



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic republic of Algeria
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research
جامعة عبد الحميد بن باديس – مستغانم
Abdel Hamid Ibn Badis University – Mostaganem
كلية العلوم والتكنولوجيا
Faculty of Sciences and Technology
قسم هندسة الطرائق
Department of Process Engineering



N° d'ordre : M2...../GPE/2022

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES DE MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie des procédés

Option : Génie chimique

Thème

Dimensionnement d'une tour de refroidissement

Présenté par

1-HOUIDEF Nouria

2- HAMAIZI Houryia

Soutenu le 07/07/ 2022 devant le jury composé de :

Président(e) : SMAIN Bentaiba

Maitre
Conférences

de Université de Mostaganem.

Examineurs : BENMEKKI Fadéla

Maître Assistante

Université de Mostaganem.

Encadrant (e) : ABSAR Belkacem

Professors

Université de Mostaganem.

Co-Encadrant(e) :

Année universitaire 2021 / 2022

Dédicaces

Je dédie ce mémoire

Mes très chers parents que Dieu les protège, qui sont pour moi l'exemple d'amour, de confiance et de sacrifice. Qu'ils sachent que ce travail est en partie le fruit de leur soutien. Qu'ils trouvent ici toute ma gratitude pour leur soutien tout au long de mes études.

A ma chère sœur (Djamila)

À mes très chères sœurs qui sont les yeux par les quelles je vois dans ma vie.

Mes professeurs qui ont contribué à ma formation

À mon fiancé (Yassine)

À mes très chères amies (Houria, Imane, Sabria, Dalila)

H.Nouria

Dédicaces

A mes chers parents qui m'ont éclairé le chemin de la vie par leur grand soutien et leurs encouragements, par leurs dévouements exemplaires et les énormes sacrifices qu'ils m'ont consentis durant mes études et qui ont toujours aimé me voir réussir.

A tous les amies, Nouria, Imane,, Dalila, Sabria...

A tous ceux et celles qu'il m'aide de près comme de loin

H.Houria

Remerciements

*Je remercie avant tout **ALLAH** tout puissant, de m'avoir guidé toutes les années d'étude et m'avoir donné la volonté, la patience et le courage pour terminer ce travail.*

Nous tenons surtout à adresser nos plus vifs remerciement à

*Nous tenons aussi à témoigner notre reconnaissance à notre encadreur **Dr.***

***ABSAR BELKACEM** pour ses précieux conseils*

*Melle **LAKHDAR ASMAA** Qui a rendu ce travail une expérience motivante et enrichissante. Nous ne saurons jamais oublier sa disponibilité, ses compétences et ses recommandations continuent pour nous, qui nous furent très inestimables.*

Nous profitons pour témoigner toute notre gratitude aux

Enseignants du département de Génie Des Procédés, tout particulièrement les

Enseignants de la spécialité Génie chimique

En fin et profondes reconnaissances à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail mais qui ne sont pas cités ici, nous les remercions tous chaleureusement

Liste des figures

Figure I-1 : schéma de tour de refroidissement circuit ouvert.....	9
Figure I-2 : schéma de tour de refroidissement circuit fermée.....	10
Figure I-3 : corps d'échange avec canaux verticaux et de type gouttes.	11
Figure I-4 : Exemple de pare-goulette.....	11
Figure I-5 : Système de dispersion de fluide à refroidir.	12
Figure I-6 : Exemples de bassin de rétention avec point de vidange.	13
Figure I-7 : Photo de ventilateurs centrifuge et axial.	13
Figure II-1 : Diagramme psychrométrique de l'air humide.	20
Figure III-1 : Profils de la température et de la concentration en partie supérieure de la tour de refroidissement.	22
Figure III-2 : Flux thermiques et massiques dans les tours de refroidissement.....	22
Figure III-3 : Diagramme d'enthalpie de température et linge de fonctionnement pour tour de refroidissement.....	24
Figure III-4 : la courbe d'opérateur limite et d'équilibre air-vapeur pour un débit minimal de l'air.....	31
Figure V-1 : Courbe de saturation.	41
Figure V-2 : Courbe de saturation de la tour de refroidissement.	47
Figure V-3 : Courbe de saturation et la ligne d'opérateur pour le débit minimal de l'air.	49

Liste des tableaux

Tableau II-1 : Composition actuelle de l’atmosphère de la surface de la terre.....	14
Tableau III-1 : Les valeurs des coefficients.....	27
Tableau V-1 : Résultat obtenus à partir les Excel.	40
Tableau V-2 : Résultat obtenus à partir les Excel et MATALB.....	43
Tableau V-3 : Résultat obtenus à partir les Excel et MATLAB.....	51

Liste des abréviations

L	Débit de l'eau ($\text{kg}/\text{m}^2 * \text{s}$)
L'	Flux Thermique de l'eau (kg/s)
G	Débit de l'air ($\text{kg}/\text{m}^2 * \text{s}$)
G'	Flux Thermique de l'air(kg/s)
T_L	Température de l'eau($^{\circ}\text{C}$ ou K)
T_G	Température de l'air($^{\circ}\text{C}$ ou K)
T_H	Température de bulbe humide($^{\circ}\text{C}$ ou K)
T_0	Température de référence ($^{\circ}\text{C}$ ou K)
ϕ	Humidité absolue ($\text{kg}_{d' \text{ eau}} / \text{kg}_{d' \text{ air sec}}$)
H_y	Humidité relative($\text{kJ}/\text{kg}_{d' \text{ air sec}}$)
φ	Humidité relative(%)
V	Volume spécifique (m^3/kg)
$K_G * a$ Pa	Coefficient du transfert thermique volumique global ($\text{kg} * \text{mol}/\text{m}^3 * \text{s} * Pa$)
$h_G * a$ $\text{mol}/\text{m}^3 * \text{s} * Pa$	Coefficient du transfert thermique volumique en phase gazeuse ($\text{kg} * \text{mol}/\text{m}^3 * \text{s} * Pa$)
$h_{\text{eau}} * a$ $\text{mol}/\text{m}^3 * \text{s} * Pa$	Coefficient du transfert thermique volumique en phase liquide($\text{kg} * \text{mol}/\text{m}^3 * \text{s} * Pa$)
a	Surface de l'air interfacielle(m^2)
A	Section droite de la tour de refroidissement(m^2)
P_{totale}	Pression atmosphérique(Pa)
C_L	Capacité calorifique de l'eau($\text{kJ}/\text{kg} * \text{K}$)
$C_{p \text{ vapeur}}$	Capacité calorifique de vapeur($\text{kJ}/\text{kg} * \text{K}$)
$C_{p \text{ air se}}$	Capacité calorifique de l'air($\text{kJ}/\text{kg} * \text{K}$)
λ	Chaleur latente (kJ/kg)
G_{min}	Débit minimale de l'air($\text{kg}/\text{m}^2 * \text{s}$)
NUT	Nombre d'unité de transfert
HUT	Hauteur d'unité de transfert
Z	Hauteur de la tour de refroidissement(m)

Table des matières

Résume.....	4
Introduction Générale	6
Chapter I : Généralités sur les tours de refroidissement	8
I.1 Introduction	8
I.2 Différent types de Tour de refroidissement.....	8
I.2.1 Tour de refroidissement circuit ouvert.....	8
I.2.2 Tour de refroidissement circuit fermée.....	9
I.3 Les principaux composants d'une tour de refroidissement.....	10
I.3.1 Les corps d'échange ou packing.....	10
I.3.2 Les pare-gouttelette.....	11
I.3.3 Les rampes de dispersion(les rampes pulvérisations).....	12
I.3.4 Le bassin de rétention	12
Chapter II : Calcul des propriétés psychrométriques.....	14
II.1 Introduction	14
II.2 Air atmosphérique	14
II.3 Définitions.....	15
II.3.1 Air sec	15
II.3.2 Air humide	15
II.3.3 Air saturé.....	16
II.4 Propriété et grandeur de l'air humide.....	16

II.4.1	Température sèche (°C)	16
II.4.2	Température humide en (°C)	16
II.4.3	Température de rosée en (°C)	17
II.4.4	Humidité spécifique ou humidité absolue ou teneur en vapeur.....	17
II.4.5	Humidité relative	18
II.4.6	Enthalpie spécifique.....	18
II.4.7	Volume spécifique	19
II.5	Diagramme de l'air humide.....	19
Chapter III : Modélisation mathématique.....		21
III.1	Introduction	21
III.2	Théorie des phénomènes de transferts dans les tours de refroidissement	21
III.3	Bilan massique et thermique d'une tour de refroidissement	22
III.4	Dimensionnement d'une tour de refroidissement.....	26
III.4.1	Théorie du film (Transfer à travers un film).....	26
III.4.2	La théorie de coefficient de transfert globale	29
III.4.3	Valeur minimale du débit d'air	30
Chapter IV : Outils de résolution numérique.....		32
IV.1	Introduction	32
IV.2	Différents techniques numériques mises en jeu	32
IV.2.1	Technique de résolution d'une équation non linéaire	32
IV.2.2	Technique de résolution d'un système non linéaire.....	33
IV.2.3	Technique d'intégration numérique (trapèze).....	35
IV.2.4	Méthode de moindre carrée	35

Chapter V : Simulation	38
V.1 Introduction	38
V.2 Dimensionnement d'une tour de refroidissement	38
V.2.1 Premier cas d'études	38
V.2.2 Deuxième cas d'étude	44
Conclusion Générale.....	54
Annexe	55
Bibliographie.....	57

Résumé

Ce travail consiste en l'étude, par simulation, du procédé de refroidissement en utilisant une tour de refroidissement fonctionnant en circuit ouvert et à contre-courant et en se basant sur les propriétés psychrométriques de l'air humide.

La modélisation mathématique est basée sur un développement détaillé de la théorie de transfert de masse et de chaleur intervenant dans ce genre de procédé. Le développement des différents modèles mathématiques est basé sur deux théories de transfert de matière entre phases (théorie du film mince, théorie du transfert global).

Pour la résolution des équations non-linéaires, la résolution des systèmes d'équations non-linéaires, la méthode des moindres carrés dans le cas général et l'intégration numérique, nous avons fait appel à deux outils différents : MatLab et Excel.

Mots clés: Tour de refroidissement, Psychrométries, Modélisation Mathématique (Théorie du film et Théorie du transfert de coefficient global), Outils de la résolution (MatLab et Excel), Simulation.

ملخص

يتكون هذا العمل من دراسة، عن طريق المحاكاة، لعملية التبريد باستخدام برج تبريد يعمل في دائرة مفتوحة وضد التيار واستناداً إلى الخصائص النفسية للهواء الرطب

تعتمد النمذجة الرياضية على تطوير مفصل لنظرية الكتلة ونقل الحرارة المتضمنة في هذا النوع من العمليات. يعتمد تطوير النماذج الرياضية المختلفة على نظريتين للانتقال الجماعي بين المراحل (نظرية الأغشية الرقيقة، نظرية النقل العالمي).

من أجل حل المعادلات غير الخطية ، ودقة أنظمة المعادلات غير الخطية ، وطريقة المربعات الصغرى في الحالة العامة والتكامل العددي ، استخدمنا أداتين مختلفتين: Excel و MatLab

الكلمات المفتاحية : برج التبريد ، Psychrométrie ، النمذجة الرياضية (نظرية الفيليم ونظرية تحويل المعامل العالمي) ، أدوات الحل (MatLab et Excel) ، Simulation.

Abstract

This work consists of the study, by simulation, of the cooling process using a cooling tower operating in open circuit and against the current and based on the psychrometric properties of humid air.

The mathematical modeling is based on a detailed development of the theory of mass and heat transfer involved in this type of process. The development of the various mathematical models is based on two theories of mass transfer between phases (thin film theory, global transfer theory).

For the resolution of non-linear equations, the resolution of systems of non-linear equations, the method of least squares in the general case and numerical integration, we have used two different tools: MatLab and Excel.

Keywords: Cooling Tower, Psychrometries, Mathematical Modeling (Film Theory and Global Coefficient Transfer Theory), Solving Tools (MatLab and Excel), Simulation.

Introduction Générale

Le contrôle de la température est une exigence importante dans la plupart des processus industriels, en particulier ceux qui déchargent de la chaleur irrécupérable dans l'environnement. Dans la plus part des cas, les tours de refroidissement jouent ce rôle. Le fonctionnement de la tour de refroidissement en tant que dispositif de rejet de chaleur est basé sur le principe d'extraction de la chaleur de l'eau chaude vers l'atmosphère en utilisant de l'air froid. Ce processus thermique entre les deux fluides est réalisé dans la zone d'échange de chaleur appelée : garnissage ou packing.

Une tour de refroidissement est un échangeur qui permet de refroidir de l'eau par contact direct avec l'air ambiant. Afin d'augmenter la surface d'échange avec l'air, l'eau est finement pulvérisé par un système de distribution d'eau disposé dans la partie supérieure de la tour. Elle s'écoule ensuite par gravité et rencontre pendant son écoulement un corps d'échange appelé "Packing" ou "garnissage" et tombe ensuite dans un bassin de récupération. Tout au long de ce parcours l'eau croise un flux d'air ascendant, auquel elle cède sa chaleur par transfert de chaleur sensible et principalement par chaleur latente du fait de l'évaporation d'une partie de l'eau dans le courant d'air. Ce principe de refroidissement permet de refroidir l'eau à une température inférieure à celle de l'ambiance.

L'étude présentée dans ce mémoire, s'inscrit dans le cadre de la modélisation et la simulation du comportement de la tour de refroidissement.

Le présent manuscrit est scindé en cinq grands chapitres, en plus d'une introduction et une conclusion générale. Le premier chapitre est consacré à une description générale des tours de refroidissement. Dans le deuxième chapitre, quelques définitions et calculs sur les propriétés psychrométriques de l'air humide sont présentés. Le troisième chapitre, traite de la modélisation mathématique en se basant sur les fondements théoriques régissant les

phénomènes de transfert massique et thermiques. Dans le quatrième chapitre, les outils de résolution numérique (Excel et MatLab) sont développés. Le dernier chapitre donne les principaux résultats obtenus par simulation des différents cas d'études traités.

Chapter I :

Généralités sur les tours de refroidissement

I.1 Introduction

Les tours de refroidissement sont utilisées pour refroidir un liquide ou un gaz à l'aide d'un moyen de refroidissement. Il s'agit d'un cas particulier d'un échangeur de chaleur où le transfert thermique s'effectue par contact direct ou indirect entre les flux. Le moyen de refroidissement de telles installations est le plus souvent l'air ambiant. Les tours de refroidissement sont des équipements courants, présents dans des installations de climatisation, ou dans des procédés industriels et énergétiques

I.2 Différent types de Tour de refroidissement

Il existe quatre types de tour de refroidissement :

- Tour de refroidissement circuit ouvert.
- Tour de refroidissement circuit fermée
- Tour de refroidissement avec condenseur évaporatif.
- Tour de refroidissement à circuit fermé hybride.

I.2.1 Tour de refroidissement circuit ouvert

. Dans une tour à circuit ouvert (Figure I-1), l'eau provenant de la source de chaleur du procédé est distribuée directement sur la surface de ruissellement et entre en contact avec l'air soufflé au travers de la tour, assurant ainsi le refroidissement par évaporation d'une petite partie de cette eau, grâce à l'échange direct obtenu entre l'eau et l'air.

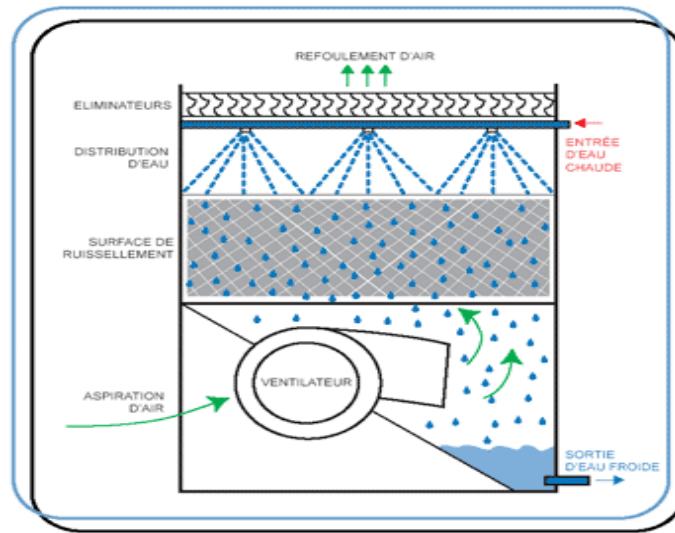


Figure I-1 : schéma de tour de refroidissement circuit ouvert.

I.2.2 Tour de refroidissement circuit fermée

Le fluide à refroidir circule dans un échangeur tubulaire disposé dans la tour de refroidissement. Il n'y a donc plus de contact direct entre le fluide du circuit primaire et l'air. Le refroidissement évaporatif est assuré par le circuit d'eau secondaire propre à la tour. La production est assurée par évaporation d'une partie de l'eau dispersée du circuit tour, provenant du bassin de rétention et complétée par l'appoint en eau.

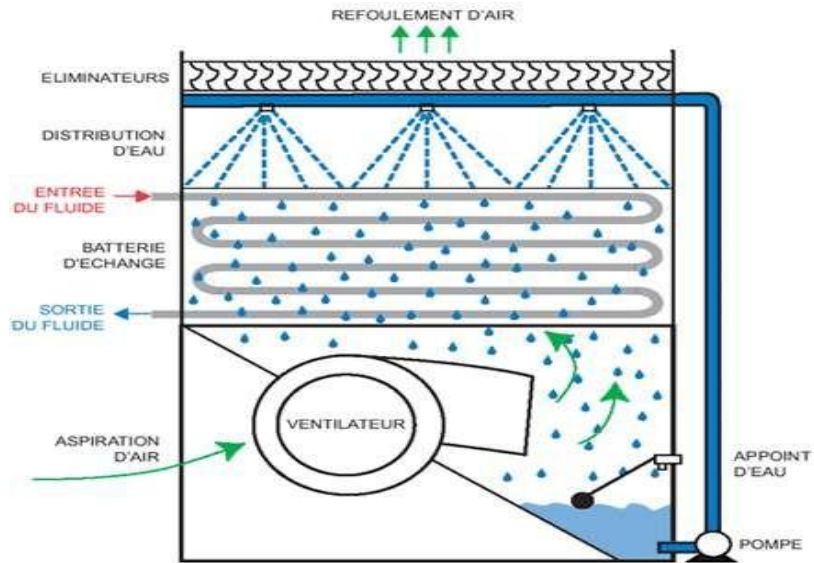


Figure I-2 : schéma de tour de refroidissement circuit fermée.

I.3 Les principaux composants d'une tour de refroidissement

Dans notre étude, nous allons nous intéresser aux tours de refroidissement à circuit ouverte. Les principaux composants de telles installations sont décrits ci-dessous.

I.3.1 Les corps d'échange ou packing

Le corps d'échange est d'une importance capitale car il est le lieu d'échange entre le fluide à refroidir (eau) et le fluide de refroidissement (air). Il est constitué :

- d'un empilement de parois ondulées ou en nid d'abeille sur lesquelles les gouttelettes d'eau s'écoulent sous forme de film.
- d'un empilement de lattes sur lesquelles l'eau s'éclate en gouttes successives.



Figure I-3 : corps d'échange avec canaux verticaux et de type gouttes.

I.3.2 Les pare-gouttelette

Celui-ci est très important pour prévenir le risque d'entraînement de gouttelettes. Sa conception doit être telle que le taux d'entraînement soit limité le plus possible.

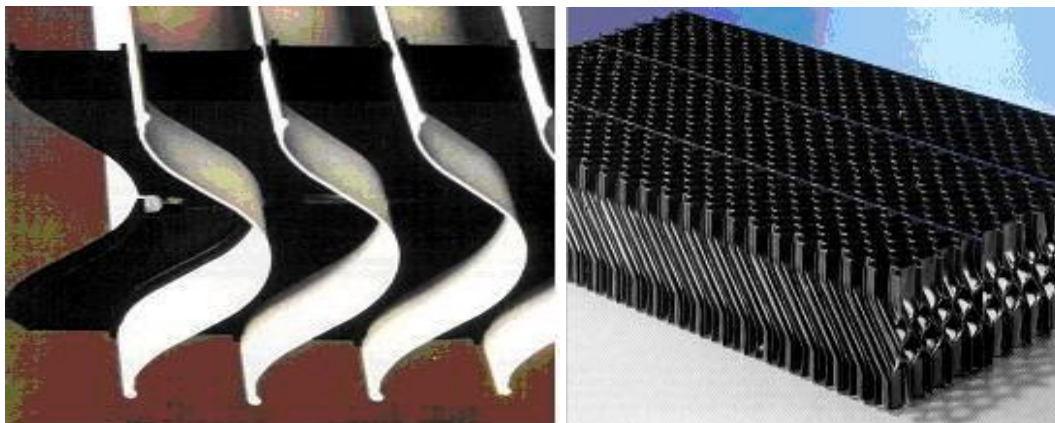


Figure I-4 : Exemple de pare-gouttelette

I.3.3 Les rampes de dispersion(les rampes pulvérisations)

Celles-ci servent à la dispersion du fluide sous forme de gouttelettes sur le corps d'échange. Il est préférable d'utiliser des systèmes permettant une dispersion à des pressions faibles pour éviter les éclaboussements.



Figure I-5 : Système de dispersion de fluide à refroidir.

Les dispositifs de dispersion sont généralement en matières plastiques, ce qui élimine le risque de corrosion, mais pas ceux d'encrassement, ni d'entartrage.

I.3.4 Le bassin de rétention

Il est situé sur la partie basse de la tour afin de récupérer l'eau non évaporée après le passage sur le corps d'échange. Il doit comprendre un point de vidange situé en son point bas, ainsi qu'une purge de déconcentration. Le remplissage en eau d'appoint y est généralement régulé par un contrôleur de niveau soit mécanique, soit électronique.

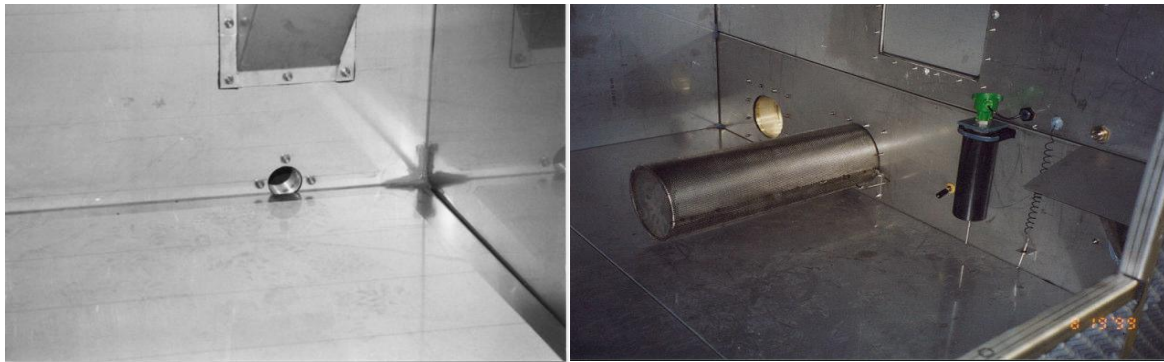


Figure I-6 : Exemples de bassin de rétention avec point de vidange.

I.3.4.1 Les ventilateurs

Ces ventilateurs assurent la circulation de l'air à travers le corps d'échange, deux types de ventilateurs sont utilisés sur les tours de refroidissement:

- Les ventilateurs axiaux.
- Les ventilateurs centrifuges.

La vitesse des ventilateurs est régulée pour maintenir la température de sortie d'eau souhaitée quelles soient les conditions ambiantes.



Figure I-7 : Photo de ventilateurs centrifuge et axial.

Chapter II :

Calcul des propriétés psychrométriques

II.1 Introduction

La psychrométrie est un terme employé pour désigner le domaine scientifique concernant la détermination des caractéristiques physiques et thermodynamiques d'un mélange gaz-vapeur en l'occurrence (air-eau). Tous les calculs de dimensionnement des tours de refroidissement sont basés sur ces propriétés. Il est donc capital de bien les maîtriser.

II.2 Air atmosphérique

L'atmosphère est un mélange de gaz et de particules qui entourent notre planète. Sa composition est donnée dans Tableau II.1.

Tableau II-1 : Composition actuelle de l'atmosphère de la surface de la terre

Nom du gaz	Pourcentage
Azote (N ₂)	78,09%
Oxygène (O ₂)	20,95%
Vapeur d'eau (H ₂ O)	0,4%
Argon(Ar)	0,93%
Gaz carbonique(CO ₂)	0,033%

Néon(Ne)	0,018%
Krypton(Kr)	0,000114%
Hydrogène(H)	0,00005%
Oxyde d'azote(N ₂ O)	0,00005%
Xénon(Xe)	0,0000087%
Ozone(O ₃)	0-0,000001%

On constate que l'air est essentiellement constitué d'azote et de dioxygène ; les autres gaz, qui représentent 1 % du volume, sont appelés 'gaz rares'.

II.3 Définitions

Il existe différents types d'air.

II.3.1 Air sec

L'air sec est un mélange de gaz contenant principalement de l'azote (78.09 %), de l'oxygène (20.95 %), de l'argon (0.93 %), du gaz carbonique (inférieur à 1 %) et en faible quantité, un certain nombre d'autres gaz (néon, hélium, krypton, hydrogène, etc...).

II.3.2 Air humide

L'air qui nous entoure contient une certaine quantité d'eau qui se présente sous forme de vapeur. L'air humide est défini comme un mélange en proportion variable d'air sec et de vapeur d'eau.

II.3.3 Air saturé

L'air saturé représente l'air humide à une température et à une pression donn e dont la quantité de vapeur d'eau est maximale. Toute quantité d'eau ajout e à de l'air saturé apparait sous forme condens e (liquide ou glace).

II.4 Propriété et grandeur de l'air humide

L'air humide est caractérisé par plusieurs grandeurs dont on gardera les plus importantes :

- La température (dite température sèche).
- La température humide ou température de thermomètre humide.
- La température de rosée ou point de rosée.
- L'humidité absolue ou teneur en eau.
- L'humidité relative.
- L'enthalpie.
- Volume spécifique.

II.4.1 Température sèche ( C)

C'est la température réelle de l'air humide observ e à l'aide d'un thermomètre ou d'un capteur de température, elle est indiqu e par un thermomètre non affecté par l'humidité de l'air.

II.4.2 Température humide en ( C)

C'est la température enregistr e par un thermomètre où le bulbe est recouvert d'une m che impr gn e d'eau. Les températures humides sont toujours inférieures aux températures sèches, le seul cas, où elles sont identiques est avec une humidité relative à 100 %.

.

II.4.3 Température de rosée en (°C)

C'est la température à partir de laquelle la vapeur d'eau contenue dans l'air humide commence à se condenser au contact d'une surface froide. Au cours d'un refroidissement, l'humidité spécifique et la pression partielle de la vapeur d'eau restent constantes.

II.4.4 Humidité spécifique ou humidité absolue ou teneur en vapeur

C'est la masse d'eau sous forme liquide, solide ou vapeur contenue dans 01 kg d'air sec. Ce poids d'eau reste constant lorsque la température ambiante varie sous réserve qu'elle ne tombe pas en dessous de la température de rosée. Si la température tombe en dessous du point de rosée, une partie de cette masse d'eau va se condenser sous forme de gouttelettes sur les parois les plus froides.

$$\phi = \frac{m_{vapeur}}{m_{air\ sec}} \quad \text{Eq. II-1}$$

Où :

m_{vapeur} et $m_{air\ sec}$ sont respectivement les masses de vapeur d'eau et d'air sec contenues dans un même volume V d'air humide, autrement (1+n) kg d'air humide contient donc 1 kg d'air sec et n kg de vapeur d'eau.

On peut également écrire :

$$\phi = \frac{18.02 * P_{vapeur}}{28.97 * (P_{totale} - P_{vapeur})} \quad \text{Eq. II-2}$$

$$\phi = 0.622 * \frac{P_{vapeur}}{(P_{totale} - P_{vapeur})} \quad \text{Eq. II-3}$$

II.4.5 Humidité relative

C'est la quantité d'eau sous forme de vapeur que contient un environnement d'air humide. C'est une valeur comprise entre 0 et 100 % qui indiquent le degré de saturation. Le brouillard apparaît à partir de la valeur $\varphi = 100\%$. L'humidité relative est exprimée par le rapport :

$$\varphi = \frac{P_{vapeur}}{P_{vapeur \text{ saturante}}} * 100 \quad \text{Eq. II-4}$$

Avec :

P_{vapeur} : Pression partielle de vapeur d'eau.

$P_{vapeur \text{ saturante}}$: Pression de la vapeur saturante qui correspond à l'état de saturation.

II.4.6 Enthalpie spécifique

L'enthalpie spécifique représente la quantité de chaleur sensible et latente contenue dans un air humide dont la masse d'air sec est de 1 kg. Elle peut s'écrire comme suit :

$$H_y = H_{y \text{ d'air sec}} + H_{y \text{ vapeur}} \quad \text{Eq. II-5}$$

$$H_y = (C_{p \text{ air sec}} + \phi * C_{p \text{ vapeur}}) * (T - T_0) + \phi * \lambda(T_0) \quad \text{Eq. II-6}$$

Avec :

ϕ : L'humidité absolue de l'air en $(kg_{d'eau} / kg_{d'air \text{ sec}})$.

T_0 : Température de référence en $(^{\circ}C \text{ ou } K)$

T : Température en $(^{\circ}C \text{ ou } K)$

$C_{p \text{ air sec}} = 1,005 kJ/kg * K$: Capacité calorifique de l'air sec.

$C_{p \text{ vapeur}} = 1,88 kJ/kg.K$: Capacité calorifique de la vapeur.

$\lambda = 2501,4 \text{ kJ/kg}$: Chaleur latente (kJ/kg).

$$H_y = (1,005 + \phi * 1,88) * (T - T_0) + \phi * 2501,4(T_0) \quad \text{Eq. II-7}$$

II.4.7 Volume spécifique

Noté V ou V_s , c'est le volume occupé par le poids d'un kilogramme d'air sec dans un ensemble des conditions spécifiques.

$$V = \frac{v_{d' \text{ air humide}}}{m_{d' \text{ air sec}}} \quad \text{Eq. II-8}$$

Où :

$v_{d' \text{ air humide}}$: est le volume d'air humide considéré (m^3).

$m_{d' \text{ air sec}}$: est la masse d'air sec contenu dans ce volume d'air humide (Kg).

II.5 Diagramme de l'air humide

Le diagramme de l'air humide permet par une simple lecture directe sans effectuer aucun calcul, de déterminer la valeur de toutes les grandeurs caractéristiques de l'air humide connaissant uniquement deux paramètres d'entre elles.

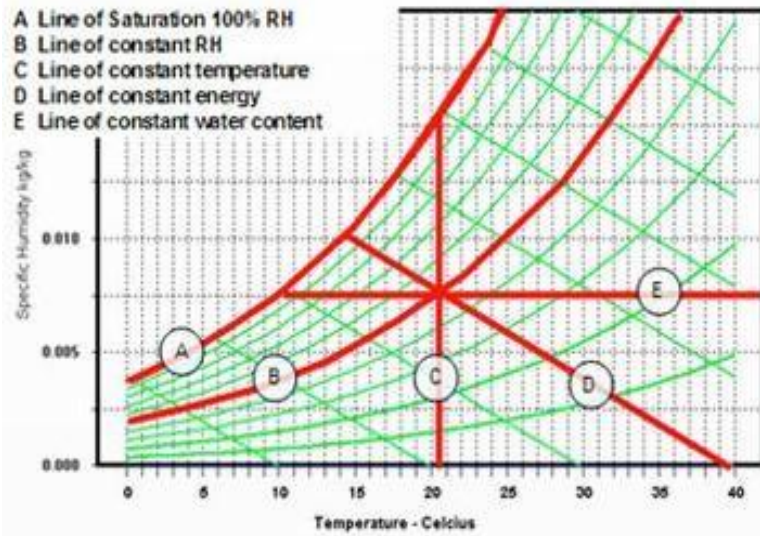


Figure II-1 : Diagramme psychrométrique de l'air humide.

- (A) : courbe de saturation (courbe d'humidité relative égale à 100%)
- (B) : courbe de l'humidité relative [%] : (le domaine de l'air non saturé)
- (C) : échelle de température sèche [°C] : se trouve tout à fait en bas, elle servira en même temps pour la lecture de la température humide (T_H) et de la température de rosée (T_s).
- (D) : échelle enthalpie (H_y) ($kJ/kg_{d'air sec}$): est une oblique située en haut à gauche du diagramme. les droites d'enthalpie et les droites de température humide thermodynamique (sur d'autres types de diagramme : 'température humide' tout court) sont presque confondues.
- (E) : échelle d'humidité absolue (humidité spécifique = teneur eau) ($kg_{d'eau} / kg_{d'air sec}$): est représentée par une droite presque perpendiculaire à l'échelle de température à l'extrême droite du diagramme.
- (F) : droite volume massique (volume spécifique) (m^3/kg): Les volumes massiques sont représentés par des droites parallèles plus obliques que celles de l'enthalpie et de la température humide thermodynamique.

Chapter III :

Modélisation mathématique

III.1 Introduction

Un modèle mathématique est la traduction sous forme d'expressions mathématiques d'un ou de plusieurs phénomènes réels. Ceci permet l'étude de ces phénomènes sans avoir recours à l'expérience d'où le gain en temps et en investissement.

L'objectif de ce chapitre est de développer la théorie de transfert de masse et de chaleur qui régit le fonctionnement des tours de refroidissement pour pouvoir prédire les performances des tours de refroidissement.

Dans ce chapitre, nous allons étudier les paramètres de performance de transfert thermique et de masse à travers le garnissage d'une tour de refroidissement humide à contre-courant.

III.2 Théorie des phénomènes de transferts dans les tours de refroidissement

Les profils de la température et de la concentration en termes d'humidité sont représentés à l'interface eau-gaz la (Figure III-1). La vapeur d'eau diffuse de l'interface vers la phase gazeuse avec une force motrice dans la phase gazeuse de $(\phi_i - \phi_G)$, il n'y a pas de motrice pour le transfert de masse dans la phase liquide, puisque l'eau est un liquide pur. La force motrice de la température est $(T_L - T_i)$, dans la phase liquide et $(T_i - T_G)$ en K ou °C dans la phase gazeuse. La chaleur sensible s'écoule du liquide vers l'interface ; elle s'écoule également de l'interface vers la phase gazeuse. La chaleur latente quitte également l'interface dans la vapeur d'eau ; se diffusant dans la phase gazeuse.

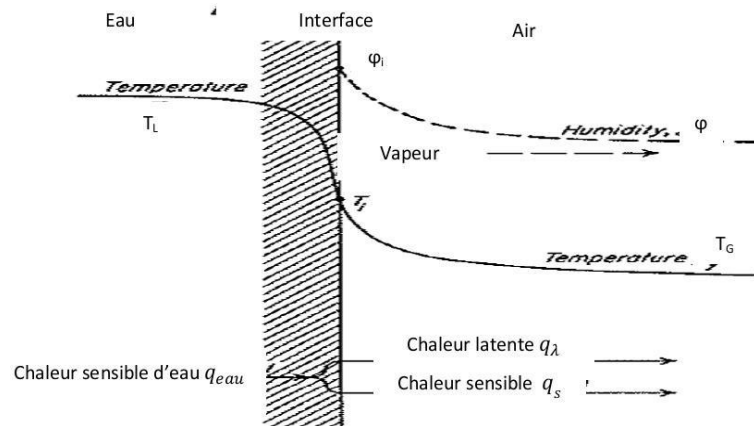


Figure III-1 : Profils de la température et de la concentration en partie supérieure de la tour de refroidissement.

III.3 Bilan massique et thermique d'une tour de refroidissement

Considérons une tour de refroidissement sous forme d'une colonne à garnissage fonctionnant à contre-courant. La surface inter-faciale entre l'air et l'eau est inconnue. Le processus est suppose adiabatique. Les différents flux et variables sont représentés dans le schéma suivant :

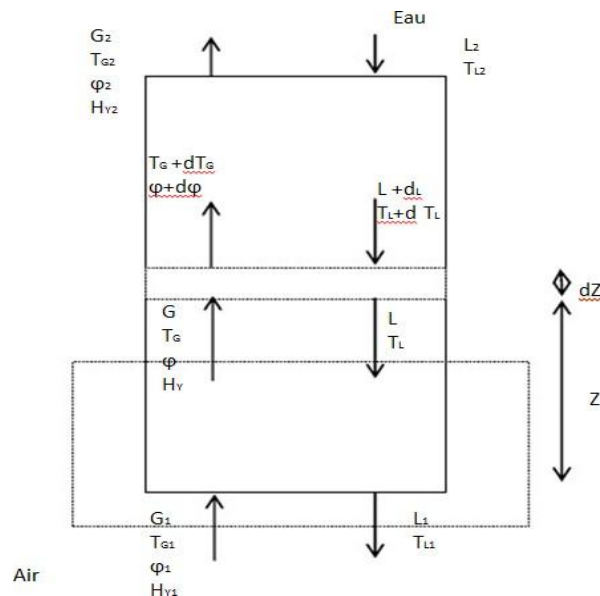


Figure III-2 : Flux thermiques et massiques dans les tours de refroidissement.

Avec :

L : Débit de l'eau ($kg/m^2 * s$).

G : Débit d'air sec ($kg/m^2 * s$).

T_L : Température de l'eau ($^{\circ}C$ ou K).

T_G : Température de l'air ($^{\circ}C$ ou K).

ϕ : Humidité de l'air ($kgkg_{d'eau}/kg_{d'airsec}$).

H_y : Enthalpie totale du mélange air-vapeur d'eau ($J/kg_{d'airsec}$) s'écrit :

$$H_y = (C_{p\ air\ sec} + \phi * C_{p\ vapeur}) * (T - T_0) + \phi * \lambda(T_0) \quad \text{Eq. III-1}$$

$$H_y = (1,005 + \phi * 1,88) * (T - T_0) + \phi * 2501,4 \quad \text{Eq. III-2}$$

Avec :

$C_{p\ air\ sec}$: la capacité calorifique de l'air sec.

$C_{p\ vapeur}$: la capacité calorifique de la vapeur.

T_0 : température de référence. $^{\circ}C$ ou K

ϕ : l'humidité absolue de l'air

T : température en $^{\circ}C$ ou K

λ : chaleur latente

Le bilan enthalpique global autour de la zone inferieure de la colonne (partie encadrée sur la figure) s'écrit :

$$G * (H_y - H_{y1}) = L * C_L * (T_L - T_{L1}) \quad \text{Eq. III-3}$$

Avec :

$$C_L = 4,187 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

Cette équation représente la droite opératoire du processus.

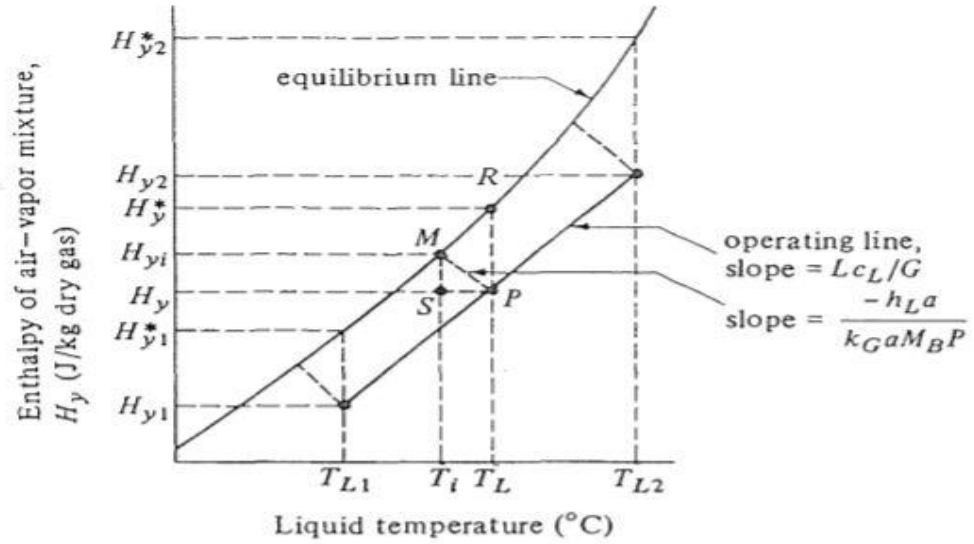


Figure III-3 : Diagramme d'enthalpie de température et ligne de fonctionnement pour tour de refroidissement.

Le bilan différentiel sur la tranche dZ s'écrit :

$$G * dH_y = L * C_L * dT_L \quad \text{Eq. III-4}$$

Le flux de chaleur sensible transféré de l'eau vers l'interface est :

$$\frac{q_{eau}}{A} = L * C_L * dT_L = G * dH_y = h_{eau} * a * dZ * (T_L - T_i) \quad \text{Eq. III-5}$$

Avec :

dT_L : la température de l'eau sur la tranche dZ

A : la section droite de la tour

dH_y : l'enthalpie de mélange l'air vapeur sur la tranche dZ

a : surface de l'air interfacielle.

h_{eau} : le coefficient de transfert thermique

$h_{eau} * a$: coefficient du transfert thermique volumique en phase liquide ($kg * mol/m^3 * s * Pa$)

Le flux de chaleur sensible de l'interface vers la phase gazeuse est :

$$\frac{q_s}{A} = h_G * a * (T_i - T_G) * dZ \quad \text{Eq. III-6}$$

Avec :

$h_G * a$: Coefficient du transfert thermique volumique en phase gazeuse ($kg * mol/m^3 * s * Pa$)

Le flux thermique du à la chaleur latente est :

$$\frac{q_\lambda}{A} = M_B * K_G * a * P_{totale} * \lambda(T_0) * (\phi_i - \phi_G) * dZ \quad \text{Eq. III-7}$$

Avec:

K_G : étant la conductance liée au transfert de masse.

ϕ_i : étant l'humidité absolue à saturation du film

$\lambda(T_0)$: la chaleur latente à la température de référence

ϕ_G : étant l'humidité absolue de l'air

Donc :

$$q_{eau} = q_{\lambda} + q_s \quad \text{Eq. III-8}$$

Soit :

$$G * dH_y = M_B * K_G * a * P_{totale} * \lambda(T_0) * (\phi_i - \phi_G) * dZ \quad \text{Eq. III-9}$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\int_0^Z dZ = Z = \frac{G}{M_B * K_G * a * P_{totale}} \int_{H_{y1}}^{H_{y2}} \frac{dH_y}{H_{yi} - H_y} \quad \text{Eq. III-10}$$

$$-\frac{h_{eau} * a}{K_G * a * M_B * P_{totale}} = \frac{H_{yi} - H_y}{T_i - T_L} \quad \text{Eq. III-11}$$

III.4 Dimensionnement d'une tour de refroidissement

Dans ce qui suit, nous allons présenter les deux principales théories utilisées pour le dimensionnement des tours de refroidissement.

III.4.1 Théorie du film (Transfer à travers un film)

En générale, c'est une théorie qui stipule l'existence d'une interface résistante au transfert de matière entre les deux phases liquide et gazeuse mélangées. Cette opération est sommairement quantifiée par le calcul de coefficient de transfert de matière des deux cotes liquide et gaz.

Bilan global de la théorie de coefficient de transfert de masse du film:

$$G * (H_{y2} - H_{y1}) = L * C_L * (T_{L2} - T_{L1}) \quad \text{Eq. III-12}$$

III.4.1.1 Méthode analytique

D'après la courbe d'opérateur :

L'enthalpie dans la saturation à la température du bulbe humide (T_H) est égale à l'enthalpie à la température de la sortie de l'eau (T_{L1})

$$H_{y1}(\phi_{sat} ; T_H) = H_{y1}(\phi_1 ; T_{L1}) \quad \text{Eq. III-13}$$

On peut calculer la pression de saturation et l'humidité absolue à la saturation :

On applique l'équation de Hayland et waxter pour calculer la pression de saturation :

La pression de saturation sur l'eau liquide pour la gamme température de 0 à 200 °C est donnée par :

$$\ln(P_{sat}) = C_8/T_H + C_9 + C_{10} * T_H + C_{11} * T_H^2 + C_{12} * T_H^3 + C_{13} \ln(T_H) \quad \text{Eq. III-14}$$

Tableau III-1 : Les valeurs des coefficients.

C_8	C_9	C_{10}	C_{11}	C_{12}	C_{13}
-5,8002206* 10^3	1,3914993	-4,8640239* 10^{-2}	4,1764768* 10^{-5}	-1,4452093* 10^{-8}	6,5459673

L'humidité est donnée par :

$$\phi_{sat} = 0.622 * \frac{P_{sat}}{P_{totale} - P_{sat}} \quad \text{Eq. III-15}$$

Donc ;

$$H_{y1} = (1,005 + \phi_{sat} * 1,88) * T_H + \phi_{sat} * 2501,4 \quad \text{Eq. III-16}$$

D'après l'équation de l'égalité :

$$\phi_1 = \frac{H_{y1} - 1,005 * T_{L1}}{1,88 * T_{L1} + 2501,4} \quad \text{Eq. III-17}$$

On peut calculer l'enthalpie à la température d'entrée de l'eau T_{L2} pour tracer la courbe d'équilibre à partir l'équation (III.11) :

$$H_{y2} = \frac{L * C_L}{G} * (T_{L2} - T_{L1}) + H_{y1} \quad \text{Eq. III-18}$$

Pour calculer l'intégrale il faut calculer H_{yi} . en posons T_i pour calculer H_{yi} et résoudre cette équation avec Excel (solveur) ou MATLAB et utiliser la méthode de trapèze pour calcul l'intégrale.

Calcul l'hauteur par cette équation :

$$Z = \frac{G}{M_B * K_G * a * P_{totale}} \int_{H_{y1}}^{H_{y2}} \frac{dH_y}{H_{yi} - H_Y} \quad \text{Eq. III-19}$$

III.4.1.2 Méthode graphique

La conception de la tour se fait selon les étapes suivantes :

- L'enthalpie de l'air saturé H_{yi} est tracée en fonction de T_i sur un tracé H_y en fonction de T_L comme indiqué sur la (Figure III.3). cette enthalpie est calculée avec l'équation (III.1), en utilisant l'humidité de saturation à partir de l'humidité graphique pour une température donnée; avec 0°C (273.15K) comme une température de base.

- Connaissant les conditions d'entrée d'air T_{G1} et ϕ_1 ; l'enthalpie de cet air H_y est calculée à partir de l'équation (III.1). la H_{y1} et T_{L1} (température d'eau de sortie) sont tracées sur la (Figure III.3) comme un point sur la droite d'exploitation. la droite d'exploitation est tracée avec une pente $\frac{L \cdot C_p \cdot d'_{eau}}{G}$ et se termine au point T_{L2} qui est la température de l'eau d'entrée ; cela donne H_{y2} .alternativement ; H_{y2} peut être calculé à partir de l'équation(III.3).
- Connaissant $h_{eau} \cdot a$ et $K_G \cdot a$; les lignes avec une pente de $\left(-\frac{h_{eau} \cdot a}{K_G \cdot a \cdot M_B \cdot P_{totale}}\right)$ sont tracées comme indiqué sur la (Figure III.3) de l'équation (III.11) le point P représente H_y et T_L sur la ligne de fonctionnement et le point M représente la force motrice dans l'équation (III.10)
- La force motrice $H_{yi} - H_y$ est calculée pour différentes valeurs de T_{L1} entre T_{L2} . puis en traçant $\left(\frac{1}{H_{yi} - H_y}\right)$ en fonction de H_y de H_{y1} et H_{y2} ; une intégration graphique est effectuée pour obtenir la valeur de l'intégrale dans équation (III.10). enfin ; la hauteur Z est calculée à partir d'équation (III.10).

III.4.2 La théorie de coefficient de transfert globale

Souvent, seul un coefficient global de transfert de masse $K_G \cdot a$ en $kg \cdot mol/s \cdot m^3 \cdot Pa$ ou $kg \cdot mol/s \cdot m^3 \cdot atm$ Est variable; et équation (III.10) devient :

$$Z = \frac{G}{M_B \cdot K_G \cdot a \cdot P_{totale}} \int_{H_{y1}}^{H_{y2}} \frac{dH_y}{H_y^* - H_y} \quad \text{Eq. III-20}$$

- Les données d'enthalpie et température sont tracées comme indiqué sur la (figure (III.3)).

- La ligne de fonctionnement est calculée comme aux les étapes 1 et 2 pour les coefficients de film et tracée à la (Figure III.3).
- Dans la figure (III.3) le point P représente H_y et T_L sur la ligne de fonctionnement et le point R représente H_y^* sur la ligne d'équilibre par conséquent ; la ligne verticale RP ou $(H_y^* - H_y)$ représente la force motrice dans équation (III.20).
- La force motrice $(H_y^* - H_y)$ est calculée pour différentes valeurs de T_L entre T_{L1} et T_{L2} puis en traçant $(\frac{1}{H_y^* - H_y})$ en fonction de H_y de H_{y1} à H_{y2} ; une intégration graphique est effectuée pour obtenir la valeur de l'entier dans équation (III.20). Enfin ; la hauteur Z est obtenue à partir de l'équation (III.20).

Si des données de refroidissement expérimentales dans une course réelle dans hauteur connue Z sont disponibles ; alors en utilisant équation (III.20).

III.4.3 Valeur minimale du débit d'air

Souvent le débit d'air G n'est pas fixe mais doit être règle pour la conception de la tour de refroidissement Il existe une valeur minimale (G_{min}) au-dessous de laquelle la tour de refroidissement ne peut pas fonctionner correctement (Figure III.4).

Souvent ; une valeur de G est :

$$G = 1,3 \text{ à } 1,5 * G_{min} \quad \text{Eq. III-21}$$

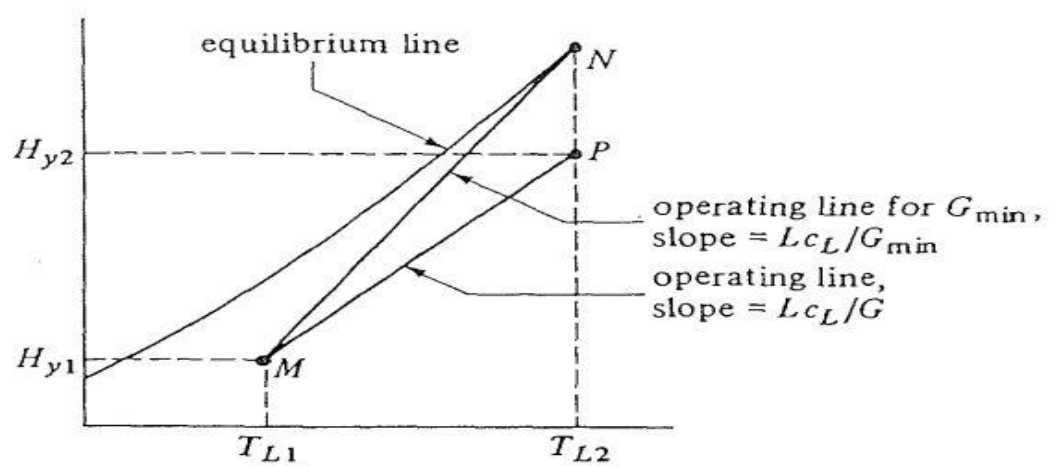


Figure III-4 : la courbe d'opérateur limite et d'équilibre air-vapeur pour un débit minimal de l'air.

Chapter IV :

Outils de résolution numérique

IV.1 Introduction

Pour les calculs et la résolution des différentes équations (modèles mathématiques), nous avons utilisé le logiciel MatLab (MATrix LABoratory) qui est un langage de programmation orienté calcul matriciel simple à programmer et efficace en temps.

MATLAB propose différents outils de calcul (Toolbox); proposant des fonctionnalités très avancées permettant de réaliser facilement des tâches complexes (ex : résolution des équations non-linéaires et des équations différentielles, intégration numérique, méthodes des moindres carrés, ...etc.).

IV.2 Différents techniques numériques mises en jeu

Les modèles mathématiques développés dans ce travail font appel à des techniques de résolution de différents types. La suite est consacrée aux principaux algorithmes de résolutions.

IV.2.1 Technique de résolution d'une équation non linéaire

Parmi les méthodes de résolution des équations non-linéaires, il y a la méthode de la corde (dite aussi Régula-falsi, sécante ou de la fausse position). Cette dernière a l'avantage de ne pas nécessiter le calcul des dérivés.

Le principe de la méthode est de trouver un intervalle $[a_k; b_k]$ où la fonction change de signe. On divise ensuite cet intervalle en deux intervalles longueurs différentes, $[a_k; c_k]$ en $[c_k; b_k]$; où c_k est l'abscisse du point d'intersection de la même droite passant par $(a_k; f(a_k))$ et $(b_k; f(b_k))$ et l'axe des abscisses est solution de l'équation.

En appliquant la règle des triangles semblables, on obtient :

$$0 = \frac{f(b_k) - f(a_k)}{b_k - a_k} * (c_k - a_k) + f(a_k) \quad \text{Eq. IV-1}$$

Qui est :

$$c_k = a_k - \frac{b_k - a_k}{f(b_k) - f(a_k)} * f(a_k) \quad \text{Eq. IV-2}$$

Donc :

$$c_k = \frac{a_k * f(b_k) - b_k * f(a_k)}{f(b_k) - f(a_k)} \quad \text{Eq. IV-3}$$

Pour l'interaction suivante, on pose soit $[a_{k+1}; b_{k+1}] = [a_k; c_k]$ soit $[a_{k+1}; b_{k+1}] = [c_k; b_k]$ de sorte à ce que $f(a_{k+1}) * f(b_{k+1}) < 0$. La suite $(c_k)_{k \in \mathbb{N}}$ converge vers x puisque la longueur de ces intervalles tend vers 0 quand k tend vers $+\infty$

IV.2.2 Technique de résolution d'un système non linéaire

La résolution des systèmes d'équation non linéaires est beaucoup plus délicate. En général; il n'est pas possible de garantir la convergence vers la solution correcte et la complexité des calculs croît très vite en fonction de la dimension du système. On s'intéresse donc à la résolution du système d'équations suivantes.

$$\begin{aligned}
f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\
f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\
&\vdots \\
f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0
\end{aligned}
\tag{Eq. IV-4}$$

Les f_i sont des fonctions non linéaires des variables réelles $(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Le système (IV-4) peut être noté comme suit :

$$f(x) = 0 \tag{Eq. IV-5}$$

Où $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^t$ et 0 est le vecteur nul. Le problème consiste à trouver le vecteur $x^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^t$ vérifiant simultanément les n équations du système (IV-5)

Parmi les méthodes de résolution, il existe la méthode de Newton-Raphson dont l'algorithme est le suivant :

Etant donné: $X^{(0)}, \varepsilon_1, \varepsilon_2, K_{max}$

- Calculer :

$$E_{ij}^{(K)} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i(X)}{\partial x_j} |_{X = X^{(K)}} \} j = 1, \dots, n \} i = 1, \dots, n \tag{Eq. IV-6}$$

$$F_i^{(K)} = -f_i^{(K)} \tag{Eq. IV-7}$$

- Résoudre le système linéaire :

$$\sum_{j=1}^n E_{ij}^{(K)} * \Delta X_j^{(K)} = F_i^{(K)} \} i = 1, \dots, n \tag{Eq. IV-8}$$

- Calculer ;

$$x_i^{(K+1)} = x_i^{(K)} + \Delta x_i^{(k)} \} i = 1, \dots, n \quad \text{Eq. IV-9}$$

- Arrêt des itérations ;

$$\left| x_i^{(K+1)} - x_i^{(K)} \right| < \varepsilon_1, \frac{\left| x_i^{(K+1)} - x_i^{(K)} \right|}{\left| x_i^{(K+1)} \right|} < \varepsilon_2 \quad \text{Eq. IV-10}$$

$$K > K_{max}$$

IV.2.3 Technique d'intégration numérique (trapèze)

Cette méthode est basée sur l'interpolation, de chaque sous-intervalle $[x_k; x_{k-1}]$ par un polynôme de degré un. En d'autre mots, sur chaque $[x_k; x_{k-1}]$ la fonction f continue et dérivable sur $[a, b]$, est substituée par la droite joignant les points $(x_k; f(x_k))$ et $(x_{k+1}; f(x_{k+1}))$. Le schéma numérique de la méthode du trapèze est donne par :

$$I(f) = \frac{h}{2} * \left[f(a) + 2 * \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b) \right] \quad \text{Eq. IV-11}$$

IV.2.4 Méthode de moindre carrée

La méthode des moindres carrés est très utilisée dans les sciènes expérimentales et plus particulièrement dans les problèmes d'estimation et d'indentification. Cette méthode consiste à minimiser la norme quadratique d'une fonction appelée fonction d'erreur.

L'objectif ici est de chercher à exprimer une relation entre deux variables x et y ; x : la variable indépendante ou «explicative» et y : la variable dépendante ou « expliquée ». Les valeurs de x sont fixées par l'expérimentateur et sont supposées connues sans erreur.

Étant donnés n couples (x_i, y_i) avec leurs poids w_i :

- Proposer un modèle, c'est-à-dire définir les fonctions $f_j(x)$ composantes modèles :

$$y_i^* = \sum_{j=1}^m C_j * f_j(x_i) \quad \text{Eq. IV-12}$$

- Calculer les termes :

$$a_{kj} = \sum_{i=1}^n w_i * f_j(x_i) * f_k(x_i) \quad k = 1, m \quad j = 1, m \quad \text{Eq. IV-13}$$

$$b_k = \sum_{i=1}^n w_i * y_i * f_k(x_i) \quad k = 1, m \quad \text{Eq. IV-14}$$

- Résoudre le système linéaire à matrice systématique :

$$\sum_{i=1}^m a_{kj} * C_j = b_k \quad k = 1, m \quad \text{Eq. IV-15}$$

Chapter V :

Simulation

V.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la simulation (résolution des différentes équations développées dans la partie modélisation). Les différents programmes développés dans cette section, font appel aux fonctions développées par MatLab (ToolBoxes) pour la résolution numérique telles que (fsolve, fzero, trapz et polyfit).

Conjointement aux fonctions du logiciel MatLab, nous avons aussi utilisé le tableur Excel. Ce dernier offre des possibilités intéressantes dans les calculs que nous avons effectués. La combinaison de ces deux outils permet la vérification des résultats obtenus.

V.2 Dimensionnement d'une tour de refroidissement

Dans ce qui suit, nous allons présenter, pour chaque cas d'études, les principaux résultats obtenus.

V.2.1 Premier cas d'études

La première simulation consiste aux calculs des différents paramètres d'une tour de refroidissement à garnissage fonctionnant à contre –courant. Les données de ce problème sont les suivants :

$$G = 1,356 \text{ kg}_{d'air \text{ sec}}/s * m^2$$

$$T_{G1} = 29,4 \text{ } ^\circ C$$

$$T_H = 23,9^\circ C$$

$$L = 1,356 \text{ kg d'air sec/s} * m^2$$

$$T_{L1} = 29,4^\circ C$$

$$T_{L2} = 43,3^\circ C$$

$$P_{totale} = 101325 \text{ Pa}$$

$$la \text{ pente} = - \frac{h_{eau} * a}{K_G * a * M_B * P_{totale}} = 4,187 * 10^4 \text{ J/kg} * K$$

$$K_G * a = 1.207 * 10^{-7} \text{ kg} * \text{mol/s} * m^3 * Pa$$

$$C_L = 4,187 \text{ kJ/kg} * K$$

V.2.1.1 Calcul de la hauteur de la tour

La courbe d'équilibre est obtenue par les valeurs de H_y de saturation de l'air en fonction de la température.

Pour tracer la courbe de saturation on prend une température dans l'intervalle $[10 \text{ à } 50]^\circ C$ ou $[283,15 \text{ à } 323,15]K$ et on calcule la pression de saturation correspondante :

$$\ln(P_{sat}) = C_8/T_H + C_9 + C_{10} * T_H + C_{11} * T_H^2 + C_{12} * T_H^3 + C_{13} \ln(T_H) \quad \text{Eq. V-1}$$

Ensuite, on calcule l'humidité absolue à la saturation:

$$\phi_{sat} = 0.622 * \frac{P_{sat}}{P_{totale} - P_{sat}} \quad \text{Eq. V-2}$$

Enfin, on calcule l'enthalpie de saturation:

$$H_{y1} = (1,005 + \phi_{sat} * 1,88) * T_H + \phi_{sat} * 2501,4 \quad \text{Eq. V-3}$$

Les résultats obtenus à partir d'Excel sont dans le tableau suivant :

Tableau V-1 : Résultat obtenus à partir les Excel.

Température en($^{\circ}C$)	Température en(K)	pression en(Pa)	Humidité absolue($kg_{d'eau} /$ $kg_{d'air sec}$)	Enthalpie ($kJ/kg_{d'air sec}$)
10	283,15	1227,9932	0,00763072	29,28092886
20	293,15	2338,79971	0,01469633	57,41397052
30	303,15	4246,02296	0,2720492	99,73475703
35	308,15	5627,80977	0,0365789	129,0803447
40	313,15	7383,44728	0,04888682	166,1617922
50	323,15	12349,8351	0,08633417	274,3217162

Ensuite, on trace la courbe de saturation $H_y = f(T_L)$.

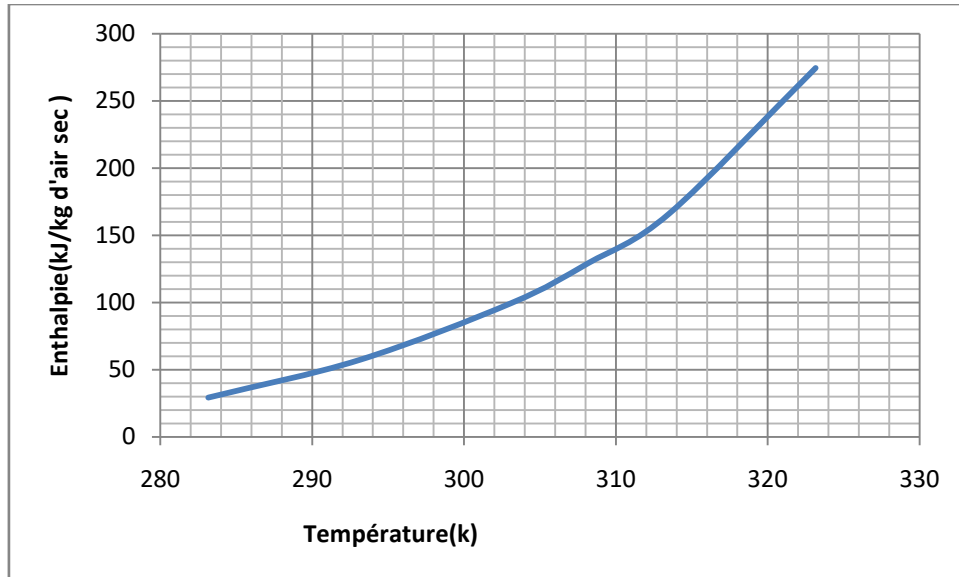


Figure V-1 : Courbe de saturation.

D'après la courbe de saturation l'enthalpie à température de la sortie de l'eau (T_{L1}) égale l'enthalpie à la température de bulbe humide (T_H).

$$H_{y1}(\phi_{sat} ; T_H) = H_{y1}(\phi_1 ; T_{L1}) \quad \text{Eq. V-4}$$

Donc :

$$H_{y1} = (1,005 + \phi_{sat} * 1,88) * T_H + \phi_{sat} * 2501,4 \quad \text{Eq. V-5}$$

Calcul d'humidité absolue dans la saturation :

$$\phi_{sat} = 0.622 * \frac{P_{sat}}{P_{totale} - P_{sat}} \quad \text{Eq. V-6}$$

On applique l'équation de Hyland et waxter pour calcule la pression de la saturation :

$$\ln(P_{sat}) = C_8/T_H + C_9 + C_{10} * T_H + C_{11} * T_H^2 + C_{12} * T_H^3 + C_{13} \ln(T_H) \quad \text{Eq. V-7}$$

Donc :

$$P_{sat} = 2967,237134 \text{ Pa}$$

L'humidité absolue dans la saturation :

$$\phi_{sat} = 0,622 * \frac{2967,237134}{101325 - 2967,237134}$$

D'où :

$$\phi_{sat} = 0,01876437 \text{ kg}_d\text{'eau} / \text{kg}_d\text{'air sec}$$

On remplace ϕ_{sat} dans la relation de l'enthalpie pour calcul l'enthalpie à la saturation :

$$H_{y1} = (1,005 + 0,01876437 * 1,88) * 23,9 + 0,01876437 * 2501,4$$

Donc :

$$H_{y1} = 71,7998169 \text{ kJ/kg}_d\text{'air sec}$$

On calcule l'humidité absolue à la température de sortie d'eau :

$$\phi_1 = \frac{71,7998169 - 1,005 * 29,4}{1,88 * 29,4 + 2501,4}$$

D'où :

$$\phi_1 = 0,016526491 \text{ kg}_d\text{'eau} / \text{kg}_d\text{'air sec}$$

On calcul l'enthalpie à la température d'entrée de l'eau $T_{L2} = 43,3^\circ\text{C}$.

$$H_{y2} = \frac{1,356 * 4,187}{1,356} * (43,3 - 29,4) + 71,7998169$$

D'où :

$$H_{y2} = 129,9991109 \text{ kJ/kg}_d\text{'air sec}$$

Pour calcul la hauteur on peut calculer l'intégrale $\int_{H_{y1}}^{H_{y2}} \frac{dH_y}{H_{yi} - H_y}$

La détermination de H_{yi} se fait comme suit :

- À partir de la droite opératoire : $H_y = \frac{L \cdot C_L}{G} * (T_L - T_{L1}) + H_{y1}$ on fait varier T_L de T_{L1} à T_{L2} et on calcule à chaque fois la valeur de H_y correspondante.
- Pour chaque valeur de H_y , on doit calculer H_{yi} en utilisant l'équation suivante :

$$H_{yi} - H_y = \frac{h_{eau} * a}{K_G * a * M_B * P_{totale}} * (T_i - T_L) \quad \text{Eq. V-8}$$

H_{yi} et T_i étant liée par m'expression de l'enthalpie :

$$H_{yi} = (1,005 + \phi_{sat} * 1,88) * T_i + \phi_{sat} * 2501,4$$

L'humidité absolue ϕ_{sat} s'exprime en fonction la pression de vapeur saturante qui est-elle même fonction de la température.

Pour cela, on doit donc résoudre un système non-linéaire de quatre équations. Pour résoudre ce problème, nous avons utilisé MatLab et Excel pour pouvoir comparer les résultats.

Les résultats obtenus sont dans le tableau suivant :

Tableau V-2 : Résultat obtenus à partir les Excel et MATAB.

$T_L(^{\circ}C)$	$H_y(\frac{kJ}{kg_{d'} air sec})$	$T_i(^{\circ}C)$	$H_{yi}(\frac{kJ}{kg_{d'} air sec})$	$H_{yi} - H_y$	$\frac{1}{H_{yi} - H_y}$
29,4	71,7998169	28,87029198	93,97870961	22,17889271	0,0450879
32	82,6860169	31,41099282	107,3477475	24,66173061	0,04054865
35	95,2470169	34,30004915	124,5539591	29,30694224	0,03412161
38	107,8080169	37,13873653	143,8691193	36,06110243	0,02773071
40,5	118,27555169	39,46208124	161,7331762	43,45765927	0,0230109

43,3	129,991169	42,01461135	183,8183396	53,81922271	0,01858072
------	------------	-------------	-------------	-------------	------------

Une fois ces valeurs calculées, l'intégrale $\int_{H_{y1}}^{H_{y2}} \frac{dH_y}{H_{yi} - H_y}$ peut être déterminée :

$$\int_{H_{y1}}^{H_{y2}} \frac{dH_y}{H_{yi} - H_y} = 1,8328$$

Donc :

$$Z = \frac{1,356}{29 * 1.207 * 10^{-7} * 101325} * 1,8328$$

$$Z = 7,0144 \text{ m}$$

V.2.2 Deuxième cas d'étude

Les données de ce problème sont les suivants :

$$L = 15 \text{ kg/s}$$

$$T_{L1} = 302K$$

$$T_{L2} = 318K$$

$$T_H = 297K$$

$$K_G * a = 0,9 \text{ kg/m}^3 * s$$

$$G' = 2,7 \text{ kg/m}^2 * s$$

$$L' = 2 \text{ kg/m}^2 * s$$

$$T_{G2} = 312,8K$$

V.2.2.1 Calcul le débit minimal de l'air

Pour déterminer le débit minimal de l'air, on trace la droite de pente $\left(\frac{L \cdot C_L}{G_{\min}}\right)$ tangente à la courbe d'équilibre et passant par $H_{y1}(302K)$ (déterminer graphique).

Connaissant les propriétés de l'air à l'entrée de la tour, on peut calculer son enthalpie :

$$H_{y1} = (1,005 + \phi_{sat} * 1,88) * T_H + \phi_{sat} * 2501,4 \quad \text{Eq. V-9}$$

Calcul d'humidité absolue à la saturation :

$$\phi_{sat} = 0.622 * \frac{P_{sat}}{P_{totale} - P_{sat}} \quad \text{Eq. V-10}$$

On applique l'équation de Hyland et waxter pour calcule la pression de la saturation :

$$\ln(P_{sat}) = C_8/T_H + C_9 + C_{10} * T_H + C_{11} * T_H^2 + C_{12} * T_H^3 + C_{13} \ln(T_H) \quad \text{Eq. V-11}$$

Donc :

$$P_{sat} = 2958.32985 \text{ Pa}$$

L'humidité absolue à la saturation :

$$\phi_{sat} = 0,622 * \frac{2958.32985}{101325 - 2958.32985}$$

D'où :

$$\phi_{sat} = 0,01870635 \text{ kg}_d' \text{eau} / \text{kg}_d' \text{air sec}$$

On remplace ϕ_{sat} dans la relation de l'enthalpie :

$$H_{y1} = (1,005 + 0,01870635 * 1,88) * 23,85 + 0,01870635 * 2501,4$$

Donc :

$$H_{y1} = 71,6000642 \text{ kJ/kg}_{\text{d'air sec}}$$

Donc, on peut calcul l'humidité absolue à la température de sortie d'eau :

$$\phi_1 = \frac{71,6000642 - 1,005 * 28,85}{1,88 * 28,85 + 2501,4}$$

D'où :

$$\phi_1 = 0,0166713 \text{ kg}_{\text{d'eau}} / \text{kg}_{\text{d'air sec}}$$

On peut calculer l'enthalpie à la température d'entrée de l'eau $T_{L2} = 318K$:

Calcul d'humidité absolue à la température d'entrée d'eau $T_{L2} = 318K$:

$$\phi_2 = 0.622 * \frac{P_2}{P_{\text{totale}} - P_2} \quad \text{Eq. V-12}$$

On applique l'équation de Hyland et waxter pour calcule la pression à la température d'entrée d'eau $T_{L2} = 318K$:

$$\ln(P_2) = C_8/T_{L2} + C_9 + C_{10} * T_{L2} + C_{11} * T_{L2}^2 + C_{12} * T_{L2}^3 + C_{13} \ln(T_{L2}) \quad \text{Eq. V-13}$$

Donc :

$$P_2 = 9519,449607 \text{ Pa}$$

L'humidité absolue à la saturation :

$$\phi_2 = 0,622 * \frac{9519,449607}{101325 - 9519,449607}$$

D'où :

$$\phi_2 = 0,06449607 \text{ kg}_{\text{d'eau}} / \text{kg}_{\text{d'air sec}}$$

On remplace ϕ_{sat} dans la relation de l'enthalpie pour calculer l'enthalpie à la saturation :

$$H_{y2} = (1,005 + 0,06449607 * 1,88) * 23,85 + 0,06449607 * 2501,4$$

Donc :

$$H_{y2} = 211,842906 \text{ kJ/kg}_{d' \text{ air sec}}$$

Le débit minimal peut aussi être déterminé analytiquement.

Pour cela, nous devons tout d'abord trouver une expression analytique de l'enthalpie à la saturation en fonction de la température. Connaissant les valeurs de ces enthalpies en fonction de la température (Tableau V-1), nous allons proposer un modèle mathématique de la forme ($y = \alpha_1 x^3 + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x + \alpha_4$). La détermination des paramètres de ce modèle est réalisée par la méthode des moindres carrés

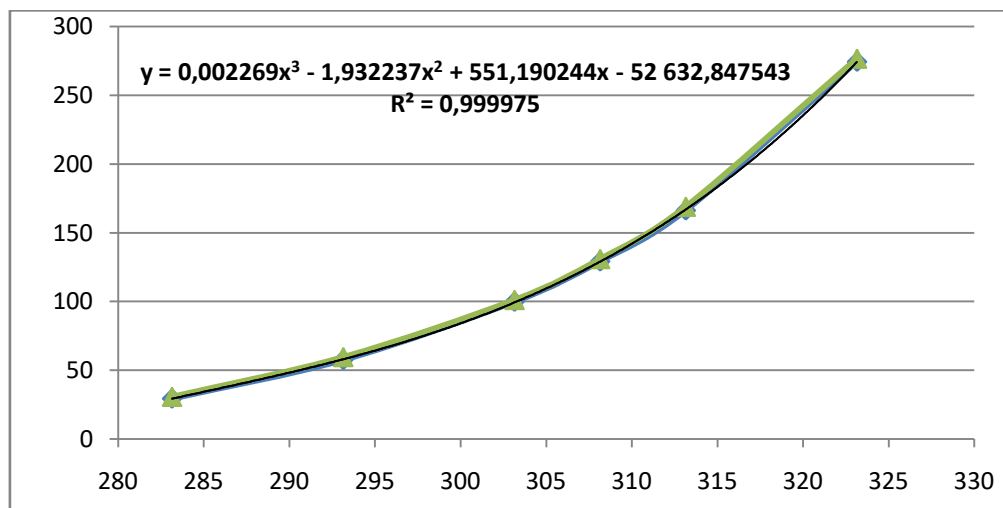


Figure V-2 : Courbe de saturation de la tour de refroidissement.

Les résultats obtenus sont mentionnés dans la figure V-2.

Une fois la courbe de tendance calculée, on passe à la détermination des paramètres (a et b) de la droite opératoire avec G_{min} et aussi du point d'intersection entre cette droite et la courbe de saturation.

On obtient ainsi un système non-linéaire de trois équations à trois inconnues différent et trois inconnues.

Le système obtenu est le suivant :

$$\begin{cases} 80 = 305 * x_1 + x_2 \rightarrow 305 * x_1 + x_2 - 80 = 0 \\ 0,002269 * x_3^3 - 1,932237 * x_3^2 + 551,190244 * x_3 - 52632,847543 - x_1 * x_3 - x_2 = 0 \\ 0,00688 * x_3^2 - 3,864474 * x_3 + 551,190244 - x_1 = 0 \end{cases}$$

Les valeurs initiales pour résoudre ce système est :

$$x_0 = \begin{cases} x_1 = a = 5,5 \\ x_2 = b = -1600 \\ x_3 = T = 310 \end{cases}$$

Ce système est résolu par la fonction fsolve de MatLab.

Les paramètres de la ligne opératoire avec un débit minimal sont :

$$H_y = 8.6481 * T_L - 2539,2174$$

$$H_y = 5,733260303 * T_L - 1668,6439$$

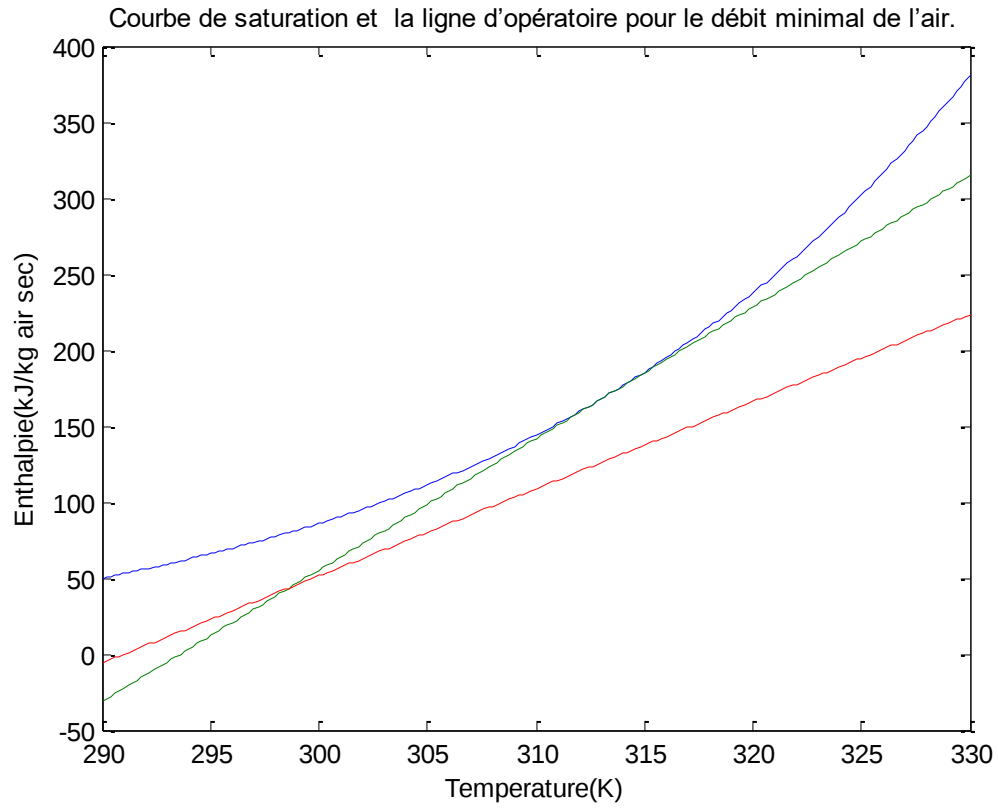


Figure V-3 : Courbe de saturation et la ligne d'opérateur pour le débit minimal de l'air.

D'après la figure et le résultat d'Excel et MATLAB. La pente de cette courbe est $\frac{L \cdot C_L}{G_{min}}$.

Donc :

$$\frac{L \cdot C_L}{G_{min}} = 8,6480708838897$$

D'après l'équation (III-4) :

$$G_{min} * (H_{y2} - H_{y1}) = L * C_L * (T_{L2} - T_{L1}) \quad \text{Eq. V-14}$$

De cette équation, nous déduisons que :

$$\frac{L * C_L}{G_{min}} = \frac{H_{y2} - H_{y1}}{T_{L2} - T_{L1}} = 8,6480708838897$$

Donc :

$$G_{min} = \frac{15 * 4,187}{8,6480708838897}$$

D'où :

$$G_{min} = 7,303 \text{ kg/s}$$

Le débit réel est déterminé par l'équation (III-21):

$$G = 1,5 * 7,303 G = 10,9545 \text{ kg/s}$$

C'est la quantité de l'air nécessaire pour l'opérateur de refroidissement.

Calcul l'enthalpie à la température de sortie de l'eau T_{L2} en G :

On applique l'équation (III.4).

$$H_{y2} = \frac{L * C_L}{G} * (T_{L2} - T_{L1}) + H_{y1}$$

Donc :

$$H_{y2} = 165,095292 \text{ kJ/kg}_d' \text{ air sec}$$

V.2.2.2 Calcul de la hauteur

Pour Calculer la hauteur d'une tour de refroidissement, on prend différentes valeurs de températures de l'intervalle[302 à 318 K], ensuite on calcule les enthalpies correspondantes :

$$T_{L1} = 302K \text{ et } H_{y1} = 71,6000642 \text{ kJ/kg}_d' \text{ air sec}$$

$$T_{L2} = 318K \text{ et } H_{y2} = 165,095292 \text{ kJ/kg}_d' \text{ air sec}$$

On applique l'équation(III.4) pour calcul l'enthalpie à chaque température:

$$H_y = \frac{L * C_L}{G} * (T_L - T_{L1}) + H_{y1}$$

Calcul l'enthalpie à la saturation a partir de l'équation (III.1) :

$$H_y^* = (1,005 + \phi_{sat} * 1,88) * T_L + \phi_{sat} * 2501,4$$

D'après les résultats de MATLAB ; on trouve cette valeur obtenue dans le tableau suivant

Tableau V-3 : Résultat obtenus à partir les Excel et MATLAB.

$T_L (°C)$	$H_y (\frac{\text{kJ}}{\text{kgd'air sec}})$	$H_y^* (\frac{\text{kJ}}{\text{kgd'air sec}})$	$H_y^* - H_y$	$\frac{1}{H_y^* - H_y}$
302	71,6000642	93,8779562	22,2778892	0,04487556
305,5	91,66647526	112,691868	21,0253927	0,047561537
308	109,265256	128,097852	18,8632596	0,053013134
310,5	123,285722	145,412753	22,127031	0,0451939591
313	133,810178	164,515235	30,70502857	0,032567955
315,5	148,4873	186,931019	38,443652	0,026012096
318	165,095292	211,8426906	46,747614	0,021391466

L'intégration numérique $\int_{H_{y1}}^{H_{y2}} \frac{dH_y}{H_y^* - H_y}$ permet de calculer la hauteur Z de la tour de refroidissement à garnissage ; on utilisant l'équation suivante :

$$Z = \frac{G'}{M_B * K_G * a * P_{totale}} \int_{H_{y1}}^{H_{y2}} \frac{dH_y}{H_y^* - H_y} \quad \text{Eq. V-15}$$

$$Z = HUT * NUT \quad \text{Eq. V-16}$$

HUT: Hauteur d'unité de transfert.

NUT: Nombre d'unité de transfert.

Calcul du *NUT*:

On utilisant la méthode trapèze et programmée dans le MTALAB et obtenue les résultats

Suivants :

$$NUT = \int_{H_{y1}}^{H_{y2}} \frac{dH_y}{H_y^* - H_y}$$

Donc :

$$NUT = 4,0681$$

Calcul de la *HUT*:

La *HUT* donnée par la relation suivante :

$$HUT = \frac{G'}{K_G * a}$$

$$HUT = \frac{2}{0,9}$$

D'où ;

$$HUT = 2,22m$$

Donc ; la hauteur de la tour est :

$$Z = 2,22 * 4,0681$$

D'où :

$$Z = 9,031m$$

Calcul la section transversale de la tour de refroidissement :

Pour l'eau

$$A_{eau} = \frac{L}{L'} = \frac{15}{2,7}$$

D'où:

$$A_{eau} = 5,56m^2$$

Pour l'air :

$$A_{air} = \frac{G}{G'} = \frac{10,9545}{2}$$

D'où:

$$A_{air} = 5,48m^2$$

Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire traite de la modélisation et de la simulation du procédé de refroidissement en utilisant une tour de refroidissement fonctionnant en circuit ouvert et à contre-courant. Les tours de refroidissement jouent un rôle important dans les processus industriels. Dans tous les cas d'étude, le modèle mathématique obtenu fait intervenir des notions sur la résolution des équations non-linéaires, la résolution des systèmes d'équations non-linéaires, la méthode des moindres carrés dans le cas général et l'intégration numérique.

Le développement des différents modèles mathématiques est basé sur deux notions fondamentales (théories) de transfert de matière entre phases :

- théorie de la couche mince (film mince) ;
- théorie du transfert global.

Pour les deux théories utilisées, nous avons proposé deux approches de calcul : graphique et numériques.

Pour le processus de calcul numérique, nous avons utilisé deux outils différents et complémentaires : Excel et MatLab. Ces deux outils offrent des possibilités de résolution numériques très intéressantes.

Les résultats obtenus par ces deux approches sont similaires. Ceci reflète d'une part le degré de fidélité et de précision des modèles mathématiques proposés et d'autre part, le bon fonctionnement des différents programmes développés.

Annexe

Programme MATLAB – Premier cas d'études :

```
function Ps = Pvsat(T)% T est en degré celsius
C8 = -5800.2206;
C9 = 1.3914993;
C10 = -0.048640239;
C11 = 4.17648E-05;
C12 = -1.44521E-08;
C13 = 6.545967;
T1 = T + 273.15;
Ps = exp(C8/T1 + C9 + C10*T1 + C11*T1^2 + C12*T1^3+C13*log(T1));
end
unction Hy = Enthalpy(T,W)
Hy = (1.005+1.88*W)*T+2501.4*W;
end
```

```
% Programme Global
clear all
global Alpha Ptot H T
Ptot = 101325;
TL1 = 29.4 ;
TL2 = 43.3;
TG1 = 29.4;
TH = 23.9;
L = 1.356;
G = 1.356;
CL = 4.187;
Alpha = 41.87;%Alpha représente la pente
% Calcul de l'humidité absolue au point 1
Pv_sat_TH = Pvsat(TH);
wsat_Twb = Abs_Hum(Pv_sat_TH);
Hy1 = Enthalpy(TH,wsat_TH);
w1 = (Hy1-1.005*TL1)/(1.88*TL1+2501.4);
Hy1 = Enthalpy(TL1,w1);
% Calcul du point 2
Hy2 = L/G*CL*(TL2-TL1)+ Hy1;
% Calcul de Ti
H = Hy1;
T = TL1;
```

```

Tguess = 20;
Ti = fzero(@calcul_Ti,Tguess);
Pl_sat = Pvsat(Ti);
wl_sat = Abs_Hum(Pl_sat);
Hyi(1)= Enthalpy(Ti,wl_sat);
%Temp = [29.4 32 35 38 40.5 43.3];
Temp = linspace(TL1,TL2,200);
n = length(Temp);
H_Temp(1) = Hy1;
d_Hy(1) = H_Temp(1);
inv_diff_H(1) = 1/(Hyi(1)- H_Temp(1));
for i =2:n
    H_Temp(i) =(L/G)*CL*(Temp(i)- Temp(i-1))+ H_Temp(i-1);
    H = H_Temp(i);
    d_Hy(i) = H_Temp(i);
    T = Temp(i);
    Ti = fzero(@calcul_Ti,Tguess)
    Pi_sat = Pvsat(Ti);
    wi = Abs_Hum(Pi_sat);
    Hyi(i) = Enthalpy(Ti,wi)
    inv_diff_H(i) = 1/(Hyi(i)- H_Temp(i));
end
x=d_Hy;
y=inv_diff_H;
I=trapz(x,y)
Mb=28.97;
KG=1.207*10^-7;
z=I*(G/(Mb*KG*Ptot))
% pause ()

```

Programme MATLAB- Deuxième cas d'études :

Calcul du débit minimal :

```

function F = Calcul_Gmin(x)

F =[302*x(1)+x(2)-72.5;
    0.002269*x(3)^3-1.932237*x(3)^2+551.1902444*x(3)-52632.847543-
x(1)*x(3)-x(2);
    3*0.002269*x(3)^2-2*1.932237*x(3)+551.1902444-x(1)];
end
figure ;plot(T,H)
xlabel('temperature(K)');
ylabel('Enthalpie(kJ/kg air sec)');
grid on
figure;plot(T,LOP)
xlabel('temperature(K)');
ylabel('Enthalpie(kJ/kg air sec)');

```

Bibliographie

- [1] B.Baouia;H.Khaled;A.Bourouba; Simulation CFD par Comsol multiphysics pour le phénomène d'échange de chaleur et de masse à travers la zone de garnissage dans une tour de refroidissement humide à contre-courant; Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued;2020.
- [2] M. Lemouari, Expérimental investigation of transport phenomena in counter flow wet cooling tower “, PhD Thesis, Process engineering, University of Bejaia, Algeria, 2008.
- [3] N.Menceur, «Etude expérimentale et modélisation des échanges de chaleur et de masse au sein d'une tour de refroidissement atmosphérique », Université du 20 Aout 55 de Skikda, 2018.
- [4] https://fr.wikipedia.org/wiki/Tour_a%C3%A9ror%C3%A9frig%C3%A9rante
- [5] Les différents procédés de refroidissement d'eau dans les installations industrielles et tertiaires: André LALLEMAND: Journées internationales de Thermique, Albi, août 2007.
- [6] J. Desmons, Aide-mémoire « Génie Climatique », 2e Edition, Dunod, 2009.
- [7] Mesure de l'Humidité de l'Air-Paramètres Hygrométriques, Norme NF X 15-110, AFNOR, Juillet 1994.
- [8] J. Gosse, Guide « Technique de Thermique », Dunod, 1981.
- [9] Dj.Benaoune, « Etude experimental du rafraichissement de l'air par évaporation d'eau», Université Mohamed Khider de Biskra, Alger, 2012
- [9] J. Gosse, Guide « Technique de Thermique », Dunod, 1981.

- [11] N.Zerguine, « Etude de refroidissement de l'air au dessous de sa température humide à l'aide Dun échangeur de chaleur évaporait indirect », Université Haj Lakhdar de Batna, 2014J. Gosse, Guide « Technique de Thermique », Dunod, 1981.
- [12] S.Bendriss, optimisation de la consommation de l'eau de mer et dimensionnement de l'échangeur de chaleur et de la tour de refroidissement au sein des nouveaux projets ODI'S à l'horizon de 2024, université Sidi Mohamed Ben Abdellah, Juin 2015.
- [13] Stage and continuons gaz-liquid séparation processes, chapitre 10.
- [14] G.Faccanoni, « analyse numérique », Université du Sud Toulon-Var, La Grade-France, 2013