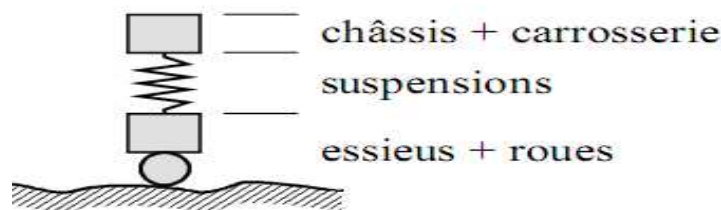


Fig. 3.1 Véhicule idéalisé

Considérons que ce modèle de véhicule roule à vitesse constante sur une surface sur laquelle est aménagé un obstacle de forme sinusoïdale. Avant d'atteindre l'aspérité, les masses ne présentent aucun mouvement vertical. Au moment de franchir l'obstacle, la masse inférieure qui suit la forme du profil, provoque un déplacement relatif des extrémités du ressort ce qui modifie la force appliquée sur le sol. Dès lors que les masses se déplacent verticalement, des forces d'inertie et d'amortissement s'activent et provoquent les oscillations du véhicule qui influencent également la force exercée sur la surface de roulement.

Un pas supplémentaire dans la compréhension des effets dynamiques qui ont lieu lors du passage d'un véhicule sur un pont consiste à admettre que le véhicule idéalisé décrit précédemment circule à vitesse constante sur une chaussée horizontale et parfaitement lisse d'un pont. Dans ces conditions, à l'approche du pont, le véhicule exerce sous ses pneus une force constante correspondant à sa charge statique. Dès l'entrée du véhicule sur le pont et au fur et à mesure de sa progression, le pont se déforme et ainsi modifie le profil de la chaussée.

Un déplacement relatif des extrémités du ressort modélisant les suspensions du véhicule survient, et en considérant que le véhicule reste en contact permanent avec la chaussée, l'intensité de la charge développée sous les pneus est modifiée. Sous ces nouvelles actions, les forces élastiques dans la structure tendent à redéfinir la configuration d'équilibre et, combinées aux forces d'inertie, causent les oscillations de la structure. Le profil actualisé de la chaussée influence le mouvement du véhicule par l'entremise des suspensions qui subissent à nouveau un déplacement relatif de leurs extrémités. La configuration d'équilibre du véhicule amène une variation de l'intensité des charges appliquées, perturbant à nouveau l'équilibre du pont. Ce processus d'ajustements successifs de la position des masses en vibration du véhicule et de la déformée de la structure se poursuit tout au long du parcours du véhicule. Une fois le pont franchi, ses vibrations s'amenuisent grâce aux forces d'amortissement.

La situation réelle est similaire à celle décrite ci-dessus avec, en plus, d'autres sources d'excitation pouvant affecter la vibration du véhicule. Les **irrégularités dans le profil** statique de la chaussée, les conditions initiales de vibration des véhicules conditionnées par l'état de la chaussée à l'approche du pont, la présence d'autres véhicules simultanément sur le pont et les forces causées par l'accélération, le freinage ou l'action du vent sont des facteurs qui génèrent une variation de l'intensité des charges appliquées sur le pont. Lors du franchissement du pont, ces facteurs influencent le mouvement du véhicule et conduisent la structure à se déformer sous l'action de charges d'intensités sans cesse actualisées. Dans ce contexte, le véhicule et le pont sont considérés comme deux systèmes vibratoires intimement couplés.

Les explications fournies dans les paragraphes précédents montrent que les éléments qui entrent en jeu sont nombreux. Les paramètres intervenant dans l'interaction dynamique du

Véhicule et du pont sont décrits dans le but d'apporter des précisions nécessaires à la compréhension du phénomène vibratoire.

3.3.2 Les ponts

La géométrie et le système statique font de chaque pont un ouvrage particulier avec un comportement statique et dynamique spécifique. Les principales caractéristiques qui dictent le comportement de l'ouvrage sont la masse, la rigidité et l'amortissement (Figure 3.2).

La masse de la superstructure comporte la masse de la structure porteuse, du revêtement, des parapets, des trottoirs et de tous les équipements du pont. La masse est un facteur dominant pour les fréquences de vibration du pont.

La rigidité d'un pont est déterminée principalement par le matériau, par les dimensions et par le type de section. Les ponts dont la section est formée d'un caisson, assurent une plus grande rigidité vis-à-vis de la flexion transversale et de la torsion que les ponts composés de poutres indépendantes. Ce dernier type est très influencé par les entretoises ou les diaphragmes qui lient transversalement les poutres entre elles. Les éléments secondaires tels que le revêtement, les trottoirs et les parapets accroissent la rigidité globale de la structure.

Une rigidité élevée contribue à augmenter les fréquences de vibration du pont.

L'amortissement caractérise la dissipation d'énergie lors des vibrations de la structure. Par définition, l'amortissement est un phénomène thermodynamique, car il implique un transfert d'énergie mécanique vers une autre forme d'énergie qui est thermique. Une distinction existe entre l'amortissement matériel et l'amortissement structural.

La différence dépend essentiellement de la manière dont les limites sont fixées entre chacun.

La différence dépend essentiellement de la manière dont les limites sont fixées entre chacun.

L'amortissement matériel correspond aux pertes d'énergie au niveau moléculaire dans le matériau. Cet amortissement dépend de la fréquence, de la température, du type de déformation, de l'amplitude et de la géométrie de la structure. L'amortissement structural est de nature principalement frictionnel et correspond à l'énergie dissipée aux interfaces entre les parties distinctes d'une structure, telles que les joints, les appuis, les liaisons (connexion acier - béton des ponts mixtes). En principe, plus les vibrations de la superstructure sont importantes, plus l'infrastructure participe au mouvement d'ensemble et, par conséquent, l'amortissement structural devient important par rapport à l'amortissement total.

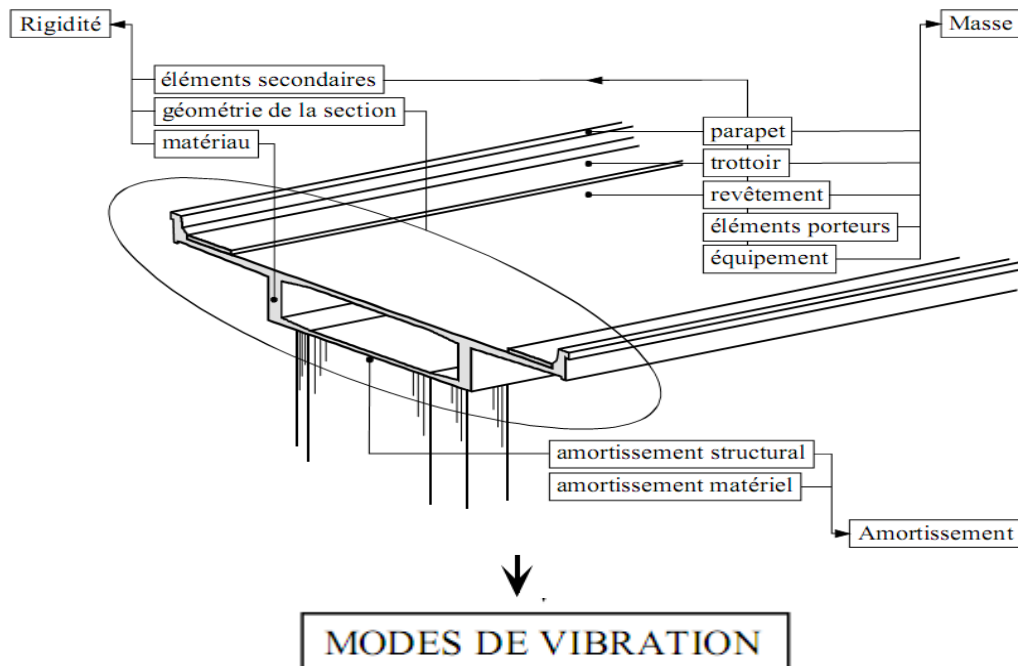


Fig. 3 .2 Éléments des ponts

Plusieurs méthodes existent pour quantifier l'amortissement (half-power band-width method, resonant amplification method, resonance energy loss per cycle method [16]), mais la plus utilisée dans le domaine des ponts est, sans doute, celle de la diminution des vibrations libres (free-vibration decay method) qui permet d'évaluer le décrétement logarithmique. Même si l'amortissement structural est de type frictionnel, cette approche admet que l'amortissement global est essentiellement de type visqueux, c'est-à-dire que l'amplitude du mouvement décroît de façon exponentielle avec le nombre de cycles. La valeur du décrétement logarithmique est pratique, bien que le rapport d'amortissement exprimé en pour-cent fournisse une meilleure image de l'amortissement. L'amortissement tend à réduire les oscillations de hautes fréquences plus rapidement que celles de basses fréquences et atténue ainsi la contribution des modes supérieures de la structure.

3. 3. 3 Le profil de la chaussée

Le profil de la chaussée est un élément d'un grand intérêt pour l'étude du comportement dynamique d'un pont. Une distinction est faite entre le profil statique qui représente **les irrégularités** de la chaussée en fonction de la position et le profil dynamique qui correspond aux déflexions causées par les charges appliquées sur le pont. Le profil statique est déterminé par le profil en long de la route auquel est superposé les dénivellations aux appuis, les tassements différentiels des fondations ou les défauts d'alignement des travées, les contre-flèches, les flèches dues aux effets différés et la rugosité du revêtement (Fig. 3.3). Ces différentes composantes proviennent des tolérances de construction, des conditions d'exploitation ou des effets du temps. Les irrégularités du profil statique de la chaussée ont

Pour effet d'induire et d'entretenir les oscillations de la charge sur le système de suspension du véhicule.

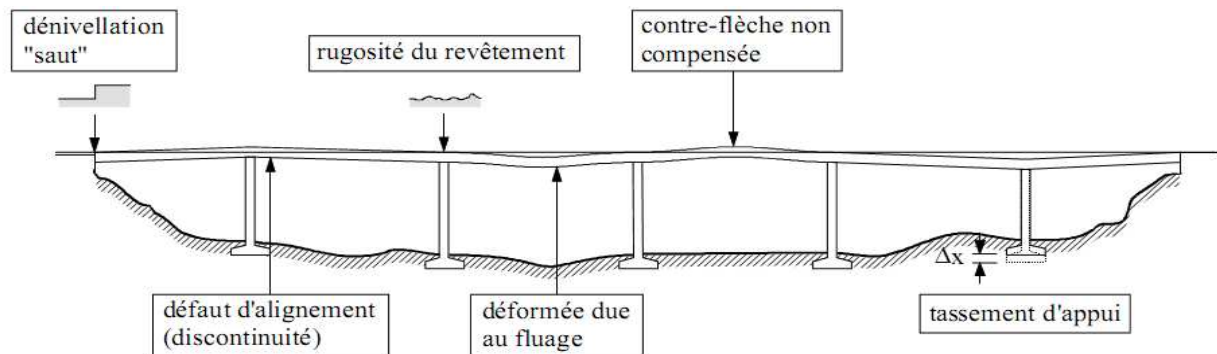


Fig. 3.3 Profil statique d'un pont

3.3.4 Les véhicules

Dans le cadre d'une étude sur le comportement dynamique des ponts, les poids lourds, à cause de leur masse élevée, sont les véhicules qui retiennent le plus l'attention. La connaissance de leur comportement dynamique est donc essentielle.

La géométrie des poids lourds définit le nombre et l'espacement des essieux et influence la répartition des masses. Ces paramètres déterminent l'intensité et la position des charges statiques appliquées sur l'ouvrage.

Les systèmes de suspensions des camions sont classés dans deux catégories principales qui sont d'une part, les systèmes composés de lames d'acier et d'autre part, les systèmes pneumatiques. Les suspensions à lames d'acier sont les plus répandues, mais la tendance actuelle est plutôt favorable aux systèmes pneumatiques. La suspension est caractérisée par sa rigidité et son amortissement. Le frottement qui se développe entre les lames des suspensions en acier cause un fort amortissement et rend les suspensions efficaces uniquement au-delà d'un seuil minimum, contrairement aux suspensions pneumatiques qui sont opérationnelles pour toutes intensités de l'amplitude des vibrations.

Les **pneus** influencent également les mouvements vibratoires des véhicules routiers. Pour tenir compte des vibrations causées par la flexibilité des pneus, le système de suspension et le pneu doivent être dissociés. La structure du pneu caractérisée par le nombre et la disposition des bandes de caoutchouc qui la constitue ainsi que la pression d'air de gonflage influencent la rigidité du pneu et son amortissement.

L'ensemble des paramètres cités (Figure 3.4) déterminent les propriétés modales du véhicule, à savoir les modes et les fréquences associées qui composent les mouvements vibratoires du camion lorsque ce dernier roule sur une chaussée. Quatre types d'oscillations caractérisent le mouvement d'un véhicule:

- **le bondissement** : Le bondissement correspond au mouvement vertical de la masse du véhicule.
- **le tangage** : Le tangage est le mouvement du véhicule autour d'un axe perpendiculaire à son axe longitudinal et ses effets sont couplés à ceux des oscillations verticales (bondissement).
- **le roulis** : Le roulis représente le balancement de la masse du véhicule autour de son axe longitudinal et provient de l'effet de roulement.
- **le sauttillement** : Le sauttillement caractérise le mouvement vertical des essieux.

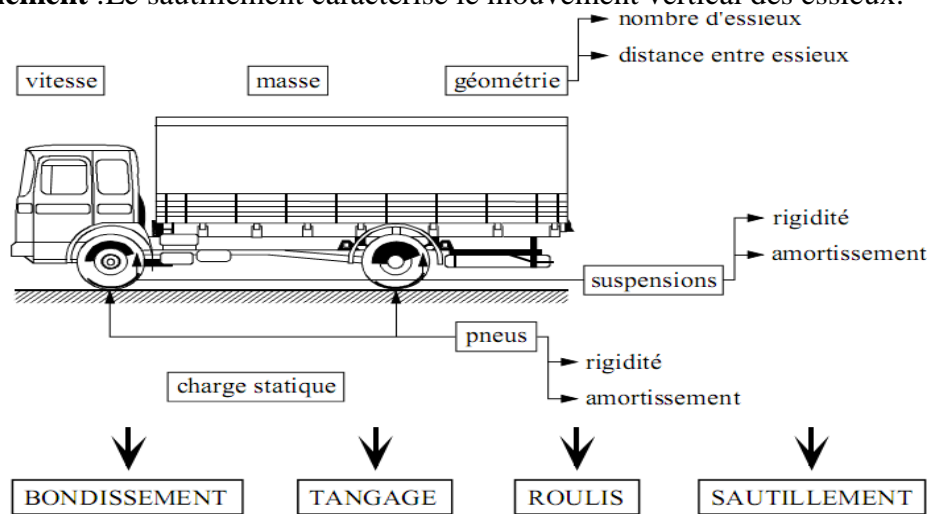


Fig. .3.4 Éléments des véhicules

Il faut également mentionner comme éléments importants, le nombre et la vitesse des véhicules circulant sur le pont. Le nombre de véhicules qui chargent simultanément l'ouvrage modifie le comportement vibratoire de ce dernier. La vitesse détermine la durée du régime de vibrations forcées auquel l'ouvrage est soumis.

3. 3. 5 Interaction des éléments contribuant au phénomène

Plusieurs paramètres décrits dans les paragraphes précédents n'ont pas seulement une influence directe sur le comportement dynamique des ponts traversés par des véhicules, mais, de plus, ils interviennent en interaction avec d'autres facteurs.

Suivant la valeur du rapport des masses défini par la masse totale du véhicule divisée par la masse totale de la superstructure, le contenu en fréquence des vibrations du pont change dans le temps, car la mobilité des charges fait varier la distribution des masses du système pont + véhicule. Si l'amplitude des oscillations de la masse du véhicule est grande, la sensibilité de la réponse du pont à la variation du rapport des masses dépend aussi du rapport des fréquences. Ce rapport est exprimé par la fréquence des oscillations verticales du véhicule divisée par la fréquence fondamentale du pont. Des vibrations de grandes amplitudes sont observées en cas de résonance, lorsqu'une force perturbatrice sollicite un système vibratoire

Avec une fréquence égale à celle du système. Dans le cas des ponts, il est plus approprié de parler d'un phénomène de quasi-résonance, car la quantité d'énergie transmise au pont n'est pas infinie et la vibration forcée ne dure pas suffisamment longtemps pour que la résonance se développe.

L'influence de la **vitesse** est indissociable de l'**espacement des essieux** du véhicule et du profil de la chaussée. La vitesse représente le moyen par lequel la chaussée devient la force perturbatrice du véhicule. La vitesse et la rugosité de la chaussée sont les paramètres qui privilégient les mouvements des véhicules selon un mode plutôt qu'un autre. La vitesse du véhicule associée à l'espacement des essieux déterminent la fréquence d'application des charges sur un élément structural.

3.4 Définitions du facteur d'amplification dynamique

Le facteur d'amplification dynamique est une valeur qui majore les effets statiques d'un pont causés par la charge statique d'un véhicule mobile, pour tenir compte des effets dynamiques provoqués par le passage de ce véhicule. Cette approche revient à considérer les effets dynamiques comme des effets statiques supplémentaires pour lesquels le principe de superposition s'applique pour autant que le comportement de la structure reste linéaire.

Suivant les auteurs et suivant les pays, la désignation et la définition du facteur d'amplification dynamique est quelque peu différent, bien que l'objectif commun soit de fournir une valeur qui permette de considérer les effets dynamiques liés au trafic pour conserver le caractère statique de l'analyse des ponts. Le terme de facteur d'amplification dynamique est le plus répandu et est défini de la manière suivante:

$$\text{Amplification Dynamique (AD)} = \frac{R_{dyn} - R_{sta}}{R_{sta}} \quad (3.1)$$

Où R_{dyn} = réponse dynamique maximum.

R_{sta} = réponse statique maximum.

$$R_{dyn} = R_{sta} (1 + AD) \quad (3.2)$$

$$\text{le facteur d'Amplification Dynamique (FAD)} = (1 + AD) \quad (3.3)$$

Par conséquent, le rapport entre la réponse¹dynamique et la réponse statique qui représente le facteur d'amplification dynamique, est très souvent utilisé:

$$\text{FAD} = \frac{R_{dyn}}{R_{sta}} \quad (3.4)$$

La notion de facteur d'impact ou d'incrément dynamique exprimé en pour-cent est également utilisée dans la littérature:

$$I (\%) = \left(\frac{R_{dyn}}{R_{sta}} - 1 \right) \times 100\% \quad (3.5)$$

Les termes "facteur dynamique" ou "coefficient dynamique" sont couramment mentionnés et correspondent au terme "facteur d'amplification dynamique".

Certains auteurs ont proposé des définitions plus fines des facteurs d'amplification dynamique, notamment pour les ponts composés de plusieurs travées. Des régions séparées sont définies pour un pont typique à trois travées, relativement à la localisation où les réponses maximales sont attendues (Figure 3.5).

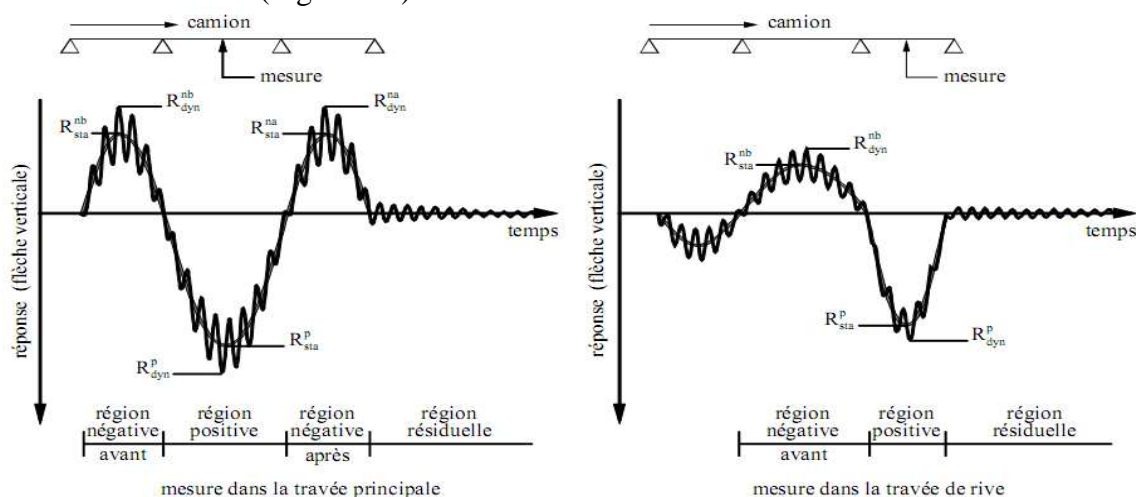


Fig. 3.5 Découpage des réponses en régions

Dans la région positive, le véhicule est localisé dans la même travée que la jauge observée; dans la région négative, le véhicule est placé dans la travée adjacente. Dans la région résiduelle, le pont est en vibrations libres. Une fois les valeurs maximales des réponses statiques et dynamiques déterminées dans chaque région, un facteur d'amplification dynamique peut être calculé pour chacune d'elle. Afin d'éviter une surestimation de l'amplification dynamique, les réponses dynamiques sont rapportées à la réponse statique la plus grande de l'effet mesuré à différents endroits dans une même section [17].

En fait, les facteurs d'amplification dynamique sont des quantités qui dépendent de variables aléatoires et devraient être traités sur une base statistique comme cela se fait pour les charges statiques. Une méthode pour définir une valeur de dimensionnement du facteur d'amplification dynamique a été proposée dans le code ontarien de 1979 [18].

Des divergences plus marquées existent dans la définition des facteurs d'amplification dynamique calculés à partir d'un enregistrement des réponses statiques et dynamiques d'une structure [19]. La réponse statique utilisée pour définir le facteur d'amplification dynamique est, dans certain cas, celle obtenue à l'instant t_{dyn} où la réponse dynamique maximale est obtenue ou encore à l'instant t_{sta} où la réponse statique maximale est obtenue. Les réponses maximales statiques et dynamiques ne surviennent généralement pas pour une même position de la charge (Fig.3.6). De plus, la section critique où se produit la réponse statique maximale

N'est pas nécessairement la même que celle où se produit la réponse dynamique maximale le long du pont.

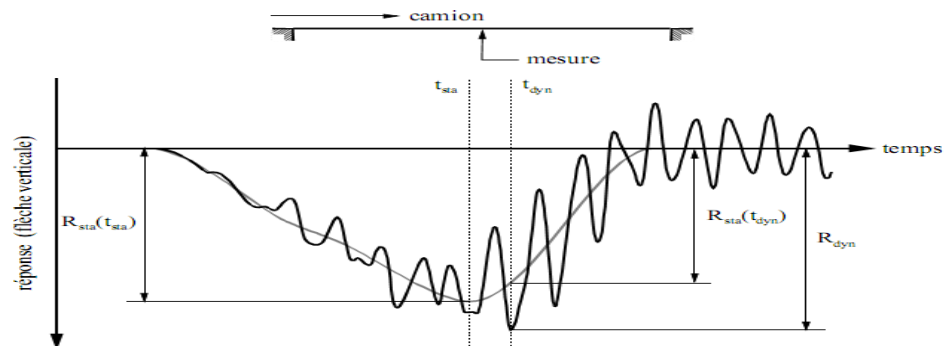


Fig. 3.6 Réponse statique et dynamique

Le calcul des facteurs d'amplification dynamique à partir des déformations statiques et dynamiques est préférable, car le dimensionnement est basé sur la grandeur des efforts qui sollicitent les éléments structuraux. Les charges statiques sont amplifiées pour occasionner les efforts maximaux prévisibles ou attendus. Les facteurs d'amplification dynamique estimés à l'aide des déplacements verticaux ne sont pas forcément adéquats, car les efforts maximaux ne sont généralement pas proportionnels aux déplacements.

3.5 Études numériques

3.5.1 Généralités

Afin de représenter le comportement dynamique des ponts traversés par des véhicules, une grande variété de modèles numériques ont été proposés. Ces modèles se distinguent principalement par la manière de représenter le pont, le profil de la chaussée et le véhicule.

Les systèmes d'équations différentielles du mouvement établis sur la base des modèles ont été résolus à l'aide de diverses méthodes numériques.

3.5.2 Modèles de pont

Traditionnellement, les tabliers des ponts ont été modélisés comme des poutres avec ou sans degrés de liberté à la torsion et comme des plaques orthotropes pour résoudre les problèmes dynamiques. Pour les ponts à moyenne et longue portée, la modélisation en poutre est efficace pour représenter le comportement global. Dans les autres situations et pour l'étude des effets dynamiques locaux, un modèle avec des plaques orthotropes représente la flexibilité transversale de manière plus réaliste. Le choix entre des modèles de type "poutre" ou "plaque" est dicté par le modèle de véhicule disponible, en particulier si ce dernier permet ou non de représenter l'effet de roulis. Par le passé des méthodes analytiques ont été proposées pour résoudre le problème de l'interaction dynamique entre un véhicule et un pont, mais la complexité des structures et des conditions de chargement limitent les solutions à quelques cas simples. La méthode des éléments finis, aujourd'hui largement employée dans tous les domaines de l'ingénierie, est très attrayante, car elle permet de réaliser des modèles de

Structures complexes et d'utiliser des approximations numériques pour résoudre une grande variété de problèmes. Dans l'approche par éléments finis, les ponts peuvent être modélisés par des éléments de coques, de plaques et de poutres tridimensionnelles. Ces éléments développés par différents auteurs se distinguent souvent par le nombre de nœuds et le nombre de degrés de liberté. Les matrices élémentaires de masse et de rigidité sont assemblées afin de former les matrices globales de la structure. La matrice d'amortissement est le plus souvent constituée par une combinaison linéaire de la matrice de masse et de rigidité. Ces données complétées par le vecteur de forces représentent les équations du mouvement du pont.

3.5.3 Modèle du profil de la chaussée

Le profil a été traité en considérant soit des irrégularités locales, soit la rugosité répartie sur la surface complète de la chaussée. Les défauts d'alignement et les sauts aux joints de dilatation des ponts [20,21], de même que les irrégularités locales (nids de poules, ...) ont été simulés afin d'évaluer l'influence de telles discontinuités sur les effets dynamiques provoqués par des véhicules en mouvement sur un pont. La rugosité des revêtements routiers a été étudiée, entre autre, par Dodds et Robson [22] ainsi que par Honda et al [23]. La description de la surface de la chaussée peut être admise comme la réalisation d'un processus aléatoire gaussien à deux dimensions, homogène et isotrope. Pour un tel processus, les fonctions de corrélation fournissent une description statistique. L'isotropie permet une description complète par une seule fonction de corrélation ou une seule fonction de densité spectrale évaluée à partir des mesures de profils longitudinaux.

3.5.4 Modèles de véhicule

Les modèles de véhicule se distinguent principalement par le type d'analyse (2 ou 3 dimensions), par le nombre de degrés de liberté, par la disposition des masses et par les lois de comportement des suspensions et des pneus. Les modèles sont décrits en considérant un ordre croissant des degrés de liberté.

Le véhicule mobile a d'abord été remplacé par une seule force mobile constante et concentrée où les forces d'inertie associées sont complètement absentes [24], [25]. Le caractère dynamique des charges appliquées par le camion a aussi été considéré par une composante constante et une composante dynamique variant sinusoïdalement avec une amplitude égale à 10% de la charge statique [26]. Certains auteurs ont considéré l'effet de la masse du véhicule et proposent des solutions pour résoudre le cas d'une masse mobile concentrée et constante traversant une poutre avec diverses configurations d'appuis. Par la suite, un système mécanique à un degré de liberté a été employé pour mieux représenter le mouvement du véhicule (Figure 3.7a). L'extension du modèle à deux degrés de liberté a permis de distinguer la masse du châssis de celle des essieux et de considérer les fréquences de vibration différentes de ces deux éléments (Figure 3.7b). Dans ces deux cas, la plupart du temps, des relations linéaires ont été attribuées aux ressorts et, parfois, aux amortisseurs visqueux qui lient les masses.

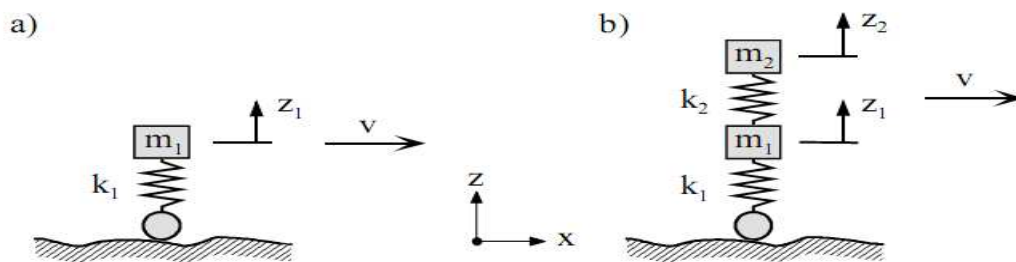


Fig. 3.7 Modèles de véhicule à un et deux degrés de liberté

Les modèles décrits en deux dimensions sont valables pour autant que la portée du pont soit grande par rapport à l'espacement des essieux. Si tel n'est pas le cas, chaque essieu du véhicule doit être modélisé. Dans ce cas, le modèle de camion à deux essieux est constitué du châssis considéré comme un corps rigide posé sur deux ressorts avec, en parallèle, un amortisseur visqueux [27]. D'autres auteurs ont amélioré ce modèle en suspendant un corps rigide sur deux essieux dont les masses sont indépendantes du corps rigide et où les suspensions et les pneus sont représentés. Le système forme un modèle de véhicule à 4 degrés de liberté. Les résultats obtenus avec ces types de modèles ont montré que plusieurs modes de vibration influencent la réponse du pont alors que, si le véhicule est considéré comme une force constante, concentrée et mobile, la contribution de seulement quelques modes suffit pour représenter adéquatement la réponse. Les oscillations du véhicule sur ses suspensions ont également une influence significative sur les réponses des ponts. En 1970, Veletsos et Huang introduisent une représentation en deux dimensions d'un véhicule à trois essieux. Le système de suspension est constitué par un ressort avec en parallèle un amortisseur de Coulomb. Les pneus sont modélisés par un ressort uniquement. La masse totale du véhicule est concentrée au-dessus de la suspension.

L'effet de l'intensité aléatoire des charges des camions dû à l'interaction entre le pont et le véhicule a été étudié. La force d'interaction aléatoire en fonction du temps a été générée à partir d'une fonction de densité de puissance spectrale de la force mesurée sur des véhicules Légers. Le flux des véhicules a été représenté par un train de forces concentrées avec des intensités aléatoires et l'arrivée des forces sur l'ouvrage a été déterminée par une loi de Poisson

3.5.5 Résolution du système dynamique

La formulation générale du système pont + véhicule est exprimée par des équations qui décrivent les mouvements des véhicules et du pont. Les équations de mouvement du pont et de chaque véhicule sont résolues par des schémas d'intégration directe (différences finies, Newmark, ... [28] [29]) pour calculer les déplacements, les vitesses et les accélérations aux degrés de liberté définis sur le pont. Une autre alternative consiste, en premier lieu, à déterminer les modes et les fréquences correspondantes du pont lors d'une analyse en vibration libre et ensuite d'appliquer les techniques d'analyse modale standard (modes propres,) pour découpler les équations de mouvement du pont. Le système réduit peut être résolu dans le domaine du temps. Récemment, Henchi et al ont développé un algorithme efficace pour

Résoudre le problème de l'interaction entre le véhicule et le pont d'une façon couplée, En général, à cause de l'interaction entre le véhicule et le pont, le système d'équations est couplé. Dans certains cas, les non-linéarités introduites dans les lois de comportement, en particulier pour représenter les systèmes de suspension des camions, exigent une solution itérative à chaque pas de temps nécessaire à la progression des véhicules.

3.6. Conclusion

Pour conclure cet état des connaissances, les exigences principales que doit satisfaire un modèle numérique pour analyser le comportement dynamique des dalles de roulement des ponts en béton sollicités par le passage de poids lourds sont exposées:

1. L'analyse du comportement dynamique de la dalle de roulement impose une modélisation En trois dimensions du pont et des véhicules.
2. Le profil réel de la chaussée doit être modélisé et les simulations devront respecter le profil Établi.
3. Les modèles de véhicules représenteront les mouvements du châssis et des essieux obtenus par dissociation des masses de ces éléments.

Chapitre 4
Etude de la pression
pneumatique des surcharges
roulantes sur le Tablier

4.1 Introduction

Les équations de déformations dans les modèles linéaires, qui lient les surcharges et les tabliers des ouvrages d'art, étaient utilisés par A.K BIROULI et E.E.GUEBCHMAN.

Pour les calculs les plus précis P.B.ROTTENBERG, a utilisé des schémas de calcul, dans le quels il ya une relation entre les amortissements calculés et l'influence entre les vibrations verticales et horizontales des surcharges roulantes [30].

En utilisant la corrélation d'interprétation dynamique des surcharges roulantes, on introduit pour la détermination des vibrations des surcharges, les suppositions suivantes :

1. Le mouvement des véhicules ou la circulation est continue.
2. La surcharge du tablier se fait toujours dans le domaine élastique.
3. On utilise la théorie minimale des vibrations.
4. On considère que toutes les roues de la surcharge roulent sur la même colonne de circulation avec un retard constant β_q avec :

q: le numéro du l'axe de la roue dans le sens longitudinal.

$$h_{q,l}(x) \equiv h_{1,l}(x - \beta_q) \quad (4.1)$$

et

$$h_{q,n}(x) = h_{1,l}(x - \beta_q) \quad (4.2)$$

5. Les ressorts et chenils possèdent uniquement les déformations verticales.

Pour la détermination des équations du mouvement des surcharges roulantes, on a choisit un modèle de chargement du tablier à deux degrés de liberté avec une représentation d'une situation donnée ; détermination de la position de la charge P et on fin la position de Z_1 et Z_2 .

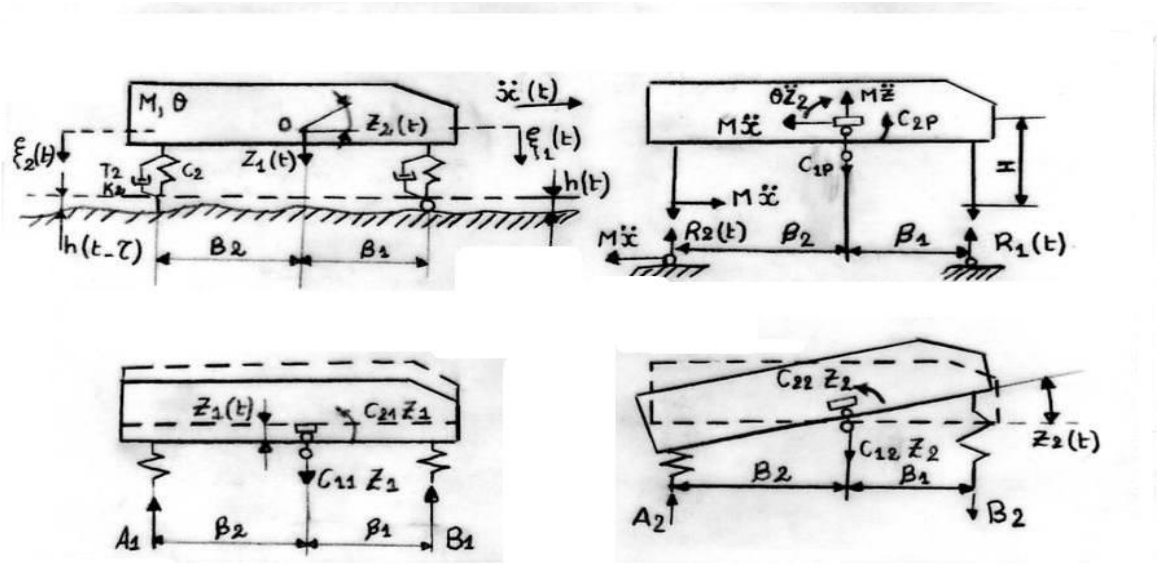


Fig. 4.1 : modèle de chargement du tablier

Pour la position de la charge P , on détermine les réactions de liaison cinématique due à la non régularité de la chaussée $h_1(t)$ et $h_2(t-\zeta)$,

Les forces d'inertie verticales $M\ddot{Z}(t)$, de torsion $\theta\ddot{Z}_2(t)$ et horizontale $M\ddot{X}(t)$ dépendent des variables suivantes :

D'après la figure 4.1, on a :

$$\begin{aligned} A_1 &= (C_2 + k_2 \frac{d}{dt}) z_1(t) ; & B_1 &= (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) z_1(t) \\ A_2 &= \beta_2 (C_2 + k_2 \frac{d}{dt}) z_2(t) ; & B_2 &= -\beta_1 (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) z_2(t) \\ R_2(t) &= (C_2 + k_2 \frac{d}{dt}) h_2(t) + \frac{MH}{\beta_1 + \beta_2} \ddot{X}(t) ; \\ R_1(t) &= (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) h_1(t) - \frac{MH}{\beta_1 + \beta_2} \ddot{X}(t) . \end{aligned} \quad (4.3)$$

Pour un mouvement uniforme de l'équipage on a :

$$M\ddot{X}(t) = 0 \quad (\text{pas de dépassement ou mouvement dans le sens horizontal})$$

A partir des équations d'équilibres on détermine les coefficients suivant C_{ik} et C_{ip} .

$$\sum_{k=1}^p C_{ik} Z_k(t) + C_{ip} = 0 \quad \text{avec } i=1, 2, 3, \dots$$

D'où, on obtient les équations différentielles

$$\begin{aligned} M\ddot{Z}_1 + (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) [Z_1 - Z_2 \beta_1] + (C_2 + k_2 \frac{d}{dt}) [Z_1 + Z_2 \beta_2] = \\ M_Y + (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) h_1 + (C_2 + k_2 \frac{d}{dt}) h_2 ; \\ \theta \ddot{Z}_2 + \beta_2 (C_2 + k_2 \frac{d}{dt}) [Z_1 + Z_2 \beta_2] - \beta_1 (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) [Z_1 - Z_2 \beta_1] = \\ MH \ddot{\chi} - \beta_1 (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) h_1 + \beta_2 (C_2 + k_2 \frac{d}{dt}) h_2 . \end{aligned} \quad (4.4)$$

On emploie les valeurs des déplacements $U_1(t)$ et $U_2(t)$ tels que :

$$\begin{aligned} U_1(t) &= Z_1(t) - Z_2(t) \beta_1 - h_1(t) ; \\ U_2(t) &= Z_1(t) + Z_2(t) \beta_2 - h_2(t) . \end{aligned} \quad (4.5)$$

D'où, on écrit l'expression (4.4) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} M\ddot{Z}_1(t) + (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) U_1(t) + (C_2 + k_2 \frac{d}{dt}) U_2(t) = Mg ; \\ \theta \ddot{Z}_2(t) - \beta_1 (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) U_1(t) + \beta_2 (C_2 + k_2 \frac{d}{dt}) U_2(t) = MH \ddot{\chi}(t) . \end{aligned} \quad (4.6)$$

Les efforts qui lient les surcharges roulantes et la chaussée (efforts de liaison), sont déterminés par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} R(U_1, \dot{U}_1) &= R(U_1) + k_1 \dot{U}_1 + T_1 \text{signe } \dot{U}_1 - \frac{MH}{\beta_1 + \beta_2} \ddot{\chi}(t) ; \\ R(U_2, \dot{U}_2) &= R(U_2) + k_2 \dot{U}_2 + T_2 \text{signe } \dot{U}_2 + \frac{MH}{\beta_1 + \beta_2} \ddot{\chi}(t) \end{aligned} \quad (4.7)$$

D'où les relations entre les expressions non linéaires de rigidité et d'amortissement lie aux vibrations du système mécanique, est déterminée par les relations suivantes :

$$M\ddot{Z}_1(t) + R(U_1, \dot{U}_1) + R(U_2, \dot{U}_2) = Mg ; \quad (4.8)$$

$$\theta \ddot{Z}_2(t) - \beta_1 R(\dot{U}_1, \dot{U}_1) + \beta_2 R(\dot{U}_2, \dot{U}_2) = MH \ddot{\chi}(t). \quad (4.9)$$

L'influence de la possibilité $MH \ddot{\chi}(t)$, qu'existe au prés de risque de freinage quand $\ddot{\chi}(t)$ peut atteindre la valeur de 0.50 m/s^2 pour un mouvement continue des véhicules, la force horizontale d'inertie $MH \ddot{\chi}(t)$, on général n'est pas prise en charge (négligeable dans nos calcules) [31].

Les relations (4.8) et (4.9) peuvent s'écrire en fonction des déplacements verticaux (Fig. 4.1), les relations entre les différents déplacements ou déformations sont :

$$Z_1 = \frac{\beta_2 \xi_1 + \beta_1 \xi_2}{\beta_1 + \beta_2} \quad . \quad Z_2 = \frac{\xi_2 - \xi_1}{\beta_1 + \beta_2} \quad (4.10)$$

En remplaçant les variables Z_1 et Z_2 par leurs expressions dans l'équations (4.8), on obtient :

$$M_1 \ddot{\xi}_1(t) + R(\dot{U}_1, \dot{U}_1) - e_1 R(\dot{U}_2, \dot{U}_2) = M_1 g ; \quad (4.11)$$

$$M_2 \ddot{\xi}_2(t) + R(\dot{U}_2, \dot{U}_2) - e_2 R(\dot{U}_1, \dot{U}_1) = M_2 g .$$

$$\text{Avec } M_1 = \frac{M \theta}{M \beta_1^2 + \theta} ; \quad M_2 = \frac{M \theta}{M \beta_2^2 + \theta} ; \quad (4.12)$$

$$e_1 = \frac{\beta_1 \beta_2 M - \theta}{M \beta_1^2 + \theta} ; \quad e_2 = \frac{\beta_1 \beta_2 M - \theta}{M \beta_2^2 + \theta} .$$

$$U_1(t) = \xi_1(t) - h_1(t) ; \quad U_2(t) = \xi_2(t) - h_2(t) \quad (4.13)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} e_1 \longrightarrow 0 \text{ donc } \beta_1 \beta_2 M = \theta ; \\ e_2 \longrightarrow 0 \end{cases}$$

Et les vibrations des parties arrière et avant du châssis du véhicule ne dépendent pas l'un de l'autre.

Les perturbations cinématiques $h_1(t)$ et $h_2(t)$ on les introduits dans les expressions (4.11) dans sa forme implicite. Dans la forme implicite peuvent donner uniquement pour

Des relations linéaires de l'équipage (voir formule (4.4), en dérivant les expressions (4.13) et les résultats obtenus, seront sous la forme suivante :

$$M_1 \ddot{U}_1(t) + R(\dot{U}_1, \dot{U}_1) - e_1 R(\dot{U}_2, \dot{U}_2) = M_1 g - M_1 \ddot{h}_1(t); \quad (4.14)$$

$$M_2 \ddot{U}_2(t) + R(\dot{U}_2, \dot{U}_2) - e_2 R(\dot{U}_1, \dot{U}_1) = M_2 g - M_2 \ddot{h}_2(t).$$

Dans Ces relations avec des fonctions inconnus, concernant la déformation de liaison (due a l'interaction charge chaussée) de la partie arrière de la surcharge roulante.

Pour les autres modèles d'automobiles les plus compliqués (fig. 4.2),

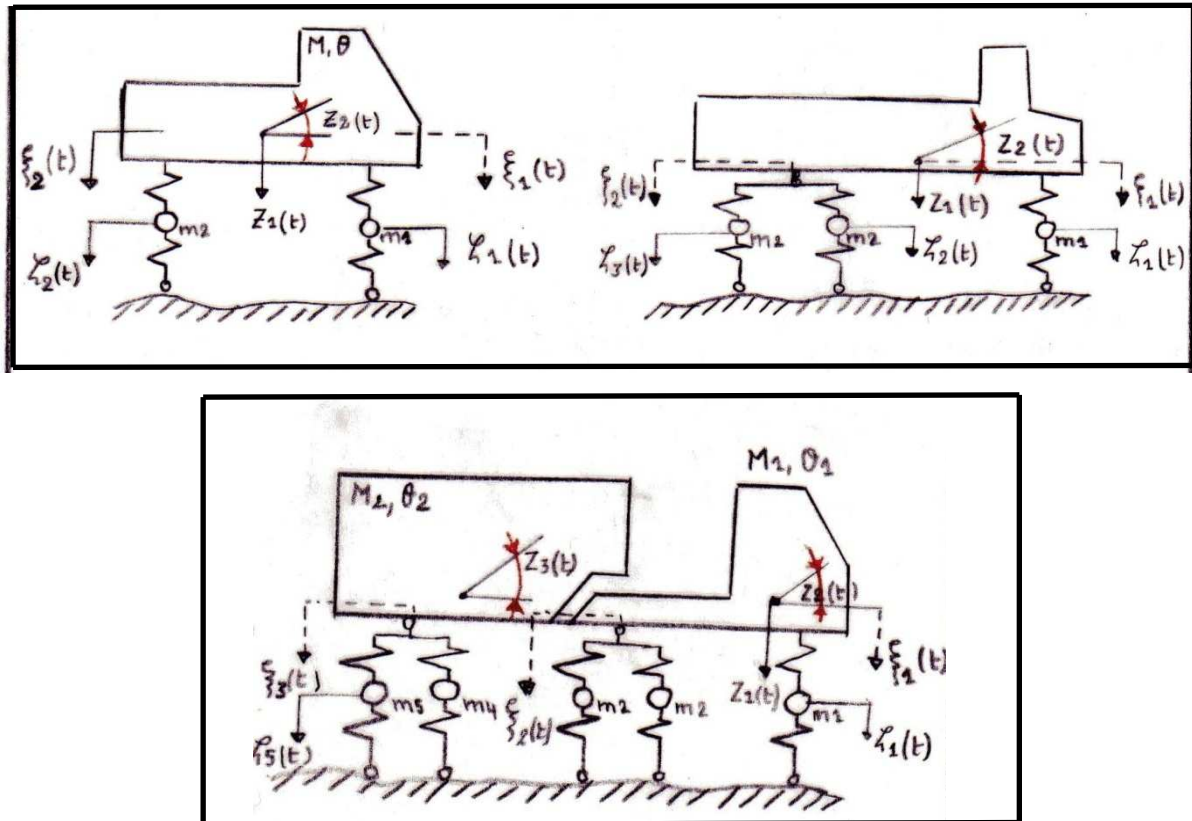


Fig. 4.2 modèles d'automobiles

les relations du mouvement (4.4) et (4.8) Transformée a l'aide des relations (4.13) et (4.14), peuvent s'écrire sous forme des opérateurs suivants :

$$L(\ddot{\xi}_s, \dot{\xi}_s, \xi_s, \ddot{\xi}_q, \zeta_q) = 0; \quad (4.15)$$

$$L(\ddot{\xi}_q, \dot{\xi}_q, \xi_q, \dot{\xi}_s, \xi_s) = (c_q + k_q \frac{d}{dt}) h_q(t)$$

$$L(\ddot{\theta}_s, \dot{\theta}_s, \theta_s, \dot{U}_q, U_q) = \sum_{q=1}^Q \gamma_{q.s} \ddot{h}_q(t) \quad (4.16)$$

$$L(\ddot{U}_q, \dot{U}_q, U_q, \dot{\theta}_s, \theta_s) = -\ddot{h}_q(t)$$

Ou $\gamma_{q.s}$: constants.

Les groupes des opérateurs L_q ($q=1, 2, \dots, Q$)

Les autres groupes d'opérateurs contiennent un S indice

$S = (Q+1, \dots, S)$ des charges.

Au début, on commence par les éléments inertes, déduit des équations d'équilibre statique des déformations θ_s et U_q c'est à dire la relation entre les déformations des arrières les hautes et basses, déterminées par :

$$\theta_s(t) = \xi_s(t) - \zeta_s(t) \quad (4.17)$$

$$U_q(t) = \zeta_q(t) - h_q(t)$$

Tous les résultats trouvent dans l'expression (4.16), impossible d'être appliqués sur la charge de la figure 4.2.

4.2 Résolution du système dynamique avec interaction linéaire

L'algorithme de calcul des vibrations d'un système dynamique linéaire (modèles des véhicules), on construit le système principale, on plusieurs vibrations sous forme propre (vibrations propres). On résolvant le système d'équations algébriques en fonction des amplitudes des vibrations propres Z_i , d'ou on obtient du système d'équations différentielles à Plusieurs variables, sous la forme suivante :

$$\| C_{ij} - m_i \omega^2 \delta_{ij} \| \bar{Z}_i = 0 \quad (4.18)$$

D'où C_{ij} : des coefficients de la méthode de déplacement ;
 m_i : la masse (ou moment d'inertie du $i^{\text{ème}}$ élément inerte ;
 δ_{ij} : déformation au point i sous l'effet d'une charge appliquée au point

j (d'après le principe de MAXWELL Bité)

\bar{Z}_i : Vecteur de déformation Z_i .
 $i = j = 1, 2, 3, \dots, S$.

Le spectre des fréquences propres ω_v (avec $v = 1, 2, 3, \dots, S$) est déterminé par la résolution de l'expression suivante :

$$\| C_{ij} - m_i \omega^2 \delta_{ij} \| = 0 \quad (4.19)$$

Les vecteurs propres \bar{Z}_{iv} se déterminent dans les résultats de détermination des fréquences ω_v à partir de l'expression (4.18), c'est à dire :

$$\| C_{ij} - m_i \omega^2 \delta_{ij} \| \bar{Z}_{iv} = 0 \quad (4.20)$$

Avec les indices i et v direction des déformations et des formes propres des vibrations.

Les conditions d'orthogonalités des vibrations propres, à travers des expressions des forces extérieures (forces d'inertie) [32] est déterminées par l'expression suivante :

$$\sum_{i=1}^S m_i Z_{iv} Y_{i\lambda} = 0, \text{ ou } v \neq \lambda \quad (4.21)$$

En utilisant le principe des déformations possibles [33.], on peut faire sortir d'autres conditions d'orthogonalités. On détermine ou on arrête des équations des travaux des forces internes et externes, conformément à $v^{\text{ème}}$ forme propre pour une déformation possible ou prévue, qu'est liée au $\lambda^{\text{ème}}$ forme propre, telle que :

$$\omega_v^2 \sum_{i=1}^S m_i Z_{iv} Z_{i\lambda} + \sum_{j=1}^S \sum_{i=1}^S C_{ij} Z_{iv} Z_{j\lambda} = 0 \quad (4.22)$$

Avec $v \neq \lambda$

A partir de ça, et en coïncidence avec l'expression (4.22), on détermine la relation suivante :

$$\sum_{j=1}^S \sum_{i=1}^S C_{ij} Z_{iv} Z_{j\lambda} = 0, \text{ Avec } v \neq \lambda \quad (4.23)$$

D'où, on peut interpréter cette relation comme d'orthogonalité des formes propres, déterminée à partir des efforts internes.

Avec $\mathbf{v} = \lambda$, on obtient les valeurs des sommes des carrés \mathbf{v}^{eme} des formes propres

$$A_{\mathbf{v}} = \sum_{i=1}^s m_i Z_{i\mathbf{v}}^2 = \omega_{\mathbf{v}}^{-2} \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^s C_{ij} Z_{i\mathbf{v}} Z_{j\mathbf{v}} \quad (4.24)$$

En utilisant les relations des systèmes (4.15)

Sous forme des Séries finies, en fonction des applications en variable t , $f_{\mathbf{v}}(t)$ et les composantes des formes propres $Z_{i\mathbf{v}}$, est :

$$\begin{cases} \zeta_q(t) = \sum_{\mathbf{v}=1}^s f_{\mathbf{v}}(t) Z_{q\mathbf{v}} & \text{avec } q = 1, 2, 3, \dots, Q \\ \xi_s(t) = \sum_{\mathbf{v}=1}^s f_{\mathbf{v}}(t) Z_{s\mathbf{v}} & \text{avec } s = Q+1, \dots, S \end{cases} \quad (4.25)$$

En remplace l'expression (4.25) par sa valeur dans les expressions (15-16) et on obtient le système d'équation suivant :

$$f''_{\mathbf{v}}(t) + k_0 \omega_{\mathbf{v}}^2 f'_{\mathbf{v}}(t) + \omega_{\mathbf{v}}^2 f_{\mathbf{v}}(t) = A_{\mathbf{v}}^{-1} \sum_{q=1}^Q \beta_{q\mathbf{v}} (C_q + k_q \frac{d}{dt}) h_q(t) \quad (4.26)$$

Pour le système (10-11)

$$\begin{aligned} f''_{\mathbf{v}}(t) + k_0 \omega_{\mathbf{v}}^2 f'_{\mathbf{v}}(t) + \omega_{\mathbf{v}}^2 f_{\mathbf{v}}(t) &= A_{\mathbf{v}}^{-1} \sum_{q=1}^Q \gamma_{q\mathbf{v}} \ddot{h}_q(t) \\ \omega_{\mathbf{v}}^2 &= A_{\mathbf{v}}^{-1} \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^s C_{ij} Z_{i\mathbf{v}} Z_{j\mathbf{v}}, \end{aligned} \quad (4.27)$$

Ou $\beta_{q\mathbf{v}}$, $\gamma_{q\mathbf{v}}$: des constantes (d'après les conditions initiales et aux limites)

$\omega_{\mathbf{v}}^2$: le carre de la fréquence $\mathbf{v} = 1, 2, 3, \dots, S$

La résolution des systèmes (4.25) et (4.26) d'après les conditions initiales on peut écrire cette résolution sous forme analytique suivante :

$$f_{\mathbf{v}}(t) = A_{\mathbf{v}}^{-1} \omega_{\mathbf{v}}^{-1} \int_0^t \{ [\sum_{q=1}^Q \beta_{q\mathbf{v}} (C_q + k_q \frac{d}{dt}) h_q(\zeta)] \cdot e^{\frac{k_0 \omega_{\mathbf{v}}^2 (t-\zeta)}{2}} \sin \omega_{\mathbf{v}} (t-\zeta) d\zeta \} \quad (4.28)$$

$$f_{\mathbf{v}}(t) = A_{\mathbf{v}}^{-1} \omega_{\mathbf{v}}^{-1} \int_0^t [\sum_{q=1}^Q \gamma_{q\mathbf{v}} \ddot{h}_q(\zeta)] \cdot e^{\frac{-k_0 \omega_{\mathbf{v}}^2 (t-\zeta)}{2}} \sin \omega_{\mathbf{v}} (t-\zeta) d\zeta, \quad (4.29)$$

La fonction de pression dynamique $R_q(t)$ de q^{eme} de relation ou liaison basse au prés du modèle de circulation des véhicules par la non régularité de la couche de roulement, qui est déterminée par les expressions (4.25) est :

$$\begin{cases} \theta_s(t) = \xi_s(t) - \zeta_s(t) ; \\ U_q(t) = \zeta_q(t) - h_q(t) . \end{cases} \quad (4.30)$$

Sous forme fondamentale linéaire suivante :

$$R_d(U_q, \dot{U}_q) = C_q U_q(t) + k_q \dot{U}_q(t) = (C_q + k_q \frac{d}{dt}) [\zeta_q(t) - h_q(t)] \quad (4.31)$$

Dans des cas particuliers pour les systèmes mécaniques simples de deuxième ordre ou 2degré de liberté, l'expression analytique des pressions dynamiques se détermine à partir des expressions (4.28) et (4.29) a pour forme :

➤ Pour un modèle de charge de deux degré de liberté à deux essieux, on a :

$$R_{qd}(t) = (C_q + k_q \frac{d}{dt}) \left[\sum_{v=1}^2 \frac{\zeta_q^v}{A_v \omega_v} \int_0^t [\sum_{q=1}^2 (Z_{1v} + \beta_q Z_{2v}) \cdot [(C_q + k_q \frac{d}{dt}) h_q(\zeta)] e^{\frac{-k_0 \omega_v^2 (t-\zeta)}{2}} \cdot \sin \omega_v (t-\zeta) d\zeta - h_q(t) \right] \quad (4.32)$$

Pour un Système à deux masses, on a :

$$R_d(t) = -(C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) \sum_{v=1}^2 Z_{1v} \frac{M Z_{2v} + m Z_{1v}}{A_v \omega_v} \cdot \int_0^t \ddot{h}(\zeta) \cdot e^{\frac{-k_0 \omega_v^2 (t-\zeta)}{2}} \cdot \sin \omega_v (t-\zeta) d\zeta \quad (4.33)$$

D'où la pression statique (cinématique) et dynamique due a la surcharge, par la formule suivante :

$$R(t) = R_c + R_d(t) \quad (4.34)$$

4.3 Conclusion :

Pendant l'exploitation d'un ouvrage d'art ,apparaissent en général des non régularité de la chaussée , qu'est existe au dessus du tablier ,qu'on ne peut pas le repait dans les premiers temps pour ce la les effets dynamiques dus à ces non régularités au passage des surcharges roulantes, ont un grande intérêt dans le calcul dynamique des tabliers de l'ouvrage .

Pour la résolution des problèmes, nous sommes dans l'obligation de la décomposition de la fonction des pressions dynamique $R(t)$ en deux parties, qui sont :

- L'une qui représente les perturbations ou les vibrations cinématiques du non-régularités de la chaussée.
- L'autre représente les vibrations propres des véhicules après le franchissement de l'ouvrage (la résolution se fait par la chaîne de MARKOV)

Dans un plan (tablier) symétrique, dans la pratique on peut considérer ou établir une relation entre les perturbations longitudinales et transversales dues au passage des surcharges roulantes. Dans la qualité des perturbations (vibrations parasites) de première catégorie :

0.5 $[h_{\pi}(t) + h_n(t)]$, pour la 2^{ème} catégorie on a :

0.5 $[h_{\pi}(t) - h_n(t)]$ des profils de gauche et droite de la colonne a étudié (colonne de passage des véhicules), d'où

On a :

$$0.5 [\bar{h}_{\pi}(t) + \bar{h}_n(t)] \text{ et } 0.5 [\bar{h}_{\pi}(t) - \bar{h}_n(t)] \quad (4.35)$$

Chapitre 05
La Réponse Stochastique
D'une Surface Non Uniforme
D'une Dalle D'un Pont

5.1 Introduction

Pour le traitement de ce problème, on traite plusieurs profils de chaussée pendant différents périodes de vie de l'ouvrage, telles que :

1. -Période de construction
2. -Période d'exploitation

Pour la 1^{er} période , un profil au début des travaux , ou les anomalies sont dues aux erreurs de conception et de réalisation ,or le 2^{eme} profil les anomalies sont dues a la circulation des engins de chantier en général . et aux l'efforts dynamiques, qui peuvent arriver pendant cette période, soit sous l'effet des surcharges roulantes du chantier, soit aux vibrations parasites dues par les différents facteurs qui se trouve au voisinage de l'ouvrage[34].

Pour la 2^{eme} période , on a deux profils a étudier l'un qui reflète l'état de la dalle ou de la plate forme du pont juste après sa mise en service et le 2^{eme} profil après un certain moment , qui peut aller jusqu' à 15ans , c'est a dire après le début de la fatigue du matériau de la couche de roulement (béton bitumineux) .

En général la non uniformité de la couche de roulement est caractérisée par les hauteurs des non régularité de la chaussée qui est déterminée par $h(x)$, et par sa longueur de propagation qu' est X qui peuvent apparaitre sur quelques profils dans les quels les anomalies du calcul , conception et réalisation sont en majorité (voir fig. 5. 1)

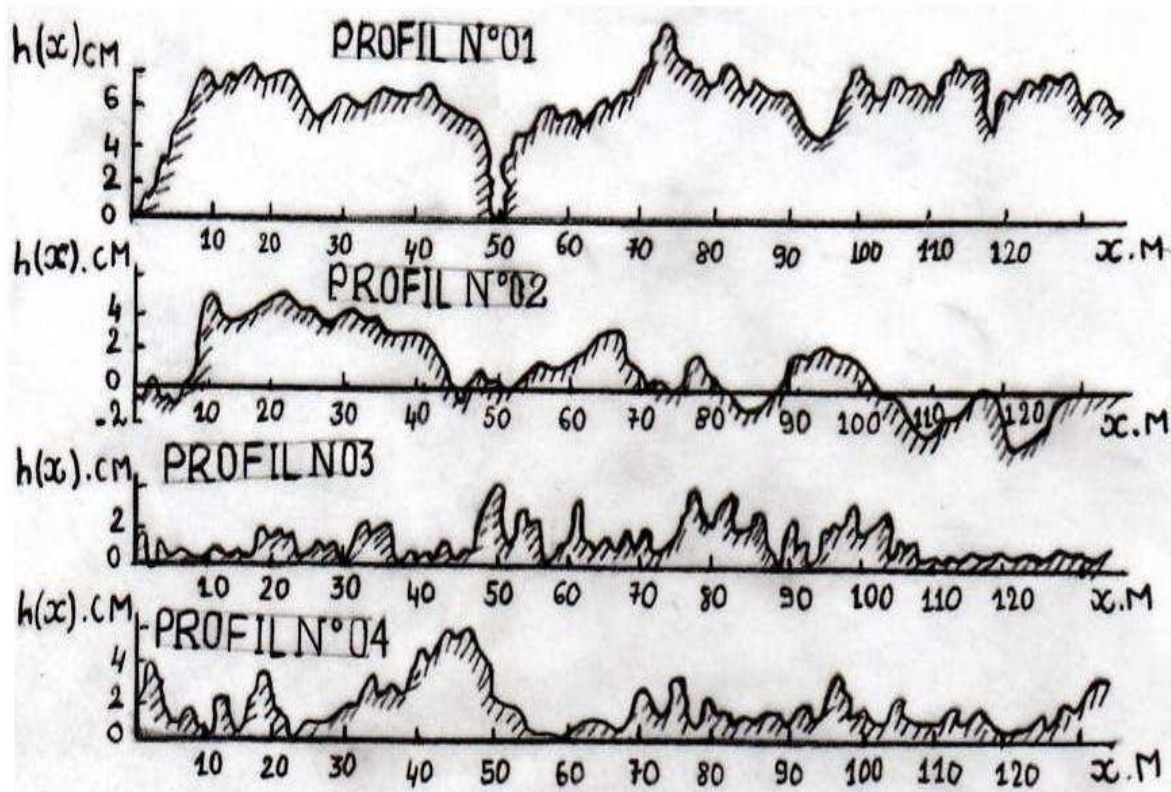


Fig. 5.1 : Les Différents profils De la Chaussée (travaux réalisés dans laboratoire de l'université de LENINGRADE faculté des ponts et tunnels)

D'après les résultats obtenus, on a remarqué que toutes les anomalies sont dues par plusieurs catégories de problèmes, telle que :

- Problème de conception, réalisation et calcul.
- Problème de chaleur ou gradient thermique.
- Problème des surcharges dynamiques qui ne sont pas prise en compte dans nos calculs de la chaussée ou du tablier de l'ouvrage (effets dynamiques parasites)

D'après L'analyse des résultats obtenus, on a remarquée que les causes principales de la déformation de la couche de roulement sont dues aux :

- Les durées longues d'application des charges et surcharges dynamiques, des surcharges mobiles, qui ne sont pas dans les normes de calcul des ouvrages d'art (CPC 61) [35].
- Les densités fortes de trafic pendant les heures de pointe et non respect des distances de sécurité entre les différents véhicules dans la même colonne ou dans les différents colonnes de circulation (les conséquences sont des efforts de freinage très important qui engendre des efforts dynamiques horizontal très élevées et entraîne des déformations) .
- Le non respect des vitesses de circulation.

Tous les facteurs cites ci-dessus sont des éléments aléatoires et leurs évolutions dans le temps et dans l'espace des fonctions aléatoires, et par conséquence on est obligé de faire recours au processus stochastique.

Dans ce processus, bien sure pour déterminer ou prévoir la naissance des différents profils de la chaussée non régulière, ou faire recours à L'analyse ou étude basée sur des méthodes Statistiques dans les quelles , on se base sur des données historiques de chaque ouvrage et de chaque région ou on doit réaliser le pont .

Dans nos études, on se base sur les données suivantes, pour la détermination des profils voire la figure 5.2

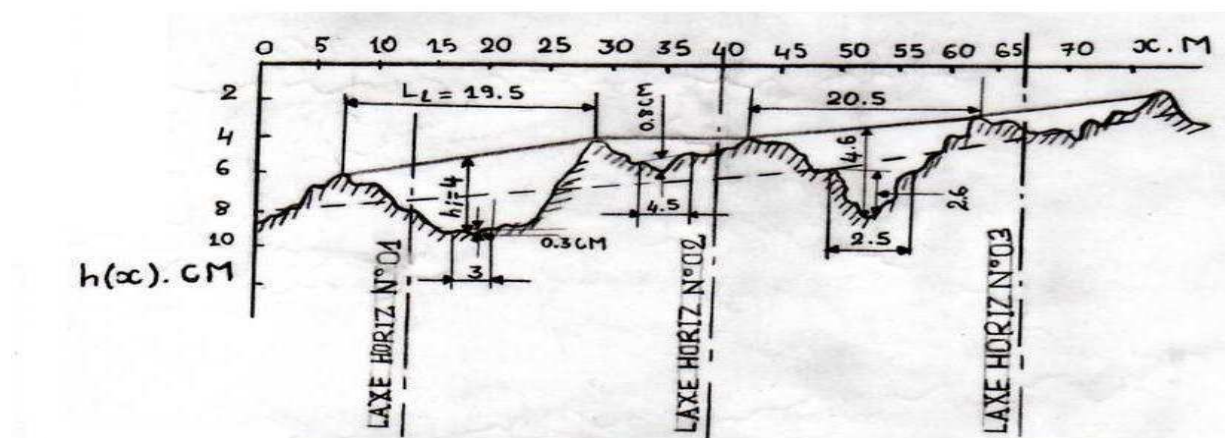


Fig. 5.2 : les points Singulières d'un profil non uniforme

Détermination des points singulières dans le profil en long et les différents profils en travers de la route en général et au niveau de l'ouvrage en particulier.

- La profondeur probable de chaque point du profil a étudié h_i .
- La longueur probable de répartition des profils de non régularité de la chaussée l_i^* .

Donc chaque profil des profils à étudier est caractérisé par deux paramètres aléatoires (h_i , l_i).

Pour l'étude de ces deux paramètres, on doit déterminer et analyser les valeurs stochastiques mathématiques, telles que :

Espérances mathématiques

$$m_l^* = \sum_{s=1}^S P_s l_s, \quad m_h^* = \sum_{s=1}^S P_s h_s \quad (5.1)$$

Où P_s , P_h sont des probabilités de réalisation de l'événement

$$\text{Dispersion: } D_l^* = \sum_{s=1}^S P_s l_s^2 - m_l^{*2}; \quad D_h^* = \sum_{s=1}^S P_s h_s^2 - m_h^{*2} \quad (5.2)$$

5.2. Moment de corrélation entre les deux Variable Aléatoires :

$$K_{hl}^* = \sum_{s=1}^S P_s l_s h_s - m_l^* m_h^* \quad (5.3)$$

Coefficient de corrélation (h_i , l_i) :

$$r_{lh}^* = \frac{K_{lh}^*}{\sqrt{D_h^* D_l^*}} \quad (5.4)$$

La Densité ou fréquences des cas probables dans un rectangle de la surface de la chaussée ou du tablier d'un pont a étudié de dimensions :

$$(l_{s-1}, l_s), (h_{s-1}, h_s)$$

S : nombre total des rectangles a étudier sur une surface de chaussée ou du tablier d'un pont a étudier.

D'après les études réalisées par plusieurs bureaux d'étude européens et américains, qui se coïncident plus ou moins avec nos conditions de circulation et climatiques (sud européen et sud américain), suivant les conditions techniques et climatiques Algériens on peut fixer les valeurs pour les différents paramètres stochastiques .

$$m_l^* \approx 7.2 \text{ m} ; \quad m_h^* \approx 11.3 \text{ mm} ; \quad D_l^* \approx 37.8 \text{ M}^2 ; \quad D_h^* \approx 93.5 \text{ MM}^2 ;$$

$$K_{hl}^* \approx 26 \text{ mm.m} ; \quad r_{lh}^* \approx 0.43$$

D'après les études et les résultats obtenus, on peut déterminer les hauteurs de non régularités de la chaussée ou du tablier pour les différents points, par l'expression suivante :

$$h_i = 4.0 + ks_i \quad \text{on général, par} \quad h = 4.0 + kL \quad (5.5)$$

h : hauteur en mm ; L : longueur en m

$k=1$ D'après les conditions techniques et climatiques Algériens.

Donc : $h = 4.0 + L$

A partir de cette expression, on peut prendre la variance quadratique des hauteurs des différents points des différents profils à étudier comme suivante :

$$\sigma_h = 0.97 \text{ mm}$$

Dans le cas d'une section d'un tablier d'un pont, qui constitue par une couche en béton bitumineux, on prend :

$$0.50 \text{ mm} \leq \sigma_h \leq 1.26 \text{ mm}$$

Remarque : si , on considère la partie de tablier d'un ouvrage d'art infiniment rigide , soit en B.A soit en B.H.P , on peut prendre [36]:

$$\sigma_h \leq \sigma'_h \leq 3 \sigma_h \quad \text{et} \quad 2 \leq k \leq 3$$

$$\text{Donc : } h' = 4.0 + \epsilon L \quad \text{avec} \quad 2 \leq \epsilon \leq 3 \quad (5.6)$$

Pour simplifier et généraliser le coefficient ϵ ou k dans tous nos cas, on prend sa moyenne arithmétique

$$K_{\text{moy}} = (k_{\text{min}} + k_{\text{max}}) / 2 = 2.5 \quad (5.7)$$

5.3. Evaluation de la surface non régulière par la Fonction de Corrélation :

Le profil d'une partie de la surface d'un tablier peut être analysé par la méthode des fonctions aléatoires , le micro profil de la chaussée après son étude et son analyse et considéré comme une fonction aléatoire $h(x)$, en considérant que cette fonction est stationnaire et ergotique (périodique) , et les ordonnées des irrégularités du profil seront étudiées et évalués par la loi normal , les caractères aléatoires principales du micro profil à étudier d'habitude sont considérées comme Espérances mathématiques \bar{h} , Dispersion des hauteurs des irrégularités est D_h et la fonction de corrélation $K_h(x)$ est déterminer par l'expression suivante[37]:

$$\bar{h} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i ; \quad D_h = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2 \quad (5.8)$$

$$K_h(X) = \frac{1}{(n-m)} \sum_{i=1}^{(n-m)} [(h(x_i) - \bar{h})] [h(x_{i+m}) - \bar{h}] \quad (5.9)$$

Avec $m=0, 1, \dots, L \leq n$; $n = \frac{L}{\Delta X}$; $X = \frac{L \cdot m}{n}$

Où L : longueur de réalisation

X : intervalle de corrélation égale à $\frac{L \cdot m}{n}$

5.4. Détermination de la fonction de corrélation :

$K_h(X)$, en utilisant des pas de $\Delta X = 0.05 \div 0.1$ m

$$0.05 \leq \Delta X \leq 0.1 \text{ m}$$

Pour la détermination des ordonnées des irrégularités de la surface de circulation des points intermédiaires par la méthode d'interpolation linéaire ou du polynôme d'interpolation de STERLING, en tenant compte des angles de rotation dans la courbe à droite et à gauche du point considéré ou à étudier, dans ce cas on utilise le polynôme d'interpolation de STERLING de 3ème degré :

$$h(X) = h_0 + q \frac{(\Delta h_{-1} + \Delta h_0)}{2} + \frac{q^2}{2} \Delta^2 h_{-1} + \frac{q(q^2 - 1)}{3!} \cdot \frac{\Delta^3 h_{-2} + \Delta^3 h_{-1}}{2} \quad (5.10)$$

Avec $q = (X - X_0) / \Delta$;

$$\Delta h_{-1} = (h_{-1} - h_0) = \Delta h_0 = (h_0 - h_1) ;$$

$$\Delta^2 h_{-1} = h_1 - 2h_0 + h_{-1} ;$$

$$\Delta^3 h_{-1} = h_1 - 3h_0 + 3h_{-1} - h_{-2}$$

Où $\Delta = 0.05 \div 0.1$ m ($0.05 \leq \Delta \leq 0.1$ m) la distance entre les deux profils consécutifs (voir figure 5.3).

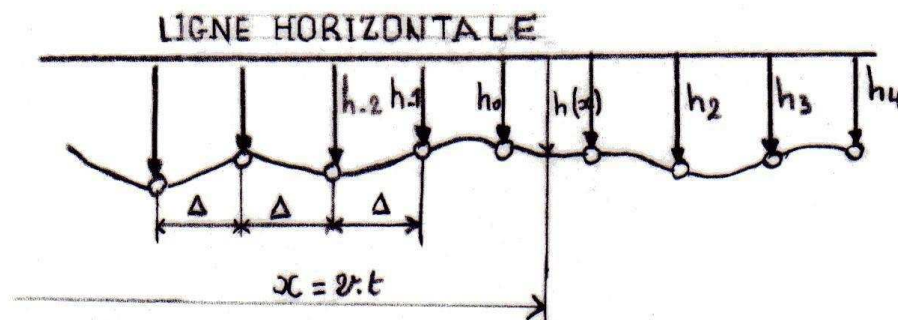


Fig.5.3: l'allure de déformation d'un profil

Remarque : en utilisant la fonction de corrélation $K_h(X)$ caractère principal d'un profil quelconque du tablier d'un ouvrage d'art , on peut déterminer une relation linéaire , qui nous permet de déterminer ces différents ordonnées des différents points du profil à étudier , tel que :

$$\rho_h(X) = \frac{K_h(x)}{D_h} \quad (5.11)$$

$$\Delta_h = h_{i+1} - h_i = h_i - h_{i-1} = \dots = h_1 - h_0 = h_0 - h_{-1}$$

D'après les paragraphes de la (figure 5.4) de la fonction $\rho_h(X)$, les deux courbes I et II de deux parties différents en béton bitumineux , la différence entre les deux courbe est dans la présentation ou la formulation de la non régularité de la chaussée par la méthode de la fonction aléatoire stationnaire et choix de la courbe ou ligne de l'espérance mathématique. en plus l'utilisation de la fonction d'approximation $\rho_h(X)$, qui contient deux exponentielles avec des coefficients empiriques qui dépendent de la manière de réalisation des profils , qui sont α_1 et α_2 et un coefficient μ , qui reflète ou qui prend en compte la période de répétition de la densité ou la fréquence de circulation[38 ; 39,40]

$$\rho_h(X) = A_1 e^{-\alpha_1 |X|} + A_2 e^{-\alpha_2 |X|} \cos \Omega_x \quad (5.12)$$

$$\text{ou } L_{\text{effective}} = 2\pi/\Omega \approx 3.2m \div 16m, \text{ c à d}$$

$$3.2m \leq L_{\text{effective}} \leq 16m$$

$$0.15 \leq \alpha_1 \leq 0.25; \quad 0.05 \leq \alpha_2 \leq 0.7 \text{ Sans unité}$$

$$0.65 \leq A_1 \leq 0.8; \quad 0.15 \leq A_2 \leq 0.35$$

D'où la dispersion des hauteurs des non régularités de la chaussée est :

$$0.6 \leq Dh \leq 1.6 M2$$

L'influence des surcharges roulantes sur la géométrie du profil est en fonction du diamètre de la roue de la surcharge et de la pression dans les chenils des surcharges roulantes telle que M_{C80} et MC_{120} (voir la figure 5.6)

La déformation de la chaussée sous l'effet des surcharges roulantes dépend aussi du rayon des roues et la larguer des chenils pour les surcharge sur chenils telles que M_{C80} et MC_{120} .

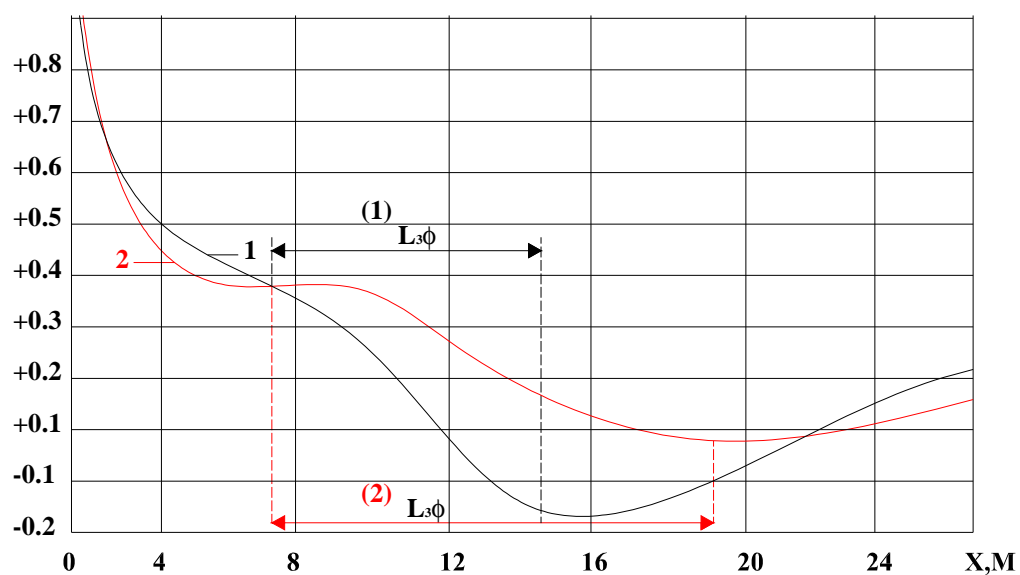


Fig. 5.4 la fonction d'approximation $\rho_h(x)$

La non régularité des profils des chaussée sous les différents facteurs dépend aussi de la fonction de corrélation $K_h(X)$ voir (fig. 5.5)[41]

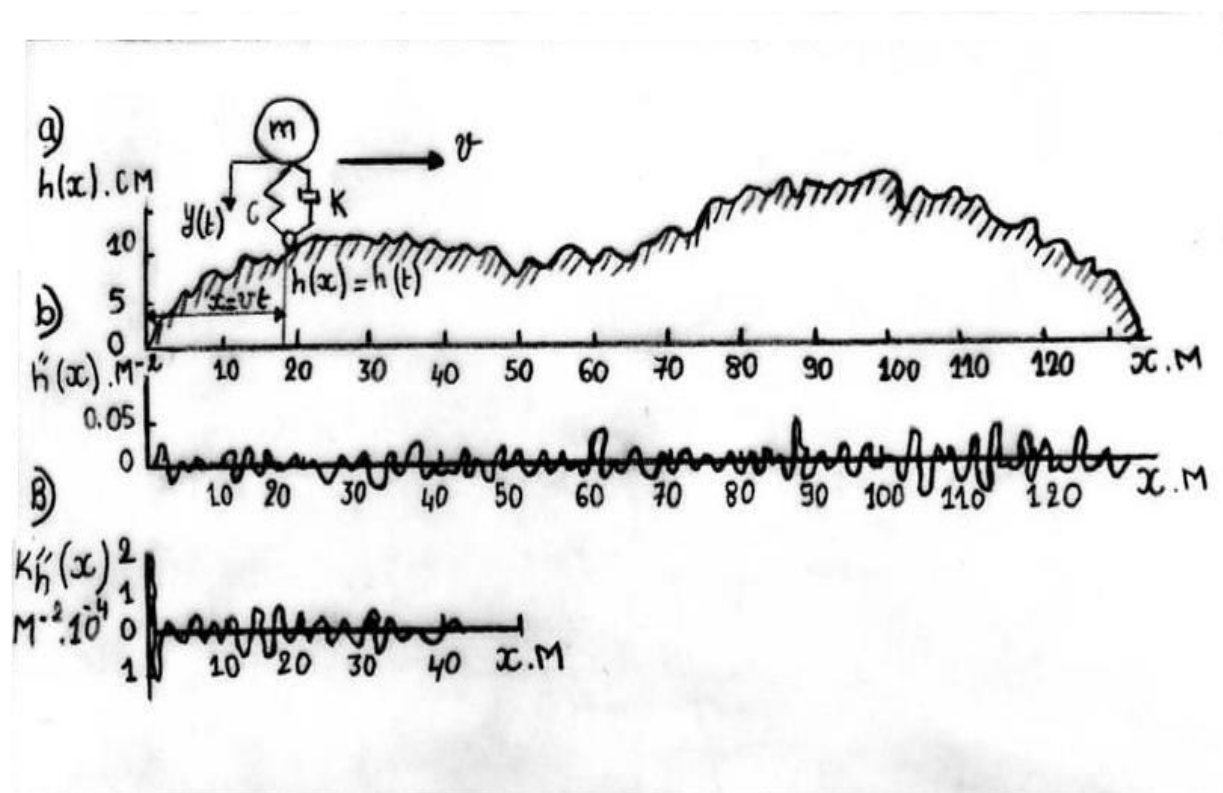


Fig5.5 L'influence des surcharges roulantes sur la géométrie du profil

L'Equation du mouvement de la masse M avec les caractéristiques de rigidité et la pression de la surcharge par la relation suivante :

$$C [Y(t)-h(t)] ; k \frac{d}{dt}[Y(t)-h(t)] + T \operatorname{signe} \left\{ \frac{d}{dt} [(Y(t)-h(t))] \right\} .$$

$$m_y(t) + C [Y(t)-h(t)] + k \frac{d}{dt}[Y(t)-h(t)] + T \operatorname{signe} \left\{ \frac{d}{dt} [(Y(t)-h(t))] \right\} = mg \quad (5.13)$$

On pose $U(t) = Y(t) - h(t)$; $\omega^2 = C/m$; $2\alpha = k/m$; $T_0 = T/m$
D'où, on obtient :

$$\ddot{U}(t) + \omega^2 U(t) + 2\alpha \dot{U}(t) + T_0 \operatorname{signe} [\dot{U}(t)] = \ddot{h}(t) + g ;$$

N.B : pour les différents mouvements des surcharges : $X = V \cdot t$

L'accélération $\ddot{h}(t) = V^2 \ddot{h}(x)$.

Pour obtenir des résultats plus exactes , on utilise le polynôme de STERLING de 5^{ème} ordre , en augmentant le nombre des nœuds et on prend le pas de dénivellation de la déformation des profils de la chaussée égale a 1.00 m .

$$h(X) = h_0 + q \frac{(\Delta h_{-1} + \Delta h_0)}{2} + \frac{q^2}{2} \Delta^2 h_{-1} + \frac{q(q^2-1)}{3!} \cdot \frac{\Delta^3 h_{-2} + \Delta^3 h_{-1}}{2} \\ + \frac{q^2(q^2-1)}{4!} \Delta^4 h_{-2} + \frac{q^1(q^2-1)(q^2-4)}{5!} \cdot \frac{\Delta^5 h_{-3} + \Delta^5 h_{-2}}{2} \quad (5.14)$$

Pour déterminer la différence centrale, on a

$$\Delta_{h_{-2}}^4 = h_2 - 4h_1 + 6h_0 - 4h_{-1} + h_{-2} ;$$

$$\Delta_{h_{-3}}^5 = h_2 - 5h_1 + 10h_0 - 10h_{-1} + 5h_{-2} - h_{-3}$$

$$\Delta_{h_{-2}}^5 = h_3 - 5h_2 + 10h_1 - 10h_0 + 5h_{-1} - h_{-2}$$

D'où L'Espérance mathématique converge vers le zéro , mais la fonction elle-même

$\ddot{h}(x)$ reste réglementé dans l'ordre, telle que égale a :

$$\ddot{h}(X) = \Delta^2 h_1 + \frac{q}{2} (\Delta^3 h_2 + \Delta^3 h_{-1}) + \frac{(6q^2-1)}{12} \Delta^4 h_2 + \frac{q(2q^2-3)}{12} (\Delta^5 h_3 + \Delta^5 h_{-2})$$

Tout sa donne une possibilité avec une grande base de calcul par argotique et sa stationnarité, plus qu'elle a même chemin que $h(x)$.

L'évaluation de la fonction de corrélation de deuxième ordre $K_h''(x)$ voir(figure 5.5) , en particulier pour un calcul discret (variables Discrètes) laide d'un calcul numérique , on peut le déterminer par l'expression suivante :

$$K_h''(x) = \frac{1}{(n-m)} \sum_{i=1}^{n-m} [(\ddot{h}''(X_i))][\ddot{h}''(X_{i+m})] \text{ avec } X = L \cdot m / n ; \quad (5.15)$$

$m=0, 1, 2, \dots, L < n$.

La fonction de corrélation par la méthode de accélération $K_h''(\tau)$ pour les mouvements uniformes des surcharges roulantes est déterminé immédiatement à travers de la fonction de corrélation de deuxième ordre $K_h''(x)$ et la vitesse de circulation des surcharges roulantes [42].

$$K_h(t) = v^4 K_h''(x) \quad (5.16)$$

Pour l'approximation des fonctions de corrélation $K_h''(x)$, on peut utiliser sous forme exponentielle ou fonction cosinus [43].

$$K_h''(x) = D_h'' \sum_{j=1}^n (b_j e^{(-\beta_j x)} \cos \Omega_j x) \quad (5.17)$$

D'où : D_h'' : la fonction de dispersion par la méthode de deuxième dérivée ;

b_j ; Ω_j ; β_j : sont respectivement coefficient du poids des surcharges roulantes ; fréquence et coefficient d'amortissement des différentes décompositions du trafic.

En général l'Espérance de la déformation des profils d'une chaussée en béton bitumineux est :

$$h(x) = h_0 e^{-\frac{\mu x}{L}} \left[\alpha \left(\sin \frac{2\mu-1}{L} \pi x - \frac{2\mu-1}{2\mu+1} \sin \frac{2\mu+1}{L} \pi x \right) + \beta \left(\sin \frac{2\mu}{L} \pi x - \frac{\mu}{\mu+1} \sin \frac{2\mu+2}{L} \pi x \right) \right] \quad (5.18)$$

$h_0, \mu, \alpha, \beta, L$: sont des constantes ; $\mu = 0,1, 2, \dots$

Pour simplifier les calculs, on peut prendre :

$$\dot{h}(0) = 0 ; \quad \ddot{h}(0) = 0$$

D'où, on obtient :

$$h(x) = \mp (h_0/2) \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{L} \right) \quad (5.19)$$

$$h(x) = \mp (h_{01}/2) \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{L} \right) \mp (h_{02}/2) \left(1 - \cos \frac{4\pi x}{L} \right).$$

Avec h_0, h_{01}, h_{02} , sont les dénivellations des différents nœuds des profils.

L : la longueur de profil déformée.

5.5 Conclusion :

Le profil de la chaussée détermine directement l'excitation du véhicule qui vibre en Interaction avec le pont. La définition du niveau de qualité de la planéité de la chaussée est, Par conséquent, un élément important qui influence les réponses dynamiques

Chapitre 6
Evaluation de la pression
dynamique stochastique due
aux non régularité des
chaussées

6.1. Introduction

Dans ce cas ,on étudié la fonction $R(\tau)$ dans son aspect probabiliste , en présent d'une façon aléatoire une chaussée définie avec plusieurs non régularités et on modélise ces appuis et ces surcharges roulantes avec des ressorts et des amortissements considérant ces variables aléatoires comme stationnaires et érodiques avec une répartition normale des ordonnées [44,45 ,46,47] . D'autre peut pour le mouvement des surcharges roulantes .sur une chaussée non uniforme avec des ornières représentées aléatoirement. Les locales rejaillisse des pressions qui atteignent, trois à quatre fois. D'augmentation d'habitude varient entre 1.5 à 2 le tonnage des véhicules (effet dynamique augmenté) avec les évaluations principales statistiques des pressions des surcharges,

6.2. La fonction de corrélation

On prend en considération l'auto- corrélation $K_{Rq}(\tau)$ et inter corrélation fonction $K_{RqRr}(\tau)$ pour les modèles linéaires des véhicules. on détermine à travers les fonctions périodiques la pulsation $\omega_q^{(L)}(\tau)$ et la fonction de corrélation de non régularité de la chaussée $K_{h_s h_L}(\tau)$ ou son dérivée secondaire $K_{\dot{h}_s \dot{h}_L}(\tau)$.

La fonction d'in pulsation de transition $w_{h_q}^{(L)}(\tau)$ ou $\dot{w}_{h_q}^{(L)}(\tau)$, son sens physique est la réaction q^{eme} relation ou interaction inferieure chaussée-véhicule avec $q=1,2,3 \dots Q$. Son développement ou évolution est déterminé par l'expression suivante :

$$\begin{cases} \xi_q(\tau) = \sum_{v=1}^S f_v(t) Z_{qv} & \text{avec } q = 1, 2, 3 \dots Q \\ \xi_S(\tau) = \sum_{v=1}^S f_v(t) Z_{sv} & \text{avec } S = Q+1, \dots S \end{cases} \quad (6.1)$$

$$R_d(\mathbf{U}_q, \dot{\mathbf{U}}_q) = C_q \mathbf{U}_q(\tau) + k_q \dot{\mathbf{U}}_q(\tau) = (C_q + k_q \frac{d}{dt}) [\xi_q(\tau) - h_q(\tau)] \quad (6.2)$$

et aussi de l'intervalle d'application des fonctions $f_v(t)$ dans les quelles $h_q(\tau)$ et

$\dot{h}_q(\tau)$ varient avec la variation de la fonction $\delta(\zeta)$. D'où, on obtient :

$$w_{h_q}^{(L)}(\tau) = (C_q + k_q \frac{d}{dt}) (C_1 + k_1 \frac{d}{dt}) \left[\sum_{v=1}^S \frac{\beta_{qv}}{A_v \omega_v} Z_{qv} \cdot e^{\frac{k_0 \omega_v^2 \tau}{2}} \sin \omega_v(t) \right] \quad (6.3)$$

$$\dot{w}_{h_q}^{(L)}(\tau) = (C_q + k_q \frac{d}{dt}) \left[\sum_{v=1}^S \frac{\gamma_{qv}}{A_v \omega_v} Z_{qv} \cdot e^{\frac{-k_0 \omega_v^2 \tau}{2}} \sin \omega_v(t) \right] \quad (6.4)$$

Dans le cas le plus simple d'une seule surcharge de masse m et de rigidité donnée avec une relation élastique :

$$W_{\tilde{h}}(\tau) = \left(\frac{c^2}{m\omega}\right) e^{-\alpha\tau} \sin \omega\tau. \quad (6.5)$$

$$W_{\tilde{h}}(\tau) = \left(\frac{c}{\omega}\right) e^{-\alpha\tau} \sin \omega\tau \quad (6.6)$$

En fin en utilisant la théorie des processus stationnaires [48], qui donne les expressions suivantes :

$$K_{RqRr}(\tau) = \sum_{L=1}^Q \sum_{S=1}^Q \int_0^\infty W_{h_q}^{(L)}(\xi) d\xi \int_0^\infty W_{h_r}^{(S)}(U) \cdot K_{hsh_t}(\tau + \xi - U) dU \quad (6.7)$$

$$K_{RqRr}(\tau) = \sum_{L=1}^Q \sum_{S=1}^Q \int_0^\infty W_{h_q}^{(L)}(\xi) d\xi \int_0^\infty W_{\tilde{h}_r}^{(S)}(U) \cdot K_{\tilde{h}_s\tilde{h}_t}(\tau + \xi - U) dU \quad (6.8)$$

Les formules de fonctions d'auto corrélations $K_{Rq}(\tau)$ est obtenues à travers les expressions (6.7) et (6.8) dans les quelles on remplace ou prend $q=r$. Les fonctions de corrélation des processus d'entrée K_{hshL} et $K_{\tilde{h}_s\tilde{h}_L}$ on peut les approximer sous forme des sommes des dérivées des exponentielles, c'est-à-dire

$$K_{sL}(\tau) = D \sum_{j=1}^n B_j \exp[-\beta_j(\tau - \zeta_{SL})] \cos \Omega_j(\tau - \zeta_{SL}) \quad (6.9)$$

Avec

$$D_h(t) = D_h(X); \quad D_h''(t) = \vartheta^4 D_{\tilde{h}}(X); \quad t \geq \zeta_{SL}.$$

Où D : dispersion de la fonction aléatoire $h(t)$ ou $\tilde{h}(t)$.

B_j, Ω_j : β_j coefficient d'équilibre, de fréquence et coefficient d'amortissement de la j^{eme} harmonique.

$\zeta_{SL} = \frac{b_{sL}}{\vartheta}$ le retard, la détermination de la distance b_{sL} entre S^{eme} et L^{eme} relation ou interaction .et vitesse ϑ du mouvement des véhicules.

Exemple : trouver la fonction de corrélation de la pression dynamique d'une surcharge roulante d'un système simple (avec un degré de liberté). On prend les expressions suivantes et on intègre d'où, on obtient :

$$K_{SL}(\tau) = D \sum_{j=1}^S B_j e^{[-\beta_j(\tau - \zeta_{SL})]} \cos \Omega_j(\tau - \zeta_{SL}) \quad (6.10)$$

et

$$K_{RqRr}(\tau) = \sum_{L=1}^Q \sum_{S=1}^Q \int_0^\infty W_{h_q}^{(L)}(\xi) d\xi \int_0^\infty W_{\tilde{h}_r}^{(S)}(U) \cdot K_{\tilde{h}_s\tilde{h}_L}(\tau + \xi - U) dU$$

D'où, on obtient :

$$K_{Rq}(t) = \frac{D_h''}{4\omega^2} C^2 \vartheta^4 \sum_{j=1}^K \beta_j e^{-\beta_j(t)} \left\{ \cos \Omega_j(t) \left[\left(\frac{a_j}{d_j^2 + a_j^2} + \frac{r_j}{d_j^2 + r_j^2} \right) \left(\frac{a_j}{b_j^2 + a_j^2} + \frac{r_j}{b_j^2 + r_j^2} \right) + \left(\frac{d_j}{d_j^2 + r_j^2} - \frac{d_j}{d_j^2 + a_j^2} \right) \left(\frac{b_j}{b_j^2 + r_j^2} - \frac{b_j}{b_j^2 + a_j^2} \right) \right] + \sin \Omega_j(t) \left[\left(\frac{a_j}{d_j^2 + a_j^2} + \frac{r_j}{d_j^2 + r_j^2} \right) \left(\frac{b_j}{b_j^2 + r_j^2} - \frac{b_j}{b_j^2 + a_j^2} \right) + \left(\frac{a_j}{b_j^2 + a_j^2} + \frac{r_j}{b_j^2 + r_j^2} \right) \left(\frac{d_j}{d_j^2 + r_j^2} - \frac{d_j}{d_j^2 + a_j^2} \right) \right] \right\} \quad (6.11)$$

Avec $d_j = \frac{K_{rj}\omega^2}{2} - \beta_j$; $b_j = \frac{K_{rj}\omega^2}{2} + \beta_j$; $a_j = \omega + \Omega_j$; $r_j = \omega - \Omega_j$.

Pour déterminer la vitesse autorisée sur un tablier d'un pont routier ϑ par l'intermédiaire de la fonction (6.11), on donnant la dispersion de la pression $K_R(0)$ et de la 2^{ème} dérivée D_h''

Regardant les résultats obtenues du coefficient de variation $K_B = \sqrt{K_R(0)} / \bar{R}$ de la pression Dynamique des essieux arrière de la surcharge roulante d'un camion à deux essieux MAZ-500. Dans notre cas la pression statique à pour expression $R = \text{Constante}$ or l'argument a^* pour valeur $t=0$ dans l'expression (6.11).

Les données initiales $D_h = 2.10^{-4} \text{ M}^{-2}$; $\beta_1 = 0.17 \text{ M}^{-1}$; $\beta_2 = 0$; $R = 10.2 \text{ tf}$;

$\Omega_1 = 0.19 \vartheta \text{ M}^{-1}$; $\Omega_2 = 0.23 \vartheta \text{ M}^{-1}$; $B_1 = 0.6$; $B_2 = 0.4$;

$\frac{K_{rj}\omega^2}{2} = 0.3 \text{ S}^{-1}$; $\omega = 10 \text{ S}^{-1}$ Pour la courbe (1)

Et $\frac{K_{rj}\omega^2}{2} = 10 \text{ S}^{-1}$; $\omega = 60 \text{ S}^{-1}$ Pour la courbe (2)

Voir la figure si dessous (6. 1) :

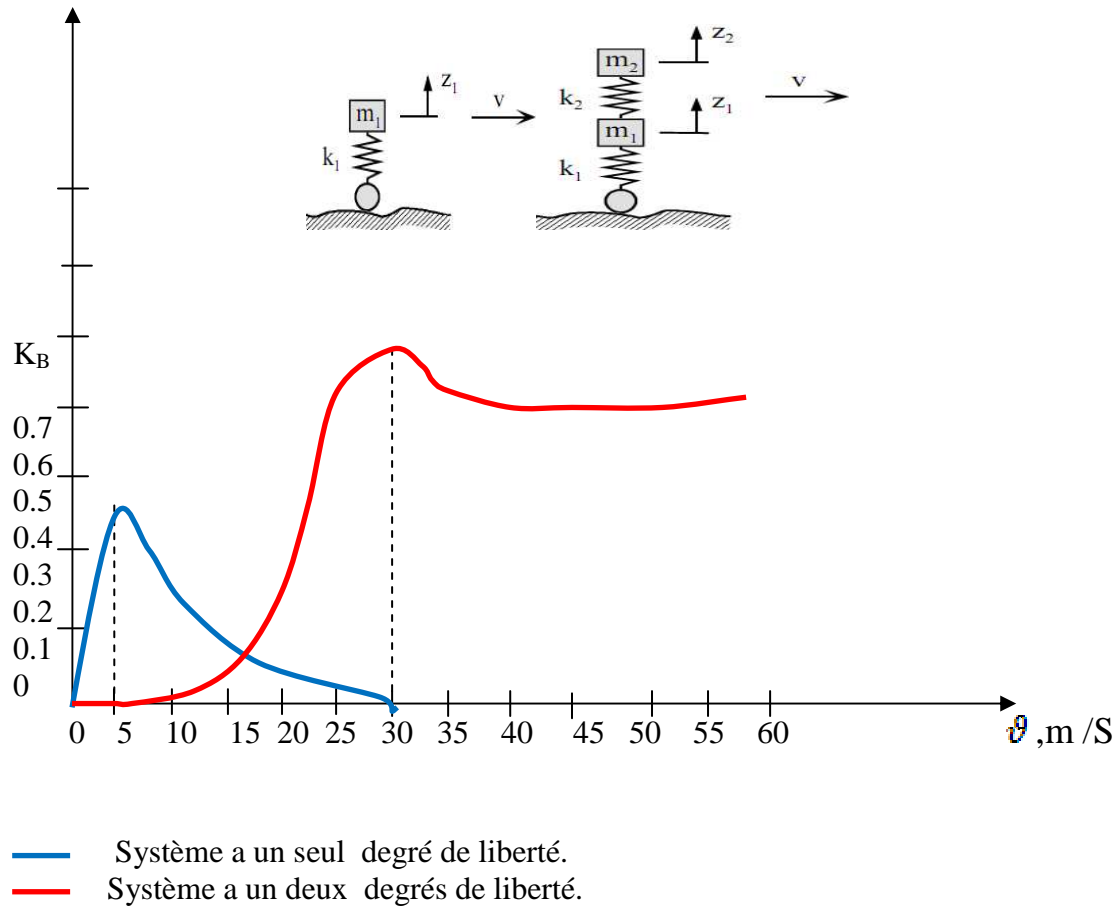


Fig. (6. 1) : la valeur de coefficient K_B en fonction de la vitesse pour les deux systèmes

D'après les résultats obtenus à travers la figure ci-dessus, on remarque que la vitesse v_{\max} pour la pression dynamique est de 5 m /S pour le premier système, et pour la courbe de deuxième système, on a $v_{\max} = 30$ m /S.

Pour les propriétés filtrées des operateurs des expressions

$$\ddot{h}(t) = \zeta^2 \ddot{h}(X) \text{ et de } h(X)$$

qui détermine les vibrations des surcharges roulantes .pour la fonction $R_q(t)$ et $K_{R_q R_q}(\tau)$ dans l'intégrité de la valeur autorisée sont déterminées par les expressions du processus erodique stationnaire [49].

$$K_{R_q}(\zeta) = \frac{1}{T-\zeta} \int_0^{T-\zeta} [R_q(t) - \bar{R}_q] [R_q(t+\zeta) - \bar{R}_q] dt \quad (6.12)$$

$$K_{R_q R_r}(\zeta) = \frac{1}{T-\zeta} \int_0^{T-\zeta} [R_q(t) - \bar{R}_q] [R_r(t+\zeta) - \bar{R}_r] dt \quad (6.13)$$

T : Intervalle d'intégration.

ζ : la longueur total dans l'échelle du temps.

$$T=L/v.$$

6.3 .Les modèles complexes :

Pour l'étude et le traitement de ces modèles, nous sommes dans l'obligation d'utilisation des caractéristiques physique-géométrique-mécaniques non linéaires et pour ce la , on est obligé de faire recours au calcul numérique en général et les méthodes des éléments finis en particulier . Dans ce cas la surface de roulement est considérée non uniforme et avec des irrégularités des sa mise en service et même des son début de réalisation, faute de conception, calcul (dimensionnement du corps de chaussée ou mal dosage du béton bitumineux), les hauteurs des irrégularités son estimées à une fonction de temps t telle que h(t) ; qui sont exprimées en fonction des vibrations dues au trafic des surcharges roulantes.

On détermine les fonctions $R_q(t)$ pour chaque q^{eme} interaction chaussée –véhicule du système mécanique pour $q=1, 2, 3, \dots, Q$, mémorisée comme réalisation de la pression dynamique. Esperance mathématique de ces applications statique est permanentes de chaque q^{eme} essieu sur la chaussée.

$$C'est\text{-}\grave{a}\text{-dire } \bar{R}_q(t) = R_{qc} = \text{constante} \quad (6.14)$$

La stabilisation des espérances mathématiques en générale est inférieure ou égale à 2 S.

Les vibrations aléatoires des pressions dynamiques représentent un processus ordonné plus que la non régularité de la chaussée. Dans ce cas, on utilise les plans de schémas de calcul des charges ou surcharges de la fonction de corrélation $K_R^V(t)$ de la pression dynamique d'une seule roue de la surcharge roulante, qui peut être déterminée à partir de la fonction de corrélation $K_R^E(t)$ de la pression inverse ou réaction du sol (chaussée) sur la roue . Est déterminée elle-même de la corrélation des pressions de la roue droite et gauche, telle que :

$$K_R^E(t) = K_{R_d}(t) + K_{R_g}(t) + 2 K_{R_d R_g}(t) \approx 4 K_R^{(r)}(t). \quad (6.15)$$

La fonction de corrélation de la pression sur la chaussée est utilisée pour la détermination de la méthode optimale pour calculer la fonction ou l'algorithme d'une chaussée uniforme et plane sans irrégularités. $R_q(t)$ et $K_{R_q R_r}(t)$ avec ($q=1, 2, 3, \dots$), pour les profils h(t)

Plan avec des pas de réalisation et d'étude de 0.5m et 1.0 m Pour les surcharges roulantes a deux essieux, on prend la fonction de corrélation $K_{Ra}(t)$ pour les essieux avant et $K_{Rd}(t)$ pour les essieux arrières.

Or pour les surcharges a 3 essieux, telle que les surcharges roulantes françaises B_C l'essieu la plus proche au centre de gravite (intermédiaire) à pour fonction de corrélation $K_{RaRd}(\tau)$.

Pour l'indépendance totale des vibrations des essieux avant et arrière pour les surcharges roulantes à 2 essieux seulement:

$\theta / M \beta_1 \beta_2 = 1$ est caractère ou caractéristiques similaires de liaison et répartition des charges sur les essieux, on peut la déterminer par la relation suivante :

$$K_{Ra}(\tau) = a^2 K_{Rd}(\tau); \quad K_{RaRd}(\tau) = a K_{Ra}(\tau - \zeta);$$

$$\text{Ou } a = R_{1m} / R_{2m}; \quad \zeta = (\beta_1 + \beta_2) \theta^{-1} = \text{cte.}$$

R_{1m} : la réaction de la roue une intermédiaire.

R_{2m} : la réaction de la deuxième roue intermédiaire.

En général $0.8 \leq \theta / M \beta_1 \beta_2 \leq 1.2$ [50]

Pour l'étude d'un projet routier ou d'un ouvrage d'art, on peut approximer des résultats pour simplifier les calculs, telle que, on prend en général :

$\theta \leq 6 \text{ M/s}$, la période des vibrations dues à la non régularité de la chaussée :

$$0.35 \leq T \leq 0.45 \text{ S}$$

Et la fonction de corrélation est comme suite :

$$K_q(t) = K_{Rq}(0) [\beta_{q1} \exp(-\gamma_{q1} t) \cos \Omega_{q1} t + \beta_{q2} \exp(-\gamma_{q2} t) \cos \Omega_{q2} t] \quad (6.16)$$

Où Ω_{q1} et Ω_{q2} sont les fréquences de la surcharge 1 et 2 qui sont déterminées par la méthode graphique à partir des graphes de déformation de la chaussée a étudié.

β_{q1} et β_{q2} sont des coefficients sans unité.

γ_{q1} et γ_{q2} sont des coefficients, qu'on peut les déterminer à partir de l'expression (6.16), on posant $t_1 = 0$; $t_2 = t_{\min}$; $t_3 = t_0^{(1)}$; $t_4 = t_0^{(2)}$.

a partir de tout ça, on peut rendre le maximum de $K_R / K_R(0)$, le minimum absolu pour $K_R(t_2)$, on annule $K_R(t_3) = 0$ et $K_R(t_4) = 0$. [51]

La fonction de liaison des corrélations est approximativement déterminée par :

$$K_{RqRr}(\tau) = \sqrt{K_{Rq}(0) K_{Rr}(0)} \cdot \sum_{i=1}^2 \beta_i \exp(-\gamma_i |\tau - \zeta_{qr}|) \cdot \cos \Omega_i (\tau - \zeta_{qr});$$

Ou les constantes β_i , V_i , Ω_i , ζ_{qr} sont détermines par l'intermédiaire des graphes de la fonction de corrélation $K_{RqRr}(\tau)$ voir les tableaux si dessous (6.1), (6.2) et (6.3).

Tableau 6.1 représente les paramètres de fonction d'auto corrélation pour les surcharges civiles

Type de surcharge	Vi m/S	paramètres de fonction d'auto corrélation						
		$K_{R2}(0) (tf)^2$	Ω_1, S^{-1}	Ω_2, S^{-1}	$T_{2.1}, S^{-1}$	$T_{2.2}, S^{-1}$	β_{21}	β_{22}
ZIL .130	5	0.15	17.00	/	2.8	/	1.00	/
	10	0.98	11.8	/	1.3	/	1.00	/
	15	1.56	10.8	/	1.0	/	1.00	/
	25	4.37	10.6	70.00	0.8	/	0.70	0.22
MAZ.500	5	0.39	16.00	/	2.3	/	1.00	/
	10	1.48	10.8	/	2.2	/	1.00	/
	15	2.15	10.8	70.00	1.9	4.5	0.89	0.11
	25	4.70	10.5	63.00	1.3	1.9	0.64	0.36
BELAZ.540	5	1.22	16.4	/	2.2	/	1.00	/
	10	2.68	10.4	/	2.2	/	1.00	/
	15	4.32	10.5	70.00	2.0	4.7	0.75	0.25
	25	14.3	10.5	65.00	2.5	2.0	0.70	0.30

Tableau 6.2 représente les paramètres de fonction d'auto corrélation pour les surcharges militaires

Type de surcharge	N° d'essieux	paramètres de fonction d'auto corrélation						
		$K_R(0) (tc)^2$	Ω_1, S^{-1}	Ω_2, S^{-1}	$T_{1.1}, S^{-1}$	$T_{2.1}, S^{-1}$	β_1	β_2
KRAZ 256 B	1	0.47	9.8	/	0.9	/	1.00	/
V= 10 m/s	2	0.51	12.0	47.0	3.4	4.3	0.70	0.3
	3	0.46	12.0	46.0	3.5	4.5	0.70	0.3

Tableau 6.3 représente les paramètres de fonction d'auto corrélation pour les convois exceptionnels

Type de surcharge	N° d'essieux	paramètres de liaison de la fonction d'auto corrélation							
		$\sqrt{K_{R_q}(0) - K_{R_q}(0)}$ (tc) ²	Ω_1, S^{-1}	Ω_2, S^{-1}	T1, S ⁻¹	T2, S ⁻¹	β_1	β_2	ζ_{qr}
KPAZ 256 B	1_2	0.49	11.00	46.00	2.2	4.3	0.85	0.15	0.46
V= 10 m/s	1_3	0.45	11.00	46.00	2.3	4.5	0.80	0.20	0.60
	2_3	0.49	11.00	46.00	3.4	4.4	0.85	0.15	0.14

6.4. Conclusion

Les explications fournies dans les paragraphes Précédents montrent que les éléments qui entrent en jeu sont nombreux. les paramètres intervenant dans l'interaction dynamique du véhicule et du pont sont décrits dans le but d'apporter des précisions nécessaires à la compréhension du phénomène vibratoires.

Chapitre 7

Modèle probabiliste due a la non régularité des chaussées

7.1 Introduction

Dans le calcul dynamique des structure, on est confronté a l'analyse d'influences possibles dont la nature ne nous est pas complètement évidente. ces actions peuvent êtres considérées comme des perturbations extérieures non contrôlables (aléatoires), ainsi que comme des modifications non contrôlables de la géométrie et de paramètres du système à étudier.

Exemple

- Les Irrégularités de la surface de la route.

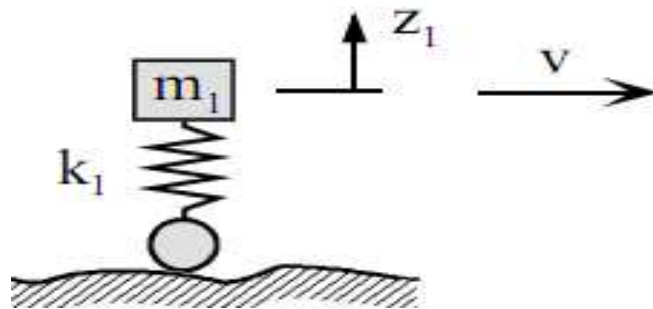


Fig. 7 .1 : Les Irrégularités de la surface de la route.

- Les imperfections d'éléments élastiques (les appareils d'appui dans un pont)

7.2 Influence des caractéristiques aléatoires sur l'équation d'une dalle anisotropique

D'après les équations d'équilibres des forces dans le sens vertical, on déduit l'équation aux dérivées partielles d'une dalle ortho tropique telle que :

$$\rho_x = \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + 2H \frac{\partial^4 W}{\partial X^2 \partial Y^2} + \rho_y \frac{\partial^4 W}{\partial Y^4} - P(X, Y) = 0 \quad (7.1)$$

$$\text{Avec } H = \left[2\gamma_{xy} + \frac{\eta_y \rho_x + \eta_x \rho_y}{2} \right] = \frac{d^3}{24(1-\eta_x \eta_y)} [E_x \eta_x + E_y \eta_y + 4G(1 - \eta_x \eta_y)]$$

H : élément de perturbation (V.A)

d : épaisseur de la dalle

Pour les dalles isotopiques, on a

$$E_x = E_y = E; \quad \eta_x = \eta_y = \eta; \quad G = \frac{E}{2(1+\eta)}$$

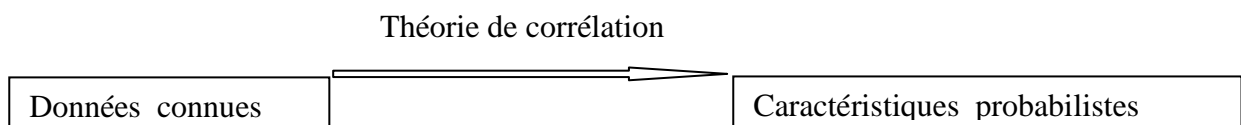
Pour cette raison, nous sommes obligés de trouver un nouvel appareil de calcul mathématique pour d'écrire et prendre en considération de façon plus précise l'environnement d'influence non déterministes : cet appareil mathématique a été à l'origine de la théorie des processus aléatoires, qui dépend de 5 fonctions non aléatoires :

1. Espérance mathématique de la fonction aléatoire
2. Dispersion
3. la densité de répartition en fonction du temps
4. la fonction de corrélation (théorie de corrélation)
5. la densité spectrale.

7.3 Théorie de corrélation

Les méthodes de la théorie des probabilités et des processus aléatoires permettent d'estimer et d'étudier les événements de masse indépendamment du comportement précis des événements individuels séparés.

Pour cette raison, nous sommes obligés aujourd'hui dans le domaine des vibrations en particulier et de la structure en général d'appliquer la théorie de la corrélation qu'est une méthode connue pour l'analyse des processus aléatoires. Elle permet d'obtenir les caractéristiques probabilistes de la sortie pour les caractéristiques connues de l'entrée.



Exemple

La détermination des Loi de répartition des fonctions aléatoires :

$$X(t) = A_n \sin \omega t + B_n \cos \omega t$$

Pour la résolution de cette équation c'est à dire de trouver la fonction de corrélation, on prend $X(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$.

Avec A et B deux variables aléatoires, pour les quels on connaît m_A et m_B , σ_A , σ_B et K_{AB} .

Avec en outre :

$m_A = m_B = 0$; $K_{AB} \neq 0 \implies A$ et B sont corrélées.

Par définition, on a :

$$K_X(t, t') = M(A \sin \omega t + B \cos \omega t)(A \sin \omega t' + B \cos \omega t') \\ = M[A^2 \sin \omega t \sin \omega t' + AB \sin \omega t \cos \omega t' + AB \cos \omega t \sin \omega t' + B^2 \cos \omega t \cos \omega t'] \implies$$

$$K_X(t, t') = \sin \omega t \sin \omega t' M[A^2] + \sin \omega(t + t') M[AB] + \cos \omega t \cos \omega t' M[B^2]$$

Exemple : charge dynamique périodique stationnaire

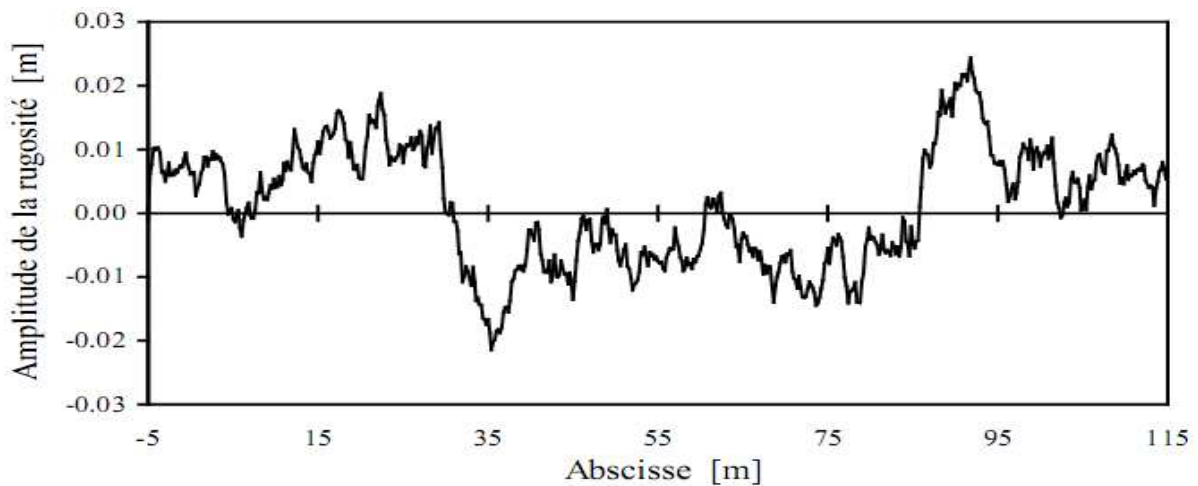


Fig. 7.2 : Profil avec ces propriétés géométriques (les essais réalisées par Claude BROQUET)

Valeur moyenne d'un processus aléatoire à t_1

$$\eta_x(t_1) = E \int_0^{t_1} X(t)$$

E : espérance de la fonction X_k

Pour les variables aléatoires continues $X_k(t_1) \wedge X_k(t_1 + \zeta)$, on a une moyenne

D'ordre 2 = la fonction d'auto corrélation tel que :

$$R_X(t_1, t_1 + \zeta) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k(t_1) X_k(t_1 + \zeta) = E(x(t_1), x(t_1 + \zeta))$$

Possibilité de moyennes sur l'ensemble d'ordre supérieure à 2

Si $\eta_x(t_1)$ et $R_X(t_1, t_1 + \zeta)$ dépendent de $t_1 \implies$ processus non stationnaire

Si $\eta_x(t_1)$ et $R_X(t_1, t_1 + \zeta)$ ne dépendent pas de $t_1 \implies$ processus fortement stationnaire

7.3.1 Types de chargements donnés

Chaque structure durant sa vie est susceptible de subir un chargement dynamique critique. Ces chargements sont devisés, en 4 catégories :

Périodique (uniforme)	{ stationnaires
	{ Non stationnaires
non périodique (non uniforme)	{ stationnaires
	{ Non stationnaires

Présentation matricielle

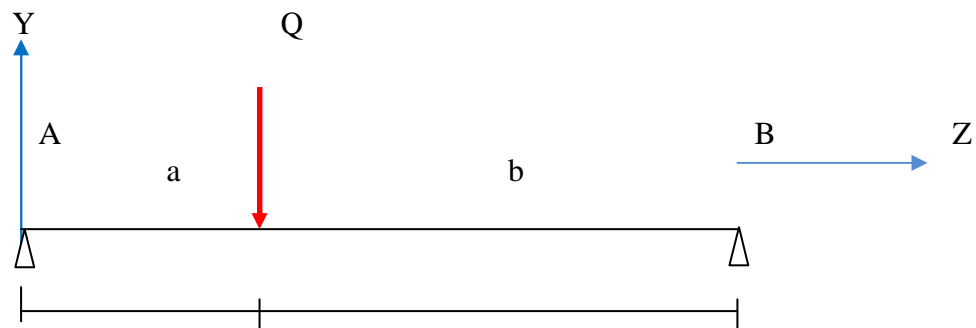
Les variances et les moments de corrélations de deux variables aléatoires peuvent se présenter sous la forme matricielle suivante :

$$K = \begin{bmatrix} D_X & K_{XF} \\ K_{FX} & D_F \end{bmatrix} \quad \text{Avec} \quad D_X = K_{XX} \text{ et } D_F = K_{FF}$$

Pour un système de n variable, on a :

$$K = \begin{bmatrix} K_{X_1 Y_1} & K_{X_1 Y_2} & \dots & K_{X_1 Y_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ K_{X_n Y_1} & K_{X_n Y_2} & \dots & K_{X_n Y_n} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad K_{X_i Y_i} = D_{X_i}$$

Exemple : soit une force aléatoire Q agit sur une poutre, cette force a pour caractéristique aléatoire m_Q et D_Q . il s'agit de déterminer les espérances mathématiques et les variances des réactions de la flèche au point d'application de la force Q et de la tension (contrainte) normal maximale. la rigidité de la poutre a la flexion est EI_X



Résolution du système

$$R_A = \frac{b}{a+b} Q ; \quad R_B = \frac{a}{a+b} Q$$

$$\text{La flèche } Y_k = \frac{a^2 b^2}{3EI_X (a+b)} Q ; \quad \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_X} = \frac{ab}{(a+b)W_X} Q$$

D'où les caractéristiques probabilistes sont :

$$D_{R_A} = M \left[\left(\frac{Q}{R_A} \right)^2 \right] = \frac{b^2}{(a+b)^2} D_Q$$

$$D_{R_B} = M \left[\left(\frac{Q}{R_B} \right)^2 \right] = \frac{a^2}{(a+b)^2} D_Q$$

$$D_{Y_k} = \left[\left(\frac{a^2 b^2}{3EI_X (a+b)} \right)^2 \right] D_Q ; \quad D\sigma_{\max} = \frac{a^2 b^2}{(a+b)^2 W_X^2} D_Q$$

7.3. 2 Les caractéristiques probabilistes d'un processus

Soit le processus suivant :

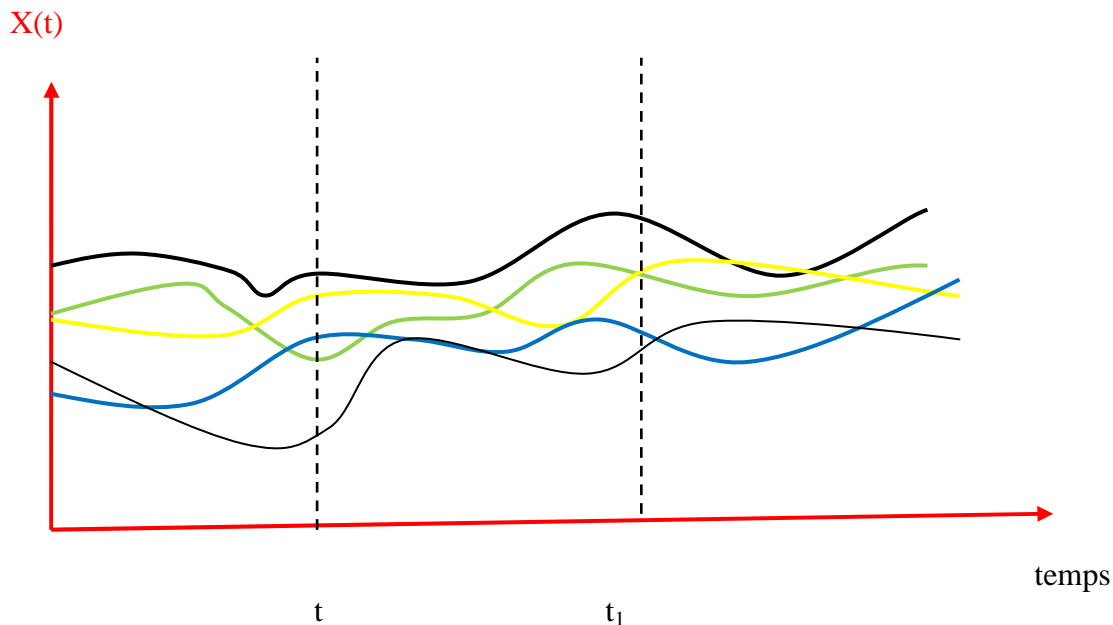


Fig.7 .3 : processus des fonctions aléatoires

Soit une section de la fonction aléatoire $X(t)$ à l'instant t , on a une fonction ou le variable aléatoire $X(t)$ discrète

$$m_x(t) = M [X(t)] \longrightarrow \text{fonction du temps.}$$

$$D_X(t) = M [X^2(t)]$$

Pour caractériser plus complètement la fonction aléatoire on introduit encore une fonction non aléatoire qui permet d'établir le degré de dépendance de deux valeurs de la fonction aléatoire aux instant t et t_1 . \longrightarrow Fonction de corrélation

$$K_X(t, t_1) = M [X(t) X(t_1)] , \quad (7.2)$$

Avec $\overset{\circ}{X}(t)$ et $\overset{\circ}{X}(t')$ \longrightarrow fonction aléatoire centrées

$$\overset{\circ}{X}(t) = X(t) - m_X(t). \quad (7.3)$$

$$\overset{\circ}{X}(t') = X(t') - m_X(t'). \quad (7.4)$$

Remarque :

$$K_X(t, t') = K_X(t', t)$$

Si $t = t'$ on a : $K_X(t, t) = D_X(t)$

7.3.3 Les caractéristiques probabilistes des fonctions aléatoires liées

linéairement

Si $Y(t) = C(t) \cdot X(t)$

$$m_Y(t) = C(t) m_X(t) \quad (7.5)$$

$$D_Y(t) = C^2(t) D_X(t) \quad (7.6)$$

$$K_Y(t, t') = C(t) \cdot C(t') \cdot K_X(t, t') \quad (7.7)$$

$C(t)$: fonction non aléatoire

Exemple : déterminer la fonction de corrélation normalisée de la fonction aléatoire

$X(t) = A e^{-\alpha t}$ avec A : est un variable aléatoire.

- L'espérance mathématique de la fonction aléatoire :

$$m_X = M[A e^{-\alpha t}] = e^{-\alpha t} M[A] \implies m_X = e^{-\alpha t} m_A$$

- La variance de la fonction aléatoire :

$$D_X(t) = M[(A e^{-\alpha t} - m_A e^{-\alpha t})^2] = e^{-2\alpha t} M[(A - m_A)^2] = e^{-2\alpha t} D_A \implies D_X(t) = e^{-2\alpha t} D_A$$

- La fonction de corrélation de la fonction aléatoire $X(t)$:

$$\begin{aligned} K_X(t, t') &= M[(A e^{-\alpha t} - m_A e^{-\alpha t})(A e^{-\alpha t'} - m_A e^{-\alpha t'})] \\ &= e^{-\alpha t} e^{-\alpha t'} M[(A - m_A)^2] \end{aligned}$$

$$K_X(t, t') = e^{-\alpha(t+t')} D_A.$$

- L'écart type de X(t) aux instant t et t' sont :

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_X(t)} = e^{-\alpha t} \sqrt{D_A} = \sigma_A e^{-\alpha t}$$

$$\sigma_x(t') = \sqrt{D_X(t')} = e^{-\alpha t'} \sqrt{D_A} = \sigma_A e^{-\alpha t'}$$

- La fonction de corrélation normalisée est de :

$$r_x(t, t') = \frac{K_X(t, t')}{\sigma_x(t) \cdot \sigma_x(t')} = \frac{D_A e^{-\alpha(t+t')}}{\sigma_A^2 e^{-\alpha(t+t')}} = 1.$$

7.4. La matrice d'influence dans le calcul des vibrations aléatoires dues a la non régularité de la chaussée

La matrice C_{ij} , i lignes, j colonnes, c'est une matrice symétrique dite les coefficients d'influence sous l'effet de la force ou des forces F_1, F_2, \dots, F_n , le déplacement d_i du point i dans la direction de la force i est :

$$\{d_i\} = [C_{ij}] \cdot \{f_i\} \quad (7.8)$$

Par conséquent

$$\{d_i\} = [C_{ij}] \cdot \{f_i\} = \sum_{j=1}^n C_{ij} F_j \quad (7.9)$$

Pour tous les déplacements, on a :

$$\begin{aligned} \{d_i\} &= [C_{ij}] \cdot \{f_i\} \\ \{d\} &= [C] \cdot \{f\} \end{aligned} \quad (7.10)$$

Important si les forces sont appliquées progressivement on introduit $\frac{1}{2}$ dans l'énergie potentielle qui se présente sous forme d'une énergie élastique est :

$$\gamma = 1/2 [F] \cdot \{d\} \quad (7.11)$$

$$2\gamma = [F] \cdot \{d\},$$

D'après la relation (7.10), on a :

$$\{f\} = [C]^{-1} \cdot \{d\}$$

$$2\gamma = [d] \cdot [C]^{-1} \cdot \{d\}, \quad (7.12)$$

D'où $[C]^{-1}$: matrice potentielle, qui intervient dans l'équation de LAGRANGE.

A partir de $[C] \longrightarrow [M]$: matrice massique d'influence

$$[M] = [C] \cdot [\backslash m]$$

Remarque $[M]$ n'est symétrique que lorsque les masses sont égales.

7.4.1 Les équations d'influence

Emploi et application : l'utilisation des équations de LAGRANGE pose deux types de problèmes à l'ingénieur :

- La fonction potentielle est donnée sous forme mathématique en fonction de la variable q , or en réalités, dans la plus part des cas techniques, on ne connaît que le système des efforts agissant sur la structure ;
- L'obtention des valeurs propres nécessite la résolution de l'équation aux pulsations, équation algébrique ω^2 , de degré d'autant plus élevé que l'ordre de la matrice $[a]$,

$[a]$: matrice cinétique

$[b]$: matrice potentielle est grand.

Pour la résolution de ces problèmes, il faut des moyens puissants.

La méthode des équations d'influence reprend à ces deux préoccupation, parce que cette méthode étudiée l'équilibre globale d'un point \longrightarrow pour C_{ij} la fonction de Green (résolution par équation Intégrales).

7.4.2 Forme générale des équations d'influence

Soit une fondation d'un ouvrage d'art (appui élastique) F_e Avec n masses.

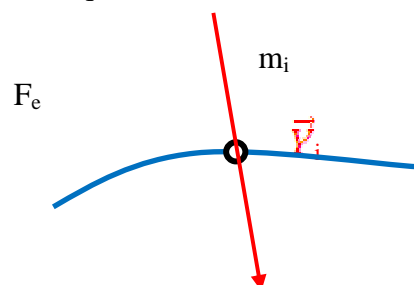


Fig.7 .3 Bis : la force appliquée par la fondation en m_i suivant y_i .

$m_i \longrightarrow \vec{y}_i$ (déplacement),

D'après NEWTON, on a : $m_i \ddot{y}_i = f_i$ (7.1 3)

f_i : est la force appliquée par la fondation en m_i suivant $y_i \implies$ l'action de la masse m_i sur la fondation est : $-f_i = -m_i \cdot \ddot{y}_i$.

Toutes forces $-f_j$ déterminent en m_i un déplacement égale à :

$$y_i = \sum_{j=1}^n C_{ij}(-m_j \ddot{y}_j) \quad (7.14)$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{cases} \{y\} + C[\backslash m]. \{\ddot{y}\} = \{0\} \\ [\backslash m]. \{\ddot{y}\} + [C]^{-1}. \{y\} = \{0\} \\ D'après LAGRANGE, on a : \\ [\backslash a_i]. \{\ddot{y}\} + [b]. \{y\} = 0 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} [C] = [b]^{-1} \implies \text{il nous faut inverser la matrice} \\ \text{potentielle est la difficulté d'appliquer de} \\ \text{LAGRANGE.} \end{array} \right.$$

On cherche de satisfaire le système par :

$$y_i = A_i \cos(\omega t + \varphi) \quad (7.15)$$

$$\text{Devient : } \{A\} - [M]. \omega^2 \{A\} = 0$$

$$\{A\} - [1 - [M]. \omega^2] = 0$$

$$\{A\} \cdot [M] - \frac{1}{\omega^2} [1] = 0$$

$\frac{1}{\omega^2}$: sont des valeurs propres de la matrice massique d'influence.

7.4.3 Moment de corrélation statistique

C'est un degré de dépendance des variables aléatoires entre elles par exemple la dépendance entre deux variables aléatoires X et Y pour une série de N expériences, on a :

$$K'_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - m'_x)(Y_i - m'_y) \quad (7.16)$$

Fréquence de réalisation de Variable aléatoire X_j

$$\omega_j = \frac{n_j}{N}$$

Si on augmente le nombre d'expériences N, les valeurs $\omega_j \longrightarrow p_j$ et $m'_x \longrightarrow m_x$ telle que :

$$m_x = M[X] = \langle x \rangle = \sum_{i=1}^N X_i P_i \quad (7.17)$$

Avec P_i : la probabilité de réalisation de variable aléatoire X_i on obtient de manière analogue la variance :

$$D_x = \sum_{i=1}^N (X_i - m_i)^2 P_i \quad (7.18)$$

7.4.4 Moment de corrélation

$$K_{xy} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (X_i - m_i)(Y_j - m_j) P_{ij} \quad (7.19)$$

P_{ij} : la probabilité pour que les variables aléatoires X et Y prennent simultanément les valeurs

X_i et Y_j

Dou, on a :

$$K_{xy} = M[X^\circ Y^\circ] \quad (7.20)$$

Avec X° et Y° sont les variables aléatoires centrées.

Variables Aléatoires Continues

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (7.21)$$

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx \quad (7.22)$$

$$K_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)(y - m_y) f(x, y) dx dy \quad (7.23)$$

Si les variables aléatoires sont indépendantes, on a :

$$f(x, y) = f_1(x) \cdot f_2(y) \quad (7.24)$$

A partir de l'expression (7.23), on déduit :

$$\begin{aligned} K_{xy} &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x) f_1(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} (y - m_y) f_2(y) dy \\ &= (m_x - m_x) \cdot (m_y - m_y) = 0 \end{aligned}$$

$$K_x(t, t') = \sigma_A^2 \sin \omega t \sin \omega t' + K_{AB} \sin \omega(t + t') + \sigma_B^2 \cos \omega t \cos \omega t'$$

Cas particulier

Si $K_{AB} = 0$ (variable non corrélées)

$$\sigma_A^2 = \sigma_B^2$$

$$K_x(t, t') = \sigma_A^2 \cos(t - t')$$

Exemple Le déplacement de la surcharge de la roue pendant la circulation, qui dû a la non régularité de la chaussée.

$X(t)$: variable aléatoire décrivant le phénomène aléatoire = variable aléatoire continue.
D'où $X_k(t)$ est la fonction temporelle pour le déplacement X au point k (fonction

Echantillon ($X_k(t)$).

L'ensemble des fonctions échantillons $\{X_k(t)\}$ = processus aléatoire.

Résolution du problème pour régler ce problème il faut faire recours a une description statique base sur des moyennes.

Si cette moyenne tend vers une limite (convergence) lorsque le Nombre d'échantillons des fonctions croit, on aura une régularité statistique.

7.5. Vibrations aléatoires non stationnaires dues a la non régularité des chaussées

Soit l'équation d'un mouvement d'une masse m d'un système soumise a l'action d'une force aléatoire

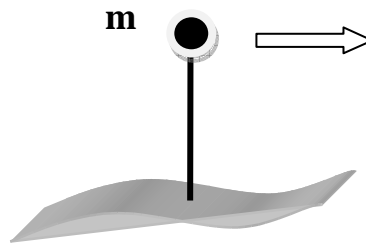


Fig. 7.4 : Vibrations aléatoires dues a la non régularité des chaussées

$$\ddot{y} + 2n \dot{y} + P_0^2 y = \frac{1}{m} f(t) \quad (7.25)$$

$f(t)$: la force aléatoire de la surcharge roulante, cette relation ne peut pas être écrite par une relation mathématique \implies pour la résolution de l'équation, on doit déterminer les caractéristiques probabilistes non aléatoires :

\longrightarrow
 $m_y(t), K_y(t, t_1)$ a partir des variables aléatoires d'entrées $m_f(t)$ et $K_f(t, t_1)$

Pour la résolution de cette équation, on doit connaitre aussi les caractéristiques probabilistes suivantes pour trouver une solution générale :

$$m_f, K_f, m_{y_0}, m_{y_0}, K_{y_0 y_0}, D_{y_0}, D_{y_0}, K_{fy_0}, K_{fy_0}, K_{y_0 y_0}, K_{fy_0}$$

Dans ce cas les données initiales et la force aléatoire ne sont pas liées :

$K_{fy_0} = K_{fy_0} = K_{fy_0} = 0$ c'est a dire déterminant de la matrice de corrélation est nulle .

$$\text{Det} \begin{pmatrix} D_{y_0} & K_{y_0 f} & K_{y_0 y_0} & K_{y_0 y_0} \\ K_{f y_0} & D_f & K_{f y_0} & K_{f y_0} \\ K_{f y_0} & K_{y_0 y_0} & D_{y_0} & K_{y_0 y_0} \\ K_{f y_0} & K_{y_0 y_0} & K_{y_0 y_0} & D_{y_0} \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} D_{y_0} & 0 & K_{y_0 y_0} & K_{y_0 y_0} \\ 0 & D_f & 0 & 0 \\ 0 & K_{y_0 y_0} & D_{y_0} & K_{y_0 y_0} \\ 0 & K_{y_0 y_0} & K_{y_0 y_0} & D_{y_0} \end{pmatrix} = 0$$

Car y_0 c'est une variable non aléatoire $D (y_0 = \text{cte}) \implies$ le déterminant de la matrice de corrélation est nulle.

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & K_{y_0 y_0} & K_{y_0 y_0} \\ 0 & D_f & 0 & 0 \\ 0 & K_{y_0 y_0} & D_{y_0} & K_{y_0 y_0} \\ 0 & K_{y_0 y_0} & K_{y_0 y_0} & D_{y_0} \end{vmatrix} = 0$$

Matrice d'influence soit une structure soumise a un effort aléatoire ou plusieurs, pour la résolution du problème c'est a dire le calcul des déplacements, on a :

- On considère n points de la structure, Dou nous devons calculer les C_{ij} , d'après le principe de MAXWELL-BITTI, on a :

$C_{ij} = C_{ji} \implies [C_{ij}]$ est symétrique (la matrice d'influence de i lignes et j colonnes)

Exemple sous l'effets des efforts $F_i (1 \leq i \leq n)$, on a des déplacements $d_i (1 \leq i \leq n)$ dans La direction de chaque effort.

$$\{d_i\} = [C_{ij}]. \{f_i\} = \sum_{j=1}^N C_{ij} F_j$$

Les valeurs de C_{ij}

1. Flexion

$$C_{ij} = C_{ji} = \int \frac{M_i M_j}{EI} dx$$

- | | | | |
|----|------------------------|--|-------|
| 2. | Traction / Compression | $C_{ij} = C_{ji} = \frac{\sum F_i F_j}{E.S}$ | L_k |
| 3. | Torsion | $C_{ij} = \int \frac{M_i M_j}{G.J} dx$ | |

7.6. Détermination de la force due aux vibrations aléatoires

La force due aux vibrations aléatoires dues a la non régularité de la chaussée au niveau d'un tablier d'un pont est déterminée par l'expression suivante :

$$F_s = 1.8 q \frac{k}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot EI}{q}} \quad (7.26)$$

k : le coefficient sismique égale a

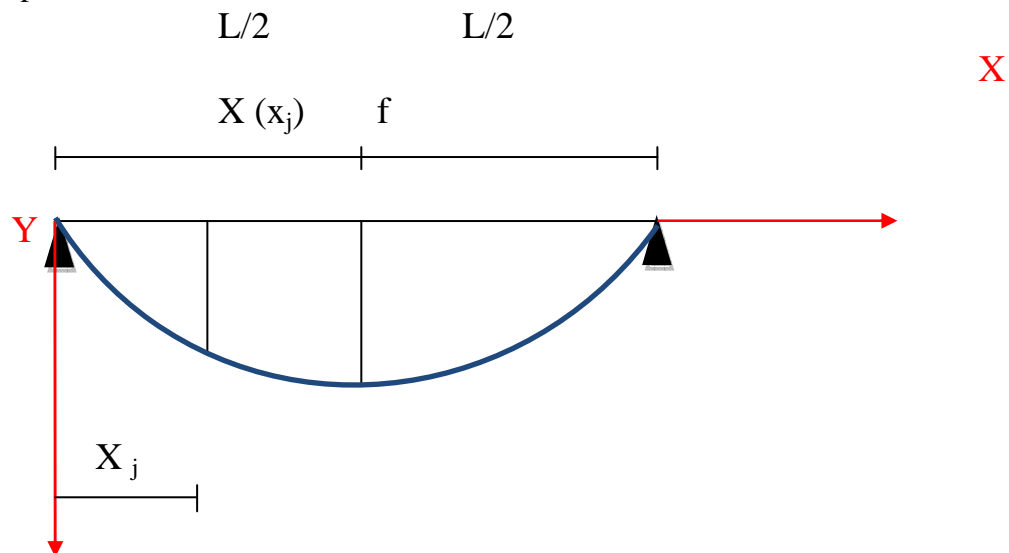
0.025	→	7 balles
0.05	→	8 balles
0.01	→	9balles

q : la charge permanente de la travée et de la surcharge roulante B_c uniformément réparties sur toute la travée.

EI : la rigidité flexionnelle du travée (ou de la poutre) dans le plan verticale.

g : 9.81 m/s^2

L : longueur de la portée.



Avec $X(x_j) = f \sin \frac{\pi \cdot X_j}{L}$,

f : la flèche au milieu de la travée due au poids propre du tablier et de la surcharge roulante B_c .

la fréquence des vibrations propres est :

$$\omega = \frac{\alpha^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot EI}{q}} \quad (7.27)$$

Avec $\alpha \approx \pi$ pour les structures hyperstatique et isostatique pour les portée de même longueur.

Si les portées ont des longueurs différentes, on a : les portées ont des longueurs différentes

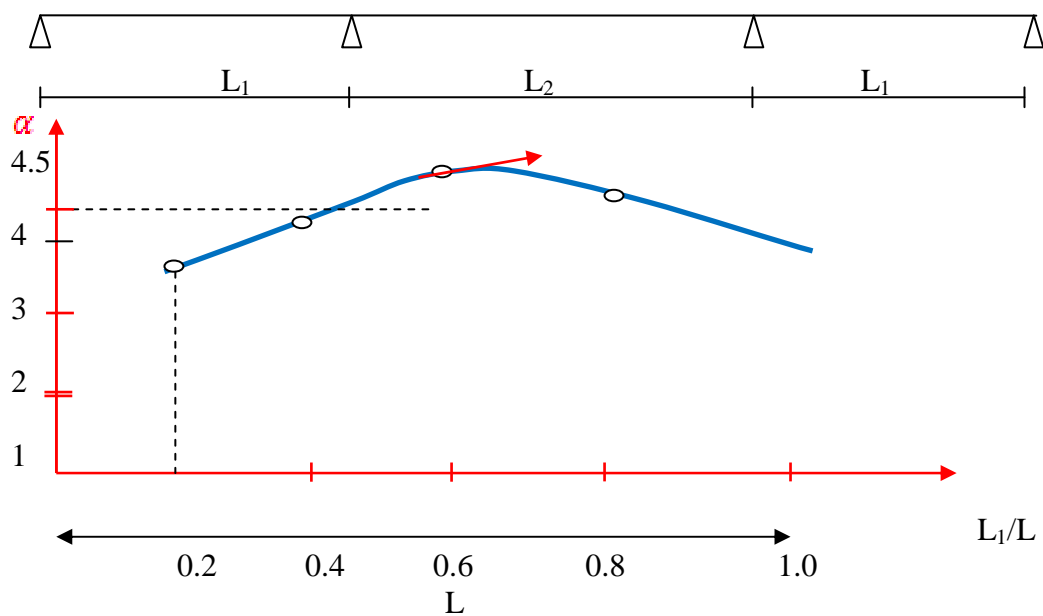


Fig.7 .5 la valeur de α pour les portées ont des longueurs différentes

Donc d'après les relations (7.26) et (7.27), on a : $F_S = 1.8 q \frac{k}{L^2} \cdot \frac{L^2 \omega}{\alpha^2}$

$$F_S = 1.8 q \frac{k \omega}{\alpha^2} \quad (7.28)$$

7.7 Conclusion

Plusieurs paramètres décrits dans les paragraphes précédents n'ont pas seulement une Influence directe sur le comportement dynamique des ponts traversés par des véhicules, mais, De plus, ils interviennent en interaction avec d'autres facteurs.

Chapitre 8

Partie Modélisation

8.1. Introduction

Avant de présenter les équations de base, il s'avère important de préciser la définition de Certains termes ou concepts utilisés tout le long de ce travail. D'une façon générale, le FAD peut être défini comme étant le facteur par lequel on multiplie les sollicitations dues à la circulation routière sur le pont lors d'une analyse statique pour tenir compte implicitement de l'amplification dynamique des efforts ou des déplacements. Pour le calculer, nous utilisons la formule :

$$FAD = \frac{R_{max}^D}{R_{max}^S} \quad (8.1)$$

Le profil de la chaussée compte essentiellement deux composantes :

- le profil statique, qui est une propriété géométrique du pont représentant les irrégularités de la chaussée, et
- le profil dynamique, qui représente les déformées engendrées par les charges sollicitant le pont. Dans ce qui suit, le profil de la chaussée désignera simplement le profil Statique.

8.2 Formulation de base

si nous considérons un véhicule circulant à vitesse constante sur une chaussée, au fur et à mesure que le véhicule progresse sur le pont, celui-ci se déforme en modifiant ainsi le profil dynamique de la chaussée.

Sous l'hypothèse que le véhicule demeure en contact permanent avec la chaussée, le déplacement relatif des extrémités des amortisseurs du véhicule change l'intensité des charges sous chacun des pneus. La superstructure, sous l'effet des nouvelles sollicitations et des forces d'inertie, prend une nouvelle position d'équilibre qui induit une variation de l'intensité des charges appliquées, perturbant de nouveau la configuration d'équilibre du pont et ainsi de suite. On assiste ainsi à un processus d'ajustements successifs de la position des masses en vibration du véhicule et de la déformée du pont tout au long du parcours du véhicule. L'équation générale du mouvement dans le cas d'une analyse dynamique linéaire peut s'écrire à partir du principe des travaux virtuels (Savard et al 1993 ; Fafard et al, 1993 ; Henchi 1995):

$$W(u, \dot{u}, \ddot{u}) = W_{int}(u) - W_{ext}(u) + W_{IN}(\ddot{u}) + W_{AM}(\dot{u}) = 0 \quad (8.2)$$

Où u , \dot{u} et \ddot{u} Sont respectivement les champs des déplacements, des vitesses et des Accélérations cinématiquement admissibles et les indices Int, ext, IN et AM se réfèrent respectivement aux quantités internes, externe, d'inertie et d'amortissement. L'équation (8.2) peut s'écrire en déplacement sous forme matricielle :

$$W(u, \dot{u}, \ddot{u}) = \int [\langle \delta \epsilon \rangle \{ \sigma \} - \langle \delta u \rangle \{ f_v \} + \langle \delta u \rangle (\rho \{ \ddot{u} \} + c \{ \dot{u} \})] dV - \int \langle \delta u \rangle \{ f_s \} ds \quad (8.3)$$

$$W(u, \dot{u}, \ddot{u}) = \int_V [\sigma \epsilon + \frac{1}{2} \rho \dot{u}^2 + \frac{1}{2} c \ddot{u}^2] dV$$

$\{\sigma\}$ Représente les composantes cartésiennes du tenseur des contraintes.

$\{\epsilon\}$ Les composantes équivalentes du tenseur des déformations

$\{f_v\}$ Les forces de volume

ρ et c respectivement la masse volumique et l'amortissement visqueux

$\langle \delta u \rangle$ champ des déplacements virtuels

$\{f_s\} = \langle \sigma \rangle \{n\}$ sur S_f proviennent des conditions mécaniques sur la frontière S_f (forces de Surface) avec $\{n\}$ le vecteur normal à la surface.

Les symboles $\{ \}$ et $\langle \rangle$ désignent respectivement des vecteurs colonnes ou lignes.

Cette équation générale (équation (8.2) ou (8.3)) sera spécialisée par la suite pour tous

Les éléments structuraux du pont (tablier, poutres etc.) et pour les véhicules.

8.3 .Modélisation Numerique

La modélisation de l'interaction pont-véhicule tient nécessairement compte des trois aspects suivants :

- la structure du pont représenté par un modèle d'éléments finis constitue de coques, plaques et poutres ;
- le véhicule comme source d'excitation et représenté par un ensemble d'éléments de masses-ressorts- amortisseurs.
- et finalement le profil de la chaussée qui représente l'interface entre le véhicule et le Pont.

8.3 .1 Modélisation du pont

Sous l'hypothèse d'une analyse dynamique linéaire avec une loi de comportement Plastique pour matériaux homogènes et isotropes, le pont a été modélisé par des éléments de coques et de poutres tridimensionnels. (Akoussah et al, 1995).

La dalle du pont a été modélisée avec des éléments de coque mince quadrilatéraux à huit Nœuds DLQP (Discrete Linear Quadrilateral Plus) dont la formulation est basée sur la théorie Discrète de Kirchhoff (Dhatt et al, 1986 a et b) qui suppose que l'énergie correspondant au Cisaillement transversal est négligeable. L'élément DLQP est constitué de la superposition d'un élément de membrane d'élasticité plane appelé LSQ (linear Strain Quadrilatéral),

d'un élément de plaque mince appelé DKQP (Discrete Kirchhoff Quadrilateral Plus) et d'un élément fictif de rotation dans le plan de l'élément (Fig8. 1) (Dhatt et al, 1986 b ; Batoa et Dhatt 1990 ; Savard et al 1993). Il possède six degrés de liberté aux nœuds sommets et trois aux nœuds milieux. Cet élément est plus coûteux que l'élément classique à quatre nœuds mais il est beaucoup plus performant pour simuler le comportement de structures fortement sollicitées en membrane.

Tous les éléments unidirectionnels du pont (poutres longitudinales, entretoises, s'il y a lieu) sont simulés avec un élément fini appelé DLLP (Discrete Linear Line Plus) où l'énergie de cisaillement transversal est négligée. Pour plus de détails, le lecteur peut consulter les travaux de Savard et al (1993). C'est un élément de poutre à 3 nœuds (15 DDL) compatible avec le DLQP (Fig8.2). Tout comme ce dernier, il possède six degrés de liberté aux nœuds sommets et trois au nœud milieu.

L'équation générale (8.3) peut alors s'écrire pour le modèle de pont comme suit :

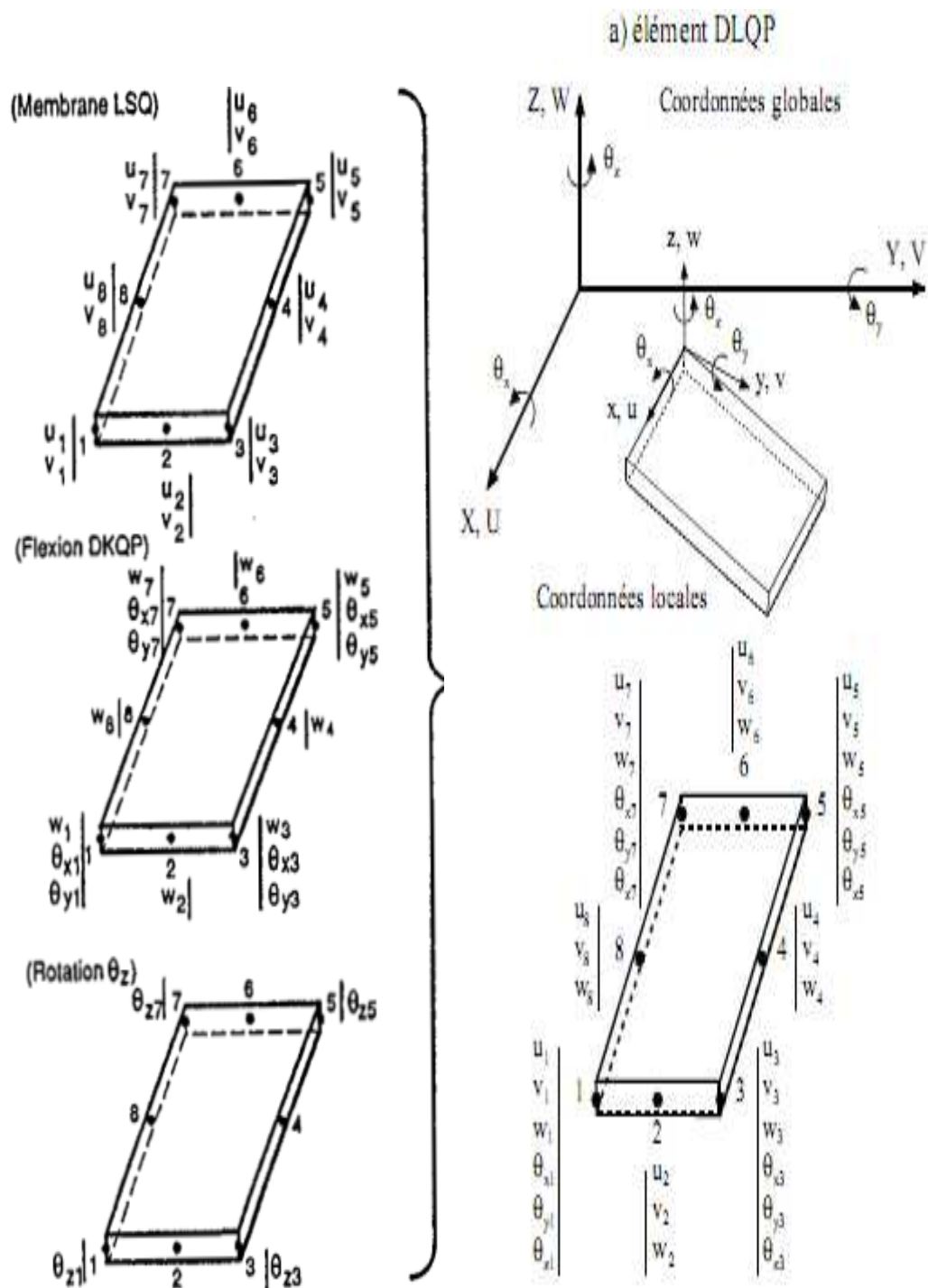


Fig. 8. 1 –Construction d'élément DLQP

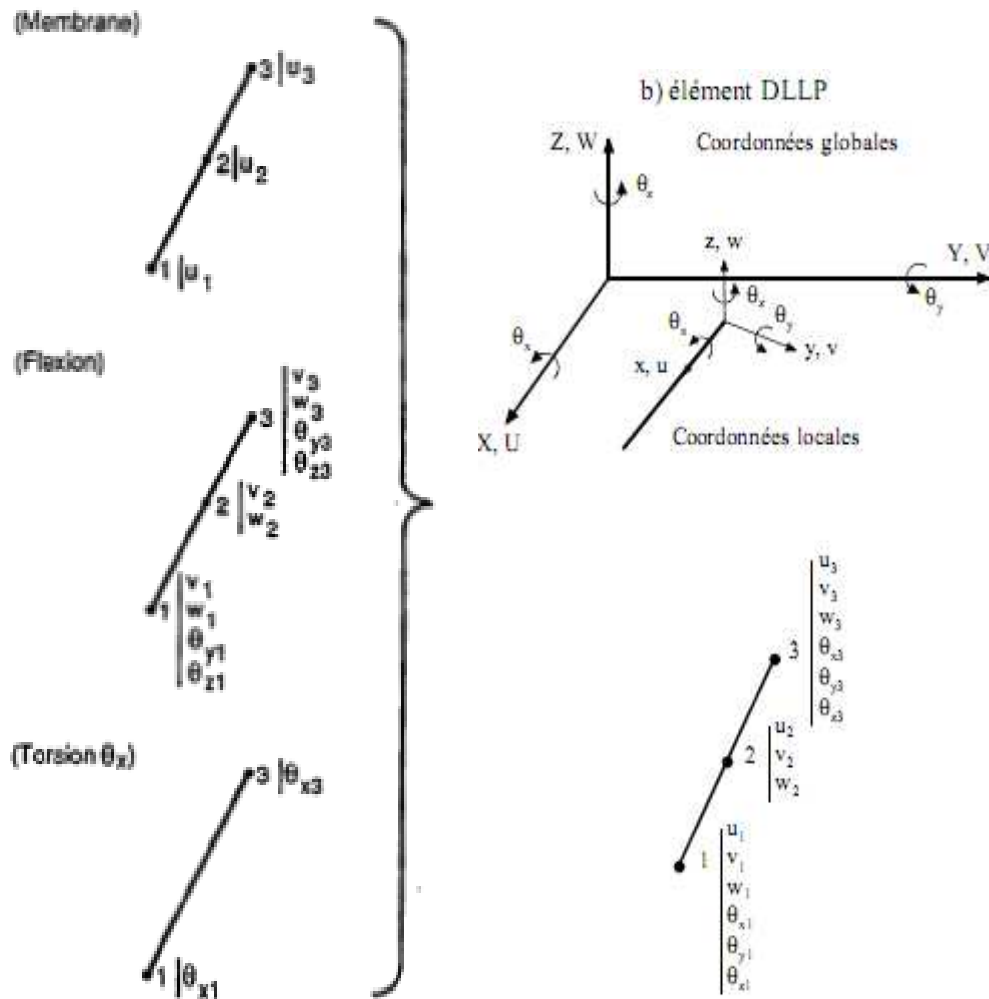


Fig. 8. 2 –Construction d'élément DLLP

$$M_P \ddot{U} + C_P \dot{U} + K_P U = F_{PV}^{inte} \quad (8.4)$$

où M_P , C_P et K_P représentent respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité du système global (l'indice p désignant le pont) et E_{PV}^{inte} représente le vecteur des forces d'interaction pont-véhicules.

8.3.2 Modélisation des véhicules

La qualité d'une étude portant sur la sensibilité d'un pont aux effets dynamiques dépend en grande partie de la simulation de la variation de l'intensité des charges appliquées en fonction du temps et de l'interaction qui se manifeste entre l'excitation et la structure. Ainsi, il est essentiel que le comportement dynamique des véhicules soit correctement représenté.

Au cours du passage d'un véhicule sur un pont, l'intensité des charges dynamiques appliquées ne dépend pas seulement de la masse totale du véhicule, mais aussi de sa position longitudinale et transversale sur le tablier, de sa vitesse, de son accélération, de la distribution de la charge utile, du nombre d'essieux, de l'espacement entre ceux-ci et des caractéristiques du système de suspension du véhicule.

Pour le développement du modèle représentatif des véhicules, on a admis que la charge utile peut être assimilée à un ou des blocs infiniment rigides reposant sur des amortisseurs linéaires. Des ressorts en série et de masse négligeable simulent le comportement de ces amortisseurs ainsi que la flexibilité des pneus. La modélisation des véhicules a été l'intérêt principal de ce travail. Nous présentons dans cet travail, le modèle en trois dimensions à 7 degrés de liberté représentant un camion isolé. Notons cependant que notre programme comporte également un modèle à 11 degrés de liberté représentant un tracteur et sa semi-remorque. En considérant les hypothèses mentionnées ci-dessus et en prenant S comme la distance qui sépare les essieux d'une voiture et G son centre de gravité, on obtient (voir figure ci-dessous pour les notations) :

8.3.2.1 – Hypothèses

Les hypothèses pour la mise en équation du mouvement vibratoire du véhicule sont les :

1) Les pneus du véhicule demeurent en contact permanent avec la chaussée, et les déplacements des points de contact s'expriment par :

$$\bar{W}_i(t) = W(s_i, t) + r(s_i) \quad (8.5)$$

Où :

$W(S_i, t)$ est ici le déplacement vertical du pont au point de contact de coordonnées Curvilignes S_i à l'instant t

$r(s_i)$ est la valeur de la profondeur (profil) de la chaussée au point de contact de Coordonnées curvilignes S_i .

2) La charge du véhicule est représentée par un bloc infiniment rigide de masse m , reposant sur des amortisseurs à comportement linéaire dont le glissement relatif par rapport aux essieux est négligeable.

3) On considère que les rotations du véhicule sont petites.

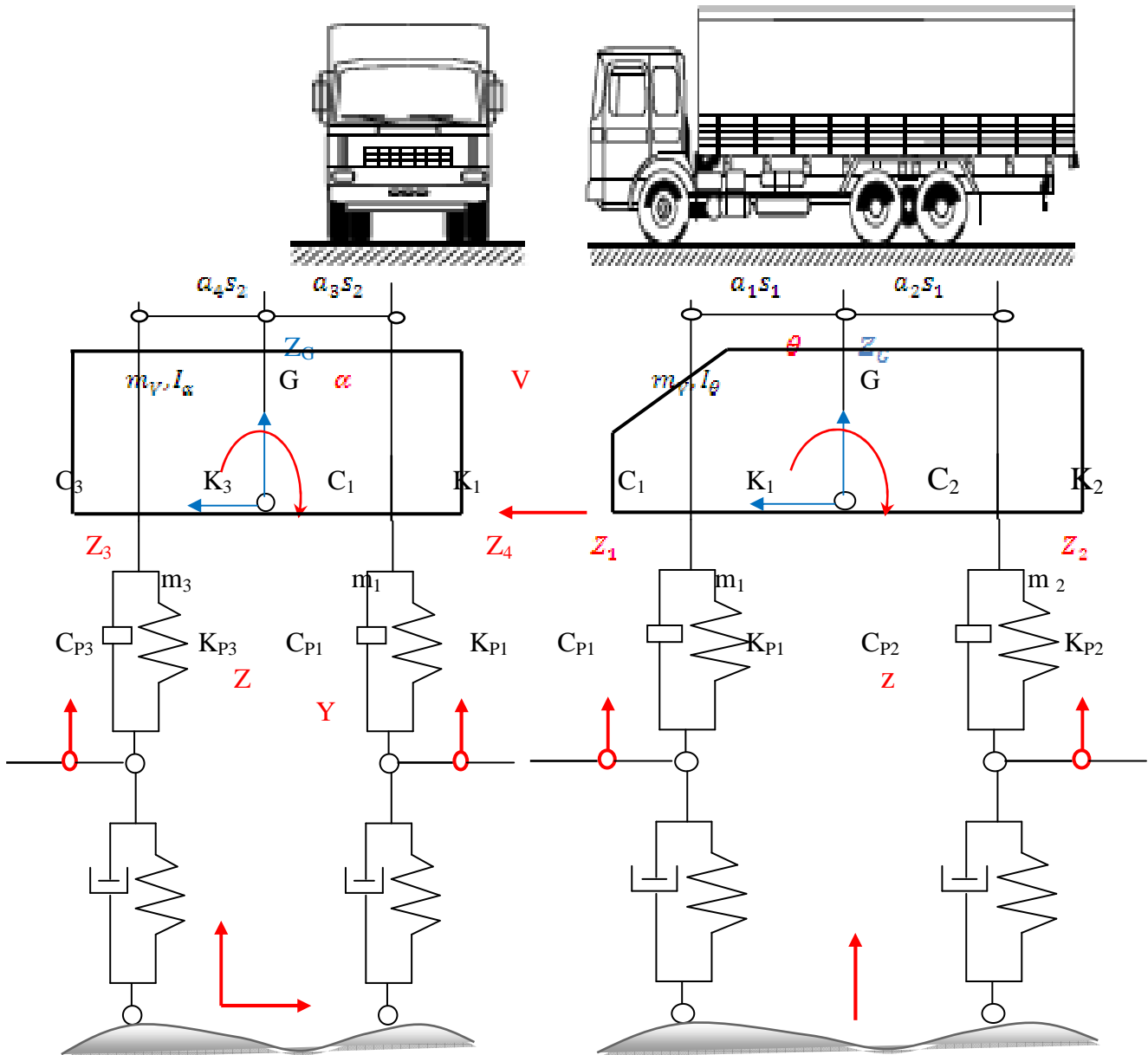


Fig. (8.3) – véhicule isolé, vue de face et vue de profil Système à 7 degrés de liberté
Système B_c

$$\langle q_i \rangle = \langle Z_1 \ Z_2 \ Z_3 \ Z_4 \ Z_{V1} \ Z_{V2} \ Z_{V3} \rangle$$

$$\begin{cases} \theta = (z_{V2} - z_{V1})/S_1, \alpha = (z_{V2} - z_{V4})/S_1 & (8.6) \\ Z_G = z_{V2}(a_1 - a_2) + a_2 z_{V1} + a_4 z_{V4} \end{cases}$$

matrice masse

m_1	0	0	0	0	0	0
	m_2	0	0	0	0	0
		m_3	0	0	0	0
			m_4	0	0	0
				α_1	α_2	α_3
	sym				α_4	α_5
						α_6

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= m_V \left(a_2^2 + \frac{h^2}{S_1^2} \right) + \frac{I_{\theta}}{S_1^2} \\ \alpha_2 &= m_V \left[(a_1 - a_4) a_2 - \frac{h^2}{S_1^2} \right] - \frac{I_{\theta}}{S_1^2} \\ \alpha_3 &= m_V a_2 a_4 \\ \alpha_4 &= m_V \left[(a_1 - a_4)^2 + \frac{h^2}{S_1^2} \right] + \frac{I_{\theta}}{S_1^2} + \frac{I_{\alpha}}{S_2^2} \\ \alpha_5 &= m_V \left[(a_1 - a_4) a_4 - \frac{I_{\alpha}}{S_2^2} \right] \\ \alpha_6 &= m_V a_4^2 + \frac{I_{\alpha}}{S_2^2} \end{aligned} \quad (8.7)$$

matrice de rigidité

$k_1 + k_{p1}$	0	0	0	$-k_1$	0	0
	$k_2 + k_{p2}$	0	0	0	$-k_2$	0
		$k_3 + k_{p3}$	0	$-k_3$	k_3	$-k_3$
			$k_4 + k_{p4}$	0	0	$-k_4$
				$k_1 + k_3$	$-k_3$	k_3
	sym.				$k_2 + k_3$	$-k_3$
						$k_3 + k_4$

Vecteur des forces des sollicitation :

$$\left\{ \begin{array}{l} -m_1 g + K_{p1} (w(x_1, y_1, t) + r(x_1, y_1)) + C_{p1} [\dot{w}(x_1, y_1, t) + (\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial x})_{x1}] \dot{X}_1 \\ -m_2 g + K_{p2} (w(x_2, y_2, t) + r(x_2, y_2)) + C_{p2} [\dot{w}(x_2, y_2, t) + (\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial x})_{x2}] \dot{X}_1 \\ -m_3 g + K_{p3} (w(x_3, y_3, t) + r(x_3, y_3)) + C_{p3} [\dot{w}(x_3, y_3, t) + (\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial x})_{x3}] \dot{X}_1 \\ -m_4 g + K_{p4} (w(x_4, y_4, t) + r(x_4, y_4)) + C_{p4} [\dot{w}(x_4, y_4, t) + (\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial x})_{x4}] \dot{X}_1 \\ -a_2 m_v g + m_v \frac{h}{s_1} \ddot{X}_1 \\ -(a_1 - a_4) m_v g - m_v \frac{h}{s_1} \ddot{X}_1 \\ -a_4 m_v g \end{array} \right. \quad (8.8)$$

matrice d'amortissement

$c_1 + c_{p1}$	0	0	0	-c ₁	0	0
	$c_2 + c_{p2}$	0	0	0	-c ₂	0
		$c_3 + c_{p3}$	0	-c ₃	c ₃	-c ₃
			$c_4 + c_{p4}$	0	0	-c ₄
				$c_1 + c_3$	-c ₃	c ₃
	sym.				$c_2 + c_3$	-c ₃
						$c_3 + c_4$

8.3.3 – Modelisation du profil de la chaussée

Étant donné la grande variété des phénomènes qui interviennent dans le façonnement du profil d'une chaussée, il convient d'assimiler ce profil à un processus aléatoire stationnaire gaussien de moyenne nulle (Honda et al, 1982). Ce processus aléatoire, $r(x)$, peut être généré en faisant la sommation de n fonctions cosinus d'amplitude α , de fréquence angulaire ω et de phase θ . On a :

$$r(x) = \sum_{n=1}^N [\alpha_n \cos(\omega_n x - \theta_n)] \quad (8.9)$$

L'amplitude α_n est le paramètre principal qui conditionne l'importance des irrégularités

de la chaussée. En admettant que l'angle de phase θ_n est une variable aléatoire indépendante ayant une densité de probabilité uniforme dans l'intervalle de 0 à 2π , on peut démontrer que l'amplitude des fonction cosinus est donnée par l'équation suivante :

$$\alpha_n = \sqrt{4 S(\omega_n) \Delta\omega} \quad (8.10)$$

où $S(\omega)$ est la fonction densité spectrale de puissance représentative des irrégularités.

La fonction exponentielle décrivant la densité spectrale de puissance suivante a été proposée par Honda et al, (1982) :

$$S(\omega) = A \cdot \omega^{-t} \quad (8.11)$$

avec A le coefficient de rugosité de la chaussée et t pris égal à 2. L'expression décrivant le profil de la chaussée devient :

$$r(x) = \sum_{n=1}^N \left[\sqrt{4 S(\omega_n) \Delta\omega} \cos(\omega_n x - \theta_n) \right] \quad (8.12)$$

La figure (8. 4) permet d'établir la correspondance entre le coefficient de rugosité de la chaussée A et l'indice international de rugosité (**IRI**). Cet indice exprime la sommation des déplacements verticaux subis par un véhicule de référence parcourant une distance d'un kilomètre (Bergeron, 2002). Des relevés de profilométrie inertielle effectués en 1997 ont permis de mesurer l'indice IRI de plusieurs structures du réseau routier supérieur du Québec. Ainsi, 66 % des structures (incluant les approches) qui ont fait l'objet d'un tel mesurage se sont vu attribuer un indice IRI inférieur à 3. Dans le cadre de cette étude, un IRI de 2,5 a été admis pour le tablier et les approches du pont étudié. On peut, à l'aide de la figure (8. 4), déterminer le coefficient de rugosité de la chaussée correspondant à une valeur de IRI de 2,5 et poser A égal à $4,90 \times 10^{-6}$ m³/cycle. À titre indicatif, on montre à la figure (8. 5), l'indice IRI à attribuer à un profil de chaussée selon la description subjective qui lui convient le mieux.

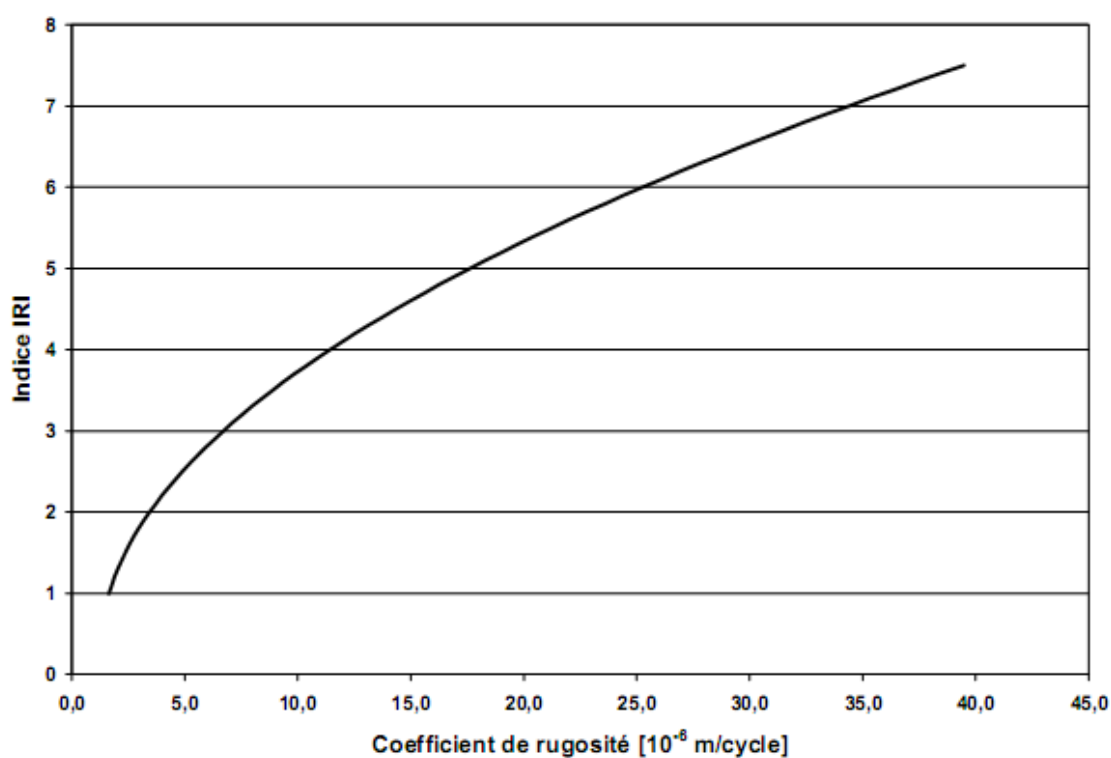
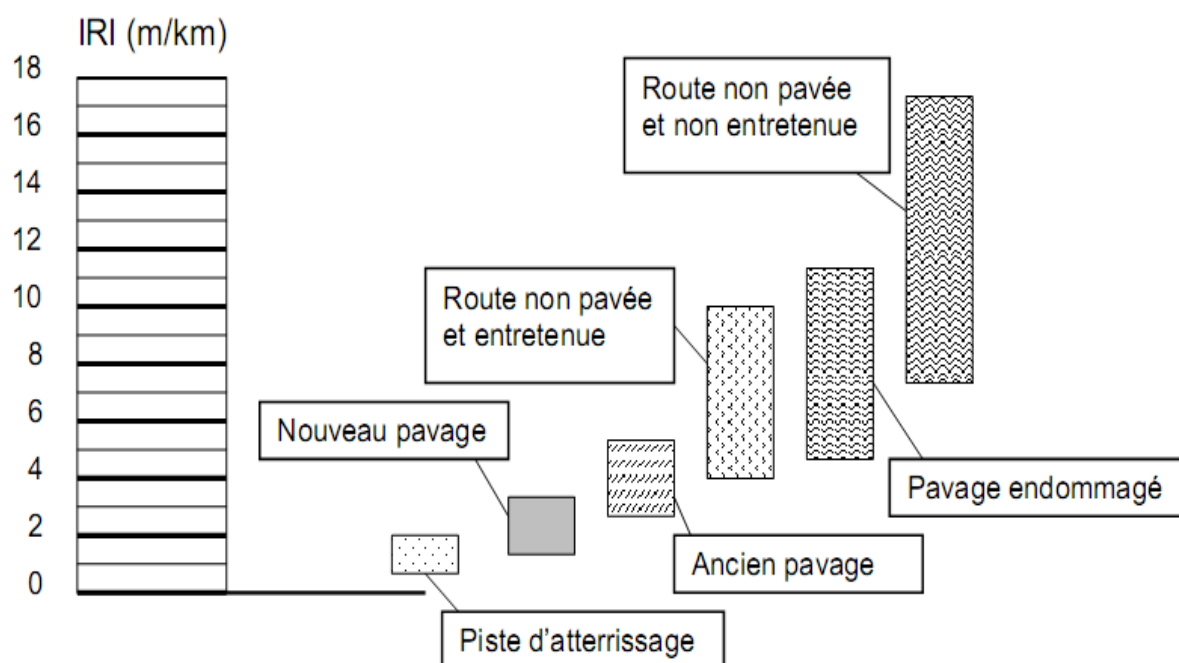


Fig (8. 4) – Coefficient de rugosité de la chaussée en fonction de l'indice IRI



Fig(8.5) – Interprétation subjective de l'indice IRI

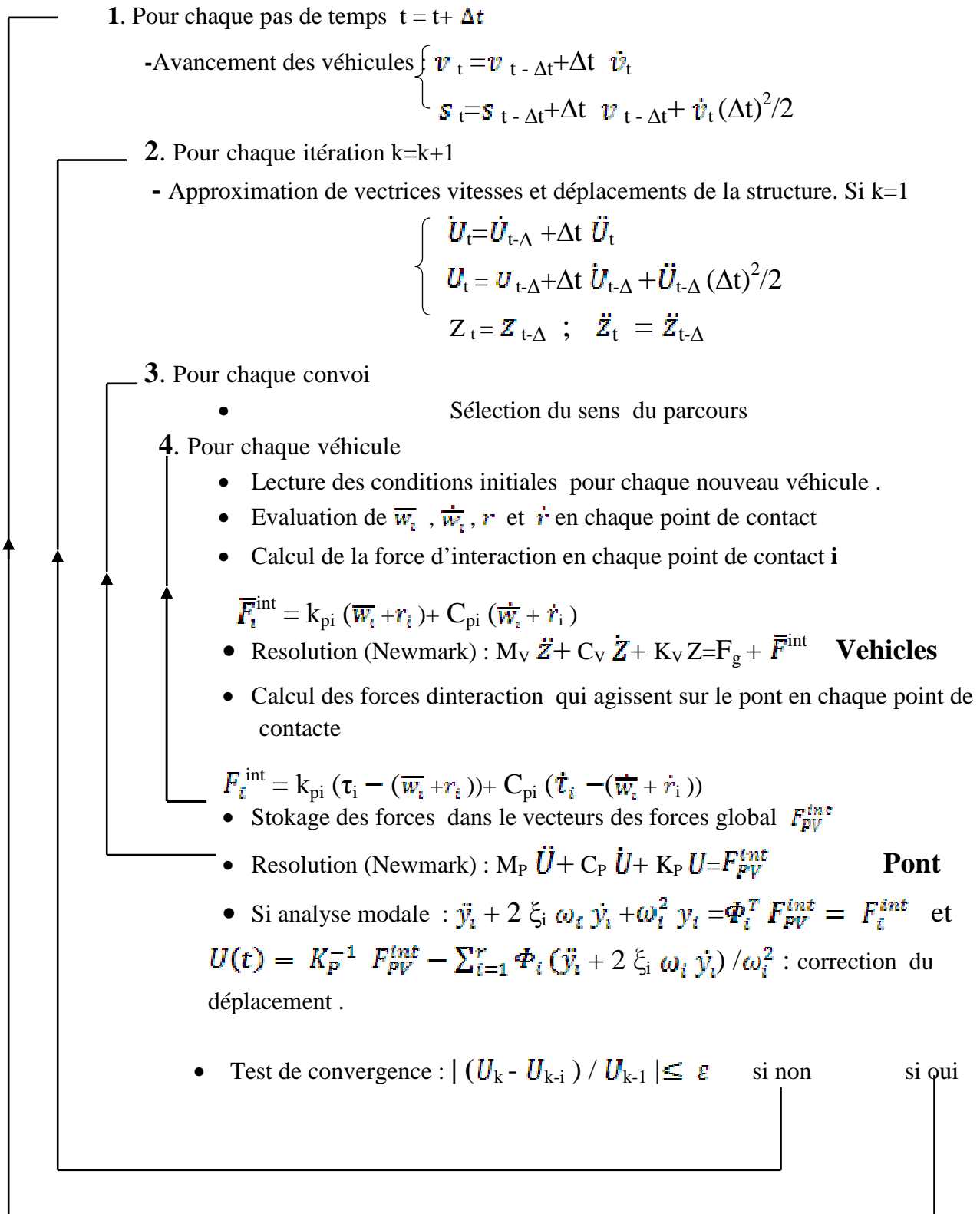
8.3.4 – Technique de Résolution

Pour résoudre le système d'équations différentielles du deuxième ordre résultant de Considérations d'équilibre de toutes les forces en jeu, un schéma d'intégration implicite de Newmark a été exploité en admettant une accélération constante au cours du pas de temps et égale à l'accélération moyenne sur cet intervalle ($\alpha = 0,5$ et $\beta = 0,25$). La durée d'un pas de temps est fixé à un millièmme de seconde. Ainsi, un véhicule circulant à 20 m/s (72 km/h) parcourt 20 mm à chaque pas de la résolution. Ce pas de temps est Requis pour que le modèle du camion puisse être correctement sollicité par les Irrégularités de la chaussée.

L'amortissement structural introduit dans le modèle numérique est basé sur le modèle de Rayleigh, soit une combinaison linéaire de la matrice de rigidité et de la matrice masse. À noter que dans le processus de résolution, la matrice masse est diagonalisée. Pour tenir compte de l'interaction qui se manifeste entre le pont et le véhicule, on a Choisi de construire différents systèmes d'équations, soit un pour le pont et un autre Pour représenter chacun des véhicules. Procéder de cette façon revient à considérer les Différents systèmes comme découplés. L'algorithme de résolution qui a été développé (Savard et al., 1993) tient compte du couplage qui existe entre ces systèmes en Recherchant itérativement à chaque pas de calcul l'équilibre dynamique des systèmes par l'ajustement de la valeur des degrés de liberté communs. Cette approche permet de Calculer une fois pour toute et de façon indépendante les matrices masse, d'amortissement et de rigidité de tous les sous-systèmes.

Calcul initial : $t = 0$

- * Calcul des matrices du pont M_P, C_P, K_P
- * Calcul des Valeurs et vecteurs propres (si une analyse modale est nécessaire) : Φ_i et λ_i
- * Génération du profil de la route $r(x)$: $S_r(\omega_s) = A_r(\omega_s / \omega_{s0})$
- * lecture et calcul des conditions initiales
- * choix du pas de temps Δt



Algorithme de résolution du modèle découplé de pont-véhicules (Henchi, 1995)

8.3.4 .1. Modélisation statistique des paramètres variantes

Quatre paramètres ont été aléatoirement modifiés au début de chacune des simulations effectuées avec des camions semi-remorque, soit la masse totale du véhicule, l'espacement entre ses essieux milieu et arrière, la localisation transversale du trajet sur le tablier et la vitesse du camion.

La masse totale du véhicule est déterminée en considérant une loi de probabilité Normale. Pour le camion semi-remorque, la masse moyenne s'élève à 40 tonnes avec un écart-type de 4 tonnes. Avec la nouvelle valeur de la masse totale du véhicule, on peut calculer la position des centres de gravité G1 et G2 en admettant que 60 % de la masse m_{v1} (portion avant du véhicule) est transmise à l'essieu avant tandis que 40 % de m_{v1} est transmise à l'essieu central. De même pour la masse utile m_{v2} , on admet que celle-ci est également distribuée entre les essieux du centre et arrière. Avec ces hypothèses, on peut calculer la position du centre de gravité ainsi que les paramètres a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , et a_6 .

Le choix de la population de camions à considérer dans les analyses est très important compte tenu qu'il est reconnu dans la littérature que le facteur d'amplification dynamique est inversement proportionnel à la masse des camions (Billing, 1984). Ainsi, déterminer les paramètres statistiques du FAD en considérant des camions beaucoup plus légers que le camion de calcul proposé dans la norme est une démarche conduisant à des résultats conservateurs.

L'espacement entre les essieux milieu et arrière varie suivant une densité de probabilité uniforme dont la limite inférieure a été posée à 8,2 m et la limite supérieure à 12,8 m. Concernant la localisation transversale du trajet sur le tablier, une loi de probabilité normale a été admise pour la position de la rangée de roues gauche, de moyenne 3,8 m et d'écart-type 0,36 m. Finalement, la vitesse des véhicules varie selon une loi de Probabilité normale de moyenne 22,22 m/s (80 km/h) avec un écart-type de 2,778 m/s (10 km/h). Ces valeurs de vitesse tiennent compte du fait que les véhicules lourds descendent une côte importante avant de franchir la structure, autant en provenant de l'est ou de l'ouest. Les figures 6 à 9 illustrent les distributions de probabilités des quatre paramètres variantes.

8.3.4 .2. Contexte du calcul aux états limites

La norme canadienne relative aux ponts-routes a adopté en 1988 la philosophie du calcul aux états limites. Ce faisant, on reconnaît la variabilité de la résistance des Éléments et la variabilité de l'intensité des charges ou des efforts qu'elles induisent. L'équation fondamentale du calcul aux états limites permettant de vérifier si la résistance est suffisante compte tenu des effets des charges est la suivante, pour un Indice de fiabilité donné :

$$\phi R \geq \alpha S \quad (8.13)$$

ou, de manière plus explicite :

$$\frac{\bar{R}}{R} \left[e^{-\gamma \beta V_R} \right] R \geq \frac{\bar{S}}{S} \left[e^{\gamma \beta V_S} \right] S \quad (8.14)$$

avec \bar{R} la résistance moyenne, R la résistance nominale, \bar{S} la sollicitation moyenne, S la Sollicitation nominale, γ un facteur de séparation, β l'indice de fiabilité et V_S et V_R les Coefficients de variation des sollicitations et de la résistance, respectivement.

Si on décompose la sollicitation en deux composantes, soit la charge permanente et la Surcharge, on obtient :

$$\phi R \geq \alpha_D D + \alpha_L L \quad (8.15)$$

$$\alpha_D = \frac{\bar{D}}{D} \left[e^{s \beta V_D} \right] \succ 1 \quad (8.16)$$

$$\alpha_L = \frac{\bar{L}}{L} \left[e^{s \beta V_L} \right] \succ 1 \quad (8.17)$$

où \bar{D} est la charge permanente moyenne, D est la charge permanente nominale, \bar{L} est la surcharge moyenne, L est la surcharge nominale, s est un coefficient de séparation égal à 0,5625 et V_D et V_L sont les coefficients de variation des charges permanentes et des surcharges, respectivement. Le facteur de capacité de surcharge indique la portion de la surcharge routière pouvant être reprise par la membrure analysée, et ce, sans perte de fonctionnalité de celle-ci. L'exploitation de la structure jusqu'à ce niveau de surcharge assure un niveau de fiabilité adéquat. on peut définir le facteur de capacité de surcharge (FCS) de la manière suivante :

$$FCS = \frac{\phi R - \alpha_D D}{\alpha_L L (1+CMD)} \quad (8.18)$$

où le terme $(1+CMD)$ représente le facteur par lequel on amplifie l'effort causé par la surcharge nominale pour tenir compte de la nature dynamique des sollicitations.

Plusieurs facteurs ne sont pas représentés explicitement. Pour déterminer la surcharge nominale, L , l'ingénieur évaluateur de la structure doit déterminer la portion de l'effort total induite par le chargement normalisé qui est reprise par une des poutres de la section. Pour ce faire, la norme canadienne propose de calculer un facteur de distribution transversale.

Ce facteur caractérise la capacité de la section à répartir les efforts transversalement entre les différentes poutres. Les facteurs proposés dans la norme sont issus d'analyse détaillée de différents types de section où les charges sont considérées statiques. Cette façon de faire suppose que le CMD introduit dans l'équation Précédente permet l'ajustement requis pour tenir compte de la distribution transversale des charges effective en régime dynamique.

Également, pour le calcul de l'effort associé à la surcharge, on tient compte que toutes les voies du pont ne sont pas chargées simultanément de façon critique par l'entremise d'un coefficient de simultanéité. Le coefficient de simultanéité proposé dans la norme incorpore un coefficient de simultanéité applicable aux effets dynamiques, lequel est issu d'essais expérimentaux (Billing, 1984). À titre d'exemple, le coefficient de simultanéité visant à réduire le CMD dans le cas où plusieurs voies sont chargées. En troisième lieu, dans l'équation [16], la valeur du CMD est pondérée avec le même facteur de pondération que celui des surcharges α_L . Or, le coefficient de variation du facteur d'amplification dynamique moyen I de la structure, $V_{(1+I)}$, est généralement plus élevé que celui des surcharges, noté V_L . Les valeurs du CMD proposées sont donc ajustées en tenant compte de la différence de variabilité ces paramètres. Pour ces raisons, la valeur du CMD proposée dans la norme ne doit pas être comparé directement avec les facteurs de majoration indiqués dans d'autres normes ou avec des valeurs moyennes observées lors d'essais de chargement.

8.3.4.3 Détermination du CMD

Dans le contexte du calcul aux états limites, on peut démontrer que la valeur du CMD Compatible, peut être calculée avec l'équation suivante (Agarwal, 1989) :

$$CMD = \frac{\bar{L}(1+I)}{\alpha_L L} e^{s\beta V_{L(1+I)}} - 1,0 \quad (8.19)$$

où I est le FAD moyen. De cette façon, on peut tenir compte adéquatement de la variabilité du facteur d'amplification dynamique dans l'équation [18] en pondérant la valeur du CMD avec le même coefficient de pondération que celui des surcharges. Le coefficient de variation du produit de l'effort induit par la surcharge amplifié pour tenir compte des effets dynamiques, $V_{L(1+I)}$, est donné par :

$$V_{L(1+I)} = \sqrt{(V_L^2 + V_{(1+I)}^2 + V_L^2 V_{(1+I)}^2)} \quad (8.20)$$

Dans cette expression, le coefficient de variation $V_{(1+I)}$ quantifie la variabilité du facteur

D'amplification dynamique I de la structure étudiée. La détermination de ce coefficient et du FAD moyen pour le cas spécifique d'une structure conduit à une évaluation plus juste de la capacité portante de celle-ci.

8.3.4.4 Résultats des simulations

Un total de 1129 simulations de Monte Carlo ont été réalisées avec des camions semi-remorque dont les paramètres variants sont décrits par les lois de distribution de probabilité. La chaussée a été générée en considérant un indice IRI égal à 2,5 et un cahot de 25 mm de hauteur et de 300 mm de longueur a été introduit à l'entrée du tablier.

On présente sur les figures (8.8) et (8.9) l'influence de la masse totale d'un camion semi-remorque sur les flèches, les réactions d'appui verticales et les FAD correspondants. Tel que rapporté dans la littérature, le FAD diminue avec une augmentation de la masse du camion. À noter cependant que le FAD calculer avec les réactions d'appui est à peu près deux fois plus grand que celui estimé avec les flèches.

Sur les figures (8. 10) et (8.11), on peut visualiser l'influence de la vitesse des camions sur les flèches, les réactions d'appui et les FAD correspondants. On constate que le FAD varie peu avec la vitesse, jusqu'à ce qu'elle atteigne 80 km/h. Au-delà de cette vitesse, les FAD calculés avec les flèches augmentent légèrement. Tel que mentionné auparavant, les FAD calculés avec les réactions d'appui s'élèvent à près du double de ceux calculés avec les flèches.

L'espacement entre les essieux milieu et arrière a également une influence sur les FAD. Sur les figures (8.12) et (8. 13), on remarque une augmentation du FAD lorsque l'espacement augmente, en particulier lorsque celui-ci atteint plus de 11 mètres dans le cas des FAD calculés avec les déplacements. Tout comme dans les figures précédentes, les FAD calculés avec les réactions d'appui sont beaucoup plus élevés que ceux calculés avec les flèches.

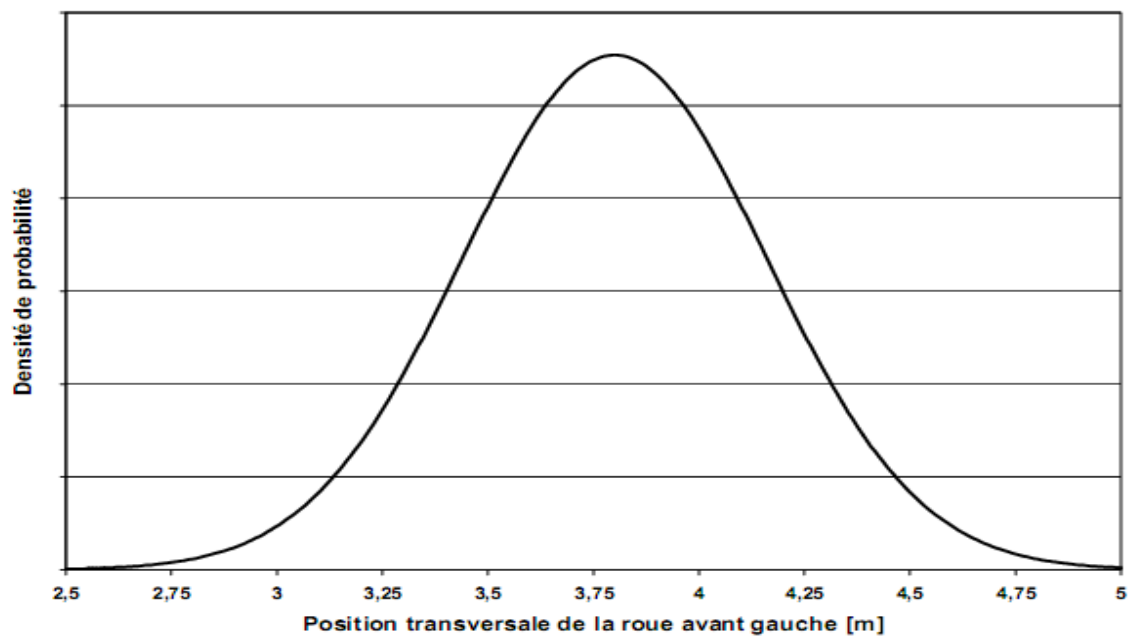


a) Profil du pont



b) Profil de la chaussée

Vues d'ensemble du pont étudié St-Marcel (avec une chaussée non uniforme)



Fig(8. 6) – Densité de probabilité normale pour la position transversale de la roue avant gauche d'un véhicule

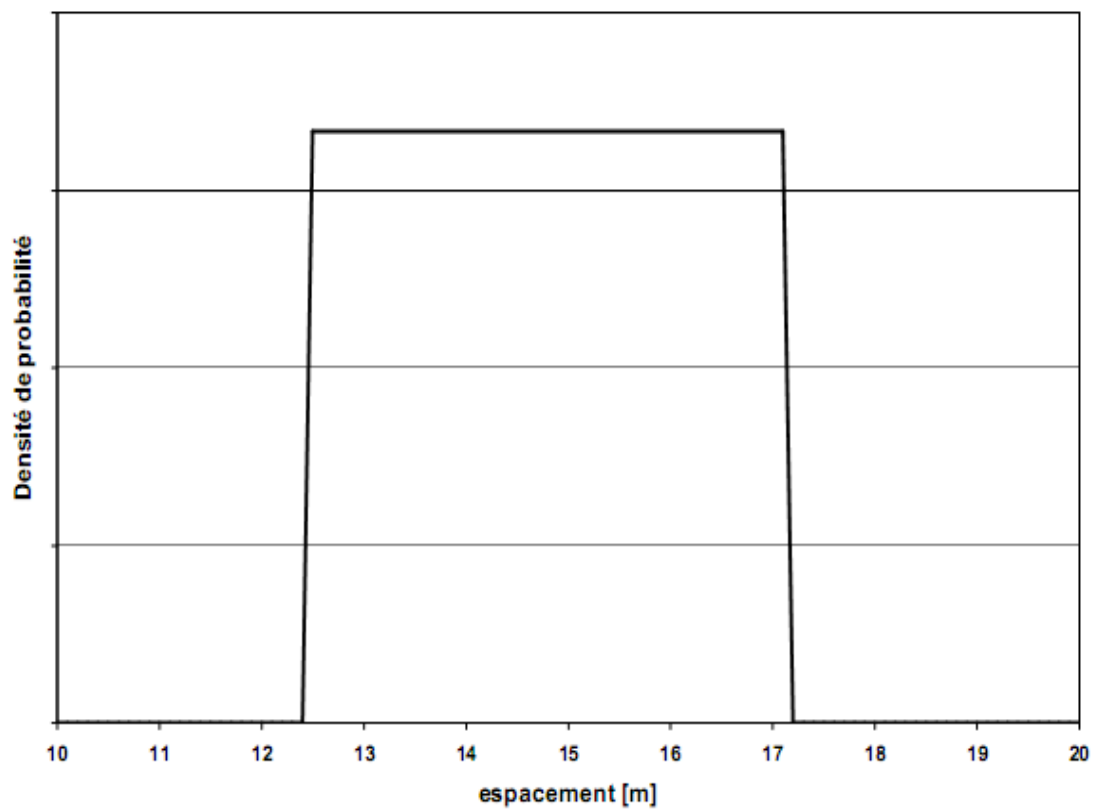


Fig. (8. 7) – Densité de probabilité uniforme pour l'espacement entre les essieux arrière d'un camion semi-remorque

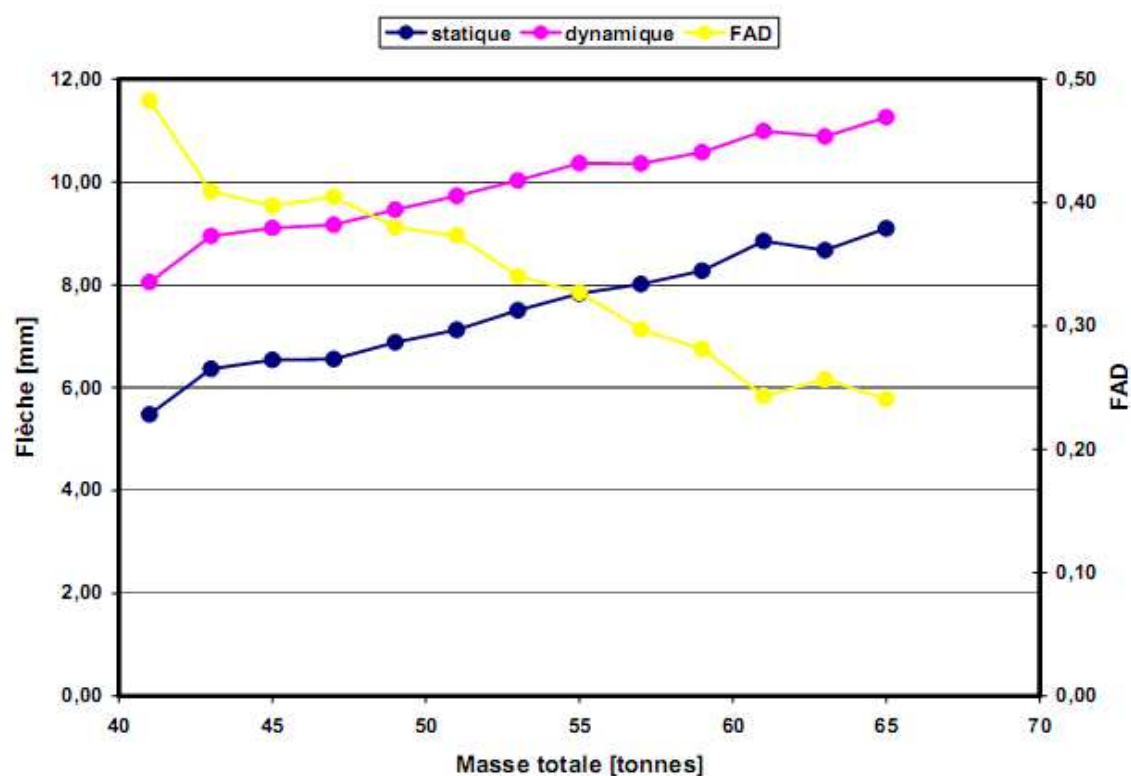
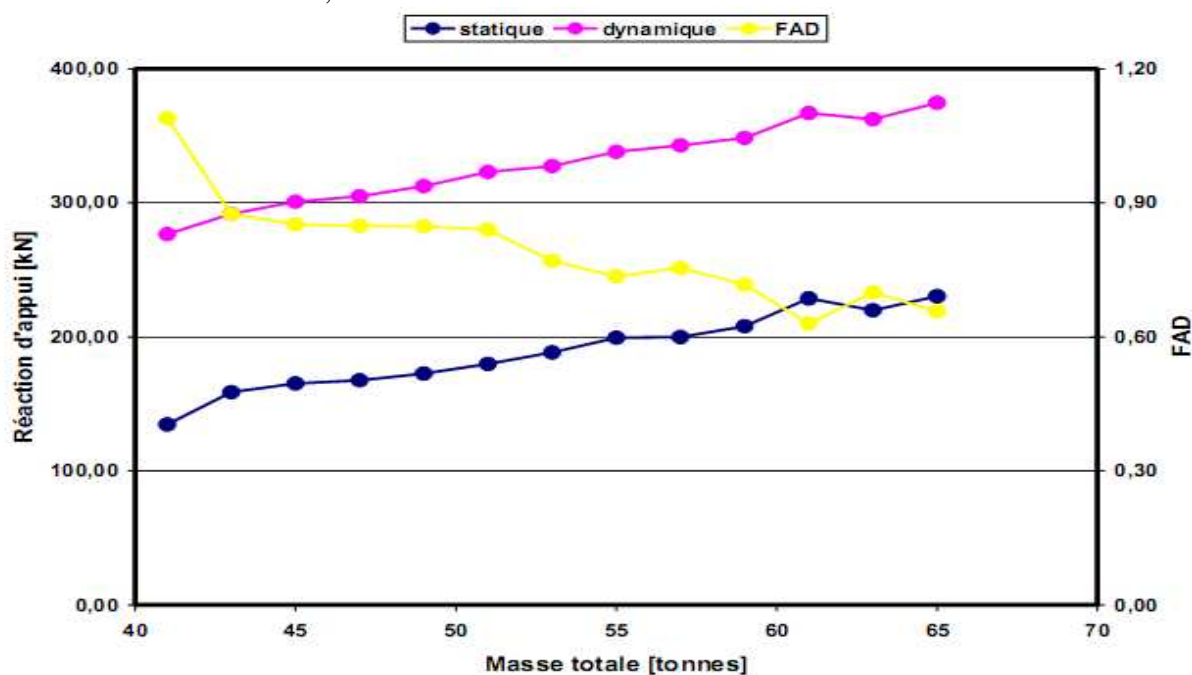


Fig. (8.8) - Flèches et FAD en fonction de la masse totale d'un camion semi-remorque IRI = 2,5 avec cahot sur une chaussée non uniforme



Fig(8. 9) – Réaction d'appui verticale et FAD en fonction de la masse totale d'un camion semi-remorque IRI = 2,5 avec cahot sur une chaussée non uniforme

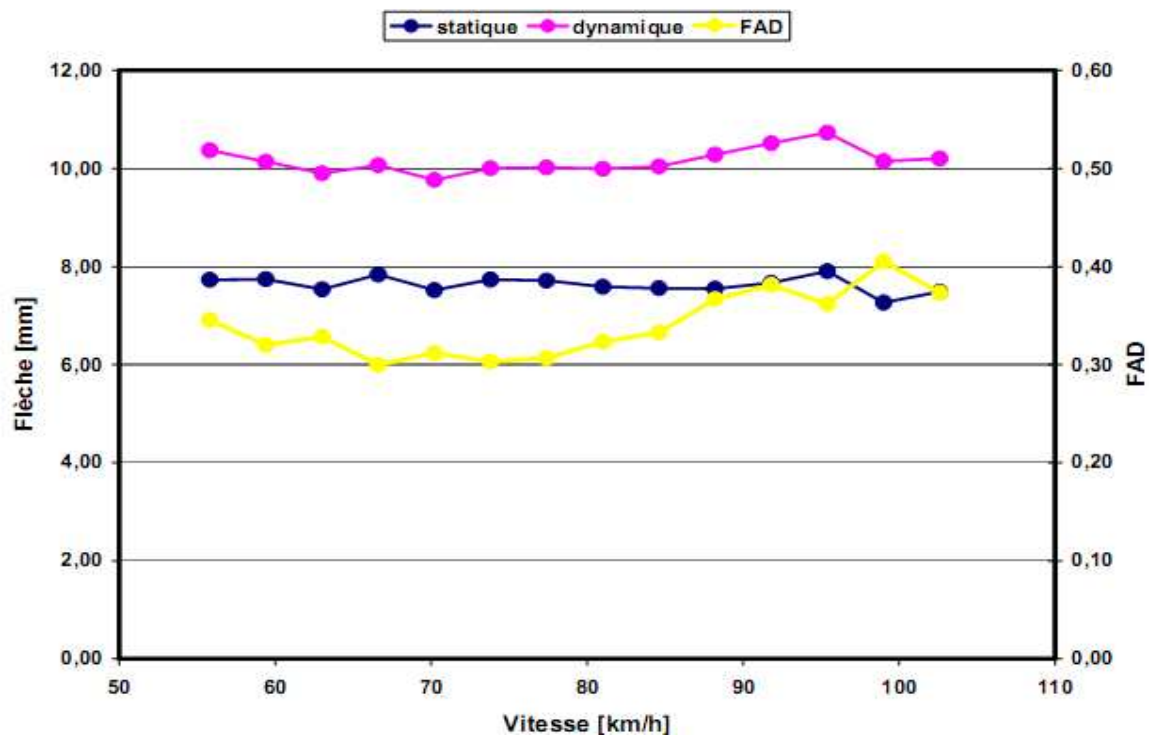
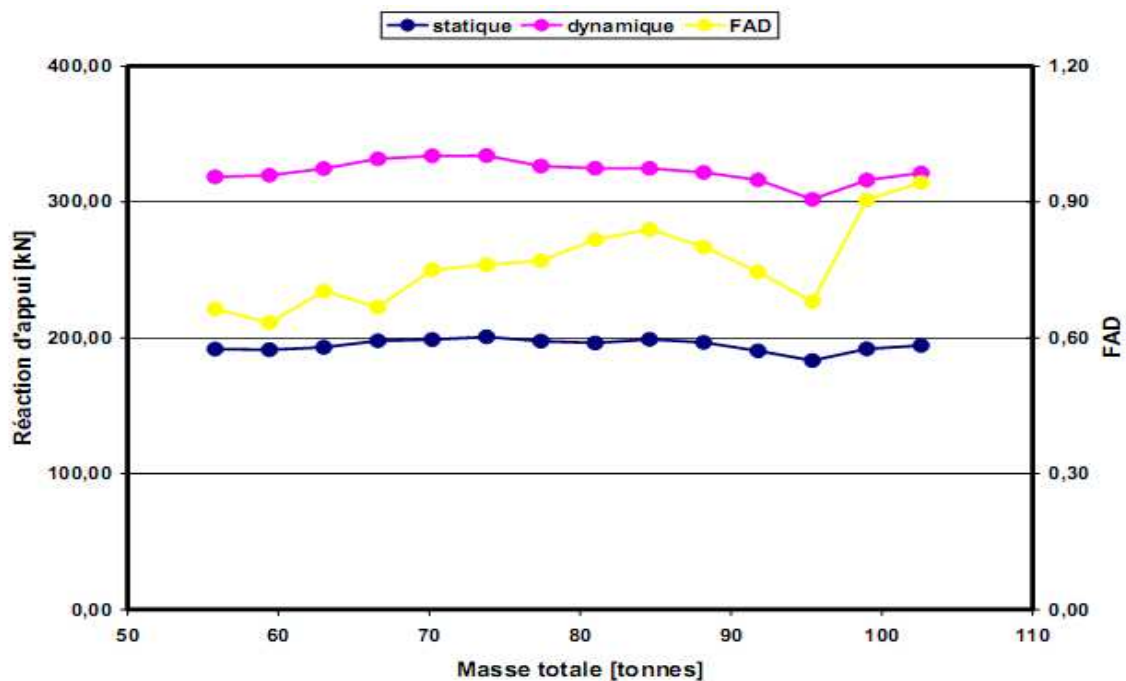


Fig. (8. 10) - Flèches et FAD en fonction de la vitesse d'un camion semi-remorque IRI = 2,5 avec cahot sur une chaussée non uniforme



Fig(8. 11) – Réaction d'appui verticale et FAD en fonction de la vitesse d'un camion semi remorque IRI = 2,5 avec cahot sur une chaussée non uniforme

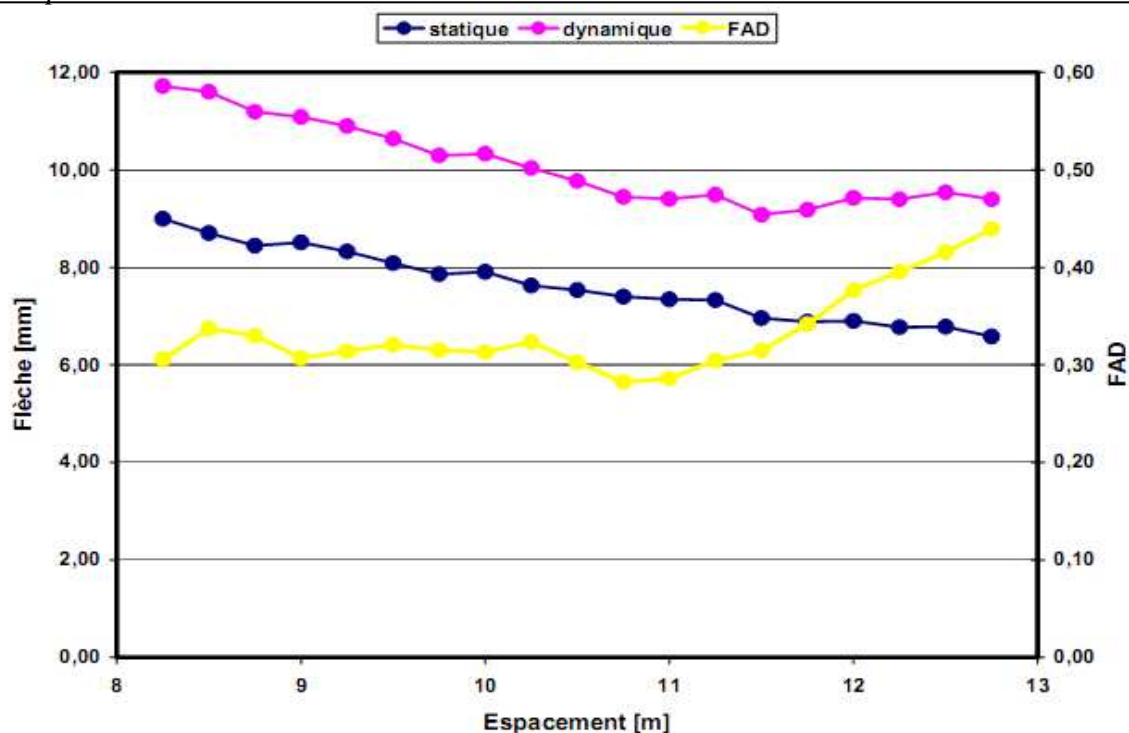


Fig. (8.12) - Flèches et FAD en fonction de l'espacement entre les essieux d'un camion semi-remorque IRI = 2,5 avec cahot sur une chaussée non uniforme

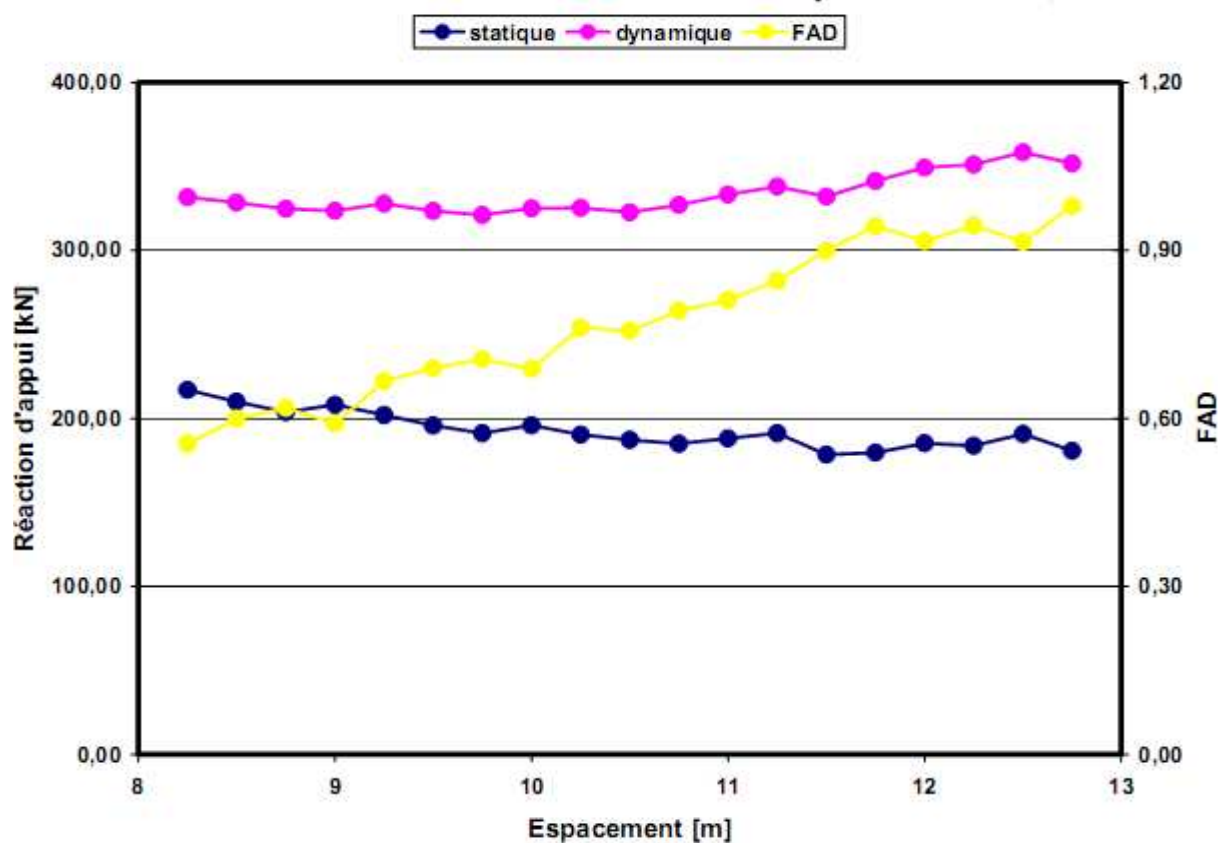


Fig. (8.13) – Réaction d'appui et FAD en fonction de l'espacement entre les essieux d'une semi-remorque IRI = 2,5 avec cahot sur une chaussée non uniforme

8.4 Conclusion

Les résultats présentés dans ce cas suggèrent que dans le cas du pont de St-Marcel, le coefficient de majoration dynamique proposé par la norme canadienne CAN/CSA-S6-00 (égal à 0,3) semble surévaluer les effets dynamiques associés à la flexion. Dans le cas des réactions d'appui, la valeur proposée sous-estime les effets dynamiques, en particulier dans le contexte de la conception. Pour vérifier cette constatation, les valeurs maximales des contraintes de cisaillement seront explicitement extraites de l'ensemble des résultats et comparer avec les réactions d'appui. Il est vraisemblable que l'influence de l'amplitude du cahot soit beaucoup plus grande sur les réactions d'appui que sur les contraintes de cisaillement.