



République algérienne démocratique et populaire
UNIVERSITE ABDELHAMID IBN BADIS DE MOSTAGANEM
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



N°D'ORDRE : D..... /2017

Thèse

Présentée pour l'obtention du

DIPLOME DE DOCTORAT EN SCIENCE

SPECIALITÉ : GENIE MECANIQUE

OPTION : Energétique

Par

M. DAOUD Sid'Ahmed

**Etude de l'influence de la forme géométrique d'un obstacle
cylindrique soumis à un écoulement oscillatoire**

Soutenue le 26 janvier 2017 devant le Jury composé de :

Président	M. OUINAS Djamel (Pr.)	Université de Mostaganem
Examineur	M. HOUAT Samir (MCA)	Université de Mostaganem
Examineur	M. ADJLOUT Lahouari (Pr.)	Université d'USTO-Oran
Examineur	M. HAMOUDI Benameur (Pr.)	Université d'USTO-Oran
Directeur de thèse	M. NEHARI Driss (Pr.)	Centre universitaire d'Ain Témouchent
Co-encadreur	M. RETIEL Noureddine (Pr.)	Université de Mostaganem

ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2016 /2017

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Monsieur NEHARI Driss, Professeur au centre universitaire de Ain Témouchent, d'avoir accepté de diriger ce travail, Il a su me faire partager son enthousiasme et son savoir scientifique, et pour l'attention et la patience avec laquelle il m'a constamment dirigé. Son soutien et conseils m'ont permis de mener à bien ce travail.

Ma profonde gratitude s'adresse également à Monsieur RETIEL Nouredine, Professeur à l'université de Mostaganem et co-encadreur de cette thèse pour sa bienveillance de mon parcours en poste-graduation.

Je tiens aussi à adresser, mes vifs remerciements à Monsieur OUINAS Djamel, Professeur à l'université de Mostaganem d'avoir accepté de présider le jury, ainsi que Monsieur HOUAT Samir, Docteur à l'université de Mostaganem, M. ADJLOUT Lahouari, Professeur à l'université USTO-MB, M. HAMOUDI Benameur, Professeur à l'université USTO-MB pour m'avoir fait l'honneur de participer au jury de Thèse de DOCTORAT et d'examiner ce travail.

Un grand merci à tous mes collègues de l'institut algérien du pétrole, spécialement à M. SAIED Miloud, M. ABED Fethi et M. KAOUADJI Abdel'Hak pour m'avoir laissé utiliser leurs ordinateurs pour mes longs calculs, également à Messieurs ZOUYAY M, RAYAH H. et BENAMAR B., aussi Mme RAHMOUN B., Mme BENKENFOUD F., Mlle. MAZOUZI W. et Mlle. MEZOUAGH A., pour leur aide et leur soutien moral.

Je tiens aussi à exprimer ma gratitude infinie à mes parents, ma grand-mère et mes sœurs pour leur dévouement et leur soutien familial.

Sommaire

Liste des tableaux	III
Liste des figures	IV
Nomenclature	VI
Résumé	VIII
Introduction	1
Chapitre 1. Revue bibliographique	5
Chapitre 2. Modélisation du problème	18
2.1 Présentation du problème à résoudre	18
2.2 Équations du mouvement	19
2.3 Phase d'adimensionnalisation	21
2.4 Conditions aux limites	23
2.5 Paramétrisation	24
2.6 Algorithme de résolution	27
2.6.1 Utilisation de la méthode à pas fractionnel	29
2.6.2 Equation de Poisson pour la pression	30
2.6.3 Tactique de résolution	31
2.7 Condition de stabilité	32
2.8 Évaluation du champ de vorticité et des forces hydrodynamiques	35
2.8.1 Champ de vorticité	35
2.8.2 Forces hydrodynamiques	36
2.8.2 Coefficients de Morison	38
Chapitre 3. Discrétisation	39
3.1 Présentation générale	39
3.2 Principe de la discrétisation géométrique	39
3.3 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement	40
3.3.1 Évaluation du bilan de quantité de mouvement (RHS)	41
3.3.2 Évaluation de la vitesse	44
3.4 Discrétisation de l'équation de Poisson de pression	47

Chapitre 4. Génération du maillage	48
4.1 Adaptation du maillage	49
4.2 Procédure de génération de maillage	51
4.3 Génération du maillage	53
Chapitre 5. Résultats et Discussions	54
5.1 Validation du code	55
5.2 Résultats et discussion pour un écoulement en régime A.....	56
5.2.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression	58
5.2.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques	73
5.2.3 Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison	79
5.3 Résultats et discussion pour un écoulement en régime D	82
5.3.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression.....	85
5.3.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques	92
5.3.3- Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison.....	98
5.4 Résultats et discussion pour un écoulement en régime F	101
5.4.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression.....	101
5.4.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques	103
5.4.3 Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison	108
5.5 Coefficients de Morison en fonction du KC et du rapport elliptique	111
Conclusion	114
Références	116

Liste des tableaux

Tableau 5.1	: Les paramètres des simulations régime A	Page 56
Tableau 5.2	: Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime A ($KC = 5$ et $Re = 100$) et pour les différents rapports elliptiques.....	Page 80
Tableau 5.3	: Les paramètres des simulations régime D et F	Page 82
Tableau 5.4	: Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime D ($KC = 6.5$ et $Re = 130$) et pour les différents rapports elliptiques.....	Page 99
Tableau 5.5	: Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime F ($KC = 8.5$ et $Re = 170$) et pour les différents rapports elliptiques.....	Page 109
Tableau 5.6	: Coefficients de traînée et d'inertie obtenus pour différents rapports elliptiques dans les conditions d'écoulement $KC= 5 ; 6.5$ et 8.5 et un nombre de stocks constant de $\beta = 20$	Page 111

Liste des figures

Fig. 1.1 - Régimes d'écoulement définis par Williamson [10].....	8
Fig. 1.2 - Cartographie des différents régimes établie par par TB90 [9]	9
Fig. 1.3 - Régimes d'écoulement définis par TB90 [9] pour des nombres de Reynolds modérés.	10
Fig. 1.4 - Instabilité de Honji [12] en régime B à $\beta=200$ et $KC=2$	12
Fig. 1.5 - Cartographie identifiant différents régimes dans le plan $KC - \beta$	12
Fig. 2.1 - Schéma de la position du problème.....	18
Fig. 2.2 - Localisation des régimes d'écoulements étudiés sur la carte TB90 [9].	19
Fig. 2.3 -Transformation du domaine physique au domaine numérique.	25
Fig. 2.4 - Principe du maillage non entrelacé.	27
Fig. 2.5 - Domaine de dépendance et condition de stabilité CFL.	33
Fig. 2.6 - Organigramme de l'algorithme utilisé.	34
Fig. 3.1 - Grilles différences finies bidimensionnelles et tridimensionnelles.	39
Fig. 3.2 - Discrétisation en projection bidimensionnelle.	41
Fig. 4.1 - Maillage type H utilisé pour les rapports elliptiques $\varepsilon =0.9$ et $\varepsilon =0.5$	50
Fig. 4.2 - Vue complète et vue au voisinage de l'obstacle du maillage utilisé.....	53
Fig. 5.1 - Comparaison des composantes de la vitesse longitudinale transversale obtenues avec le modèle numérique et ceux mesurées dans les expériences de Deutsch et al. [17]	55
Fig. 5.2 - Différentes dimensions du maillage utilisées dans le cas du régime A.....	57
Fig. 5.3 - Test d'indépendance du maillage en régime A	58
Fig. 5.4 - Evolution des champs de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon=0.8$	60
Fig. 5.5 - Evolution du champ de vorticité pour les rapports elliptiques $\varepsilon=1$ et 0.8	61
Fig. 5.6 - Evolution du champ de pression pour les rapports elliptiques $\varepsilon=1$ et 0.8	63
Fig. 5.7 - Evolution des champs de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon=0.65$	64
Fig. 5.8 - Différentes positions du détachement tourbillonnaire pour $\varepsilon = 0.65$	64
Fig. 5.9 - Evolution des champs de vorticité et de pression durant le 35eme cycle pour $\varepsilon=0.6$	65
Fig. 5.9 - Evolution des champs de vorticité et de pression durant le 65eme cycle pour $\varepsilon=0.4$	66
Fig. 5.10 - Comparaison des détachements de tourbillonnaire pour $\varepsilon=0.6 ; 0.55 ; 0.5$ et 0.45	67
Fig. 5.11 - Historique des modes de détachement tourbillonnaire pour $\varepsilon=0.6 ,0.5$ et 0.4	68
Fig. 5.12 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon =0.35$	69
Fig. 5.13 - Comparaison des détachements tourbillonnantes en mode double-paires pour $\varepsilon=0.3$ et 0.1	70
Fig. 5.14 - Comparaison des détachements tourbillonnantes en mode mono-paire pour $\varepsilon=0.3$ et 0.1	71
Fig. 5.15 - Evolution de la vorticité au cours de deux cycles d'intermittence consécutifs pour $\varepsilon =0.3$	71
Fig. 5.16 - Historique des différentes modes de détachement tourbillonnaire.	72

Liste des figures

Fig. 5.17 - Evolution de la force transversale totale en régime A pour différents rapports elliptiques.....	75
Fig. 5.18 - Evolution de la force longitudinale totale en régime A pour différents rapports elliptiques.....	76
Fig. 5.19 - Evolution de la force longitudinale de pression et de cisaillement durant le 90eme cycle.....	77
Fig. 5.20 - Evolution de la force transversale de pression et de cisaillement durant le 90eme cycle.....	79
Fig. 5.21 - Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale.....	80
Fig. 5.22 - Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison.....	81
Fig. 5.23 - Dimension du maillage utilisé dans le cas des régimes D et F.	83
Fig. 5.24 - Test d'indépendance du maillage en régime F.....	84
Fig. 5.25 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\epsilon=1$	86
Fig. 5.26 - Commutation du tracé V pour le rapport elliptique $\epsilon=1$	86
Fig. 5.27 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\epsilon=0.9$	87
Fig. 5.28 - Comparaison des tracés de vorticité des rapports elliptique $\epsilon=1$ et 0.9.....	88
Fig. 5.29 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\epsilon=0.8$	88
Fig. 5.30 - Différents modes des détachements tourbillonnantes apparus pour le cas du rapport $\epsilon=0.7$	89
Fig. 5.31 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\epsilon=0.6$	90
Fig. 5.32 - Comparaison des détachements de tourbillonnaire en mode double-paires pour $\epsilon=0.5, 0.3$ et 0.1.....	91
Fig. 5.33 - Evolution de la force transversale totale en régime D pour différents rapport elliptiques.....	93
Fig. 5.34 - Evolution de la force longitudinale totale en régime D pour différents rapport elliptiques.....	94
Fig. 5.35 - Evolution des forces longitudinales de pression et de cisaillement durant le 100eme cycle.....	95
Fig. 5.36 - Evolution des forces transversales de pression et de cisaillement durant le 100eme cycle.....	96
Fig. 5.37 - Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale.....	99
Fig. 5.38 - Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison.....	99
Fig. 5.39 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour un rapport elliptique $\epsilon=1$	101
Fig. 5.40 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\epsilon=0.1$	102
Fig. 5.41 - Comparaison des détachements de tourbillonnaire en mode double-paires pour $\epsilon=0.9; 0.5; 0.3$ et 0.1.....	103
Fig. 5.42 - Evolution de la force transversale totale en régime F pour différents rapport elliptiques.....	104
Fig. 5.43 - Evolution de la force longitudinale totale en régime F pour différents rapport elliptiques.....	105
Fig. 5.44 - Evolution des forces longitudinales de pression et de cisaillement durant le 97eme cycle.....	106
Fig. 5.45 - Evolution des forces transversales de pression et de cisaillement durant le 97eme cycle.....	107
Fig. 5.46 - Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale.....	109
Fig. 5.47 - Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison.....	110
Fig. 5.48 - Evolution des coefficients de Morison en fonction du rapport elliptique et du KC à $\beta=20$	112

Nomenclature

$a ; b$: Respectivement l'axe longitudinal et transversal du cylindre elliptique
B_i	: Force de volume généré par l'écoulement oscillatoire suivant la direction i .
C	: Nombre de courant.
$C_d ; C_m$: Respectivement coefficients de traînée et d'inertie
$C_d^S ; C_m^S$: Respectivement coefficients surfaciques de traînée et d'inertie
D	: Diamètre du cylindre circulaire
$L'indice (d)$: Grandeur dimensionnelle
$F_x ; F_y$: Respectivement force totale longitudinale et transversale
$F_{x,rms} ; F_{y,rms}$: Respectivement force totale longitudinale et transversale en RMS
$F_{x,p} ; F_{y,p}$: Respectivement force de pression longitudinale et transversale
$F_{x,s} ; F_{y,s}$: Respectivement force de cisaillement longitudinale et transversale
$F_x^S ; F_y^S$: Respectivement force surfacique longitudinale et transversale
g^{mn}	: Tenseur métrique contravariant
G^{mn}	: Tenseur d'inclinaison de maille
$L'indice (i, j, k)$: Cordonnée longitudinale, transversale et axiale d'un repère.
J^{-1}	: Jacobien de la transformation
KC	: Nombre adimensionnel de Keulegan-Karpenter
$L_x ; L_y ; L_z$: Dimensions du domaine physique.
$P ; \phi$: Pression.
Re	: Nombre adimensionnel de Reynolds
T	: Période d'oscillation de l'écoulement externe
t	: Temps
$u_i(u, v, w)$: champ de vitesse du fluide.
$U(t)$: Vitesse oscillante de l'écoulement externe
U_{max}	: La vitesse d'oscillation maximale de l'écoulement externe
$U_m(U, V, W)$: Flux de volume
$x_i(x, y, z)$: Coordonnée spatiale cartésienne
β	: Nombre de Stokes
$\delta_{i,j}$: Symbole de Kronecker
ε	: Rapport elliptique (a/b)
$\xi_i(\xi, \eta, \zeta)$: Coordonnée spatiale curviligne.

Nomenclature

ρ	: Masse volumique
$\omega_x ; \omega_y ; \omega_z$: Champ de vorticité du fluide.
ω_θ	: Vorticité circonferentielle
ω	: Fréquence d'oscillation de l'écoulement externe
ν	: Viscosité cinématique
Δ	: Laplacien
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$: Pas d'espace.
Δt	: Pas du temps.
∇	: Gradient
<i>L'indice (*)</i>	: Grandeur adimensionnelle

Résumé

Le présent travail présente une étude numérique d'un écoulement oscillatoire en 2D autour de différents cylindres à section elliptique, sous les conditions de trois régimes : *régime « A »* ($Re=100$ et $KC=5$), *régime « D »* ($Re=130$ et $KC=6.5$) et *régime « F »* ($Re=170$ et $KC=8.5$). Afin d'étudier l'effet de l'ellipticité du cylindre sur le champ d'écoulement et sur les forces hydrodynamiques, le rapport elliptique (rapport des axes) a été varié dans une large gamme (de 1 à 0.1) où le petit axe est parallèle à l'écoulement, allant ainsi du cas d'un cylindre circulaire au cas d'un cylindre à section elliptique très effilé. Cette investigation est centrée principalement sur l'analyse du champ de vorticité et vise à déterminer les forces et les coefficients hydrodynamiques pour chaque rapport elliptique. Les résultats présentés dans ce travail ont été obtenus en utilisant un code numérique en fortran développé au Laboratoire de Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques (LMNEPM)   l'Université de Mostaganem. Les équations de Navier-Stokes ont été résolues de manière tridimensionnelle et non stationnaire par une méthode des différences finies de second ordre de précision pour l'espace et le temps. La version originale de ce code a été utilisée pour simuler les écoulements oscillants autour des cylindres circulaires où la validation des résultats numérique a été réalisée avec des données expérimentales fournies par d'autres recherches. Les résultats du tracé tourbillonnaire, du champ de pression, des forces hydrodynamiques et des coefficients de Morison seront présentés et discutés à la lumière de leur dépendance du rapport elliptique.

Mots clés : * coulement oscillatoire, régime A, régime D, régime F, rapport elliptique, détachement tourbillonnaire, forces hydrodynamiques, coefficients de Morison, nombre de Reynolds (Re), nombre de Keulegan-Carpenter (KC),*

Abstract

This work presents a numerical study of a 2D oscillatory flow around different cylinders with elliptical section, under the conditions of three modes of vortex-shedding: regime "A" ($Re = 100$ and $KC = 5$) regime "D" ($Re = 130$ and $KC = 6.5$) and regime "F" ($Re = 170$ and $KC = 8.5$). To study the effect of the ellipticity of the cylinder on the flow field and the hydrodynamic forces, the elliptical ratio (axis ratio) was varied in a wide range (from 1 to 0.1) from the case of a

circular cylinder to the case of a cylinder with very slender elliptical section. This investigation is centered mainly on the analysis of the vorticity field and aims to identify the hydrodynamic forces and coefficients for each elliptical report. The results presented in this work were obtained using a numerical code developed in FORTRAN at "Numerical Modeling and Experimental Laboratory of Mechanical Phenomena" (LMNEPM) at the University of Mostaganem. The three-dimensional and non-stationary Navier-Stokes equations were solved by a finite difference method of second order of precision in space and time. The original version of this code was used to simulate the oscillatory flow around circular cylinders where the validation of numerical results was carried out with experimental data from other research. The results of the vortex path, the pressure field, hydrodynamic forces and Morison coefficients will be presented and discussed in the light of their dependence on the elliptical ratio.

Keywords: oscillatory flow, Regime A, Regime D, Regime F, elliptical ratio, vortex shedding, hydrodynamic forces, Morison coefficients, Reynolds number (Re), number of Keulegan-Carpenter (KC)

ملخص

يعرض هذا العمل على دراسة عددية لمتذبذبة 2D تدفق حول مختلف اسطوانات ذو مقطع إهليلجي، في ظل ظروف ثلاثة أنماط من ذرف دوامة: نظام "A" ($Re = 100$ و $KC = 5$) نظام "D" ($Re = 130$ و $KC = 6.5$) والنظام "F" ($Re = 170$ و $KC = 8.5$). كانت نسبة الإهليلجية (نسبة محور) متنوعة في مجموعة واسعة (1-1، 0) من حالة اسطوانة دائرية إلى حالة الاسطوانة ذو مقطع إهليلجي نحيلة جدا. ويتركز هذا التحقيق بشكل أساسي على تحليل مجال الدوامي، ويهدف إلى تحديد القوات ومعاملات الهيدروديناميكية لكل نسبة الإهليلجية. وقد تم الحصول على النتائج المقدمة في هذا العمل باستخدام برنامج تم تطويره باستخدام Fortran في مختبر النمذجة العددية والتجريبية للظواهر الميكانيكية (LMNEPM) في جامعة مستغانم. تم حل معادلات Navier-Stokes غير ثابتة، ثلاثية الأبعاد بطريقة الفرق محدود من الدرجة الثانية من الدقة في المكان والزمان. تم استخدام النسخة الأصلية من هذا البرنامج لمحاكاة تدفق متذبذب حول اسطوانات دائرية حيث جرى التحقق من صحة النتائج العددية ببيانات التجريبية من أبحاث أخرى. وستعرض نتائج مسار دوامة، مجال الضغط وقوات الهيدروديناميكية ومعاملات Morison ومناقشتها في ضوء اعتمادها على نسبة الإهليلجية.

كلمات البحث: تنذبذبي تدفق حول الاسطوانية، نظام A، D النظام، نظام F، نسبة الإهليلجية، دوامة، قوات الهيدروديناميكية، معاملات Morison، عدد Reynolds (Re)، وعدد Keulegan-Carpenter (KC)

Introduction

La science est la base de développement de toute nation, et la nécessité pousse l'homme à découvrir des choses nouvelles pour lui offrir la facilité de vie. L'Algérie est parmi les pays en voie de développement, elle a investi de grandes ressources humaines dans le domaine de la science et elle a parût avec puissance dans les sciences de l'ingénierie en particulier la mécanique des fluides et les produits énergétiques (pétrole et gaz). Aussi, située au carrefour de l'Europe, du monde arabe et de l'Afrique, et possédant une longue côte méditerranéenne, l'Algérie a tout le potentiel pour devenir un acteur important dans l'industrie offshore et concurrencer les marchés européens et américains. En effet, la rareté ainsi que l'augmentation du prix du pétrole incitent depuis quelques années les industriels à exploiter des champs pétroliers offshore situés à des profondeurs marines de plus en plus importantes. Le savoir, ainsi que les technologies qui en découlent, doivent donc nécessairement progresser afin de faire face aux défis techniques reliés à cette activité en évolution.

Les liaisons fond-surface, généralement des éléments cylindriques (offshores, pipes, canalisations verticales, lignes d'ancrage...etc.), sont soumis à des écoulements oscillatoires induits par les forces d'environnement (houle, courant...etc.) et peuvent avoir des comportements vibratoires encore mal compris à ce jour. Il existe dans le sillage de certaines structures des lâchers périodiques de tourbillons qui peuvent entrer en résonance avec la structure. On parle dans ce cas de Vibrations Induites par Vortex (VIV en anglais pour Vortex-Induced Vibrations).

Les vibrations engendrées par le détachement de tourbillons alternés (les tourbillons de Bénard - Von Karman du nom de leurs premiers découvreurs), sont rarement dommageables même en cas de résonance. En effet, les amplitudes de vibrations atteintes sont très fortement dépendantes du rapport de masse entre la structure et le fluide qui l'entoure. Plus ce rapport est grand, plus les amplitudes sont faibles et en aéroélasticité

les rapports de masse entre la structure et l'air sont évidemment très grands. Ce n'est pas le cas pour l'exploitation des champs pétrolifères offshore où des structures très élancées utilisées pour assurer les liaisons entre les têtes de puits au fond de l'océan et le support flottant, plate-forme ou navire en surface, tels que les câbles d'ancrage, conduites et pipelines, sont soumises aux courants marins et pour lesquelles les vibrations induites par vortex constituent un problème majeur.

Ces nouveaux problèmes dus aux VIV apparaissent et intéressent à la fois la recherche fondamentale et appliquée en mécanique des fluides, en mécanique des solides et en interaction fluide-structure. Une meilleure connaissance du comportement vibratoire d'une structure soumise au courant et à la houle, est nécessaire à cause de trois problèmes causés par les VIV : l'accroissement de la fatigue de la structure, ce qui limite sa durée de vie, l'augmentation de la traînée, donc de tous les efforts auxquels sont soumises les structures, et enfin la possibilité de collision entre liaisons proches. Des ruptures du matériel dues aux VIV, pouvant amener à la perte de la liaison, sont décrites dans la littérature, cela explique l'intérêt porté à ce phénomène physique dès la conception de ces structures. Il est donc primordial de pouvoir disposer d'outils permettant la modélisation des VIV, voir leur prédiction.

L'étude des écoulements oscillatoires autour d'un cylindre a fait l'objet de larges investigations tant sur le plan expérimental que numérique, et cela est dû aux multiples applications pratiques de ce type d'écoulement, citant à titre d'exemple la conception des plates-formes offshore soumises à l'action de la houle simulée à un mouvement oscillatoire. La conception de telles structures nécessite une compréhension profonde du champ d'écoulement, une évaluation précise des forces et des coefficients hydrodynamiques ainsi qu'une étude sur l'influence de la forme géométrique de l'obstacle cylindrique qui s'avèrent indispensables pour mieux maîtriser les paramètres principaux de conception des structures marines.

Le champ d'écoulement induit par les vagues autour des structures marines est extrêmement complexe et le problème peut être idéalisé en considérant un cylindre exposé à un écoulement bidimensionnel, harmonique et oscillant. Cette idéalisation reproduit les caractéristiques les plus importantes du corps implanté dans une mer houleuse.

But du travail

Mener expérimentalement une analyse d'un courant instable autour d'un cylindre n'est pas facile. Ceci est principalement dû au fait que la variation du courant approchant est difficile à contrôler avec précision. En revanche, l'application de simulations numériques ne souffre pas de ces difficultés techniques.

L'objectif principal de cette étude est d'investiguer l'influence de la forme géométrique d'un cylindre elliptique sur le champ d'écoulement et les forces hydrodynamiques. Parmi les paramètres qui motivent dans ce thème, son caractère scientifique qui coordonne entre le domaine théorique (numérique) et expérimental (réel), comprendre les phénomènes physiques liés à ce genre de problème, consolider et développer des connaissances de conception des installations maritimes.

Afin d'étudier l'effet de l'ellipticité du cylindre sur le champ d'écoulement et sur les forces hydrodynamiques, le rapport elliptique (rapport des axes) a été varié dans une large gamme (de 1 à 0.1) où le petit axe est parallèle à l'écoulement ; allant du cas d'un cylindre circulaire au cas d'un cylindre à section elliptique très effilé. Cette investigation est centrée principalement sur l'analyse du champ de vorticités et vise à déterminer les forces et les coefficients hydrodynamiques pour chaque rapport elliptique.

Les résultats présentés dans ce travail ont été obtenus en utilisant un code numérique en FORTRAN développé au Laboratoire de Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques (LMNEPM) à l'Université de Mostaganem. Les équations de Navier-Stokes ont été résolues de manière tridimensionnelle et non stationnaire par une méthode des différences finies de second ordre de précision pour l'espace et le temps. La version originale de ce code a été utilisée pour simuler les écoulements oscillants autour des cylindres circulaires où la validation des résultats numériques a été réalisée avec des données expérimentales fournies par d'autres recherches.

Pour réaliser les différents objectifs signalés précédemment, nous avons étudié l'écoulement oscillatoire bidimensionnel (2D) autour de différents cylindres à section elliptique, sous les conditions de trois régimes : *régime* « A » ($Re=100$ et $KC=5$), *régime* « D » ($Re=130$ et $KC=6.5$) et *régime* « F » ($Re=170$ et $KC=8.5$). Pour cela, nous avons :

- a) Reproduit le champ d'écoulement autour des différentes formes elliptiques ;
- b) Étudié les effets du rapport elliptique sur le champ d'écoulement et sur le détachement tourbillonnaire ;
- c) Évalué l'effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques et sur leurs coefficients ;

Plan d'étude

Notre étude comprend cinq chapitres structurés comme suit :

Chapitre I : Une recherche Bibliographique montre les différents travaux réalisés pour les écoulements oscillatoires soit expérimentalement soit numériquement.

Chapitre II : Présente la formulation du problème ou bien la modélisation du problème physique, en mettant les équations de Navier Stokes sous une forme conservative.

Chapitre III : Présente la discrétisation du problème continue, les équations de Navier Stokes sont discrétisées par la méthode de différences finis. Cette partie est une étape qui nous aide à préparer et comprendre le code de calcul.

Chapitre IV : C'est une partie qui a été consacré à la génération du maillage et la méthode utilisée est basée sur les équations de poisson en cordonnées généralisées permettant d'avoir une bonne obéissance géométrique au schéma numérique utilisé. La génération du maillage est une étape nécessaire pour entamer les calculs de l'écoulement.

Chapitre V : Nous présenterons les résultats obtenus pour l'écoulement sinusoïdal en trois régimes : régime « A » ($Re=100$ et $KC=5$), régime « D » ($Re=130$ et $KC=6.5$) et régime « F » ($Re=170$ et $KC=8.5$) autour d'un cylindre elliptique. Nous analyserons l'effet de la variation du rapport des diamètres elliptique sur le champ de vorticité et de pression. Aussi, nous discuterons l'effet de la géométrie du cylindre et de la distribution du champ de vorticité sur la grandeur des forces hydrodynamique ainsi que sur leur évolution temporelle. Pour chaque cas analysé, nous présenterons également les coefficients de Morisson calculés à partir de la force longitudinale et discuterons leur dépendance à l'égard du rapport elliptique.

Nous terminerons finalement par une conclusion générale qui indique les différentes étapes de cette étude et des recommandations proposées.

Chapitre 1. Revue bibliographique

Les pipelines sous-marins et les piliers des structures marines (offshore) sont l'un des sujets les plus importants dans le génie maritime. Afin de s'assurer que ces structures cylindriques sont stables et fonctionnelles au cours de leur vie de projet, une attention doit être accordée à leur conception durant laquelle il faut tenir compte de tous les paramètres qui peuvent influencer leur stabilité. Dans le cas contraire, ces cylindres peuvent être détruits, partiellement ou totalement. Le type de section transversale du cylindre est l'un des paramètres clé de sa stabilité. La section circulaire est largement utilisée, mais les cylindres non-circulaires (elliptiques et rectangulaires) sont parfois préférés pour des applications spéciales.

Dans le domaine du génie maritime, pour évaluer la charge sur les structures marines sous l'action d'ondes, les analyses sont généralement effectuées en vertu d'un état simplifié d'un écoulement sinusoïdal uniforme autour d'un cylindre. Ainsi, l'étude de l'écoulement oscillatoire autour d'un cylindre est de grand intérêt vu sa représentation idéalisée des structures cylindriques implantées dans une mer souvent houleuse. Par suite, l'étude des écoulements oscillatoires autour d'un cylindre a fait l'objet de larges investigations tant sur le plan expérimental que numérique.

Physiquement, au moment où un écoulement traverse un cylindre avec une forme non-profilée, la séparation se produit généralement en raison de l'effet des gradients de pression négative. Les lignes de séparation peuvent se rouler et former des tourbillons. Dans le cas d'un écoulement oscillant, le champ d'écoulement résultant est complexe et caractérisé par une allée-tourbillonnaire (vortex-shedding) qui est généralement asymétrique. Les mécanismes des tourbillons générés peuvent être affectés par l'action d'accélération et de décélération de l'écoulement, et en outre conduire à un changement de la force résultante sur le corps. Plus grave, comme la variation de l'écoulement est périodique, la mesure du changement peut devenir significative lorsque que la fréquence

d'écoulement est proche de la fréquence de la structure. Sous ces conditions, l'amplitude de la charge moyenne et l'amplitude des fluctuations peuvent être haussées en raison de l'effet de la résonance [1].

Le phénomène d'écoulement de séparation et le sillage des corps non profilés ont longtemps été intensément étudiées en raison de leur importance fondamentale dans la physique des écoulements et de dans les applications aérodynamiques et hydrodynamiques. Les analyses des écoulements oscillatoires visqueux sont données à la première fois par **Stokes** [2] pour le cas des sphères et des cylindres circulaires. Leur solution est donnée par une série de puissance du paramètre $\beta^{-1/2}$ (ou β est le nombre de Stokes). Les analyses de Stokes sont valables seulement pour les grandes valeurs de β et ces résultats tiennent compte uniquement des efforts visqueux.

D'autre part, pour mieux estimer cette force, **Morison** [3] a mené des études expérimentales et a trouvé que la force longitudinale est la somme linéaire de la force de traînée qui est en phase avec la vitesse et de la force d'inertie en phase avec l'accélération :

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_D \cdot U \cdot |U| + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \rho \cdot D^2 \cdot C_m \cdot \frac{\partial U}{\partial t} \quad [\text{N/m}] \quad (1.1)$$

Cette équation est largement utilisée pour la prédiction des forces appliquées sur un cylindre pour différents régimes d'écoulement. Dans l'équation de Morison (1), x réfère à la direction de l'écoulement (longitudinale), ρ la masse volumique du fluide, $U(t) = U_{max} \sin(2\pi t/T)$ est la vitesse d'écoulement du fluide, t est le temps, C_D et C_m sont respectivement les coefficients de traînée et d'inertie. Toutes les études numériques et expérimentales ont été faites sur le modèle général de MORISON. Bien que la force soit supposée symétrique et périodique, ce modèle donne une bonne évaluation des charges longitudinales appliquées sur les cylindres dans un écoulement oscillatoire.

Dans un Bassin d'essai, **Keulegan** et **Carpenter** [4] ont placé un cylindre vertical au-dessous d'une vague verticale, et ont découvert que l'écoulement et les coefficients de Morison dépendaient d'un certain nombre sans dimension KC (appelé nombre de Keulegan-Carpenter) :

$$KC = \frac{U_{max} T}{D} \quad (1.2)$$

L'utilisation du tube U dans les essais expérimentaux produits la fermeture unidirectionnelle de l'écoulement sinusoïdale à l'arrière du corps, ces essais identifient les paramètres les plus importants qui influencent l'écoulement et qui gouvernent les forces. **Sarpkaya** [5] a découvert par l'utilisation de cette technique (tube U), que l'écoulement et les coefficients de Morison ne dépendent pas seulement de KC mais aussi du nombre de Stokes β :

$$\beta = \frac{Re}{KC} = \frac{D^2}{T \cdot g} \quad (1.3)$$

Avec $Re = \frac{U_{max} \cdot D}{\nu}$ le nombre de Reynolds.

L'analyse et la paramétrisation des forces transversales sont très difficiles, par ailleurs elles sont très influencées par le sillage qui est formé et mobilisé par les détachements tourbillonnaires asymétriques. **Maul et Milliner** [7] ont définie l'utilité de l'expression de Blasius pour la force transversale et la force longitudinale. Ils ont exprimé ces forces en deux termes : le premier est lié à la contribution du mouvement irrotationnel et l'autre terme revient aux forces et aux mouvements tourbillonnaires dans le sillage. L'équation de Blasius est appliquée seulement dans l'écoulement visqueux, mais peut être utilisée d'une manière approximative pour relier les forces produites avec les mouvements principaux du tracé tourbillonnaire (vortex-shedding). **Bearman et al** [8] ont fait un essai pour paramétrer la force transversale au moyen d'un modèle générale mais celui-ci n'a pas eu un caractère universel car sa validité est limitée sur certains nombres de "KC".

Deux principales familles de régime qui décrivent les modes de détachement tourbillonnaire sont déduites de la littérature. La première introduite par **Williamson** [10] pour des grandes valeurs de Re et la deuxième introduite par **Tatsuno et Bearman** [9] (ci-après désigné sous le nom de **TB90**) pour des valeurs du Re modérées ($Re < 600$) puis complétée par **Sarpkaya** [6] et **Hall** [13] pour des valeurs du Re plus élevées.

Dans les travaux de recherche portés par **Williamson** [10], deux types de matériels expérimentaux ont été utilisés. Dans le premier type de matériel, un cylindre circulaire a été placé dans un courant oscillatoire produit dans un tube en U afin de mesurer la force hydrodynamique pour $\beta = 730$ et $0 < KC < 60$. Dans le second type de matériel, un cylindre circulaire a été oscillé dans un fluide au repos. Les structures du champ d'écoulement ont été examinées en observant des particules sur surface libre pour $\beta =$

255 et $0 < KC < 60$. Dans ce dernier travail, **Williamson** [10] a identifié six modes de détachement tourbillonnaire dépendant uniquement du nombre KC et les a classés par la suite selon le nombre de paires de tourbillon émises pendant chaque période d'oscillation. Ce classement est représenté sur la figure 1.1 et les différents modes sont décrit comme suit : Le mode paires tourbillonnaire attachées (symétrique non détaché pour $KC < 4$ et asymétrique non détaché pour $4 < KC < 7$). Le mode transversal ($7 < KC < 13$) : un large tourbillon est émis à chaque demi-cycle dans une trajectoire transversale. Le mode simple paire ($13 < KC < 15$) ; une paire de tourbillon se détache par cycle, puis convectée dans une trajectoire de 45° à la ligne de mouvement du cylindre. Le mode double-paires ($15 < KC < 24$), le mécanisme de détachement tourbillonnaire est le même que celui du mode simple-paire, seulement une paire de tourbillon est émise à chaque demi-cycle et est convectée diamétralement opposé à la paire tourbillonnaire dans le demi-cycle antérieur. Le mode trois paire par cycle pour $24 < KC < 32$ et enfin le mode quatre pair pour $KC > 32$.

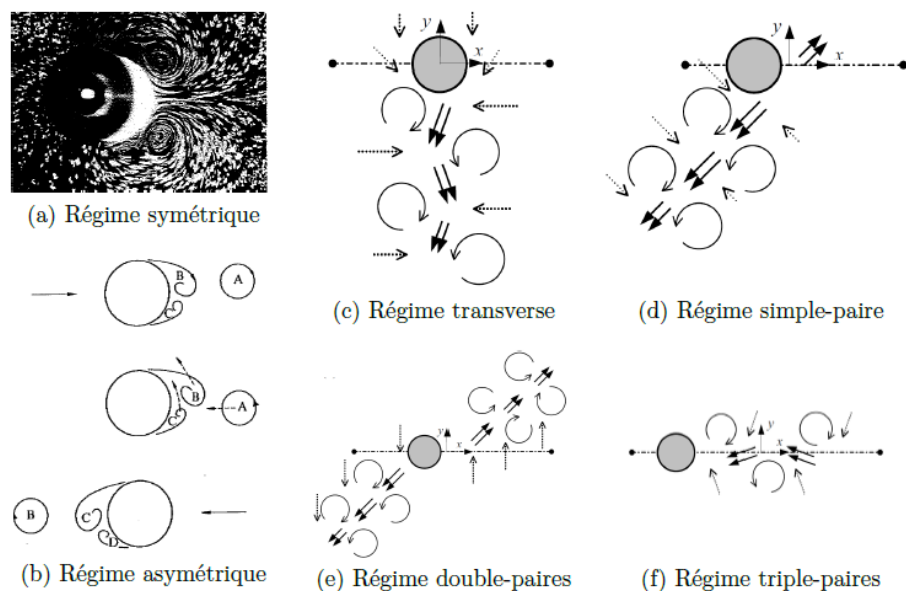
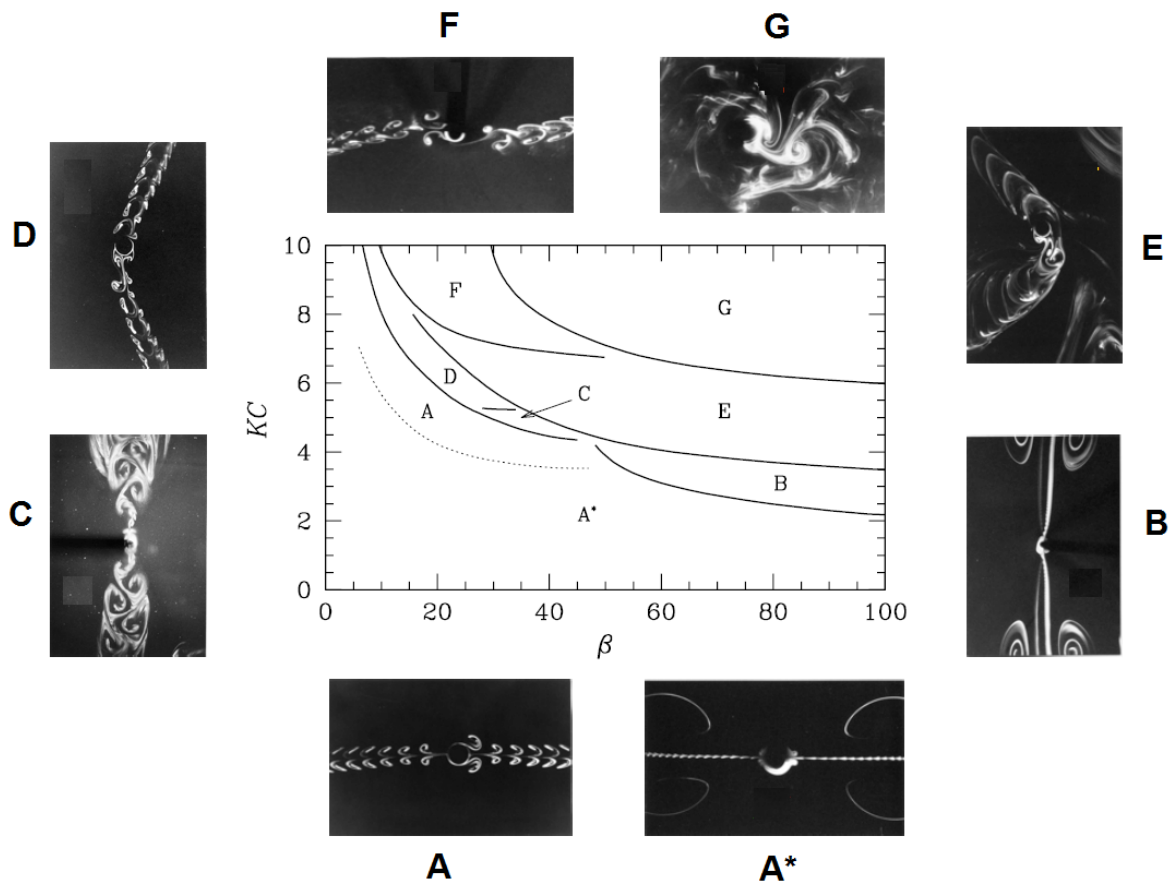


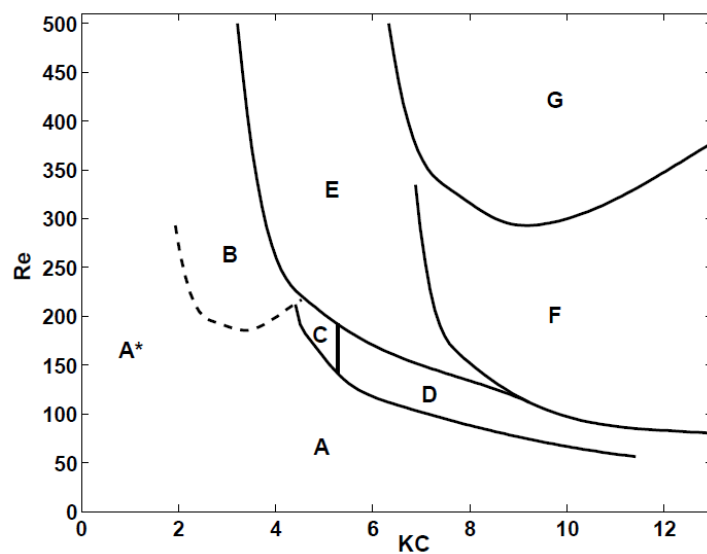
Fig.1.1 – Régimes d'écoulement définis par Williamson [10]. [42]

Par la visualisation du champ d'écoulement d'un cylindre circulaire oscillant dans un réservoir d'eau, **Tatsuno & Bearman** [9] ont montré l'existence potentielle de huit régimes d'écoulement (A*, A, B, C, D, E, F et G). La plupart d'entre eux ont une structure tridimensionnelle et dépendent des deux paramètres KC et β (voir fig.1.2a) ou, d'une manière équivalente, sur KC et Re (voir fig.1.2b). En complément de ces recherches, **Sarpkaya** [6] confirme l'existence de deux autres régimes (H et I) (voir fig.1.5). Ces différentes zones sont étudiées dans la partie « pseudo-stationnaire » de l'écoulement,

c'est-à-dire dans le cas où le cylindre a déjà réalisé plusieurs cycles (à partir d'une vingtaine environ).



a) Cartographie établie dans le plan $KC - \beta$



b) Cartographie établie dans le plan $Re - KC$

Fig.1.2 – Cartographie des différents régimes établie par par TB90 [9]

Des régimes bidimensionnels et symétriques ont été identifiés à savoir A^* et A (voir fig.1.2a). Ces deux régimes sont localisés sur la carte établie par **TB90** [9] respectivement dans la gamme des (valeurs du KC très petites et des grandes valeurs du β) et dans la gamme des (grandes valeurs du KC et petites valeurs du β). Pour des valeurs intermédiaires du nombre de Stokes, une augmentation du nombre KC rend le détachement tourbillonnaire asymétrique et amplifie la force transversale (régimes B, C, D, E, F et G). Ces régimes sont également accompagnés par des effets tridimensionnels de l'écoulement du fluide. La topologie de ces régimes d'écoulement est décrite comme suit :

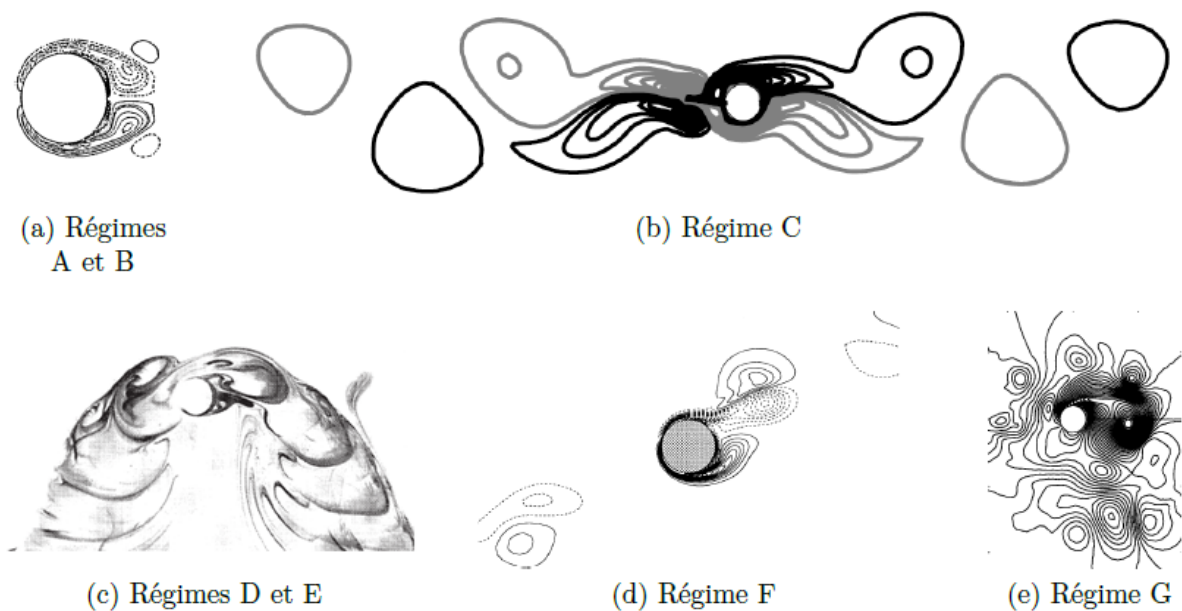


Fig.1.3 – Régimes d'écoulement définis par TB90 [9] pour des nombres de Reynolds modérés. [42]

▪ **Régime A et A^* :**

Les régimes A et A^* désignent un écoulement bidimensionnel symétrique, respectivement avec et sans lâcher tourbillonnaire. Dans le régime A , des paires de tourbillons symétriques par rapport à l'axe longitudinal et de nature bidimensionnelle, se forment de part et d'autre du cylindre pendant chaque demi-cycle. Au demi-cycle suivant leur création, ces tourbillons se séparent et sont convectés vers l'autre côté du cylindre pendant que se créent de nouveaux tourbillons, comme le montre les figures 1.2a et 1.3a. Les tourbillons séparés sont ensuite convectés loin du cylindre et disparaissent progressivement.

▪ **Régime C :**

Dans le régime C, le mécanisme de création de tourbillons est le même que dans le régime A. Cependant, les tourbillons créés sont de plus grande taille et sont émis au demi-cycle suivant à une fréquence désynchronisée de celle des oscillations du cylindre. Leur disposition est comparable à celle de l'allée tourbillonnaire de Von Karman pour un écoulement uniforme, mais leur sens de rotation est inversé, induisant un écoulement qui éloigne les tourbillons du cylindre au lieu de les en rapprocher. Le caractère de ce régime est illustré sur les figures 1.2a et 1.3b.

▪ **Régimes D et E :**

D'après la classification de **TB90** [9], le régime D, visualisé sur la figure 1.3c représente un sillage tourbillonnaire en forme de V stables temporellement. Quant au régime E, celui-ci est identique au régime D sauf qu'il présente des instabilités temporelles basculant le détachement tourbillonnaire vers l'autre côté de l'axe d'oscillation, provoquant ainsi un renversement de la structure en V ascendant vers une structure en V descendant. D'après **TB90** [9], Cette commutation se produit à intervalles irréguliers et est déclenché vraisemblablement par des petites instabilités de l'écoulement.

▪ **Régimes F et G :**

Le régime F est caractérisé par l'émission d'une paire de tourbillons contra-rotatifs à chaque demi-période. Chacune des deux paires étant convectée dans des quadrants diamétralement opposés, on obtient ainsi un profil diagonal visualisé sur les figures 1.2a et 1.3d.

▪ **Régimes G**

Le régime G, illustré sur les figures 1.2a et 1.3e, est défini par un écoulement transversal, alimenté par un large tourbillon à chaque demi-cycle, en rotation dans un sens puis dans l'autre. Peu stable, sa direction peut basculer au cours du temps.

▪ Régimes B, I et H :

Le régime B, représenté sur la figure 1.2a, reste semblable aux régimes A et A* du point de vue bidimensionnel, mais présente une structure tridimensionnelle en forme de champignon le long de l'axe du cylindre. Ces structures sont dues à l'instabilité de la couche limite et non pas à la séparation du courant. Il s'agit en fait des structures de Honji [12] présentées sur la figure 1.4.



Fig. 1.4 – Instabilité de **Honji** [12] en régime B à $\beta = 200$ et $KC = 2$.

En effet, en détaillant expérimentalement l'écoulement en régime B pour une gamme de β de 70 à 700 et des nombres de KC de 0 à 4 (voir fig.1.2a et fig.1.5), **Honji** [12] affirma que les courbures de la couche de limite autour du cylindre engendrent des forces centrifuges (instabilité de type centrifuge) qui permettent aux tourbillons de Honji de persister. Ces observations ont été relevées par **Tatsuno & Bearman** [9] et confirmées théoriquement par **Hall** [13] à l'aide d'une étude de stabilité. Ce dernier définit ainsi une ligne délimitant une région stable d'une région instable dans le plan $KC - \beta$ (voir fig.1.5) selon l'équation [13] :

$$K_H = 5,78 \beta^{-0.25} (1 + 0.21 \beta^{-0.25} + \dots) \quad (1.4)$$

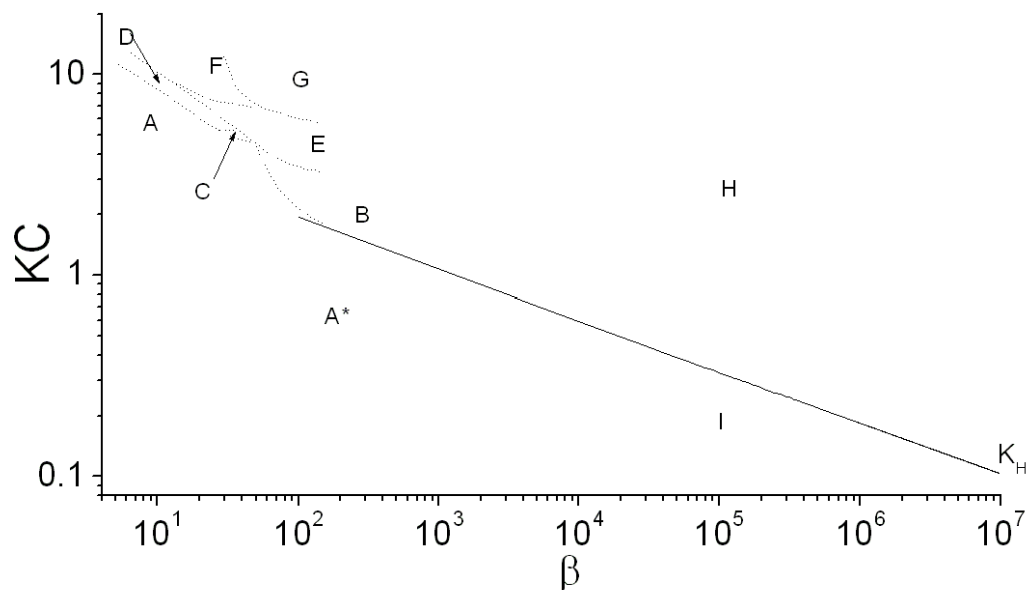


Fig.1.5 – Cartographie identifiant différents régimes dans le plan $KC - \beta$ [27]

Sur cette ligne, les instabilités de type centrifuge sont auto-entretenuës d'une oscillation à une autre. En dessous de cette ligne (voir fig.1.5), nous retrouvons le régime I où des instabilités appelées "structures quasi-cohérentes" par **Sarpkaya** [5,6] apparaissent. Ces dernières sont celles décrites sur la ligne de **Hall** [13] mais apparaissent de manière intermittente et prennent des formes irrégulières. **Sarpkaya** [5,6] décrit notamment les limites entre la région A* et I. Au-dessus de la ligne de **Hall** [13], se trouve le régime H caractérisé par un écoulement turbulent résultant d'interactions entre le mécanisme bidimensionnel de séparation et les instabilités tridimensionnelles.

En Comparant les différents modes de détachement tourbillonnaire observés par **Williamson** [10] représenté sur la figure 1.1 et ceux observés par **TB90** [9] représenté sur la figure 1.3, nous trouvons des similitudes entre les régimes paires symétriques, transversales et double-paires de **Williamson** [10] et les régimes A, G, et F de **TB90** [9], respectivement.

Effectuer une analyse d'un écoulement instationnaire autour d'un cylindre n'est expérimentalement pas facile, ceci est principalement dû au fait que la variation de l'écoulement est difficile à contrôler avec précision. En revanche, l'application des simulations numériques ne souffre pas de ces difficultés techniques. La plupart des régimes observés par **TB90**[9] ont été reproduits par modèles numériques bidimensionnels réalisés par **Iliadis & Anagnostopoulos** [37]; **Dutsch et al.** [17] ; **Uzunoglu** [17] et tridimensionnels réalisés par **Nehari et al.** [15] ; **Elston et al.** [38]; **Scandura et al.** [39] et **An et al.** [40. 41].

Les investigations, basées sur la simulation numérique bidimensionnelle du champ d'écoulement, ont été effectuées par **Justesen** [16] et **Dutsch et al.** [17]. Ces travaux ont été basés sur la capture des caractéristiques principales du détachement tourbillonnaire qui se produit dans les régimes d'écoulement mentionnés et pour évaluer les forces agissant sur le cylindre dans le temps. **Justesen** [16] a résolu numériquement la formulation de fonction de courant vorticité des équations bidimensionnelles de Navier-Stokes à faibles nombres de KC et à grandes valeurs de β . La plupart des régimes d'écoulement définis par **Williamson** [10] ont été reproduits par les simulations numériques et un bon accord entre les résultats numériques et les données expérimentales a été trouvé.

Dutsch et al. [17] ont résolu les équations bidimensionnelles de Navier-Stokes et ont réalisé des expériences au laboratoire pour trois différents régimes d'écoulement de la carte de **TB90** [9]. Spécifiquement, ils ont étudié les régimes A (symétrique), le régime F (diagonal, double-paires) et le régime E (allée transversale en forme de V) et les prédictions numériques obtenues coïncident avec les résultats expérimentaux correspondants pour le champ de vitesse et les coefficients des forces. D'autres calculs pour le nombre de Stokes $\beta=35$ ont été effectués principalement pour comparer les coefficients de force aux résultats expérimentaux de **Kuhtz** [11]. Les coefficients obtenus des prévisions numériques se sont avérés en bon accord avec ceux des expériences bien que quelques petites différences, attribuées aux effets tridimensionnels, aient été trouvées.

Avec l'augmentation rapide des puissances de calcul numériques ces dernières années, plusieurs simulations numériques à trois dimensions ont été menées pour investiguer sur des écoulements oscillatoires autour d'un cylindre circulaire et mieux comprendre les mécanismes des détachements tourbillonnaires. Une étude numérique tridimensionnelle et bidimensionnelle a été menée par **Nehari et al** [15] pour deux régimes tridimensionnels à savoir D et F en utilisant un code basé sur la méthode des différences finies de second ordre de précision pour le temps et l'espace. Les résultats obtenus montrent que la modulation tridimensionnelle de l'écoulement n'est pas significative et qu'un code de calcul en 2D mode peut prédire assez correctement de tels écoulements.

L'instabilité de **Honji** [12] a été capturée numériquement par **Zheng et Dalton** [20] et **An et al.** [40]. **Elston et al.** [38] ont réalisé des simulations dans la gamme de ($0 \leq KC \leq 10$ et $0 \leq \beta \leq 100$) et ont enquêté sur les instabilités du courant oscillatoire autour d'un cylindre circulaire. Il a été trouvé que l'instabilité fondamentale de l'écoulement est tridimensionnelle (instabilité de Honji) pour $50 \leq \beta \leq 100$, ce qui n'a pas pu être capturé par les modèles bidimensionnels.

Plusieurs études à savoir numériques et expérimentales ont été faites pour le cas d'écoulement oscillatoire autour d'obstacles à arêtes vifs. **Okajima et al.** [19] ont mesuré les forces sur des cylindres circulaires et carrés à un angle de zéro attaque dans un réservoir d'eau du tube en U avec un large éventail de variation KC (1-90). **Zheng et Dalton** [20] ont adopté une méthode numérique pour simuler les écoulements oscillants autour d'un cylindre carré à des valeurs de KC faible (jusqu'à 5) à deux angles d'attaque

(0 et 45°) et ils ont comparé les prédictions numériques avec les résultats des mesures de **Bearman et al.** [8]. Il a été constaté que l'historique de la force longitudinale pourrait être expliqué par l'équation de Morison (1). Cependant, puisque le champ d'écoulement instantané n'a pas été mesuré dans l'étude, son effet sur l'historique de la force longitudinale résultante n'a pas été examiné plus en détail.

Sumner et al. [21] ont étudié expérimentalement l'écoulement oscillant autour de cylindre à section circulaire, carrée, et diamant dans un fluide au repos en utilisant la vélocimétrie par images de particules (PIV). Les mesures du champ de vitesse ont été obtenues pour plusieurs phase de postions du cycle d'oscillation. Les expériences ont été réalisées à de faibles nombres de Keulegan-Carpenter, $KC = 1$ à 3.5, et pour des nombres de Stokes modérées, $\beta=250$ à 376. Dans cette gamme de KC , l'écoulement reste symétrique autour des cylindres. Pour $KC = 1$, l'écoulement reste attaché à la surface des cylindres durant tout le cycle d'oscillation. Pour $KC = 1.5$ à 3.5, une paire de vortex attachée se forme derrière les cylindres circulaires et carrés à la position maximum d'amplitude. D'autre part, le cylindre diamant a deux points de séparation fixe et a un tracé tourbillonnaire unique mais toujours symétrique.

Bearman et al [8] ont investigué expérimentalement l'écoulement oscillatoire autour des cylindres à section carrée et diamant pour une large gamme du nombre de $K=1$ à 100 et des nombres de Reynolds $Re=200$ à 2×10^4 . Les mesures ont été faites pour étudier l'effet du rayon de courbure sur les forces hydrodynamiques agissant sur les cylindres. Le Coefficients de traînée pour l'écoulement oscillatoire paraît être plus sensible au rayon de courbure que dans le cas d'un écoulement stationnaire. À un nombre fixe de KC , le coefficient de traînée de la section diamant décroît avec l'augmentation du rayon de courbure, cette réduction est plus significative pour de faibles nombres KC . Le Coefficients de traînée pour une section carrée ne suit pas une tendance consistante avec le rayon de courbure et les nombres de KC élevés. La section carrée arrondie avec un rayon de courbure égale à $0.265D$ (où D est la largeur du modèle normal à la direction de l'écoulement) peut avoir un coefficient de traînée égale à la moitié de la valeur pour un cylindre circulaire.

L'écoulement autour des corps elliptiques dépend de KC , Re et du rapport elliptique $\epsilon = A/B$, ou A et B sont respectivement les longueurs de l'ellipse suivant la direction

longitudinale et transversale de l'écoulement. L'écoulement à travers un cylindre elliptique partage de nombreuses caractéristiques communes avec l'écoulement à travers des corps profilés (tel que les hydrofoils et les airfoils) ainsi que les corps non-profilés (bluff bodies) tels que les cylindres circulaires. D'un point de vue mathématique, il représente une configuration plus générale d'un cylindre de section circulaire, car elle permet l'étude d'un large éventail de configurations allant d'un cylindre circulaire à une plaque plane en faisant varier le rapport des axes [22]. Cependant, malgré le grand nombre d'applications techniques qui comportent des écoulements à travers les corps profilés semblables aux cylindres elliptiques (par exemple, les ailes, sous-marins, etc), il apparaît que la géométrie elliptique a attiré beaucoup moins d'attention que l'écoulement à travers des cylindres circulaires, qui reste encore la géométrie standard pour étudier les caractéristiques du sillage ou le détachement tourbillonnaire (vortex shedding).

Au début, les recherches expérimentales se sont concentrées sur les caractéristiques aérodynamiques du sillage d'un cylindre elliptique à travers un écoulement uniforme. Le nombre de Strouhal et les caractéristiques du sillage de l'écoulement qui traverse des cylindres elliptiques ont été déterminées à partir des mesures du champ de pression fluctuante en fonction du rapport des axes, de l'angle d'attaque et le nombre de Reynolds [23]. Pour les écoulements générés par un cylindre elliptique en mouvement d'oscillation et translation, les références peuvent être faites que pour les travaux de **Davidson & Riley** [24], **Taneda** [25] et **Badr & Kocabiyik** [26]. Ces investigations concernent l'écoulement purement oscillatoire ou la direction d'oscillation coïncide soit avec le grand axe ou le petit axe de l'obstacle elliptique. Pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds convenablement définis, un tel écoulement induit un courant stationnaire dans le fluide et qui sera confiné à la région de la couche limite mince sur la surface du cylindre.

La collision de ces couches limites, en courant permanent, a été prédite et visualisée pour la première fois par **Davidson & Riley** [24], ce qui entraîne des jets de liquide en éruption de manière symétrique à partir de la surface cylindrique elliptique le long de l'axe de la vibration. La stabilité de l'écoulement a été étudiée par **Hall** [13], en particulier, il a examiné en détail la stabilité de l'écoulement induit par les oscillations transversales d'un cylindre circulaire et d'un cylindre elliptique incliné dans un fluide visqueux au repos. Dans le cas des cylindres de section elliptique, **Hall** [13] a constaté que, pour toute

excentricité donnée, la configuration la plus instable est lorsque le cylindre oscille parallèlement à son petit axe.

Badr & Kocabiyik [26] ont effectué une étude numérique pour calculer les propriétés d'écoulement symétrique pour un rapport des axes du cylindre 0.6 lorsque le nombre de Reynolds est compris entre 500 et 10^3 . Leurs calculs ont été effectués dans la gamme des amplitudes d'oscillation suffisamment grande pour induire la séparation. Il est à noter que les écoulements générés par les oscillations des cylindres elliptiques partagent certaines caractéristiques communes avec ceux des corps non-profilés tels que les cylindres circulaires.

Gus'kuva et al. [27] ont étudié expérimentalement les forces hydrodynamiques agissant sur des cylindres elliptiques oscillant dans l'eau au repos pour le nombre de Reynolds se situant dans la gamme 0.3 à $9.5 \cdot 10^4$ et pour KC entre 0.6 et 12. Les expériences réalisées sur des cylindres elliptiques ont permis de montrer que le paramètre de contrôle pour les forces hydrodynamiques est le nombre KC . Les coefficients des forces hydrodynamiques, à savoir, la force d'inertie et la force de traînée, dépendent fortement de l'épaisseur du cylindre et le rapport des axes du cylindre (longitudinale et en transversale). À de faibles valeurs du KC , le coefficient d'inertie est le même pour tous les cylindres et égale à celui d'une plaque de même rapport d'aspect dans un fluide parfait, cette valeur est conservée sur une certaine gamme de KC . Pour toutes les KC , le plus mince cylindre a le plus grand coefficient de traînée.

Chapitre 2. Modélisation du problème

2.1 Présentation du problème à résoudre

La présente étude consistera à résoudre numériquement par la méthode des différences finies les équations de Navier Stokes pour un écoulement externe périodique oscillant d'une fréquence harmonique $\omega=2\pi/T$ autour d'un cylindre elliptique vertical.

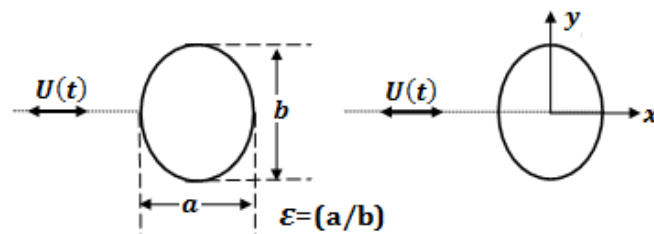


Fig.2.1- Schéma de la position du problème.

$$\text{La vitesse est : } U(t) = U_{max} \times \sin \omega t \quad (2.1)$$

Une série de simulations numériques seront réalisées pour explorer l'effet du rapport elliptique sur le champ de vorticit   ainsi que sur les forces hydrodynamiques g  n  r  es sur un cylindre dans un champ d'  coulement. Les efforts induits par l'  coulement seront influenc  s par le nombre de Keulegan-Carpenter KC , le nombre de Reynolds Re , et les diff  rents rapports des axes $\varepsilon = (a/b)$ qui d  finit la forme du cylindre.

$$\text{Rappelons que : } \left\{ \begin{array}{l} KC = \frac{U_{max} \times T}{D} \\ Re = \frac{U_{max} \times D}{\vartheta} \end{array} \right. , \quad \beta = \frac{Re}{KC} = \frac{D^2}{T \cdot \vartheta} \quad (2.2)$$

Trois régimes d'écoulement seront étudiés, à savoir le régime A ($Re = 100$ et $KC = 5$), le régime D ($Re = 130$ et $KC = 6.5$) et le régime F ($Re = 170$ et $KC = 8.5$). Ceci donnera un nombre de stocks constant de $\beta = 20$ pour ces trois régimes. Autrement dit, nous maintiendrons le nombre de stocks constant et nous basculeront d'un régime à un autre en faisant varier le nombre de Keulegan-Carpenter KC en trois valeurs de 5, 6.5 et 8.5. Cet itinéraire parcouru dans le plan $KC-Re$ et dans le plan $KC-\beta$ de la carte **TB90** [9] est représenté sur les figures 2.2a-b. Aussi, pour chaque régime considéré, nous ferons varier le rapport elliptique ε de 1 à 0.1 où le petit axe est pris parallèlement à l'écoulement.

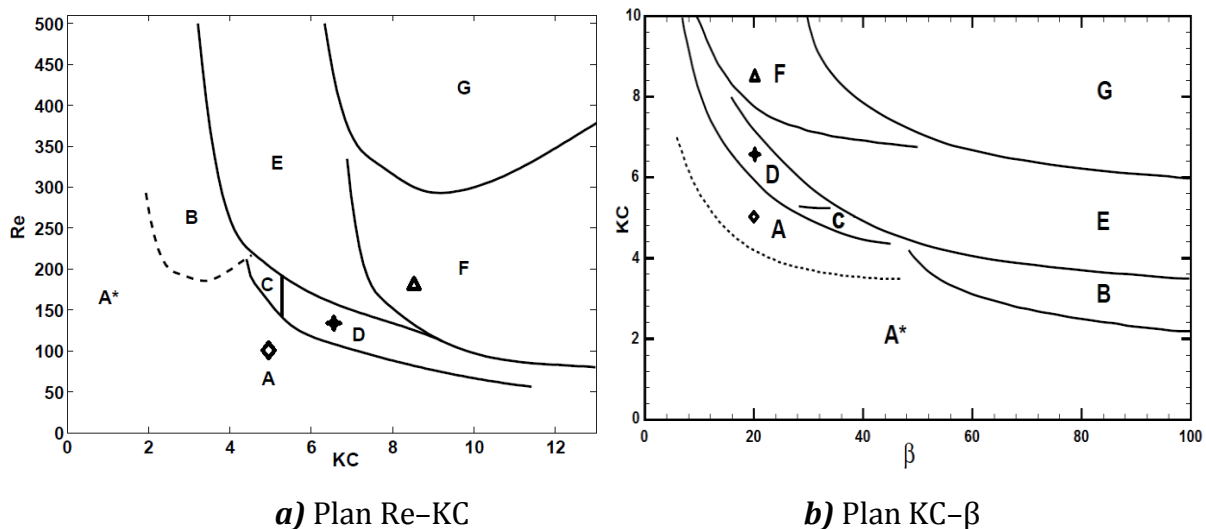


Fig.2.2 - Localisation des régimes d'écoulements étudiés sur la carte **TB90** [9].

\blacklozenge Régime A \blackplus Régime D \blacktriangle Régime F

2.2 Équations du mouvement

Dans le présent travail, l'écoulement considéré est bidimensionnel, instationnaire et celui d'un fluide incompressible. Dans ce qui suit, seront décrites les équations traduisant le transport de masse et de quantité de mouvement régissant un tel écoulement avec les simplifications nécessaires.

Dans le cas d'un fluide visqueux, incompressible, le fluide est modélisable par les équations de Navier-Stokes. Ces équations dans le cas 3D et instationnaire sont écrites dans un système de coordonnées cartésiennes liées au cylindre pour formuler les variables primitives et analyser les paramètres hydrodynamiques qui agissent sur le cylindre au cours du temps et dans l'espace.

Les équations s'écrivent alors sous cette forme :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(vu)}{\partial y} + \frac{\partial(wu)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \vartheta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - B_x \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(wv)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \vartheta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - B_y \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(vw)}{\partial y} + \frac{\partial(ww)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \vartheta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - B_z \quad (2.6)$$

- u, v et w les composantes de la vitesse suivant les directions x, y, z ;
- ρ et ϑ sont respectivement la masse volumique du fluide et la viscosité cinématique ;
- B_x, B_y, B_z sont respectivement les composantes du gradient de pression (force de masse) qui génère l'écoulement oscillatoire suivant les directions x, y, z .

L'écoulement est harmonique et est dirigé suivant la direction longitudinale (x), par suite :

$$B_x = -B_0 \cos \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T} \right) \quad (2.7)$$

Ce terme représente la force de volume qui doit être ajoutée en étudiant le mouvement oscillant autour d'une forme géométriquement cylindrique.

Remarque :

- Pour un fluide au repos, nous pouvons utiliser un repère de référence fixe au cylindre, qui correspond au terme de forcing de l'équation (2.4) de DDBL98 [17].

- le gradient imposé de $B_x = -B_0 \cos(2 \cdot \pi \cdot t/T)$ de pression donne un fluide qui oscille avec une vitesse externe $U(t) = U_{max} \times \sin \omega t$

$$\text{Avec : } \begin{cases} B_y = B_z = 0 \\ B_0 = \omega U_{max} \end{cases} \quad (2.8)$$

Nous pouvons écrire les équations précédentes sous la forme indicielle suivante :

$$\left| \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \right. \quad (2.9)$$

$$\left| \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \vartheta \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - B_i \right. \quad (2.10)$$

Ecrit dans ce formalisme, ce système est difficilement interprétable. Il est préférable d'utiliser l'analyse dimensionnelle permettant d'estimer l'influence de chaque terme et de dégager alors les termes dominants.

2.3 Phase d'adimensionnalisation

L'expression mathématique d'une loi physique doit être indépendante du système cohérent d'unités choisi pour l'écrire. Tous les termes qui figurent doivent être dimensionnellement homogènes c'est-à-dire qu'ils doivent tous posséder la même dimension. Nous adimensionnerons donc notre système afin d'assurer la globalité des résultats et assortir les nombres qui guident l'écoulement.

En considérant un cylindre de diamètre caractéristique D évoluant selon un mouvement contrôlé par la vitesse V^* et le temps t^* , il est alors possible d'adimensionner les variables principales du système NS, soit :

$$\begin{cases} u = U_{max} \cdot u^* \\ v = U_{max} \cdot v^* \\ w = U_{max} \cdot w^* \end{cases} ; \begin{cases} x = D \cdot x^* \\ y = D \cdot y^* \\ z = D \cdot z^* \end{cases} ; \begin{cases} P = \rho \cdot P^* \cdot U_{max}^2 \\ t = t^* \cdot T \end{cases} \quad (2.11)$$

En remplaçant les variables réduites dans les équations de conservation de quantité de mouvement de Navier stokes, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} &= \frac{\partial U_{max} u^*}{\partial T t^*} + U_{max} u^* \frac{\partial U_{max} u^*}{\partial D x^*} + U_{max} v^* \frac{\partial U_{max} u^*}{\partial D y^*} + U_{max} w^* \frac{\partial U_{max} u^*}{\partial D z^*} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^* U_{max}^2}{\partial D x^*} + \vartheta \left(\frac{\partial^2 U_{max} u^*}{\partial (D x^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} u^*}{\partial (D y^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} u^*}{\partial (D z^*)^2} \right) - B_x \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} &= \frac{\partial U_{max} v^*}{\partial T t^*} + U_{max} u^* \frac{\partial U_{max} v^*}{\partial D x^*} + U_{max} v^* \frac{\partial U_{max} v^*}{\partial D y^*} + U_{max} w^* \frac{\partial U_{max} v^*}{\partial D z^*} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^* U_{max}^2}{\partial D y^*} + \vartheta \left(\frac{\partial^2 U_{max} v^*}{\partial (D x^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} v^*}{\partial (D y^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} v^*}{\partial (D z^*)^2} \right) - B_y \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dw}{Dt} &= \frac{\partial U_{max} w^*}{\partial T t^*} + U_{max} u^* \frac{\partial U_{max} w^*}{\partial D x^*} + U_{max} v^* \frac{\partial U_{max} w^*}{\partial D y^*} + U_{max} w^* \frac{\partial U_{max} w^*}{\partial D z^*} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^* U_{max}^2}{\partial D z^*} + \vartheta \left(\frac{\partial^2 U_{max} w^*}{\partial (D x^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} w^*}{\partial (D y^*)^2} + \frac{\partial^2 U_{max} w^*}{\partial (D z^*)^2} \right) - B_z \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{Du}{Dt} &= \frac{U_{max} \partial u^*}{T \partial t^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial u^* u^*}{\partial D x^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial v^* u^*}{\partial D y^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial w^* u^*}{\partial D z^*} \\
 &= -\frac{\rho U_{max}^2}{D \rho} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\vartheta U_{max}}{D^2} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_x \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{Dv}{Dt} &= \frac{U_{max} \partial v^*}{T \partial t^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial u^* v^*}{\partial x^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial v^* v^*}{\partial y^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial w^* v^*}{\partial z^*} \\
 &= -\frac{\rho U_{max}^2}{D \rho} \frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{\vartheta U_{max}}{D^2} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_y \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{Dw}{Dt} &= \frac{U_{max} \partial w^*}{T \partial t^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial u^* w^*}{\partial x^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial v^* w^*}{\partial y^*} + \frac{U_{max} U_{max}}{D} \frac{\partial w^* w^*}{\partial z^*} \\
 &= -\frac{\rho U_{max}^2}{D \rho} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{\vartheta U_{max}}{D^2} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_z \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

En multipliant les équations (2.15), (2.16), (2.17) par $\left(\frac{D}{U_{max}^2}\right)$ nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \frac{Du}{Dt} &= \frac{D}{T U_{max}} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^* u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^* u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^* u^*}{\partial z^*} \\
 &= -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\vartheta}{D U_{max}} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_x^* \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{Dv}{Dt} &= \frac{D}{T U_{max}} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^* v^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^* v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^* v^*}{\partial z^*} \\
 &= -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{\vartheta}{D U_{max}} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_y^* \quad (2.19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{Dw}{Dt} &= \frac{D}{T U_{max}} \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^* w^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^* w^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^* w^*}{\partial z^*} \\
 &= -\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{\vartheta}{D U_{max}} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right) - B_z^* \quad (2.20)
 \end{aligned}$$

Où apparaissent dans ces équations, deux nombres adimensionnels :

- Le nombre de Reynolds Re qui représente physiquement le rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses.
- Le nombre de Keulegan-Carpenter KC décrivant l'importance relative des forces de traînée sur l'inertie des forces exercées sur le cylindre.

Nous obtenons finalement d'une forme générale :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = 0 \end{array} \right| \quad (2.21)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{Kc} \frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x_j^*} (u_j^* u_i^*) = \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} - B_i^* \end{array} \right| \quad (2.22)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Où } B_i^* = -\frac{2\pi}{Kc} \delta_{i,j} \cos(2\pi t^*) \end{array} \right| \quad (2.23)$$

Avec $\delta_{i,j}$ le symbole de Kronecker, tandis que la vitesse externe adimensionnelle sera par suite :

$$U^*(t) = \sin 2\pi t^* \quad (2.24)$$

2.4 Conditions aux limites

Les équations de Navier Stokes suffisent en principe à déterminer le champ de vitesse et le champ de pression. Encore faut-il préciser les conditions aux limites aux quelles obéisse la vitesse ou les contraintes.

Toutes les observations expérimentales et les simulations numériques s'accordent pour affirmer que la vitesse d'un fluide s'annule au voisinage immédiat d'une paroi solide. Le fait que la composante de la vitesse normale à la paroi soit nulle est simplement lié au fait que le fluide ne pénètre pas dans le solide. En revanche, la nullité de la composante de vitesse tangente à la paroi est liée à l'existence de la viscosité.

Dans ce présent travail, l'étude numérique d'écoulement autour d'un cylindre s'effectue dans un domaine numérique fini en utilisant des conditions périodiques dans la direction d'écoulement.

Les différentes formes géométriques de l'obstacle étudié exigent une simple modification du domaine physique.

Les expériences **TB90** [9] pour un cylindre en mouvement oscillatoire ont montré que tous les régimes observés ont un vortex qui se répète périodiquement le long de la direction axiale.

Donc nous pouvons poser pour :

- Les conditions de frontière : la périodicité dans la direction d'écoulement.
- Les conditions d'adhérence sur la paroi de l'obstacle.
- Les conditions initiales : dans chaque cas étudié, le fluide commence à partir du repos et est conduit par le gradient imposé de pression de l'équation (2.7)

2.5 Paramétrisation

La simulation par différences finies sur des maillages cartésiens ne permet pas aisément d'étudier des objets de géométries quelconques. En effet le traitement d'une frontière non confondue avec une ligne de maillage, bien que possible, est peu pratique et souvent peu précis. Le recours à l'utilisation de techniques d'extrapolation peut engendrer des instabilités difficiles à contrôler, et rendre problématique l'établissement d'une condition de paroi robuste.

L'utilisation de coordonnées curvilignes permet d'éviter ce problème. Un maillage structuré de forme curviligne, épousant la géométrie de la forme à simuler, est d'abord construit. Une transformation mathématique est ensuite utilisée pour passer du domaine curviligne (le domaine physique) à un domaine cartésien parfaitement régulier dans lequel se fait la résolution des équations. La paroi de l'objet est ainsi représentée par une ligne de maillage dont une des coordonnées transformées.

Il s'agit donc d'effectuer un changement de variables sur les équations que l'on cherche à résoudre. Cette approche permet de bénéficier à la fois des avantages d'un maillage parallèle à la paroi, et de ceux de la résolution sur un maillage cartésien.

Nous appelons paramétrisation l'ensemble des variables indépendantes d'un problème. En général, la paramétrisation d'un problème n'est pas unique, par exemple, il faut penser aux différentes façons de décrire un cercle en polaire, en cartésiennes, mais aussi en donnant un ensemble de points reliés entre eux (formant des segments). Aussi

dans le cas d'un écoulement autour d'un obstacle de géométrie curviligne, il est nécessaire de faire un changement de coordonnées appropriées, qui sert d'un passage ou bien une transformation(T) qui lie le domaine physique au domaine numérique (voir fig.2.3).

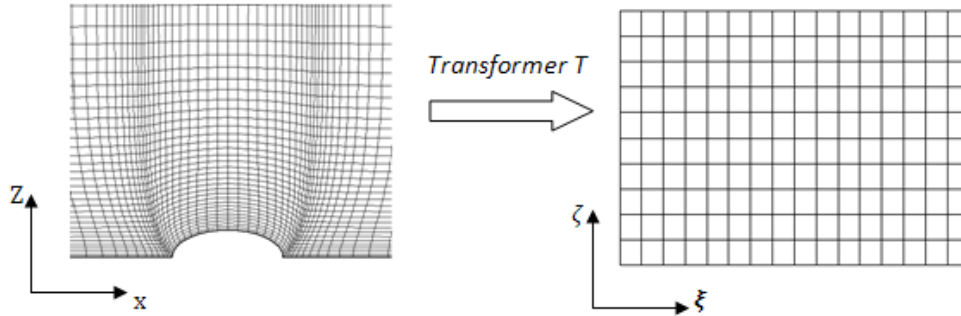


Fig.2.3 - Transformation du domaine physique au domaine numérique.

Nous définissons les nouvelles coordonnées curvilignes : ξ_i (avec $i = 1, 2, 3$)

Où (ξ, η, ζ) sont en fonction des coordonnées cartésiennes : $\xi_i = \xi_i(x_i)$

Et inversement : $x_i = x_i(\xi_i)$

Donc, les dérivées premières par rapport à x_i s'écrivent :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \quad (2.25)$$

Les termes $\frac{\partial \xi_i}{\partial x_i}$ sont donnés par la transformation établie entre la carte numérique et

la carte physique de sorte que :

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J^{-1}} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \quad (2.26a) \right.$$

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{1}{J^{-1}} \left(\frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) \quad (2.26b) \right.$$

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{1}{J^{-1}} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \quad (2.26c) \right.$$

$$\left| \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{J^{-1}} \left(\frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) \quad (2.27a) \right.$$

$$\left| \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J^{-1}} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) \quad (2.27b) \right.$$

$$\left| \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{1}{J^{-1}} \left(\frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right) \quad (2.27c) \right.$$

$$\left| \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{1}{J^{-1}} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) \quad (2.28a) \right.$$

$$\left| \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{J^{-1}} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \quad (2.28b) \right.$$

$$\left| \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \frac{1}{J^{-1}} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \quad (2.28c) \right.$$

Avec J^{-1} Jacobien de la transformation et est égal au volume de la cellule.

Les termes de la matrice jacobienne traduisent les variations des coordonnées transformées en fonction de celles des coordonnées physiques. Or, par construction, on ne peut calculer directement que l'inverse, c'est-à-dire les termes de la matrice inverse donnant la variation des coordonnées physiques par rapport aux coordonnées transformées. Il faut donc reconstituer la matrice jacobienne à partir des termes de la matrice inverse.

$$J^{-1} = \det \left(\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \quad (2.29)$$

$$J^{-1} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (2.30)$$

Concernant les dérivées du second ordre et plus précisément le Laplacien d'une quantité q est en coordonnées généralisées de la forme :

$$\Delta q = g^{mn} \frac{\partial^2 q}{\partial \xi_m \partial \xi_n} \quad (2.31)$$

$$\text{avec } g^{mn} = \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} \quad (\text{appelé Tenseur métrique contravariant}) \quad (2.32)$$

Zang et al. [29] ont utilisé les composantes de flux de volume :

$$U_m = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} u_j \quad (2.33)$$

Dans le même sens les auteurs on définit le tenseur d'inclinaison de maille :

$$G^{mn} = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} \quad (2.34)$$

Par suite, nous obtenons un système différentiel des équations de Navier-Stokes sous forme conservatives :

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial U_m}{\partial \xi_m} = 0 \end{array} \right. \quad (2.35)$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial (J^{-1} u_i)}{\partial t} + \frac{\partial F_{im}}{\partial \xi_m} = 0 \end{array} \right. \quad (2.36)$$

$$\text{avec } F_{im} = U_m u_i + J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} P + J^{-1} B_i - \nu G^{mn} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_n} \quad (2.37)$$

$$\text{et } \begin{cases} B_\xi = B_x \\ B_\eta = B_z = 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

Formellement, ces équations ont la même structure que celle des équations de Navier-Stocks d'origine, et peuvent donc être résolues par les mêmes techniques numériques que celles développées pour un maillage cartésien.

2.6 Algorithme de résolution

D'après **Zang et al.** [23], toutes les vitesses cartésiennes sont posées et définies au centre du volume de contrôle, tandis que les flux de volume sont stockés au centre des facettes du volume de contrôle. Cette technique est le principe du maillage non-entrelacé utilisé pour la présente méthode.

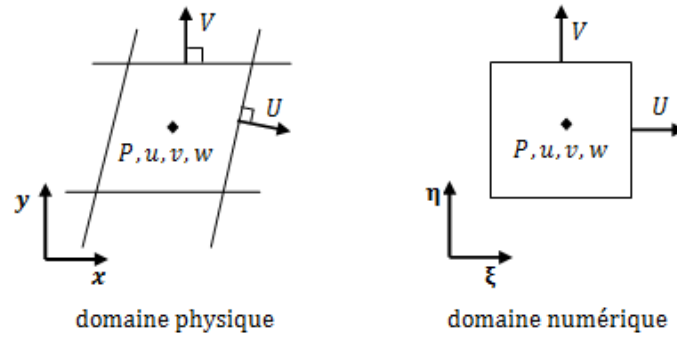


Fig. 2.4 - Principe du maillage non entrelacé.

Les termes de convection, de diffusion et le gradient de pression tous se trouvent dans l'équation (2.37). Nous pouvons donc écrire le système d'équations (2.35) et (2.36) sous la forme :

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial U_m}{\partial \xi_m} = 0 \end{array} \right. \quad (2.39)$$

$$\left| \begin{array}{l} J^{-1} \frac{\partial u_i}{\partial t} = C_i + D_I(u_i) + D_E(u_i) + R_i(P) \end{array} \right. \quad (2.40)$$

2.6.1 Utilisation de la méthode à pas fractionnel

L'équation (2.43) est décomposée et gouvernée par deux critères de calcul de prédiction et de correction :

a-prédiction :

Kim et Moin [28] ont proposé le calcul des vitesses intermédiaire u_i^* à partir des termes de convection et diffusion. Ce calcul a été appliqué par **Zang et Streets** [23].

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_I\right) (u_i^* - u_i^n) \\ = \frac{\Delta t}{J^{-1}} \left[\frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_I(u_i^n) \right] \end{aligned} \quad (2.44)$$

b-correction :

Le champ de vitesse est corrigé par la contribution du champ de pression :

$$(u_i^{n+1} - u_i^*) = \frac{\Delta t}{J^{-1}} R_i(\phi^{n+1}) \quad (2.45)$$

$$R_i(P) = \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_I\right) R_i(\phi) \quad (2.46)$$

Remarque : L'équation (2.46) relie la variable ϕ et la pression P.

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} (D_1 + D_2 + D_3)\right) (u_i^* - u_i^n) \\ = \frac{\Delta t}{J^{-1}} \left[\frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_I(u_i^n) \right] \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$D_k = \frac{\partial}{\partial \xi_k} (\nu G^{kk} \frac{\partial U_i}{\partial \xi_k}) \quad (2.48)$$

Avec $k=1, 2, 3$. Le côté gauche de l'équation (2.47) peut être donc approché en utilisant la technique de factorisation qui donne :

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_1\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_2\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_3\right) (u_i^* - u_i^n) \\ = \frac{\Delta t}{J^{-1}} \left[\frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_I(u_i^n) \right] \end{aligned} \quad (2.49)$$

L'erreur de la ci-dessus factorisation est de l'ordre $O(\Delta t^3)$.

La résolution de l'équation (2.49) nécessite la résolution de trois matrices tri-diagonales. Concernant la condition de frontière pour la vitesse intermédiaire on utilise l'approche de **Kim** et **Moin** [28].

$$u_i^* = u_i^n \frac{\Delta t}{J^{-1}} R_i(\phi^n) + o(\Delta t^2) \quad (2.50)$$

2.6.2 Equation de Poisson pour la pression

La pression ϕ est obtenue en résolvant l'équation de pression de type Poisson qui est obtenue en suivant la procédure ci-dessous :

En premier, le champ des vitesses cartésiennes de l'étape de prédiction est corrigé à l'aide de l'équation (2.45) aux faces du volume de contrôle. Nous aurons donc :

$$(u_i^{n+1})_{face} = (u_i^*)_{face} - \Delta t \left(\frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right)_{face} \quad (2.51)$$

En combinant l'équation (2.51) avec l'équation (2.33) nous obtenons ainsi :

$$U_m^{n+1} = U_m^* - \Delta t \left(G^{mn} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right) \quad (2.52)$$

avec $U_m^* = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} U_j^*$; appelée vitesse contravariante intermédiaire

En substituant l'équation (2.52) dans l'équation de continuité (2.42) nous obtenons l'équation de pression de Poisson :

$$\frac{\partial}{\partial \xi_m} \left(\nu G^{mn} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial U_m^*}{\partial x_m} \quad (2.53)$$

Cette équation est résolue par la technique multigrid, qui a une procédure de résolution itérative efficace pour les équations elliptiques [35].

2.6.3 Tactique de résolution

Ainsi, les équations qui permettent la résolution du problème en question sont :

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_1\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_2\right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_3\right) (u_i^* - u_i^n) \\ & = \frac{\Delta t}{J-1} \left[\frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_I(u_i^n) \right] \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi_m} \left(v G^{mn} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial U_m^*}{\partial x_m} \quad (2.55)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^* + \frac{\Delta t}{J-1} R_i(\phi^{n+1}) \quad (2.56)$$

$$U_m^{n+1} = U_m^* - \Delta t \left(G^{mn} \frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial \xi_m} \right) \quad (2.57)$$

1^{ère} étape :

Détermination de la vitesse cartésienne intermédiaire u_i^* au centre du volume de contrôle en utilisant l'équation (2.54).

2^{ème} étape :

Interpolation de u_i^* aux facettes du volume de contrôle et calcul du côté droit de l'équation (2.55).

3^{ème} étape :

Résolution de l'équation (2.55) par une technique de multigrade pour l'obtention de $\phi^{(n+1)}$

4^{ème} étape :

$$\text{obtenir} \begin{cases} u_i^{n+1} \text{ à partir de l'équation (2.56)} \\ U_m^{n+1} \text{ à partir de l'équation (2.57)} \end{cases}$$

2.7 Condition de stabilité

L'influence du pas de temps sur les forces hydrodynamique exercées sur le cylindre ainsi que sur les coefficients de Morison a été montré dans plusieurs recherches [17, 32, 33] pour $Re = 100$ et $KC = 5$. Il a été montré que lorsque le pas de temps choisi est trop grand, le coefficient de traînée C_d est sous-estimé et le coefficient d'inertie C_m surestimé.

Dans la présente méthode, le choix de la valeur du pas de temps est régi par la condition de Courant-Friedrich-Lewy (CFL) souvent mentionnée. Cette condition exprime la compatibilité nécessaire entre le domaine de dépendance théorique et le domaine de dépendance numérique. Elle s'écrit comme suit :

$$CFL = \left(\frac{|u|}{\Delta x} \frac{|v|}{\Delta y} \frac{|w|}{\Delta z} \right) \Delta t \quad (2.58. a)$$

$$CFL = (|U||V||W|) \frac{\Delta t}{J^{-1}} \quad (2.58. b)$$

Où Δt désigne le pas de temps et Δx , Δy et Δz désignent respectivement les pas d'espace dimensionnels suivant la direction longitudinale, transversale et verticale. La condition de stabilité pour la présente méthode numérique nécessite que :

$$\text{Max \{CFL\} < C \approx 1} \quad (2.59)$$

Où C est une constante appelée nombre de courant et est de l'ordre de 1. Cette inégalité exprime le fait que la vitesse ($\Delta x / \Delta t$) du calcul numérique doit rester supérieure à la vitesse $||u||$ du phénomène physique dont on souhaite suivre l'évolution. Ceci implique que le pas de temps Δt doit rester inférieur à la valeur limite au-delà de laquelle des parties du domaine de dépendance théorique ne seraient pas prises en compte dans le schéma numérique. Autrement dit le domaine de dépendance numérique (voir fig.2.5) issue du point (\mathbf{x}_j, t_{n+1}) , le triangle $\{(\mathbf{x}_{j-1}, t_n), (\mathbf{x}_{j+1}, t_n), (\mathbf{x}_j, t_{n+1})\}$ doit inclure le domaine de dépendance théorique correspondant. Dans notre cas d'étude, la valeur du nombre de courant est prise à 0.5 pour une meilleure stabilité.

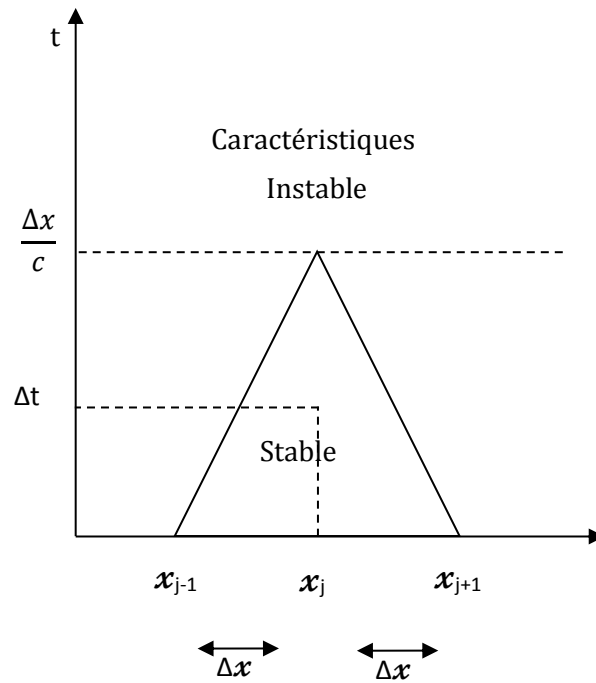


Fig.2.5- Domaine de dépendance et condition de stabilité CFL.

L'organigramme schématisé dans la figure 2.6 résume l'algorithme utilisé.

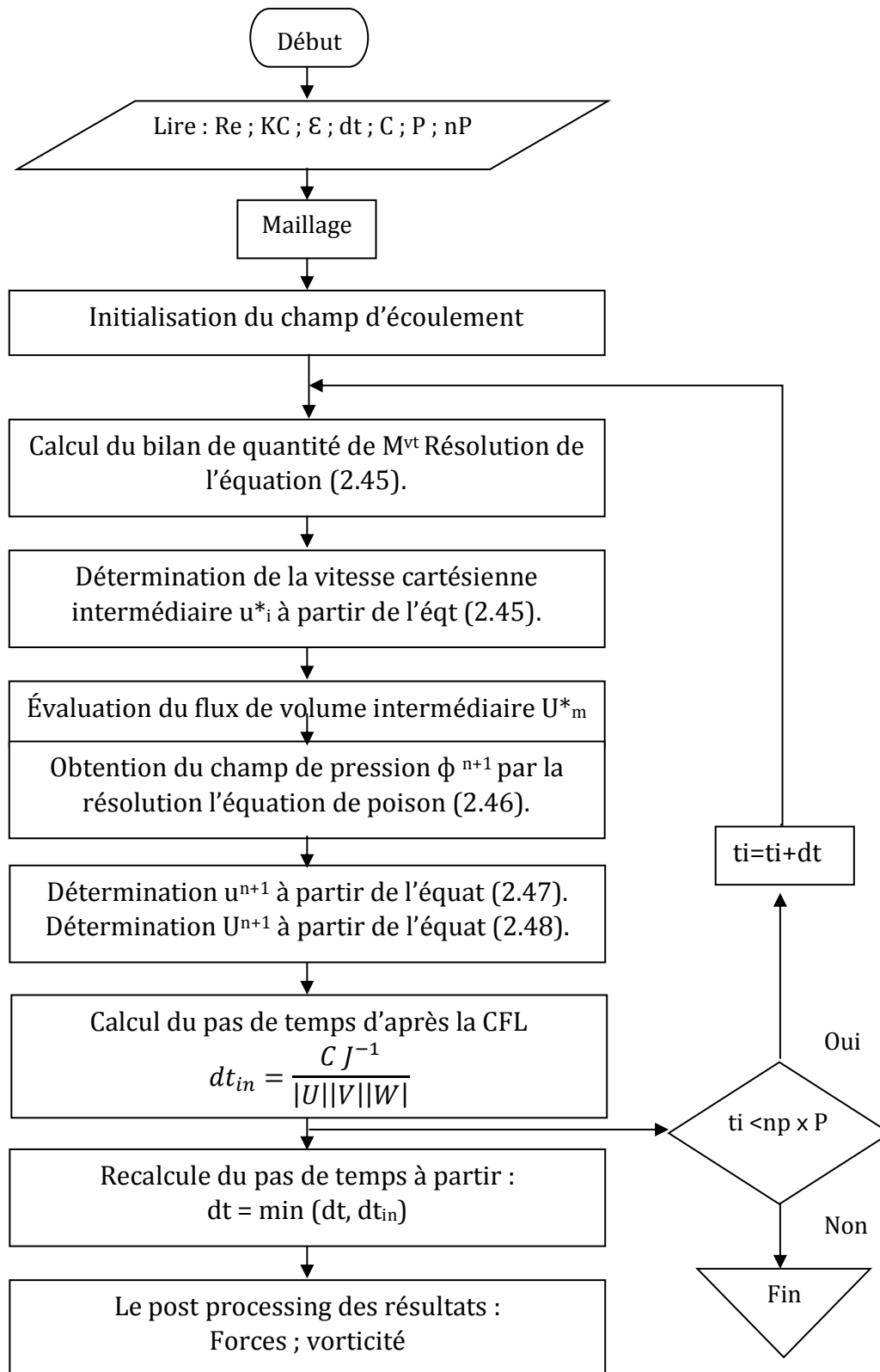


Fig.2.6- Organigramme de l'algorithme utilisé.

2.8 Évaluation du champ de vorticité et des forces hydrodynamiques

Toutes les investigations expérimentales montrent que la plupart des régimes des écoulements sont tridimensionnelles. L'analyse du champ instantané de vorticité est utile pour identifier les structures à grande échelle qui évoluent dans le domaine d'écoulement. Les forces qui agissent sur l'obstacle sont directement liées au champ de vorticité évoluant dans le domaine environnant l'écoulement.

2.8.1 Champ de vorticité

Dans certaines circonstances, il est utile de décrire le champ de vitesse par l'intermédiaire de la vorticité $\omega = \nabla \wedge u$. Le champ est exprimé par des composantes cartésiennes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{array} \right. \quad (2.60)$$

Les dérivées des équations (2.60) sont évaluées au centre des cellules du maillage en utilisant :

- Un schéma aux différences centrées de second ordre ;
- Des transformations entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées généralisées.

Pour décrire le tracé tourbillonnaire, nous utiliserons la vorticité circonferentielle suivantes :

$$\omega_\theta = \omega_z \cos \theta - \omega_x \sin \theta \quad (2.61)$$

$$\text{Avec : } \left\{ \begin{array}{l} R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.62. a) \\ \cos \theta = \frac{x}{a} \quad (2.62. b) \\ \sin \theta = \frac{y}{b} \quad (2.62. c) \\ R = \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} \quad (2.62. d) \end{array} \right.$$

Les composantes non-dimensionnelles du champ de vorticité (ω_i) seront présentées dans des figures et discutées, où :

$$\omega_i = \frac{\omega_{d,i} D}{U_{max}} \quad (2.63)$$

L'indice 'd' : indique que la grandeur est dimensionnelle.

2.8.2 Forces hydrodynamiques

La force totale est décomposée en une composante longitudinale F_x (suivant l'axe x) ; et en une composante transversale F_y (suivant l'axe des y) ; quant à la force le long de l'obstacle F_z , cette dernière n'est pas significative et est négligeable.

Ces forces résultent respectivement de la contribution des tensions de pression et de cisaillements le long des axes x et y , ainsi nous évaluerons séparément les quatre contributions comme suite :

$$F_{(d), x, p} = - \int_{Sc} P_{(d)} n \cdot i \, ds \quad (2.64a)$$

$$F_{(d), x, s} = - \int_{Sc} \rho \vartheta \frac{\partial U_\tau}{\partial n} S \cdot i \, ds \quad (2.64b)$$

$$F_{(d), y, p} = - \int_{Sc} P_{(d)} n \cdot j \, ds \quad (2.64c)$$

$$F_{(d), y, s} = - \int_{Sc} \rho \vartheta \frac{\partial U_\tau}{\partial n} S \cdot j \, ds \quad (2.64d)$$

Où :

- i et j : sont respectivement des vecteurs d'unité suivant l'axe x et y ;
- n et s : vecteurs d'unité suivant la direction normale et tangentielle de la surface d'obstacle ;
- ds : est la surface élémentaire ;
- Sc : la surface d'obstacle (cylindrique) ;
- $(\partial U_\tau / \partial n)$: la contrainte de cisaillement sur la surface cylindrique.
- $P_{(d)}$: pression dimensionnelle ;
- ϑ : viscosité cinématique du fluide.

Remarque : Nous évaluerons à chaque instant les composantes des forces pendant le temps de calcul.

Ci-après, les composantes des forces seront rendues sans dimensions en les divisant sur $\rho \cdot U_{max}^2 \cdot D \cdot L_z$.

Les forces surfaciques à savoir longitudinales F_x^S et transversales F_y^S qui agissent sur un cylindre de longueur Δz sont définies comme suite :

$$F_{(a),x}^S = - \int_z^{z+\Delta z} \int_C (P_{(a)}n + \rho \vartheta \frac{\partial U_\tau^d}{\partial n} S) i \, dl \, dz \quad (2.65a)$$

$$F_{(a),y}^S = - \int_z^{z+\Delta z} \int_C (P_{(a)}n + \rho \vartheta \frac{\partial U_\tau^d}{\partial n} S) j \, dl \, dz \quad (2.65b)$$

- c : le périmètre.
- dl : pas élémentaire curviligne le long du périmètre.
- dz : pas élémentaire le long de direction axiale du cylindre.

Les forces surfaciques non-dimensionnelles longitudinales et transversales sont utilisées pour décrire les effets 3D le long de la direction axiale et elles sont de la forme :

$$F_x^S = \frac{F_{d,x}^S}{U_{max}^2 \Delta z} \quad (2.66a)$$

$$F_y^S = \frac{F_{d,y}^S}{U_{max}^2 \Delta z} \quad (2.66b)$$

Afin de calculer le coefficient de traînée C_D et le coefficient d'inertie C_m de l'équation de Morison, la force totale $F_{x,t}$ a été considérée comme étant composée de la somme de :

- La contribution non-dimensionnelle de Froude-Krylov :

$$\left(\frac{\pi^2}{2K_C} \right) \cos(2\pi t) \quad (2.67)$$

- La force longitudinale non-dimensionnelle :

$$F_x = F_{x,p} + F_{x,s} \quad (2.68)$$

2.8.2 Coefficients de Morison

Pour les écoulements purement périodiques, la force longitudinale totale prend la forme de l'équation de Morison. Puisque le champ d'écoulement régie par un mouvement sinusoïdal de l'équation (2.1), les coefficients de traînée et d'inertie se calculent par l'analyse de fourrier de la force longitudinale totale comme suite :

$$C_D = \frac{2 \int_0^T F_x \sin \omega t \, dt}{\int_0^T |\sin \omega t| \sin \omega t^2 \, dt} \quad (2.69a)$$

$$C_m = \frac{2 \int_0^T F_x \cos \omega t \, dt}{\frac{\pi D \omega}{U_{max}} \int_0^T \cos \omega t^2 \, dt} \quad (2.69b)$$

Le même procédé est employé pour le calcul des coefficients de Morison surfacique C_m^s et C_D^s à partir de la force longitudinale surfacique F_x^s .

Chapitre 3. Discrétisation

3.1 Présentation générale

En vue de passage d'un problème exacte (continue) au problème approché (discret), nous disposons de plusieurs techniques concurrentes et complémentaires concernent les DF, VF, EF. La méthode utilisée pour résoudre ce problème est celle des différences finies du second ordre de précision, cette méthode correspond à la formulation des équations de la physique suivant un équilibre des forces en chaque point.

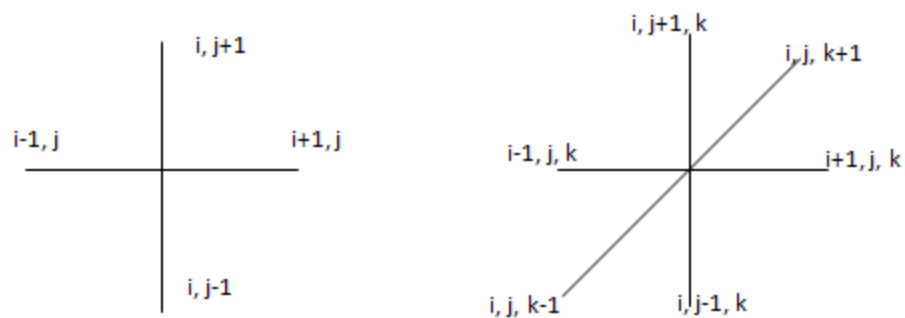


Fig.3.1 – Grilles différences finies bidimensionnelles et tridimensionnelles.

3.2 Principe de la discrétisation géométrique

Dans notre cas, en un domaine parallélépipédique en 3 dimensions, des côtés parallèles aux axes, nous construirons une grille de discrétisation en différence finies par quadrillage selon les directions des axes. Cette discrétisation est faite à l'aide d'un schéma centrées et un maillage non-entrelacé.

La pression et les composantes des vitesses cartésiennes sont définies au centre et les flux de volume sont définis aux centres des facettes correspondantes du volume de control.

Le principe de la méthode des différences finies en coordonnées généralisées est :

Soit, les quantités différentielles suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} qi = \frac{\partial q}{\partial \xi} \\ qj = \frac{\partial q}{\partial \eta} \\ qk = \frac{\partial q}{\partial \zeta} \end{array} \right. \text{ ces equations deviendront } \left\{ \begin{array}{l} q\xi = \frac{1}{\Delta \xi} \left(q_{i+\frac{1}{2},j,k} - q_{i-\frac{1}{2},j,k} \right) \\ q\eta = \frac{1}{\Delta \eta} \left(q_{i,j+\frac{1}{2},k} - q_{i,j-\frac{1}{2},k} \right) \\ q\zeta = \frac{1}{\Delta \zeta} \left(q_{i,j,k+\frac{1}{2}} - q_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right) \end{array} \right. \quad (3.1. a)$$

$$\text{pour le maillage numérique} \quad \Delta \xi = \Delta \eta = \Delta \zeta = 1 \quad (3.2)$$

$$\text{Nous obtenons par suite} \quad \left\{ \begin{array}{l} q\xi = q_{i+\frac{1}{2},j,k} - q_{i-\frac{1}{2},j,k} \\ q\eta = q_{i,j+\frac{1}{2},k} - q_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ q\zeta = q_{i,j,k+\frac{1}{2}} - q_{i,j,k-\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (3.3. a)$$

$$(3.3. b)$$

$$(3.3. c)$$

3.3 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement

Les équations des quantités du mouvement sont résolues d'après la tactique précédente, et le champ de vitesse sera évalué à partir de l'équation (3.4) suivantes :

$$\left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_1 \right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_2 \right) \left(1 - \frac{\Delta t}{2J-1} D_3 \right) \delta u_i = RHS \quad (3.4)$$

$$\text{avec :} \quad \delta u_i = u_i^* - u_i^n \quad (3.5. a)$$

$$RHS = \frac{\Delta t}{J-1} \left[\frac{3}{2} (C_i^n + D_E(u_i^n)) - \frac{1}{2} (C_i^{n-1} + D_E(u_i^{n-1})) + D_I(u_i^n) \right] \quad (3.5. b)$$

- δu_i : Incrément de vitesses cartésiennes
- RHS : Bilan de quantité de mouvement.
- C_i, D_I avec $m=n$, D_E avec $m \neq n$ et $Ri(P)$ sont définit par les équations (2.41)

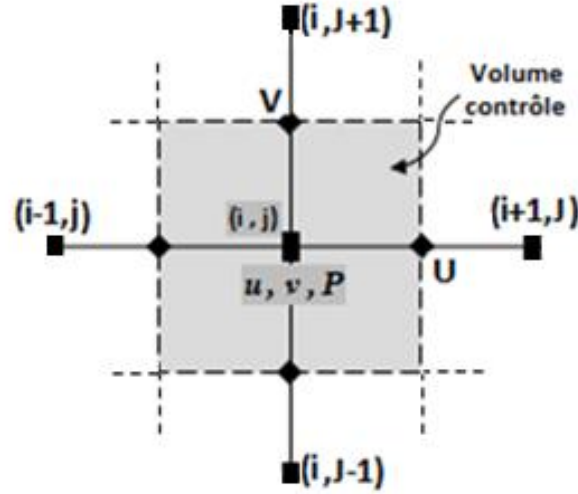


Fig.3.2 – Discrétisation en projection bidimensionnelle.

3.3.1 Évaluation du bilan de quantité de mouvement (RHS)

En premier lieu, nous évaluerons le bilan de la première équation de la quantité du mouvement suivant la direction x puis les autres ultérieurement par le même principe :

a-Terms de convection

Le terme de convection pour la 1^{ère} équation de quantité de mouvement est :

$$C_i = -\frac{\partial(U_1 u_1)}{\partial \xi_1} - \frac{\partial(U_2 u_1)}{\partial \xi_2} - \frac{\partial(U_3 u_1)}{\partial \xi_3} \quad (3.6. a)$$

$$\text{ou simplement } C_i = -\frac{\partial(Uu)}{\partial \xi} - \frac{\partial(Vu)}{\partial \eta} - \frac{\partial(Wu)}{\partial \zeta} \quad (3.6. b)$$

Nous aurons donc :

$$C_i = -\left(U_{i+\frac{1}{2},j,k} u_{i+\frac{1}{2},j,k} - U_{i-\frac{1}{2},j,k} u_{i-\frac{1}{2},j,k} \right) - \left(V_{i,j+\frac{1}{2},k} u_{i,j+\frac{1}{2},k} - V_{i,j-\frac{1}{2},k} u_{i,j-\frac{1}{2},k} \right) - \left(W_{i,j,k+\frac{1}{2}} u_{i,j,k+\frac{1}{2}} - W_{i,j,k-\frac{1}{2}} u_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.7)$$

Nous savons que les composantes cartésiennes de la vitesse (u,v,w) sont définies au point (i,j,k) , tandis que les composantes du flux de volume U,V et W sont définies respectivement au point $(i + \frac{1}{2}, j, k)$, $(i, j + \frac{1}{2}, k)$, $(i, j, k + \frac{1}{2})$. Une interpolation linéaire

est utilisée pour définir la composante de vitesse u aux points $(i+\frac{1}{2},j,k),(i,j+\frac{1}{2},k),(i,j,k+\frac{1}{2})$.

$$u_{i+\frac{1}{2},j,k} = 0.5(u_{i+1,j,k} + u_{i,j,k}) \quad (3.8. a)$$

$$u_{i,j+\frac{1}{2},k} = 0.5(u_{i,j+1,k} + u_{i,j,k}) \quad (3.8. b)$$

$$u_{i,j,k+\frac{1}{2}} = 0.5(u_{i,j,k+1} + u_{i,j,k}) \quad (3.8. c)$$

Le même raisonnement et le même principe d'interpolation est appliqué pour la variable u exprimé aux points $(i-\frac{1}{2},j,k),(i,j-\frac{1}{2},k),(i,j,k-\frac{1}{2})$ dans l'équation (3.7).

Les équations (3.8) sont remplacées dans l'équation (3.7) pour l'obtention du terme de convection.

b-Terms de diffusions non-diagonales

$$D_E = \frac{\partial}{\partial \xi_m} \left(vG^{mn} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_n} \right) \quad \text{Avec } m \neq n$$

$$D_E = \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(vG^{1n} \frac{\partial u}{\partial \xi_n} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(vG^{2n} \frac{\partial u}{\partial \xi_n} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(vG^{3n} \frac{\partial u}{\partial \xi_n} \right) \quad \text{Avec } m \neq n$$

$$D_E = \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(vG^{12} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} + vG^{13} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(vG^{21} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{23} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(vG^{31} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{32} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)$$

Cette quantité est évaluée par schéma aux différences centrées au point (i,j,k) :

$$\begin{aligned} D_E = & \left(vG^{12} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} + vG^{13} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} - \left(vG^{12} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} + vG^{13} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i-\frac{1}{2},j,k} \\ & + \left(vG^{21} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{23} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j+\frac{1}{2},k} - \left(vG^{21} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{23} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ & + \left(vG^{31} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{32} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \left(vG^{31} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + vG^{32} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j,k-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Pour l'évaluation de cette équation, nous devons exprimer les dérivées partielles de la vitesse :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} = u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} - u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} \quad (3.10. a)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} = u_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}} - u_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}} \quad (3.10. b)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i,j+\frac{1}{2},k} = u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} - u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} \quad (3.10. c)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} = u_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} - u_{i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} \quad (3.10. d)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = u_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}} - u_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}} \quad (3.10. e)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = u_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} - u_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} \quad (3.10. f)$$

La composante de vitesse u exprimée aux points $(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k)$ est évaluée par une double interpolation linéaire :

$$u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} = 0.25(u_{i,j,k} + u_{i,j+1,k} + u_{i+1,j,k} + u_{i+1,j+1,k}) \quad (3.11)$$

Le même principe d'interpolation est appliqué à la variable u exprimée aux points $(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2})$ et $(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})$.

c-Terms de diffusions diagonales

Le terme s'écrit sous la forme suivante : $D_I = \frac{\partial}{\partial \xi_m} \left(\nu G^{mn} \frac{\partial u}{\partial \xi_n} \right)$ Avec $m = n$

Par suit, nous aurons : $D_I = \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\nu G^{11} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(\nu G^{22} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(\nu G^{33} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)$

En utilisant un schéma aux différences centrées, nous obtenons :

$$\begin{aligned} D_I = & \left(\nu G^{11} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} - \left(\nu G^{11} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i-\frac{1}{2},j,k} + \left(\nu G^{22} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j+\frac{1}{2},k} - \left(\nu G^{22} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ & + \left(\nu G^{33} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \left(\nu G^{33} \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j,k-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Nous remarquons bien que pour évaluer cette quantité, il suffit de déterminer les dérivées partielles de la vitesse cartésienne.

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_1} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} = u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k} \quad (3.13a)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \right)_{i,j+\frac{1}{2},k} = u_{i,j+1,k} - u_{i,j,k} \quad (3.13b)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi_3} \right)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = u_{i,j,k+1} - u_{i,j,k} \quad (3.13c)$$

Remarque :

Le même principe de discrétisation est appliqué aux deux autres équations de quantité de mouvement.

3.3.2 Évaluation de la vitesse

Une fois que le bilan de quantité de mouvement (*RHS*) déterminé selon l'équation (3.5), nous déterminerons par la suite le champ de vitesse selon l'équation (3.4). La technique pour résoudre une telle équation se résume comme suit :

- Premièrement, nous résoudrons l'équation suivante :

$$RHS = \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_1 \right) X^a \quad (3.14)$$

- Après avoir déterminé le champ X^a dérivant de l'équation (3.14), en second lieu nous évaluerons le champ X^b dérivant de l'équation suivante :

$$X^a = \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_2 \right) X^b \quad (3.15)$$

- En dernière étape, nous déterminerons le champ X à partir de l'équation suivante :

$$X = \left(1 - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} D_3 \right) X^b \quad (3.16)$$

L'équation (3.14) peut être écrite sous la forme suivante :

$$X^a - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(vG^{11} \frac{\partial X^a}{\partial \xi_1} \right) = RHS$$

Cette équation est écrite sous sa forme discrétisée en utilisant un schéma aux différences centrées au point (i, j, k) :

$$X^a_{i,j,k} - \frac{\Delta t}{2J^{-1}} \left[\left(vG^{11} \frac{\partial X^a}{\partial \xi_1} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} - \left(vG^{11} \frac{\partial X^a}{\partial \xi_1} \right)_{i-\frac{1}{2},j,k} \right] = RHS \quad (3.17)$$

Les termes de la dernière équation sont évalués de la même manière faite dans le précédent paragraphe, sachant que la quantité X^a est définie au point (i, j, k) puisqu'elle est relative à δu , nous obtenons :

$$\alpha^a_{i,j,k} X^a_{i+1,j,k} + \beta^a_{i,j,k} X^a_{i,j,k} + \gamma^a_{i,j,k} X^a_{i-1,j,k} = Y^a_{i,j,k} \quad (3.18)$$

Avec

$$\alpha^a_{i,j,k} = \frac{-\frac{\Delta t}{2J^{-1}} vG^{11}_{i-\frac{1}{2},j,k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} v \left(G^{11}_{i+\frac{1}{2},j,k} + G^{11}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right)} \quad (3.19a)$$

$$\beta^a_{i,j,k} = 1 \quad (3.19b)$$

$$\gamma^a_{i,j,k} = \frac{-\frac{\Delta t}{2J^{-1}} vG^{11}_{i+\frac{1}{2},j,k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} v \left(G^{11}_{i+\frac{1}{2},j,k} + G^{11}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right)} \quad (3.19c)$$

$$Y^a_{i,j,k} = \frac{RHS}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}} v \left(G^{11}_{i-\frac{1}{2},j,k} + G^{11}_{i+\frac{1}{2},j,k} \right)} \quad (3.19d)$$

Ainsi pour tout le domaine de calcul ($i=l, jx ; j=l, jy ; k=l, jz$), nous obtenons un système d'équations algébriques tri-diagonal qui est facile à résoudre en utilisant la méthode Gauss.

Le même principe de calcul précédent est appliqué pour les équations (3.15) et nous obtenons donc :

$$\alpha^b_{i,j,k} X^b_{i,j+1,k} + \beta^b_{i,j,k} X^b_{i,j,k} + \gamma^b_{i,j,k} X^b_{i,j-1,k} = Y^b_{i,j,k} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 \alpha^b_{i,j,k} &= \frac{-\frac{\Delta t}{2J^{-1}}vG^{22}_{i,j-\frac{1}{2},k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}}v\left(G^{22}_{i,j+\frac{1}{2},k} + G^{22}_{i,j-\frac{1}{2},k}\right)} & (3.21a) \\
 \beta^b_{i,j,k} &= 1 & (3.21b) \\
 \gamma^b_{i,j,k} &= \frac{-\frac{\Delta t}{2J^{-1}}vG^{22}_{i,j+\frac{1}{2},k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}}v\left(G^{22}_{i,j+\frac{1}{2},k} + G^{22}_{i,j-\frac{1}{2},k}\right)} & (3.21c) \\
 Y^b_{i,j,k} &= \frac{X^a_{i,j,k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}}v\left(G^{22}_{i,j+\frac{1}{2},k} + G^{22}_{i,j-\frac{1}{2},k}\right)} & (3.21d)
 \end{aligned} \right\} \text{avec}
 \end{aligned}$$

Finalement nous obtenons l'incrément du champ de vitesse δu comme suite :

$$\alpha_{i,j,k}\delta u_{i,j,k} + \beta_{i,j,k}\delta u_{i,j,k} + \gamma_{i,j,k}\delta u_{i,j,k} = Y_{i,j,k} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 \alpha_{i,j,k} &= \frac{-\frac{\Delta t}{2J^1}vG^{33}_{i,j,k-\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}}v\left(G^{33}_{i,j,k+\frac{1}{2}} + G^{33}_{i,j,k-\frac{1}{2}}\right)} & (3.23a) \\
 \beta^a_{i,j,k} &= 1 & (3.23b) \\
 \gamma^b_{i,j,k} &= \frac{-\frac{\Delta t}{2J^1}vG^{33}_{i,j,k+\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}}v\left(G^{33}_{i,j,k+\frac{1}{2}} + G^{33}_{i,j,k-\frac{1}{2}}\right)} & (3.23c) \\
 Y_{i,j,k} &= \frac{X^b_{i,j,k}}{1 + \frac{\Delta t}{2J^{-1}}v\left(G^{33}_{i,j,k+\frac{1}{2}} + G^{33}_{i,j,k-\frac{1}{2}}\right)} & (3.23d)
 \end{aligned} \right\} \text{Avec}
 \end{aligned}$$

Remarque :

Les incréments du champ de vitesse (δv et δw) sont calculés par le même principe et la même procédure utilisée pour δu .

3.4 Discrétisation de l'équation de Poisson de pression

Selon **Zang et al.** [23], le champ de pression est déterminé à partir de l'équation de Poisson qui est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(G^{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{12} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{13} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(G^{21} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{22} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{23} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(G^{31} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{32} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{33} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\partial U_1^*}{\partial \xi_1} + \frac{\partial U_1^*}{\partial \xi_2} + \frac{\partial U_1^*}{\partial \xi_3} \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Cette équation est de la forme $\mathbf{L}\phi = \mathbf{S}$ (3.25)

Où \mathbf{S} est le terme source de l'équation de Poisson tandis que \mathbf{L} est l'opérateur différentiel qui s'exprime :

$$\begin{aligned} L\phi = \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(G^{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{12} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{13} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(G^{21} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{22} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{23} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(G^{31} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + G^{32} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + G^{33} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

L'équation de Poisson (3.24) est une équation du type elliptique où ces coefficients sont seulement les tenseurs métriques du maillage, elle est résolue par la technique de multigrid.

La technique de multigrid basée sur un schéma aux différences centrées et une procédure itérative de sous-relaxation (S.O.R) donne :

$$\phi_{i,j,k}^{m+1} = \phi_{i,j,k}^m + \omega \left(\frac{L\phi_{i,j,k}^m - S_{i,j,k}}{|L|} \right) \quad (3.27)$$

- m : indique la m^{eme} tération réalisée au cours du processus itératif de la pression.
- ω : est le facteur de relaxation (choisi ici ($\omega < 1$))
- $|L|$: module de l'opérateur aux différences $L \phi_{i,j,k}^m$ au point (i, j, k) :

$$|L| = G_{i+\frac{1}{2},j,k}^{11} + G_{i-\frac{1}{2},j,k}^{11} + G_{i,j+\frac{1}{2}}^{22} + G_{i,j-\frac{1}{2},k}^{22} + G_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{33} + G_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{33} \quad (3.28)$$

Chapitre 4. Génération du maillage

La génération du maillage exige pour un numéricien des connaissances approfondies en mathématique, informatique, et des phénomènes physiques. La mécanique des fluides conduit à des exigences sur la finesse de la discrétisation utilisée pour le calcul (différence fini, volume fini). La nécessité d'une bonne représentation du domaine physique dans le cas d'un problème extérieur (écoulement autour d'un obstacle) problème qui, théoriquement, se pose en milieu infini lorsqu'ils sont modélisés sur un ordinateur. Dans les méthodes de différences finies la bonne traduction sur un ordinateur des modèles théoriques (numérique, analytique, algébrique) d'un espace physique à un espace numérique représente la base de la génération du maillage.

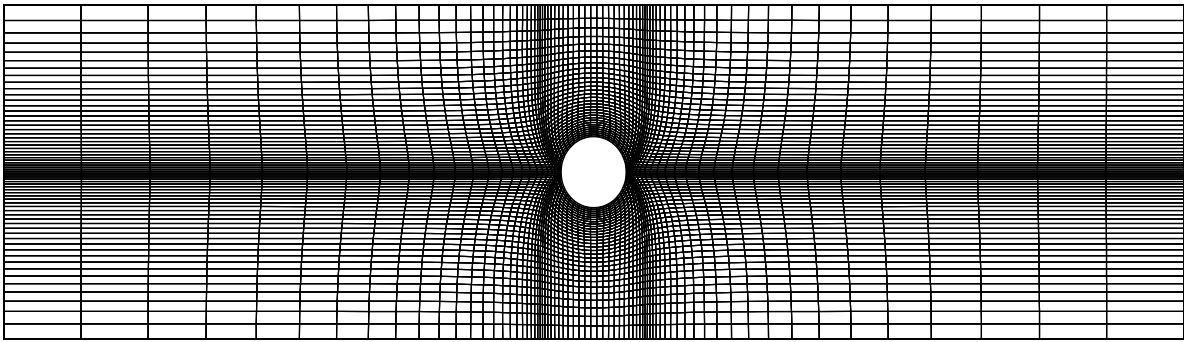
La longueur L et la hauteur H du domaine de calcul ainsi que la résolution du maillage sont des paramètres importants dont l'influence est abondamment étudiée dans la littérature. L'influence du confinement (H/D) sur l'écoulement autour d'un cylindre circulaire oscillant est analysée par plusieurs recherches [33,34]. Pour la force longitudinale, il a été observé qu'un confinement accentué conduirait à une diminution du coefficient d'inertie et une augmentation du coefficient de traînée. Ces recherches ont conclu également que l'effet du confinement devient négligeable pour $H > 5D$. D'autre part, la longueur L du domaine de calcul est appréciée en fonction de l'amplitude des oscillations. On souhaite qu'un tourbillon émis par le cylindre reste contenu dans le domaine de calcul. Concernant l'influence du pas d'espace, il a été montré que lorsque la résolution du maillage est dégradée, les coefficients d'inertie et de traînée de la force longitudinale exercée sur le cylindre diminuent [32, 33, 35, 36]. L'expérience montre que la qualité du maillage est cruciale pour avoir de bons résultats (lignes en 2D). Il existe

différent type de maillage du type O, type H, type C...etc. Les conditions aux limites et la géométrie sont aussi des paramètres importants qui permettent de choisir la bonne topologie du maillage.

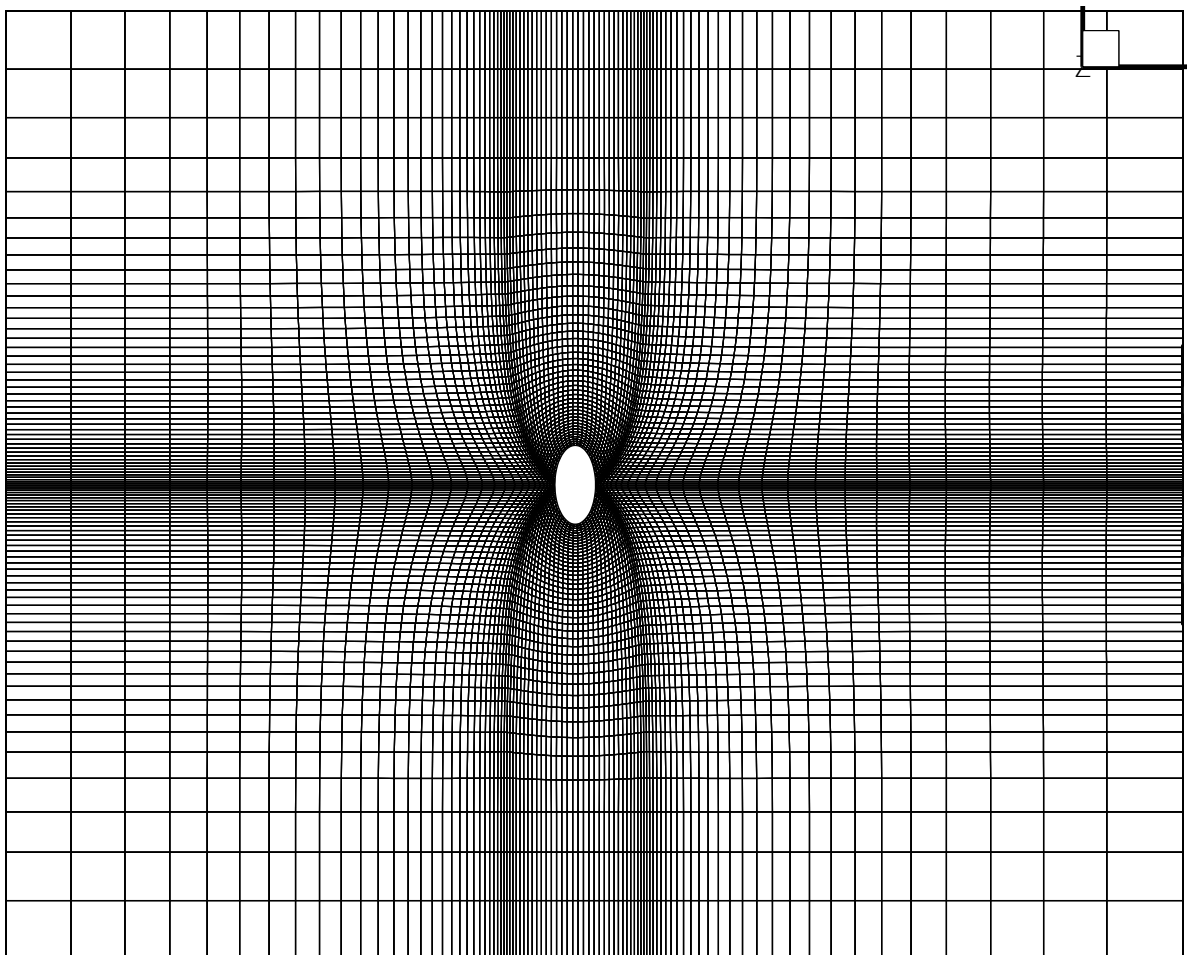
4.1 Adaptation du maillage

Le code source utilise une topologie d'un maillage type H créé pour répondre aux besoins d'une étude de rangé infinie du cylindre (l'analyse des rangées de cylindre). Cependant, la présente étude appréhende un écoulement oscillatoire autour d'un cylindre solitaire ayant une forme elliptique variable (diamètre), ce qui nous a amené à faire une modification de certains paramètres liés à la forme et à la mise des conditions périodiques sur les frontières en suivant ces étapes pour adapter le maillage :

- Garder la même topologie du maillage type H avec une discrétisation de façon régulière sur la frontière du solide et un raffinement sur la paroi physique.
- Eliminer les segments qui se trouvent hors de la forme et du domaine, puis relier les segments extérieurs entre eux.
- Répartition régulière des segments.
- Le domaine est choisi symétrique par rapport au plan longitudinal $y=0$. et au plan transversal $x=0$.



a) Maillage utilisé pour $\varepsilon = 0.9$



b) Maillage utilisé pour $\varepsilon = 0.5$

Fig.4.1 - Maillage type H utilisé pour les rapports elliptiques $\varepsilon = 0.9$ et $\varepsilon = 0.5$ en régime A (plan x-y)

4.2 Procédure de génération de maillage

Le maillage est généré à partir des équations qui relient le domaine physique au domaine numérique :

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta) \end{array} \right. \quad (4.1a)$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta) \end{array} \right. \quad (4.1b)$$

Où P et Q sont les fonctions qui permettent le contrôle de l'orientation de la courbure et le pas d'espace ($\Delta x, \Delta y$).

Les équations (4.1) sont transformées au domaine numérique en inter-changeant les rôles des variables indépendantes et dépendantes, ceci donnera deux équations elliptiques de la forme :

$$\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \beta \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = S_x \quad (4.2a)$$

$$\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \beta \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = S_y \quad (4.2b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \end{array} \right| \quad (4.3a)$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta = \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \end{array} \right| \quad (4.3b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = -2 \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \end{array} \right| \quad (4.3c)$$

$$\left. \begin{array}{l} J = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \end{array} \right| \quad (4.3d)$$

$$\left. \begin{array}{l} S_x = -J^2 \left(P \frac{\partial x}{\partial \xi} + Q \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \end{array} \right| \quad (4.3e)$$

$$\left. \begin{array}{l} S_y = -J^2 \left(P \frac{\partial y}{\partial \xi} + Q \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \end{array} \right| \quad (4.3f)$$

Pour résoudre l'équation de Poisson, nous utiliserons la technique de **Sorenson** [22], qui permet de générer le maillage dans l'espace numérique voir l'équation (4.2).

Pour la précision et pour accélérer la convergence, nous utiliserons un schéma aux différences centrées et une méthode itérative de (S.O.R) qui donne :

$$x_{i,j}^{m+1} = x_{i,j}^m + w \left(\frac{\alpha(x_{i,j}^m + x_{i-1,j}^m) + \gamma x_{\xi\eta}^m + \beta(x_{i,j+1}^m + x_{i,j-1}^m) - S_x}{2(\alpha + \beta)} - x_{i,j}^m \right) \quad (4.4a)$$

$$y_{i,j}^{m+1} = y_{i,j}^m + w \left(\frac{\alpha(y_{i,j}^m + y_{i-1,j}^m) + \gamma y_{\xi\eta}^m + \beta(y_{i,j+1}^m + y_{i,j-1}^m) - S_y}{2(\alpha + \beta)} - y_{i,j}^m \right) \quad (4.4b)$$

Avec

$$\begin{cases} x_{\xi\eta}^m = 0.25(x_{i+1,j+1} - x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j+1} + x_{i-1,j-1}) & (4.5a) \\ y_{\xi\eta}^m = 0.25(y_{i+1,j+1} - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1} + y_{i-1,j-1}) & (4.5b) \end{cases}$$

Pour orienter la courbure des lignes du maillage et l'espacement des grilles nous utiliserons des fonctions de contrôle dans la technique de **Sorenson** [22] et qui sont de forme suivante :

$$P_{i,j} = P_{i,j \min} e^{c_1 \frac{j}{Nm}} + P_{i,j \max} e^{c_2 \frac{j_{\max} j}{Nm}} \quad (4.6a)$$

$$Q_{i,j} = Q_{i,j \min} e^{c_1 \frac{j}{Nm}} + Q_{i,j \max} e^{c_2 \frac{j_{\max} j}{Nm}} \quad (4.6b)$$

Avec $P_{i,j \min}$, $Q_{i,j \min}$, $P_{i,j \max}$, $Q_{i,j \max}$: fonctions de contrôle estimées aux frontières, pour assurer l'orthogonalité avec les parois solide et indiquer l'espacement entre les lignes.

Les fonctions P et Q aux frontières sont de la forme :

$$P = \frac{\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}}{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2} - \frac{\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2}}{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2} \quad (4.7a)$$

$$Q = \frac{\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \eta^2} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2}}{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2} - \frac{\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}}{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2} \quad (4.7b)$$

Ces fonctions de contrôle de **Sorenson** [22] assurent l'orthogonalité du maillage aux frontières et laissent indiquer l'espacement entre les lignes.

4.3 Génération du maillage

La technique utilisée dans la présente étude, permet de généré des maillages de haute qualité, avec les lignes orthogonales à la frontière solide, y compris la surface de corps, et très serrées à la surface de l'obstacle. Le maillage est uniforme dans la direction axiale. Un exemple de la topologie de maillage utilisé dans les plans $z=cts$ est montré sur la figure 4.2.

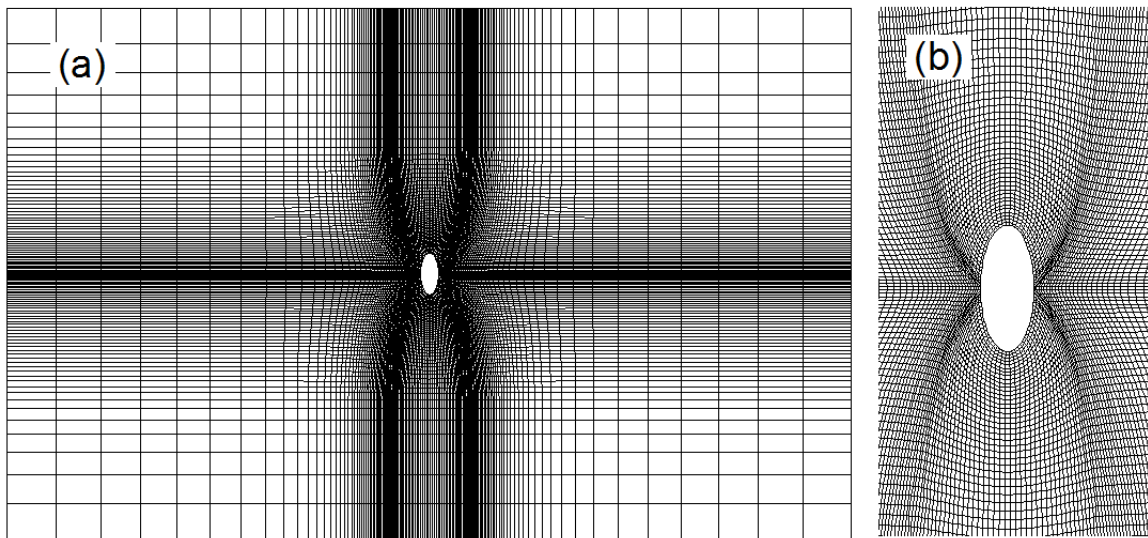


Fig.4.2- Vue complète et vue au voisinage de l'obstacle du maillage utilisé [plan (x-y)]

Chapitre 5. Résultats et Discussions

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats numériques obtenus pour un écoulement oscillatoire bidimensionnel autour d'un cylindre à différent section elliptique, sous les conditions de trois régimes : *régime « A »* ($Re=100$ et $KC=5$), *régime « D »* ($Re=130$ et $KC=6.5$) et *régime « F »* ($Re=170$ et $KC=8.5$). De ce fait l'ensemble des simulations ont été réalisées à un nombre de stocks $\beta = (Re/KC)$ constant de 20. Le seul paramètre que nous faisons varier lors des différentes simulations est le rapport elliptique. Le rapport elliptique $\varepsilon = (a/b)$ a été changé dans une large gamme (de 1 jusqu'à 0.1) où le petit axe est parallèle à l'écoulement, allant ainsi du cas d'un cylindre circulaire au cas d'un cylindre à section elliptique très effilé.

Les simulations ont été faites à l'aide d'un code en FORTRAN développé au laboratoire de « modélisation numériques des phénomènes mécaniques » à l'université de Mostaganem par **Nehari et al.** [15] pour la prédiction et l'analyse des écoulements oscillatoire autour des cylindres circulaires. Les paramètres associés aux méthodes numériques utilisées sont réglés pour chaque cas étudié dans le but d'obtenir des résultats indépendants du domaine de calcul. Nous avons défini un domaine de fluide rectangulaire et suffisamment large pour que le sillage tourbillonnaire y reste confiné tout au long des 200 cycles simulés. Le pas de temps est relié aux pas d'espace par une condition de type CFL ou le nombre de courant est pris de $C=0.5$.

Les résultats numériques seront présentés sous forme adimensionnelle et leur analyse portera d'une part sur l'analyse détaillée du sillage tourbillonnaire et d'autre part sur l'évolution temporelle des forces hydrodynamiques générées par l'écoulement sur cylindre ainsi que leurs coefficients.

5.1 Validation du code [15]

La validation du code numérique 3D a été réalisée par **Nehari et al.** [15] en se basant sur des données expérimentales fournies par **Deutsch et al. (DDBL98)** [17] et en utilisant également les résultats d'un code informatique 2D de **Pentek et al.** [18]. Les détails sur les tests de validation sont dans les documents cités et sont également présentés sur la figure 5.1 qui montre une comparaison entre les composantes longitudinales et transversales du champ de vitesse mesuré dans les expériences de **DDBL98** [17] et ceux calculés avec le présent modèle 3D. La comparaison est effectuée près de la surface du cylindre durant une période N_c et à différentes phases de position t_p où $t_p=(t-N_cT)/T$ et $N_cT < t < (N_c+1)T$. Les résultats indiquent que le champ de vitesse est bien prédit par la présente méthode numérique.

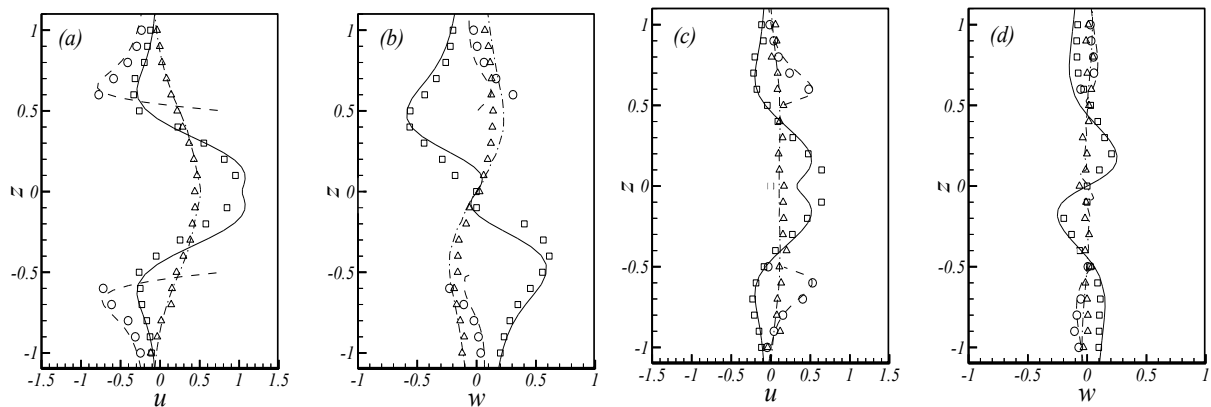


Fig.5.1- Comparaison des composantes de la vitesse longitudinale (u) transversale (w) obtenues avec le modèle numérique et ceux mesurées dans les expériences de Deutsch et al. [17], à trois sections transversales (où z réfère à la direction transversale), en régime A :

- a) composante longitudinale pour $t_p=0.75$;
- b) composante transversale pour $t_p=0.75$;
- c) composante longitudinale pour $t_p=1$;
- d) composante transversale pour $t_p=1$.

Les symboles et les lignes référant respectivement aux résultats expérimentaux et numériques.

(Δ , $x=-0.8$; \circ , $x=0$; \square , $x=0.8$).

5.2 Résultats et discussion pour un écoulement en régime A

L'effet du rapport elliptique a été étudié pour 200 cycles d'écoulement en régime A de la carte **TB90** [9] ($Re=100$ et $KC=5$). Ce premier type d'écoulement se caractérise à l'échelle globale par le lâcher simultané à chaque course de l'écoulement de deux tourbillons de vorticité de signes opposés. Cette structure parfaitement symétrique et bidimensionnel est celle du régime A identifié par **TB90** [9], ou encore du régime symétrique de **Williamson** [10].

Le tableau 5.1 montre les cas examinés, ainsi que les dimensions du domaine physique et les paramètres numériques de simulation pour les différents rapports elliptique considérés.

Tableau 5.1 : Les paramètres des simulations régime A :

	$\varepsilon = (a/b)$	L_x/D	L_y/D	L_z/D	$n_x ; n_y ; n_z$	n_{cir}
Maillage I	[0.7 , 1]	18	5	1/2	72 ; 64 ; 8	48
Maillage II	[0.45 , 0.65]	16	13	1	80 ; 88 ; 4	64
Maillage III	[0.1 , 0.4]	22	14	2/3	136 ; 104 ; 4	80

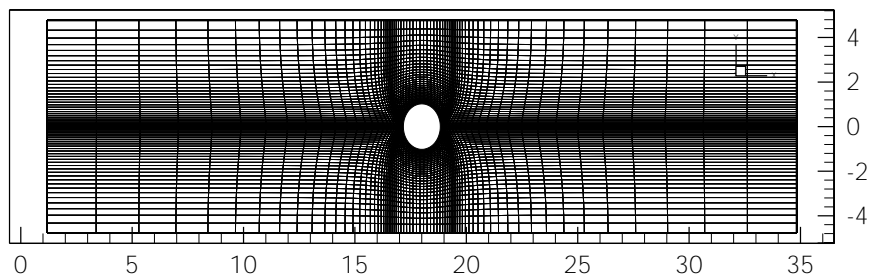
Où :

- D : diamètre du cylindre (égale à 2)
- $L_x ; L_y ; L_z$: Respectivement les dimensions du domaine physique suivant les directions $x ; y ; z$
- $n_x ; n_y ; n_z$: Respectivement les nombres de point suivant les directions $x ; y ; z$
- n_{cir} : le nombre de points distribués le long de la circonférence du cylindre.

Ces trois différentes dimensions du maillage utilisées dans le cas du régime A sont représentées sur les figures 5.2a-c ci-dessous.

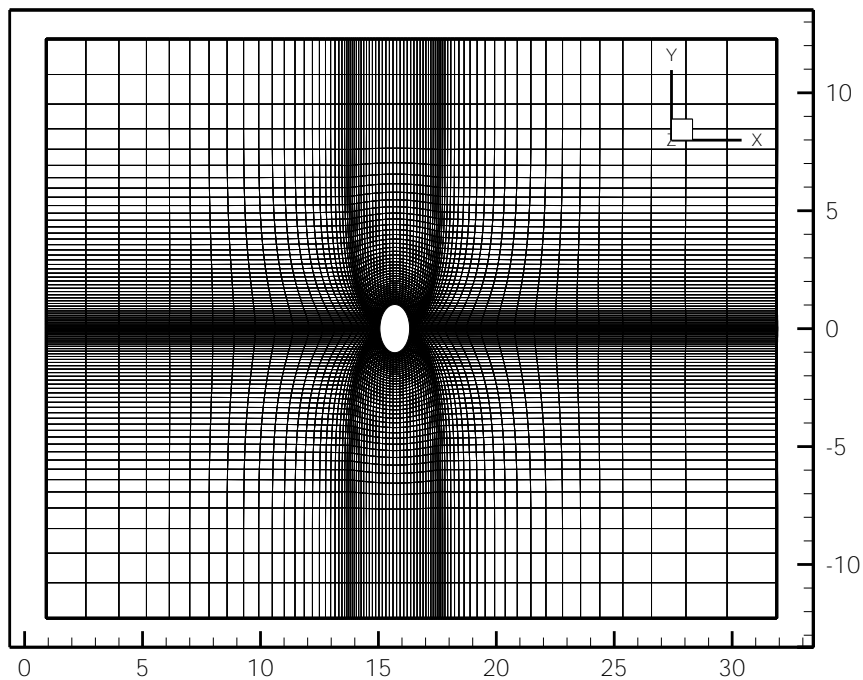
(a) Maillage I

$$\varepsilon = 0.8$$



(b) Maillage II

$$\varepsilon = 0.6$$



(c) Maillage III

$$\varepsilon = 0.4$$

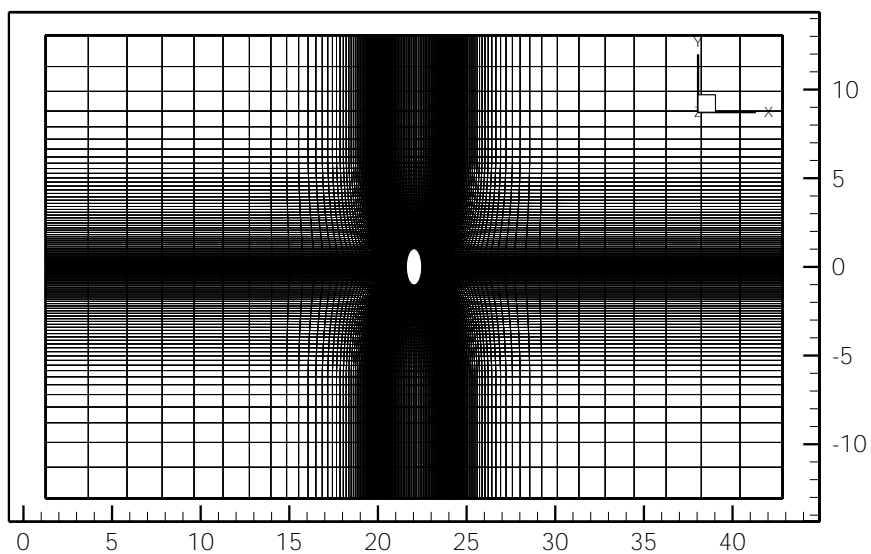


Fig.5.2- Différentes dimensions du maillage utilisées dans le cas du régime A

Les tests d'indépendance du maillage en régime A ont été effectués. La figure 5.3 montre la force longitudinale totale adimensionnelle pour deux rapports elliptiques ($\varepsilon = 0.7$ et $\varepsilon = 0.3$). Les tests révèlent que les maillages utilisés sont assez fins pour donner des résultats précis.

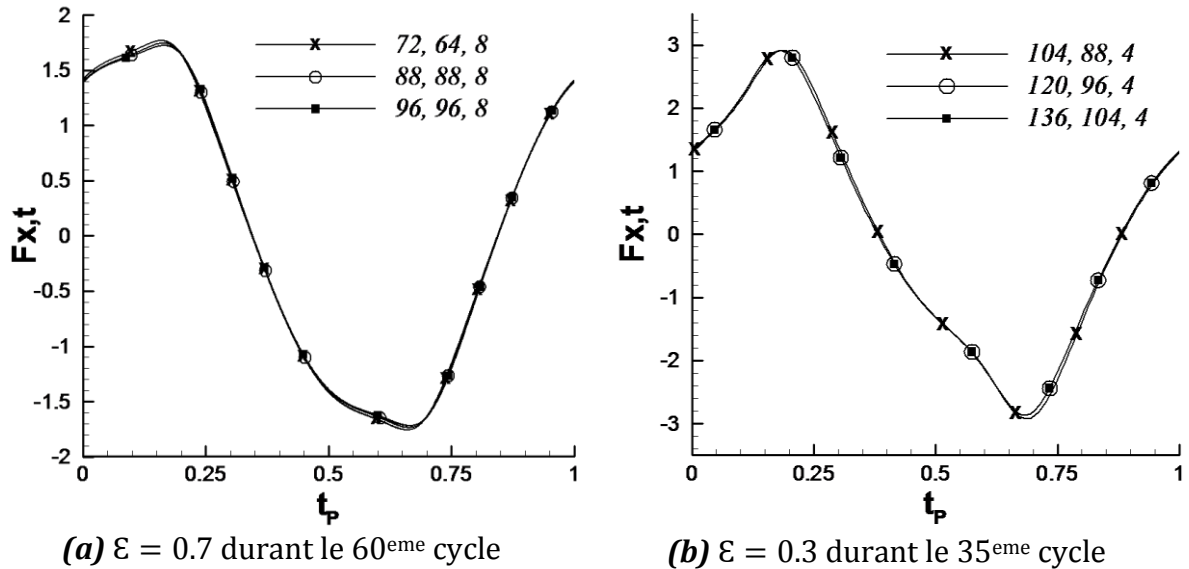


Fig. 5.3 - Test d'indépendance du maillage en régime A (Résultats de la force longitudinale totale adimensionnelle)

Les résultats du tracé tourbillonnaire, du champ de pression et des forces hydrodynamiques pour le régime A seront discutés à la lumière de leur dépendance à l'égard du rapport elliptique.

5.2.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression

Dans cette partie, les tracés tourbillonnaires et le champ de pression correspondant seront présentés pour des valeurs du rapport elliptique $\varepsilon \in [0.1, 1]$ et discutés aux différentes phases de position $t_p : 0 < \left[t_p = \frac{t_d}{T} \right] < 1$ (où t_d est le temps écoulé durant le $n^{\text{ième}}$ cycle). Nous dévoilerons également leurs caractéristiques en comparaison par rapport aux autres régimes d'écoulement classifiés par des **TB90** [9] et **Williamson** [10].

L'analyse du champ de vorticité a permis de regrouper les différentes valeurs du rapport elliptique en cinq domaines à savoir $\varepsilon \in [0.8, 1]$; $\varepsilon \in [0.65, 0.75]$; $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$; $\varepsilon = 3.5$ et $\varepsilon \in [0.1, 0.3]$, chaque domaine se caractérise par un mode de détachement tourbillonnaire distinct.

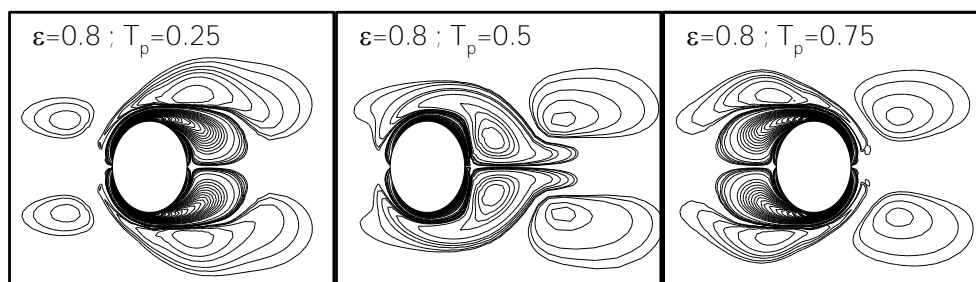
Ci-après l'angle de phase ($2\pi t_p$) est référé à l'évolution du gradient externe de pression de l'équation (2.7). Spécifiquement à :

- $t_p = 0$ le gradient de pression est maximum $B_x = -\omega U_{max}$ et le champ de vitesse externe de l'écoulement de l'équation (2.1) est nulle $U = 0$.
- Pour $0 < t_p < 0.25$, la vitesse externe augmente avec la phase de position, tandis que le gradient imposé de pression diminue.
-   $t_p = 0.25$ correspondant à un angle de phase de **90** degrés, le gradient imposé de pression est nul $B_x = 0$ donnant une vitesse externe maximum $U = U_{max}$.
- Pour $0.25 < t_p < 0.5$, augmente, le champ de vitesse diminue d  à une augmentation d'un gradient positif de pression qui agit contre le champ de vitesse.
-   $t_p = 0.5$ (angle de phase égal à **180** degrés), le gradient de pression atteint la valeur maximale dans la direction positive $B_x = \omega U_{max}$ et la vitesse externe est nulle $U = 0$.
- Pour $0.5 < t_p < 0.75$ (angle de phase entre **180** et **270** degrés) le gradient imposé de pression diminue et la vitesse augmente dans la direction x négative,
-   $t_p = 0.75$ (angle de phase 270 degrés) le gradient imposé de pression est nul $B_x = 0$ donnant une vitesse externe maximum dans la direction longitudinale négative $U = -U_{max}$.
- Successivement, la vitesse diminue pour $0.75 < t_p < 1$ pour une augmentation correspondante de la valeur absolue du gradient imposé de pression de la direction x négative.

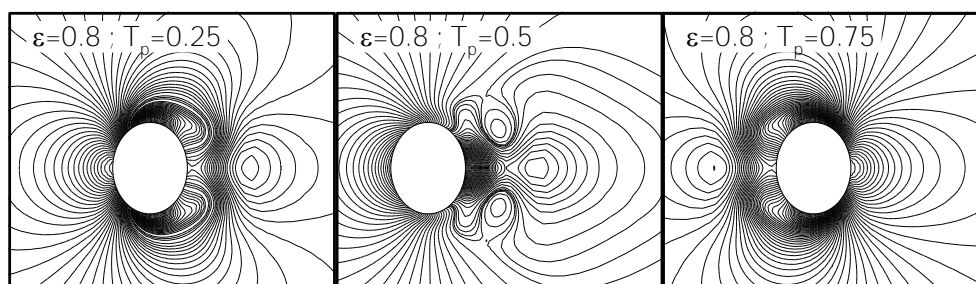
- Finalement, à $t_p = 0.1$ les conditions de $t_p = 0$ sont récupérées. Le cycle est symétrique par rapport à $t_p = 0.5$, de ce fait le second demi-cycle ($0.5 < t_p < 1$) est l'image-miroir du premier demi-cycle.

5.2.1. A- Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon \in [0.8, 1]$

Pour les rapports elliptiques $\varepsilon \in [0.8, 1]$, le mode du détachement tourbillonnaire reste toujours le même que celui du régime A identifié par **TB90** [9]. Des paires de tourbillons symétriques par rapport à l'axe longitudinal et avec les signes de vorticité opposés, sont formées des deux côtés du cylindre pendant chaque moitié-cycle et séparent au demi-cycle suivant. Les tourbillons séparés disparaissent progressivement. Ceci est clairement illustré sur figure 5.4a. Cependant, les tourbillons générés sont de plus grande taille lorsque le rapport elliptique diminue dans l'intervalle de valeur considéré ($\varepsilon \in [0.8, 1]$). Toutefois, nous rappelons également que notre étude est de nature bidimensionnelle, les caractéristiques des régimes A et B sont confondus car ces deux régimes sont identiques dans le plan parallèle à l'écoulement mais différents par la présence d'une structure tridimensionnelle le long de l'axe du cylindre pour le régime B.



a) Champ de vorticité pour $\varepsilon = 0.8$



b) Champ de pression pour $\varepsilon = 0.8$

Fig. 5.4 - Evolution des champs de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.8$

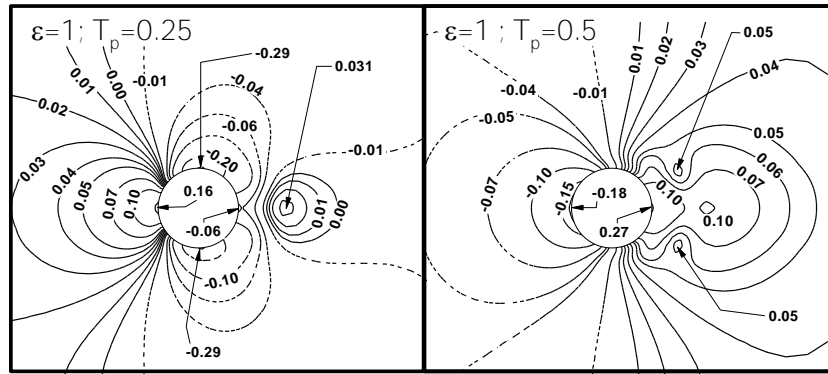
mesure que t_p augmente, le champ de vitesse externe diminue dû à un gradient positif de pression ; l'épaisseur de l'écoulement séparé et sa prolongation le long de la surface du cylindre augmentent progressivement, en causant de ce fait, la réduction de la longueur de la couche limite en aval.

A $t_p = 0,5$, le champ de vitesse externe est nul et le gradient positif de pression atteint la valeur maximale. A cette phase, la vorticité dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, forme une couche limite s'écoulant dans la direction x négative et s'étend sur toute la surface du cylindre. La vorticité près de la frontière solide dans le sens horaire est décalée vers le haut autour de celle de la direction opposée.   mesure que le temps évolue, la couche limite se développe plus loin et se sépare finalement du côté gauche.

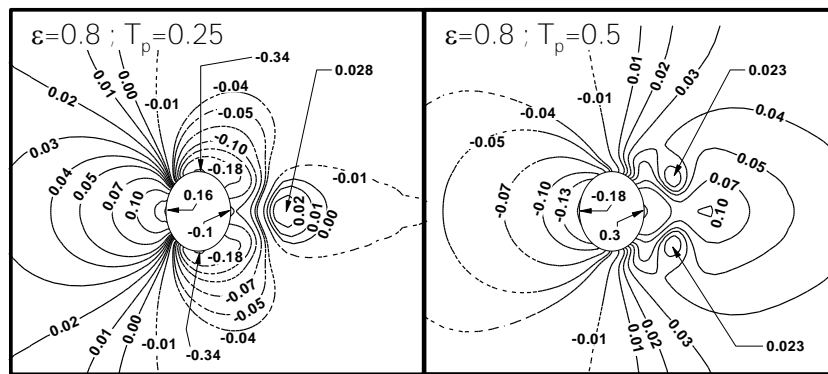
Le champ de vorticité représenté sur les figures 5.5a-b montre également deux nappes de vorticité décrochées en tourbillons repoussées de part et d'autre du cylindre. Lorsque le flux approche est soumis à une accélération ($t_p \in [0, 0.25]$), les tourbillons sont poussés vers l'aval et la région de sillage apparaît étirée. D'autre part, pendant la période de décélération ($t_p \in [0.25, 0.5]$), le mouvement des vortex apparaît retardé, ce qui entraîne une région de sillage plus large par rapport à celui de tourbillons de Van-Karman dans un courant stationnaire. Les niveaux de vorticité restent trop faibles pour que les tourbillons interagissent et induisent des champs de vitesse significatifs les uns sur les autres.

Pour $0.5 < t_p < 1$, L'évolution du champ de vorticité est semblable à celui du premier demi-cycle mais se développe dans la direction opposée avec un signe opposé.

Le champ de pression correspondant est montré sur les figures 5.6a-b.   $t_p = 0.25$ la pression au point de stagnation en amont du cylindre est grande, tandis que les iso-lignes en aval montrent clairement l'écoulement séparé. Le champ de pression tend à être moins asymétrique par rapport au plan $x=0$   $t_p = 0.5$ où le champ externe de vitesse est nul.   $t_p = 0.75$ et   $t_p = 1$, le champ de pression est respectivement l'image-miroir de celui à $t_p = 0.25$ et   $t_p = 0.5$.



a) Champ de pression pour $\varepsilon = 1$



b) Champ de pression pour $\varepsilon = 0.8$

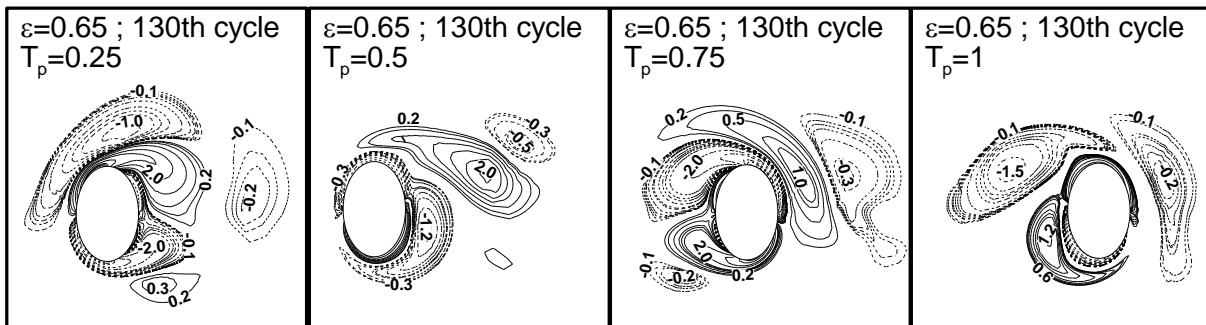
Fig. 5.6 - Evolution du champ de pression pour les rapports elliptiques $\varepsilon = 1$ et 0.8

5.2.1. B- Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon \in [0.65, 0.75]$

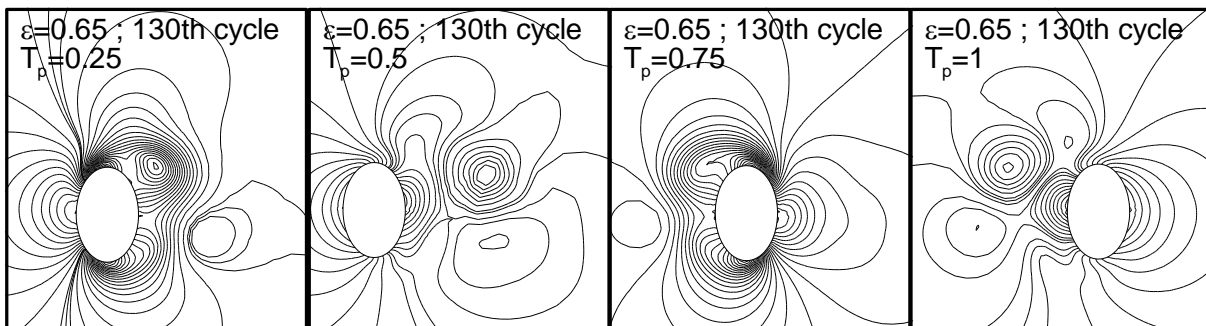
Les figures 5.7a-b montrent respectivement les iso-lignes de la composante de vorticité et de la pression aux phases de position significatives pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.65$.

L'analyse de l'écoulement pour des valeurs du rapport elliptique $\varepsilon \in [0.65, 0.75]$, montre que le mécanisme de création de tourbillons est le même que celui décrit dans la section précédente pour $\varepsilon \in [0.8, 1]$. Cependant, l'écoulement montre une asymétrie par rapport à son axe en développant un détachement de tourbillon plus important dans le domaine $y > 0$ (voir la Fig. 5.7a) pour une durée de 4 à 6 cycles, puis commute au côté opposé ($y < 0$) (voir Fig. 5.8) par l'intermédiaire d'une phase intermittente de 1 à 2 cycles où l'écoulement retrouve sa symétrie. Ce genre d'écoulement a les mêmes caractéristiques décrites par le régime asymétrique "Paire tourbillonnaire attachée" visualisés par **Williamson** [10] pour $4 < KC < 7$.

L'analyse de l'historique d'écoulement (soit 200 cycles dans notre cas) révèle que ces commutations de la position des vortex apparaissent assez fréquemment rendant ainsi l'écoulement instable. Il est aussi à noter que l'asymétrie ne se produit pas dans les premiers cycles. En effet, au début de l'écoulement, les tourbillons sont formés symétriquement pendant un certain nombre de cycles au-delà desquels l'asymétrie s'installe ; le nombre de cycle symétrique diminue avec la réduction du rapport elliptique dans l'intervalle de valeur $\varepsilon \in [0.65, 0.75]$. Ces comportements auront une influence sur la force transversale, qui sera discutée plus tard.

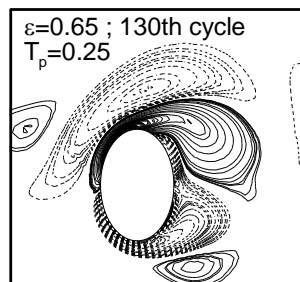


a) Champ de vorticité pour $\varepsilon = 0.65$

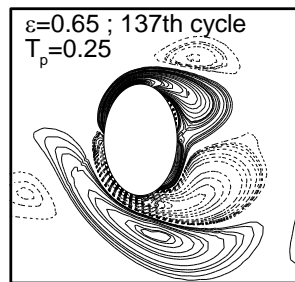


b) Champ de pression pour $\varepsilon = 0.65$

Fig. 5.7 - Evolution des champs de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.65$



(a) détachement dans le domaine $y > 0$



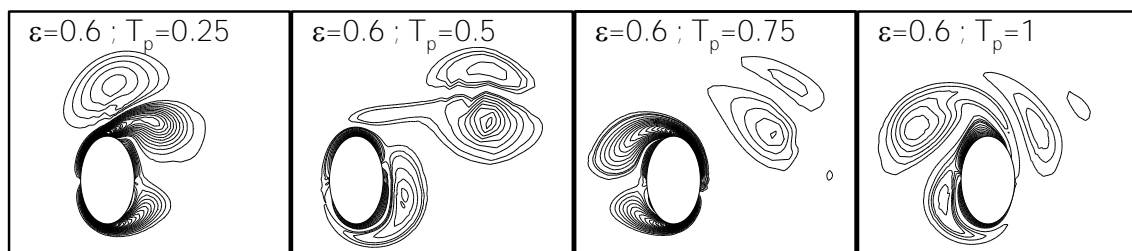
(b) détachement dans le domaine $y < 0$

Fig. 5.8 - Différentes positions du détachement tourbillonnaire pour $\varepsilon = 0.65$

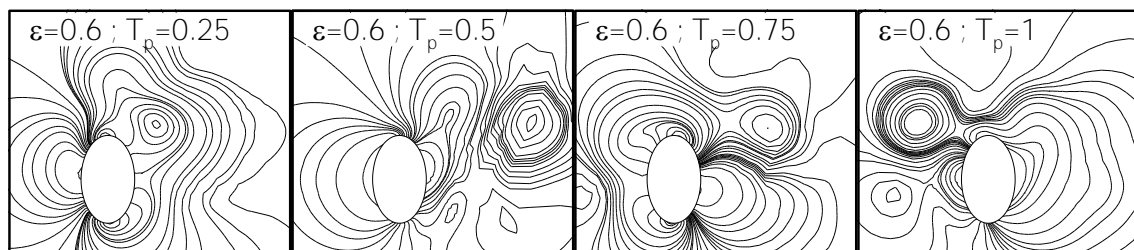
Pour ce qui est du champ de pression représenté sur la figure 5.7b, ce dernier est asymétrique et correspond parfaitement aux changements de vorticit e visualisées sur la figure 5.7a

5.2.1.C - Champ de vorticit e et de pression pour $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$

Dans cette gamme de valeur du rapport elliptique, nous analysons tout d'abord l'évolution du champ de vorticit e rapport elliptique $\varepsilon = 0.6$ présentée sur la figure 5.9a. Nous observons lors du premier demi-cycle d'oscillation ($t_p \in [0, 0.5]$), un détachement tourbillonnaire dans le domaine $y > 0$ constituée de deux vortex contrarotatifs s'élançant parallèlement à l'axe d'écoulement, tandis que le second demi-cycle ($t_p \in [0.5, 1]$) n'en lib re aucun. Ces deux vortex détachés (fig5.9a au $t_p = 0.5$) ne s'éloignent pas trop du cylindre (fig5.9a au $t_p = 0.75$) et sont vite ramenés par l'écoulement changeant de direction (fig5.9a au $t_p = 0.1$), et se dissipent par la suite au contact de la paroi du cylindre.



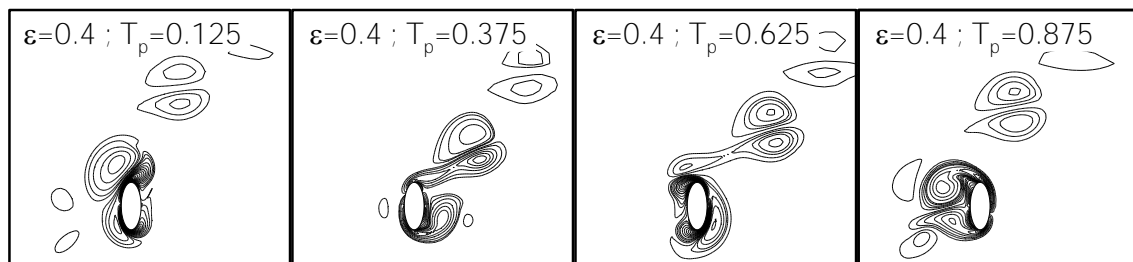
a) Champ de vorticit e pour $\varepsilon = 0.6$



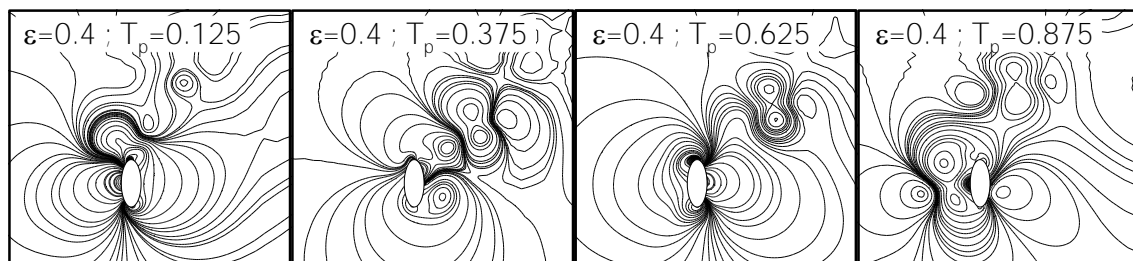
b) Champ de pression pour $\varepsilon = 0.6$

Fig. 5.9 - Evolution des champs de vorticit e et de pression durant le 35eme cycle pour $\varepsilon = 0.6$

La figure 5.9a montre l'évolution des champs de vorticité durant un cycle d'oscillations pour un rapport elliptique de $\varepsilon = 0.4$. Le mécanisme de détachement tourbillonnaire est semblable à celui observé pour le rapport $\varepsilon = 0.6$, à savoir un détachement constitué de deux vortex contrarotatifs. Cependant, cette paire tourbillonnaire est convectée loin du cylindre en une trajectoire oblique (l'angle maximum atteint est de 45° par rapport à l'axe longitudinal). Ce comportement est une caractéristique typique du régime « simple-paire » identifié par **Williamson** [10] dans la gamme $13 < KC < 15$.



a) Champ de vorticité pour $\varepsilon = 0.4$



b) Champ de pression pour $\varepsilon = 0.4$

Fig. 5.9 - Evolution des champs de vorticité et de pression durant le 65eme cycle pour $\varepsilon = 0.4$

Pour mieux analysé le mécanisme du mode simple-paire, considérons d'abord la seconde demi-période (fig.5.9a de $t_p = 0.625$   $t_p = 0.875$), l'écoulement progressant de droite vers la gauche, le point d'arrêt aval (plaquage de l'écoulement sur le cylindre) se situe à droite. Une ouverture se produit côté gauche du cylindre donnant ainsi naissance à deux zones de recirculation, séparées par le point d'arrêt amont. Nous observons que la zone de recirculation supérieure est plus large car elle s'ouvre directement. En revanche, la zone de recirculation inférieure est partiellement refermée due au passage du gros tourbillon qui frotte contre le cylindre en le contournant de la droite vers la gauche. Ce n'est qu'une fois que ce gros tourbillon est passé que la couche limite se décolle définitivement.

Au demi-cycle qui suit (de $t_p = 0.125$ à $t_p = 0.375$) l'écoulement évolue vers la droite, du côté supérieur du cylindre, deux tourbillons de grande taille (généré par une zone de séparation plus large au demi-cycle précédent) sont lancés. Comme ces tourbillons sont contra-rotatifs, ils engendrent une translation de la paire dans une trajectoire oblique. Cependant, du côté inférieur du cylindre, un seul gros tourbillon est émis non-loin du cylindre. Ce gros tourbillon obstruera à son tour l'ouverture de la zone de circulation inférieure au demi-cycle suivant.

La figure 5.10 rassemble les champs de vorticité pour les rapports elliptiques $\varepsilon = 0.6 ; 0.55 ; 0.5$ et 0.45 au temps de phase $t_p = 0.625$. Au fur et à mesure que le rapport elliptique diminue dans l'intervalle de valeur $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$, la trajectoire du détachement tourbillonnaire reste oblique mais les tourbillons générés sont de plus grande taille et sont connectés plus loin du cylindre.

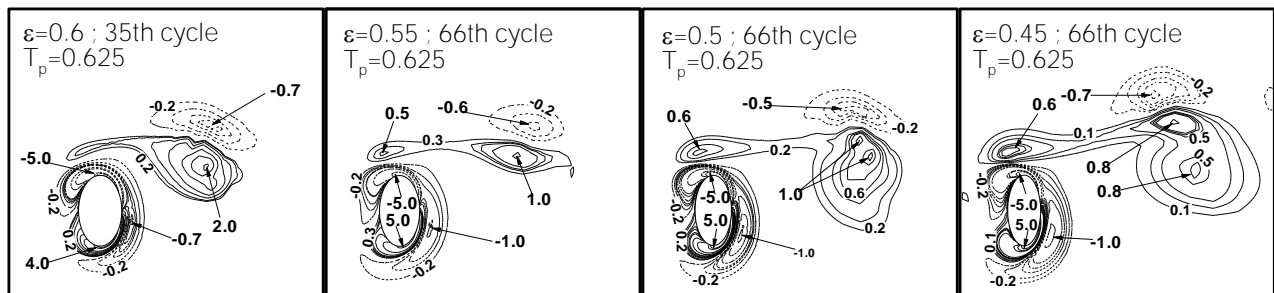
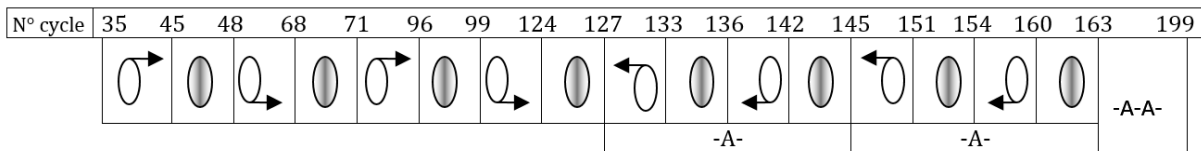


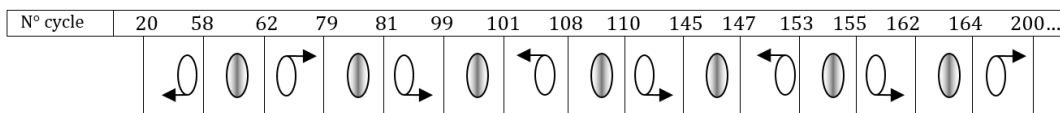
Fig. 5.10 - Comparaison des détachements de tourbillonnaire pour les rapports elliptiques $\varepsilon = 0.6 ; 0.55 ; 0.5$ et 0.45 au temps de phase $t_p = 0.625$

Il est également à noter que ces détachements changent de direction et de position en passant par quelques cycles intermittents où l'écoulement essaye de retrouver sa symétrie. L'historique des modes de détachement tourbillonnaire au cours des 200 cycles pour les rapports elliptiques $\varepsilon = 0.6 ; 0.5$ et 0.4 est rapporté sur les figures 5.11a-c où \odot représente un cycle développant un détachement tourbillonnaire en mode simple-pairs et \circ un cycle intermittent. Dans le cas du rapport elliptique $\varepsilon = 0.6$, la figure 5.11a indique que l'écoulement est très instable en raison des commutations assez fréquentes du détachement tourbillonnaire. Avec la diminution du rapport elliptique, le mode de détachement tourbillonnaire est plus stable et dure plus

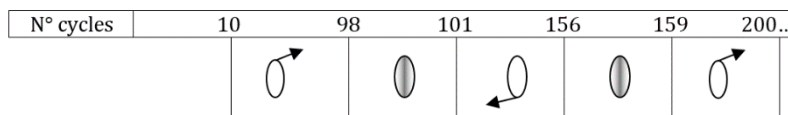
longtemps, tel qu'il est montré sur la figure 5.11c pour le cas $\varepsilon = 0.4$. Cependant, nous ne pouvons pas dire autant en ce qui concerne la régularité, car les différentes commutations apparaissent à intervalles non réguliers et les prochains changements de vorticité sont difficiles à prévoir. Concernant les périodes intermittentes, elles ne durent que quelques cycles (de 2 à 4 cycles) dans toute la gamme de $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$ comme le montrent les figures 5.11a-c.



a) $\varepsilon = 0.6$



b) $\varepsilon = 0.5$



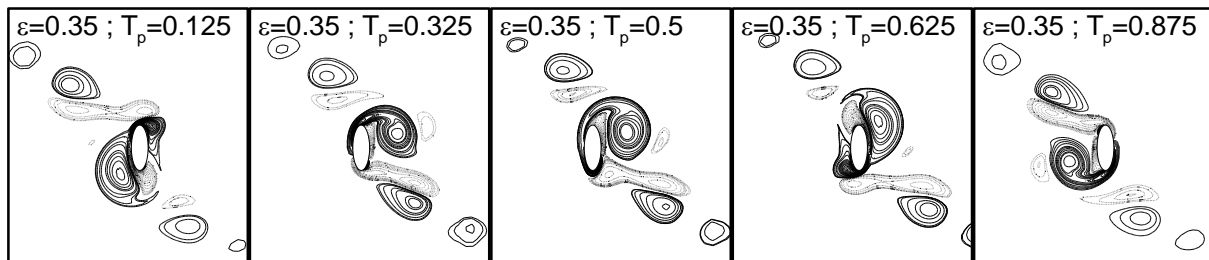
c) $\varepsilon = 0.4$

Fig. 5.11 - Historique des différentes formes de détachement tourbillonnaire durant 200 cycles pour $\varepsilon = 0.6, 0.5$ et 0.4 .

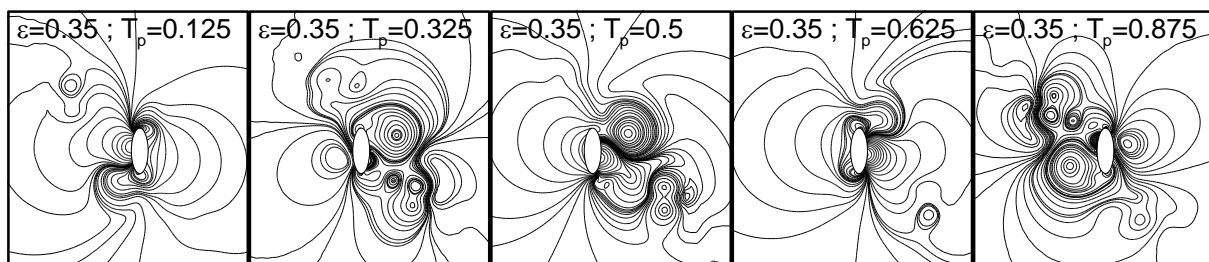
5.2.1. D - Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon = 0.35$

Les résultats des champs de vorticité et de pression pour un écoulement oscillant autour d'un cylindre de rapport elliptique de $\varepsilon = 0.35$ sont respectivement illustrés sur les figure 5.12a-b. Le champs de vorticité pour ce rapport elliptique se caractérise par l'émission d'une paire de tourbillons contrarotatifs à chaque demi-cycle. Chacune des deux paires tourbillonnaires est convecté loin du cylindre en opposés en une allée diagonale à l'axe d'écoulement (voir fig. 5.13). Ce tracé tourbillonnaire diagonal est une

caractéristique du régime F déterminé par **TB90**[9] et également identifié comme étant le mode double-paires par **Williamson** [10].



a) Evolution du champ de vorticité



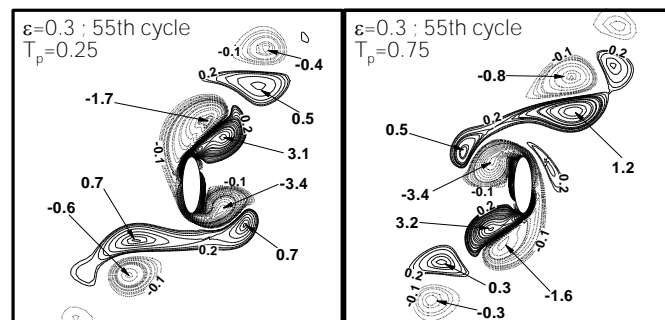
b) Evolution du champ de pression

Fig. 5.12 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour $\epsilon = 0.35$.

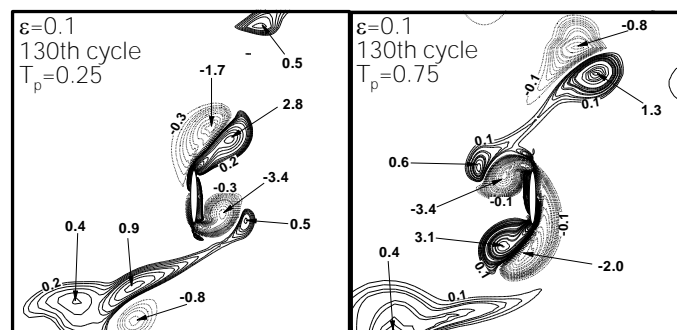
En analysant la figure 5.12a, nous remarquons que le mécanisme d'ouverture des zones de recirculation et de détachement tourbillonnaire du mode double-paires est le même que celui observé dans le mode simple-paire paru dans la gamme des rapports elliptique $\epsilon \in [0.4, 0.6]$. En effet, l'obstruction d'ouverture de la zone de recirculation inférieur par un gros tourbillon qui frotte contre la couche limite et contrarie son décollement en aval est retrouvé au temps de phase $t_p = 0.125$. Cependant, dans le cas du mode double-paires, cet  v nement survient au demi-cycle suivant ($t_p = 0.625$) dans zone supérieur car une paire de tourbillons est  mise par chaque demi-période d'oscillation contrairement au mode simple-paire (fig. 5.9a). Le champ de vorticité durant le premier demi-cycle ($0 \leq t_p \leq 0.5$) est identique aux champs de vorticité développé au second demi-cycle ($0.5 \leq t_p \leq 1$). Il s'agit de la symétrie centrale par rapport au centre du cylindre avec un déphasage d'une demi-période. A noté aussi que cet écoulement est très stable. En effet, au cours des 200 cycles simulés, aucune commutation n'a été observée.

5.2.1.E - Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon \in [0.1, 0.3]$

L'écoulement dans le cas d'un rapport elliptique $\varepsilon \in [0.1, 0.3]$ présente un mélange des différentes formes identifiées auparavant, à savoir le régime simple-paire contrarotatives diagonaux observés dans les cas de $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$ et le régime double-paire semblables à ceux rencontrés dans le cas $\varepsilon = 0.35$. Les figures 5.13 et 5.14 ci-dessous illustrent respectivement les détachements double-paires et mono-paire pour les rapports elliptiques $\varepsilon = 0.3$ et $\varepsilon = 0.1$. Ajouté à ces deux modes, nous remarquons également un troisième mode de détachement tourbillonnaire, assez difficile à décrire et que nous appellerons « régime chaotique ». En effet, ce mode se caractérise par un écoulement désordonné, pour lequel il n'est plus possible d'identifier un schéma de lâcher tourbillonnaire durable. Des tourbillons sont émis dans différentes directions. Les tourbillons peuvent se déchirer ou fusionner, rendant leurs interactions plus complexes et instables. La figure 5.15 représentant la vorticité pour le rapport $\varepsilon = 0.3$ au cours de deux cycles consécutifs (198 et 199^{ème} cycle) révèle l'ampleur du désordre.



a) $\varepsilon = 0.3$ durant le 55ème cycle



b) $\varepsilon = 0.1$ durant le 130ème cycle

Fig. 5.13 - Comparaison des détachements tourbillonnantes en mode double-paires pour $\varepsilon = 0.3$ et 0.1

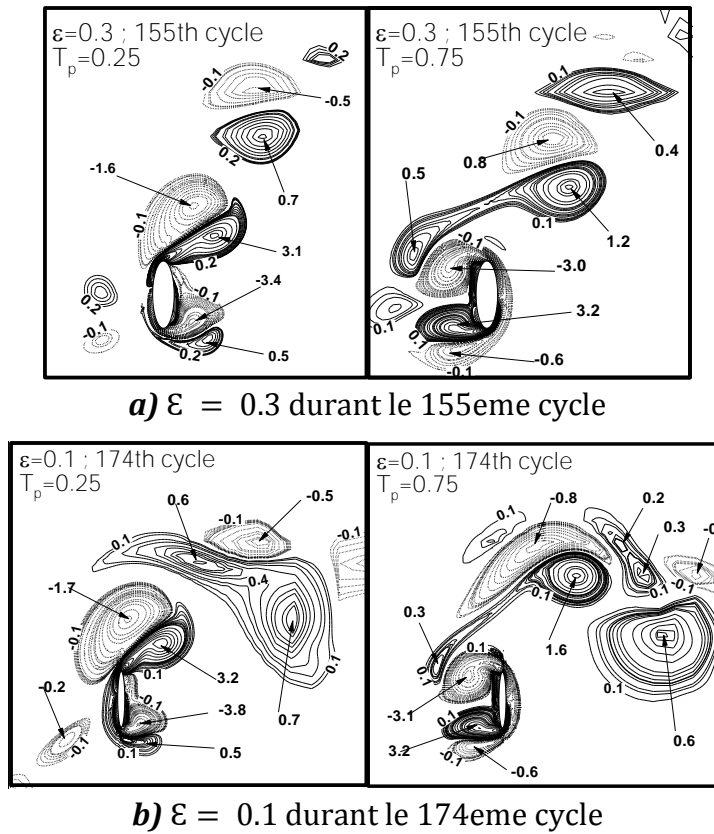


Fig. 5.14 - Comparaison des détachements tourbillonnants en mode mono-paire pour $\epsilon = 0.3$ et 0.1

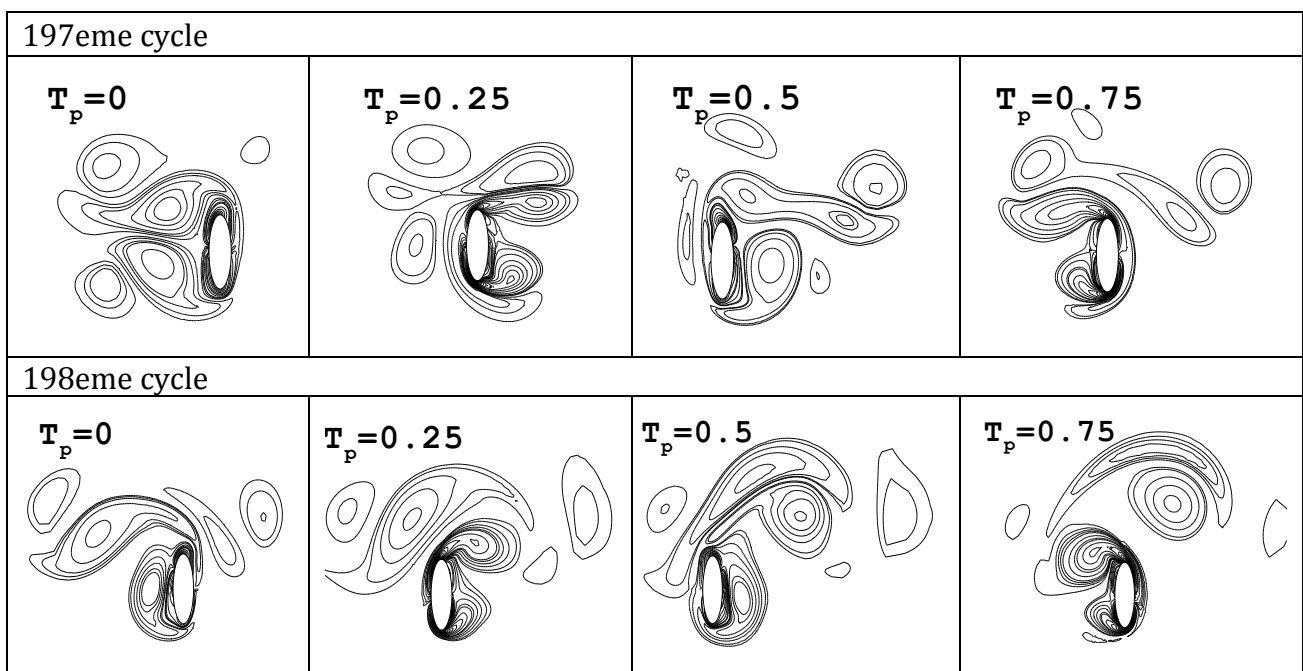


















Fig. 5.15 - Evolution de la vorticité au cours de deux cycles d'intermittence consécutifs (197ieme et 198ieme cycle) pour le cas du rapport $\epsilon = 0.3$



















Les figures 5.16a-c sont une représentation schématique de l'histoire des détachements tourbillonnaires observés au cours des 200 cycles pour les valeurs du rapport elliptique (0.3, 0.25 et 0.1) respectivement ; où  représente un cycle en mode mono-pairs,  Cycle en mode double-paires, et  un cycle intermittent en mode chaotique. Ces figures peuvent être utilisées pour examiner la stabilité de l'écoulement. La figure 5.16a montre que pour un rapport elliptique de 0.3, les 200 cycles d'écoulement peuvent être divisés en trois sections de temps où chacune d'elles se distinguant par l'apparition d'une seule forme de détachement tourbillonnaire. A cet effet, nous déduisons donc que cet écoulement est pratiquement stable. Au-delà de ce rapport elliptique ($\epsilon < 0.3$), l'écoulement devient progressivement instable admettant ainsi un changement plus fréquent dans le mode des détachements tourbillonnaires où le mode chaotique dure plus longtemps. A noter également que ces changements sont plutôt difficiles à prévoir, car aucune régularité dans leur succession a été détectée au cours de ces 200 cycles étudiés (Fig. 5.16b, c).

N° cycle	20	140	180	200...
				

a) $\epsilon = 0.3$

N° cycle	10	59	65	116	128	147	154	193	196	200...
										

b) $\epsilon = 0.25$

N° cycle	11	19	25	40	54	58	78	91	113	124	128	139	154	158	160	171	184	192	200
																			

c) $\epsilon = 0.1$

Fig. 5.16 – Historique des différentes formes de détachement tourbillonnaire durant 200 cycles pour $\epsilon = 0.1, 0.25$ et 0.3 .

5.2.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques

Il est bien connu que la distribution du champ de vorticité affecte nettement les forces agissant sur le cylindre. Lors de l'étude des champs de vorticité développé par un écoulement oscillatoire dans des conditions du régime A ($KC=5$ et $Re=100$) autour d'un cylindre de différentes formes elliptiques, nous avons constaté que lors que le rapport elliptique diminue la symétrie de l'écoulement est brisée en développant d'autres modes de détachement tourbillonnaire que celui du régime A, mais aussi, que pour certains rapports elliptiques, plusieurs modes se succèdent au fil d'une même simulation.

Dans cette section, nous mettons en évidence l'effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques mais aussi le couplage existant entre l'évolution du sillage tourbillonnaire instationnaire et la représentation des efforts hydrodynamique agissant sur la structure. Les figures 5.17 et 5.18 montrent respectivement l'évolution temporelle de la force totale adimensionnelle transversale ($F_{y,t}$) et de la force longitudinale ($F_{x,t}$) pour plusieurs valeurs du rapport elliptique sur un intervalle de temps plus longs (200 cycles). Leur analyse permettra de caractériser et d'interpréter les fluctuations de l'amplitude des forces sur les temps longs, notamment en lien avec la stabilité des modes au cours du temps. Tandis que les figures 5.19a-b et 5.20a-b rapportent l'évolution des composantes de pression et de cisaillement des forces longitudinale et transversale sur une seule période, ceci permettra d'analyser leur comportement en temps de phase.

Les figures 5.17 et 5.18 montrent respectivement l'évolution temporelle des forces totales adimensionnelles transversale ($F_{y,t}$) normale à l'axe d'oscillation et longitudinale ($F_{x,t}$) parallèle à l'axe d'oscillation pour plusieurs valeurs du rapport elliptique au cours de 200 cycles d'oscillation d'écoulement initialement au repos. Nous constatons en premier lieu que, dans tous les cas considérés, ces forces sont périodiques et que la force longitudinale est beaucoup plus importante que la force transversale.

La figure 5.17 montre aussi que la variation du rapport elliptique affecte de façon considérable la force transversale. Les modulations de cette dernière semblent correspondre à l'instabilité provoquée par les tracés asymétriques des écoulements et dont les historiques ont été établis au cours de l'analyse de la vorticité. La réduction du

rapport elliptique a un effet double sur l'évolution de cette force en produisant en premier lieu une variation de l'amplitude de la force et favorisant l'asymétrie de l'écoulement en second.

En effet, pour les rapports elliptiques $\varepsilon \in [0.8, 1]$, la force transversale est nulle, cela est dû à la symétrie au plan $y=0$ du champ de vorticité. Ce comportement a été observé dans des études expérimentales antérieures [9,13].

Pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.75$, la force transversale est initialement négligeable jusqu'au 75eme cycle où la symétrie de l'écoulement n'est plus retrouvée (régime établi), c'est alors que la force transversale n'est plus négligeable, marquant la fin du régime symétrique. Le nombre de cycle symétrique initial diminue avec la réduction du rapport elliptique (soit 40 cycles symétriques pour $\varepsilon = 0.7$ et 15 cycles pour $\varepsilon = 0.6$). Nous soulignons également l'apparition de fluctuations de l'amplitude de la force. Ces fluctuations forment un groupe d'oscillations centrées vers les valeurs positives dues au détachement tourbillonnaire important dans le domaine $y < 0$ visualisé pr c dament dans la figure 5.8b, et d'autres centrées vers les valeurs négatives correspondant au détachement tourbillonnaire dans le domaine $y > 0$ (fig. 5.8a). Entre chaque groupe, la force transversale s'annule durant un cycle de commutation où l'écoulement retrouve sa symétrie. Le nombre des groupes de commutation sont identiques et se produisent à une fréquence régulière. Nous retrouvons également la disposition de groupe d'oscillation de la force transversale dans le cas du rapport $\varepsilon = 0.6$ qui présente le mode de détachement tourbillonnaire simple-paire en une trajectoire oblique. Ce regroupement réfère aux différentes commutations du détachement tourbillonnaire et dont l'historique a été établi sur la figure 5.11a. La réduction du rapport elliptique dans la gamme $\varepsilon \in [0.4, 0.6]$ entraine une stabilisation du mode de détachement (fig. 5.11a-c), ce qui a pour effet de réduire le nombre de groupe d'oscillation de la force transversale. A noter également que la réduction du rapport elliptique dans l'intervalle $\varepsilon \in [1, 0.4]$, provoque une augmentation en amplitude de la force due à la forte vorticité asymétrique mobilisé près du cylindre.

Pour $\varepsilon = 0.35$, la force retrouve sa périodicité et une atténuation des modulations est observée, ceci est dû au caractère stable du mode diagonal double-paires (régime F) généré par ce rapport elliptique. Au-delà de cette valeur du rapport elliptique (pour $\varepsilon \leq$

0.3), nous observons une diminution de l'amplitude cette force, en raison du faible support offert par l'obstacle dans la direction transversale.

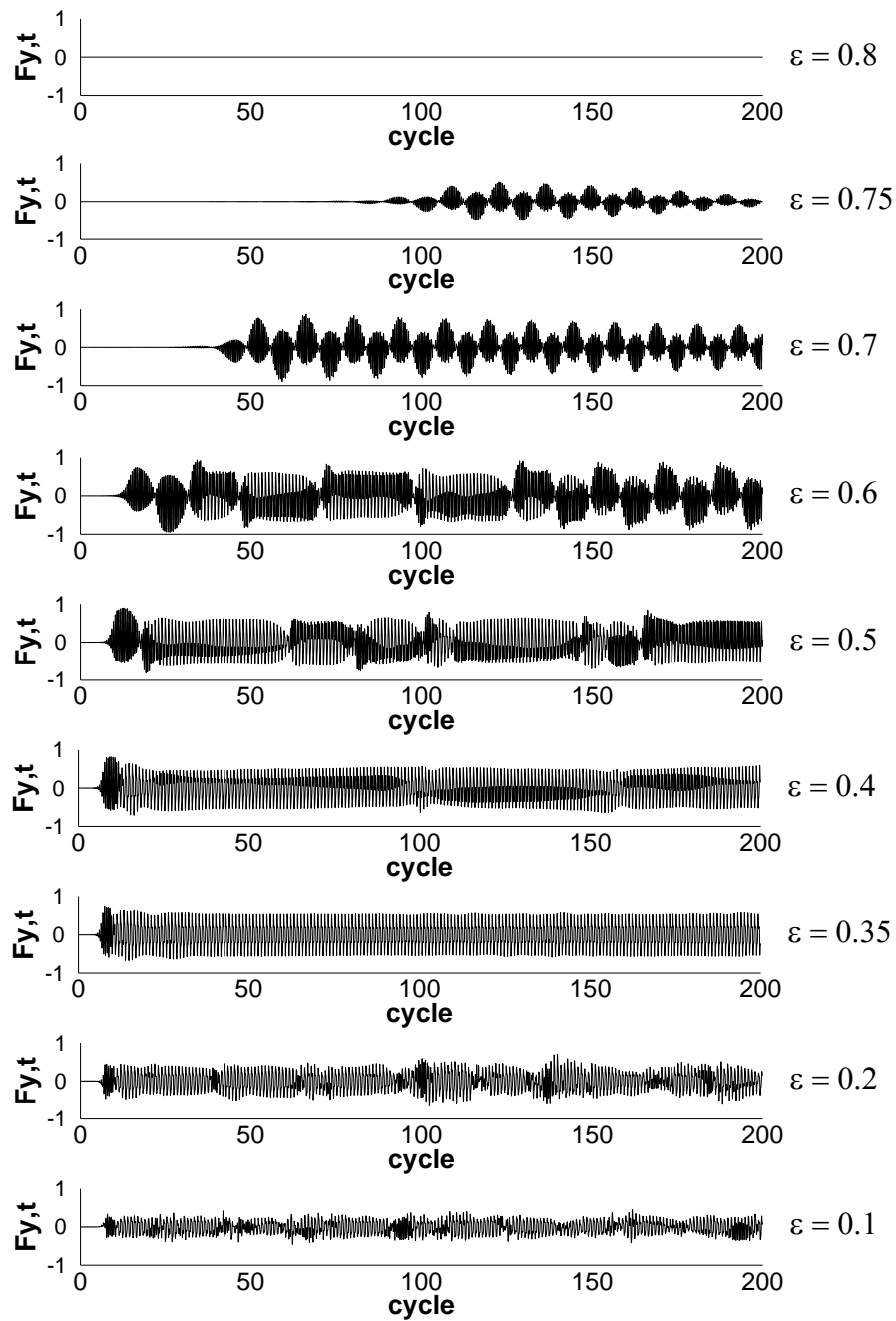


Fig. 5.17 - Evolution de la force transversale totale non-dimensionnelle en régime A pour différents rapports elliptiques

L'analyse du comportement de la force longitudinale totale adimensionnelle représentée sur la figure 5.18 durant les 200 cycles, montre une augmentation de l'amplitude de cette force avec la réduction du rapport elliptique dans tout l'intervalle de valeurs considérées. Aussi, nous remarquons de forte modulation de cette force pour les rapports elliptiques $\varepsilon < 0.3$. Ces modulations peuvent être attribuées à l'instabilité causée par les flux tourbillonnant asymétriques.

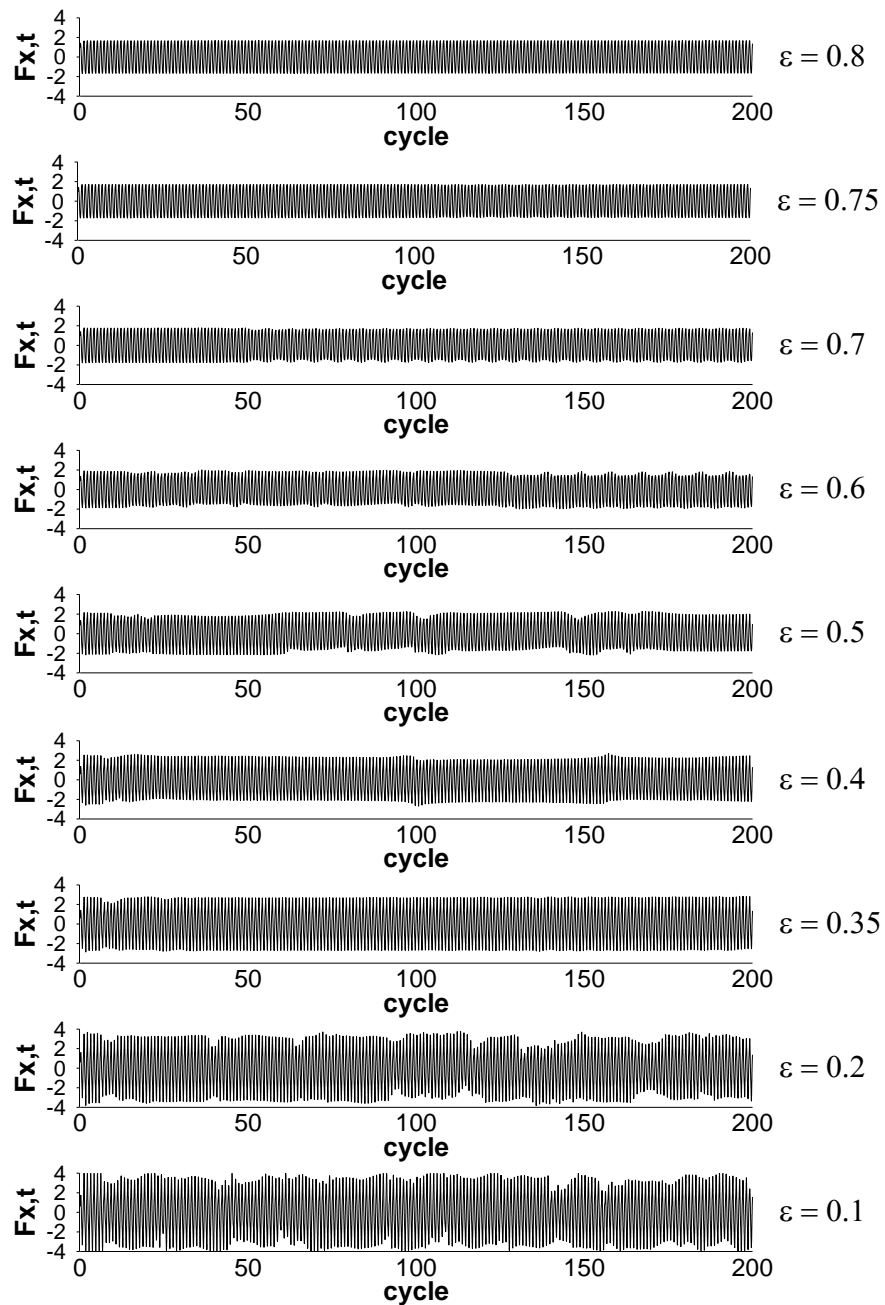


Fig. 5.18 - Evolution de la force longitudinale totale non-dimensionnelle en régime A pour différents rapports elliptiques

Les figures 5.19a,b illustrent respectivement l'évolution des composantes de la force longitudinale, à savoir la force longitudinale de pression ($F_{x,p}$) et la force longitudinale de cisaillement ($F_{x,s}$) pour plusieurs valeurs du rapport elliptique au cours d'un cycle d'oscillation. Ces deux figures montrent clairement que la forme géométrique du cylindre a un grand effet sur ces forces.

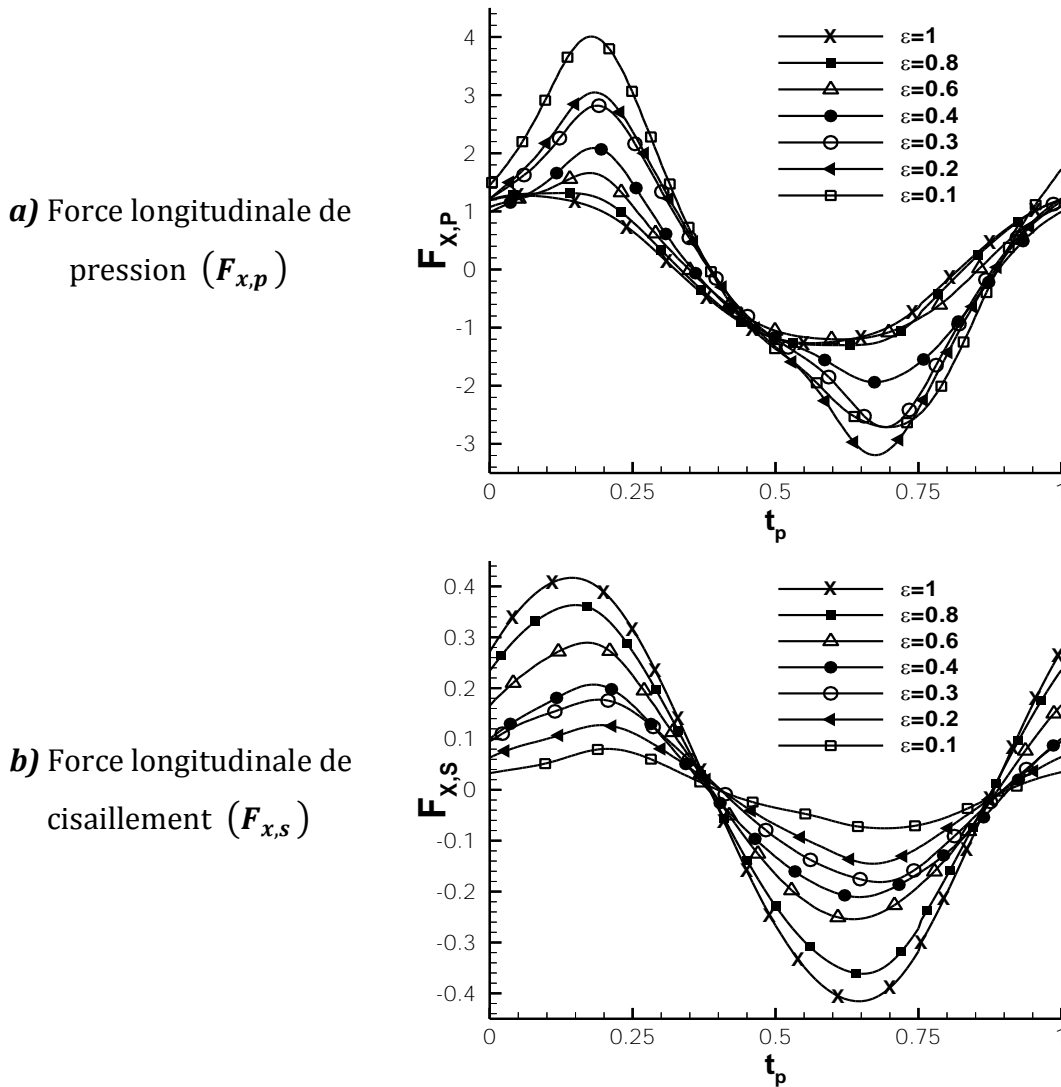


Fig. 5.19 - Evolution de la force longitudinale **(a)** de pression et **(b)** Force longitudinale de cisaillement durant le 90eme cycle pour différents rapport elliptique

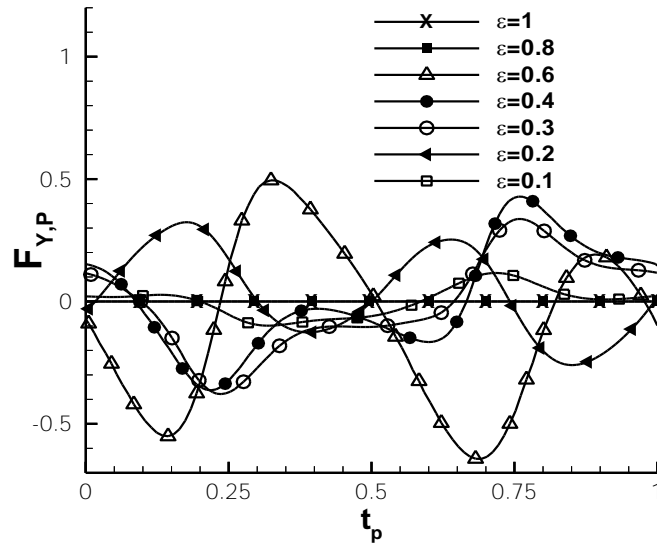
En premier lieu, nous observons que pour tous les rapports elliptiques, que l'évolution des composantes de la force longitudinale sont quasiment sinusoïdale et que l'amplitude de la composante de pression est beaucoup plus importante que celle de la force de cisaillement. Aussi, la figure 5.19a montre que la force longitudinale de

pression, perpendiculaire à la surface du cylindre, augmente avec la diminution du rapport elliptique, tandis que la force longitudinale de cisaillement (fig. 5.19b), tangentielle à la surface du cylindre et due à la viscosité du fluide, diminue avec la réduction de ce rapport. En effet, la réduction du rapport elliptique donne un profil de faible courbure exposant ainsi une zone plus large perpendiculairement à l'écoulement et réduisant l'étendue longitudinale de la surface du corps. Il est également noté que, dans la zone d'amplification des deux forces, les courbes suivent la même progression et le moment correspondant à leurs valeurs maximales s'étale dans le premier et le troisième quart de la période. Pourtant, chaque rapport elliptique présente un mode de détachement tourbillonnaire différents, en effet, en se référant aux historiques des détachements établis sur les figures 5.11 et 5.16, au 90ème cycle on retrouve le mode symétrique pour $\varepsilon=1$ et 0.8, asymétrique oblique pour $\varepsilon=0.4$ et 0.6 et diagonale pour $\varepsilon=0.3$ et 0.1). Le mode de détachement tourbillonnaire ne semble pas donc affecter l'évolution de ces composantes de la force longitudinale pour autant.

Les figures 5.20a-b rassemblent respectivement l'évolution de la force transversale de pression et la force transversale de cisaillement sur une seule période d'oscillation pour plusieurs rapports elliptique. Contrairement aux composantes de la force longitudinale où il a été démontré que seule la géométrie elliptique du cylindre a un grand effet sur leur évolution mais n'a montré aucun effet du type de mode de détachement tourbillonnaire ; nous ne pouvons pas en dire autant concernant les composantes de la force transversale où leur complexité est à l'image des turbulences générées sur le cylindre par les différents modes de détachement tourbillonnaire.

Pour les rapports elliptiques $\varepsilon=1$ et 0.8, la force de pression et la force de cisaillement sont nulles en raison de la symétrie de l'écoulement. Pour des valeurs inférieures du rapport elliptique, les composantes de la force transversale présentent en générale quatre (04) extrema par période. Il est difficile de déceler un quelconque comportement rationnel ni en amplitude ni en évolution dans le temps de phase en raison des effets combinés de la géométrie elliptique du cylindre et les différents modes de détachement tourbillonnaire présents. Nous nous contenterons donc de l'analyse de la force transversale totale sur un temps long de 200 cycles (fig.5.17).

a) Force transversale de pression ($F_{y,p}$)



b) Force transversale de cisaillement ($F_{y,s}$)

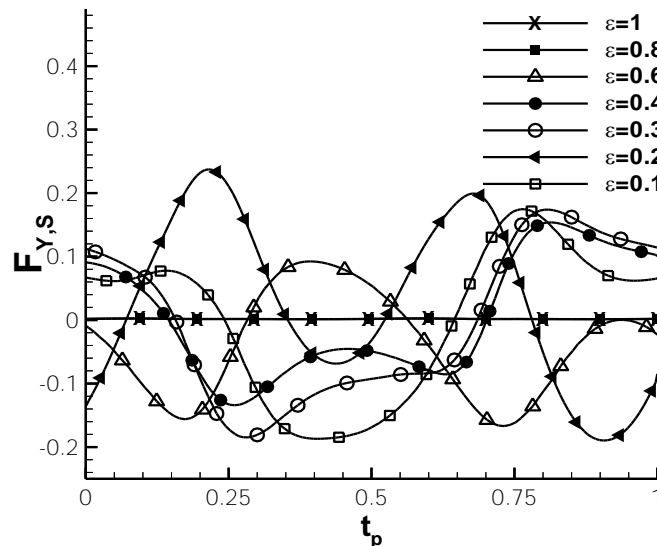


Fig. 5.20 - Evolution de la force transversale (a) de pression et (b) de cisaillement durant le 90eme cycle pour différents rapport elliptique

5.2.3 Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

Les valeurs efficaces (RMS) des forces ainsi que les coefficients du Morison calculées à partir de la force longitudinale totale pour des configurations géométriques différentes et dans les conditions d'écoulement du régime A sont rapportés dans le tableau 5.2 et aussi présentés respectivement sur les figures 5.21 et 5.22. Ces résultats mettent en évidence la grande influence de la géométrie du cylindre sur ces grandeurs.

Tableau 5.2. Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime A ($KC = 5$ et $Re = 100$) et pour les différents rapports elliptiques

ε	C_d	C_m	$F_{x,RMS}$	$F_{y,RMS}$
1	2.14	2.47	3.67	0
0.9	2.23	2.46	3.68	0
0.8	2.35	2.45	3.70	0
0.7	2.55	2.38	3.72	0.49
0.6	2.73	2.28	3.75	0.70
0.5	3.01	2.27	3.77	0.65
0.4	3.61	2.34	3.96	0.55
0.3	4.62	2.46	4.45	0.56
0.2	5.29	2.57	4.85	0.42
0.1	5.81	2.75	5.25	0.30

Comme prévu, l'évolution des valeurs efficaces (RMS) des forces longitudinales et transversales totale avec le rapport elliptique (fig.21) reflète les résultats obtenus à partir de leur évolution temporelle décrite dans la section précédente sur 200 cycles. Ainsi, la force longitudinale ($F_{x,RMS}$) augmente avec la diminution du rapport elliptique ; son maximum correspond à $\varepsilon = 0.1$ et égal à 5,25. Pour la force transversale ($F_{y,RMS}$), comme il a été décrit précédemment, celle-ci prend une valeur négligeable au cours du mode symétrique soit jusqu'à $\varepsilon = 0.8$, puis augmente vers une valeur maximale de 0.7 pour $\varepsilon = 0.6$ et décroît par la suite pour atteindre une valeur de 0.3 pour $\varepsilon = 0.1$.

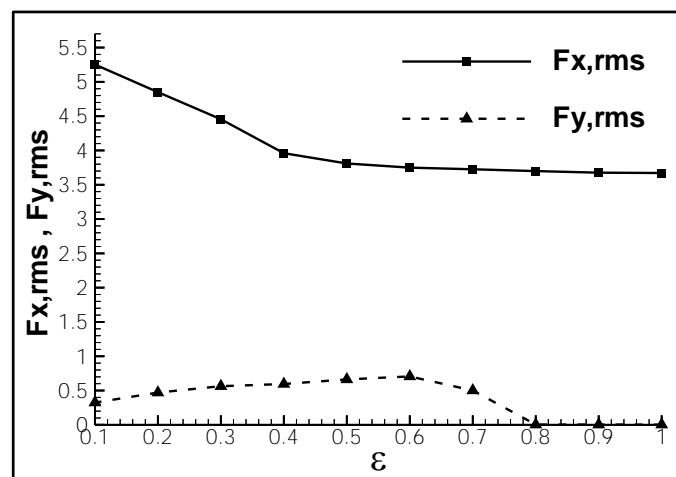


Fig. 5.21 - Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale

La figure 5.21 montre que le coefficient de traînée (C_d) augmente fortement avec la diminution du rapport elliptique et prend un minimum de 2.14 pour le cylindre à section circulaire et d'un maximum de 5.81 pour le cylindre elliptique avec un rapport de $\epsilon = 0.1$. L'augmentation du coefficient de traînée (C_d) et de la force longitudinale $F_{x,RMS}$ est principalement attribuée à la caractéristique du corps non profilé acquise par le cylindre avec la diminution du rapport elliptique exposant ainsi une large surface qui s'oppose à l'écoulement. En ce qui concerne le coefficient d'inertie, la valeur varie légèrement sur toute la plage du rapport elliptique considérée et reste dans l'intervalle $2.25 < C_m < 2.75$; cela montre que la réduction du rapport elliptique dans le sens d'écoulement n'a pas d'effet sur le coefficient d'inertie (C_m). En effet, cette indépendance du coefficient d'inertie vis-à-vis de la forme elliptique concorde avec les résultats expérimentaux obtenues par **Gus'kuva et al.** [27] pour de faibles valeurs de KC .

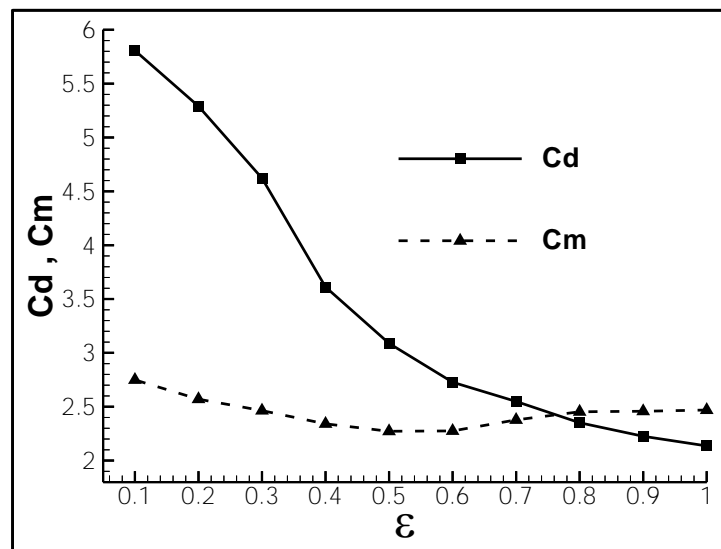


Fig. 5.22 - Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

5.3 Résultats et discussion pour un écoulement en régime D

Dans leur analyse visuelle, **TB90** [9] ont observé que le régime D est caractérisé par un tracé tourbillonnaire asymétrique en forme V, du fait que les vortex s'évacuent obliquement par rapport à l'axe de l'oscillation. Dans cette partie, nous allons étudier le cas d'un écoulement oscillatoire en régime D ($Re=130$ et $KC=6.5$, ce qui maintient le nombre de stocks à $\beta=20$) autour d'un cylindre à section elliptique. Une large gamme de rapport elliptique sera considérée. Les simulations ont été effectuées pendant un temps très long, correspondant à 200 cycles.

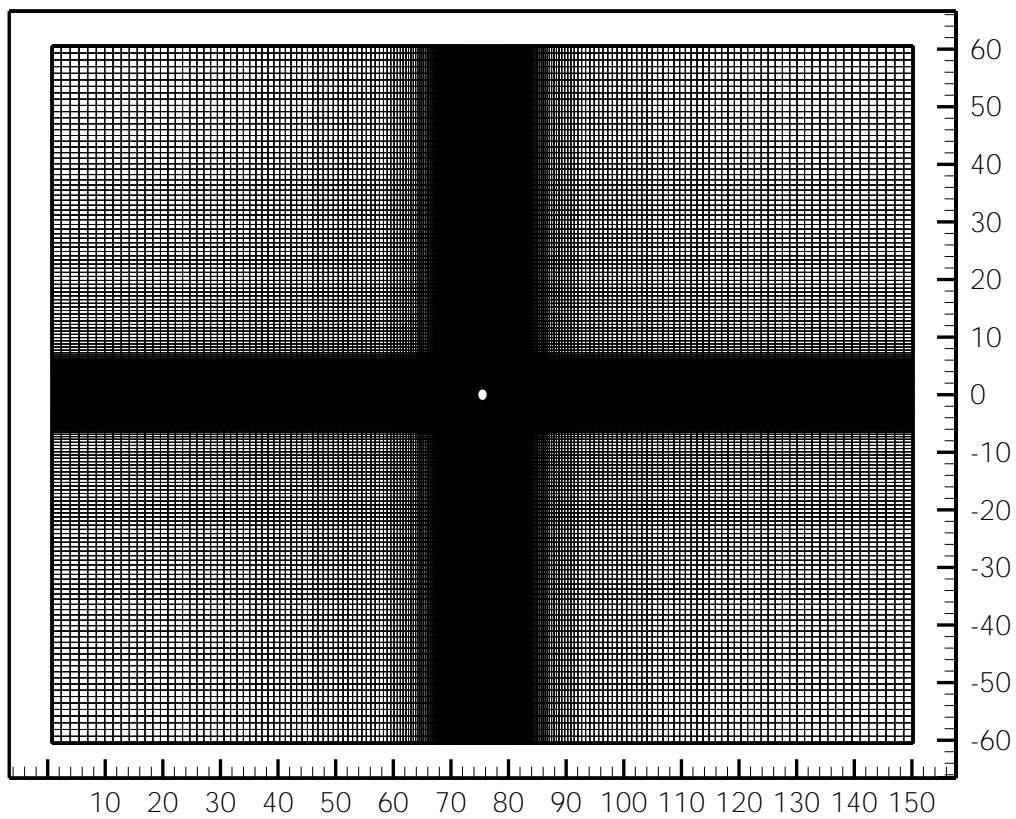
Le tableau 5.3 montre les dimensions du domaine physique et les paramètres numériques de simulation utilisés dans le cas des deux régimes étudiés, à savoir le régime D ($Re=130$ et $KC=6.5$) et régime F ($Re=170$ et $KC=8.5$). Aussi, une représentation de ce domaine est montrée sur la figure 5.23.

Tableau 5.3 : Les paramètres des simulations des régimes D et F :

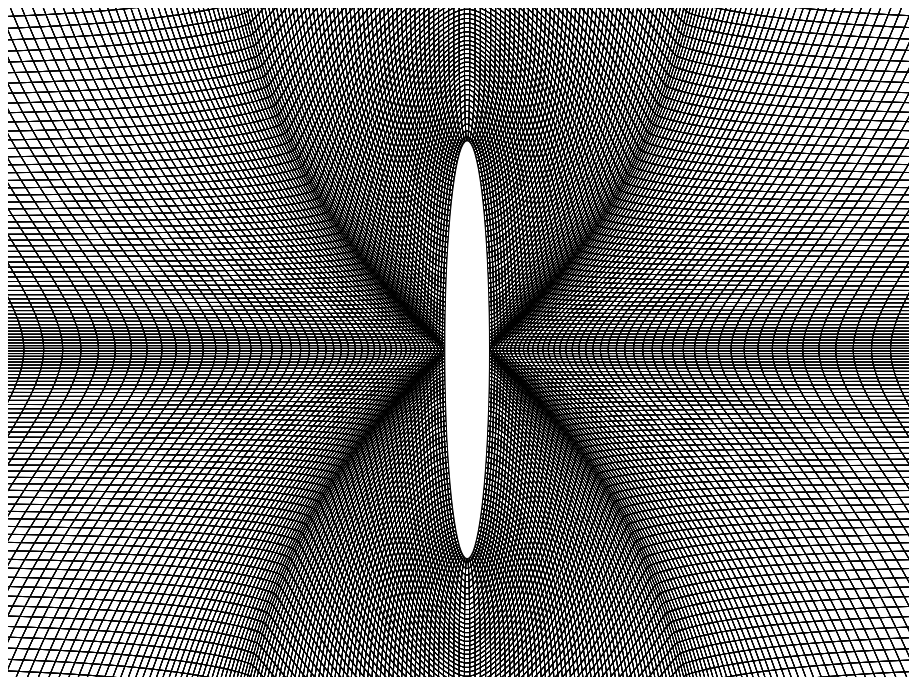
$\varepsilon = (a/b)$	L_x/D	L_y/D	L_z/D	$n_x; n_y; n_z$	n_{cir}
[0.1 , 1]	75	60	1/2	400 ; 328 ; 4	208

Où :

- D : diamètre du cylindre (égale à 2)
- $L_x; L_y; L_z$: Respectivement les dimensions du domaine physique suivant les directions $x; y; z$
- $n_x; n_y; n_z$: Respectivement les nombres de point suivant les directions $x; y; z$
- n_{cir} : le nombre de points distribués le long de la circonférence du cylindre.



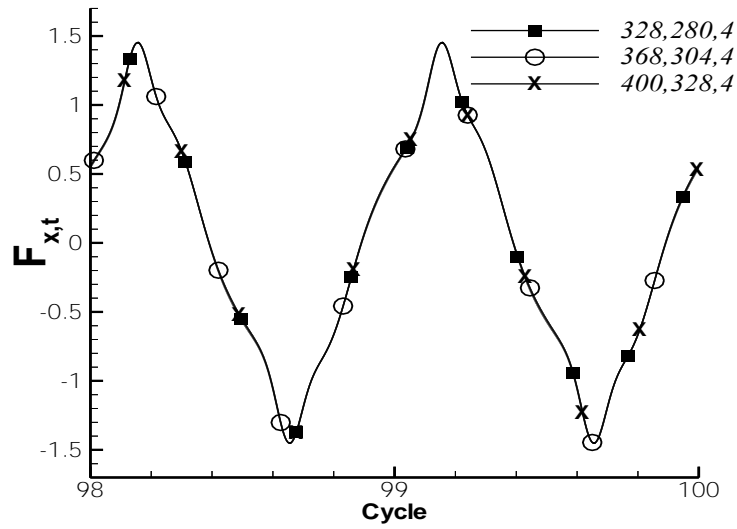
a) Dimensions du maillage ($\varepsilon = 0.8$)



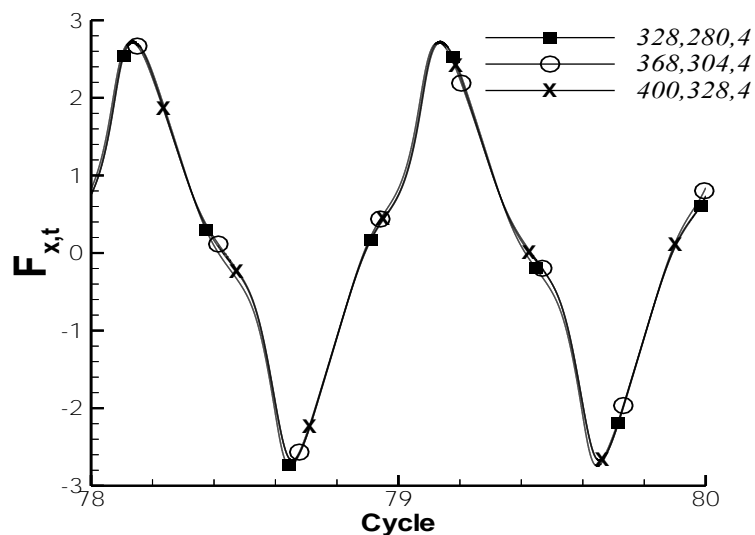
b) Vue rapprochée au voisinage de l'obstacle pour $\varepsilon = 0.1$

Fig.5.23- Dimension du maillage utilisé dans le cas des régimes D et F.

Les tests d'indépendances du maillage pour les dimensions citées dans le tableau 5.3 ont été effectués dans les conditions d'écoulement du régime F ($Re=170$ et $KC=8.5$), étant donné que ce dernier possède un nombre de Reynolds plus important. La figure 5.24 montre la force longitudinale totale adimensionnelle pour deux rapports elliptiques ($\epsilon = 0.8$ et $\epsilon = 0.1$). Les tests révèlent que le maillage utilisés est assez fin pour donner des résultats précis.



a) $\epsilon = 0.8$



b) $\epsilon = 0.1$

Fig. 5.24 - Test d'indépendance du maillage en régime F (Résultats de la force longitudinale totale adimensionnelle)

5.3.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression

L'analyse du champ de vorticité a permis cette fois-ci de regrouper les différentes valeurs du rapport elliptique selon le mode de détachement tourbillonnaire en trois domaines à savoir $\varepsilon \in [0.8, 1]$; $\varepsilon = 0.7$ et $\varepsilon \in [0.1, 0.6]$.

5.3.1.A- Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon \in [0.8, 1]$

Le mécanisme du lâcher tourbillonnaire ainsi que la distribution du champ de pression en régime D, dans le cas d'un cylindre circulaire ($\varepsilon = 1$), sont illustrés sur les figures 5.25a-b durant un cycle d'oscillation. La figure 5.25a montre un sillage tourbillonnaire qui s'organise en une allée en forme de V. En effet, les deux tourbillons de part et d'autre de l'axe des oscillations ne grandissent plus symétriquement en aval du cylindre. Lors du retournement de l'écoulement, le tourbillon le plus fort est repoussé vers l'extérieur, puis glisse le long de la structure au cours du demi-cycle suivant. Il est finalement relâché, formant ainsi l'un des bras du motif en V. Chaque V-tracé est associé à une vorticité alternée positif et négatif qui s'évacue obliquement en chaque demi-cycle dépendant du signe du grand vortex produit du côté opposé. Les figures 5.25a-b montrent également une symétrie avec un déphasage d'une demi-période du champ de vorticité par rapport à l'axe transversal (Oy) et du champ de pression par rapport aux deux axes longitudinal (ox) et transversal (Oy).

Aux cours des 200 cycles d'écoulement, trois commutations se sont produites à intervalles irréguliers induisant de manière intermittente le retournement du V-tracé ascendant en V-tracé descendant (et vice-versa). Les figures 5.26a et 5.26c représentent des modes d'écoulement stables dans le temps, tandis que la figure 5.26b montre l'écoulement intermittent.

Toutefois, selon **TB90** [9], le régime D est défini comme étant un régime temporellement stable et la commutation du tracé V est plutôt une caractéristique du régime E. En effet, tous les travaux numériques effectués sur ces deux régimes concordent globalement avec les résultats de **TB90** [9], cependant, une certaines divergences au sujet de la stabilité des modes de lâcher tourbillonnaire subsiste, et en particulier la commutation du tracé en V dans les régimes D et E. Nous donnons exemple des travaux

numériques d'Iliadis [37], Dutsch et al. [17] et d'Uzunoglu [33] qui n'ont pas pu de saisir cette commutation intermittente avec leur code numérique bidimensionnel dans le régime E, contrairement à Nehari et al. [15] qui en obtiennent dans les deux régimes D et E. Ces derniers auteurs [15] ont montré à l'aide d'un modèle numérique bidimensionnel, et pour la première fois un modèle tridimensionnel, que les basculements dans les régimes D et F sont déclenchés par une instabilité bidimensionnelle de l'écoulement, puisque ce phénomène est reproductible par des calculs plans.

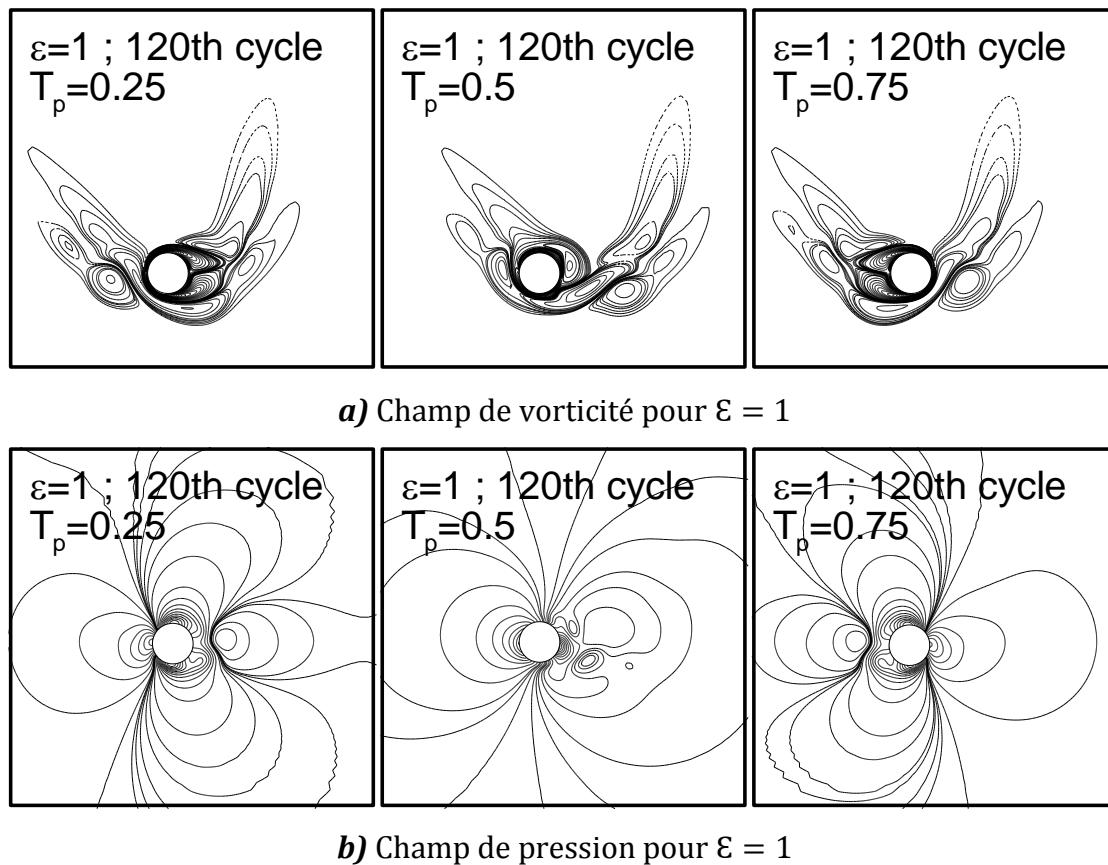


Fig. 5.25 – Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon=1$

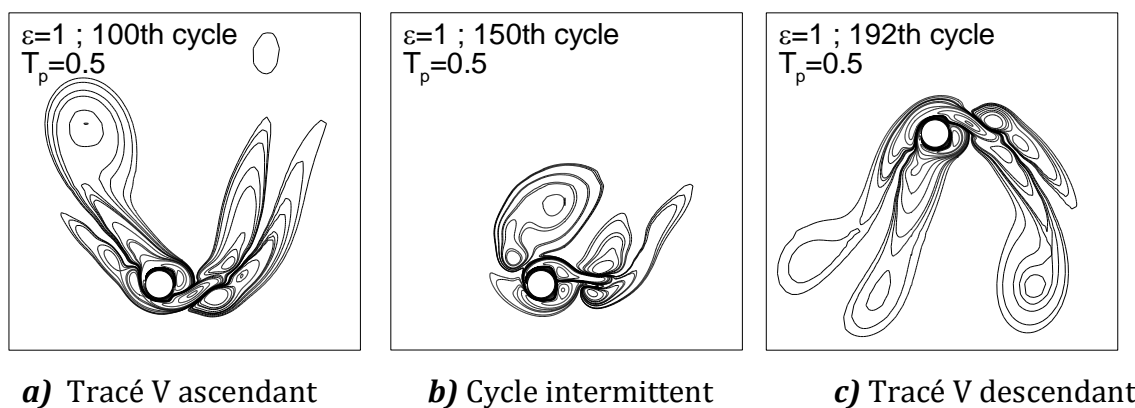
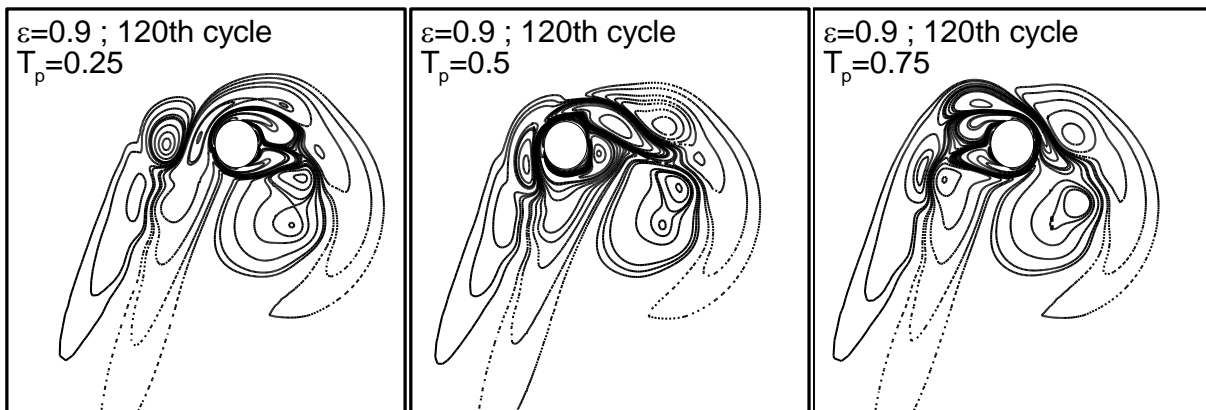
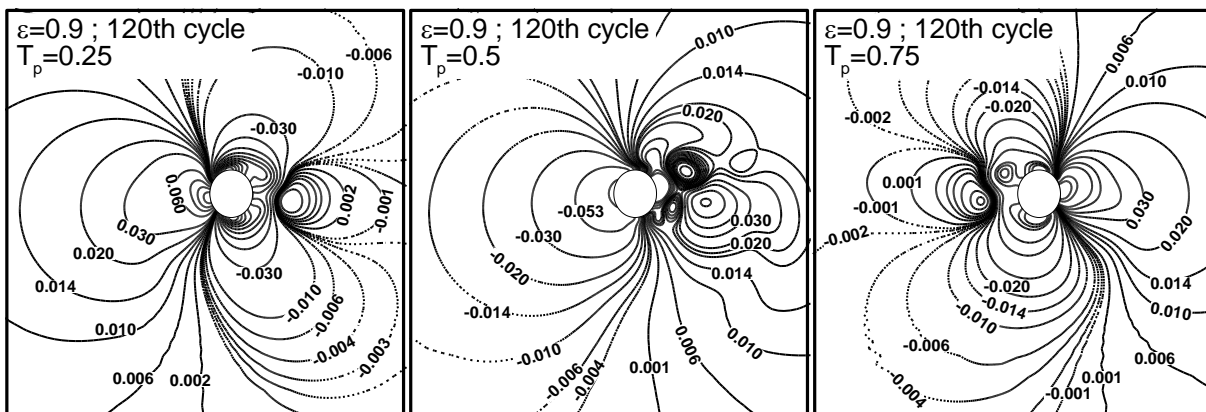


Fig. 5.26 – Commutation du tracé V pour le rapport elliptique $\varepsilon = 1$

Pour le cas d'un cylindre de rapport elliptique $\varepsilon = 0.9$, l'évolution de la vorticité en temps de phase est représentée sur la figure 5.27a et montre le même mécanisme de détachement tourbillonnaire observé dans le cas d'un cylindre circulaire. Cependant, la symétrie par rapport à l'axe transversal (Oy) n'est plus retrouvée et le sillage en forme de V se retrouve déformé. La figure 5.28 regroupe de champ de vorticité dans les cas des rapports elliptique $\varepsilon = 1$ et 0.9 et permet de mieux cerner la différence du tracé en V généré par ces deux structures. Ainsi, contrairement au cas $\varepsilon = 1$ (fig. 5.28a), le bras droit du tracé V dans le cas $\varepsilon = 0.9$ (fig.5.28b) présente un grand tourbillon possédant deux vorticités centrales positives ($w_z = 0.13$ et 0.26). Ce dernier n'est pas convecté obliquement et reste au voisinage du cylindre entrainant avec lui l'enroulement du tourbillon négatif.



a) Champ de vorticité pour $\varepsilon = 0.9$



b) Champ de pression pour $\varepsilon = 0.9$

Fig. 5.27 – Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.9$

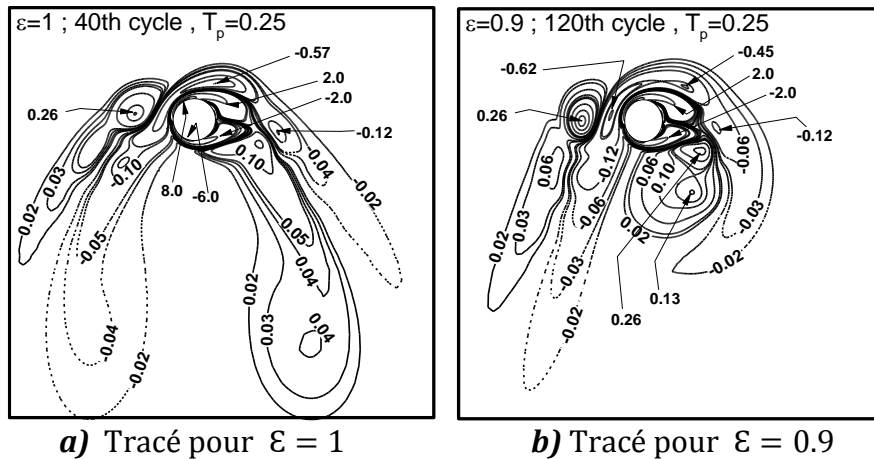


Fig. 5.28 – Comparaison des tracés de vorticité des rapports elliptique $\epsilon = 1$ et 0.9

Pour un cylindre de rapport elliptique $\epsilon = 0.8$, les évolutions du champ de vorticité (fig.5.29a) montre un tracé V déformé de part et d'autre du cylindre. Le mécanisme de détachement tourbillonnaire durant le premier demi-cycle ($t_p = 0.25$ à 0.5) est le même observé pour le cas du rapport $\epsilon = 0.9$. Cependant, au second demi-cycle qui suit ($t_p = 0.75$ à 1), le mécanisme du lâché tourbillonnaire semble être celui du mode simple-paire décrit précédemment. En effet, la paire tourbillonnaire contrarotative (indiquée au $t_p = 1$ par les vorticités centrales $w_z = 0.7$ et -1.2) est lâchée en une trajectoire plus au moins longitudinale puis ramenée par l'écoulement vers le cylindre au demi-cycle suivant.

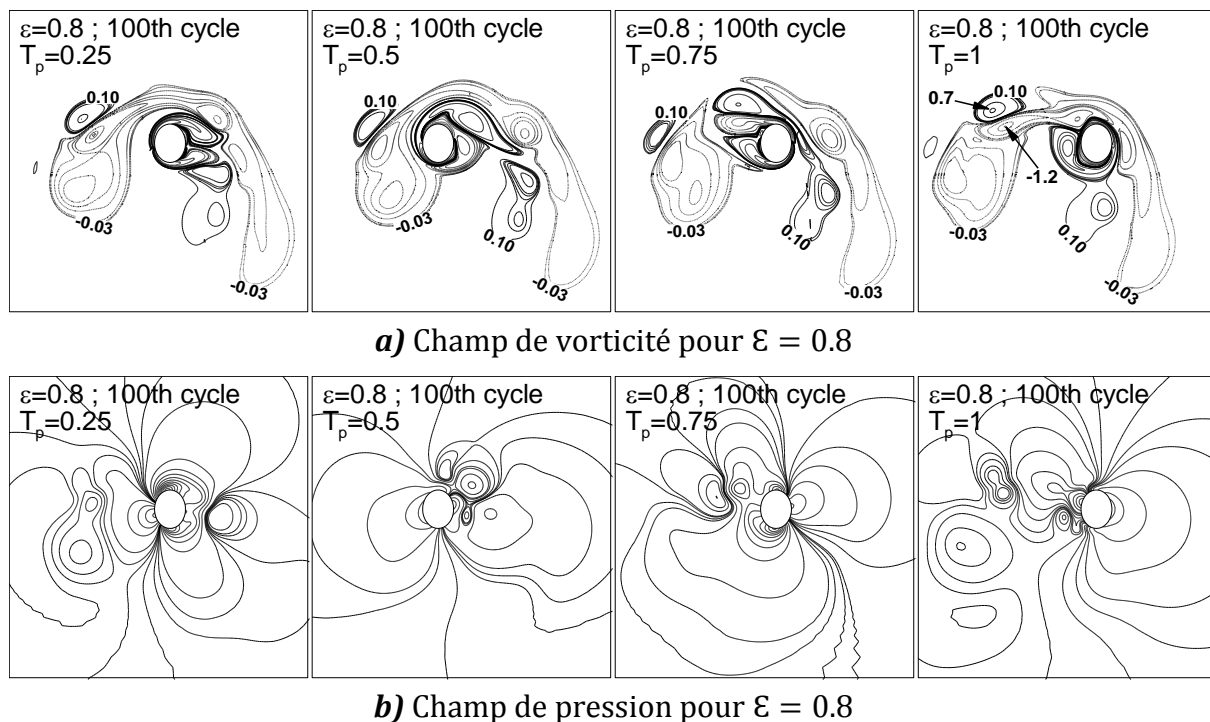
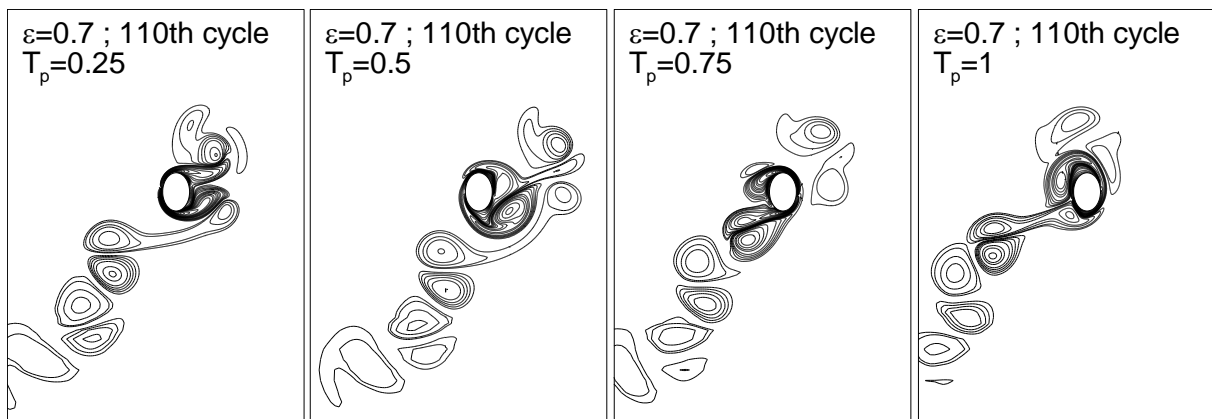


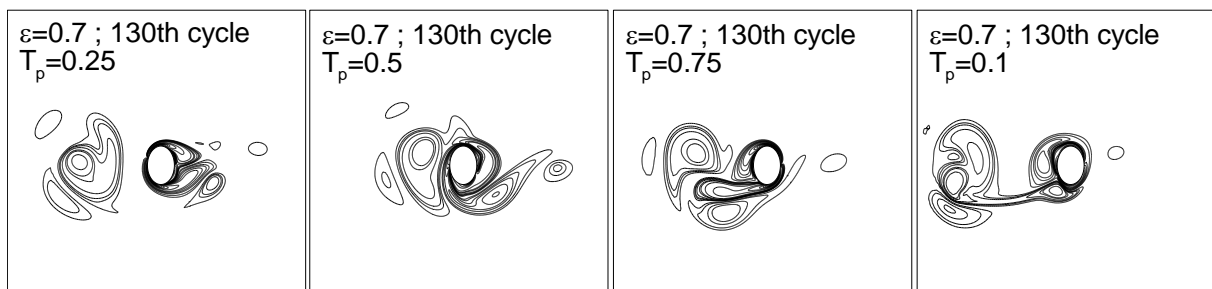
Fig. 5.29 – Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport $\epsilon = 0.8$

5.3.1.B - Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon = 0.7$

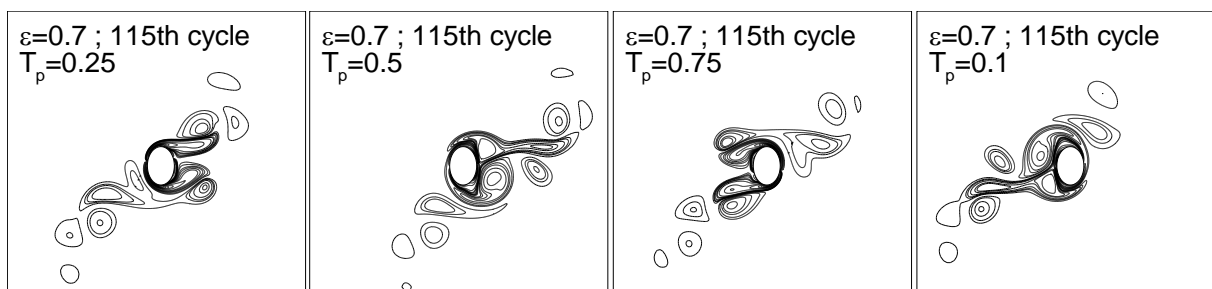
Le tracé tourbillonnaire en V n'est plus retrouvé pour le cas du rapport $\varepsilon = 0.7$, marquant ainsi la fin du régime D. L'analyse du champ de vorticité durant les 200 cycles simulés a montré une très grande instabilité du champ de vorticité. L'écoulement présente deux modes connus et déjà décrits précédemment, à savoir le mode simple-paire (fig. 5.30a et 5.30b) et le mode double-paires (fig. 5.30c) d'une durée de 10 à 20 cycles. Le passage d'un mode à un autre (ou également la commutation de position du lâché tourbillonnaire) se fait via des cycles d'intermittence d'une durée de 2 à 3 cycles.



a) Mode simple-paire au 110eme cycle (tracé oblique)



b) Mode simple-paire au 130eme cycle (détachement parallèle à l'écoulement)



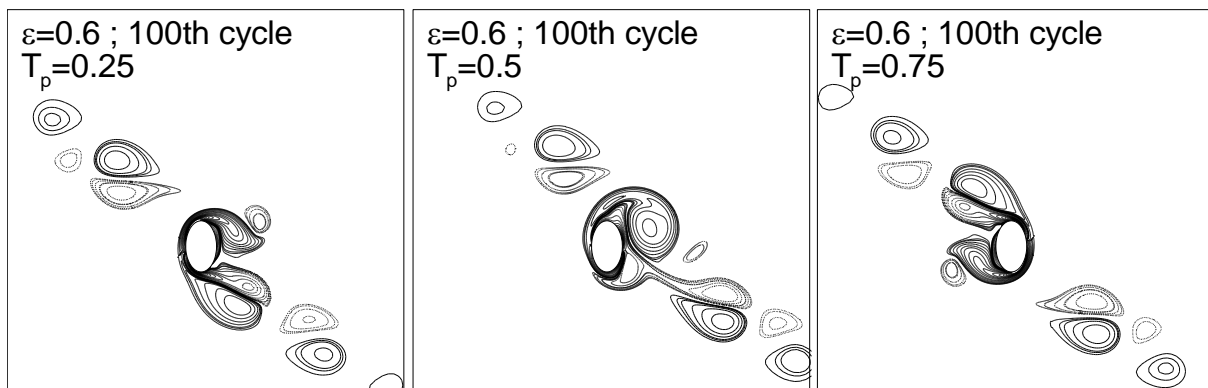
c) Mode double-paires au 115eme cycle

Fig. 5.30 – Différents modes des détachements tourbillonnantes apparus pour le cas du rapport $\varepsilon = 0.7$

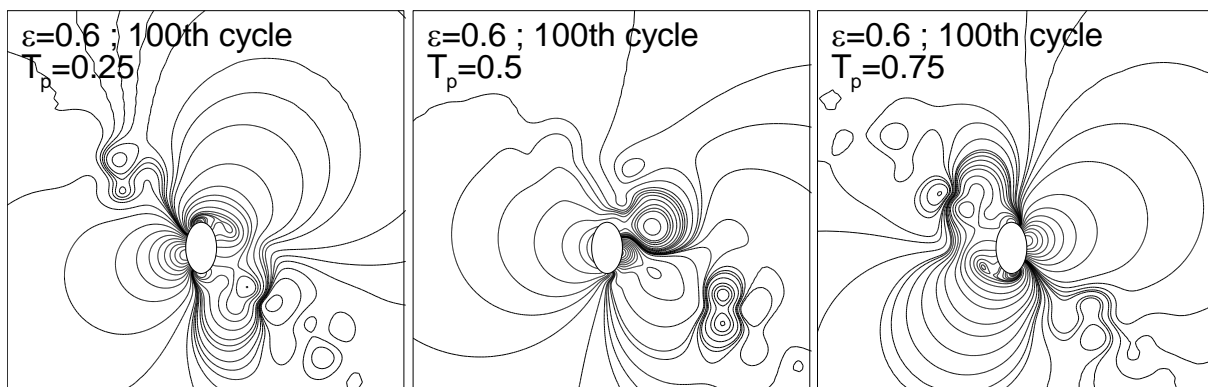
5.3.1.C - Champ de vorticité et de pression pour $\varepsilon \in [0.1, 0.6]$

Dans la gamme des rapports elliptique $\varepsilon \in [0.1, 0.6]$, le mode de détachement tourbillonnaire est le mode diagonal défini sous le nom « double-paires » par **Williamson** [10] et sous le nom « régime F » par **TB90** [9]. Le mécanisme de détachement tourbillonnaire dans ce type de mode a été déjà décrit dans la section (5.2.1.D) précédente dans des conditions d'écoulement du régime A ($Re=100$ et $KC=5$).

Les figures 5.31a-b rapportent respectivement l'évolution du champ de vorticité et du champ de pression correspondant pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.6$ durant une période d'oscillation et donne un aperçu typique de ce type de mode dans les contritions d'écoulement du régime D ($Re=130$ et $KC=6.5$).



a) champ de vorticité pour $\varepsilon = 0.6$



b) champ de pression pour $\varepsilon = 0.6$

Fig. 5.31 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.6$

Pour mieux analyser l'effet de la réduction du rapport elliptique dans la gamme $\varepsilon \in [0.1, 0.6]$, nous regroupons sur la figure 5.32 les sillages tourbillonnaires du mode double-paires émis dans le cas des rapports elliptiques 0.5, 0.3 et 0.1. Cette figure montre, que le mode de détachement reste celui du mode double-paires, cependant la réduction du rapport elliptique entraîne l'émission de tourbillons de plus grande taille et de forte vorticité dans un sillage diagonal s'étendant sur une zone plus large.

Aussi, l'analyse de l'écoulement durant les 200 cycles d'oscillation a révélé une grande stabilité du champ de vorticité. En effet, pour toutes les valeurs du rapport elliptique dans cette gamme, aucune commutation du tracé diagonal n'a été observée. Cependant, la diagonale de convection du groupe ($\varepsilon = 0.4, 0.3$ et 0.1) est inversée à celle du groupe ($\varepsilon = 0.2$ et 0.6). Ce sens de convection diagonal s'établit initialement de manière arbitraire.

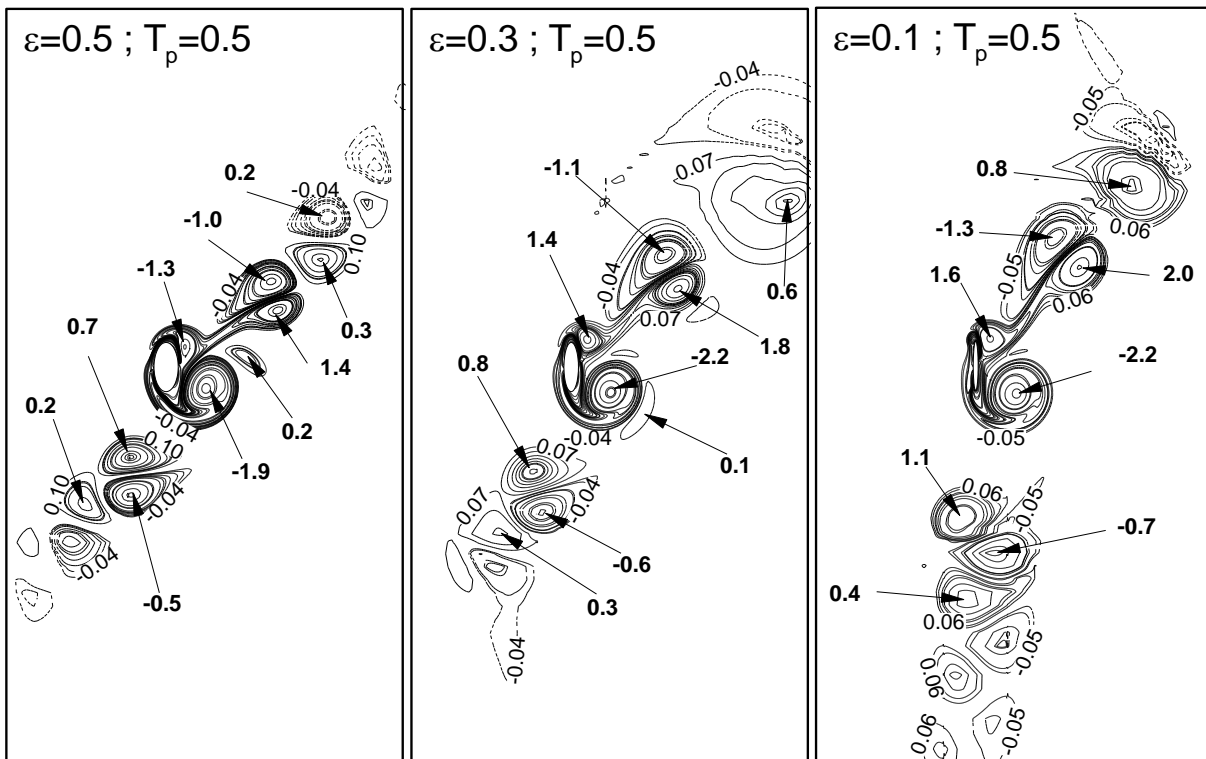


Fig. 5.32 - Comparaison des détachements de tourbillonnaire en mode double-paires pour les rapports elliptiques 0.5, 0.3 et 0.1

5.3.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques

Dans ce qui suit, nous explorons l'évolution au cours du temps des forces hydrodynamique agissant sur le cylindre au cours du temps long (200 cycles) et au cours d'une période (en temps de phase) afin de mettre en évidence l'effet du rapport elliptique et du type de mode de détachement tourbillonnaire sur leur grandeur.

Afin de bien discerner l'effet des différents modes de détachement tourbillonnaire observé pour un écoulement en condition du régime D ($Re=130$ et $KC=6.5$) autour des différents cylindres elliptiques, nous nous appuyons sur l'évolution de la force transversale totale aux cours des 200 cycles simulés, représenté ici sur la figure 5.33 et dont sa grande sensibilité aux symétries et aux fluctuations de l'écoulement a été démontrée dans la section (5.2.2) précédente.

Le V-tracé discuté ci-dessus à ses propres effets sur l'évolution de la force transversale. En effet, le V-tracé descendant induit une force d'oscillation dont la valeur moyenne par cycle est positive. Réciproquement le V-tracé ascendant induit une force ayant une valeur moyenne négative par cycle. Dans l'étape transitoire, dans laquelle le V-tracé descendant se transforme en ascendant, et vice-versa la force transversale se dégrade nettement, de sorte que les périodes dont le V-tracé est observé soient identifiées par un groupe d'oscillations de la force transversale semblables. Ceci est clairement illustré dans la figure 5.33 pour les rapports elliptiques $\varepsilon = 1$ et $\varepsilon = 0.8$ qui montre l'évolution au cours du temps de la force transversale totale adimensionnelle où nous observons la présence de plusieurs groupes, chacun étant décentrée vers des valeurs positives (correspondent au V-tracé descendant) ou négatives (V-tracé ascendant)). Nous dénombrons trois commutations pour $\varepsilon = 1$ et $\varepsilon = 0.8$. Cependant, nous notons pour le cas $\varepsilon = 0.8$ une modulation de la force transversale au cours de la troisième commutation (entre 90ème et 110ème cycle). Ces modulations sont attribuées à un changement d'angle d'ouverture du tracé V sans qu'il y ait commutation.

Pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.7$, l'analyse de l'écoulement a montré une instabilité du champ de vorticité dominé par deux types de mode de détachement tourbillonnaire (mode simple-paire et double-paires). L'ordre et la durée de leurs apparitions (d'une durée de 10 à 20 cycles) semblent assez irréguliers et le basculement d'un mode à un autre se fait via un ou deux cycles d'intermittence. La complexité de force transversale

(voir fig.5.33, $\varepsilon = 7$) est à l'image de l'instabilité du champ de vorticit   d  crit. En effet pour ce rapport elliptique, la force transversale pr  sente plusieurs modulations irr  guli  res li  es    l'alternance de diff  rents modes de lâcher tourbillonnaire

Pour des valeurs du rapport elliptique comprises entre $0.4 \leq \varepsilon \leq 0.6$ (voir fig. 5.33), la force transversale ne pr  sente aucune modulation, attestant ainsi du caract  re stable du mode diagonal double-paires qui domine ces cas. Notons aussi que l'amplitude de cette force d  croit avec la r  duction du rapport elliptique dans la gamme $\varepsilon \in [0.1, 0.6]$ en raison du faible profil que pr  sente l'obstacle dans la direction transversale.

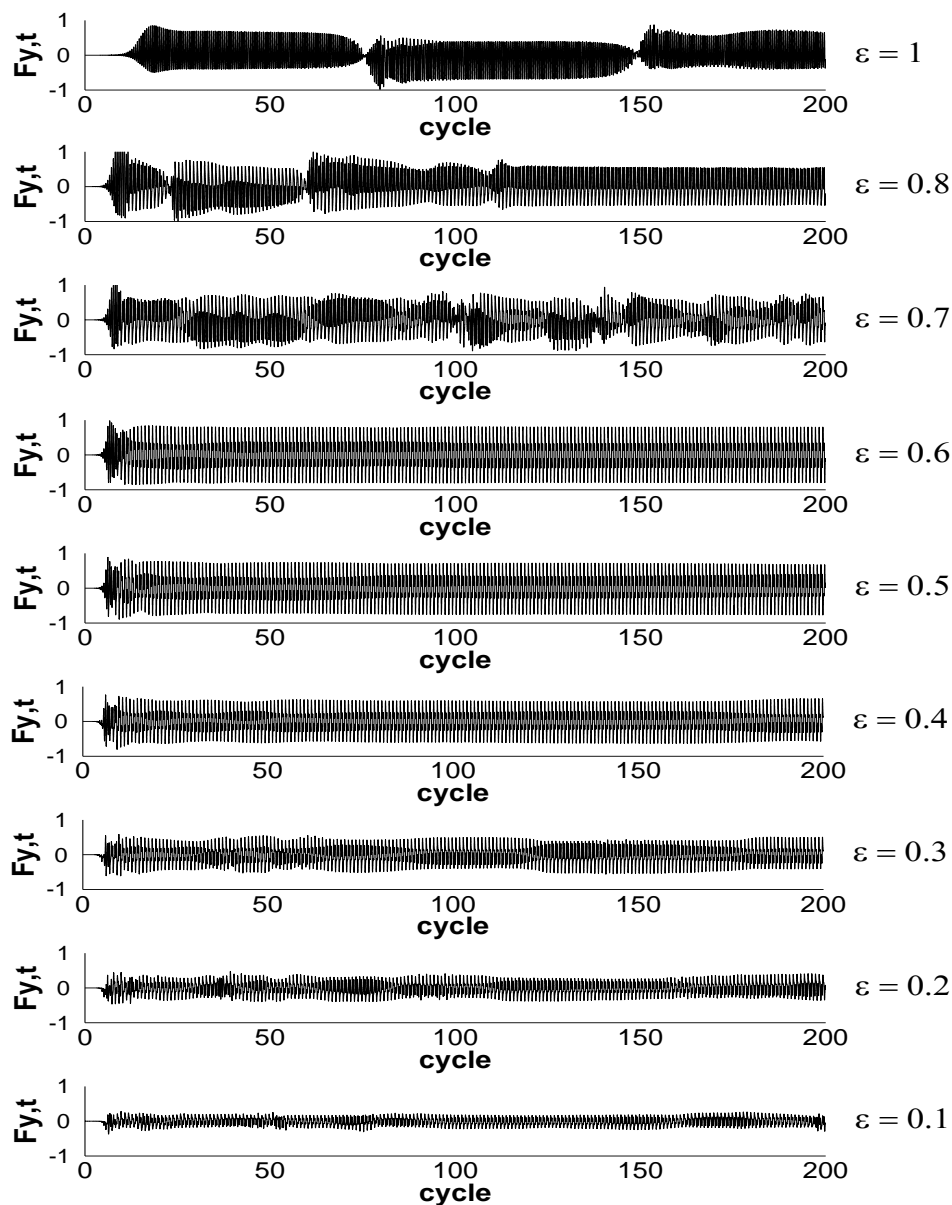


Fig. 5.33 - Evolution de la force transversale totale non-dimensionnelle en r  gime D pour diff  rents rapport elliptiques

L'évolution au cours du temps de la force longitudinale pour plusieurs valeurs du rapport elliptique est montrée sur la figure 5.34. Nous remarquons en premier lieu que l'amplitude de cette force augmente avec la réduction du rapport elliptique dans tout l'intervalle considéré. En effet, ceci est dû à la caractéristique non-profilée acquise par le cylindre elliptique où le petit axe est parallèle à l'écoulement. Par ailleurs, la force longitudinale présente une faible modulation dans le cas du rapport elliptique $\varepsilon = 0.7$, ceci peut être attribué au caractère instable de la vorticité. Pour ce qui est des autres rapports elliptiques, la force longitudinale ne semble pas être affectée par la vorticité du mode V et du mode double-paires.

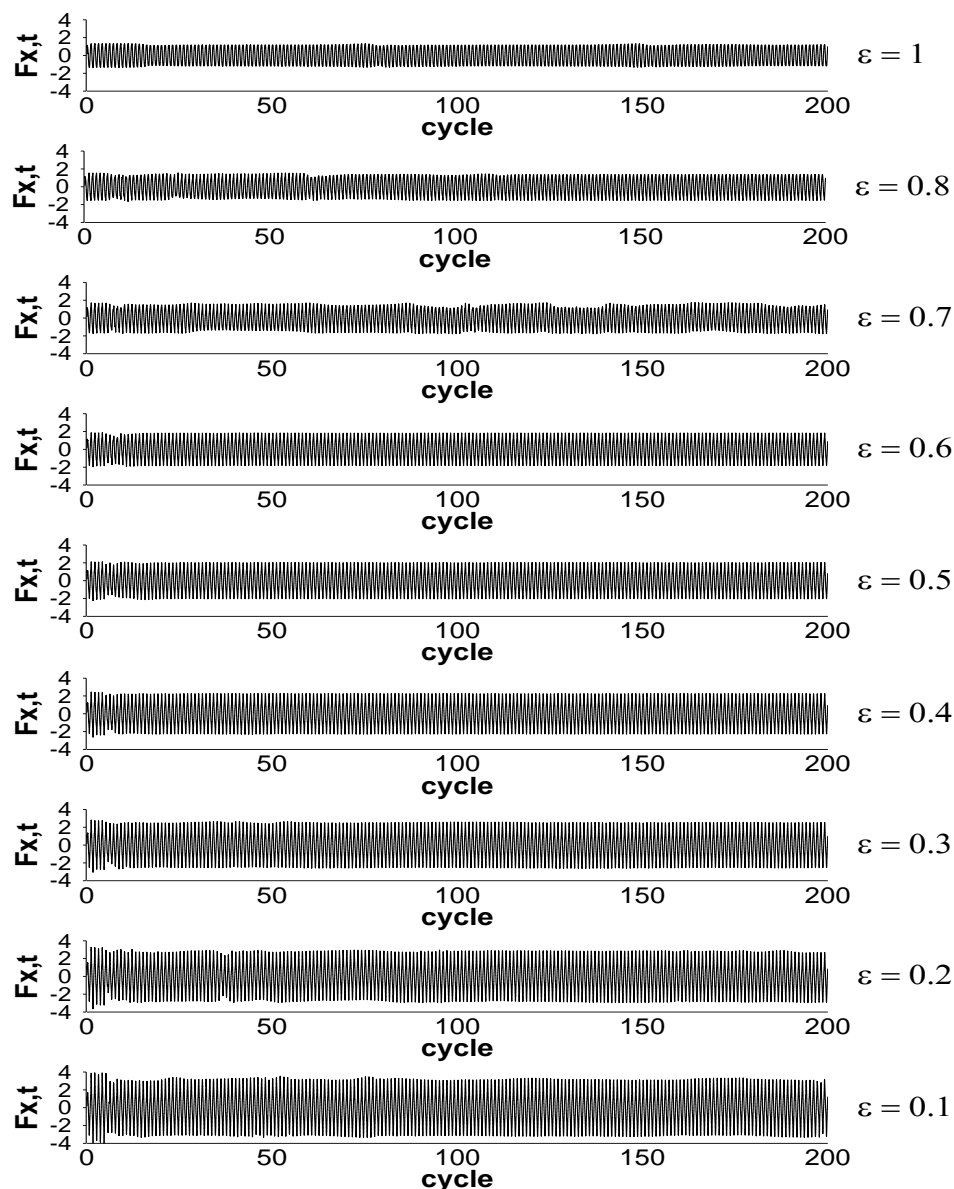


Fig. 5.34 - Evolution de la force longitudinale totale non-dimensionnelle en régime D pour différents rapport elliptiques

Les composantes de la force longitudinale sont présentées sur les figures 5.35a-b qui illustrent respectivement l'évolution de la force longitudinale de pression ($F_{x,p}$) et de la force longitudinale de cisaillement ($F_{x,s}$) pour plusieurs valeurs du rapport elliptique au cours d'un cycle d'oscillation. Comme prévu, pour tous les rapports elliptiques, l'amplitude de la composante de pression est plus importante que celle de la force de cisaillement et la réduction du rapport elliptique entraîne d'une part une amplification de la force longitudinale de pression (fig. 5.35a) et d'autre part, un amortissement la force longitudinale de cisaillement (fig. 5.35b). Aussi, l'évolution de l'ensemble des forces dans la même zone d'amplification démontre que le mode de détachement tourbillonnaire n'a pas d'effet sur les composantes de la force longitudinale. En effet, ceci a été déjà observé dans le cas du régime A étudié dans la section (5.2.2) précédente.

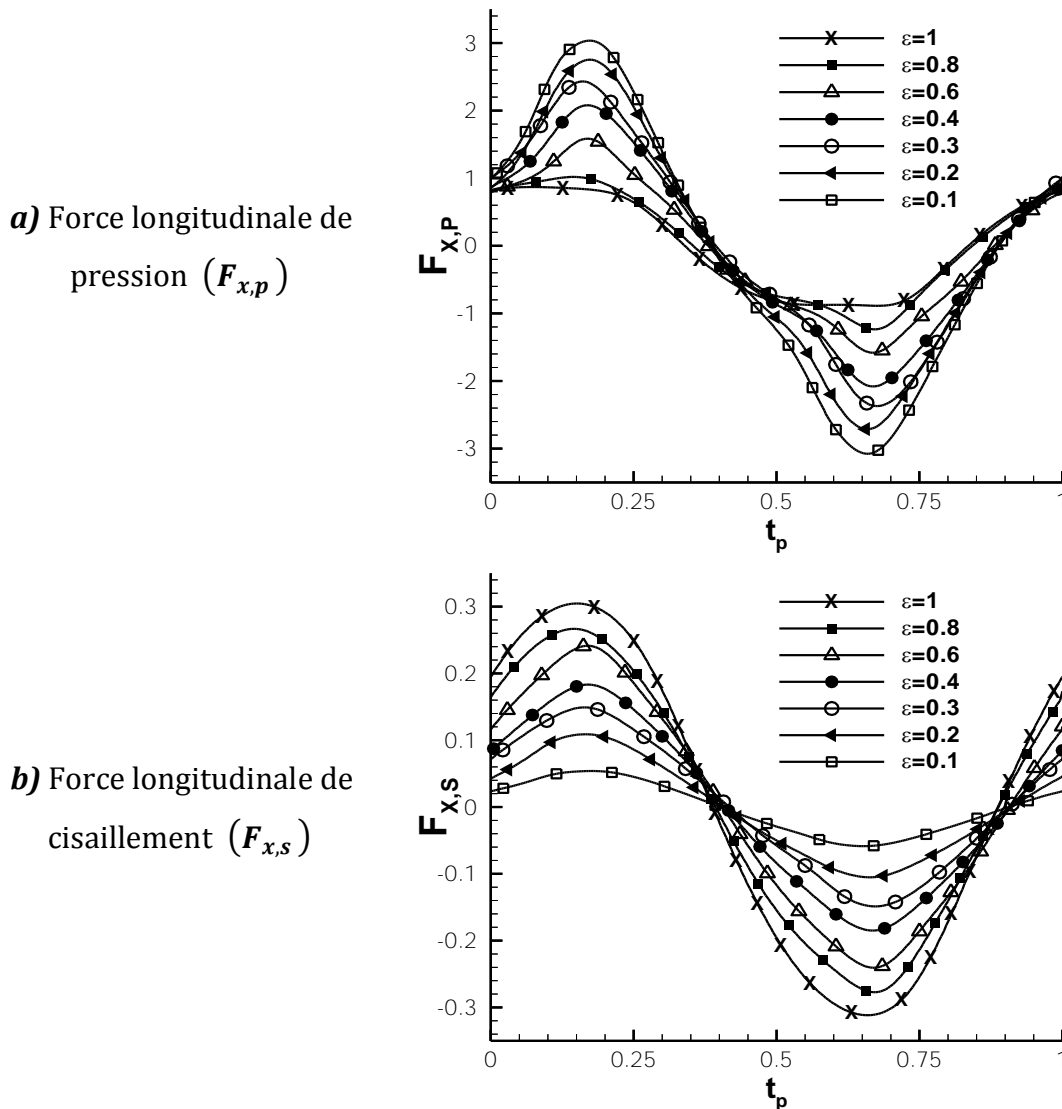


Fig. 5.35 - Evolution des forces longitudinales (a) de pression et (b) de cisaillement durant le 100eme cycle pour différents rapport elliptique

Aussi, l'effet du rapport elliptique sur les composantes de la force transversale a été également analysé. Les figures 5.36a-b illustrent respectivement l'évolution de la force transversale de pression ($F_{y,p}$) et la force transversale de cisaillement ($F_{y,s}$) pour plusieurs valeurs du rapport elliptique au cours d'un cycle. De même que les composantes longitudinales, la force transversale de pression ($F_{y,p}$) est plus importante que celle de cisaillement ($F_{y,s}$).

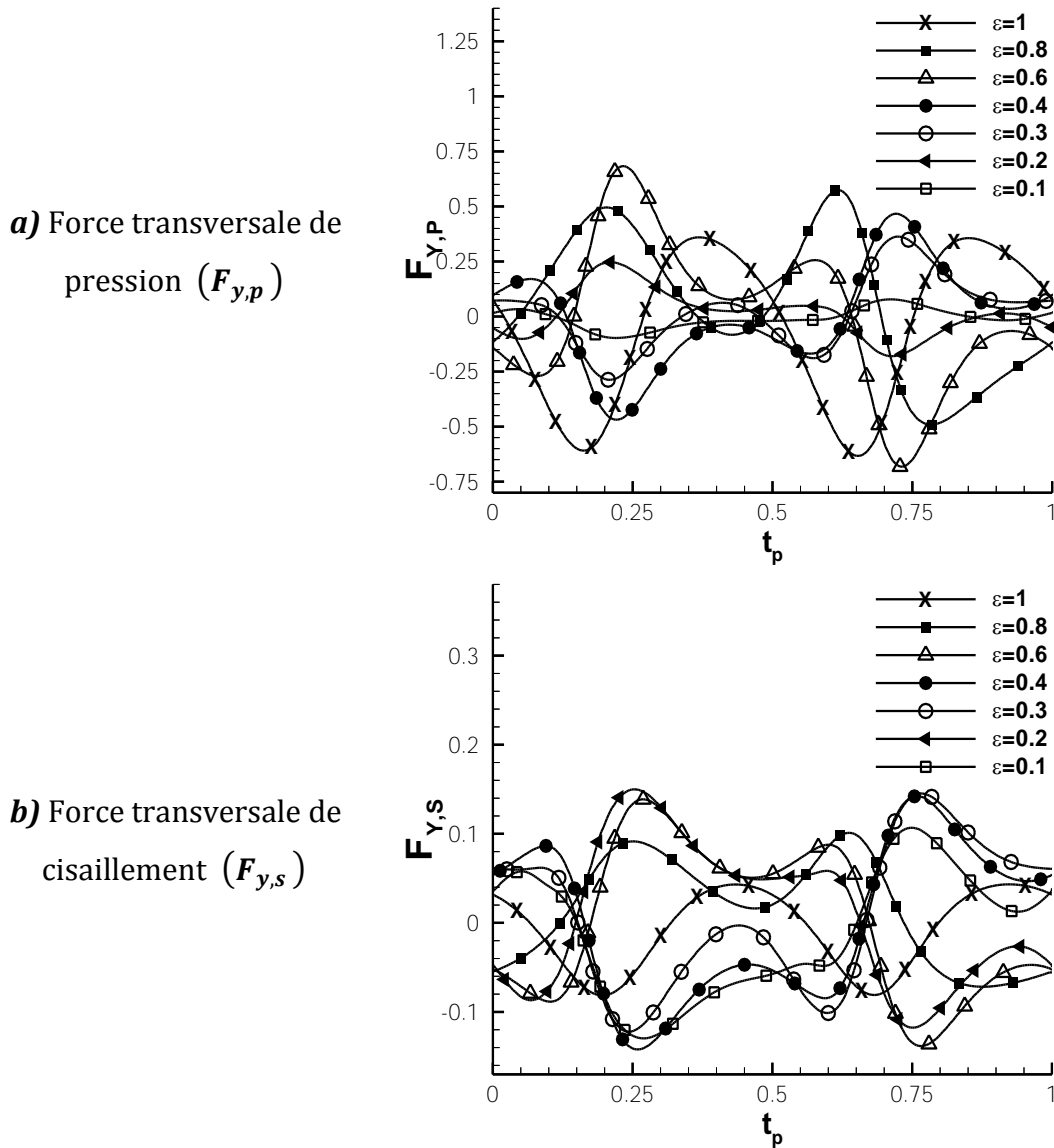


Fig. 5.36 - Evolution des forces transversales (a) de pression et (b) de cisaillement durant le 100eme cycle pour différents rapport elliptique.

L'analyse de l'évolution en amplitude et en temps de phase de la force transversale de pression $F_{y,p}$ (fig.5.36a) montre que la réduction du rapport elliptique dans la gamme $\varepsilon \in [0.6, 1]$ entraîne une augmentation en amplitude due à la forte vorticité developpée. L'effet s'inverse lors de la réduction du rapport dans la gamme $\varepsilon \in [0.1, 0.4]$ où une atténuation de l'amplitude est remarqu e, sans doute due à la géométrie de l'obstacle qui offre une surface tangentielle à l'axe d'oscillation plus réduite. D'autre part, l'évolution en temps de phase de cette composante de la force transversale ne semble pas suivre un comportement rationnel permettant de la lier aux types de mode présents durant le cycle considéré (100^{ème} cycle).

Contrairement à la force de pression, la force transversale de cisaillement $F_{y,s}$ (fig.5.36b) paraît plus sensible au tracé tourbillonnaire qu'à la forme géométrique du cylindre. En effet, les courbes de la force $F_{y,s}$ pour les rapports $\varepsilon = 0.8$ et 1 sont différentes en termes d'amplitude mais présentent une progression en temps de phase plus au moins semblable mais inversée par rapport à l'axe ($F_{y,s} = 0$), ceci est attribué à la structure V inversé pour ces deux rapport (V ascendant pour $\varepsilon = 1$ et descendant pour $\varepsilon = 0.8$). De même pour les rapports elliptiques $\varepsilon = 0.4, 0.3$ et 0.1 où les courbes suivent la même progression en temps de phase et, hormis une légère différence en amplitude, sont l'image miroir des courbes des rapports $\varepsilon = 0.2$ et 0.6. En effet, dans cette gamme d'intervalle ($\varepsilon \in [0.1, 0.6]$), le mode de détachement tourbillonnaire présent est celui du double-paires stable et cette symétrie de la force par rapport à l'axe ($F_{y,s} = 0$) est attribuée la direction diagonale de convection du groupe ($\varepsilon = 0.4, 0.3$ et 0.1) inversée à celle du groupe ($\varepsilon = 0.2$ et 0.6).

L'analyse des figures 5.36a-b a permis de lier le changement en amplitude de la force transversale de pression au profile géométrique de l'obstacle et l'évolution en temps de phase de la force de cisaillement aux modes de détachement tourbillonnaire. Cependant l'amplitude des forces transversales reste relativement faible par rapport aux forces longitudinales, et l'analyse des composantes de la force transversale sur une seul période s'avère difficile et moins fiable. De ce fait, nous nous contenterons une fois encore de l'analyse de la force transversale totale en temps long (200 cycles).

5.3.3- Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

Les écarts type (root mean square) de la force longitudinale et transversale ainsi que les coefficients de Morison sont rapportés dans le tableau 5.4 pour différentes configurations géométriques en régime D.

Tableau 5.4. Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime D ($KC = 6.5$ et $Re = 130$) et pour les différents rapports elliptiques

ε	C_d	C_m	$F_{X,RMS}$	$F_{y,RMS}$
1	1.84	2.35	2.53	0.70
0.9	1.94	2.29	2.51	0.79
0.8	2.17	2.28	2.57	0.73
0.7	2.38	2.27	2.63	0.72
0.6	2.93	2.29	2.83	0.80
0.5	3.34	2.35	3.04	0.73
0.4	3.76	2.46	3.32	0.60
0.3	4.18	2.61	3.61	0.46
0.2	4.62	2.76	3.93	0.35
0.1	5.26	3.03	4.42	0.21

Comme il a été cité auparavant, la force longitudinale augmente avec la réduction du rapport elliptique. Ceci, est clairement indiqué par la figure 5.37, qui montre l'écart type (r.m.s) de la force longitudinale et transversale rapporté sur le tableau 5.4. Ceci est justifié par le fait qu'un cylindre non profilé (bluff body) a une résistance d'avancement plus importante par rapport à un cylindre profilé. Pour ce qui est de la force transversale (r.m.s), la réduction du rapport elliptique cause une diminution de la valeur maximale de la force transversale pendant l'oscillation, et, par conséquent, de son écart type (r.m.s). La réduction mentionnée ci-dessus est liée au faible profil du cylindre dans la direction transversale.

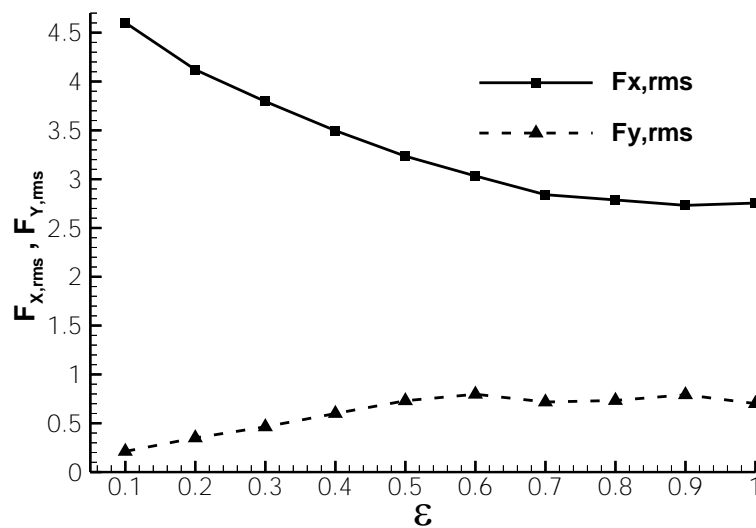


Fig. 5.37 - Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale

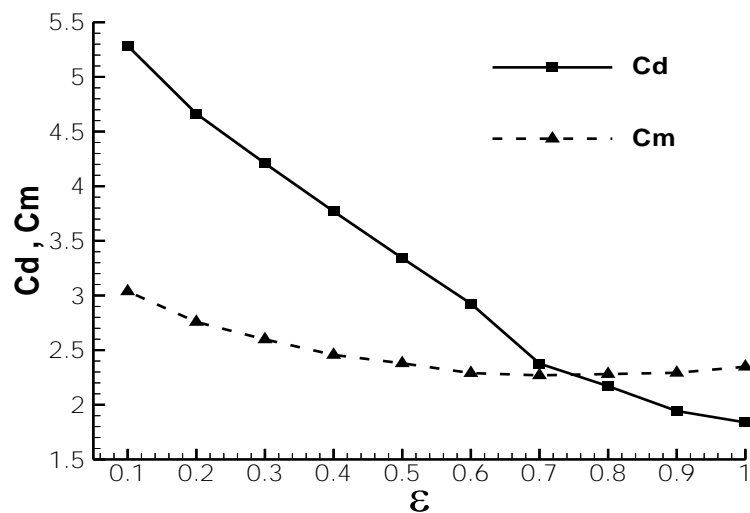


Fig. 5.38 - Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

La figure 5.38 montre l'effet du rapport elliptique sur le coefficient de Morison rapporté sur le tableau 5.4. Il est évident que les changements produits sur les forces hydrodynamiques se répercuteront sur les coefficients de Morison. Les résultats indiquent que le coefficient de traînée (C_d) est plus affecté par le changement du profil elliptique du cylindre que le coefficient d'inertie (C_m). En effet, le coefficient de traînée augmente au fur et à mesure que le cylindre s'effile dans la direction longitudinale et prend une valeur minimale de $C_d = 1.84$ pour $\epsilon = 1$ et un maximum de $C_d = 5.26$ pour $\epsilon = 0.1$.

Pour ce qui est du coefficient d'inertie (fig 5.41), ce dernier ne semble pas subir de grand changement, à savoir que pour des valeurs du rapport elliptique $0.4 \leq \varepsilon \leq 0.6$ le coefficient de d'inertie est compris entre $2.27 \leq C_m \leq 2.35$, pour des valeurs du rapport $\varepsilon \leq 0.5$ le coefficient de d'inertie augmente avec la réduction ce rapport pour atteindre un maximum de 3.03 pour $\varepsilon = 0.1$.

5.4 Résultats et discussion pour un écoulement en régime F

Le régime F est caractérisé par l'émission d'une paire de tourbillons contrarotatifs à chaque demi-période. Chacune des deux paires étant convectée dans des quadrants diamétralement opposés, nous obtenons un profil diagonal qui définit le régime F de **TB90** [9]. Il est également identifié sous le nom de régime double-paires par **Williamson** [10]. Dans cette partie, nous explorons un écoulement oscillatoire dans les conditions du régime F ($Re=170$ et $KC=8.5$) autour d'un cylindre de différentes sections elliptiques pour les mêmes objectifs précédents, à savoir montrer l'effet du rapport elliptique sur la distribution des champs de vorticité et de pression ainsi que sur les forces hydrodynamiques générées sur le cylindre

5.4.1 Effet du rapport elliptique sur le champ de vorticité et de pression

L'évolution temporelle du champ de vorticité et du champ de pression correspondant, est donnée par les figures 5.39a-b et 5.40a-b respectivement pour les rapports elliptiques $\epsilon = 1$ et $\epsilon = 0.1$. Les figures 5.39a et 5.40a montrent une symétrie centrale champ de vorticité par rapport au centre du cylindre avec un déphasage d'une demi-période. Cette symétrie locale sur le contour du cylindre est préservée dans l'écoulement global.

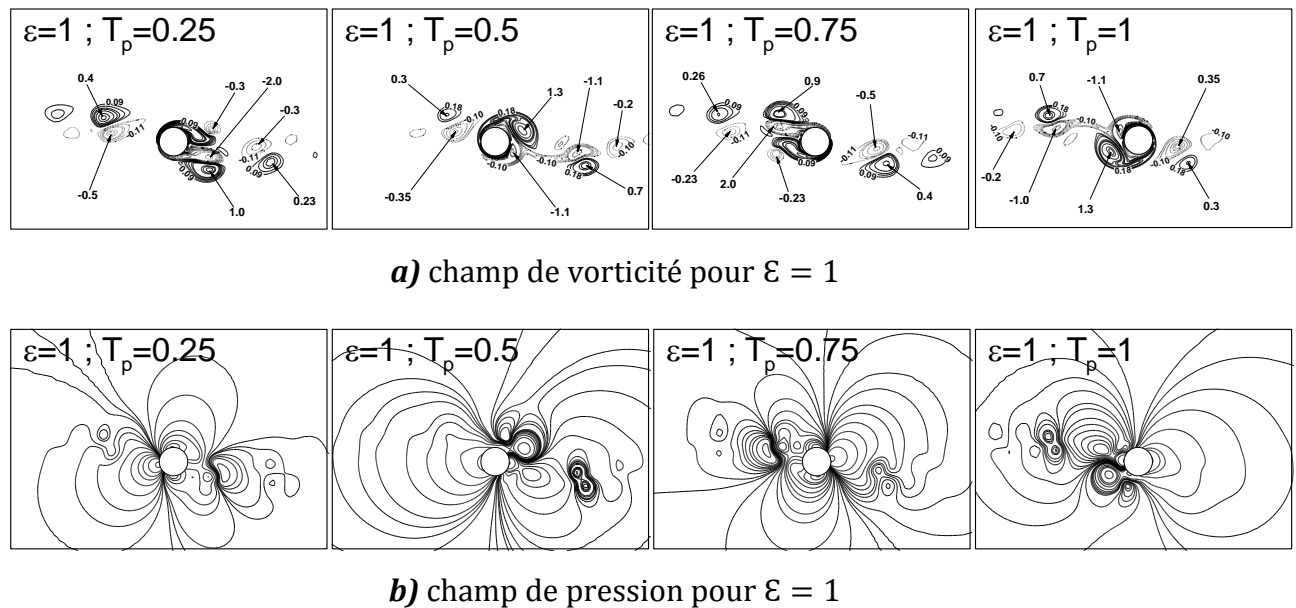
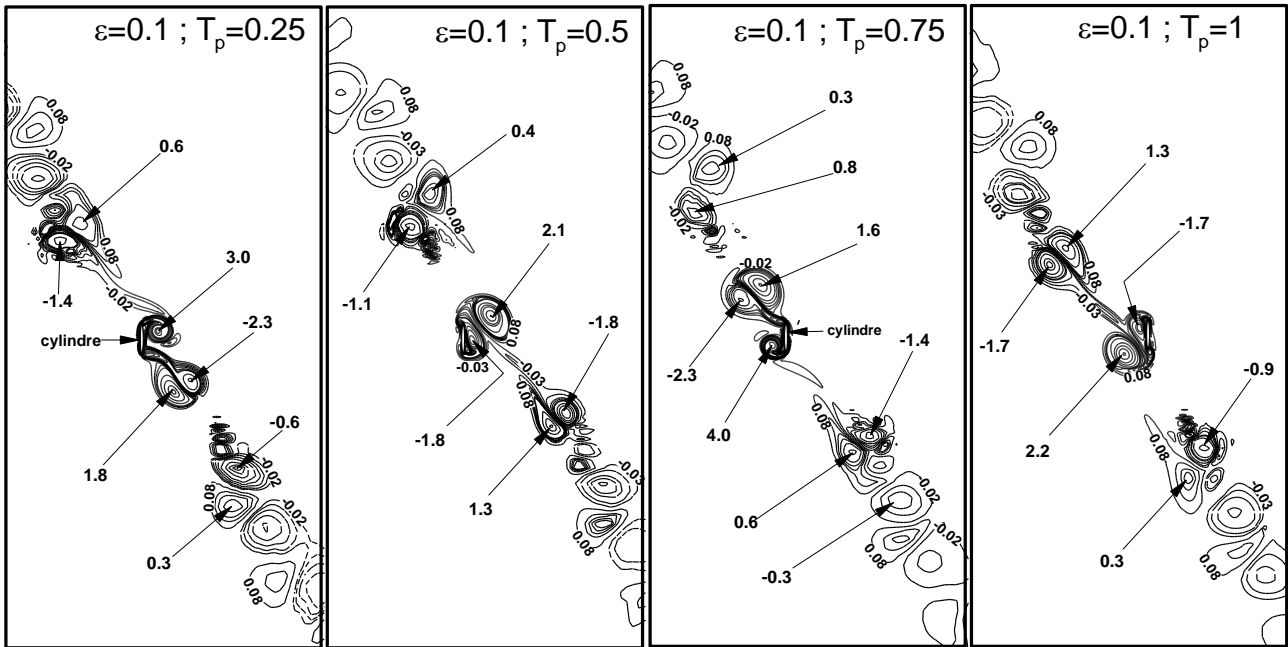
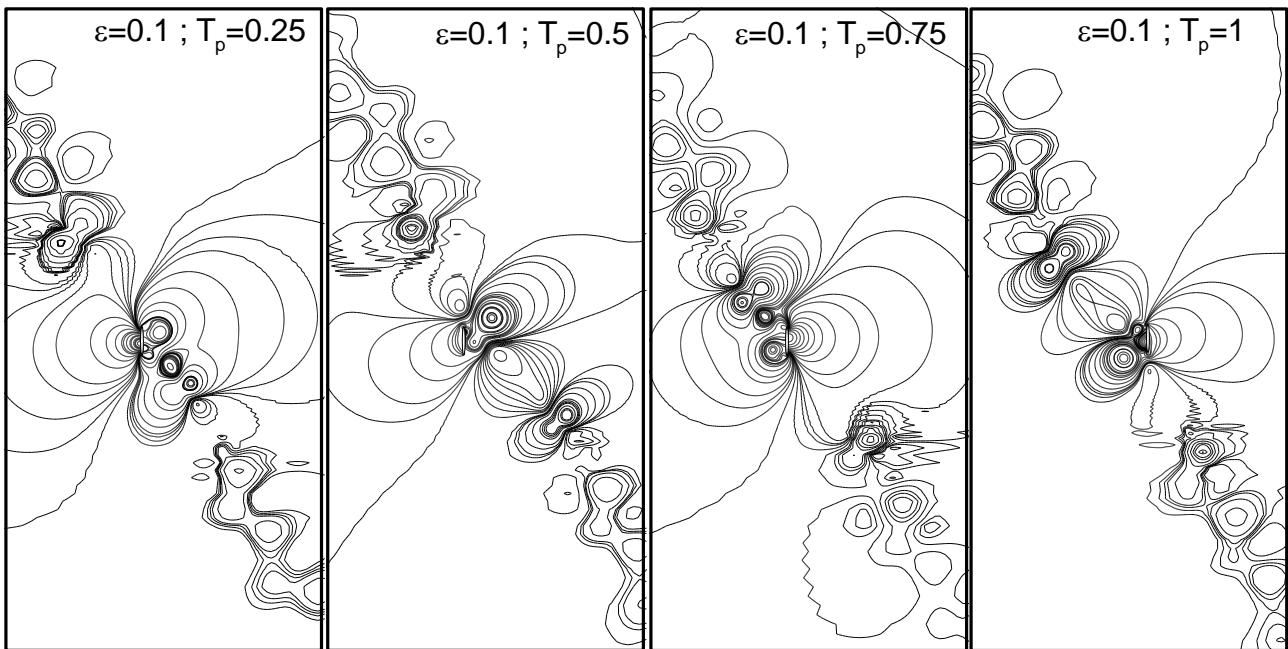


Fig. 5.39 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\epsilon = 1$



a) champ de vorticité pour $\varepsilon = 0.1$



b) champ de pression pour $\varepsilon = 0.1$

Fig. 5.40 - Evolution du champ de vorticité et de pression pour le rapport elliptique $\varepsilon = 0.1$

La figure 5.41 regroupe de champs de vorticité des cas $\varepsilon = 0.9 ; 0.5 ; 0.3$ et 0.1 au temps de phase $t_p = 0.5$. En se référant aux figures 5.39a ; 5.40a et 5.41, nous notons qu'au fur et à mesure que le rapport elliptique décroît, le tracé tourbillonnaire devient de plus en plus oblique et les détachements sont convectés plus loin en une trajectoire qui reste diagonale. Aussi, l'analyse de l'écoulement globale durant les 200 cycles n'a révélé aucune

commutation du tracé diagonal pour toute la gamme du rapport elliptique considérée, démontrant ainsi la stabilité de ce type de mode.

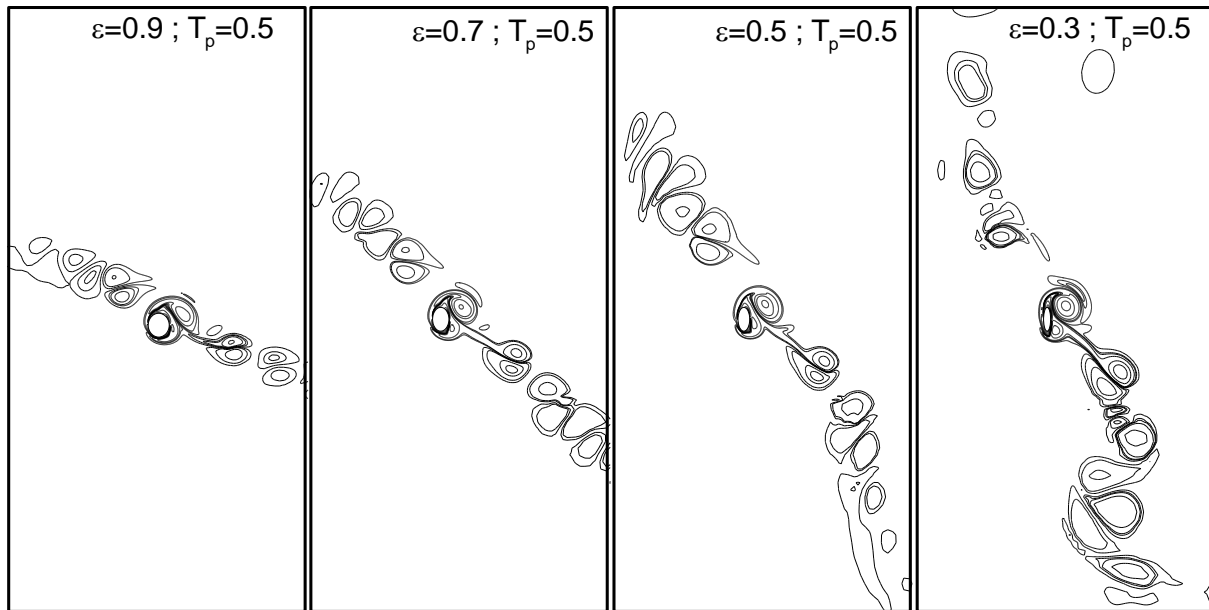


Fig. 5.41 - Comparaison des détachements de tourbillonnaire en mode double-paires pour les rapports elliptiques 0.9 ; 0.5 ; 0.3 et 0.1

5.4.2 Effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques

Dans cette partie, nous analyserons l'effet du rapport elliptique sur les forces hydrodynamiques dans un écoulement sous les conditions du régime F. les figures 5.47 et 5.48 montrent l'évolution temporelle de la force transversale et la force longitudinale respectivement. Contrairement aux cas des régimes A et D, dont l'occurrence de basculements d'un mode à un autre avec la réduction du rapport elliptique, l'axe du lâcher tourbillonnaire du mode diagonal dans le régime F, déterminé initialement de façon arbitraire, est maintenu tout au long des 200 cycles d'écoulement et pour toute la gamme du rapport elliptique considéré. Le mode diagonal semble ainsi complètement périodique et stable comme **TB90** [9] l'ont décrit. Cette stabilité est mise en évidence aussi sur la figure 5.42 qui présente la force transversale au cours des 200 cycles simulés. En effet, dans les cas des régimes A et D déjà étudiés, la force transversale est celle qui semble être la plus affectée par le changement du mode de détachement tourbillonnaire (mode asymétrique, simple et double-paires, V tracé, commutations, etc.). Dans le cas du régime

F, cette force ne présente que de faibles modulations, témoignant ainsi de la stabilité du mode diagonal. Ceci dit, tel qu'il a été déjà observé dans les cas des régimes A et D, la réduction du rapport elliptique dans la gamme $\varepsilon \in [0.8, 1]$ provoque une augmentation en amplitude de la force transversale due à la forte vorticité developpée, puis une diminution en amplitude de cette force est observée avec la réduction de ce rapport dans la gamme $\varepsilon \in [0.1, 0.7]$, attribuée au profil géométrique très effilé.

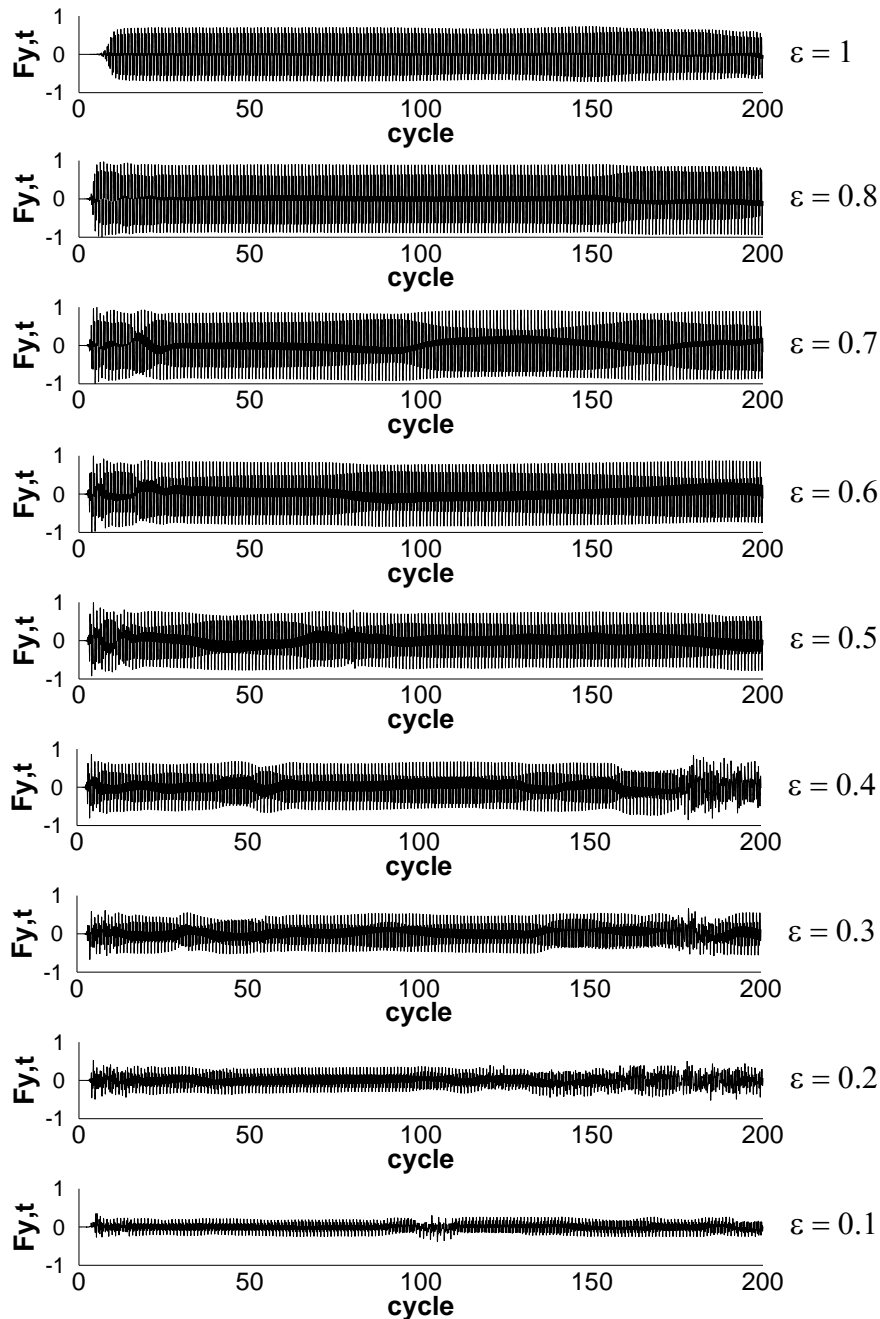


Fig. 5.42 - Evolution de la force transversale totale non-dimensionnelle en régime F pour différents rapport elliptiques

Pour ce qui est de la force longitudinale montrée sur la figure 5.43, le même comportement déjà observé pour le cas des régimes A et D s'est révélé pour le cas du régime F. On effet, l'amplitude de cette force augmente avec la réduction du rapport elliptique, due à la caractéristique non-profilée acquise par le cylindre elliptique où le petit axe est parallèle à l'écoulement. Cependant, contrairement aux régimes A et D, et du fait de la stabilité du mode diagonal, les modulations observées de cette force sont très faibles. Ces modulations, visibles notamment pour $\varepsilon = 0.2$, sont dues à des perturbations dans l'angle de convection diagonale sans qu'il y ait commutation.

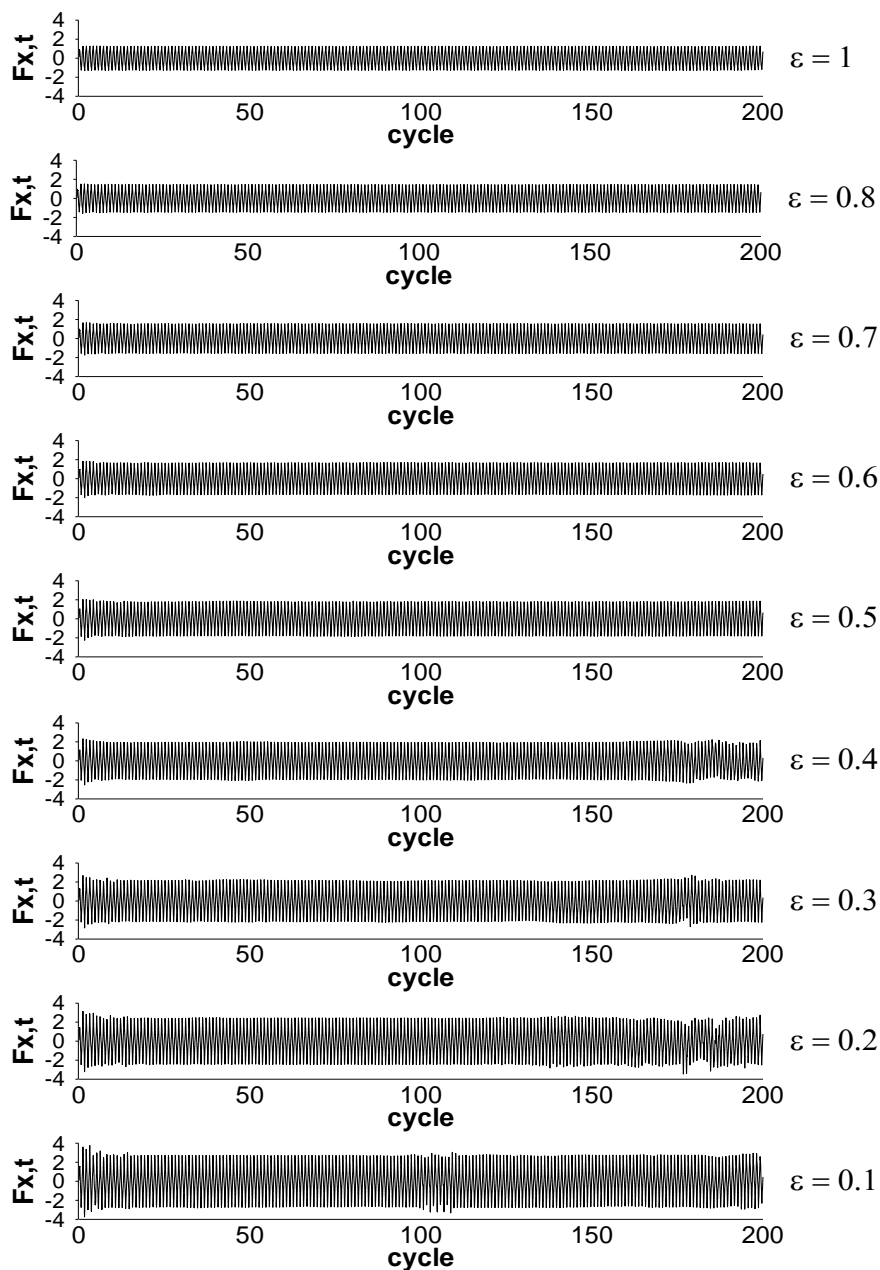
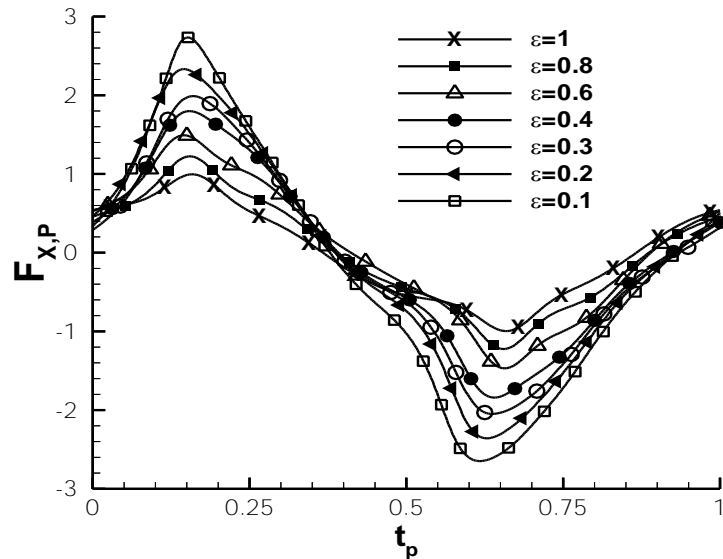


Fig. 5.43 - Evolution de la force longitudinale totale non-dimensionnelle en régime F pour différents rapport elliptiques

Les figures 5.44a-b et 5.45a-b montrent respectivement les composantes de pression et de cisaillement de la force longitudinale ($F_{x,p}$ et $F_{x,s}$) et ceux de la force transversale ($F_{y,p}$ et $F_{y,s}$) pour plusieurs valeurs du rapport elliptique au cours du 97ieme cycle d'oscillation.

a) Force longitudinale de pression ($F_{x,p}$)



b) Force longitudinale de cisaillement ($F_{x,s}$)

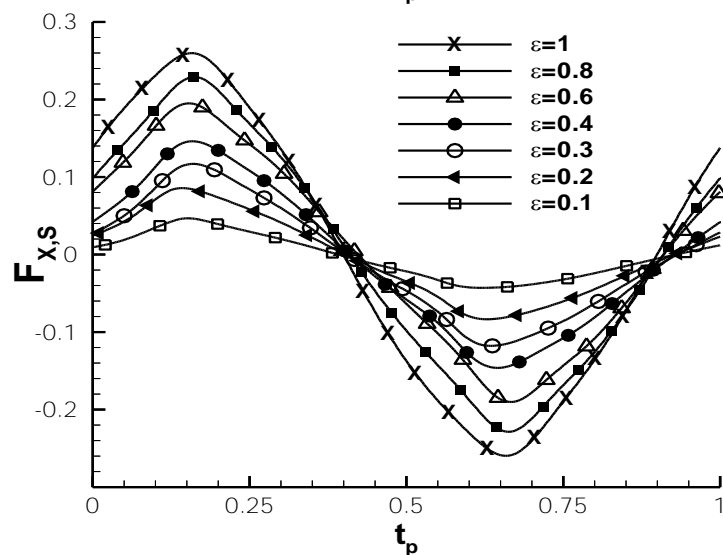
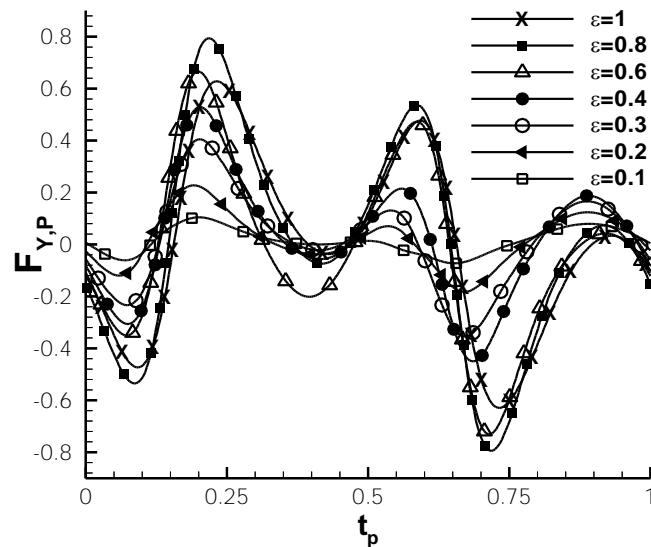


Fig. 5.44 - Evolution des forces longitudinales (a) de pression et (b) de cisaillement durant le 97eme cycle pour différents rapport elliptique

Concernant les composantes de la force longitudinale dans le cas du régime F, le même constat est fait que dans les cas des régimes A et D, à savoir que pour tous les valeurs du rapport elliptique considérées, la force de pression (fig.5.44a) est plus importante que celles de cisaillement (fig 5.44b). Aussi, les figures 5.44a-b indiquent que la réduction du rapport elliptique entraine une amplification de la force de pression et un amortissement de la force de cisaillement.

Les figures 5.45a-b indiquent que la force transversale de pression $F_{y,p}$ est supérieure à celle transversale de cisaillement $F_{y,s}$. Aussi, contrairement aux régimes A et D, Ces composantes transversale ($F_{y,p}$ et $F_{y,s}$) semblent suivre une évolution plus régulière. En effet, les figures 5.45a-b montrent qu'au cours d'une période d'oscillation, les courbes suivent la même progression. Cette régularité peut être attribuée au caractère stable du mode double-paires. Nous notons également six zones d'amplification des deux forces. La figure 5.45a montre que la réduction du rapport elliptique entraîne une augmentation de la force transversale de pression dans la gamme $\varepsilon \in [0.8, 1]$ puis une atténuation de cette force dans la gamme $\varepsilon \in [0.1, 0.7]$. Cependant, aucun lien ne peut être établi entre l'amplitude des forces de cisaillement $F_{y,p}$ et la variation du rapport elliptique (fig.5.45b).

a) Force transversale de pression ($F_{y,p}$)



b) Force transversale de cisaillement ($F_{y,s}$)

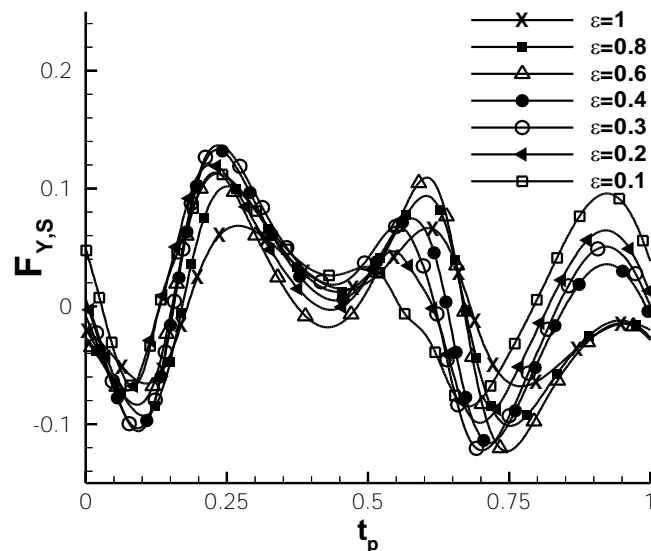


Fig. 5.45 - Evolution des forces transversales (a) de pression et (b) de cisaillement durant le 97eme cycle pour différents rapport elliptique

5.4.3 Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

Les valeurs efficaces (RMS) des forces hydrodynamiques ainsi que les coefficients du Morison calculés à partir de la force longitudinale totale générées par un écoulement oscillatoire en régime F autour d'un cylindre de différents rapports elliptique sont rapportés dans le tableau 5.5 et aussi présentés respectivement sur les figures 5.46 et 5.47.

Tableau 5.5. Coefficients de traînée et d'inertie, ainsi que les forces totales transversale et longitudinale obtenues pour un écoulement dans les conditions du régime F ($KC = 8.5$ et $Re = 170$) et pour les différents rapports elliptiques

ϵ	C_d	C_m	$F_{x,RMS}$	$F_{y,RMS}$
1	1.82	2.27	2.17	0.74
0.9	2.00	2.18	2.17	0.90
0.8	2.24	2.15	2.23	0.91
0.7	2.46	2.16	2.33	0.86
0.6	2.73	2.20	2.46	0.79
0.5	2.99	2.29	2.63	0.69
0.4	3.29	2.39	2.82	0.58
0.3	3.65	2.47	3.04	0.46
0.2	3.99	2.68	3.33	0.32
0.1	4.37	2.83	3.60	0.22

Comme attendu, l'évolution des valeurs efficaces (RMS) des forces longitudinales et transversales totale avec le rapport elliptique concordent avec leurs évolutions temporelles durant les 200 cycles d'écoulements. Ainsi, nous constatons, sur la figure 5.46, une augmentation de la force longitudinale ($F_{x,RMS}$) avec la diminution du rapport elliptique en présentant un maximum de 3.60 pour $\epsilon = 0.1$ et un minimum de 2.17 pour $\epsilon = 1$. Concernant la force transversale ($F_{y,RMS}$ voir fig.5.46), une légère augmentation de celle-ci est remarqué lorsque le rapport elliptique et réduit de $\epsilon = 1$ à 0.8 et prend respectivement les valeurs 0.74 et 0.91 ; lorsque le rapport diminue vers des valeurs

inférieures à 0.8 ($\varepsilon \leq 0.8$), la force transversale décroît pour atteindre la valeur 0.22 pour $\varepsilon = 0.1$.

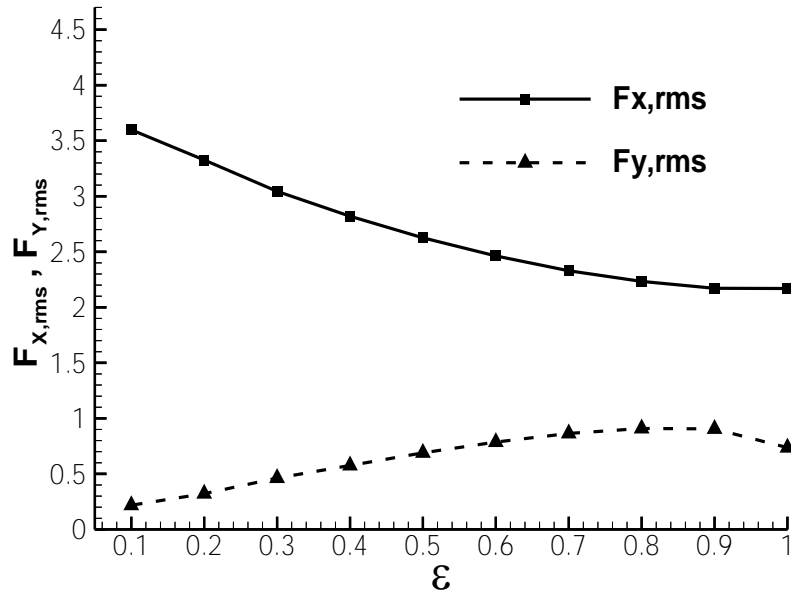


Fig. 5.46 - Effet du rapport elliptique sur les valeurs efficaces la force totale longitudinale et transversale

L'effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison est illustré sur la figure 5.47. Dans le cas du régime F, nous constatons le même comportement déjà observé dans les cas des régimes A et D étudiés, à savoir que le coefficient de traînée (C_d) est plus affecté par le changement du profil elliptique du cylindre que le coefficient d'inertie (C_m). En effet, le coefficient de traînée augmente d'une façon plus linéaire avec la diminution du rapport elliptique et prend une valeur minimale de $C_d = 1.82$ pour $\varepsilon = 1$ et une maximale de $C_d = 4.37$ pour $\varepsilon = 0.1$.

Concernant le coefficient d'inertie (fig. 5.47), les valeurs qu'il prend dans tout l'intervalle du rapport elliptique considéré sont comprises entre $2.15 \leq C_m \leq 2.83$. Il est à noter que ce coefficient décroît faiblement avec la réduction du rapport elliptique dans la gamme $0.7 \leq \varepsilon \leq 1$ en prenant des valeurs comprises dans l'intervalle $2.16 \leq C_m \leq 2.27$. D'autre part, la réduction du rapport elliptique au-delà de 0.7 ($\varepsilon < 0.7$) entraîne une augmentation de ce coefficient qui prend une valeur minimale de $C_m = 2.16$ pour $\varepsilon = 0.7$ et atteint une valeur maximale de $C_m = 2.83$ pour $\varepsilon = 0.1$.

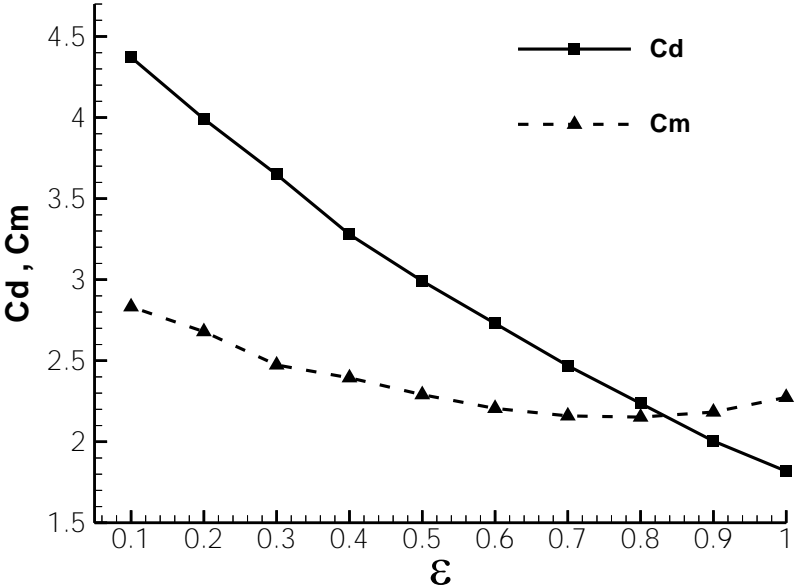


Fig. 5.47 - Effet du rapport elliptique sur les coefficients de Morison

5.5 Coefficients de Morison en fonction du KC et du rapport elliptique

Afin de mettre en évidence l'évolution globale des coefficients de Morison en fonction du rapport elliptique et selon le type de régime étudié, nous regroupons les résultats déjà présentés pour chaque régime (A, D et F) sur le tableau 5.6 ainsi que sur les figures 5.48a-b. Ces figures illustrent respectivement l'influence du rapport elliptique pour les trois régimes d'écoulement A, D et F sur le coefficient de traînée et d'inertie. Cependant, il serait plus judicieux de comparer l'évolution des résultats précédents non pas en fonction du rapport elliptique mais aussi lors du passage d'un régime à un autre pour un même rapport elliptique. De ce fait, nous n'utiliserons plus le terme régime dans ce qui suit, car ce terme réfère plutôt à un mode de détachement tourbillonnaire qu'aux paramètres d'écoulement. En effet, sachant que chaque régime présente un nombre Reynolds (Re) et un nombre de Keulegan-Carpenter (KC) différents mais cela donne un nombre de stocks (Re/KC) constant de $\beta = 20$ pour chaque régime, la comparaison d'un régime à un autre se fera en fonction du nombre KC (régime A : $KC=5$; régime D : $KC=6.5$ et régime F : $KC=8.5$) pour un nombre de stocks de $\beta = 20$.

Tableau 5.6. Coefficients de traînée et d'inertie obtenus pour différents rapports elliptiques dans les conditions d'écoulement $KC= 5 ; 6.5$ et 8.5 et un nombre de stocks constant de $\beta = 20$.

ε	$KC = 5$		$KC = 6.5$		$KC = 8.5$	
	C_d	C_m	C_d	C_m	C_d	C_m
1	2.14	2.47	1.84	2.35	1.82	2.27
0.9	2.23	2.46	1.94	2.29	2.00	2.18
0.8	2.35	2.45	2.17	2.28	2.24	2.15
0.7	2.55	2.38	2.38	2.27	2.46	2.16
0.6	2.73	2.28	2.93	2.29	2.73	2.20
0.5	3.01	2.27	3.34	2.35	2.99	2.29
0.4	3.61	2.34	3.76	2.46	3.29	2.39
0.3	4.62	2.46	4.18	2.61	3.65	2.47
0.2	5.29	2.57	4.62	2.76	3.99	2.68
0.1	5.81	2.75	5.26	3.03	4.37	2.83

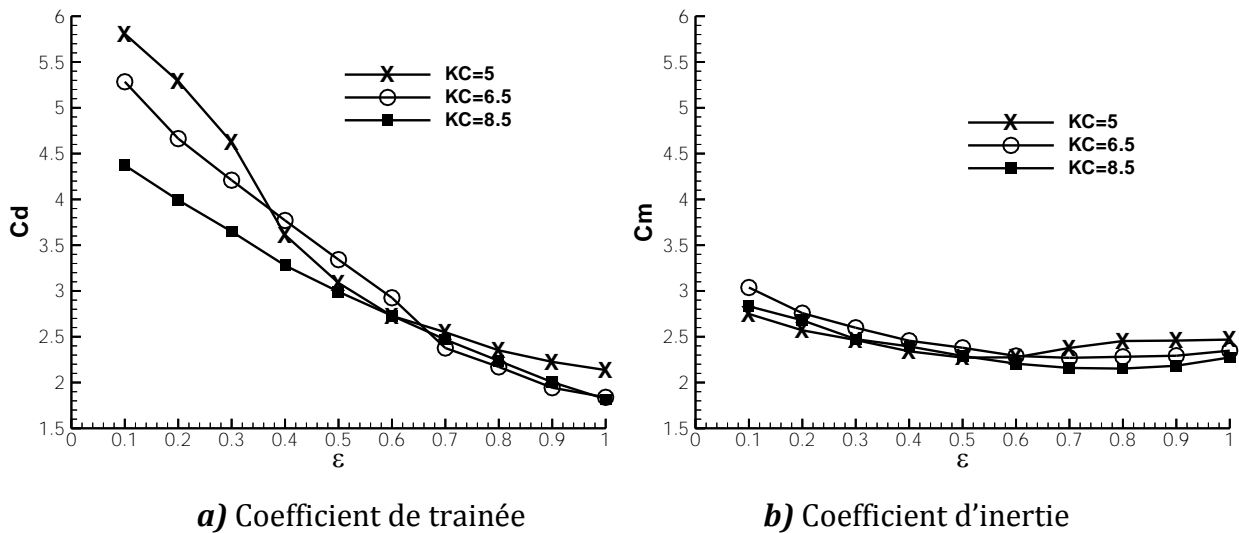


Fig. 5.48 - Evolution des coefficients de Morison en fonction du rapport elliptique et du KC à $\beta = 20$.

La figure 5.48a montre que le coefficient de traînée (C_d) augmente fortement avec la réduction du rapport elliptique. Ce coefficient présente des valeurs minimales observées pour le cas d'un cylindre circulaires ($\epsilon = 1$) et des valeurs maximales pour le cas d'un cylindre très effilé dans la direction longitudinale ($\epsilon = 0.1$). L'intervalle de valeurs du coefficient de traînée se résume comme suit :

$$\begin{aligned} \text{KC}=5 : & \quad 2.14 \leq C_d \leq 5.81 \\ \text{KC}=6.5 : & \quad 1.84 \leq C_d \leq 5.26 \\ \text{KC}=8.5 : & \quad 1.82 \leq C_d \leq 4.37 \end{aligned}$$

Avec la réduction du rapport elliptique dans l'intervalle $0.7 \leq \epsilon \leq 1$, les courbes du coefficient traînée (C_d) des cas KC=6.5 et KC=8.5 suivent une progression rapprochée et sont presque confondues ; pour des valeurs $\epsilon < 0.7$, les deux courbes suivent une progression divergente où le coefficient de traînée du cas KC=6.5 devient plus important. Aussi, dans les intervalles du rapport elliptique $\epsilon \in [0.7, 1]$ et $\epsilon \in [0.1, 0.4]$, les valeurs que prend le coefficient de traînée pour le cas KC=5 sont plus importantes que ceux des deux autres cas (KC=6.5 et 8.5). Dans le cas général, l'augmentation du coefficient de traînée est principalement attribuée au caractère non profilé acquis par le cylindre avec la réduction du rapport elliptique exposant ainsi une large surface qui s'oppose à l'écoulement.

Quant au coefficient d'inertie (C_m) présenté sur la figure 5.48b, ce dernier ne semble pas très affecté par le changement ni du nombre de Keulegan-Carpenter (KC) ni du rapport elliptique. En effet, les trois évolutions de ce coefficient en fonction du rapport elliptique semblent presque confondues et les valeurs varient légèrement sur toute la plage du rapport elliptique considérée et sont comprises dans les intervalles :

$$\text{KC}=5 : \quad 2.25 < C_m < 2.75$$

$$\text{KC}=6.5 : \quad 2.27 \leq C_m \leq 3.03$$

$$\text{KC}=8.5 : \quad 2.15 \leq C_m \leq 2.83$$

Les valeurs maximales sont observées pour le cas d'un cylindre très effilé ($\varepsilon = 0.1$). Cette indépendance du coefficient d'inertie à l'égard du rapport elliptique a été mise en évidence par les travaux expérimentaux de **Gus'kuva et al.** [27] dans le cas des faibles valeurs de KC.

Conclusion

La présente étude est une contribution numérique pour étudier les effets des paramètres géométriques d'un cylindre elliptique sur un champ d'écoulement oscillant et les forces hydrodynamiques générées sur l'obstacle. Cette investigation est réalisée numériquement, en résolvant les équations instationnaires de Navier-Stokes tridimensionnelles par une méthode des différences finies de deuxième ordre de précision pour l'espace et le temps. Trois régimes de la carte de **TB90** [9] sont considérés, à savoir le régime A ($KC = 5$ et $Re = 100$), le régime D ($KC = 6.5$ et $Re = 130$) et le régime F ($KC = 8.5$ et $Re = 170$), ceci donne pour les trois régimes choisis un nombre de Strouhal de $\beta = 20$. Le rapport elliptique $\varepsilon = (a / b)$ a été varié dans une large gamme de valeurs allant du cylindre circulaire ($\varepsilon = 1$) pour le cas d'un corps effilé ($\varepsilon = 0.1$) où le petit axe est parallèle à l'écoulement. À la connaissance des auteurs, ceci est une nouvelle contribution qui étudie numériquement les structures tourbillonnaires, quantifie leurs effets sur la répartition axiale des composantes de force et de leurs coefficients. Les résultats obtenus dans cette étude montrent ce qui suit :

- Dans le cas du **régime « A »** ($Re=100$ et $KC=5$), le champ de vorticités pour le cas des cylindres de section faiblement elliptique ($1 \geq \varepsilon \geq 0.8$) le mode paire symétrique attachée reste conservé. D'autre part, au fur à mesure que ce rapport diminue l'écoulement devient plus asymétrique en développant quatre différents modes de détachement tourbillonnaire déjà observés et classifiés par **TB90** [9] et **Williamson** [10] pour des conditions d'écoulement (Re et KC) différentes à savoir le mode paire attachée asymétrique, le mode simple-paire, le mode double-paires « appelé aussi régime F » et le mode chaotique. Pour le cas du **régime « D »** ($Re=130$ et $KC=6.5$), caractérisé par un tracé tourbillonnaire en V, cette caractéristique reste conservée pour des valeurs du rapport elliptique $1 \geq \varepsilon \geq 0.8$. Pour le cas du rapport $\varepsilon = 0.7$, l'écoulement se montre très instable où les modes simple et double-paires sont retrouvés. Au final, pour des valeurs de $\varepsilon < 0.7$, l'écoulement développe le mode double-paires et se montre très stable. Quant au **régime « F »** ($Re=170$ et $KC=8.5$), le mode double paire en tracé diagonal ainsi

que la stabilité du champ de vorticité sont conservés dans toute la gamme du rapport elliptique considéré $1 \geq \varepsilon \geq 0.1$.

- Les résultats ont montré aussi que la force longitudinale prédite augmente avec la réduction du rapport elliptique rapport dans le cas de tous les régimes étudiés (régime A, D et F). Aussi, de faibles modulations de cette force sont remarqu es dans le cas des cylindres effilés, liées sans doute aux grandes instabilités du champ de vorticité. La composante transversale de la force hydrodynamique a été aussi analys e et la réduction du rapport elliptique a montré un double effet sur cette force. En effet, pour des sections faiblement elliptiques, la force transversale est affectée par le type de mode de détachement tourbillonnaire, à savoir qu'elle s'annule dans le cas du mode symétrique et se manifeste avec modulations dans les cas correspondant aux détachements asymétriques décrits dans chaque régime étudié. Pour des sections effilé (de faibles valeurs du rapport elliptique ε), la force transversale est atténuée en raison du faible profile du cylindre apporté dans la direction transversale.
- En ce qui concerne les coefficients Morison, dans tous les régimes étudiés, les résultats dévoilent que le coefficient de traînée est sensible à la réduction du rapport elliptique dans la direction longitudinale et accroit au fur et à mesure que le cylindre devient effilé. Pour ce qui est du coefficient d'inertie, ce dernier ne semble pas être affecté par la géométrie du cylindre.

Références

- [1] Chu-Chang, C., Fuh-Min, F., Yi-Chao, L., Long-Ming, H., and Cheng-Yang, C., 2009, "Fluid Forces on a Square Cylinder in Oscillating Flows with Non-Zero-Mean Velocities," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **60**, pp. 79-93.
- [2] Stokes, G. G., 1851, "On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums," *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, **9**, pp. 8-106.
- [3] Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W., and Schaff, S. A., 1950. "The Force Exerted by Surface Waves on Piles," *Petroleum Trans. AIME*, **189**, pp. 149-154.
- [4] Keulegan, G. H., and Carpenter, L. H., 1958, "Forces on Cylinders and Plates in an Oscillating Fluid," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **60** (5), pp. 423-440.
- [5] Sarpkaya, T., 2002, "Experiments on the Stability of Sinusoidal Flow Over a Circular Cylinder," *J. Fluid Mech.*, **457**, pp. 157-180.
- [6] Sarpkaya, T., 1986, "Forces on a Circular Cylinder in Viscous Oscillatory Flow at Low Keulegan-Carpenter," *J. Fluid Mech.*, **165**, pp. 61-71.
- [7] Maull, D.J., and Milliner, M.G., 1978, "Sinusoidal Flow Past a Circular Cylinder", *Coast. Engng.*, **2**, pp. 149-168.
- [8] Bearman, P. W., Graham, J. M. R., Obasaju, E. D., and Drossopoulos, G. M., 1984, "The Influence of Corner Radius on the Forces Experienced by Cylindrical Bluff Bodies in Oscillatory Flow," *Appl. Ocean Res.*, **6**, pp. 83-89.
- [9] Tatsuno, M., and Bearman, P. W., 1990. "A Virtual Study of the Flow around an Oscillating Circular Cylinder at Low Keulegan-Carpenter Numbers and Low Stokes Numbers," *J. Fluid Mech.*, **211**, pp. 157-182.
- [10] Williamson, C. H. K., 1985, "Sinusoidal Flow Relative to Circular Cylinders," *J. Fluid Mech.*, **155**, pp. 141-174.
- [11] Kutzt, S., 1996, "Experimental Investigation of Oscillatory Flow around Circular Cylinder at Low β Numbers," Ph.D. thesis, University of London, United Kingdom.
- [12] Honji, H., 1981, "Streaked Flow around an Oscillating Cylinder," *J. Fluid Mech.*, **107**, pp. 509-520.

- [13] Hall, P., 1984, "On the Stability of Unsteady Boundary Layer on a Circular Cylinder Oscillating Transversely in a Viscous Fluid," *J. Fluid Mech.*, **146**, pp. 347-367.
- [14] Melot, V., 2006, "Hydrodynamique instationnaire d'un cylindre sous choc," Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes.
- [15] Nehari, D., Armenio, V., and Ballio, F., 2004, "Three-Dimensional Analysis of the Unidirectional Oscillatory Flow around a Circular Cylinder at Low Keulegan-Carpenter and B Numbers," *J. Fluid Mech.*, **520**, pp. 157-186.
- [16] Justesen, P., 1990. "A Numerical Study of Oscillating Flow around a Circular Cylinder," *J. Fluid Mech.*, **222**, pp. 157-196.
- [17] Dutsch, H., Durst, F., Becker, S., and Lienhart, H., 1998, "Low Reynolds Number Flow around an Oscillating Circular Cylinder at Low Keulegan-Carpenter Numbers," *J. Fluid Mech.*, **360**, pp. 249-271.
- [18] Pentek, A., Kadtke, J.B., and Pedrizzetti G., 1998, "Dynamic Control for Capturing Vortices Near Bluff Bodies," *Phys. Rev. E.*, **58** (2), pp. 1883-1898.
- [19] Okajima, A., Takata, H., and Asanuma, T., 1975, "Viscous flow around a transversely oscillating elliptic cylinder," Tokyo, University, Institute of Space and Aeronautical Science, Report no 533., vol **40**. Pp. 339-368
- [20] Zheng W., and Dalton C., 1999, "Numerical prediction of force on rectangular cylinders in oscillating viscous flow," *J Fluids Struct.*, **13**, pp. 225-249.
- [21] Sumner D., Hemingson H. B., Deutscher D. M. and Barth J. E., 2007, "PIV Measurements of the Flow Around Oscillating Cylinders at Low KC Numbers" Proceeding of IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows and their Control, **14**, I, pp. 3-13.
- [22] Sorenson, R.L., 1980. "A Computer Program to Generate Two-Dimensional Grids about Airfoils and Other Shapes by the Use of Poisson's Equations," NASA TM 81198, NASA Ames Research Center.
- [23] Zang Y., Street R.L., and Koseff, J. R., 1994, "A Non-Staggered Grid, Fractional Step Methods for Time-Dependent Incompressible Navier-Stokes Equations in Curvilinear Co-Ordinates," *J. Comput. Phys.*, **114**, pp. 18-33
- [24] Davidson, B. J., and Riley, N., 1972, "Jets Induced by Oscillatory Motion," *J. Fluid Mech.*, **53**, pp. 287-303.
- [25] Taneda, S., 1977, "Visual Study of Unsteady Separated Flows around Bodies," *Prog. Aerospace Sci.*, **17**, pp. 287-348.

- [26] Badr, H. M. and Kocabiyik, S., 1997, "Symmetrically Oscillating Viscous Flow Over an Elliptic Cylinder," *J. Fluid Str.*, **11** (7), pp. 745-766.
- [27] Gus'kuva, N. Yu., Makhortykh, G. V., and Shcheglova, M. G., 1998, "Inertia and Drag of Elliptic Cylinders Oscillating in a Fluid," *Fluid Dyn.*, **33** (1), pp. 91-95.
- [28] Kim, J., and Moin, P., 1985, "Application of A Fractional Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations," *J. Comput. Phys.*, **59**, pp. 308-323.
- [29] Williamson, C. H. K., 1992, "The Natural and Forced Formation of Spot-like Vortex Dislocations in the Transition Wake," *J. Fluid Mech.*, **243**, pp. 393-441.
- [30] Choi, J. H., and Lee, S. J., 2000. "Ground Effect of Flow around an Elliptic Cylinder in a Turbulent Boundary Layer," *J. Fluid Str.*, **14**, pp. 697-709.
- [31] Castiglia, D., Balabani, S., Papadakis, G., and Yianneskis, M., 2001, "An Experimental and Numerical Study of the Flow Past Elliptic Cylinder Arrays," *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, **215** (11), pp. 1287-1301.
- [32] Lin, X.W., Bearman, P. W., and Graham, J. M. R., 1996, "A numerical study of oscillatory flow about a circular cylinder for low values of beta parameter," *J. Fluid Str.*, **10**. pp. 501-526.
- [33] Uzunoglu, B., Tan, M., and Price, W. G., 2001, "Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder using a cell viscous boundary element method," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **50**. pp. 2317-2338.
- [34] Anagnostopoulos, P., and Minear, R., 2004, "Blockage effect of oscillatory flow past a fixed cylinder," *Appl. Ocean Res.*, **26**, pp. 147-153.
- [35] Guilmineau, E., and Queutey, P., 2002, "A numerical simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder," *J. Fluid Str.*, **16**, pp. 773-794.
- [36] Posdziech, O., and Grundmann. R., 2007, "A systematic approach to the numerical calculation of fundamental quantities of the two-dimensional flow over a circular cylinder," *J. Fluid Str.*, **23**, pp. 479-499.
- [37] Iliadis, G., and Anagnostopoulos, P., 1998, "Viscous oscillatory flow around a circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers and frequency parameters," *Intl J. Numer. Meth. Fluids.*, **26**, pp. 403-442.
- [38] Elston, J. R., Blackburn, H. M., and Sheridan, J., 2006, "The primary and secondary instabilities of flow generated by an oscillating circular cylinder," *J. Fluid Mech.*, **550**. pp. 359-389.
- [39] Scandura, P., Armenio, V. and Foti, E., 2009, "Numerical investigation of the oscillatory flow around a circular cylinder close to a wall at moderate Keulegan-Carpenter and low Reynolds numbers," *J. Fluid Mech.*, **627**, pp. 259-290.

- [40] An, H., Cheng, L., and Zhao, M., 2011, "Direct numerical simulation of oscillatory flow around a circular cylinder at low Keulegan–Carpenter number," *J. Fluid Mech.*, **666**, pp. 77–103.
- [41] An, H., Cheng, L., and Zhao, M., 2015, "Two-dimensional and three-dimensional simulations of oscillatory flow around a circular cylinder," *J. Oceanic Eng.*, **109**, pp. 270–286
- [42] Duclercq, M., 2010. "Étude de l'interaction entre un fluide et une structure oscillante : régimes d'écoulement et de forces, du cylindre isolé au réseau de cylindres," Thèse de doctorat, École Doctorale de l'École Polytechnique de l'Université de Paris.
- [42] Nazarinia M., Sheridan J., Thompson M.C. and Carberry J., 2007, "PIV Study of the Vortex Wake behind a Translationally Oscillating Cylinder in a Quiescent Fluid," 16th Australasian Fluid Mechanics Conference. Crown Plaza, Gold Coast, Australia