REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE Abdel Hamid Ibn Badiss - Mostaganem
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR

Spécialité : Electronique

Option : Signaux et Applications

Mémoire de Magister

Présenté par :

Mr BENAOUALI Mohamed

Thème :

Modélisation Thermoélastique des Tissus Mous

Soutenue le 07 avril 2010 devant le jury :

Président(e)	Mme	M. MIMI	Prof	Université de Mostaganem
Examinateur	Mr	Z. SOUAR	M.C	Université de Saida.
Examinateur	Mr	A. BOURAHLA	M.C	Université de Mostaganem.
Rapporteur	Mr	B. YAGOUBI	M.C	Université de Mostaganem

Promotion : 2009-2010

Remerciements

Je remercié mon dieu pour tous.

J'aimerais remercier, avant tout, mon encadreur, M^r B. YAGOUBI pour ses précieux conseils et critiques quant à ce projet. Je dois le remercier de m'avoir accepter de m'aider à s'intégrer dans le domaine de recherche pour élargir mes horizons et d'aboutir à la fin de ce mémoire.

Je dois remercier M^me M. MIMI pour m'avoir aider dans ce travail et aboutir à la fin de ce mémoire par ces conseils et de présider ce jury.

Je tien aussi à exprimer mes remerciements aux membres de jury : M^r Z. SOUAR, et M^r A. BOURAHLA qui sont venu de loin et accepter de juger ce travail.

J'exprime ma reconnaissance au Médecin M. Benchaib, R. keraouti et S. B. Aek pour leurs conseils et soutien sans cesse.

Je veux remercier mes collègues de la promotion de mon cursus en magistère avec qui j'ai pu passer des moments agréables.

Je remercie l'ensemble de mes amis ainsi que mes collègues de travail.

Je remercie également l'ensemble de toute l'équipe du laboratoire signaux et applications pour leurs encouragements.

Dédicace

Je dédie ce travail :

A la mémoire de mon défunt oncle Djilali.

A ma grande mère, mon oncle et mes parent.

A toute la famille.

A ma femme

« C'est le devoir de chaque homme de rendre au moins autant qu'il a reçu »

A. Einstein

Sommaire

Introduction Générale : **1**

Chapitre 1 : Etude du Principe de l'Echographie

1.1. Introduction : 4

1.2. L'Onde acoustique : 4

1.3. Paramètres de l'onde acoustique : 5

1.3.1. Célérité : 5
1.3.2. Impédance : 6
1.3.3. Intensité acoustique 7

1.4. Propagation d'onde acoustique dans les milieux diélectriques (Tissus Biologiques) : 8

1.4.1. Les différents types d'ondes mécaniques : 8
1.4.1.1 Les ondes longitudinales ou de compressions : 8
1.4.1.2. Les ondes transversales ou de cisaillement : 8
1.4.2. L'équation d'onde : 9

1.5. Interaction des ondes ultrasonores avec la matière: 12

1.5.1. Réflexion et réfraction des ondes ultrasonores : 13
1.5.2. Diffusion et interférences : 15
1.5.3. Atténuation et absorption des ondes ultrasonore dans les milieux homogènes et inhomogènes : 15
1.5.4. Effets biologiques des ultrasons : 19

1.6. Image échographique : 19

1.6.1. Reconstruction de l'image échographique : 20
1.6.2. Représentation de l'image ultrasonore : 21
1.6.2.1. Mode A : 21
1.6.2.2. Mode B : 21
1.6.2.3 Mode M ou TM : 22
1.6.3. Qualité de l'image (résolution): 22
1.6.3.1. Résolution axiale : 22
1.6.3.2. Résolution latérale et azimutale : 23

1.7. Conclusion: 24

Chapitre 2 : Caractérisation des Tissus Mous et Elastographie

2.1. Introduction : 26

2.2. Propriétés des tissus biologiques : 27

2.2.1. Viscoélasticité : 27
2.2.2. Linéarité : 28
2.2.3. Anisotropie : 29

2.3. Caractérisation ultrasonore des tissus mous et élasticité : 29

2.3.1. Caractérisation ultrasonore des tissus mous : 29
2.3.2. Echographie et élasticité des tissus mous : 30

2.4. Élastographie : 31

2.4.1. Introduction à la technique d'élastographie : 31
2.4.2. Les Techniques de l'élastographie : 32
2.4.2.1. Estimation de l'élasticité par compression dynamique (élastographie dynamique) : 32
A. Sono-élastographie : 32
B. Elastographie Transitoire : 34
2.4.2.2. Estimation d'élasticité par compression statique (Elastographie Statique) : 35

2.5. Modélisation physique des tissus mous : 36

2.5.1. Modèles masses-ressorts. 36
2.5.2. Modèles BEM (Boundary Element Method): 37
2.5.3. Model LEM (Long Element Method): 37
2.5.4. Modele FEM (Finite Element Method): 37
2.5.5. Discussion des différents modèles : 38

2.6. Modélisation thermique des tissus mous : 38

2.6.1. Le modèle de PENNES: 39
2.6.2. Les premiers modèles de perfusion sanguine : 40
2.6.3. Longueur caractéristique d'équilibre thermique : 41
2.6.4. Le modèle de CHEN et HOLMES (CH): 42
2.6.5. Le modèle de WEINBAUM, JIJI et LEMONS (WJL) : 44
2.6.6. Comparaison des différents modèles : 46

2.7. La prostate : 47

2.8. Conclusion : 49

Chapitre 3 : Notions de Base de la Thermoélasticité

3.1. Introduction : 51

3.2. Lois de la mécanique en petites déformations : 51

3.2.1. Contraintes : 51
3.2.2. Déplacements et déformations : 52
3.2.3. Tenseurs d'élasticité et la loi de HOOKE : 54

3.3. Généralités sur la thermoélasticité: 56

3.3.1. Comportement élastique des solides : 57
3.3.2. Comportement mécanique d'un solide : 57
3.3.3. Comportement thermomécanique d'un solide : 58

3.3.4. Les lois linéaires du comportement thermoélastique : 58
3.3.5. Couplage thermoélastique : 60
3.3.6. Les champs de contraintes et de déformations quasi statiques : 61
3.3.7. Cas des déformations planes en 2D : 62

3.4. Conclusion : 64

Chapitre 4 : Simulations Numériques et Discussion des Résultats

4.1. Introduction : 66

4.2. Distribution de la température dans un tissu perfusé : 66

4.2.1. Champ à symétrie radiale : 67
4.2.2. Champ Gaussien (focalisation) : 69

4.3. Calcul des déformations et des déplacements : 75

4.3.1. Les hypothèses de travail : 76
4.3.2. Les principaux résultats de simulation : 77
4.3.3. Cas d'une inclusion rigide situé entre les deux parois : 79
* Inclusion à mi-chemin entre les parois interne et externe : 80
* Inclusion désaxée : 83

4.4. Conclusion : 85

Conclusion Générale : **87**

Annexe A : La méthode des éléments finis : **89**

Annexe B : Liste des Symboles : **95**

Bibliographie : **98**

Introduction Générale

Introduction Générale :

L'échographie constitue aujourd'hui un des piliers de l'imagerie médicale ; appliquée en clinique depuis plus de quarante ans, elle est très prisée pour sa facilité d'utilisation et son faible coût. Des nouvelles approches physiques basées sur l'échographie ou encore sur l'IRM permettent enfin d'imager de manière quantitative l'élasticité des organes et pourraient bientôt jouer un rôle important en imagerie médicale [01]. En effet, il a été montré que les nodules (kystes) ont un module d'YOUNG beaucoup plus élevé que les tissus englobants [02] ; alors que d'autres maladies au contraire réduisent l'élasticité des tissus atteints comme la cirrhose du foie.

Aujourd'hui, le cancer prostatique est le plus fréquent et le second en terme de nombre de décès chez l'homme ; sa probabilité de se développer entre la naissance et le décès est de 1/6 ainsi que son incidence est approximativement 85.000 en Europe (BRAY et al. 2002) [03]. Sa thérapie est plus efficace lorsque le cancer est diagnostiqué à un stade avancé.

La caractérisation des tissus présente un intérêt fondamental en diagnostic médical. Depuis les vingt dernières années, la communauté scientifique s'intéresse à une nouvelle méthode d'imagerie médicale, qui est l'élastographie ultrasonore. C'est une méthode d'imagerie médicale basée sur l'échographie et dont le but est de fournir une image des caractéristiques élastiques du milieu. Cette technique, encore récente, et qui fait l'objet de nombreux programme de recherche, viendra en complément de l'échographie conventionnelle qui est notamment largement utilisé pour détecter des tumeurs et des kystes dans les tissus biologiques.

A travers ce travail on va porter notre attention sur la combinaison entre l'élastographie et le traitement par hyperthermie (HIFU); en étudiant le comportement thermoélastique des tissus mous suite à un dépôt de chaleur ou toute autre modalité d'hyperthermie et ensuite mesurer les déplacements et les déformations induite par le tissu, en décelant les facteurs majeurs qui conduisent à produire des déformations détectables avec notre outil d'imagerie privilégié, l'ultrasonographie.

Dans une première partie introductive, nous présentons les grandes lignes de la théorie d'échographie.

Dans une seconde partie, nous illustrons à l'aide d'une revue de la littérature la caractérisation des tissus mous et leur modélisation thermique.

La troisième partie a été consacrée à la description de la théorie de thermoélasticité ainsi que son formalisme mathématique.

Enfin dans une dernière partie nous présenterons notre formulation du problème thermoélastique ainsi que les premiers résultats des simulations à l'aide de la méthode des éléments finis.

Chapitre 1

Etude du Principe de l'Echographie

1.1. Introduction *:*

En 1880, PIERRE et JACQUES CURIE découvrirent qu'un échantillon de quartz convenablement choisi, soumis à une pression mécanique, était le siège d'une polarisation électrique [04]. C'est l'effet piézo-électrique direct. Un an plus tard, LIPPMANN établit l'existence du phénomène inverse : soumis à un champ électrique, un cristal de quartz se comprime ou se dilate. Quelque 36 années plus tard, les travaux de CHILOWSKY et LANGEVIN [05] montrèrent comment utiliser ce principe pour générer des ultrasons. Puis, dans les années 20, la recherche dans ce domaine s'orienta essentiellement vers la détection sous-marine pour des applications militaires et déboucha sur les premiers systèmes sonar.

Le potentiel médical des ultrasons ne fut pas justement apprécié à ce moment là ; pourtant, aujourd'hui, les ultrasons sont un outil incontournable dans le domaine médical et leurs applications couvrent un large champ d'investigation qui va du diagnostic à la thérapie. L'évolution de la technologie des sondes, leur miniaturisation, l'utilisation de l'informatique et l'amélioration des systèmes électroniques, ont permis d'améliorer la qualité de l'image échographique, et de s'orienter même vers une imagerie à trois dimensions haute résolution. Il est couramment admis que, pour les faibles intensités d'énergie délivrées lors du diagnostic, les ultrasons n'ont pas d'effet traumatisant pour les tissus. En augmentant cette énergie, on chauffe les tissus et on se trouve alors dans le domaine de la thérapie ultrasonore, suggéré dès 1933 par FREUNDLICH [06].

Les premières observations des effets biologiques des ultrasons sont dues à PAUL LANGEVIN. Il constata que la main, placée dans un faisceau d'ultrasons de 1 kilowatt, subit une vive douleur s'apparentant à une brûlure [07]. En 1934, avec les travaux de NAKAHARA, l'idée d'utiliser les ultrasons comme moyen de détruire les tumeurs est lancée, renforcée par le fait que les tumeurs sont plus sensibles à la température que les tissus sains.

Dans le présent chapitre, nous décrirons d'avantage la méthode échographique et ses principes ainsi que les propriétés de l'onde ultrasonore et de son interaction avec les tissus mous.

1.2. L'Onde acoustique :

L'expression « ondes ultrasonores » désigne les ondes acoustiques qui sont générées par un objet vibrant dont la fréquence est au-delà de 20KHz, seuil de perception de l'oreille humain. Se sont des ondes de pression se propageant dans un milieu élastique

(variation de pression qui se déplace), il s'agit de la propagation d'une énergie mécanique dans un milieu matériel.

1.3. Paramètres de l'onde acoustique :

Il existe plusieurs paramètres qui caractérisent l'onde ultrasonore.

1.3.1. Célérité :

La célérité C de l'onde acoustique est la vitesse de propagation de la variation de pression dans le milieu: elle dépend uniquement des caractéristiques mécaniques du milieu.

$$\begin{cases} C = \dfrac{1}{\sqrt{\chi \cdot \rho}} \\ \text{et} \\ \kappa = 1/\chi \end{cases} \qquad (1.1)$$

Tell que :

χ : Coefficient de compressibilité du milieu (Pa^{-1})

κ : Module de compressibilité du milieu (Pa).

ρ : masse volumique (kg/m^3).

Dans le tissu humain, quasi incompressible mais mou, la vitesse de l'onde de compression est en moyenne de 1500 m/s, très proche de celle de l'eau, mais extrêmement différente de celle des ondes de cisaillement, variant typiquement entre 1 et 20 m/s (excepté l'os, beaucoup plus dur) et fonction de la dureté du milieu.

Les tissus biologiques sont difficilement comprimables mais néanmoins facilement à cisailler comme la montre la figure ci-dessous (figure 1.1), qui représente l'étendue des valeurs prises par les modules de compression et de cisaillement dans les tissus biologiques.

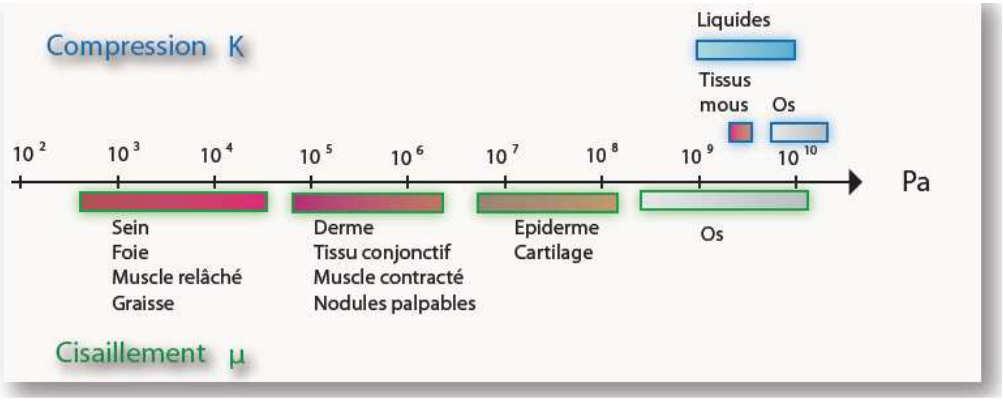


Figure 1.1 : Module de compression (κ) et de cisaillement (μ) des tissus biologiques. [08]

Dans les tissus biologiques, le module de cisaillement peut varier de plusieurs ordres de grandeurs. Le module de compression reste toujours sensiblement le même que celui de l'eau. La célérité des ondes longitudinales (de compressions) dans l'eau qui vaut 1480 m/s dépend particulièrement de la température du milieu. Parmi les nombreuses expressions semi empiriques de la célérité, on donne a titre indicatif celle de DEL GROSSO [09], s'exprimant, pour l'eau pure et une température T en degrés Celsius (°C), sous la forme:

$$C = 1408.8 + 4.618.T - 0.00523.T^2 \qquad (1.2)$$

1.3.2. Impédance :

Lors du passage dans le corps, les ultrasons sont confrontés à la résistance des tissus, cette résistance est appelée impédance acoustique ; c'est une propriété fondamentale du milieu de propagation.

L'impédance acoustique dépend de la masse volumique et de la compressibilité du milieu :

$$Z = \sqrt{\frac{\rho}{\chi}} \quad \text{Ou} \quad Z = \rho.C \qquad (1.3)$$

Avec :

Z : impédance acoustique ($kg/m^{2}.s$)

C : La célérité de l'onde acoustique (m/s).

Le tableau 1.1 ci-dessous donne les différents paramètres de l'onde sonore dans le tissu :

Tissus	*Densité (Kg/m^3)*	*Vitesse (m/s)*	*Impédance Acoustique ($kg/m^2/s$) ou (ohm)*
Graisse	0.92×10^3	1446	1.33×10^6
Muscle	1.07×10^3	1542-1626	$1.65\text{-}1.74 \times 10^6$
Sang	1.06×10^3	1566	1.66×10^6
Os	$1.38\text{-}1.81 \times 10^3$	2070-5350	$3.75\text{-}7.38 \times 10^6$
Cerveau	1.03×10^3	1505-1612	$1.55\text{-}1.66 \times 10^6$
Foie	1.06×10^3	1566	1.66×10^6
Rein	1.04×10^3	1567	1.62×10^6
Rate	1.06×10^3	1566	1.66×10^6
Poumon	0.4×10^3	650	0.26×10^6
Air	1.2	340	0.4×10^3

Tableau 1.1 : différents paramètres de l'onde ultrason dans le tissu. [10]

La distance séparant à un instant donné deux points du trajet de l'onde où la pression est la même (tout en variant dans le même sens) correspond à la longueur d'onde.

Dans un milieu donné, elle est reliée à la fréquence par la formule :

$$\lambda = C/f \tag{1.4}$$

Avec λ *la* longueur d'onde en mètre et f la fréquence en hertz.

1.3.3. Intensité acoustique

L'intensité est définie comme étant le flux d'énergie reçu par un élément de surface unitaire orienté perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde ultrasonore par unité de temps ; elle a un très grand rôle dans la qualité des images obtenues mais elle doit être rigoureusement contrôlée pour le patient et pour le personnel soignant.

L'énergie totale d'une particule qui oscille est égale à la somme de ses énergies potentielle et cinétique.

L'amplitude de la vibration d'une particule de masse m, va déterminer sa vitesse maximale (V_0), ainsi que l'énergie (ξ) stockée par la particule est définie par l'équation suivante :

$$\xi = m V_0^2 / 2 \tag{1.5}$$

Quand la particule atteint sa vitesse maximum V_0 sont déplacement est nulle, et l'énergie est purement cinétique. Avec une masse volumique ρ, l'énergie (ξ) par unité de volume est donnée par :

$$\xi = \frac{1}{2}\rho.V_0^2 \tag{1.6}$$

L'onde traverse le milieu à une célérité C ; alors que l'intensité acoustique I est le flux énergétique de l'onde à travers une surface unitaire [11] :

$$I = C.\xi = \frac{1}{2}\rho.C.V_0^2 \tag{1.7}$$

L'intensité acoustique est liée à la pression P par la relation suivante :

$$I = \frac{1}{2}P.V_0^2 = \frac{1}{2}(\frac{P^2}{\rho.C}) \tag{1.8}$$

Par précaution, l'imagerie ultrasonore d'organes humains tels que le sein, le foie ou la prostate, l'intensité doit rester inférieure à 190 $W.cm^{-2}$ [36].

1.4. Propagation d'onde acoustique dans les milieux diélectriques (Tissus Biologiques) :

La propagation des ondes acoustiques obéit aux mêmes lois que la plupart des phénomènes relevant de la théorie des ondes. Toute perturbation induite dans un milieu élastique est à l'origine d'une déformation locale qui se déplace avec une célérité qui ne dépend que des propriétés physiques du milieu considéré.

Dans un milieu homogène isotrope et non dispersif, un faisceau acoustique, crée par une source vibrante à la manière d'un piston, se propage dans un cylindre puis il diverge.

La zone traversée avant la divergence est appelée champ proche. L'onde qui était plane au niveau de la surface du transducteur devient progressivement sphérique. La distribution des pressions dans cette zone peut être décrite, en partie, par l'approximation de FRESNEL. Au-delà de cette zone, l'onde pénètre dans le champ lointain, dans laquelle elle va rapidement tendre vers une onde sphérique. Une fois émises, les ondes ultrasonores se propagent suivant plusieurs types de propagation, et progressent dans un milieu sous la forme d'ondes mécaniques.

1.4.1. Les différents types d'ondes mécaniques :

Il existe plusieurs types d'ondes Ultrasonores :

Les **ondes planes** se propagent suivant une direction unique et les surfaces d'ondes sont des plans parallèles entre eux. Une onde plane est donc générée par une surface plane vibrante de dimension importante.

Les ondes sphériques se propagent suivant toutes les directions de l'espace et les surfaces d'ondes sont alors des sphères. On peut maintenant distinguer différent type d'ondes caractérisées par le mode de vibration des particules au cours de la propagation de l'onde.

1.4.1.1 Les ondes longitudinales ou de compressions :

Ces ondes sont caractérisées par le fait que la direction de la vibration des particules est parallèle à la direction de propagation de l'onde.

Ces ondes ont la particularité de ne se propager que dans les solides et les liquides.

1.4.1.2. Les ondes transversales ou de cisaillement :

On dit que l'onde est transversale lorsque la direction de vibration des particules est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Ces ondes sont beaucoup plus

lentes que les premières (1 à 10 m/s), elles provoquent un glissement (ou pincement) des couches de tissus les unes par rapport aux autres. Tout comme la palpation (qui revient à cisailler ou pincer les tissus), ces ondes sont directement reliées à la dureté des tissus. La relation qui relie entre la vitesse C_s de propagation de l'onde de cisaillement et le module d'YOUNG E dans le cas des tissus mous tels que le corps humain, est donnée par [12]:

$$E = 3.\rho.C_s^2 \tag{1.9}$$

Récemment, l'onde de cisaillement a été utilisée dans la technique d'élastographie proposée par SuperSonic imagine [12], comme un nouveau mode d'imagerie ultrasonore basé sur la génération automatique et l'analyse d'ondes de cisaillement transitoires; ce mode possède les avantages déterminants d'être quantitatif, en temps réel et indépendant de l'expérience de l'opérateur.

Puisque le principale composant des tissus biologique mous est l'eau ($\approx 70\%$) donc les propriétés acoustiques et mécaniques du tissus et celles de l'eau sont très semblables [13]:

- Une densité proche de 1g/cm^3.
- Une vitesse des ultrasons dans la gamme de 1500 à 1600m/s.
- Une atténuation en fonction de la fréquence proche de 0.5dB/cm.MHz

De ces conséquences on peut établir l'équation de propagation de l'onde ultrasonore dans un fluide comme l'eau.

Nous allons modéliser plus quantitativement cette propagation en déterminant les variables pertinentes qui décrivent la propagation.

1.4.2. L'équation d'onde :

La propagation des ondes ultrasonore dans un fluide est longitudinale.

- Régime linéaire :

L'étude de la propagation des ondes acoustiques en mode linéaire dans un milieu continu, utilise les équations d'EULER.

Les équations pour un fluide réel en dynamique pour une conservation principale de la masse, de l'entropie (s) et de l'équilibre thermodynamique quand il n'y a pas une source de masse, de force ou d'énergie qui agit sur le fluide sont données par [14]:

Équation de continuité : $$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.(\rho.V) = 0 \tag{1.10}$$

Équation d'EULER : $$\rho(\frac{\partial V}{\partial t}+V.\nabla V)+\nabla P=0 \quad (1.11)$$

Hypothèse adiabatique : $$\frac{\partial s}{\partial t}+V.\nabla s=0 \quad (1.12)$$

Équation d'état : $$P=P(\rho,s) \quad (1.13)$$

Ces équations sont valables pour un milieu dit idéal c'est-à-dire sans dissipation, sans conduction thermique et sans dispersion. Avec $P(x,t)$, ρ(x,t), $\vec{\mathrm{V}}(x,t)$ la pression, la masse volumique et la vitesse particulaire respectivement.

Pour obtenir l'équation d'onde en régime linéaire, on suppose que l'ensemble des quantités (pression, masse volumique et vitesse particulaire) produit par l'onde ultrasonore, sont toujours infinitésimales par rapport à leurs propres valeurs d'équilibre.

Sans le champ ultrason dans le milieu, les quantités physiques seront :

$$P=P_0\,,\quad \rho=\rho_0\,,\quad s=s_0\,,\quad \vec{V}=0$$

Considérant une onde ultrasonore qui se propage avec une amplitude. Il est possible d'avoir une équation d'onde linéaire décrivant le phénomène de propagation. Dans ce cas les quantités deviennent :

$$\vec{V}(x,t)=\vec{V}(x,t) \qquad \text{Avec } V<<C$$

$$\rho_1(x,t)=\rho_0+\rho(x,t) \quad (1.14)$$

avec : $\rho<<\rho_0$

$$P(x,t)=P_0+P(x,t) \quad (1.15)$$

Telle que : $P<<P_0$

Même si les tranches du fluide comprimer sont plus chaudes que les tranches détendues, nous supposerons les variations du volume suffisamment rapides devant la vitesse des échanges de chaleur pour considérer qu'il n y a pas d'échange de chaleur [15].

Selon la loi principale de la dynamique on a :

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\vec{a}=m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.17)$$

Avec m la masse en Kg, $\vec{a}$ l'Accélération en m/s^2 et u le déplacement en m.

La force F , la pression P et la surface S sont reliées par la relation suivante :

$$F = P.S \tag{1.18}$$

Ainsi que : $$m = \rho.S.dx \tag{1.19}$$

x : Axe du déplacement.

En remplaçant les équations (1.18) et (1.19) dans (1.17) on obtient :

$$\rho_1(x,t).S.dx\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = S.P(u(x,t)) - S.P(u(x+dx,t)) \tag{1.20}$$

Pour ne grader que les termes du 1er ordre et rester dans le cas linéaire on doit prendre :

$$\rho_1(x,t) = \rho_0 \tag{1.21}$$

$$P(u(x,t) = P_0 + P(u(x,t)) = P_0 + P(x,t) \tag{1.22}$$

En considérant les équations (1.21) et (1.22) ; l'équation (1.20) devient à l'ordre plus bas :

$$\rho_0.S.dx\frac{\partial u^2}{\partial t^2} = -S.\frac{\partial P}{\partial x}.dx \tag{1.23}$$

Soit $$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial x} \tag{1.24}$$

La pression est une contrainte σ appliquée sur un volume en provoquant une déformation ε :

$$P = \sigma = \kappa.\varepsilon = \kappa(-\frac{\partial u}{\partial x}) \tag{1.25}$$

Le signe (-) puisqu'il s'agit d'une compression.

Une seconde dérivée de l'équation (1.25) nous donne :

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \kappa\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{1.26}$$

En combinant l'équation (1.26) et (1.24) on arrive à l'équation de propagation d'onde longitudinale :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \tag{1.27}$$

Avec $C = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$ vitesse de propagation d'onde dans le milieu.

L'équation (1.27) admet une solution sous la forme d'une onde plane progressive sinusoïdale :

$$u(x,t) = u_0 \cos(wt - Kx + \phi) \tag{1.28}$$

Avec :

$$K = \frac{w}{C} = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{1.29}$$

x est la direction de propagation de l'onde, u_0 l'Amplitude de l'onde (m) , w la pulsation d'onde (rd/s) et K est le nombre d'onde (rd/m).

L'équation (1.28) s'écrit en notation complexe :

$$u(x,t) = u_0 e^{-j(wt-kx)} \tag{1.30}$$

En insérant l'équation (1.30) dans l'équation (1.27) on obtient la relation suivante :

$$(\frac{-w^2}{C^2} + K^2).u_0 = 0 \tag{1.31}$$

Ce qui nous donne la relation de dispersion $K = f(w)$:

$$K = w / C \tag{1.32}$$

Si entre deux point d'un milieu non homogène (coefficient de compressibilité variable) ; la célérité sera une vitesse de phase dénoté par C_φ telle que :

$$C_\varphi = \frac{w}{K} \tag{1.33}$$

Un tel milieu où les phases des différentes ondes ne se propagent pas à la même vitesse est appelé milieu dispersif.

Comme l'objectif de l'échographie est le recueil d'information portée par l'onde ultrasonore réfléchit par le tissu mou ; alors il est nécessaire de mettre en évidence ces concepts comme la réflexion, la réfraction, la transmission et l'atténuation de l'onde ultrasonore dans le tissu.

1.5. Interaction des ondes ultrasonores avec la matière:

Les ondes ultrasonores, concentrées sous forme de faisceaux vont interagir avec la

matière qu'elles traversent. Il se produit plusieurs phénomènes qui aboutissent à leur atténuation telle que l'absorption dans les milieux homogènes, la réflexion, la réfraction et la diffusion due aux changements de milieu (milieu inhomogène).

1.5.1. Réflexion et réfraction des ondes ultrasonores :

Quand une onde acoustique rencontre une interface spéculaire c'est-à-dire dont les dimensions sont très supérieures à la longueur d'onde, séparant deux milieux de caractéristiques physiques différentes, une partie est transmise d'un milieu à l'autre, alors que l'autre est réfléchie comme le montre la figure suivante :

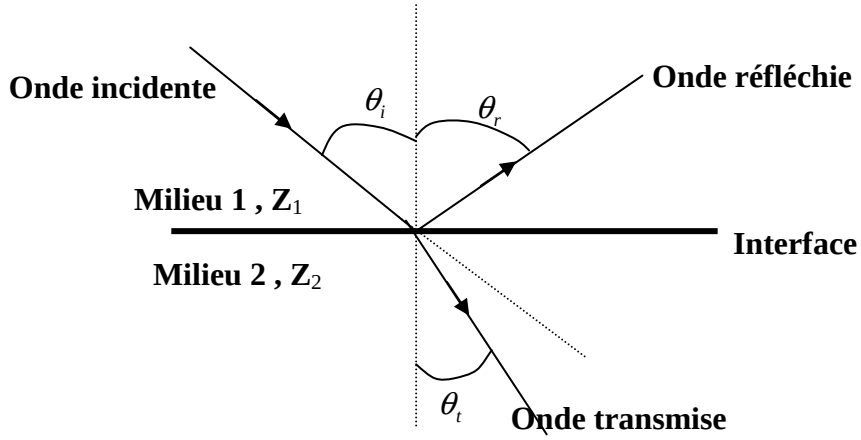


Figure 1.2 : réflexion et réfraction d'une onde acoustique

L'onde réfléchie à la même vitesse que l'onde incidente et l'onde transmise continue à se propager mais à la vitesse imposée par le deuxième milieu.

Les ultrasons obéissent aux mêmes lois que les ondes optiques ; les équations qui décrivent la réflexion et la réfraction sont données par la relation de SNELL-DESCARTES [11] :

$$\frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)} = \frac{C_i}{C_t} \tag{1.34}$$

Avec :

θ_i : Angle d'incidence

θ_t : Angle de transmission.

C_i : Vitesse de propagation de l'onde dans le milieu 1.

C_t : Vitesse de propagation de l'onde dans le milieu 2.

Si la vitesse de propagation est constante ($C_i = C_t$), la réfraction des ondes est faibles ($\theta_i = \theta_t$), et comme il n'existe pas de discontinuités entre les deux milieux [11]:

$$V_i \cos(\theta_i) - V_r \cos(\theta_r) = V_t \cos(\theta_t) \tag{1.35}$$

$$P_i + P_r = P_t \tag{1.36}$$

Où V_i, V_r et V_t sont les vitesses des ondes incidentes, réfléchies et transmises respectivement ; et P_i , P_r et P_t sont les pressions des ondes incidentes, réfléchie et transmise respectivement.

La solution de l'équation (1.35) et de (1.36) donne une expression pour la réflexivité et la transitivité qui se résume par un coefficient de réflexion (R) et un autre de transmission (L_{trans}):

$$R = \frac{P_r}{P_i} = \frac{Z_2.\cos(\theta_i) - Z_1.\cos(\theta_t)}{Z_2.\cos(\theta_i) + Z_1.\cos(\theta_t)} \tag{1.37}$$

Et

$$L_{trans} = \frac{P_t}{P_i} = \frac{2Z_2.\cos(\theta_i)}{Z_2.\cos(\theta_i) + Z_1.\cos(\theta_t)} \tag{1.38}$$

Pour une incidence normale à l'interface ($\theta_i = \theta_t$):

$$R = \frac{P_r}{P_i} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \tag{1.39}$$

Et

$$L_{trans} = \frac{P_t}{P_i} = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \tag{1.40}$$

Lorsqu'une onde ultrasonore atteint perpendiculairement une interface, une partie de son énergie est réfléchie c'est-à-dire renvoyée vers la source: formation d'un écho ultrasonore.

Seuls 6 % de l'énergie acoustique incidente sont réfléchis sur l'interface foie-rein droit alors que 40 % repartent vers la source au niveau de l'interface tissus mous-os. Plus marquée encore est la réflexion qui se produit lorsque l'onde rencontre une interface tissu-mous-air : la quasi-totalité de l'énergie est alors réfléchie. Ce cas se produit à la surface de la sonde ultrasonore. C'est la raison pour laquelle il faut interposer une substance (le gel) entre la peau et la sonde dans une séance échographique [16]; le gel utilisé dans l'échographie possède une impédance acoustique intermédiaire Z_3 telle que :

$$Z_3 = \sqrt{Z_1.Z_2} \tag{1.41}$$

Le tableau N°2 montre quelques valeurs du cœfficient de réflexion calculé dans les tissus mous [17] :

	Eau	0.040		
	Sang	0.054	0.014	
	Peau, Foie	0.076	0.036	0.022
Os	0.622	0.896	0.587	0.573
Z_1 / Z_2	**Graisse**	**Eau**	**Sang**	**Peau, Foie**

Tableau 1.2 : coefficient de réflexion calculé entre les tissus mous et l'eau.

1.5.2. Diffusion et interférences :

Quand l'interface (ou la microstructure) est de petite taille par rapport à la longueur d'onde incidente, l'énergie ultrasonore est diffusée c'est-à-dire réfléchie dans de multiples directions. La figure ci-dessous explique ce phénomène de diffusion :

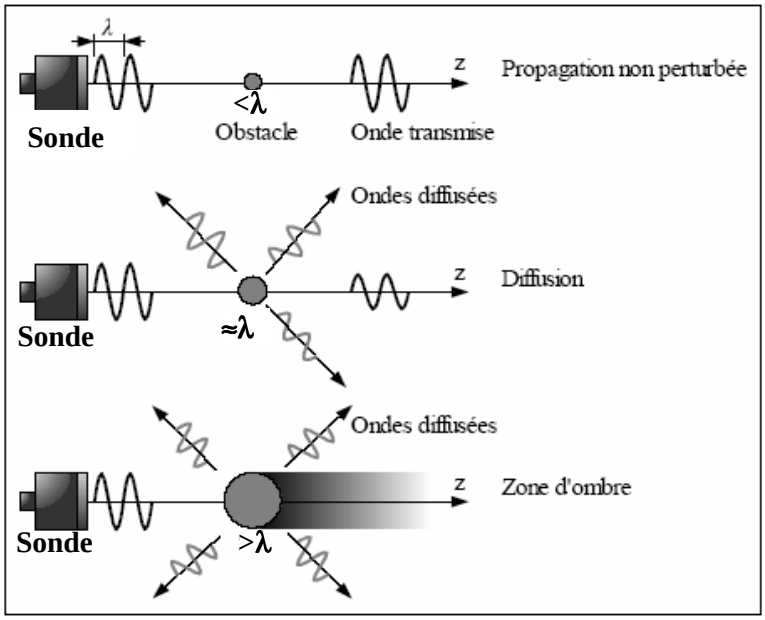


Figure 1.3 : Effet des dimensions de l'obstacle sur la propagation de l'onde.

Dans le cas général les tissus mous ne sont pas des diffuseurs parfaits.

Les microstructures qui composent le tissu formant des motifs réguliers et ne sont pas réparties au hasard. Les ondes diffusées interfèrent entre eux, et de cette interférence que la texture de l'image du tissu sera crée, sachant que cette texture des tissus est l'aspect (lisse, granité, motifs orientés) pris par l'image du parenchyme tissulaire. La texture n'est pas une représentation directe des microstructures, elle peut être vue comme du bruit, qui gêne dans le traitement d'image [17].

1.5.3. Atténuation et absorption des ondes ultrasonore dans les milieux

homogènes et inhomogènes :

Les caractéristiques mécaniques du milieu déterminent l'atténuation et la dispersion que subit l'onde lors de sa propagation. L'amplitude et l'intensité de l'onde ultrasonore restent constantes dans un milieu idéal, parfait et homogène. En réalité, ce n'est souvent pas le cas, par exemple, dans l'eau, l'amplitude et l'énergie de l'onde décroissent exponentiellement avec la distance parcourue. Cette atténuation est principalement due à la conversion de l'énergie mécanique en chaleur produite par la viscosité du milieu.

Au fur à mesure qu'une onde traverse un milieu, son intensité diminue en fonction de la distance, ce phénomène de perte d'intensité est appelé l'atténuation de l'onde ultrasonore (Figur1.4) :

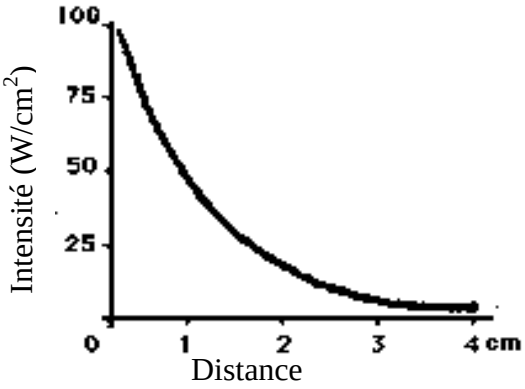


Figure 1.4 : atténuation de l'intensité ultrasonore en fonction de la distance.

Ils existent plusieurs facteurs qui contribuent à l'atténuation des ondes ultrasonores :

- **Atténuation par absorption** :

Dans tous les milieux réels la présence d'une onde provoque un « échauffement » du milieu plus ou moins important en fonction de l'absorption de l'onde par ce milieu.

L'énergie $\zeta(x)$ associée à un faisceau ultrasonore qui se propage dans un milieu homogène et isotrope diminue en fonction de la distance de propagation x en suivant une loi exponentielle :

$$\zeta(x) = \zeta(0).e^{-\gamma x} \qquad (1.\ 42)$$

Où $\zeta(0)$ est l'énergie initiale émise par la source et (γ) le coefficient d'atténuation par absorption ou pouvoir de pénétration qui s'exprime en m^{-1} (ou en dB/cm.MHz). Il caractérise la capacité du milieu à absorber l'énergie de l'onde et à la dissiper en transfert thermique (chaleur).

Si l'onde pénètre de $1/\gamma$ dans le milieu alors l'énergie en $x = 1/\gamma$ est :

$$\frac{\zeta(1/\gamma)}{\zeta(0)} = e^{-1} = 0.36 \qquad (1.43)$$

Plusieurs paramètres modifient l'atténuation dans les tissus telle que la fréquence, la température, l'intensité acoustique, la présence des bulles, la nature des tissus, contenu en graisse et collagène [18].les trois premiers paramètres ont été les plus analysés dans la littérature.

Le coefficient d'absorption pour les tissus mous est en moyenne de 0,9 dB/cm.MHz [16].

Le tableau ci-dessous nous donne quelques coefficients d'atténuations dans les tissus:

Tissus	**γ en dB/cm/MHz**
Sang	0,1
Graisse	0,5
Foie	1
Muscle	1,5
Os	10
Poumon	20

Tableau 1.3 : coefficient d'atténuation dans le tissu. [16]

- **Modification de l'atténuation avec la fréquence :**

L'atténuation dépend de la fréquence de l'onde (POHLMAN, 1939 ; HUETER, 1976) [11] ; au fur à mesure que la fréquence augmente, l'atténuation devient plus importante. Le cœfficient d'atténuation γ peut être défini comme :

$$\gamma = A.f^{B} \qquad (1.44)$$

Où f est la fréquence ; A et B sont dépendant des caractéristiques du milieu et des conditions de mesure. Pour les tissus, la valeur de B est souvent prise proche de 1 (HUETER, 1976) [11].

Dans ces conditions, l'équations (1.42) peut être réécrite comme suit :

$$\zeta(x) = \zeta(0).e^{-Af^{B}.x} \qquad (1.45)$$

L'énergie diminue (grande absorption) lorsqu'elle traverse le milieu, et cette diminution est plus importante si la fréquence augment comme le montre la figure ci-dessous [17]:

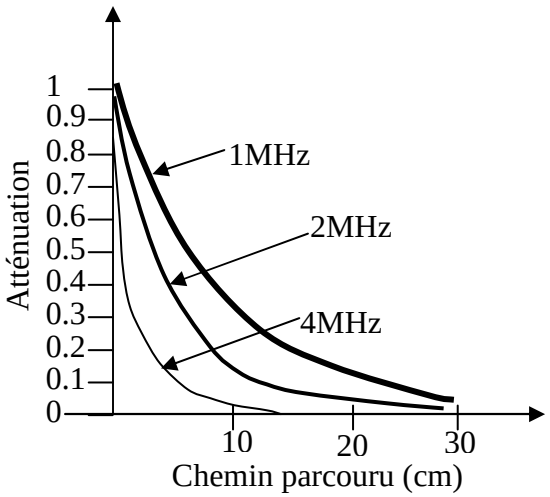


Figure 1.5 : Limite de pénétration des ultrasons en fonction de la fréquence

- **Modification de l'atténuation avec la température :**

L'augmentation de la température dans le milieu est proportionnelle à l'intensité ultrasonore et au temps d'exposition. Il a été observé pour des solutions d'hémoglobine et d'autres solutions de protéines que le cœfficient d'absorption Af^B diminue lorsque la température augmente dans une gamme de 7 à 35°C pour des fréquences comprises entre 0.4 MHz et 10 MHz (CARSTENSEN et SCHWAN, 1959 ; EDMONS et al, 1976) [11].

- **Modification de l'atténuation avec l'intensité :**

Le coefficient d'atténuation est indépendant de l'intensité en dessous de 200 W/cm^2 à une fréquence de 1 MHz (DUNN, 1962) ; pour des intensités plus fortes, ce coefficient en est indépendant seulement si l'exposition est de courte durée [11].

Quand des hautes intensités sont utilisées, la propagation devient non linéaire et des harmoniques sont générées, ces dernières sont absorbées plus fortement par les tissus et le coefficient d'atténuation mesuré augmente.

La figure [16] ci-dessous montre l'absorption et l'atténuation de l'intensité en fonction de la profondeur :

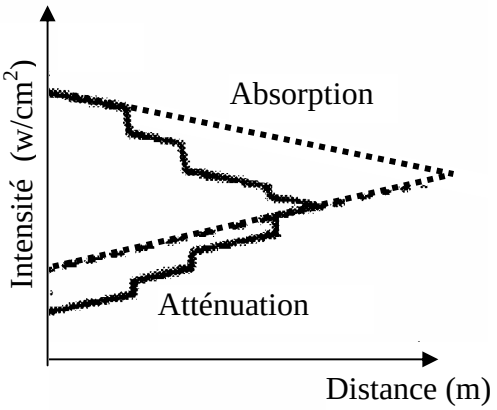


Figure 1.6 : L'Atténuation et l'absorption de l'intensité dans un milieu hétérogène.

1.5.4. Effets biologiques des ultrasons :

L'interaction entre l'onde ultrasonore et le tissu va induire des effets biologiques tels que :

- **Effets thermiques :** Une certaine quantité d'énergie du faisceau ultrasonore est absorbée par le milieu et transformée en chaleur. L'élévation thermique est proportionnelle à l'intensité (puissance surfacique) du faisceau et à la durée d'exposition ; il s'agit de l'hyperthermie et de la chirurgie ultrasonore, sachant que le but de l'hyperthermie est de maintenir la température des tissus exposés entre 42 et 45°C pendant des périodes de 30 à 60 minutes pour but de détruire les cellules cancéreuses (figure 1.7**)**.

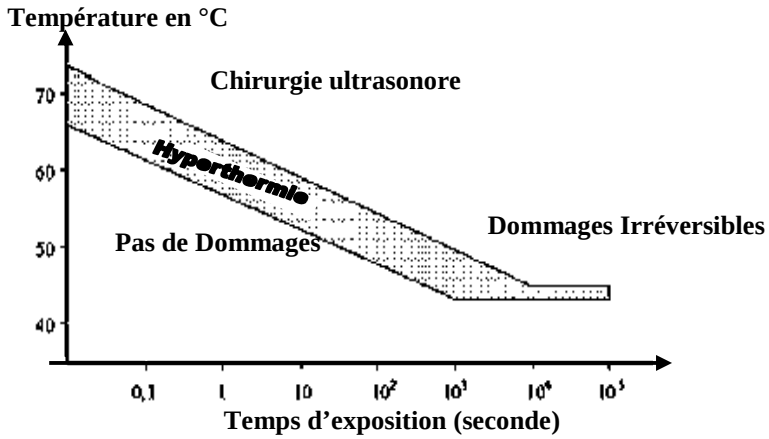


Figure 1.7 : Dommages subis par les tissus en fonction de la température et du temps d'exposition (Lele 1977) [19].

- **Effets mécaniques :**

Micro-courant : les modifications de pression du milieu peuvent entraîner l'apparition des courants de fluide.

Cavitation : apparition de bulles formées à partir de gaz dissous ou de vapeur sous l'effet des variations de pressions dues à l'onde ultrasonore.

1.6. Image échographique :

Le principe général de l'imagerie échographique repose sur la détection des amplitudes et des retards des signaux renvoyés par un milieu pour le représenter. L'étude des signaux reçus, appelés signaux radiofréquence (RF), fournit alors une représentation du milieu exploré en fonction de ses propriétés physiques [20]. L'amplitude des échos renseigne de l'échogénicité d'un diffuseur et la durée entre l'émission et la réception renseigne sur sa distance par rapport au transducteur. L'image échographique est une

image par réflexion et non pas une image par transmission comme pour la radiographie ou le scanner.

1.6.1. Reconstruction de l'image échographique :

L'échogénicité dépend des variations d'impédance acoustique entre deux milieux. Ainsi qu'une interface entre deux milieux d'impédances acoustiques différentes rétrodiffusera d'autant plus l'onde ultrasonore incidente. La présence des diffuseurs sub-longueurs d'ondes (diffuseurs de RAYLEIGH) entraîne un jeu subtil d'interférences et se traduit par un bruit de speckle qui donne une texture propre à chaque milieu. Cette texture est une information utile pour les échographistes qui les renseigne qualitativement sur la nature du tissu.

La figure ci-dessous montre les étapes d'acquisition d'unes image échographique :

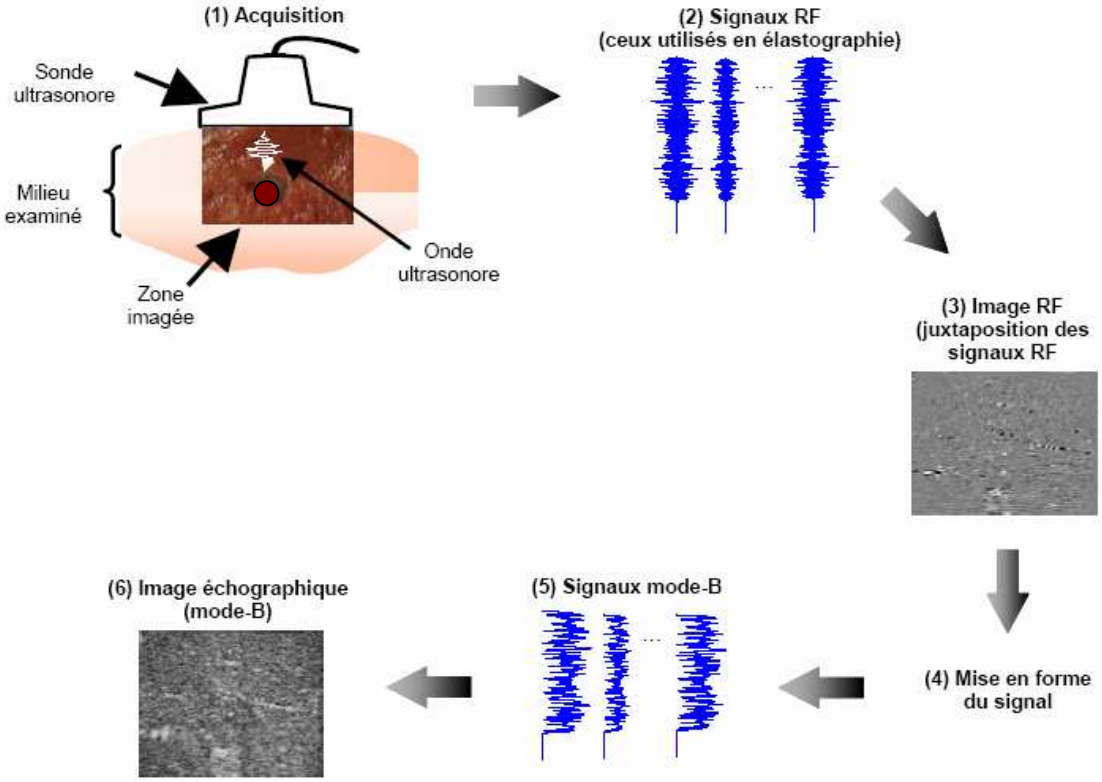


Figure 1.8 : les étapes de formation d'une image échographique.

Les informations reçues au niveau de l'échographe sont traitées par un logiciel complexe qui permet de déterminer la position et l'intensité de l'écho et de représenter l'image (ou le signal) pour être interprétée par l'opérateur.

1.6.2. Représentation de l'image ultrasonore :

Les échos reçus par la sonde vont former l'image échographique sous forme de trois modes :

1.6.2.1. Mode A :

Le mode A (ou à amplitude) est le mode de représentation d'image le plus primitif ; il consiste à afficher l'amplitude du signal reçu par la sonde en fonction de la profondeur.

Un seul faisceau ultrasonore de direction constante est utilisé. Ce mode était autrefois utilisé en neurologie pédiatrique et en ophtalmologie.

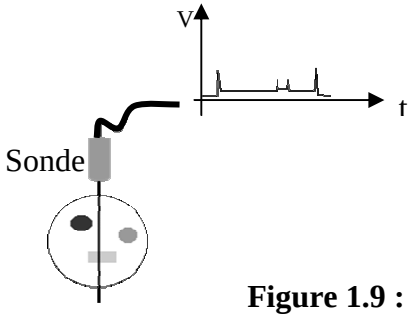


Figure 1.9 : Le mode A.

1.6.2.2. Mode B :

Le mode B ou brillance est le mode de représentation le plus commun. Il s'agit de représenter l'intensité du signal non plus par une courbe mais par la brillance d'un point sur l'écran ; plus le point est brillant, plus la réflexion des ultrasons a été importante et donc plus l'écho est intense sachant que l'amplitude des échos fixe le niveau de gris.

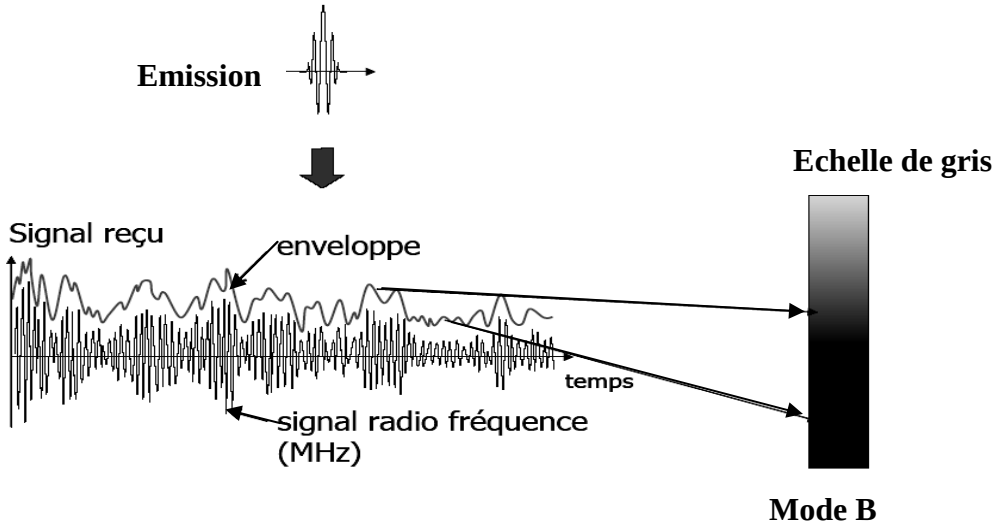


Figure 1.10 : formation d'image selon le mode B.

Lorsque plusieurs faisceaux ultrasonores parallèles sont utilisés (sonde linéaire) ou lorsque le même faisceau ultrasonore est orienté dans des directions différentes (sonde

sectorielle) on obtient une image en deux dimensions (Bidimensionnelle) qui représente une coupe de la structure explorée comme l'explique la figure suivante :

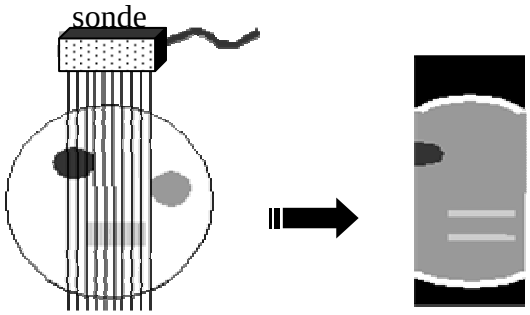


Figure 1.11 : une image en 2D selon le mode B.

1.6.2.3 Mode M ou TM :

Lorsqu'un même faisceau ultrasonore est observé en continu, les mouvements des objets traversés par le faisceaux font varier la position et l'intensité des ultrasons reçu par la sonde au cours du temps. La représentation des variations de la position et la brillance des échos en fonction du temps, constitue le mode M (mouvement) ou TM (temps-mouvement) ; ce mode permet d'obtenir une résolution temporelle supérieure au mode B et de pouvoir observer des événements très rapides, il est uniquement utilisé en échocardiographie pour observer les mouvements des parois et des valvules cardiaques.

1.6.3. Qualité de l'image (résolution):

La Résolution est la capacité à distinguer deux points différents du même d'objets.

En échographie mode B, on peut définir trois types de résolution : la résolution axiale, la résolution latérale et la résolution azimutale.

1.6.3.1. Résolution axiale :

La résolution axiale est définie comme la distance minimale perceptible par le système d'imagerie entre deux structures réfléchissantes suffisamment proches l'un de l'autre est située sur le même axe de la direction de propagation [13].

La résolution axiale de l'image bidimensionnelle dépend essentiellement de la fréquence des ultrasons ; plus la fréquence est élevée (profondeur d'exploration importante) plus la longueur d'onde est petite et plus la résolution axiale est bonne, mais moins bonne est la qualité de l'image :

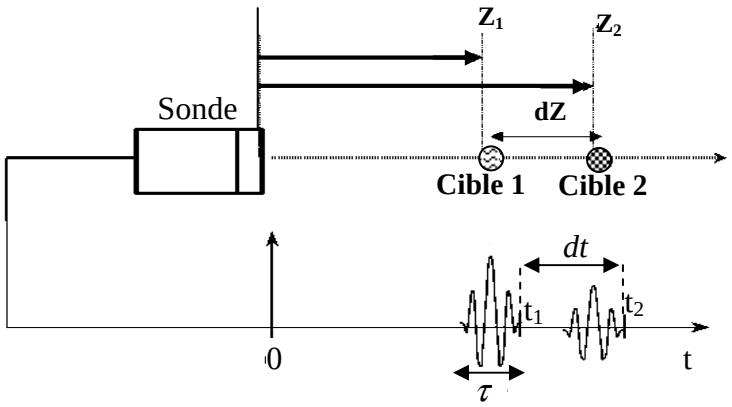


Figure 1.12 : résolution axiale entre deux cibles situées sur l'axe de la sonde.

Tel que :

τ est la durée de l'impulsion et $dt = t_2 - t_1$.

t_1 : temps de propagation de l'écho de la cible 1 (aller et retour).

t_2 : temps de propagation de l'écho de la cible 2 (aller et retour).

Les deux cibles sont résolu axialement : si $dt > \tau$.

Pour avoir une bonne résolution il faut utiliser des impulsions brèves.

1.6.3.2. Résolution latérale et azimutale :

Les résolutions latérale et azimutale sont définies par la capacité de la sonde de distinguer la distance minimale séparant deux cibles transversales à l'axe pour que leurs images soient séparées. Ces deux résolutions dépendent de la géométrie du transducteur, de la fréquence et de la focalisation du faisceau.

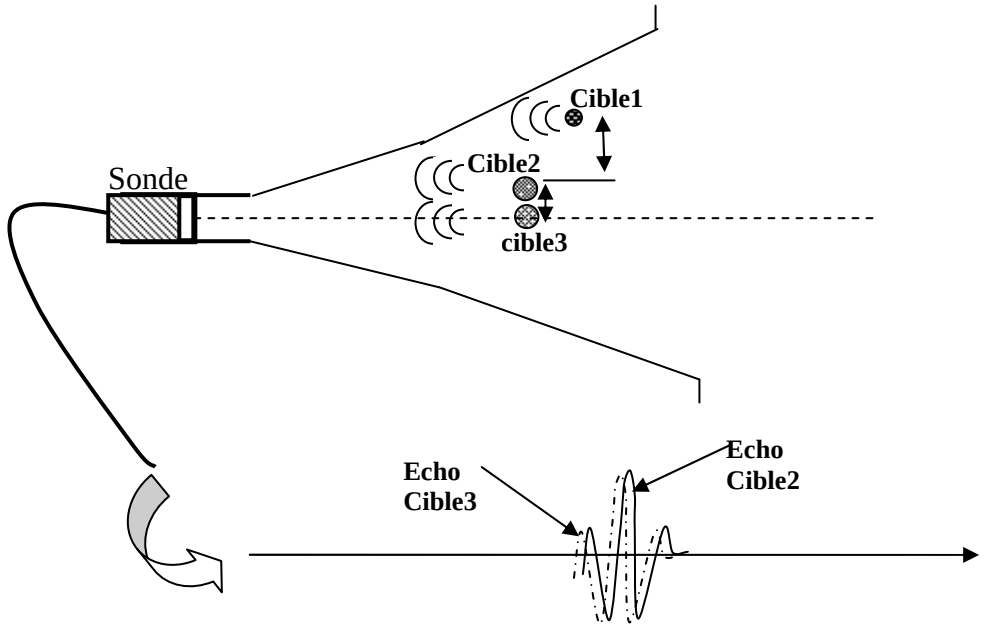


Figure 1.13 : résolution latérale.

Selon la figure ci-dessus les Cibles 1 et 3 sont résolus par contre les cibles 2 et 3 ne le sont pas.

1.7. Conclusion:

Evidemment les progrès techniques ont été gigantesques et l'échographie s'est répandue au point d'être une des premières modalités d'imagerie médicale. Ses principaux atouts sont :

- insensible et non ionisante pour les tissus.
- résolution d'imagerie très bonne.
- mobile, facile à utiliser et avec une cadence d'imagerie "temps réel".
- peu coûteuse.

Ses principaux inconvénients restent :

- image de qualité inférieure à d'autres techniques (bruit de speckle, échogénéicité).
- incapacité d'imager derrière les os ou les poches de gaz et limitée aux organes superficiels (< 10 cm de profondeur) [21].

Dans le chapitre qui suit on va porter notre attention sur quelques modèles de distribution de température dans les tissus mous biologiques, ainsi que leur caractérisations.

Chapitre 2

Caractérisation des Tissus Mous et Elastographie

2.1. Introduction :

Les tissus biologiques sont des matériaux complexes à étudier car ils sont composés de divers éléments. La composition de ces éléments est difficilement quantifiable, car elle dépend de chaque individu et de l'état pathologique du tissu.

Pendant les 20 dernières années, de nombreuses études ont été conduites pour caractériser les propriétés mécaniques des tissus biologiques (OPHIR et al. 1999, GREENLEAF et al. 2003) [22], qui ont souvent été considérés comme des matériaux élastiques linéaires homogènes et isotropiques ; ces attributs mécaniques incluent le module de cisaillement ou le module élastique (module de YOUNG), le coefficient de POISSON, ou n'importe laquelle des composantes de déformation ou de cisaillement obtenues en réponse à l'application d'une charge sur les tissus. L'imagerie de la rigidité ou de la déformation des tissus apporte une nouvelle information qui peut être liée à la structure pathologique ou non des tissus (OPHIR et al. 1999) [22].

Les études consacrées à la caractérisation des tissus biologiques ont cependant révélé deux propriétés importantes concernant leur élasticité. La première est que la gamme de valeurs du module d'élasticité pour ce type de tissu est très vaste. La seconde la plus fondamentale, est que pour un tissu considérer, son élasticité varie de manière importante selon que ce tissu est sain ou pathologique.

Dans le cadre d'une étude réalisée en 1998 sur les tissus cancéreux, KROUSKOP et al [02], ont mesuré le module d'YOUNG (E) d'un échantillon tissulaires du sein et du prostate et ont montré une différence significative entre les tissus sains et les tissus cancéreux. Les résultats sont représentés dans les tableaux ci-dessous [02] :

Type de Tissu du Sein	**Module d'élasticité du tissu (Kpa)**					
	5% Pré- compression Fréquence de charge (Hz)			20% Pré- compression Fréquence de charge (Hz)		
	0.1	1.0	4.0	0.1	1.0	4.0
Normal graisseux (n=8)	18±7	19±7	22±12	20±8	20±6	24±6
Normal glandulaire (n=31)	28±14	33±11	35±14	48±15	57±19	66±17
Tissus fibreux (n=23)	96±34	107±31	116±28	218±87	232±60	244±85
Carcinome (n=23)	22±8	25±4	26±5	291±67	301±58	307±78
Carcinome infiltrant (n=32)	106±32	93±33	112±43	558±180	490±112	460±178

n : nombre d'échantillons tissulaires utilisés pour l'étude statique.

Tableau 2.1 : Moyenne et écart-types du module d'élasticité du sein normal et pathologique pour différentes fréquences et différents niveaux de pré- compression.

Type de Tissu du Prostate	**Module d'élasticité du tissu (Kpa)**					
	2% Pré- compression Fréquence de charge (Hz)			4% Pré- compression Fréquence de charge (Hz)		
	0.1	1.0	4.0	0.1	1.0	4.0
Normal antérieur (n=32)	55±14	62±17	59±19	60±15	63±18	63±16
Normal posterieur (n=32)	62±19	69±17	65±18	68±14	70±14	71±11
HPB (n=21)	38±8	36±9	38±8	40±12	36±11	41±13
Cancer (n=28)	96±19	100±20	99±18	230±34	221±32	241±88

HPB : hyperplasie prostatique bénigne

Tableau 2.2 : Moyennes et écart-type du module d'élasticité de la prostate normale (face antérieure et postérieure de la glande) et pathologique pour différentes fréquences et différents niveaux de pré- compression

Les variations mises en évidence sur un même tissu à différentes pré-compressions et différentes fréquences de sollicitation peuvent s'expliquer par la non linéarité, la viscoélasticité et l'anisotropie des tissus.

2.2. Propriétés des tissus biologiques :

2.2.1. Viscoélasticité :

Les tissus biologiques peuvent être considérés comme des milieux viscoélastiques, c'est -à- dire qu'ils possèdent des propriétés visqueuses d'un fluide et des propriétés élastiques d'un solide ; les trois phénomènes qui caractérisent les matériaux viscoélastiques sont la relaxation, le fluage et l'hystérésis.

- ***La relaxation*** : Si un corps viscoélastique subit une déformation et qu'ensuite la déformation est gardée constante, les contraintes produites dans la matière diminuent avec le temps. Sur la Figure 2.1; l'échantillon a été mis sous tension avec un taux de déformation de 1.27 cm/min jusqu'à obtention d'une tension T_1 ; puis la tension a été stabilisée afin de conserver une déformation constante.

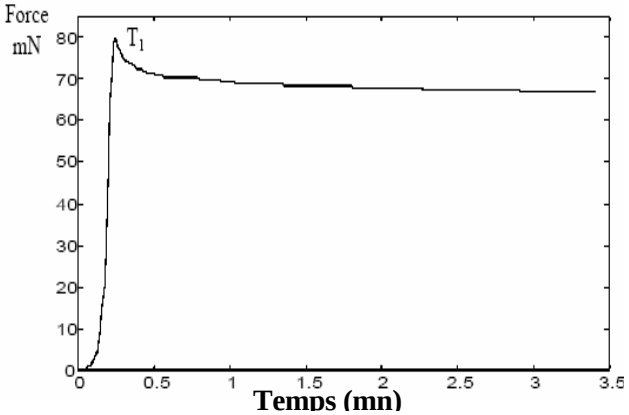


Figure 2.1 : Exemple d'une courbe de relaxation. [23].

- ***Le fluage*** : Si ce corps est forcé et qu'ensuite la contrainte est maintenue constante, la matière continue à se déformer.

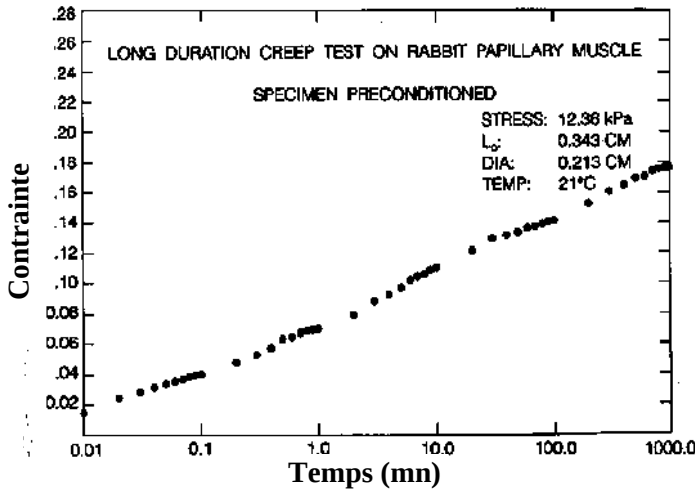


Figure 2.2 : Courbe de fluage des muscles papillaire du lapin sou charge constante [23].

La déformation est donnée en fonction du temps selon une échelle logarithmique. Nous pouvons constater que la contrainte est constante et la déformation augmente avec le temps.

- ***L'hystérésis:*** Ce phénomène signifie que les tissus soumis à une pression cyclique, répondent différemment à la charge et à la décharge.

2.2.2. Linéarité :

De manière générale, les tissus biologiques ont un comportement élastique non linéaire, c'est à dire que la contrainte et la déformation ne sont pas liées par une unique valeur du module d'YOUNG. Cela s'explique par le fait que les constantes élastiques changent en fonction de l'amplitude de la pression appliquée (figure 3.2):

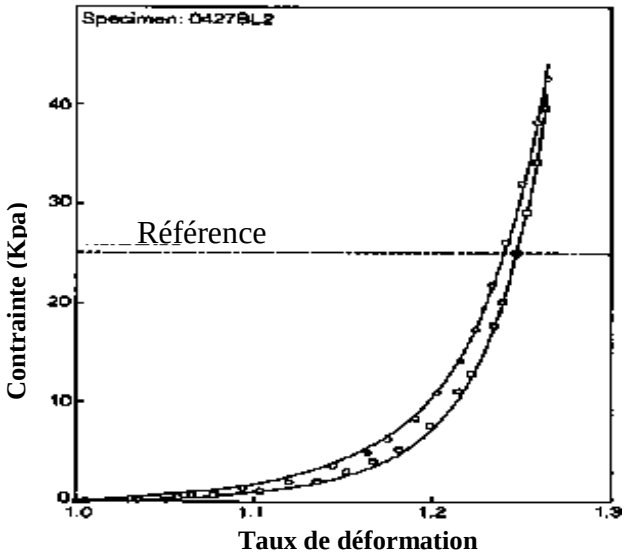


Figure 2.3 : illustration de la non-linéarité des tissus biologique. [24]

EMELIANOV et al, ont montré cette non linéarité en comparant l'évolution du module d'YOUNG d'un fantôme en deux couches lorsque la force appliquée augmente. Les résultats obtenus montrent que les tissus paraissent d'autant plus durs que l'amplitude de la pression appliquée est élevée (Figure 2.4) :

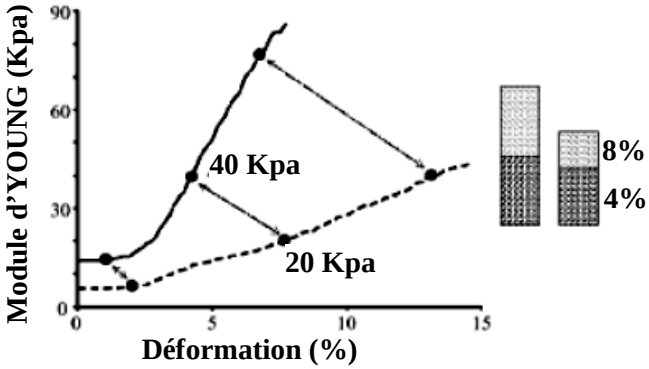


Figure 2.4 : Variation du module d'YOUNG pour différentes valeurs de la contrainte appliquée pour deux types de tissus. [25]

Un tissu dur en trait plein, et un tissu mou, en pointillé. A droite sont représentés les fantômes avant et après déformation. La couche molle subit une déformation de 8% et la couche dure de 4%.

2.2.3. Anisotropie :

Un milieu anisotrope est un milieu qui présente des directions privilégiées de déformation lorsqu'il est soumis à une contrainte. Dans certains tissus mous biologiques, il existe des propriétés d'anisotropie plus ou moins accentuées selon qu'ils présentent ou non une structure particulière. Les muscles par exemple, se comportent différemment selon que la direction de la contrainte appliquée est dans le sens des fibres musculaires ou non.

2.3. Caractérisation ultrasonore des tissus mous et élasticité :

2.3.1. Caractérisation ultrasonore des tissus mous :

Au cours des dernières années, beaucoup de travaux de recherche fondamentale ont été effectués afin de comprendre l'interaction complexe entre les tissus biologiques et les ondes ultrasonores, pour ensuite identifier des paramètres pour fins de diagnostic (PARKER, 1984) ; une revue complète de la plupart de ces travaux se trouve dans SHUNG, 1993 et GREENLEAF, 1986. Ainsi, plusieurs travaux ont porté sur la compréhension de la propagation des ultrasons en évaluant la vitesse des ultrasons (OPHIR, 1986; ROBINSON, 1982; OPHIR. 1990; CHEN, 1987) et le coefficient d'atténuation (INSANA, 1983; OPHIR, 1985; PARKER, 1988) ; alors que d'autres travaux

ont visé à modéliser et à mesurer la rétrodiffusion des ultrasons. Le potentiel médical des ultrasons ne fut pas justement apprécié à ce moment là ; pourtant, aujourd'hui, les ultrasons sont un outil incontournable dans le domaine médical et leurs applications couvrent un large champ d'investigation qui va du diagnostic à la thérapie.

L'évolution de la technologie des sondes, leur miniaturisation, l'utilisation de l'informatique et l'amélioration des systèmes électroniques ont permis d'améliorer la qualité de l'image échographique, et de s'orienter même vers une imagerie à trois dimensions haute résolution. Malgré le pouvoir séparateur des paramètres acoustiques (la vitesse et le coefficient d'atténuation), la caractérisation ultrasonore quantitative n'a pas eu d'impacts majeurs sur les techniques conventionnelles de diagnostic qui pour l'essentiel, demeurent souvent qualitatives (GARRA, 1993). En effet compte tenu de la grande variabilité de tissus et des états pathologiques, il demeure très difficile de reproduire, en situation clinique, les conditions expérimentales nécessaires pour mesurer et utiliser ces paramètres pour un diagnostic.

En effet les ultrasons ont été utilisés pour déterminer les propriétés élastiques des tissus à partir de leur mouvement interne, induit soit par une source physiologique (pulsations artérielles, battements cardiaques, respiration), soit par une source externe (vibrations mécaniques ou compressions statiques) et c'est l'idée maîtresse de la technique d'élastographie, proposée par OPHIR et al. (1991) pour faciliter la détection de cancer du sein chez la femme; sachant que le changement de la rigidité des tissus, tel qu'indiqué par la palpation lors d'un examen, est un indice de présence de tumeur [22].

2.3.2. Echographie et élasticité des tissus mous :

On sait qu'en effet que la plus grande partie du corps humain a un comportement mécanique qui s'apparente à celui d'un solide « mou » or, le comportement élastique d'un solide est décrit par deux module très différents : le module de compressibilité (κ) et celui du cisaillement (μ).

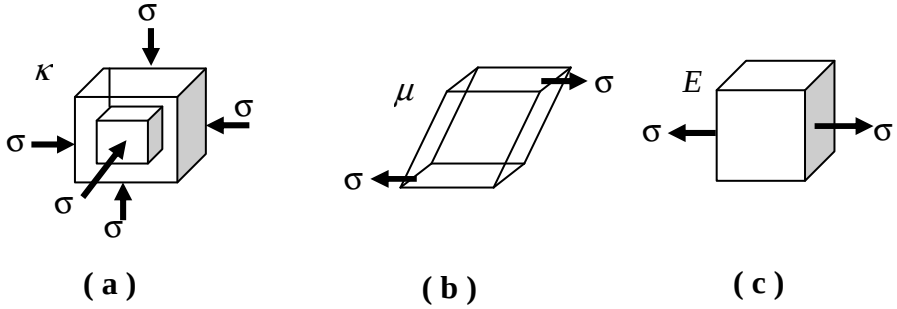


Figure 2.5 : Les différents comportements élastiques d'un solide :
(a) -effet de compressibilité ; (**b)-** effet de cisaillement ; **(c)-** effet de traction

Le module de compressibilité κ donne la variation relative du volume de solide lorsqu'il est soumis de tous ces cotés à une surpression, or les tissus humain sont très peu compressibles (κ est de l'ordre du GPa). Pourtant, un tissu mou ne se comporte pas exactement comme l'eau, car c'est avant tout un solide ; ce qui fait la différence entre un solide et un liquide est que l'on peut cisailler un solide sans entraîner l'apparition d'un écoulement.

Le médecin peut soit cisailler les tissus entre les deux doigts, soit exercer un effort sur une des faces de l'organe pour apprécier la résistance et la déformation. Dans un cas il a accès au module de cisaillement, dans l'autre cas il a accès au module de YOUNG.

Pour obtenir des résolutions inférieures au millimètre, il faut utiliser des fréquences élevées, mais à ces fréquences, le tissu se comporte comme un fluide. Dans de tels milieux, seules se propagent les ondes dites de « compressions » dont la célérité ne dépend que du module κ. Du fait que ce dernier est très élevé dans les tissus alors les fluctuations de la célérité sont au maximum de 5% ; une telle uniformité de la célérité permet d'utiliser très simplement le principe de l'échographie.

2.4. Élastographie :

2.4.1. Introduction à la technique d'élastographie :

Elastographie est un terme désignant l'ensemble des techniques d'imagerie traitant de l'élasticité des tissus.

Toutes les approches existantes à ce jour reposent sur les trois mêmes étapes :

• Génération dans le tissu, d'une vibration basse fréquence qui induit une contrainte de cisaillement.

• Imagerie du tissu pour analyser les effets de la contrainte.

• Détermination à partir de cette étude d'un paramètre relié à la dureté du tissu.

Si la valeur du module d'YOUNG peut être déterminée, la technique est dite quantitative.

L'élastographie ultrasonore est une nouvelle technique permettant de réaliser une imagerie quantitative des paramètres élastiques des tissus. Cette technique consiste à détecter la déformation des tissus lorsqu'ils sont soumis à une contrainte externe ou à des vibrations internes (les contractions cardiaques). Elle vise ainsi à compléter par une mesure quantitative la palpation effectuée par le médecin pour dépister la présence d'un nodule dur. Ce geste médical simple est souvent le premier geste pratiqué dans le dépistage d'un certain nombre de cancers, par exemple les cancers du sein ou de la prostate.

2.4.2. Les Techniques de l'élastographie :

Les différentes techniques d'élastographie ultrasonore pour estimer les propriétés mécaniques des tissus peuvent être divisées en deux groupes, l'élastographie quasi-statique et la sono-élastographie, selon que la sollicitation mécanique appliquée aux tissus est statique ou dynamique.

Ces méthodes différent les unes des autres par :

- la nature de la compression qui induit la déformation : compression dynamique ou statique.
- La technique de traitement du signal pour estimer la déformation.

2.4.2.1. Estimation de l'élasticité par compression dynamique (élastographie dynamique) :

A. Sono-élastographie :

Cette technique a été développée par LERNER et al [26] [27] [28] . Vers les années 1980, elle a été l'une des premières à fournir des informations mécaniques sur les tissus biologiques. Cette méthode consiste à mesurer l'amplitude du mouvement du tissu soumis à une vibration mécanique basse fréquence (de 20 Hz à 1Khz) en effectuant une analyse DOPPLER (figure 2.6).

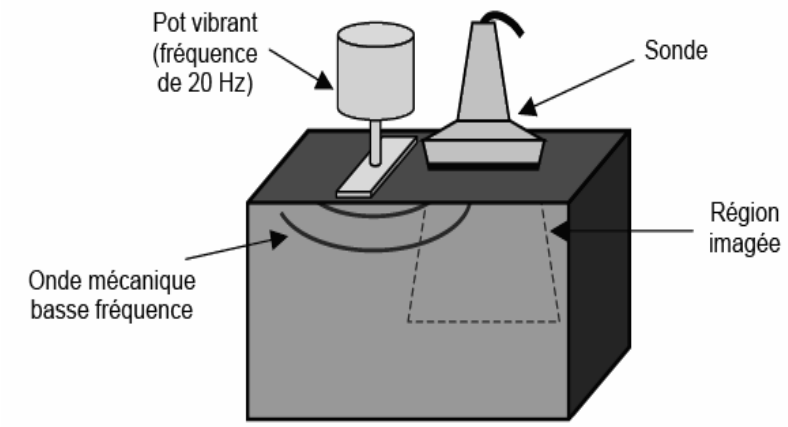


Figure 2.6 : Dispositif utilisé en sono-élastographie.

Un pot vibrant génère une vibration mécanique basse fréquence dans le milieu, dont on image l'amplitude des déplacements locaux [26].

La deuxième mesure a été effectuée pour évaluer la vitesse de propagation des ondes générées par le vibreur [29] [30] ; sachant que lorsqu'un milieu est excité par une source mécanique, deux types d'onde se génèrent : des ondes de compressions (onde P) et des ondes de cisaillement (onde S) comme le montre la figure 2.7 :

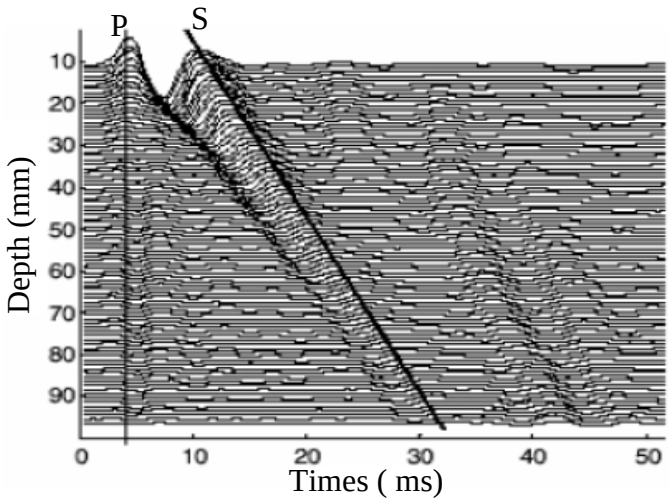


Figure 2.7 : Milieu sollicité avec une onde impulsionnelle. [13]

On distingue les déplacements dus à une onde P de compression et à une onde S de cisaillement. Les célérité (C_p) de propagation de l'ondes de compression et celle de l'ondes de cisaillement (C_s) sont en fonction des propriétés mécaniques du milieu (constantes de LAME λ_L, μ) où elles se propagent :

$$C_p = \sqrt{\frac{\lambda_L + 2\mu}{\rho}} \tag{2.1}$$

Et

$$C_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \tag{2.2}$$

En mécanique, les constantes de LAME (λ_L, μ), le module d'YOUNG et le coefficient de POISSON (E, ν) sont liés par le relations suivantes :

$$\nu = \frac{\lambda_L}{2(\lambda_L + \mu)} \quad \text{et} \quad E = \frac{3\lambda_L + 2\mu}{\lambda_L + \mu}.\mu \tag{2.3}$$

Or dans les tissus biologiques : $\lambda_L >> \mu$, d'où il en résulte une quasi-incompressibilité des tissus mous et une relation de proportionnalité entre E et ν. De ces considérations les relations 2.3 deviennent :

$$\nu = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad E = 3.\mu \tag{2.4}$$

Par la mesure de la vitesse de cisaillement on peut estimer le module de YOUNG :

$$E = 3.\mu = 3.\rho.C_s^2 \tag{2.5}$$

La cœxistence des ondes P et ondes S, induit des phénomènes d'interférences et l'estimation de la vitesse sera erronée, la raison pour laquelle l'utilisation d'ondes transitoire a été envisagée [31].

B. Elastographie Transitoire :

Elastographie transitoire appelée aussi élastographie impulsionnelle a été développée au laboratoire Onde et acoustique (ESPCI, université paris, UMR CNRS 7587) par l'équipe de MATHIAS FINK [31]. CATHERINE et al [32], ont montré qu'une telle sollicitation permet de remédier aux problèmes des conditions aux limites et au phénomène d'interférence; dans cette technique le milieu est excité par une impulsion basse fréquence et pas par une vibration entretenue, car dans ce cas l'onde de compression va disparaître très vite du fait que sa vitesse C_p est plus grande que celle de l'onde de cisaillement C_s (environ $C_p = 1500 m/s$; $C_s = 10 m/s$ dans l'eau).

La figure 2.8 montre le dispositif utilisé dans cette technique :

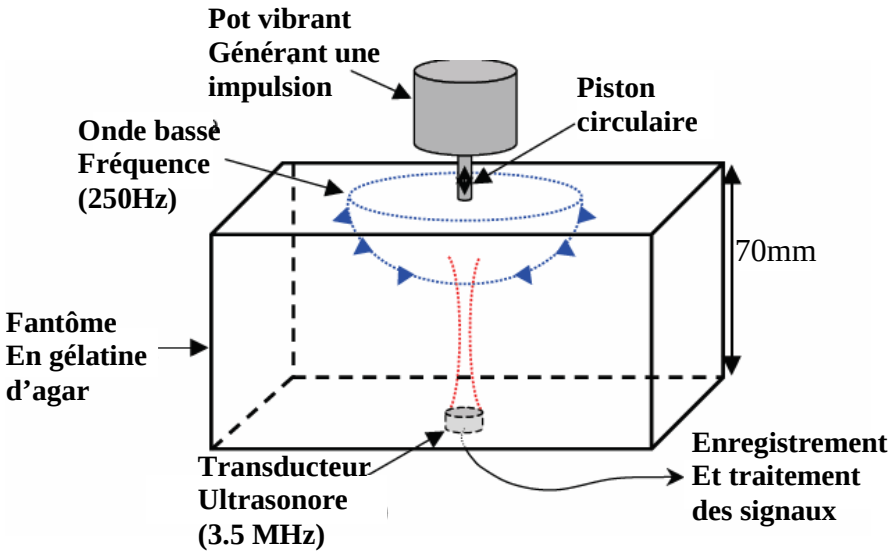


Figure 2.8 : Dispositif expérimental utilisé par CATHELINE et al en élastographie impulsionnelle 1D. [32]

L'inconvénient de cette technique est que la mesure du module de YOUNG est monodimensionnelle et ainsi que le dispositif (pot vibrant et transducteur) est difficilement applicable in vivo. Une cartographie d'élasticité obtenue par élastographie impulsionnelle 2D sur un fantôme en gel d'agar contenant une inclusion cylindrique plus dure (∅ 20mm) ; est illustré sur la figure suivante:

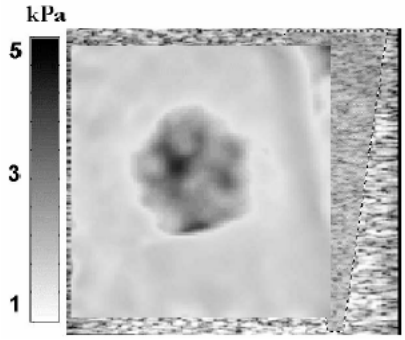


Figure 2.9 : Cartographie de l'élasticité en 2D. [33]

L'élastographie impulsionnelle présente plusieurs avantages par rapport à la sono-élastographie telle que sa rapidité et sa faible sensibilité aux conditions aux limites.

2.4.2.2. Estimation d'élasticité par compression statique (Elastographie Statique) :

Introduite au début des années 1990 par J. OPHIR [22], c'est la première technique à avoir fourni des cartographies d'élasticité du corps humain ; elle se base sur l'application d'une compression statique (de l'ordre de 1 à 2 %) sur le milieu entraînant des déformations inversement proportionnelles au module d'YOUNG local des tissus. Les zones les plus molles se déforment plus amplement que les plus dures.

La technique utilise l'échographie pour imager le milieu avant et après compression et déduire par intercorrélation des signaux ultrasonores, le champ de déplacement axial résultant. De ce champ, on calcule l'Elastogramme de la zone imagée, qui n'est autre qu'une cartographie des déformations induites par l'application de la compression.

En élastographie statique, l'estimation de la déformation peut être la finalité ou l'étape préliminaire incontournable à la reconstruction du module de YOUNG [34].

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressé à la méthode d'élastographie statique.

La figure 2.10 montre le schéma de principe de cette méthode.

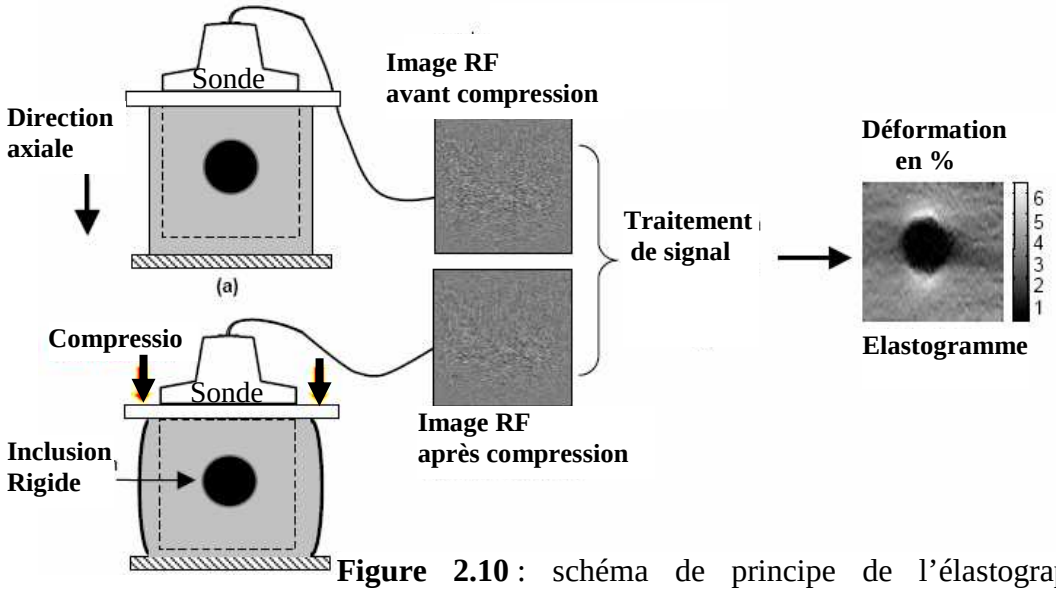


Figure 2.10 : schéma de principe de l'élastographie

L'Elastographie statique peut se révéler prometteuse sur des organes humains accessibles comme le sein [35]. Elle permet une meilleure détection des lésions, sans pour autant parvenir à les caractériser ; mais elle est plus difficile à mettre en oeuvre sur des organes profonds ou difficiles d'accès comme la prostate ou le foie, car sa performance dépend de la qualité et de l'homogénéité de la contrainte appliquée [36]. En effet lorsqu'un milieu biologique subit une compression suivant une dimension (axiale), il en résulte également une dilatation dans les deux autres dimensions (latérale et azimutale) ; si l'on ne tient pas compte de ces dilatations, le profil de déformation sera d'autant plus erroné que la compression appliquée sera importante. Estimer avec précision la déformation d'un milieu suivant une dimension nécessite donc de prendre en compte le mouvement 3D du tissu.

Cependant peu d'estimateurs 3D ont été développés à ce jour. La plupart d'entre eux sont des extensions d'estimateur 2D [31].

Les tissus biologiques ont un comportement mécanique non linéaire et de plus, d'une manière générale sont non isotropes. Toutefois il est indispensable de s'appuyer sur un modèle mécanique simple pour caractériser les propriétés d'élasticité des milieux biologiques. Pour utiliser le modèle du solide élastique, linéaire et isotrope (ou solide élastique de HOOKE) certaines hypothèses doivent être faites pour pouvoir décrire le comportement mécanique des tissus biologiques.

2.5. Modélisation physique des tissus mous :

TERZOPOULOS a été le premier à voir l'intérêt de concevoir des modèles de déformation basés sur des lois physiques, universelles, qui puissent être appliqués à un ensemble de situations réelles le plus large possible, en empruntant les théories et les méthodes de l'ingénierie mécanique pour les appliquer à la simulation d'objets déformables [37]. Les modèles physiques des tissus mous ont pour objectif de simuler de manière réaliste le comportement mécanique d'un organe ou une structure anatomique.

Dans ce qui suit on va présenter les divers modèles pour la simulation des objets déformables comme dans notre cas la déformation des tissus mous

2.5.1. Modèles masses-ressorts.

C'est le modèle le plus simple [38] ; il consiste à modéliser l'objet par un ensemble de points reliés entre eux par des segments. Les points représentent des masses considérées comme ponctuelles et les segments sont considérés comme des ressorts. Dans le processus de simulation, à chaque itération, on calcule les forces exercées par chaque ressort sur les deux masses situées à ses extrémités. Ces forces s'expriment en fonction de la variation de

longueur du ressort et de sa raideur.

2.5.2. Modèles BEM (Boundary Element Method):

Dans ce modèle on divise la frontière de l'objet (surface) en n éléments qui représentent les déplacements et les contraintes. Ensuite, on utilise la formulation intégrale de frontière de Navier pour générer un système de $3n$ équations [39]. Enfin, on applique des conditions de frontière en fixant les noeuds. Pour trouver les déformations ε de l'objet, il faut inverser la matrice de la rigidité K_e du système suivant:

$$K_e . \varepsilon = F \tag{2.6}$$

2.5.3. Model LEM (Long Element Method):

Ce modèle considère les tissus comme des objets incompressibles composés en majeure partie de liquide (ce qui est le cas en pratique) [40]. L'objet est caractérisé par le principe de PASCAL, qui établit que, dans un fluide incompressible en équilibre, les pressions se transmettent intégralement. L'incompressibilité du fluide implique que la conservation du volume doit être garantie lorsqu'il y a interaction externe et déformation de l'objet ; le comportement de l'objet est exprimé par:

$$K_e . \mathbf{x} = F \tag{2.7}$$

Où les déformations sont données par les changements d'état, **x**, sous l'influence des forces externes **F** (gravite, pression externe, etc.), K_e est la matrice de rigidité du système.

2.5.4. Modele FEM (Finite Element Method):

La méthode des éléments finis [41] [42] utilise les bases de la mécanique pour la simulation des déformations ; la méthode analyse l'énergie potentielle de déformation de l'objet sachant que le but est de chercher la position d'équilibre qui minimise cette énergie.

Pour cela, on découpe l'objet en sous-domaines (tétrahèdres ou hexahèdres). sur chaque sous-domaine, on définit un ensemble de points (les noeuds) de contrôle sur lesquels le problème sera évalué, ensuite on utilise des fonctions de forme qui définissent le champ local continu en fonction des valeurs aux points de contrôle. Ce champ local continu dépend des déformations et des contraintes de l'objet. L'équation d'équilibre du système doit être vérifiée sur chacun des éléments, ce qui va se traduire par des équations sur chacun des noeuds. En chaque noeud on peut écrire une équation linéaire faisant intervenir la valeur de la fonction de forme dans cette zone. En regroupant toutes ces équations linéaires dans une matrice, on obtient un système matriciel de type statique:

$$K_e .U = F \quad (2.8)$$

K_e : est appelée matrice de rigidité du système.

U : vecteur des déplacements.

F : les forces externes appliquées aux noeuds.

Cette méthode est expliquée en détail dans l'annexe **A**.

2.5.5. Discussion des différents modèles :

Les modèles décrits précédemment présentent tous des avantages et des limitations. Le tableau ci-dessous représente une analyse comparative entre ces modèles [38] :

	Masse - ressort	FEM	LEM	BEM
Rapidité	★★★★	★	★★★★	★★★
Réalisme physique	★	★★★★★	★★	★★
Implantation	★★★★	★	★★★	★★
Changement de topologie	★★★★★	★	-	-

Tableau 2.3 : analyse comparatif entre les différentes méthodes.

De nos jours, l'emploi de la FEM s'est généralisé à plusieurs domaines telles que la mécanique de fluides, l'aéronautique, le magnétisme, transfert de chaleur …etc. Elle permet de résoudre tout problème défini par des équations aux dérivées partielles avec des conditions aux limites et initiales.

Il existe aussi la méthode des différences finis qui est très attrayante par sa simplicité quand il s'agit des problèmes à géométrie régulière (domaines rectangulaires) ; par contre il est très difficile à la généraliser aux problèmes à géométrie complexe avec des conditions aux limites quelconque comme il est difficile d'écrire un code général pour cette méthode.

2.6. Modélisation thermique des tissus mous :

Pour des applications médicales, la modélisation thermique des tissus biologiques a été fortement motivée par la cryogénie, l'hypothermie ; l'analyse des brûlures ainsi que la mesure des propriétés thermiques des tissus et du débit sanguin.

Beaucoup de travaux ont été consacrés à la modélisation de la réponse thermique du corps relativement à la détection et au traitement du cancer par l'hyperthermie.

Le mode d'application de la chaleur au tissu dépend du type de la tumeur, de sa localisation et de sa taille.

Par exemple lors des séances de traitement par hyperthermie, on doit pouvoir prédire ou estimer la distribution de température avec une bonne précision et précaution pour ne pas endommager les tissus sains adjacents, d'où la nécessité de disposer d'un modèle complet. Le problème crucial dans la modélisation se rapporte au rôle que joue la circulation sanguine dans l'équation de la chaleur.

Dans ce qui suit on va présenter les principaux modèles qui mettent l'accent sur la perfusion sanguine et les phénomènes d'échanges thermiques qui lui sont associés.

2.6.1. Le modèle de PENNES:

PENNES (1948) [43] était le premier à proposer un modèle convenable pour prédire la distribution de la température dans les tissus humains, quant à l'origine il a été utilisé pour prédire le champ de température dans l'avant-bras. Aujourd'hui, ce modèle est encore largement utilisé, en dépit de ses limitations. L'équation de la chaleur dans ce modèle est sous forme :

$$\rho\upsilon\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla.(k.\nabla T) + (\rho\upsilon)_s.\tau_s(T_a - T) + Q \qquad (2.9)$$

Tel que :

k : Conductivité thermique du tissu en (w/m.°C)

ρ : Densité du tissu (kg/m^3)

υ_s : Chaleur spécifique du sang (j/kg.°C).

υ : Chaleur spécifique du tissu (j/kg.°C).

τ_s : Taux de perfusion sanguine local (kg.m^{-3}.s^{-1}).

Q: Source de chaleur (l'énergie acoustique déposée par unité de surface).

T : température du tissu (°C).

T_a : température artériel du sang (°C).

Dans l'expression (2.9), en partant de gauche à droite, les deux premiers termes expriment la loi de transfert de chaleur dans un milieu conducteur. La contribution de PENNES (1948) a été d'ajouter les troisième et quatrième termes qui indiquent, respectivement, le surplus d'évacuation de chaleur dû à la perfusion sanguine dans les tissus et l'apport d'énergie externe aux tissus.

Dans sa version originale, PENNES (1948) à considérer Q pour décrire exclusivement le dépôt de chaleur induit par le métabolisme, mais il est possible d'utiliser son modèle pour inclure des sources d'énergie externe comme les ultrasons [11].

PENNES considère que l'échange d'énergie entre les vaisseaux sanguins et le tissu environnant se produit essentiellement a travers les parois des capillaires (vaisseaux de diamètre entre 5 et 15 μm) où la vitesse du sang est très faible. Il avance que la contribution thermique du sang peut être modélisée comme si le fluide entrait dans un bassin imaginaire (le lit capillaire) à la température des vaisseaux majeurs, T_a, et s'équilibrait immédiatement avec le tissu environnant ; ensuite, le sang sort du bassin et rejoint la circulation veineuse à la température du tissu, soit T.

La figure 2.11 explique le principe de ce model :

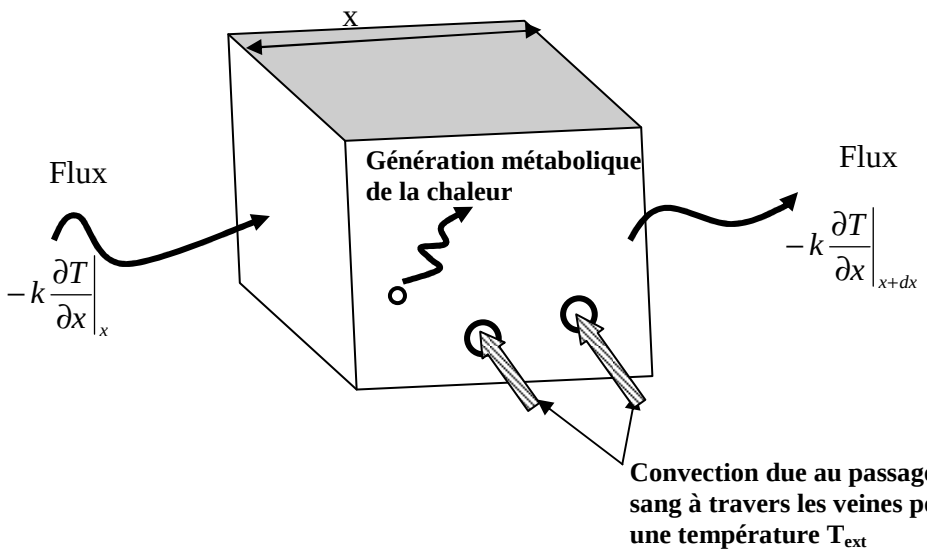


Figure 2.11 : Schéma de principe du transfert de chaleur suivant le model de penne.

Dans les paragraphes qui suivent nous exposons des modèles dont le but était de mieux rendre compte de la contribution sanguine dans l'équilibre thermique global. Nous verrons comment le modèle de PENNES ne convient pas à toutes les situations.

2.6.2. Les premiers modèles de perfusion sanguine :

Certains chercheurs ont tenté de mieux cerner la contribution du sang dans l'équilibre thermique des tissus; parmi eux on trouve MITCHELL et MYERS [44], qui ont étudié l'effet d'un échange a contre-courant entre une artère et une veine ; dans leurs modèles, ils ont incorporé des équations qui décrivent les échanges de chaleur entre les vaisseaux ainsi qu'entre chaque vaisseau et le tissu environnant ; mais leur modèle ne tenait pas compte de la conduction dans les tissus eux mêmes.

Malgré cela, le traitement séparé des tissus et des vaisseaux a servi du point de départ aux plus récents développements dans l'étude des transferts thermiques dans les tissus en perfusion. KELLER et SEILER [45] ont repris le modèle de MITCHELL et

MYERS et y ont ajouté une équation de conservation de l'énergie pour le tissu autour des artères et des veines, ce qui a couplé ces dernières sur le plan thermique ; comme ils adhéraient au concept de PENNES, les capillaires comptaient pour un puits de chaleur pour le tissu chauffé.

Ensuite, il y eut WISSLER (1970) [46] pour qui les variations thermiques dans les grands vaisseaux devaient être séparées de celles des tissus. Son modèle consiste en trois équations couplées : la première est similaire à l'équation de PENNES (2.9), les deux autres équations modélisent les transferts thermiques dans les grandes artères et veines (macro circulation). Mais la véritable distinction entre «grands» et «petits» vaisseaux repose plus sur des aspects qualitatifs des dimensions que sur une véritable analyse thermique.

Ultérieurement, d'autres experts dans le domaine ont remis en cause la validité physique et physiologique de l'équation de la chaleur de PENNES, en particulier la contribution du flux sanguin. La discussion a été amorcée par WULFF (1974) [47] qui a avancé que l'effet de convection devait provenir du flux net du sang dans le tissus et que, par conséquent, la contribution du sang devrait être modélisée par un terme directionnel de la forme $(\rho\upsilon)_s v_s.\nabla T$ (ou v_s est la vitesse du sang) plutôt que par le terme scalaire de perfusion suggéré par PENNES.

2.6.3. Longueur caractéristique d'équilibre thermique :

Un pas considérable dans la clarification des mécanismes des transferts thermiques dans les tissus vivants a été accompli par CHEN et HOLMES (1980) [48]. Ils ont évalué une longueur caractéristique d'équilibre thermique (L_e) qui est définie comme la longueur du vaisseau sanguin pour laquelle la différence entre la température du sang et celle du tissu adjacent est réduite a $(1/e)$ (e = 2.7183) de sa valeur initiale. En négligeant les variations temporelles de la température sanguine T_s devant ses variations spatiales le long d'une dimension caractéristique du vaisseau ; T_s obéit à l'équation suivante:

$$A(\rho\upsilon)_s \overline{V} \frac{dT_s}{ds} = \eta.h(T - T_s) \qquad (2.10)$$

Où :

$\overline{V}$: La vitesse moyenne locale du sang,

η : Le coefficient local de transfert conducto-convectif.

h : la circonférence du vaisseau sanguin.

A : section du vaisseau sanguin.

L'équation (2.10) peut être écrite d'une façon plus brève:

$$L_e \frac{dT_s}{ds} = (T - T_s) \tag{2.11}$$

Avec

$$L_e = \frac{A(\rho v)_s \overline{V}}{\eta . h} \tag{2.12}$$

L_e est la longueur caractéristique d'équilibre thermique .

CHEN et HOLMES ont utilisé les estimés de η et calculé (L_e), pour une palette de vaisseaux aussi larges que l'aorte et aussi petits que des capillaires. La déduction la plus significative de ce modèle semi quantitatif est que l'équilibre thermique des vaisseaux sanguins apparaîtrait non pas dans les capillaires mais dans les vaisseaux de diamètre entre 0.2 et 0.5 mm. Cette conclusion vient contredire l'hypothèse sous-jacente du modèle de PENNES.

Ensuite CHATO (1980) [49] a effectué une analyse exhaustive de la relation entre tissus et vaisseaux pour diverses configurations géométriques et a conclu que l'amplitude des échanges thermiques entre vaisseaux et tissus dépendait surtout de la taille des vaisseaux sanguins : les grands vaisseaux échangent peu d'énergie avec le tissu environnant et leur température n'est pas affectée par le champ de température dans le tissu, tandis que les petits vaisseaux (artérioles, veinules et capillaires) sont quasiment en équilibre thermique complet avec le tissu. Ses résultats concernant les vaisseaux de taille intermédiaire n'étaient pourtant pas très concluants. CHEN et HOLMES soulignent que ces vaisseaux intermédiaires sont au centre de la critique du modèle de PENNES. Par ailleurs, WEINBAUM et al. (1984) [50] ont évalué L_e, pour plusieurs configurations spécifiques.

Ces modèles incluent un simple vaisseau au milieu du tissu, une paire a contre-courant et un vaisseau périphérique. Leurs analyses de la taille du vaisseau, à laquelle l'équilibre thermique est atteint, ont confirmé les résultats de CHEN et HOLMES. Maintenant, voyons plus en détail ce modèle.

2.6.4. Le modèle de CHEN et HOLMES (CH):

Dans ce modèle, les vaisseaux sanguins sont groupés en deux catégories : les grands vaisseaux, qui sont traité séparément, et les petits vaisseaux qui, de par leur taille réduite et leur grand nombre, sont traités comme s'ils faisaient partie du continuum qui inclut le tissu ; certains de ces petits vaisseaux ont une importance significative dans la mesure où leur température diffère de celle du tissu adjacent. La limite de séparation entre

ces deux catégories de vaisseaux correspond à ce segment du réseau vasculaire où la longueur du vaisseau est proche de la longueur caractéristique d'équilibre thermique.

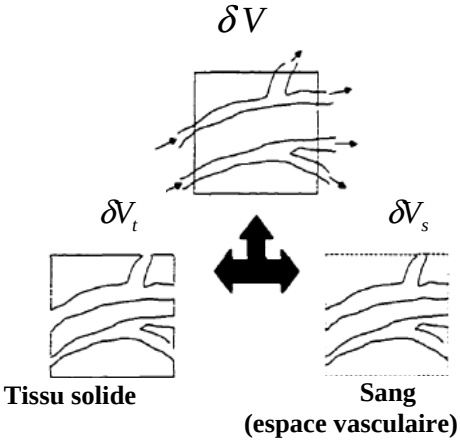


Figure 2.12 : représentation schématique du volume de contrôle V du tissus avec les sous volumes du tissu V_t, et du sang V_s.

Prenons le volume de contrôle de la figure 2.12 qui représente le continuum mentionné ci-dessus. Le transfert thermique entre petits vaisseaux sanguins et tissus a été étudié séparé en trois modes. Le premier mode reflète l'équilibration de la température sanguine, initialement à la température des grands vaisseaux avec celle du tissu. Par conséquent le sang ressort du volume de contrôle essentiellement à la température locale moyenne du tissu. Ainsi, la contribution thermique du sang entrant dans le volume de contrôle est similaire à celle décrite par le terme de perfusion de l'équation de PENNES :

$$q_p = (\rho \upsilon)_s . \tau^* . (T_a^* - T) \tag{2.13}$$

Avec q_p la contribution thermique du perfusion par unité de volume.

Le paramètre de perfusion τ^* exprime uniquement le flux sanguin dans le volume de contrôle et T_a^* se rapporte à la température des vaisseaux les plus grands dans le volume de contrôle. Cette température se situe typiquement entre les températures des vaisseaux majeurs et celle du tissu.

Le second mode de contribution vasculaire dans l'équilibre thermique des tissus concerne les vaisseaux déjà équilibrés. Ce mode se rapporte à la partie du transfert thermique qui a lieu quand la circulation sanguine impose une convection de chaleur contre un gradient de température.

La température du sang est égale à celle du tissu T ; et la contribution thermique par convection prend la forme suivante :

$$q_c = (\rho \upsilon)_s . \Phi . \nabla T \tag{2.14}$$

Φ Représente le flux volumique net du sang par unité de surface dans le volume de contrôle.

Le troisième mode du modèle CH décrit la contribution thermique des petites fluctuations de température du sang, presque équilibré, le long du gradient de température dans le tissu. Ce mode est proportionnel au gradient de température dans le tissu et dépend de la structure micro-vasculaire locale. Ceci fait intervenir un tenseur de «conductivité de perfusion » K_p, qui dépend de la géométrie vasculaire. La contribution de ce mode s'écrit :

$$q_{pc} = -\nabla.(K_p \nabla T) \tag{2.15}$$

Cependant, une définition claire des vaisseaux presque équilibrés et leur relative contribution par rapport aux modes 1 et 2 n'ont pas été abordées par CHEN et HOLMES.

Ainsi, le modèle de contributions du modèle CH est obtenu en remplaçant le terme de perfusion de PENNES par les trois modes mentionnés plus haut, alors cela donne :

$$\rho\upsilon\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k.\nabla T) + (\rho\upsilon)_s.\tau^*(T_a^* - T) - (\rho\upsilon)_s.\Phi.\nabla T + \nabla.(k_p \nabla T) + q_m \tag{2.16}$$

Comparée à l'équation de PENNES, l'application du modèle CH est plus difficile puisque elle requiert une certaine connaissance de la géométrie vasculaire locale.

2.6.5. Le modèle de WEINBAUM, JIJI et LEMONS (WJL) :

Mathématiquement l'approche de ce modèle ressemble à celui de KELLER et SEILER [45]. Pourtant, le modèle WJL repose sur une manière différente dans la considération des vaisseaux. La figure ci-dessous montre la configuration de base du modèle WJL :

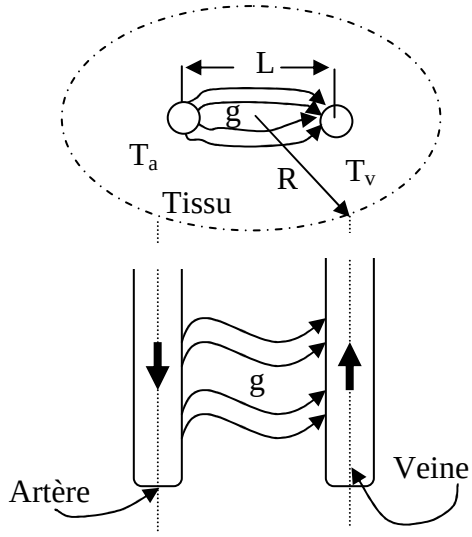


Figure 2.13 : Configuration du modèle de WJL pour les tissus perfusés avec une paire artère-veine.

Les vaisseaux majeurs ne sont pas concernés dans ce modèle et les équations ne s'appliquent qu'aux vaisseaux de petite taille mais qui ont une importance significative dans le bilan thermique. En développant leur modèle ils ont d'abord procédé à une évaluation approfondie de L_e pour différentes configurations géométriques vasculaires qui peuvent exister dans les couches périphériques des tissus (ce qui a été a peine abordé par CHEN et HOLMES).

Cette configuration de base illustrée dans la figure 2.13, consiste en un volume de contrôle du tissu comprenant une paire de vaisseaux sanguins, thermiquement significatifs, connectés par capillaires et jonctions artério-veineuses. En se fondant sur des observations anatomiques et des mesures à haute résolution spatiale dans les tissus périphériques, WEINBAUM et al. ont conclu que la contribution majeure de la version locale aux transferts thermique est associée à un mécanisme incomplet à contre-courant de transfert de chaleur entre paires d'artères et veines et non pas aux échanges au niveau des capillaires. En négligeant la conduction axiale, la conservation d'énergie pour une artère ou une veine s'écrit :

$$\pi(\rho\upsilon)_s \frac{d(nr_s^2 \overline{V} T_a)}{ds} = -nq_a - 2\pi(\rho\upsilon)_s nr_s g.T_a \tag{2.17}$$

$$\pi(\rho\upsilon)_s \frac{d(nr_s^2 \overline{V} T_v)}{ds} = -nq_v - 2\pi(\rho\upsilon)_s nr_s g.T_v \tag{2.18}$$

Tell que g est flux massique capillaire (artério-veineux).

Les termes de gauche dans les équations (2.17) et (2.18) représentent la chaleur échangée par convection le long des artères et veines, respectivement dans le volume de contrôle. Ce mode de transfert de chaleur est déterminé par la densité du nombre des vaisseaux (n), de leur rayon (r_s) et de la vitesse du sang ($\overline{V}$).

Dans la partie droite des relations (2.17) et (2.18) , le premier terme représente la chaleur échangée à travers la paroi du vaisseau, tandis que le second terme représente l'énergie apportée ou retirée du vaisseau via les capillaires de connexion (jonctions arténo-veineuses). On peut exprimer la loi de conservation de masse :

$$\frac{d(nr_s^2 \overline{V})}{ds} = -2nr_s g \tag{2.19}$$

En substituant l'équation 2.19 dans (2.17) et (2.18), on aboutit aux trois équations couplées suivantes :

$$\pi(\rho\upsilon)_s.r_s^2\overline{V}.\frac{dT_a}{ds} = -q_a$$

$$\pi(\rho\upsilon)_s.r_s^2\overline{V}.\frac{dT_v}{ds} = -q_v \qquad (2.20, \text{a, b, c})$$

$$\rho\upsilon\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k.\nabla T) + ng(\rho\upsilon)_s.(T_a - T_v) - n\pi(\rho\upsilon)_s r_s^2.\overline{V}.\frac{d(T_a - T_v)}{ds} + q_m$$

Dans (2.20 c), le terme de gauche représente la variation de la chaleur dans le volume de contrôle au cours du temps. Dans la partie droite, les termes traduisent respectivement la chaleur de conduction dans le vaisseau, l'énergie échangée via les capillaires et l'échange net entre le tissu et la paire artère-veine.

Dans le modèle WJL, le second terme dans la partie droite de l'équation (2.20 c) ressemble au terme de perfusion de l'équation de PENNES. Une validation précise de ce modèle théorique n'est pas encore disponible. Cela est dû en partie à sa complexité et au besoin d'une description détaillée de l'architecture vasculaire associée. Cependant, WEINBAUM et al. ont tenté de simplifier leur modèle à trois équations, en supposant que la température moyenne du tissu peut être approximée par une moyenne des températures des artères et veines adjacentes ; Cela permet d'aboutir a une formulation très proche de celle de PENNES.

2.6.6. Comparaison des différents modèles :

La Conclusion de l'analyse thermique à travers la longueur caractéristique d'équilibre, était que le processus majeur d'équilibration thermique n'a pas lieu dans les capillaires, comme il a été supposé par PENNES mais dans les vaisseaux pré ou post capillaires. Le modèle de PENNES ne prend en compte ni le mécanisme de convection directionnel du flux sanguin, ni la possibilité d'échange thermique entre paires de vaisseaux (artères et veines).

Même si l'amplitude relative de ces contributions reste à évaluer, il est clair que l'interprétation de PENNES ne peut décrire véritablement le processus d'équilibration thermique entre les conduits de sang et le tissu environnant ; mais ce modèle a simplement prédit, de façon réaliste, la température dans le rein pour des tissus assez éloignés des grands vaisseaux. Cela suggère que dans des tissus loin des grands vaisseaux, les nouveaux termes qui distinguent les modèles CH et WJL de celui de PENNES contribuent peu au bilan total des transferts thermiques.

À première vue, les équations d'équilibre proposées par CHEN et HOLMES (CH)

et WEINBAUM et al. (WJL) montrent que le terme de perfusion dans le modèle CH est mathématiquement similaire au terme d'échanges entre artères et veines dans WJL via les capillaires. Pourtant, le modèle WJL considère que l'échange à artères et veines est le processus majeur d'équilibration thermique, tandis que le modèle CH tient compte seulement des flux d'énergie qui traversent le volume de contrôle, sans se préoccuper de vérifier si les vaisseaux sont arrangés en paires ou non. La remarque pertinente est que le flux sanguin local moyen dans le modèle CH diffère de celui de WJL. En fait, il a été démontré que ce flux moyen s'annule avec le flux net de masse à travers le volume de contrôle, même si le mouvement sanguin n'est pas nul. Ce mode de convection représente des vaisseaux déjà en équilibre avec le tissu adjacent dans CH, alors que la convection dans le modèle WJL est directement reliée au processus d'équilibration même.

On peut dire que l'estimation du modèle de PENNES a donné la création des nouveaux modèles qui interprètent mieux le rôle de la perfusion dans l'équation de la chaleur dans les tissus biologiques ; sachant que la complexité ajoutée par ces modèles exige une connaissance plus approfondie de la géométrie vasculaire dans les tissus et organes en question.

Le tableau 2.4 résume les domaines d'application de ces différents modèles [05].

Modèle	***Mécanisme vasculaire***	***Commentaire***	***d(mm)***	***L/L_e***	***Tissue étudié***
Penne	*Diffusion capillaire*	*Décrit l'effet de collection thermique des tissus non adjacents aux vaisseaux.*	*<0.3*	*<0.6*	*Cortex du rein de porc*
	Perfusion apparentée à un terme source/puits de chaleur		*0.5-1.0*	*>>1*	*Muscle profond*
CH	*Effet accumulé de chacun des vaisseaux (perfusion- convection-conduction).*	*Version de penne incluant les effets d'une convection local*	*<0.3*	*<0.25*	*Cortex du rein de porc.*
WJL	*Echange thermique à contre- courant (artères/veines)*	*Échange entre artères et veines via capillaire et anastomoses artério-veineuses .*	*<0.3*	*<0.3*	*Tissus musculaire périphériques*

Tableau 2.4 : Les domaines d'application des différents modèles.

2.7. La prostate *:*

La prostate est un organe situé immédiatement sous la vessie, en arrière de la symphyse pubienne et en avant du rectum. Elle a la forme d'une châtaigne et mesure 3 cm de haut, 4 cm de large et 2 cm de profondeur chez un adulte jeune.

Elle pèse alors 20 à 25 grammes:

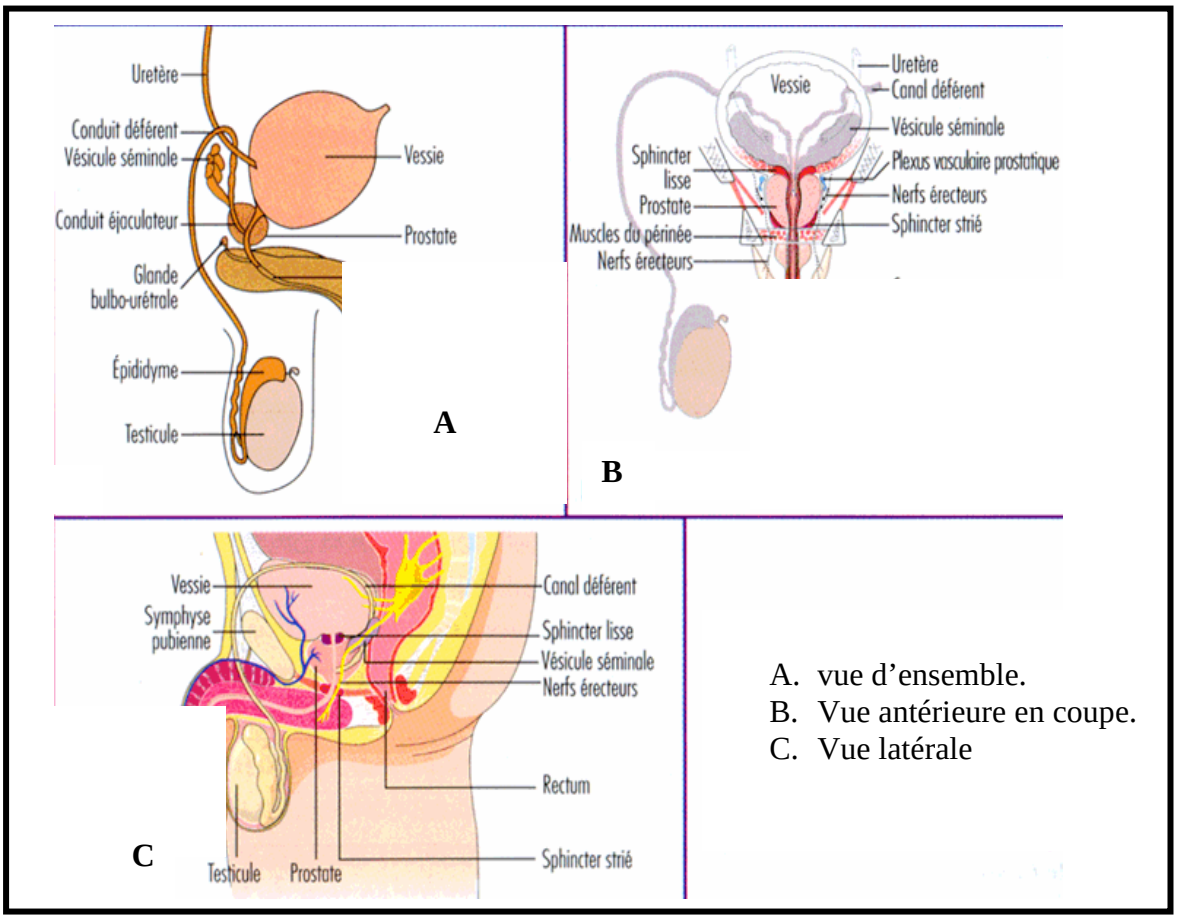


Figure 2.14 : la prostate dans l'appareil urogénital.

L'essentiel de la prostate est constituée des glandes ; et elle est entourée par une capsule fibro-élastique. L'intégrité ou non de cette capsule prostatique est un élément capital à prendre en compte dans le cancer de la prostate. Les cancers qui ne dépassent pas cette capsule sont dits localisés (à la glande prostatique), et ceux dont les cellules cancéreuses ont dépassé cette capsule sont au moins localement avancés. Un des objectifs du bilan clinique, biologique et radiologique réalisé une fois le cancer de la prostate découvert est de tenter de définir l'intégrité ou non de cette capsule car les traitements qui peuvent être proposer au patient ne sont pas les mêmes.

Il est depuis longtemps connu que les tumeurs prostatiques sont significativement plus dures que les tissus normaux. C'est pourquoi le toucher rectal (TR) est un outil majeur pour la détection de ce cancer. Cependant cette pratique a ses limites car elle reste subjective, et elle est limitée à la détection de grosses anormalités tissulaires rigides proches de la surface de la paroi rectale. La meilleure approche pour mettre en évidence la présence d'un cancer de la prostate est l'évaluation de la zone par toucher rectal, et

l'utilisation d'un test sérum spécifique de la prostate (PSA). Le dosage de PSA se fait à partir d'une simple prise de sang. Il fournit un niveau de soupçon de la présence du cancer et une indication globale de son développement, mais ne donne aucune information concernant l'emplacement, la taille et le type de tumeur. En se basant sur un seuil de 4 ng/dl, la sensibilité du test de PSA pour détecter un cancer considéré comme « cliniquement significatif » est de 63 à 83% (Harris et al. 2001) [51].

L'échographie ENDORECTALE (TRUS) fournit une information sur la réflectivité ultrasonore des tissus ; elle est couramment utilisée pour l'examen de la prostate. La fréquence centrale utilisée pour l'examen est généralement dans une gamme allant de 7 à 9 MHz. L'échographie seule a une sensibilité d'environ 71% à 92% pour les cancers prostatiques.

Ni l'IRM (QUINLAN et al. 1995) ni la tomographie par rayons X (EL GABRY et al. 2001) [52] ne sont considérés comme adéquats pour la détection du cancer de la prostate.

2.8. Conclusion :

Dans cette partie on a discuté d'avantage sur la distribution de la température au sein d'un tissu biologique sachant que l'évaluation du modèle de PENNES a donné naissance à d'autres modèles qui interprètent mieux le rôle de la perfusion dans l'équation de la chaleur.

La complexité ajoutée par ces modèles fait appel à une connaissance plus approfondie de la géométrie vasculaire dans les tissus et organes en question. Les auteurs ont signalé que les modèles WJL et PENNES peuvent bien s'appliquer aux régions avec des paires de vaisseaux (artères et veines) de grandes et petites tailles respectivement.

Le modèle de PENNES est le plus simple a appliqué pour prédire rapidement le régime transitoire de la température tel celui rencontré dans certaines conditions d'hyperthermie. Cependant, dans ce mémoire nous n'avons pas évalué les différences pratiques entre ces modèles et surtout leur influence quant au comportement thermoélastique des tissus biologiques.

Puisque les variations naturelles ou induites de la distribution de température dans le tissu provoquent des effets mécaniques (dilation et compression) ; on va expliquer les lois principales qui expliquent l'effet de déformation des corps suite à une sollicitation d'extérieure ; c'est l'objectif du prochain chapitre formuler pour l'étude de la thermoélasticité des corps.

Chapitre 3

Notions de Base de la Thermoélasticité

3.1. Introduction :

L'élastographie est une modalité d'imagerie de l'élasticité des tissus, ou plus précisément du comportement élastique des tissus soumis à une contrainte. Cette méthode s'appuie sur la théorie de la mécanique des milieux élastiques et sur la thermoélasticité, qui s'intéresse aux effets de la chaleur sur les contraintes et déformations dans les corps solides élastiques et vice-versa. Ainsi, c'est une extension de la théorie conventionnelle d'élasticité isotherme. Dans ce chapitre nous rappelons les notions de tenseur de contrainte et de déformation, ainsi que la loi de HOOKE en élasticité et la loi en thermoélectricité.

3.2. Lois de la mécanique en petites déformations :

3.2.1. Contraintes :

Les forces extérieures, nécessaires pour déformer un corps, sont exercées sur sa surface, par effet mécanique, ou en son cœur, par un champ de force (tel le champ de pesanteur). Les contraintes ont la dimension d'une pression. En revanche, à la différence d'une pression (exclusivement normale) elles ont une composante normale et une composante tangentielle.

Considérons une facette de surface dS dans un milieu continu. La partie de ce milieu située d'un côté de dS exerce sur l'autre partie une force dF (Figure 3.1). Les interactions entre les deux parties du milieu étant à courte distance, on définit le vecteur de contrainte en un point O de cette surface comme la limite :

$$\vec{\sigma} = \lim_{dS \to 0} \frac{d\vec{F}}{dS} \tag{3.1}$$

Au point O, la normale à la surface est définie par le vecteur unitaire n, orientée vers l'extérieur de la partie du milieu qui subit la contrainte.

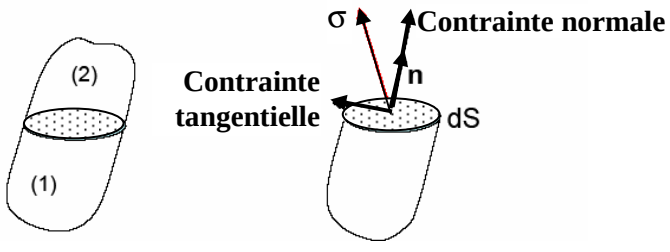


Figure 3.1 : définition de la contrainte

Considérons maintenant un élément de volume représenté par un cube. Les contraintes agissant sur ce volume sont entièrement déterminées par 3 vecteurs contraintes σ_1 σ_2 et σ_3, s'exerçant sur 3 faces perpendiculaires (Figure 3.2).

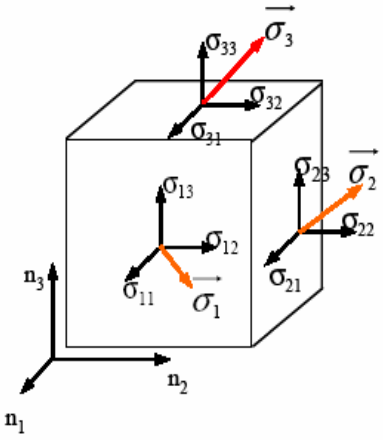


Figure 3.2 : schéma représentatif des contraintes.

En projetant ces vecteurs des contraintes sur les axes définissant l'espace, il en découle que la contrainte est décrite par 9 composantes formant un tenseur. La projection du vecteur contrainte sur la normale $\vec{n}$ est appelée contrainte normale, et celles sur les autres axes, contraintes tangentielles ou de cisaillement. La contrainte interne σ se présente dans ce cas comme étant un tenseur de 9 éléments :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Les contraintes σ_{11} σ_{22} et σ_{33}, sont les contraintes normales et les autres composantes sont les contraintes de cisaillement.

La condition d'équilibre impose que les moments des forces agissant sur les surfaces sont nuls et par conséquence, le tenseur de contrainte est symétrique $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, ce qui réduit le nombre de composantes à six.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

3.2.2. Déplacements et déformations :

Sous l'effet des forces appliquées, les corps solides se déforment d'une manière plus au moins importante ; c'est à dire que chaque point du solide subit un déplacement. Ce déplacement est défini comme la différence entre la position initiale et la position finale.

Considérons deux points infiniment voisins *p* et *M* quelconques du corps.

Les coordonnées de ces points dans le repère $(O,\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2},\overrightarrow{n_3})$ sont notées $p(x_1,x_2,x_3)$ et $M(x_1+dx_1,x_2+dx_2,x_3+dx_3)$. La distance entre ces deux points est donc :

$$dl=\sqrt{dx_1{}^2+dx_2{}^2+dx_3{}^2} \tag{3.4}$$

Après la déformation, chaque point a subi un déplacement. Le vecteur $\overrightarrow{du(p,M)}$ donné par l'équation (3.5) mesure la variation du déplacement entre les points p et M :

$$\overrightarrow{du(p,M)}=\overrightarrow{u(p)}-\overrightarrow{u(M)} \tag{3.5}$$

La distance entre les deux points devienne :

$$dl'=\sqrt{(dx_1+du_1)^2+(dx_2+du_2)^2+(dx_3+du_3)^2} \tag{3.6}$$

En utilisant la convention de sommation d'Einstein, qui désigne une sommation sur les indices qui sont répétés dans un même monôme de l'égalité ; ce qui donne :

$$dl'^2=dl^2+2du_i.dx_i+du_i^2 \tag{3.7}$$

L'équation qui donne le déplacement en fonction de chaque variable s'écrit :

$$du_i=\frac{\partial u_i}{\partial x_j}dx_j \tag{3.8}$$

Dans ce cas l'équation 3.7 devient :

$$dl'^2=dl^2+\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}+\frac{\partial u_k}{\partial x_j}\frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right)dx_i.dx_j \tag{3.9}$$

La déformation est la différence entre la distance finale et la distance initiale :

$$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}+\frac{\partial u_k}{\partial x_j}\frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right) \tag{3.10}$$

Où : i =j =k = 1,2,3.

La déformation est une grandeur sans dimension, elle représente le taux de déplacement. Physiquement le terme ε_{ij} correspond au déplacement dans la direction x_i d'une surface perpendiculaire à x_j.

Généralement les valeurs des déplacements sont petites et donc le terme d'ordre 2 est négligeable. L'expression de l'équation 3.10 devient :

$$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{3.11}$$

Le tenseur de déformation ε_{ij} est symétrique et peut être entièrement défini par 6

composantes :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ . & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ sym & . & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Les termes diagonaux qui ont le même indice répété deux fois, correspondent aux déformations de compression et de dilatation. Les termes à indices croisés de la matrice de déformation sont ceux qui correspondent à un cisaillement pur.

3.2.3. Tenseurs d'élasticité et la loi de HOOKE :

Les propriétés mécaniques d'un milieu sont entièrement définies par la relation liant contraintes et déformations. Aucun modèle mathématique simple ne peut être utilisé pour décrire le comportement mécanique de la large variété de matériaux existants. Plusieurs simplifications sont requises pour avoir un modèle facile à utiliser. Trois modèles sont habituellement considérés suivant la nature du milieu. Il s'agit du fluide non visqueux, du fluide visqueux newtonien et du solide élastique de HOOKE. C'est ce dernier modèle qui est considéré dans le cas de l'élastographie quasi-statique même si, comparé à ce modèle, la plupart des matériaux biologiques présentent en toute rigueur un comportement mécanique plus complexe.

L'expérience montre que lorsque la déformation d'un solide élastique est petite, alors elle dépend linéairement de la contrainte : c'est la loi de HOOKE. En d'autres termes il existe un tenseur d'ordre 4 C_{ijkl}, tel que :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} . \varepsilon_{kl} \tag{3.13}$$

Cette relation est la loi de HOOKE généralisée.

Avec :

σ_{ij} : Tenseur des contraintes.

ε_{kl} : Tenseur des déformations.

C_{ijkl} : Tenseur d'élasticité qui caractérise les propriétés mécaniques du matériau.

Comme σ_{ij} est symétrique en i,j , C_{ijkl} est symétrique en i,j, et en k,l alors :

$$\forall \{i, j, k, l\} \in \{1,2,3\}^4 \qquad C_{ijkl} = C_{jikl} \tag{3.14}$$

$$\forall \{i, j, k, l\} \in \{1,2,3\}^4 \qquad C_{ijkl} = C_{jilk} \tag{3.15}$$

Le tenseur raideur C_{ijkl} est d'ordre 4, avec 81 composantes ce qui pose un problème de représentation. Selon la représentation de Woldemar voigt (1898), en tenant compte des propriétés symétrique d'un tel tenseur [53] :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} \tag{3.16}$$

Chaque couple (ij) ne donne lieu en fait qu'à 6 composantes indépendantes cela fait donc 36 composantes à prendre en comptes.

En effet seulement 6x6=36 composantes d'élasticités indépendantes sont nécessaires pour définir les propriétés élastiques et linéaires des matériaux :

$$C_{ijkl} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1313} & C_{1312} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1213} & C_{1212} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

D'après la relation de Maxwell, dans le cas des milieux isothermes, le tenseur C_{ijkl} est symétrique. Ce qui permet de représenter ce tenseur par une matrice symétrique, donc avec 21 composantes indépendantes [54] :

$$C_{ijkl} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ . & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ . & . & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ . & Sym. & . & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ . & . & . & . & C_{1313} & C_{1312} \\ . & . & . & . & . & C_{1212} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

Dans un solide isotrope, les propriétés mécaniques sont indépendantes de l'orientation. Sous cette hypothèse, seulement deux constantes indépendantes (λ_L, μ) appelées constantes de LAME, sont requises pour décrire les propriétés des matériaux. Dans ce cas, la loi linéaire (3.13) se met sous la forme :

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda_L \varepsilon_{ii}\delta_{ij} \tag{3.19}$$

Où δ_{ij} est le symbole de Kronecker qui définit :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ si } i = j \\ 0, \text{ si } i \neq j \end{cases} \tag{3.20}$$

λ_L : Coefficient d'élasticité de compression (premier cœfficient de LAME).

μ : Coefficient d'élasticité de cisaillement (deuxième cœfficient de LAME).

L'expression 3.19 sous forme matricielle s'écrit :

$$\begin{bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{13}\\ \sigma_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\mu+\lambda_L & \lambda_L & \lambda_L & 0 & 0 & 0\\ \lambda_L & 2\mu+\lambda_L & \lambda & 0 & 0 & 0\\ \lambda_L & \lambda & 2\mu+\lambda_L & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0\\ 0 & 0. & 0 & 0 & 0 & \mu\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ 2\varepsilon_{23}\\ 2\varepsilon_{13}\\ 2\varepsilon_{12}\end{bmatrix} \tag{3.21}$$

Le comportement mécanique d'un solide élastique, linéaire et isotrope est donc entièrement décrit par la seule connaissance de λ_L et μ.

Les propriétés d'élasticité peuvent être aussi définies à partir de deux coefficients, le module d'YOUNG (*E*) et le coefficient de POISSON (ν) qui ont une signification plus pratique.

Le coefficient de POISSON est sans dimension, il ne peut pas dépasser la valeur 0.5, qui correspond au cas d'un solide incompressible.

La relation de HOOKE en fonction du module d'YOUNG et le coefficient du POISSON s'écrit :

$$\sigma_{ij}=\frac{E.\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\varepsilon_{ii}\delta_{ij}+\frac{E}{(1+\nu)}\varepsilon_{ij} \tag{3.22}$$

Par inversion de l'équation (3.22), on peut trouver les déformations suivantes :

$$\varepsilon_{ij}=\frac{-\nu}{E}\sigma_{ii}\delta_{ij}+\frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} \tag{3.23}$$

Sachant que les paramètres (λ_L, μ, E) et ν sont liés par les équations ci-dessous :

$$\begin{cases}\lambda_L=\dfrac{E.\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\\ \mu=\dfrac{E}{2(1+\nu)}\end{cases} \tag{3.24}$$

3.3. Généralités sur la thermoélasticité:

La thermoélasticité est une branche de la mécanique appliquée. Elle nous permet de déterminer les contraintes et les déformations des structures (des corps solides) élastique soumises à des sollicitations d'origine thermique ; Ainsi que c'est une extension de la théorie conventionnelle d'élasticité isotherme. Cette extension prend en compte les processus où les contraintes et les déformations proviennent non seulement des forces mécaniques, mais également des variations de la température.

Les processus thermoélastiques ne sont pas totalement réversibles. Si la partie élastique peut être récupérée, ainsi que les déformations causées par la chaleur sont réversibles théoriquement (par refroidissement), la partie thermique peut être perdue à jamais. Ce phénomène doit sont existence à la dissipation d'énergie durant les transferts thermiques; sachant que la chaleur diffuse spontanément des zones les plus chaudes aux zones les plus froides. De sorte qu'il faut une intervention externe pour ramener le système à ses conditions thermiques initiales.

3.3.1. Comportement élastique des solides :

Il correspond à des petits déplacements réversibles des atomes autour de leur position d'équilibre dans le réseau cristallin. Sous l'action d'une force, les atomes s'écartent. Une réaction due aux forces de liaison tendant à les rapprocher provoque la réaction. Pour les matériaux métalliques et les polymères non étirés et non renforcés, les caractéristiques d'élasticité sont indépendantes de la direction et le comportement élastique est linéaire.

L'élasticité classique est l'étude du comportement des solides déformables élastique, isotrope en petite déformation, avec une loi de comportement linéaire. Contrairement à la mécanique des fluides, la théorie d'élasticité des solides ne s'intéresse pas à la description du mouvement du solide pendant la déformation mais seulement à l'état final du corps lorsque la contrainte cesse d'agir et que l'équilibre soit atteint.

Le corps est soumis soit à un chargement mécanique (effort appliqués ou déplacement imposés) ou thermique (une variation de température) [55].

3.3.2. Comportement mécanique d'un solide :

Le comportement mécanique des matériaux peut être largement décrit en fonction des propriétés qui gouvernent sa déformation. En fonction des essais les paramètres fondamentaux des propriétés mécaniques des matériaux peuvent être déterminés expérimentalement. En élasticité linéaire par exemple le module de YOUNG ainsi que le coefficient de POISSON du matériau sont calculés à l'aide de la courbe en traction ou en compression d'un essai uni-axial sur le solide.

La figure 3.3, représente l'évolution des constantes de LAME lorsque ν varie entre 0 et 0.5 pour un module d'YOUNG donné. On note que λ_L tend vers l'infini pour les matériaux incompressible (ν =0.5) :

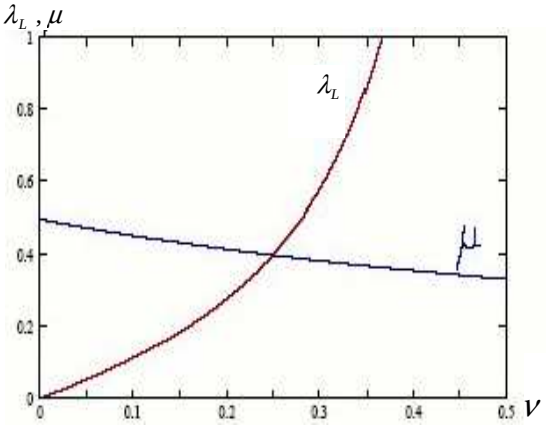


Figure 3.3 : Evolution de λ_L et μ en fonction du coefficient de POISSON [23].

3.3.3. Comportement thermomécanique d'un solide :

Les matériaux sont souvent soumis à des chargements thermiques qui ont pour effet de dilater les structures. Les déformations thermiques sont directement proportionnelles à la variation de la température lorsque la structure n'est pas liée mécaniquement à l'extérieur, alors ce champ de déformation thermique ne générera pas des contraintes ; on montre qu'une telle condition impose un champ de températures linéaire dans la structure.

Dans le cas contraire, ou si la structure est liée mécaniquement à l'extérieur (on parle de dilatation opposée), alors des contraintes seront générées dans le solide.

D'une façon plus générale, lors d'une sollicitation dite "thermomécanique", les déformations thermiques s'ajoutent aux déformations mécaniques, elles même reliées aux contraintes par la loi de comportement du matériau [56].

Les propriétés mécaniques et thermiques des matériaux varient avec la température, ce qui complique davantage la résolution des problèmes thermoélastique.

3.3.4. Les lois linéaires du comportement thermoélastique :

Les équations constitutives de la théorie linéaire de thermoélasticité des matériaux ont été établies par deux scientifiques, DUHAMEL et NEUMANN [57] ; elles traduisent les relations linéaires entre les tenseurs de contrainte et de déformation dans le matériau:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}.\varepsilon_{kl} + \beta_{ij}T^* \tag{3.25}$$

Ou de manière équivalente pour les déformations :

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl}.\sigma_{kl} + \alpha_{ij}T^* \tag{3.26}$$

T^* : Incrément de température par rapport à la température de référence T_o, i.e $T^* = T - T_0$.

α_{ij} : Tenseur des cœfficients d'expansions thermique linéaire.

β_{ij} : Tenseur des cœfficients de dilatation thermiques.

C_{ijkl} : Tenseur raideur ou tenseur des modules élastiques.

S_{ijkl} : Tenseur des souplesses (ou compliances).

Avec :

$$S_{ijkl} = C_{ijkl}^{-1} \tag{3.27}$$

Les relations du DUHAMEL-NEUMANN sous forme matricielle s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ . & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ . & . & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ . & Sym. & . & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ . & . & . & . & C_{1313} & C_{1312} \\ . & . & . & . & . & C_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} + T^* . \begin{bmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{22} \\ \beta_{33} \\ \beta_{23} \\ \beta_{13} \\ \beta_{12} \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

Dans la relation (3.28), nous n'avons fait figurer que la partie triangulaire supérieure du tenseur des modules élastiques C_{ijkl}. La partie inférieure peut aisément être déduite par symétrie de ce tenseur.

En adoptant la convention d'Einstein, les équations constitutives de DUHAMEL-NEUMANN pour des corps isotropes s'écrivent sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \lambda_L . \varepsilon_{ii} . \delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} + \beta . T^* . \delta_{ij} \tag{3.29}$$

Ou en terme de déformation :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu}(\sigma_{ij} - \frac{\lambda}{2\mu + 3\lambda}\sigma_{ii} . \delta_{ij}) + \alpha . T^* . \delta_{ij} \tag{3.30}$$

L'expression (3.29) sous forme matricielle devienne :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda_L & \lambda_L & \lambda_L & 0 & 0 & 0 \\ . & 2\mu + \lambda_L & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ . & . & 2\mu + \lambda_L & 0 & 0 & 0 \\ . & Sym. & . & \mu & 0 & 0 \\ . & . & . & . & \mu & 0 \\ . & . & . & . & . & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} + T^* \begin{bmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{22} \\ \beta_{33} \\ \beta_{23} \\ \beta_{13} \\ \beta_{12} \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

On combinant les relations (3.29) et (3.30) on peut relier β et α par la relation :

$$\alpha = -\frac{\beta}{3\lambda + 2\mu} \quad \text{et} \quad \beta = -\frac{E\alpha}{1 - 2\nu} \tag{3.32}$$

3.3.5. Couplage thermoélastique :

L'effet du champ de température sur le champ de déformation n'est pas un phénomène à sens unique. II est connu expérimentalement, que la déformation d'un corps produit un changement de sa température. En d'autres termes, la déformation agit comme une source ou un puits de chaleur. II suffit de citer l'exemple du test de traction rapide d'une éprouvette de caoutchouc. Au moment de la rupture, l'échantillon est si chaud qu'on ne peut pas le toucher.

En toute rigueur, les aspects mécanique et thermique sont couplés et inséparables ; et les propriétés mécaniques et thermiques des matériaux varient avec la température, ce qui peut vite compliquer la résolution des problèmes thermoélastiques.

En pratique, il est souvent possible de réduire ce couplage et d'évaluer les champs de température et de déformation, séparément [58].

Malgré le couplage entre la température et les déformations, le chauffage ou le refroidissement d'un corps n'est pas toujours accompagné de contrainte. Prenons l'exemple d'un corps homogène et libre de s'étendre à ses frontières. Si on élève sa température uniformément, on n'y verra pas apparaître de contraintes. Par contre des qu'on renferme les extrémités de ce corps entre deux obstacles immobiles (murs,...), des contraintes vont s'y développer.

Il existe des modèles pour décrire les variations des ces caractéristiques en fonction de la température. Par exemple, on peut modéliser les variations du coefficient d'expansion thermique (α) ainsi que la conductivité thermique (k) des matériaux par une fonction affine de la variation de température $T^* = T - T_0$, ou T et T_o représentent respectivement les distributions de température finale et initiale du corps en question.

Dans les développements qui suivent, nous allons supposer que les variations de température sont assez faibles pour considérer que ces propriétés thermomécaniques (module de YOUNG, coefficient d'expansion thermique, conductivité thermique.. .) restent constantes ; c'est la linéarisation de la loi des corps thermoélastique [54].

Dans le cadre de notre étude nous allons particulièrement nous intéresser à la thermoélasticité dans le cas où les problèmes thermique et mécanique sont découplés. Nous supposerons que les déformations sont faibles, les propriétés du matériau sont insensibles aux variations de température et que le corps est homogène et isotrope.

3.3.6. Les champs de contraintes et de déformations quasi statiques :

Le but de l'élastographie consiste à analyser le mouvement d'un tissu a partir des signaux ultrasonores RF réfléchis par le tissu avant et après l'application d'une petite compression quasi statique le long de l'axe de propagation des ultrasons. Une technique d'inter-corrélation locale est utilisée pour estimer les déplacements axiaux de divers point à l'intérieur de la cible. La dérivée du déplacement permet d'évaluer les déformations axiales internes correspondantes. Les déformations résultantes sont normalisées et affichées, sur une échelle de niveaux de gris, sous la forme d'une image appelée élastogramme. Si la distribution de contrainte est supposée uniforme, l'image des déformations internes du tissu (l'élastogramme), peut être interprétée comme une mesure relative de la distribution de l'inverse de son module d'élasticité, sachant qu'un tissu mou se déforme plus qu'un tissu rigide.

Dans cette partie on va essayer de déterminer les champs des contraintes et des déformations dans le cas quasi-statique (le système à l'équilibre).

Les techniques d'estimation des déplacement ou déformations quasi-statiques sont basées sur une estimation des délais temporels entre des signaux ultrasonores acquis avant et après déformation. Le déplacement local des tissus est estimé à partir du délai existant entre des segments de signaux pré- et post- compression, et la déformation est estimée à partir des gradients des déplacements. Cette technique requiert que le déplacement local des tissus se fasse dans la même direction que la propagation de l'onde ultrasonore.

Dans ce travail, on a supposé que le matériau est homogène et isotrope, dont les propriétés élastiques et thermiques sont indépendantes de la température. Dans ces conditions l'équation générale de la chaleur, incluant le couplage thermoélastique, s'écrit :

$$T^{*}{}_{,ii} - \frac{1}{D}\frac{\partial T^{*}}{\partial t} + \frac{\rho}{k}Q - \frac{E\alpha T_0}{(1-2\nu)k}\frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial t} = 0 \qquad (3.33)$$

Avec :

k : La conductivité thermique du milieu.

D : La diffusivité thermique du milieu.

Q : La quantité de chaleur déposée par unité de temps et de masse du corps.

$T^{*}_{,ii}$: laplacien de T^{*}.

Par ailleurs les déplacements u_i sont régit par l'équation suivante :

$$u_{i,jj} + \frac{1}{1-2\nu}u_{j,ji} + \frac{\rho}{\mu}F_i - \frac{2(1+\nu)\alpha}{(1-2\nu)}T^{*}_{,i} = \frac{\rho}{\mu}\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \qquad (3.34)$$

Avec :

F_i : Composante dans la direction i des forces de volume par unité de masse et de volume du matériau.

Les relations (3.33) et (3.34) associées aux conditions initiales et limites appropriées, forment le centre principal de toutes les structures mathématiques dans le domaine de la thermoélasticité.

Le terme de dérivation $\frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial t}$ dans l'équation (3.33) traduit le couplage qui existe entre les champs de température et de déformation. Un autre signe de ce couplage apparaît dans (3.34) à travers le gradient de température $T^*_{,i}$.

Le système composé par les équations (3.33) et (3.34) est un système d'équations interdépendantes (couplage) dont la résolution doit procéder simultanément. Cela explique la complexité de tels problèmes et la difficulté de trouver une solution analytique générale.

Les problèmes thermoélastiques peuvent se classer en six catégories (NOWINSKI 1978) [57]. Les deux plus intéressantes du point de vue ingénierie, et qui sont bien exploitées sont:

1- Les problèmes quasi statiques découplés : dans ces conditions, on néglige le terme d'inertie $\frac{\rho}{\mu}\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$ dans (3.34). Ensuite, on ne tient pas compte du terme mécanique de déformation dans l'équation (3.33) pour éliminer l'influence des déformations dans la détermination de la température.

2- Les problèmes stationnaires ou d'état permanent : Toutes les dérivées temporelles s'annulent dans (3.33) et (3.34), ce qui découple automatiquement les analyses de température et d'élasticité.

Pour déterminer les contraintes et les déformations dans le cas où les variations de température et les déformations se font de manière quasi statique, on va supposer le matériau libre des forces de volume classiques (poids, . . .).

Dans ce cas l'équation qui régit les déplacements se déduit de (3.34):

$$u_{i,jj} + \frac{1}{1-2\nu} u_{j,ji} = \frac{2(1+\nu)\alpha}{(1-2\nu)} T^*_{,i} \qquad (3.35)$$

3.3.7. Cas des déformations planes en 2D :

Il est bien connu que les problèmes en 2D s'insèrent dans deux catégories, à savoir la classe des déformations planes et la classe des contraintes planes. Nous allons, résoudre

notre problème dans le cas des déformations planes.

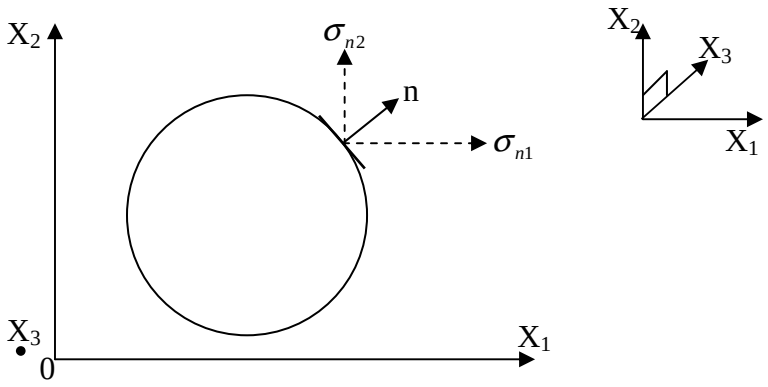


Figure 3.4 : état de déformation planes en 2D (représentation des contraintes).

Dans ce travail on a penché de déterminer les déformations d'un corps en forme d'un long cylindre; ce cas particulier de géométrie se rencontre dans les traitements endovasculaires, comme pour les grosses artères et veines. Le corps est soumis à une distribution uniforme d'un champ de température selon les génératrices. Dans ces conditions, les déplacements se font dans un plan normal à l'axe du cylindre.

En considérant un solide en déformation élastique. Si tous les plans initialement normaux à OX_3 restent normaux à celui-ci après déformation, et si toutes les génératrices initialement parallèles à OX_3 restent également parallèles à celui-ci, alors on peut dire qu'on se trouve dans un état de déformations plane (Figure 3.4) ; dans ces conditions:

$$u_1 = u_1(x_1, x_2) \qquad u_2 = u_2(x_1, x_2) \qquad u_3 = u_3(x_3) \tag{3.36}$$

Dans le cas où $u_3 = 0$, le corps est dans un état de déformations planes dans le plan (OX_1,OX_2). La relation contrainte-déformation en 2D se déduisent à partir des relations générales en 3D en considérant que :

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{33} = 0 \tag{3.37}$$

Les équations en thermoélasticité dans le cas d'un état de déformation plane s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} - (\mathrm{T} - \mathrm{T}_0) \begin{bmatrix} b \\ b \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.38}$$

Avec :

$$a_1 = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$a_2 = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad (3.39\ a,b,c,d)$$

$$a_3 = \frac{E}{(1+\nu)}$$

$$b = \frac{\alpha.E}{(1-2\nu)}$$

La contrainte principale selon l'axe OX_3 s'écrit, avec les notations précédentes :

$$\sigma_{33} = a_2(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) - b(T - T_0) \qquad (3.40)$$

Rappelons que ces formules s'appliquent à des corps homogènes, isotropes, élastiques en déformations planes dans le plan (OX_1, OX_2).

3.4. Conclusion :

Dans la dernière partie de ce travail, ce formalisme mathématique en thermoélasticité a été appliqué dans le modèle en éléments finis pour estimer les déformations et les déplacements du corps sollicité par une contrainte thermique sous forme d'un champ ultrasonore.

Chapitre 4

Simulations Numériques et Discussion des Résultats

4.1. Introduction :

Dans cette dernière partie on va présenter les résultats de simulation qui a été faite avec la méthode des éléments finis (FEM). Cette simulation consiste à décrire le comportement d'un tissu perfusé et prédire la distribution de la température après un dépôt de chaleur ; Tan disque la deuxième, a été réalisée pour but de déterminer les déformations du tissu causé par la contrainte thermique, et de cerner les paramètres pertinents qui influencent sur ces déformations.

4.2. Distribution de la température dans un tissu perfusé :

Dans cette première simulation on a pour objectif de prédire la distribution de la température dans un tissu perfusé, à l'aide de la méthode des éléments finis (FEM) qui est inclut dans la PDE tolboox version 1.0.5 du matlab 7.0.

Comme dans les séances d'hyperthermie, on peut déposer la chaleur dans les tissus à traiter en utilisant des modalités diverses. Parmi celles-ci, on retrouve les micro-ondes, les fréquences radio et les ultrasons focalisés. Dans notre cas, nous supposons que le vecteur d'application de la chaleur est une sonde à ultrason.

Le terme de contribution sanguine a été assimilé à un échange conducto-convectif via un coefficient de transfert thermique. On a également supposé que les vaisseaux ont une densité uniforme dans la section du tissu, cela permet de considérer que la distribution du coefficient de transfert conducto-convectif est homogène.

Plaçons-nous dans le cas stationnaire. On peut écrire à nouveau l'équation de PENNES comme suit :

$$\nabla.(k.\nabla T) + (\rho v)_s.\tau_s(T_a - T) + Q = 0 \qquad (4.1)$$

Sachant que Q est une source de chaleur c'est-à-dire l'énergie acoustique déposée par unité de surface. Dans notre cas cette énergie est portée par deux champs de pressions acoustiques ultrasonores, l'un est radial et l'autre est gaussien.

La relation entre l'énergie et la pression est donnée par :

$$Q = \frac{\delta.P^2}{\rho.C} \qquad (4.2)$$

Avec :

δ : cœfficient d'absorption acoustique (m^{-1})

P : Pression acoustique (pascal).

C : La vitesse des ultrasons dans le tissu (m/s).

On peut résoudre l'équation (4.1) en 2 ou 3 dimensions. Nous allons le faire pour le cas de 2D selon l'outil de simulation qu'on dispose. Le tissu est modélisé selon la géométrie représenter par la figure 4.1. Ce cas particulier de géométrie se rencontre dans les traitements endovasculaires, comme pour les grosses artères et veines.

Nous allons appliquer deux champs acoustiques, le premier est de symétrie radiale, tandis que le deuxième représente un champ de nature gaussienne centré en un point déterminé avec une certaine largeur.

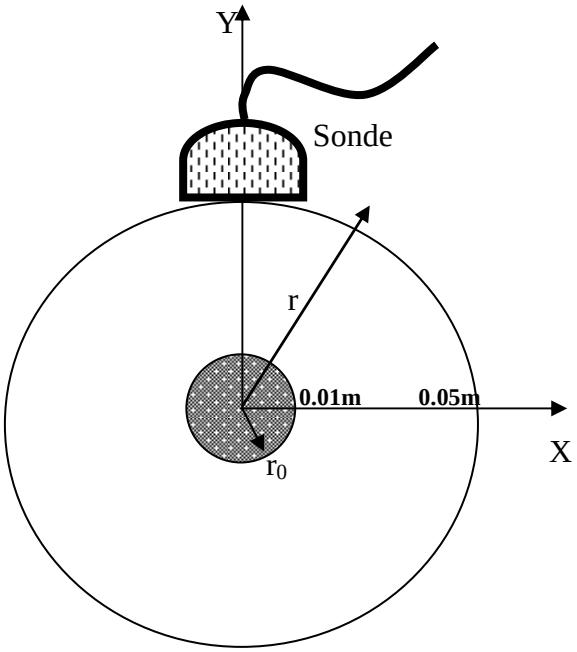


Figure 4.1 : Description de la géométrie choisie

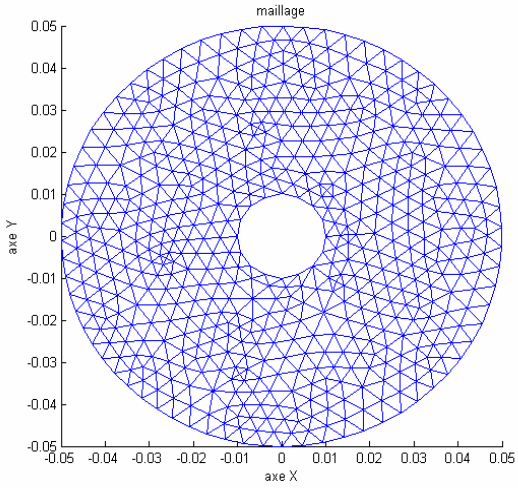


Figure 4.2 : aperçu du maillage fait avec la méthode FEM.

4.2.1. Champ à symétrie radiale :

L'intensité du champ acoustique, moyennée dans le temps, a la forme donnée par l'équation suivante :

$$P = \frac{P_0}{r} e^{-2\delta(r-r_0)} \tag{4.3}$$

Nous avons pris un domaine plus grand en fixant le rayon externe à 50 mm et le rayon externe à 10 mm.

Les données physiques utilisées sont :

k = 0.6 W/m°C (entre 0.5 et 0.9 pour les tissus).

ρ = 1000 kg/m^3.

δ = 0.9 (m^{-1}).

υ_s = 4000 J/kg.°C.

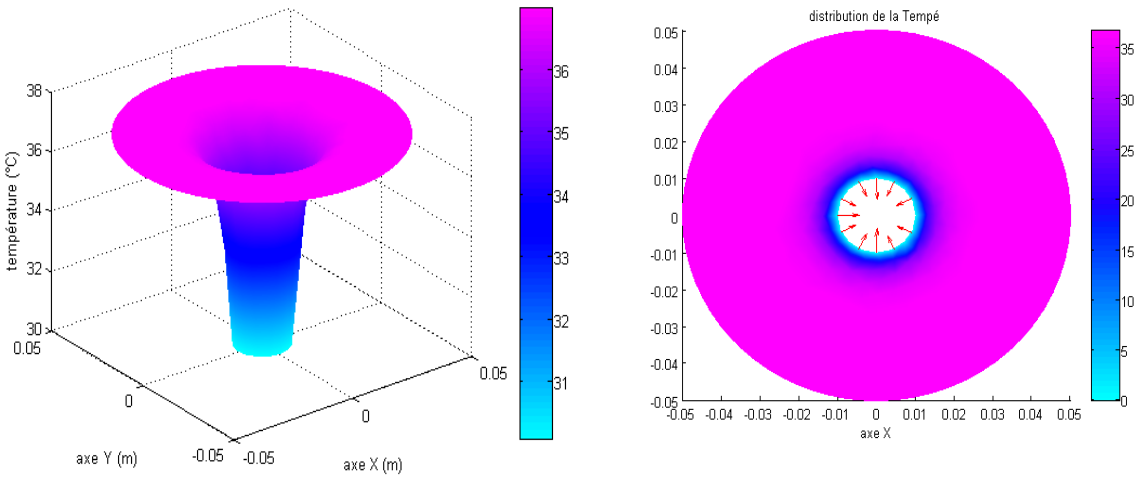
τ_s = 5x 10^{-3} kg/m^3.s.

T_a = 37°C.

Ces données sont proches des valeurs physiologiques observées dans la réalité. Comme conditions aux limites, on a imposé un flux thermique radial négligeable sur la paroi externe et une température de 30°C à la paroi interne.

Dans la réalité, le débit sanguin dans la région chauffée augmente a cause des mécanismes physiologiques de régulation de température au bout d'un certain temps la raison pour la quelle on a supposé que la perfusion est constante.

On appliquant une basse pression acoustique (10pas), on a obtenu une distribution uniforme de la température au alentour de 37°C (figure 4.3), ce qui était prévisible d'après la géométrie et la répartition de la chaleur déposée. Un léger dépassement de température entre des zones adjacentes causées par l'inhomogénéité du maillage.



Cas 3D **Cas 2D**

Figure 4.3 : Distribution de la température prédit par le modèle de Pennes.

Imposer une température aux parois plus basse que la température artérielle peut répondre simultanément à deux contraintes. La première est une condition de sécurité. En effet la paroi est très fragile et elle serait la première à s'endommager si on ne prenait pas de précaution. La seconde contrainte est celle de chauffer uniquement les zones profondes et non celles proches de la paroi (si le tissu à traiter est localisé en profondeur).

Si on augmente la pression acoustique ce qui augmenterai d'avantage l'énergie thermique ; dans ce cas la température va augmenter (>39°C) en premier lieu au coté des parois externes comme le montre la figure ci-dessous :

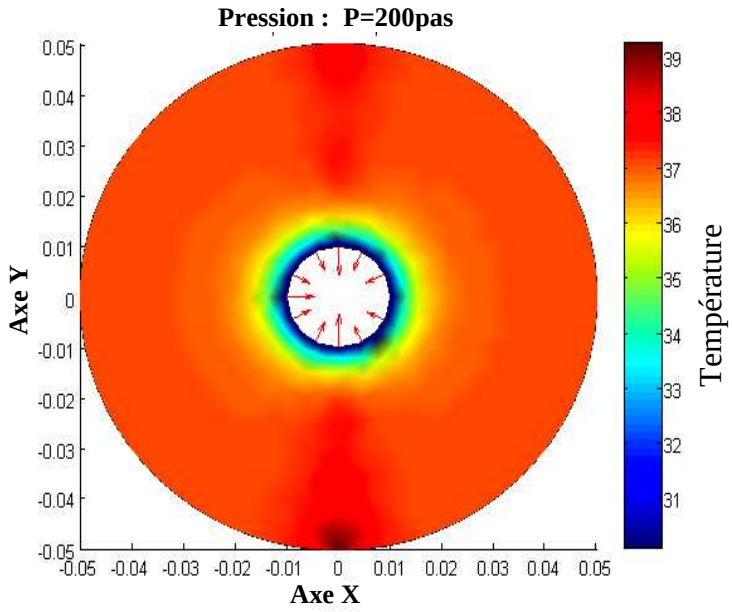


Figure 4.4 : Distribution de la température pour une pression acoustique P=200pas

Pour une coupe de tissu suivant la direction de l'axe X, sachant que le champ thermique est appliqué selon la direction Y, on peut voire la distribution de la température suivante :

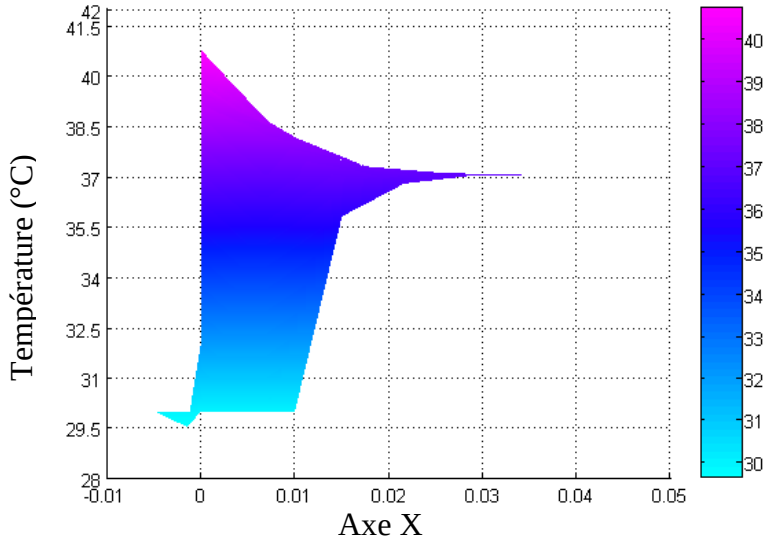


Figure 4.5 *:* Distribution de la température selon l'axe X

4.2.2. Champ Gaussien (focalisation) :

L'objective de la thérapie par les ultrasons focalisés (FUS) est de maximiser le dépôt énergétique pour élever localement la température dans un territoire ciblé. Dans ce cas deux paramètres doivent être adaptés : intensité acoustique et focalisation du faisceau ultrasonore. En ce qui concerne l'intensité acoustique, une puissance voisine de 100 W/cm^2 est requise dans le traitement par hyperthermie, ceci est obtenu par utilisation de

transducteurs spécifiques associés à une électronique.

le champ acoustique utilisé est sous forme une gaussienne centrée en un point intérieur du tissu; Cela ressemble au cas où on focalise les ultrasons par retard de phase à l'émission, en un point donné (CHRISTENSEN, 1988) [59].

Comme pour les traitements des tissus cancéreux par hyperthermie le dépôt de chaleur se fait essentiellement dans une région bien déterminée. L'expérience montre que la région ou le dépôt se fait à une forme elliptique allongée dans la direction de propagation des ultrasons, cela est essentiellement dû aux caractéristiques des ultrasons.

Le dépôt de chaleur prend la forme d'équation suivante:

$$P = P_0 e^{-2\delta(a(x-x_0)^2+b(y-y_0)^2)} \tag{4.4}$$

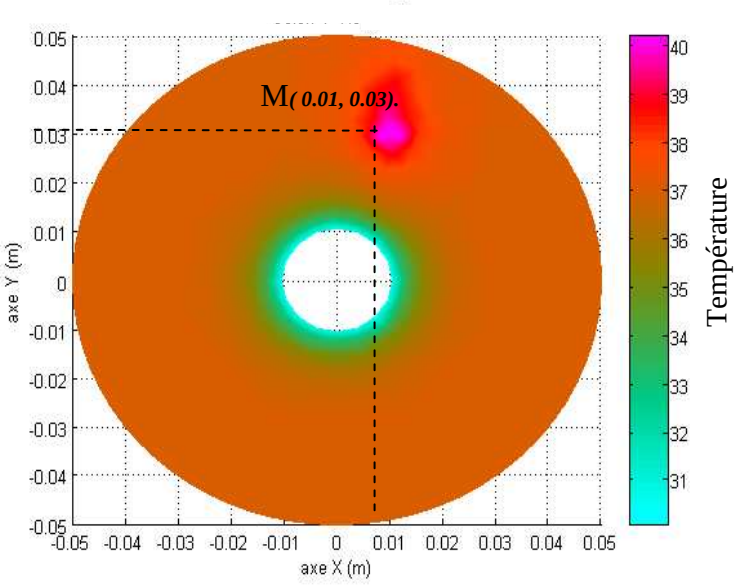
C'est un profil de focalisation de pression en un point M de coordonnées (x_o, y_o).

a et **b,** sont des facteurs d'étalement de la gaussienne (forme de la zone focale du champ ultrasonore) comme le montre la figure ci-dessous (figure 4.6).

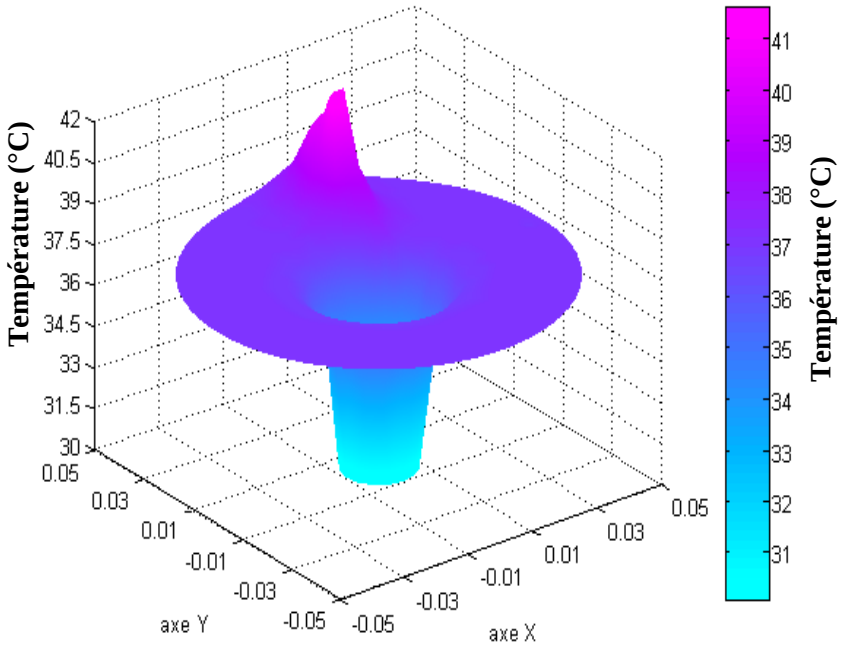
Les grandeurs physiques restent les mêmes que dans le premier cas de simulation, ainsi que la zone focale a été centrée en un point M de coordonnées x_0=0.01 et y_0=0.03

On a imposé une pression de 1300kpas ce qui vaut 100w/cm^2 en terme de puissance apporté par le champ ultrasonore (puissance utilisé en séance d'hyperthermie).

On a pris comme conditions aux limites, un flux thermique nul aux parois externes et les parois internes porté à la température 30°C. Dans ces conditions le profil de distribution de la température est illustré dans la figure suivante :



a-



b-

Figure 4.6 : Profil de température prédit par le modèle de Pennes dans le cas d'un dépôt de chaleur sous forme d'un champ gaussien. **a**) : en 2D ; **b**) : en 3D. Point de focalisation M (0.01, 0.03).

Sur ces figures on voit que l'élévation de la température se produit uniquement dans la région où se situe le point M qu'on a choisi. De ce fait on peut dire qu'il est possible de chauffer uniquement une certaine région d'intérêt.

La majeure partie du tissu se trouve à la température artérielle (37°C), mais si on augmente la pression acoustique, la température va augmenter au alentour des 40°C.

Par précaution il ne faut pas dépasser une certaine limite de température et un temps d'exposition bien déterminé, sinon on risque de produire des lésions, ce qui causera un changement des propriétés physiques du tissu et c'est ce qui arrive dans des séances d'hyperthermie (voir figure 1.7).

La figure 4.7 montre la distribution de la température selon toujours le modèle de penne avec un champs acoustique gaussien en imposant des conditions aux limites sous formes d'un flux thermique nul aux deux parois (interne et externe).

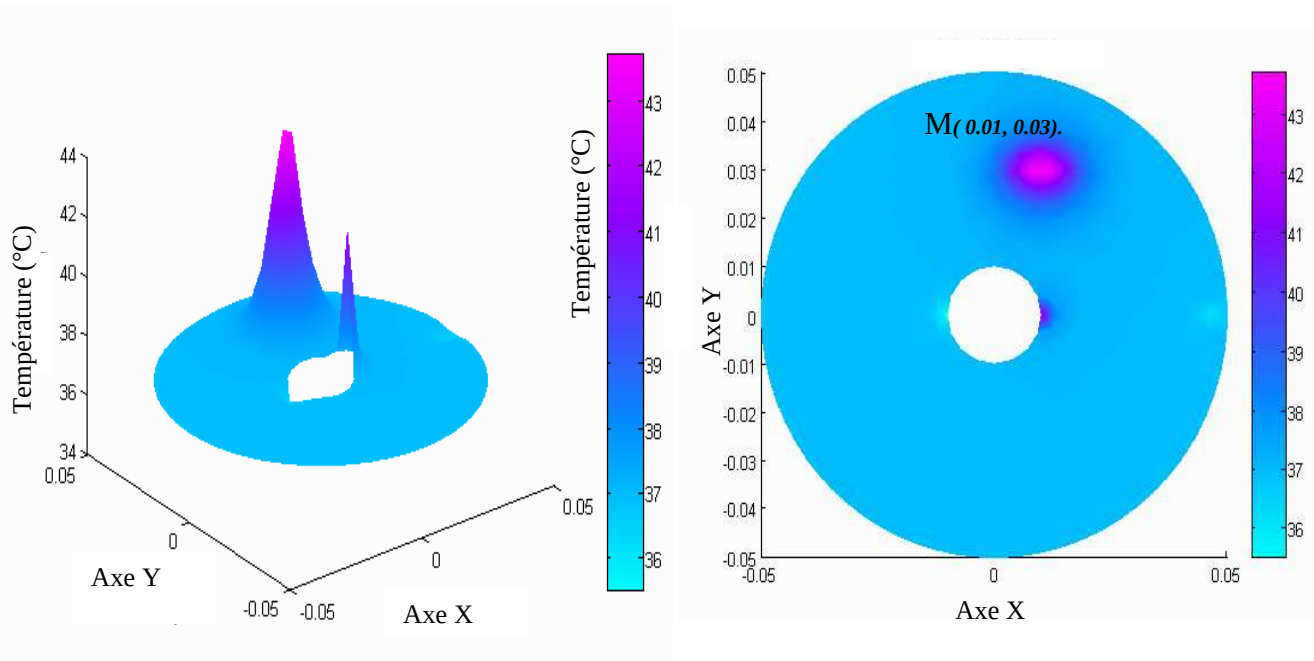


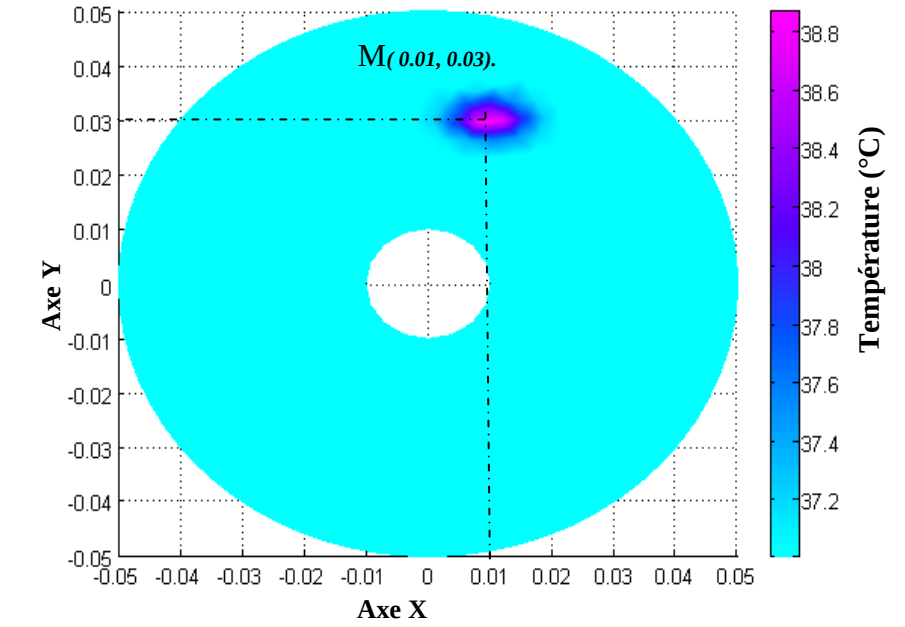
Figure 4.7: profil de la température prédit selon un dépôt de chaleur de type gaussien avec un flux nul aux deux parois.

L'étalement de ce profil de température dépend de la forme du dépôt d'énergie, des caractéristiques thermiques du milieu et du taux de perfusion.

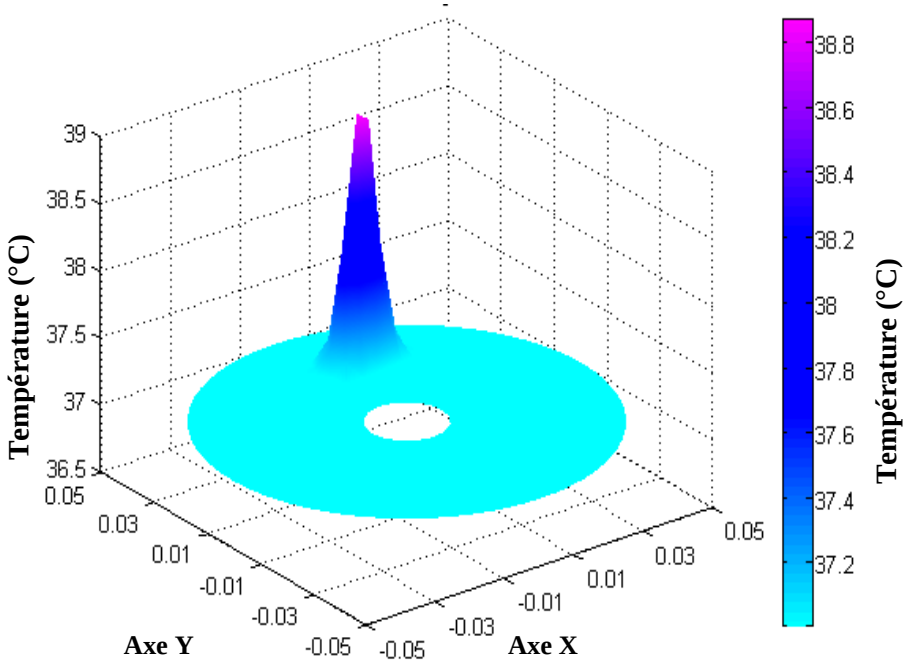
Le second lobe qui parait au coté de la paroi interne, montre l'effet de la contribution sanguine. La focalisation est centré sur le point M mais sa n'empêche pas que d'autre zone chauffé d'avoir seulement quelque degré pour s'échauffer excessivement.

Si la perfusion sanguine est faible, l'étalement du champ acoustique sera plus fort ; tandis que si-elle est forte, la zone d'élévation de température est plus étroite c'est-à-dire bien localisée et Réduite. Des expositions de durée très courtes (<2s) donnent des élévations de température indépendantes de la perfusion [19].

Dans les tissus perfusés, le coefficient d'absorption est plus réduit à cause de la présence du sang, ce qui accroît la profondeur chauffée. Ainsi, la chute de température des couches de tissus les plus proches n'est pas seulement due à la perfusion, elle résulte aussi de la différence d'absorption [19] comme le montre la figure 4.8 :



Cas 2D



Cas 3D

Figure 4.8: Focalisation du champ acoustique pour une perfusion : τ_s **=5x10^{-2}(kg.m^{-3}.s^{-1}).**

L'étalement et la focalisation du champ dépendent des caractéristiques thermiques du milieu et de taux de perfusion.

La figure 4.9 ci-dessous montre la focalisation du champ au un point M de coordonnée (0.02 ; 0.02) ; on voit que l'augmentation de la température est dans la région où la perfusion est faible.

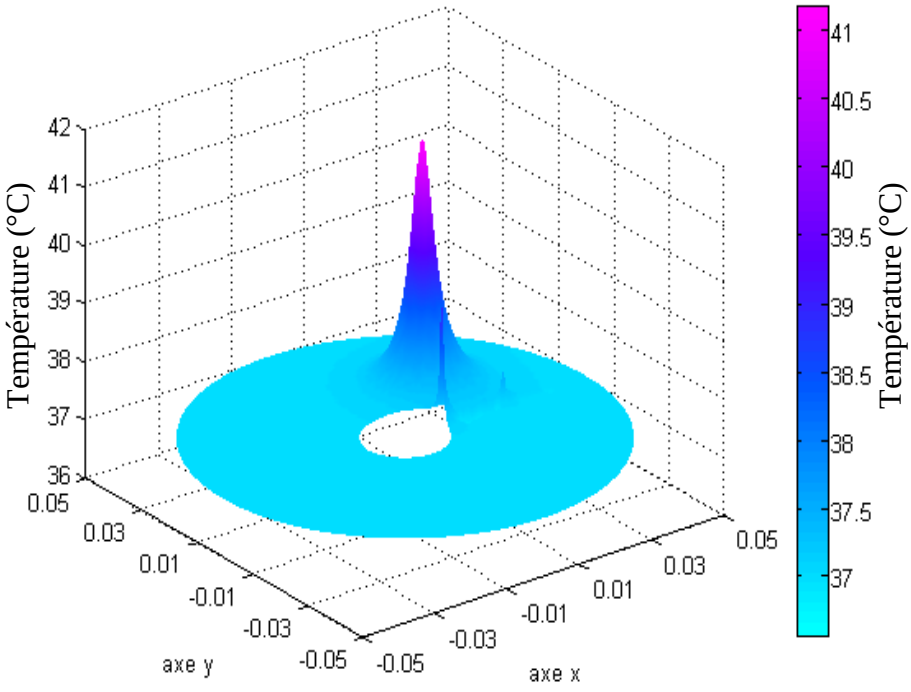


Figure 4.9 : Focalisation du champ sur le point **M(0.02 ; 0.02).**
Maillage =8936 point ; τ_s =5*10^{-3} kg/m^3.s.
Puissance acoustique =100w/cm^2.

La température est au voisinage de 41°C, ainsi que si la perfusion diminue encore, alors la température peut dépassé les 42°C et cela s'expliquent par le fait que si une structure est bien loin d'un tissu perfusé peut être localisé.

Les ultrasons de haute intensité provoquent d'importantes élévations de température, entre 70 et 100°C, en quelques secondes qui conduisent à une gangrène tissulaire complète et immédiate [60].

La profondeur des dommages est donc théoriquement peu modifiée par le refroidissement dû au flux sanguin. Selon l'utilisation à laquelle se destine un applicateur ultrasonore, il est possible de discerner trois géométries de transducteur : focalisée, cylindrique et plane. Les applications des ultrasons focalisés de haute intensité (HIFU) en cancérologie se multiplient depuis plusieurs années.

La puissance acoustique n'est déposée que dans les couches superficielles de tissus, une lésion en profondeur est donc beaucoup plus longue à installer. Les tissus proches du transducteur voient leur température augmenter rapidement.

Il est préférable d'envisager des traitements à courte durée d'exposition et à forte température afin de limiter l'effet de la perfusion sanguine. Il s'agit alors de la chirurgie ultrasonore ou d'ablathermie. Cette technique est souvent mise en oeuvre au moyen de transducteurs focalisés permettant de délivrer des intensités très élevées au point focal.

Cependant, il est également possible de couvrir des régions plus larges en utilisant des transducteurs de petites dimensions fonctionnant à des fréquences assez élevées (plusieurs MHz) [61].

La modélisation thermique des tissus biologiques reste encore à améliorer et elle est en stage de progression et de recherche.

A travers ce mémoire on a présenté brièvement des modèles qui sont encore en cours de validation. Lorsqu'on aura une connaissance approfondie des données physiques et physiologiques du corps humain ainsi qu'une bonne approche de la géométrie des tissus humains alors d'autres modèles verront certainement leurs moments d'applications.

La résolution des modèles actuels peut être pénible même si on dispose d'outils numériques puissants comme les éléments finis. Rares sont les problèmes qui admettent des solutions analytiques, car le plus souvent, on a une solution analytique pour une géométrie simple, sachant que la géométrie des tissus biologiques est complexe et mou.

Les modèles présentés avant peuvent être utilisés en combinaison pour des organes et des tissus hétérogènes avec un certain nombre de compromis pour trouver des bons résultats. Ils existent plusieurs techniques de nécrose de tissus comme l'hyperthermie rapide (ablathermie) ou les méthodes de destruction de calculs par création d'ondes de choc. Dans toutes ces techniques de thérapie, le problème majeur est le contrôle du point de focalisation.

L'ablathermie donne de très bons résultats sur des tumeurs de la prostate ; mais des organes comme le foie est très difficile à traiter, car ils bougent au cours de l'hyperthermie. Il faut donc développer des techniques adaptatives pour suivre les tissus dans leurs mouvements et pour compenser les incohérences [62].

4.3. Calcul des déformations et des déplacements :

L'objective de cette deuxième simulation est de déterminer les déformations du tissu en utilisant la technique d'élastographie ultrasonore, Sachant que cette technique est une nouvelle modalité d'imagerie d'élasticité des tissus, qui s'est récemment développée en échographie en devenant un facteur clé dans le diagnostic des pathologies du sein ou du prostate.

On y apprend que dans certains cas, le fait de changer la température des matériaux, donc des tissus mous, induit des forces de volume ou des contraintes capables de produire des déplacements et déformations.

Les techniques d'estimation de la déformation actuellement utilisées en élastographie sont principalement monodimensionnelles, caractère limitatif puisque la déformation des tissus est tridimensionnelle. En effet lorsqu'un milieu biologique subit une compression suivant une dimension (axiale), il en résulte également une dilatation dans les deux autres dimensions (latérale et azimutale). Si l'on ne tient pas compte de ces dilatations, le profil de déformation sera d'autant plus erroné que la compression appliquée sera importante. Estimer avec précision la déformation d'un milieu suivant une dimension nécessite donc de prendre en compte le mouvement 3D du tissu.

L'intérêt principal de ce travail est de pouvoir mesurer de tels déplacements ou déformations en signalant les facteurs majeurs pour produire des déformations détectables avec cet outil d'imagerie.

4.3.1. Les hypothèses de travail :

On a considérer le tissu biologique comme étant linéaire, isotrope, incompressible et thermoélastique ; cela signifie que les relations qui lient les contraintes aux déformations sont linéaires et que les distributions des grandeurs physiques (module de YOUNG, coefficient de POISSON, coefficient d'expansion thermique..) sont indépendantes des directions spatiales ainsi que les déformations produites dans le tissu sont petites et quasiment instantanées.

On a traité le problème en deux dimensions (2D) au lieu de 3D, car notre outil de simulation (la PDE toolbox de Matlab) ne permet pas de traiter que des géométries en 2D. En particulier, nous allons considérer un état de déformations planes.

Les équations en thermoélasticité dans le cas d'un état de déformation plane sont :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} - (T - T_0) \begin{bmatrix} b \\ b \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (4.5)$$

Les constantes a_1 ; a_2 ; a_3 et a_4 sont données par l'équation (3.39) .

Dans cette simulation on a choisi la distribution de la température selon le modèle de penne parce qu'il est le plus utilisé vis-à-vis de sa simplicité d'emploi.

En signalant que l'hypothèse de déformation plane impose que le gradient de la température soit nul dans la direction OX_3 et dans tout le plan (OX_1, OX_2).

4.3.2. Les principaux résultats de simulation :

Le but de cette simulation est de pouvoir détecter les déplacements du tissu soumis à un champ de température de profil gaussien. C'est une forme de chauffage du tissu dans le cas d'une focalisation des ultrasons autour d'une région donnée. Ce profil génère des forces de volume, donc des contraintes et des déformations dans les tissus.

Les grandeurs thermoélastiques (celles du tissu) sont :

Module de YOUNG : $E = 1Kpas$.

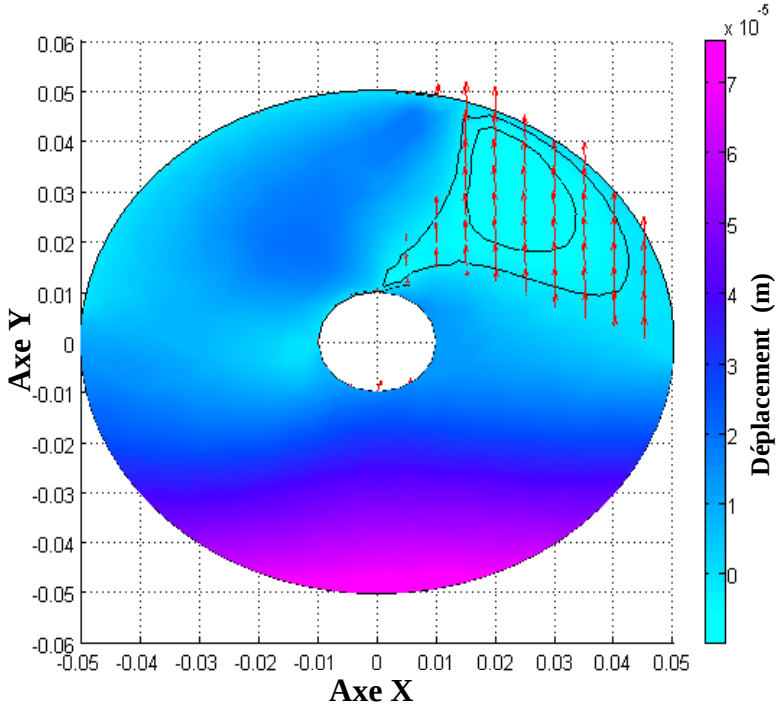
Coefficient de POISSON : $\nu = 0.40$.

Coefficient d'expansion thermique : $\alpha = 5\times10^{-4}/°C$

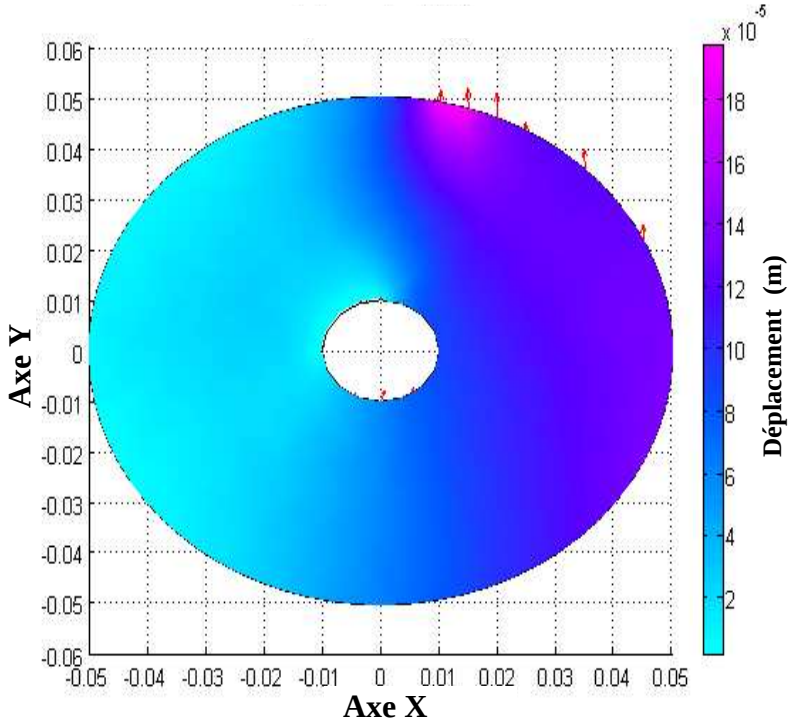
Le champ gaussien est appliqué dans la direction de l'axe y. Pour tirer plus d'avantage et du point de vue mécanique on a varier les conditions aux limites et constater leurs effets sur les déplacements et les déformations produits.

Dans cette première simulation on a fixé les parois interne et externe et on a choisit le point M (0.01 ; 0.03) comme point de focalisation.

La figure 4.10 présente les déplacements radiale et latérale résultantes :



A- Déplacement latéral (m)



B- Déplacement Radial (m)

Figure 4.10 : Champ de déplacement latéral et radial
Point de focalisation M (0.01, 0.03)

Sur cette figure on constate que l'amplitude des déplacements produits par un tel profil de température est de l'ordre de quelques micromètres.

Avec ce profil de température on a la présence des zones de compressions (déformation négative) en plus des zones de traction (déformation positive). Le maximum de traction se trouve au point de focalisation (température maximale).

Dans la figure qui suit (figure 4.11), le taux de déformation du tissu selon la direction de l'axe y, a été calculé. Certains auteurs recommandent une déformation en pourcentage de 0.5 % (KAILEL. 1998) en élastographie. Dans notre cas on a une déformation de 0.005 %, ce qui est faible par rapport aux compressions appliquées pour l'élastographie.

En outre, le profil des déformations radiales donne une idée sur la distribution de température.

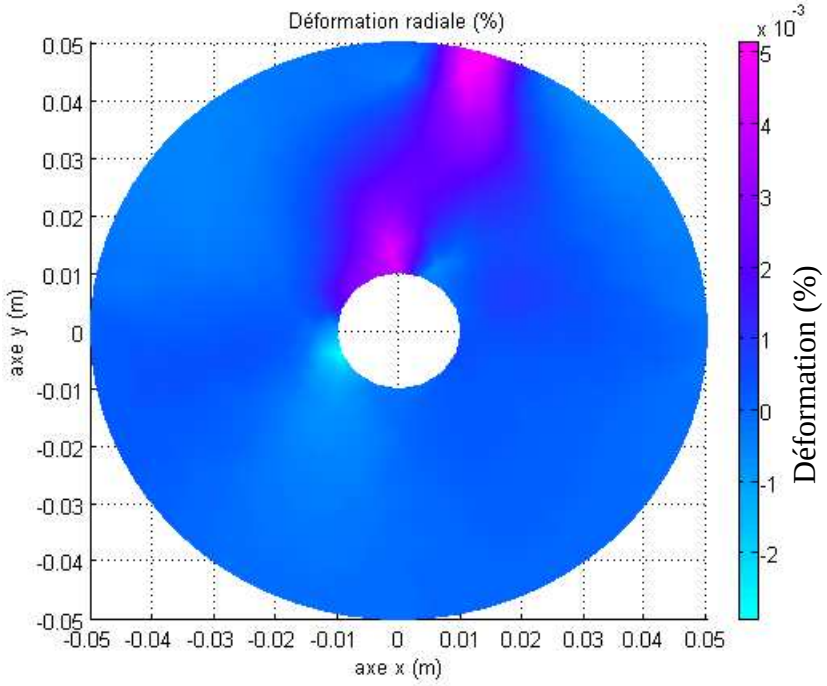


Figure 4.11 : Taux de déformation radial avec parois internes et externes fixes.

Pour approcher d'un résultat précis il faut également prendre en compte la géométrie du problème, les conditions aux limites et l'inhomogénéité des caractéristiques thermoélastique du tissu.

On peut avoir des déformations détectables en augmentant le champ de pression, mais par précaution on ne peut dépasser une certaine limite de température et un certain temps d'exposition pour ne pas détruire les tissus (RIBAULT. 1998) [63].

4.3.3. Cas d'une inclusion rigide situé entre les deux parois :

Maintenant nous allons se pencher sur la détermination des déformations et les déplacement dans le cas de la présence d'une inclusion circulaire d'un rayon de 5mm et plus rigide (de module de YOUNG plus grand) que le milieu environnant ; parce que parfois le module de YOUNG d'un nodule est quelquefois supérieur à celui du tissu sain environnant.

On suppose que le coefficient d'expansion thermique, ainsi que le coefficient de POISSON sont les mêmes pour l'arrière plan (le tissu) que pour l'inclusion a part que le module de YOUNG de l'inclusion est supposée quatre fois plus supérieur que celui du tissu.

Par ailleurs, on fait l'hypothèse que le profil de température reste le même ainsi que les dimension de la géométrie du problème.

On a fait que l'inclusion soit déplacée selon l'axe X en restant centrée sur l'axe Y, et ensuite on a noté la distribution des déplacements et des déformations qui résultent.

*** Inclusion à mi-chemin entre les parois interne et externe :**

L'inclusion se trouve a mi chemin des deux parois interne et externe comme le montre la figure 4.12:

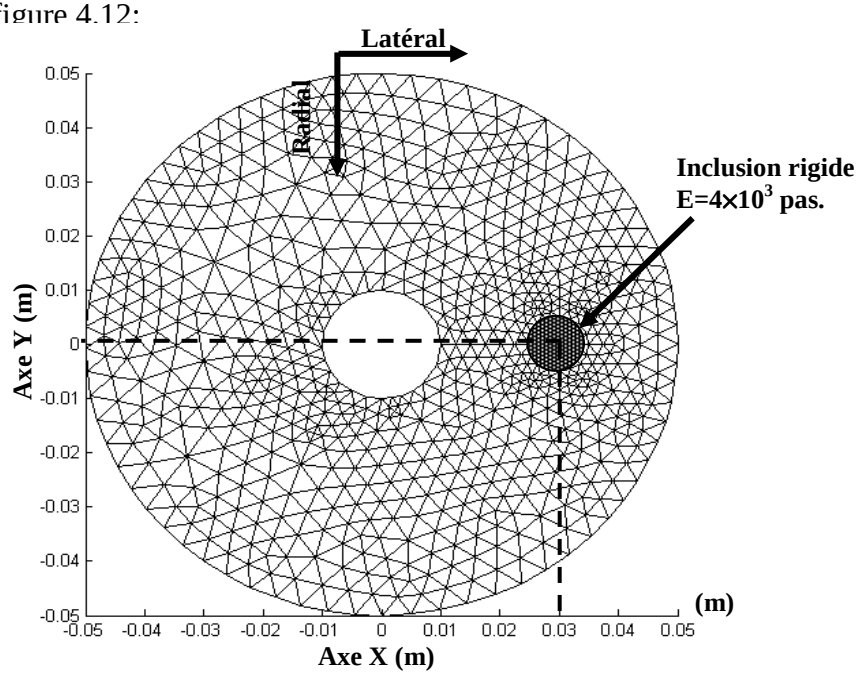
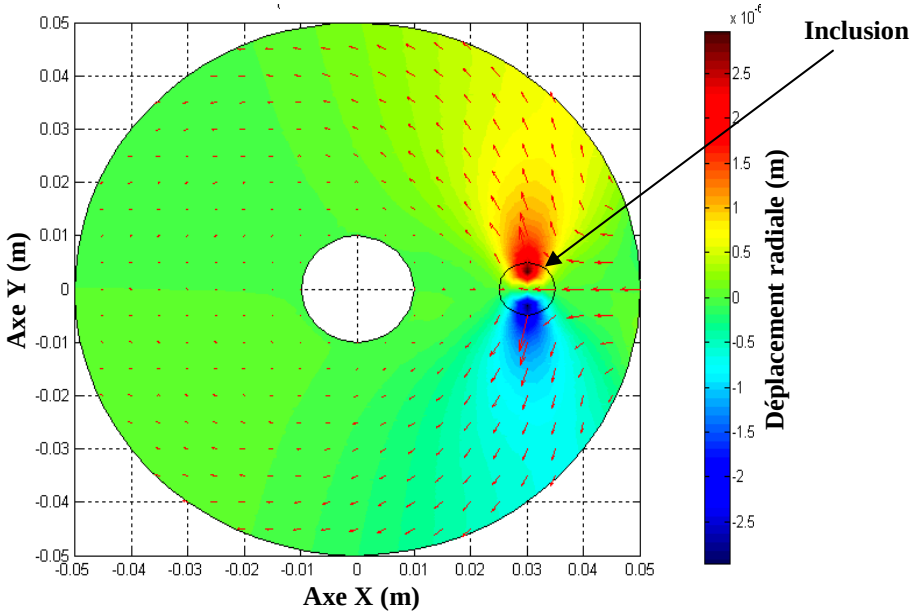


Figure 4.12 : géométrie du problème avec une inclusion circulaire de module de YOUNG $E=4\times10^3$ pas.

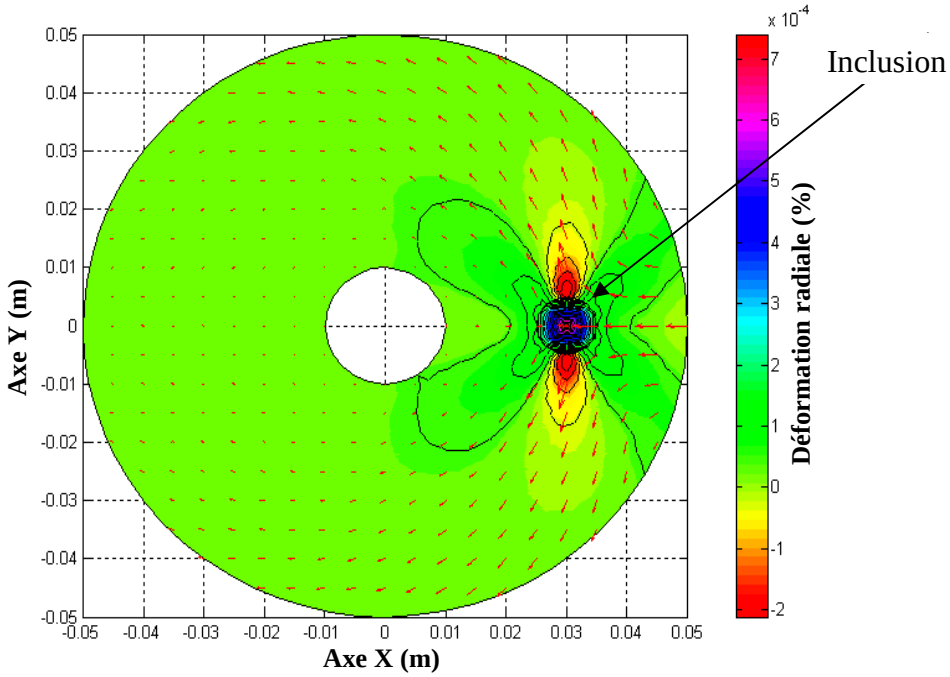
L'inclusion est centrer sur l'axe Y et elle coïncide avec le pic du profil de température qui est focalisé au point M (0.03, 0).

Comme conditions aux limites, on a imposé un déplacement nul sur les parois internes et externes.

La figure 4.13 ci-dessous, montre l'influence de l'inclusion sur la distribution des deux champs (déformation et déplacement) :



A) Déplacement radiale (m)



B) Déformation radiale (%)

Figure 4.13: Champs de déplacement radial (**A)** et champs de déformation radiaux **(B)**, inclusion à mi-chemin des deux parois ; E=4×10^3 pas (de l'inclusion).

On voit les zones de plus forte dilatation à côté des zones de plus forte compression dans l'inclusion elle même.

On explique la répartition de ces champs par le fait que dans l'inclusion, les forces de volume dans le sens latéral sont supérieures aux forces dans la direction radiale. le gradient de température est appliqué dan une direction radial de l'inclusion ; cette dernière

a tendance de prendre une forme elliptique avec un grand axe dans le sens latéral ; par contre dans la direction radiale le rayon va ce rétrécit, ce qui va permet de tirer le milieu autour, d'ou l'effet de compression à l'endroit où on s'attend à une dilatation dans le cas d'un milieu homogène, aussi on peut remarquer que l'intensité des lignes des champs est intense dans la direction Y (direction d'application de la contrainte thermique).

on peut voire le taux de déformation en 3D comme le montre la figure 4.14 :

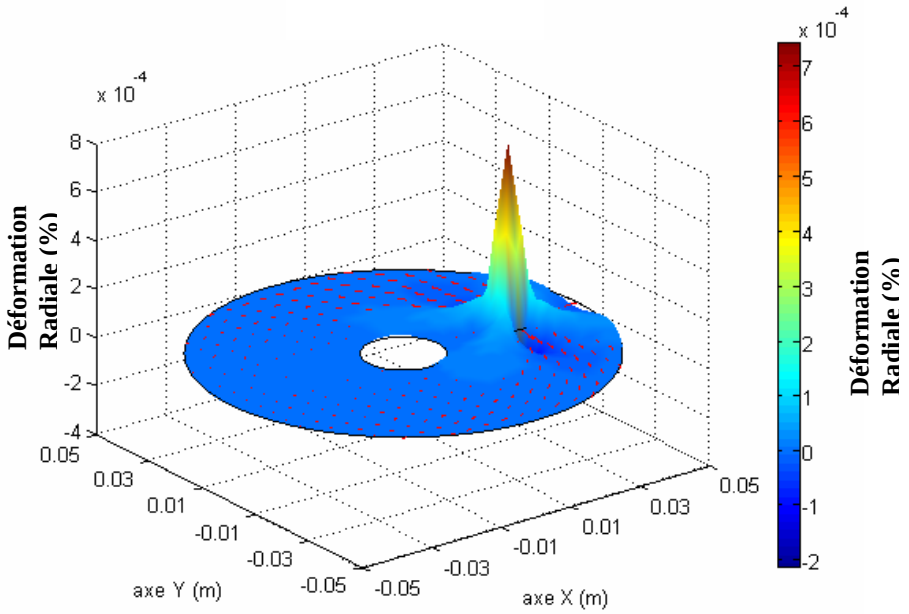


Figure 4.14 : Déformation Radiale (%) en 3D

Dans le cas où l'inclusion est une fois est demi plus rigide que le milieu ; le champ de déformation est plus intense dans l'inclusion et la région qui l'entoure (adjacente).

L'allure des déformations est semblable à celui du cas homogène (sans inclusion) comme il apparaît sur la figure 4.15 :

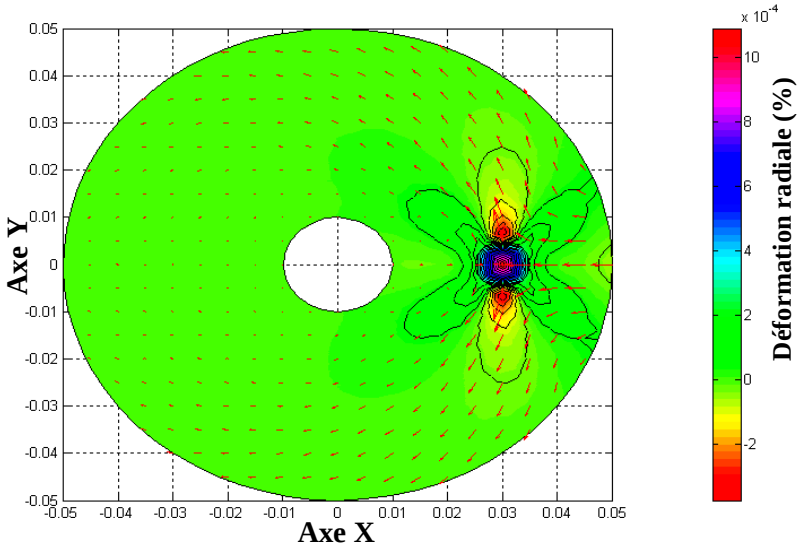


Figure 4.15: Champ de déformation radial, l'inclusion une fois et demie plus dur que le milieu environnant (E=1.5x10^3).

Ainsi que le sens des déplacements apparaît dans la direction radiale pour des inclusions qui sont deux fois plus rigide que le milieu environnant.

En signalant que tous ces résultats précédents dépendent du profil de la température; si ce dernier change alors on n'obtienne pas les mêmes effets et les mêmes résultats. Le milieu a été supposé quasi incompressible (coefficient de POISSON = 0.40), ce qui a pour conséquence qu'un déplacement dans une direction principale influence le déplacement dans l'autre d'une manière significative.

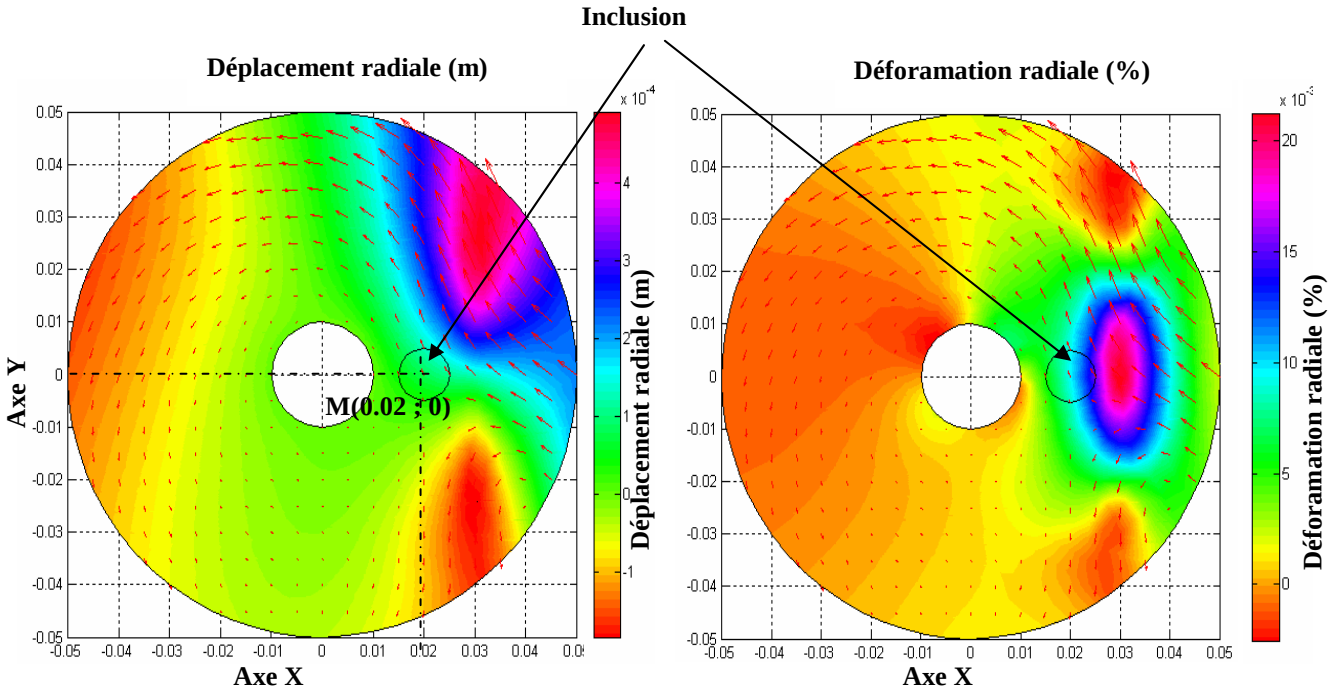
*** Inclusion désaxée :**

Maintenant, on va présenter les résultats de simulation des déformations dans le cas où l'inclusion est centrée sur l'axe Y et désaxée par rapport au pic de la température.

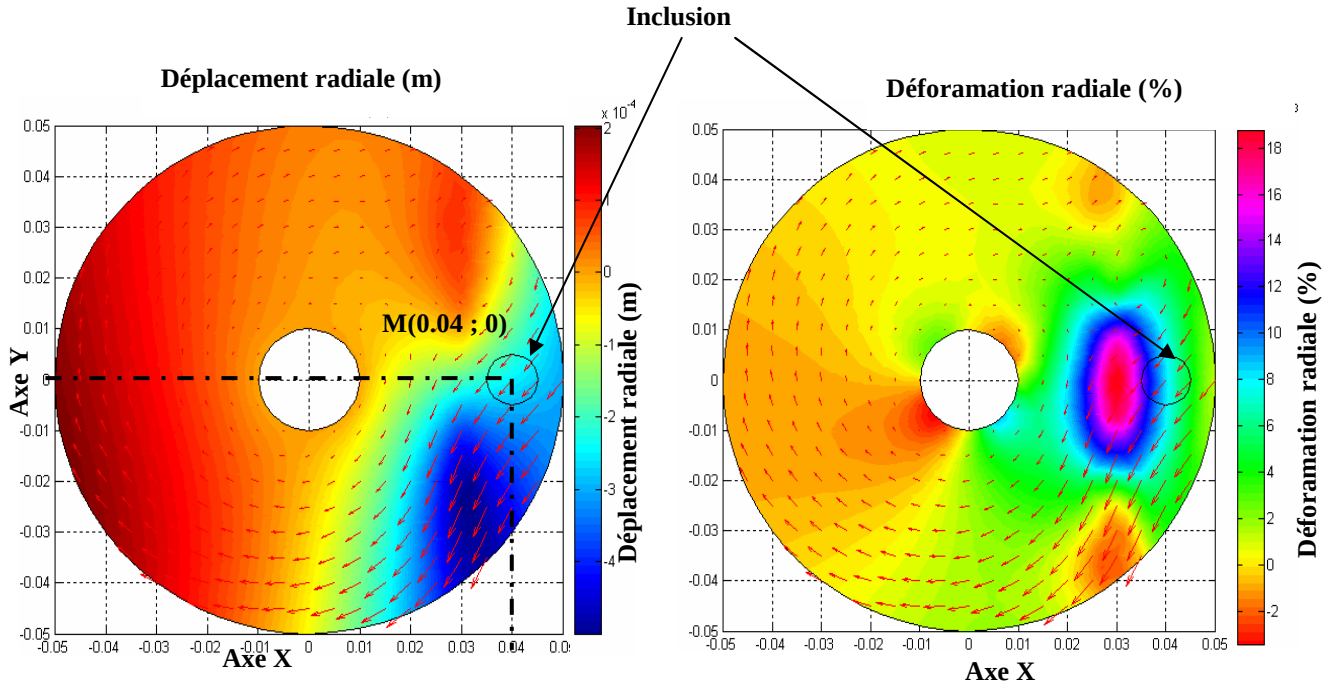
Les figures 4.16 (A et B) montrent la distribution des champs des déplacements et des déformations radiaux pour l'inclusion en premier temps proche des parois internes et ensuite proche des parois externes, avec fixation des déplacements sur les deux parois comme condition aux limites.

Nous avons gardé les mêmes conditions de simulations tels que le même profil de température qui a été appliqué au centre entre les deux parois et les mêmes caractéristiques physiques (E, ν, α) qu'auparavant. L'inclusion est quatre fois plus dure que le tissu environnant ($E=4x10^3$).

Dans ces conditions, nous avons obtenu les résultats qui sont résumés dans les figures suivantes :



A- Inclusion plus proche de la paroi interne centrée sur M(0.02 , 0)



B - Inclusion plus proche de la paroi externe centrée sur M(0.04 ; 0)

Figure 4.16 : champs de déformation et de déplacement pour l'inclusion proche de la paroi interne (A), et de la paroi externe (B).

- Dans le cas où l'inclusion est proche de la paroi interne on constate que les champs des déplacements et des déformations produits, sont d'amplitude grande que ceux produits par l'inclusion au centre des deux parois. Cela s'explique par le fait que l'inclusion se trouve entièrement dans une zone où le gradient de température est essentiellement vers la paroi interne et l'inclusion a la capacité de translater le milieu adjacent qui est moins rigide.

Dans le cas où on a appliqué un profil de température centré sur l'inclusion, les forces de volume ont tendance à s'équilibrer et à ne pas trop translater le centre de la masse rigide (inclusion), mais si on chauffe à coté de l'inclusion (cas d'inclusion désaxée) on devrait observer un effet d'amplification provoqué par l'inclusion.

- Dans le cas de l'inclusion proche de la paroi externe on a les mêmes constations.

Le mouvement de l'inclusion est prédominant en entraîner le milieu environnant comme dans le cas précèdent.

L'allure générale des déplacements ressemble à celui du cas d'inclusion proche de la paroi interne, sauf que la direction de mouvement des champs est différente et essentiellement vers l'extérieur du domaine ; l'amplitude des déplacements et des déformations est presque du même ordre ($\approx 10^{-3}$ en déformations ; $\approx 10^{-4}$ en déplacement), en tire d'avantage que, la traction radiale maximale se produit encore au point du

maximum de la focalisation du champ de température. Ainsi que cette traction maximale a été amplifiée par la présence de l'inclusion décentrée par rapport au centre de focalisation du champ.

Après tous ces résultats on peut dire qu'on a pu s'approcher de nos attentes; néanmoins que d'autre simulation avec d'autre profil de température doivent être effectué pour s'en assurer.

Conclusion :

En conclusion on peut dire que le principe de l'élastographie est d'imposer des contraintes et d'étudier les déplacements qui en résultent pour avoir une image des déformations connue sous le nom « elastogram ».

Jusqu'à présent, nous nous sommes inclinés sur la résolution du problème direct en utilisant les équations de l'élasticité en conjonction avec les éléments finis et nous avons supposé que la distribution de température est connue. Cela serait possible avec de nouvelles techniques d'estimation de la température utilisant l'imagerie par résonance magnétique (IRM). Nos simulations ont démontré, qu'en cas de présence d'une inclusion, il y a des chances que le tissu manifeste un mouvement apparent de compression au lieu d'une dilatation.

Quoiqu'il en soit, avant d'aller plus loin, nous devons à la fois reconduire d'autres simulations en reconsidérant nos hypothèses et réaliser d'autres expériences afin de clarifier nos résultats.

Dans l'état actuel du projet, nous distinguons trois problèmes inverses, associés aux distributions des paramètres suivants : la température T, le module de YOUNG E et le coefficient d'expansion thermique α .

Conclusion générale

Conclusion Générale :

Le cancer de la prostate est le plus constaté chez l'homme après le cancer des poumons. Cela constitue une raison supplémentaire pour consacrer des efforts à la conception et à la réalisation des méthodes de diagnostic et de traitement du ce cancer.

En élastographie, la connaissance de la température et du coefficient d'expansion thermique α avec une bonne précision permet de caractériser les tissus biologiques à travers des contrastes de rigidité. Dans ce travail on considéré le même coefficient α pour tout le domaine et dans le cas de la présence d'une inclusion, mais en réalité cela ne peut être toujours vrai à cause des changements pathologiques et le coefficient α peu varie ; c'est la raison pour la quelle on a besoin d'un bon formalisme théorique pour résoudre ces problèmes.

Donc, autant d'ouverture et de chemins de recherche dans ce domaine et le besoin d'un bon modèle pour l'estimation des déformations et la distribution de la température dans les tissus biologiques, on a toujours recours à un bon formalisme théorique solide.

Ainsi que c'est en proposant une solution à un problème fondamental qu'on se donne des outils pour mieux comprendre les futures observations. Certes que nos résultats numériques restent à vérifier et à étendre avec d'autres outils à base d'élément.

Récemment, L'Elastographie s'est penché sur l'exploitation de l'onde de cisaillement pour créer un nouveau mode d'imagerie d'élasticité des tissus. Elle est le fruit d'une recherche de pointe, fondée sur l'étude originale de propriétés physiques des tissus, mise en oeuvre dans une architecture échographique révolutionnaire. Elle permet, pour la première fois en échographie, l'analyse des ondes de cisaillement afin de fournir au médecin une nouvelle information quantitative: l'élasticité des tissus.

La technologie SonicTouch, qui se base sur la création d'une source de vibration supersonique, permet une génération efficace et autonome d'ondes de cisaillement sans augmenter la puissance acoustique habituellement délivrée par l'échographe. [12]

Comme perspectives dans ce domaine il est possible d'envisager un travail pour but de suivre les stades de développement des nodules cancéreux par la mesure de l'étalement des déformation de ces nodules en fonction du temps.

Annexes

Annexe A : La méthode des éléments finis :

La résolution par éléments finis peut être utilisée dans plusieurs types de problèmes régis par des équations aux dérivées partielles. D'ailleurs, il est possible de classer la plupart des équations aux dérivées partielles qui décrivent les phénomènes physiques en trois grandes classes :

Équation elliptique : $$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0 \qquad \text{A.1}$$

Équation parabolique : $$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial f}{\partial t}=0 \qquad \text{A.2}$$

Équation hyperbolique : $$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}=0 \qquad \text{A.3}$$

Des exemples typiques pour les équations paraboliques et hyperboliques sont respectivement l'étude de la diffusion de chaleur et l'évaluation de la propagation d'ondes mécaniques ou électromagnétiques. Dans le cas présent. Le type d'équation qui nous intéresse est l'équation elliptique. En effet, ce type d'équation est représentatif entre autres des problèmes de déformation d'un solide.

La fonction elliptique qui s'applique à notre type de problème peut s'écrire sous forme compacte:

$$-\nabla.(C.\nabla u)=F \qquad \text{A.4}$$

où *C* représente un tenseur d'ordre quatre, U les déplacements en deux dimensions (u, v) des éléments et F, les forces volumiques.

De façon générale, la solution d'un système mécanique par éléments finis nécessite la connaissance des conditions aux frontières. Ensuite, la division du domaine en un nombre fini d'éléments rend possible la détermination du déplacement de chaque noeud d'un élément.

L'assemblage des éléments qui forment la structure établit alors les liens entre chacun de ces éléments. Enfin, l'application des conditions aux frontières nous permet de résoudre l'équation elliptique et d'obtenir le déplacement de tous les noeuds de la structure. Nous allons maintenant examiner un peu plus en détail la description de ces étapes nécessaires à la résolution par éléments finis.

A.1. Les conditions aux frontières en éléments finis

Il existe deux grandes catégories de conditions aux frontières en éléments finis:

Les conditions de déplacement et les conditions de force. Les conditions de force ou conditions de NEUMANN sont des conditions qui sont aussi appelées conditions naturelles puisque les termes nécessaires à l'application de ce type de condition apparaissent naturellement lors du développement de la forme variationnelle. Ces conditions ne sont toutefois pas pleinement satisfaites et sont formulées de la façon suivante:

$$\sigma.n = g \qquad \text{A.5}$$

Où *n* représente le vecteur normal à la surface et g les forces imposées.

En état plan de déformation, les équations de conditions de force peuvent s'écrire:

$$\sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y = g_x \qquad \text{A.6}$$

$$\sigma_{xy} n_x + \sigma_y n_y = g_y \qquad \text{A.7}$$

Les conditions de déplacement (aussi appelées conditions de Dirichlet) sont, pour leur part, des conditions essentielles pleinement satisfaites puisque les valeurs imposées sont appliquées directement dans le vecteur de déplacement.

A.2. Approximation de l'équation continue en équations discrètes

L'approximation d'une fonction continue par un modèle discret constitue un concept fondamental de la résolution par éléments finis. Le domaine (Ω) de la fonction continue est divisé en un nombre fini d'éléments. Pour chacun des noeuds d'un élément, une fonction d'interpolation (N_i) est définie afin de déterminer leur déplacement. Pour évaluer approximativement les déplacements d'un système à deux degrés de liberté (en permettant les déplacements dans le plan xy), nous utilisons une représentation polynomiale d'ordre 1 comme fonction d'essai.

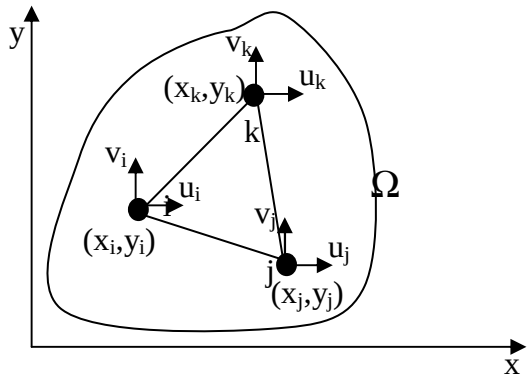


Figure.1 : Description d une unité de maillage constitué des triangles à deux degrés de liberté.

Ces fonctions d'essai (N_i) doivent remplir des conditions de représentation constante et de continuité afin de s'assurer que la solution par éléments finis converge vers la solution exacte lorsque la dimension du maillage tend vers zéro (GALLAGHER, 1976). Pour ce qui

est de la représentation constante, U et toutes ses dérivées jusqu'à l'ordre *m* (ordre du système) doivent avoir une valeur constante. Pour la continuité dans le domaine d'un élément et à la frontière de deux éléments, U et toutes ses dérivée d'ordre m-1 doivent être continues.

Ainsi, on peut exprimer les déplacements d'un élément en fonction des déplacements des noeuds à l'aide de polynômes d'ordre 1 capables de satisfaire ces conditions:

$$u(X,Y) = a_1 + a_2 X + a_3 Y \qquad \text{A.8}$$

$$v(X,Y) = b_1 + b_2 X + b_3 Y \qquad \text{A.9}$$

où u(x, y) et v(x, y) représentent respectivement les déplacements dans la direction des x et dans la direction des y d'un élément. Les déplacements en x et y des noeuds d'un élément peuvent être exprimés sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ . \\ u_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ . \\ . \\ . \\ v_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{Bmatrix} \qquad \text{A.10}$$

Où n représente le nombre de noeuds utilisés. Dans le cas de ce projet, le maillage est constitué d'éléments triangulaires simples (n = 3) dans lesquels on suppose les propriétés physiques constantes.

Puisque les équations précédentes (A.10) peuvent s'écrire sous la forme:

$$\begin{aligned} \{u\} &= [A]\{a\} \\ \{v\} &= [A]\{b\} \end{aligned} \qquad \text{A.11}$$

Alors :

$$\begin{aligned} \{a\} &= [A]^{-1}\{u\} \\ \{b\} &= [A]^{-1}\{v\} \end{aligned} \qquad \text{A.12}$$

Maintenant, en combinant ces équations, on obtient :

$$\begin{aligned} u(x,y) &= \begin{bmatrix}1 & x & y\end{bmatrix}[A]^{-1}\{u\} \\ v(x,y) &= \begin{bmatrix}1 & x & y\end{bmatrix}[A]^{-1}\{v\} \end{aligned} \qquad \text{A.13}$$

La multiplication des deux premières matrices du membre de droite produit une matrice, de dimension 1 x n, que l'on nomme matrice des fonctions de forme N_i. Dans le système, il y aura autant de fonctions de forme qu'il y a de nœuds. Pour un seul élément triangulaire, les trois termes de cette matrice peuvent être définis comme suit :

$$\begin{aligned} N_1(x,y) &= \frac{1}{2A}\big((y_3-y_2)(x_2-x)-(x_3-x_2)(y_2-y)\big) \\ N_2(x,y) &= \frac{1}{2A}\big((y_1-y_3)(x_3-x)-(x_1-x_3)(y_3-y)\big) \\ N_3(x,y) &= \frac{1}{2A}\big((y_2-y_1)(x_1-x)-(x_2-x_1)(y_1-y)\big) \end{aligned} \qquad \text{A.14}$$

où A est l'air du triangle i-j-k telle que :

$$A = \frac{1}{2}Det\begin{bmatrix}1 & x_1 & y_1\\ 1 & x_2 & y_2\\ 1 & x_3 & y_3\end{bmatrix} \qquad \text{A.15}$$

N_1, N_2 et N_3 sont des fonctions d'interpolations nodales ou fonction de forme qui la propriété de valoir Ni = 1 au nœud i et zéro aux deux autres nœuds de l'élément.

En combinant les déplacements en **x** et en y sous forme matricielle on obtient donc:

$$\begin{Bmatrix}u(x,y)\\ v(x,y)\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}N_1 & N_2 & N_3 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & N_3\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u_1\\ u_2\\ u_3\\ v_1\\ v_2\\ v_3\end{Bmatrix} \qquad \text{A.16}$$

$$\{U\} = [N]\begin{Bmatrix}u\\ v\end{Bmatrix} \qquad \text{A.17}$$

En état plan de déformation, on permet la déformation en x et en y ainsi que le cisaillement dans le plan xy. Les équations de déformation se résument à:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u(x,y)}{\partial x}$$
$$\varepsilon_y = \frac{\partial v(x,y)}{\partial y} \qquad \text{A.18}$$
$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}\varepsilon_x + \frac{\partial v(x,y)}{\partial x}\right)$$

Sous forme matricielle, les équations (A.18) peuvent s'écrire :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{Bmatrix}$$
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = [L]\{U\} \qquad \text{A.19}$$

En insérant l'équation (A.17) dans t'équation précédente, on obtient :

$$\{\varepsilon\} = [L][N]\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \qquad \text{A.20}$$

En combinant les deux premiers termes de l'équation (A.20) sous forme de matrice [57] et en fixant le vecteur de déplacement des nœuds de l'élément sous forme de vecteur {d} on obtient :

$$\{\varepsilon\} = [D]\{d\} \qquad \text{A.21}$$

Où :

$$[D] = \begin{bmatrix} N_{1x} & N_{2x} & N_{3x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{1y} & N_{2x} & N_{3y} \\ N_{1y} & N_{1y} & N_{3y} & N_{1x} & N_{2x} & N_{3x} \end{bmatrix} \qquad \text{A.22}$$

Notons que les indices x et y, ajoutés aux symboles N_i, indiquent la dérivée partielle de N_i par rapport à x et y respectivement.

A.3. Assemblage de la matrice de rigidité :

Le processus d'assemblage permet d'établir les liens entre les éléments de la structure. Chaque valeur d'une matrice locale est transférée et positionnée correctement dans la matrice globale de façon à additionner la contribution de tous les éléments qui partagent un nœud donné. Ainsi, suite à l'assemblage de la matrice de rigidité on obtient :

$$\{F\} = [K]\{U\} \qquad \text{A.23}$$

Où :

$$\begin{bmatrix} f_{1x} \\ f_{2x} \\ . \\ . \\ . \\ f_{nx} \\ f_{1y} \\ f_{2y} \\ . \\ . \\ f_{ny} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \dots & \dots & \dots & \dots & k_{1,2n} \\ k_{2,1} & . & & & & & k_{2,2n} \\ . & . & & & & & . \\ . & . & & & & & . \\ . & . & & & & & . \\ k_{n,1} & k_{n,2} & \dots & \dots & \dots & \dots & k_{n,2n} \\ k_{n+1,1} & k_{n+1,2} & \dots & \dots & \dots & \dots & k_{n+1,2n} \\ . & . & . & & & & \\ . & . & & & & & \\ . & . & & & & & \\ k_{2n,1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & k_{2n,2n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ . \\ u_n \\ v_1 \\ v_2 \\ . \\ . \\ v_n \end{Bmatrix} \qquad \text{A.24}$$

La matrice de rigidité globale [K] est une matrice carrée de dimension 2n x 2n, où 2 représente le nombre de degrés de liberté et n le nombre de nœuds de la structure.

Les vecteurs (F) et (U) représentent respectivement les forces et les déplacements présents aux nœuds. Maintenant, avec l'application des conditions aux frontières, La connaissance de la rigidité du matériau étudié et le calcul des forces de volume provenant du gradient de température, il est possible de résoudre le problème direct et de déterminer le champ de déplacement associé à la perturbation (forces et déplacements imposés) appliquée au spécimen.

La méthode des éléments finis nous permet de déterminer les déplacements de toute la structure interne d'un spécimen, à condition de connaître le profil de température, les conditions aux frontières ainsi que les propriétés du matériau.

Annexe B : Liste des Symboles :

Symbole	*définition*
∇	le gradient .
$\varphi_{i,j}$	Dérivation de la fonction $\varphi_{i,j}$ selon la direction *i* par rapport à la direction *j* et sommation (convention d'Einstein).
$\varphi_{,ii}$	Laplacien de la fonction φ : ($\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_3^2}$.)
C	La célérité de l'onde acoustique (m/s).
χ	Coefficient de compressibilité du milieu (Pa^{-1})
ρ	Masse volumique (kg/m^3).
κ	Module de compressibilité du milieu (Pa).
T	Température (°C).
μ	Coefficient d'élasticité de cisaillement du tissu (2^{eme} constante de LAME).
λ	Longueur d'onde (m).
λ_L	Coefficient d'élasticité de compression (1^{er} Constante de LAME).
Z	Impédance acoustique ($kg/m^{2.}s$).
f	Fréquence (Hz).
ξ	Energie cinétique de la particule (joule).
V_0	Vitesse maximale de vibration de la particule (m/s).
m	Masse (kg).
I	Intensité acoustique ($watt/cm^2$).
P	Pression acoustique (pas).
s	Entropie.
$\vec{a}$	Acceleration en m/s^2.
u	Déplacement (m).
F	La force (N).
S	Surface.
x	Axe de déplacement.
ε	Déformation.
σ	Contrainte (pas).
w	Pulsation (rd/s).
K	nombre d'onde (rd/m)

C_{φ}	vitesse de phase
L_{trans}	Coefficient de transmission
R	Coefficient de réflexion
θ	angle
ζ	énergie d'un faisceau ultrasonore (joule)
γ	coefficient d'atténuation (m^{-1})
e	Logarithme népérien
k	Conductivité thermique du tissu en (w/m.°C)
υ_s	chaleur spécifique du sang (j/kg.°C).
τ_s	taux de perfusion sanguine local ($kg.m^{-3}.s^{-1}$).
Q	source de chaleur.
v_s	vitesse du sang.
$\overline{V}$	vitesse moyenne locale du sang.
E	Module de YOUNG .
ν	Coefficient de POISSON.
η	coefficient local de transfert conducto-convectif.
h	circonférence du vaisseau sanguin.
A	section du vaisseau sanguin.
q_p	Chaleur portée par la perfusion .
Φ	flux volumique du sang par unité de surface dans le volume de contrôle.
β	..Modules thermiques
α	coefficient d'expansion thermique.
σ_{ij}	tenseur de contrainte dans le plan i et la direction j.
ε_{ij}	tenseur de déformation dans le plan i et la direction j.
δ	coefficient d'absorption.
C_{ijkl}	Tenseur raideur ou tenseur des modules élastique (d'ordre 4).
S_{ijkl} :	Tenseur des souplesses.
D	diffusivité thermique du milieu.
L	longueur

Bibliographie

Bibliographie :

[01] : M. TANTER et al, " L'Elastographie par ultrasons ou résonance magnétique : de nouveaux outils de diagnostic en cancérologie", Ecole Supérieure de Physique et Chimie Industrielles (ESPCI), France, 2007.

[02] : T. A. KROUSKOP, T. M. WHEELER, F. KALLEL, B. S. GARRA, T. HALL, "Elastic modular of Breast and Prostate Tissus under Compression, Ultrason Imaging", pp. 260-274, 1998.

[03] : F. BRAY, R. SANKILA, J. FERLAY, D.M. PARKIN, "Estimates of cancer incidence and mortality in Europe in 1995", European Journal of Cancer, vol. 38, pp. 99-166, 2002.

[04] : J. CURIE, P. CURIE, "L'électricité polaire dans les cristaux hémiédries à faces Inclinées", C. R. Séances Acad. Sci., Paris, pp. 91-294, 1880.

[05] : H. ARKIn, X . XU, K.R. HOLMES, "Recent Developments in Modeling Heat Transfer in Blood Perfused Tissue", IEEE Trans. Bio. Eng., vol. 41, pp. 97-107, 1994.

[06] : H. FREUNDLICH, K. SOLLNER, F. ROGOWSKI", Klin Wochenschr," vol. 11, pp. 1512, 1933.

[07] : M. RIBAULT, "caractérisation ultrasonore de lésions induites par ultrasons focalisés de haute intensité", thèse de doctorat, l'université CLAUDE BERNARD (Lyon), p. 12-13, 1999,

[08] : A. SARVAZYAN, A. R. SKOVORODA, S. EMELIANOV, J. B. FOWLKES, "Biophysical bases of elasticity imaging", Acoustical Imaging, vol. 21,pp. 223-241, 1995.

[09] : J. R.URICK, "Principales of underwater sound," MCGRAW-HILL, 2nd édition,1975

[10] : F. ROUSSEAU, "Dispositifs d'imagerie médicale (échographie)", 2007.

[11] : S. P. MEULY, "Interaction d'une onde ultrasonore de haute intensité dans les tissus biologiques en présence des bulles", Thèse de Doctorat, Lyon, pp. 13, 2005.

[12] : J. BERCOFF, "L'Elastographie ShearWaveTM", White Paper, SuperSonic Imagine, France, 2008.

[13] : G. SAID, "Elastographie ultrasonore tridimensionnelle : de l'estimation des déformation au module de YOUNG des tissus biologiques", Thèse de Doctorat, Institut des Sciences Appliquées (lyon), p.p 68-69, 2006.

[14] : L. D. LANDAU, E. M. LIFCHITZ, "Fluid Mechanics", BUTTERWORTH-HEINEMANN, Oxford, Second Edition, 1987.

[15] : R. BEL, "Ressources pour la préparation à l'agrégation externe de sciences Physique option physique", 2003.

[16] : N. GRENIER, "Imagerie ultrasonore", Département d'Information Médicale du CHRU de Pontchaillou, Bordeaux,1996.

[17] : D. GOUNOT, "Ultrasons et Echographie II : Formation des Echos dans le tissus", 2008.

[18] : F. A. DUCK, "Physical Properties of tissue", Press Academic, London, pp. 346, 1990.

[19] : C. LAFON, "Développement d'un Applicateur Ultrasonore interstitiel:application au traitement par voie endoscopique des tumeurs digestives", thèse de doctorat, l'université CLAUDE BERNARD (Lyon), pp. 69, 1999.

[20] : K. K. SHUNG, "Imaging and blood flow measurements", chapter 2-4, 2006.

[21] : T. DEFFIEUX, "Palpation Par Force De Radiation Ultrasonore Et Echographie Ultrarapide : Applications A La Caractérisation Tissulaire In Vivo", Thèse de Doctorat, Université de Paris7, pp 10, 2008

[22] : J. OPHIR, I. CESPEDES, H. PONNEKANTI, Y. YAZDI, and X. LI, "Elastography a Quantitative Method for Imaging the Elasticity of Biological Tissues", Ultrasonic Imaging, vol. 13, pp. 111-134, 1991.

[23] : Y. C. FUNG, "Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues", 2ed, New York : Springer-Verlag, pp.568, 1993

[24] : P.SOBIN, "Mechanical Properties Of Humain Veins", M.S.Thesis, University of California, San Diego, California USA.

[25] : S. Y. EMELIANOV, R. Q. ERKAMP, M. A. LUBINSKY, A. R. SKOVORODA, and M. O'DONNEL, "Non-linear tissue elasticity : adaptive elasticity imaging for large deformations", in IEEE Ultrasonics Symposium. Piscataway, NJ, USA, 1998.

[26] : R. LERNER, K.J. PARKER, J. HOLEN, R. GRAMAIK, R.C. WAAG, "Sono-alasticity: Medical elasticity images derived from ultrasound in mechanically vibrated target", Acoust. Imaging, pp. 16:317-327, 1988.

[27]: S.R. HUANG, R.M. LERNER, K.J. PARKER, "Time domain Doppler Estimators of the amplitude vibrating targets", Journ. Acoustical Society America, 91(2): 965-974, 1992.

[28] : K.J. PARKEr, R.M. LERNER, "Sonoelasticity of organs : Shear waves ring a bell", J. Ultrasound Med., 11:387-392, 1992.

[29]: Y. YAMAKOSHI, J. SATO and T. SATO, "Ultrasound imaging of internal vibration of soft tissue under forced vibration", IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 37(2):45-53, 1990.

[30]: R.M. LERNER, S.R. HUANG and K.J. PARKER, " Sonoelasticity Images Derived From Ultrasound Signals In Mechanically Vibrated Tissues", Ultrasound in Medecine et Biology, 16(3):231-239, 1990.

[31] : J. F. DEPREZ, "Estimation 3D de la Déformation des Tissus Mous Biologiques par Traitement Numérique des Données Ultrasonores Radiofréquence", Thèse de Doctorat, Université de Lyon, 2008.

[32] : L. SANDRIN, S. CATHELINE, M. TANTER, X. HENNEQUIN and M. FINK, "Time-resloved pulsed élastographie with ultrafast imaging", Ultrasonic Imaging, 21:259-272, 1999.

[33] : J. BERCOFF, M. TANTER and M. FINK, "Supersonic Shear Imaging : a New Technique For Soft Tissue Elasticity Mapping", IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 51(4):396-409, 2004.

[34] : A.R. SKOVORODA, M.A. LUBINSKI, S.Y. EMELIANOV, M. O'DONNELL, "Reconstructive Elasticity imaging for large deformations", IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 46(3):523-535, 1999.

[35] : K. M. HILTAWSKY, M. KRUGER, C. STARKE, L. HEUSER, H. ERMERT, and A. JENSEN, "Freehand Ultrasound Elastography of Breast Lesions: Clinical results", Ultrasound in Medicine and Biology, vol. 27, pp. 1461-1469, 2001.

[36] : J. BERCOFF, "L'Imagerie Echographique Ultrarapide et son Application à l'étude de la Viscoélasticité du Corps Humain", Thèse de Doctorat, université de paris7,2004.

[37] : D.TERZOPOULOS, K.FLEISCHER, "Modeling Inelastic Deformation: Viscoelasticity, plasticity, fracture", Proc. SIGGRAPH ,Atlanta, USA, pp. 269-278, 1988.

[38]: C. A. M. SERRANO, "Interactions en Temps Réel de Tissu Mou avec Découpe 3D et Retour d'Effort", Thèse de Doctorat, INPG France, pp 8-9, 2003.

[39]: D. JAMES, D. PAI. "Accurate real time deformable objects", Proceedings of Siggraph, pages 65–72, cited on pages 8, 39, 40, 50, 50, 54, 55, August 1999.

[40] : I. COSTA and R. BALANIUK, "Static solution for real time deformable objects with fluid inside", In ERCIM News, pages 44–45, cited on pages 9, 41, January 2001.

[41]: O.C. ZIENKIEWICZ, "The Finite Element Method", McGraw-Hill, pp. 9-43, 1977.

[42]: K. BATHE, "Finite element procedures", Prentice Hall, Inc, cited on pages 7, 9, 43, 50, 54, 55; 1996.

[43] : H.H. PENNES, "Analysis of Tissue and Arterial Blood Temperatures in the Resting Human Forearm", J. Appl. Physiol., Vol. 1, no. 2, pp. 93- 122, 1948.

[44]: J. W. MITCHELL, G. E. MYERS, "An Analytical Mode1 of the Countercurrent Heat Exchange Phenomena", Biophysical Journal, vol. 8, pp. 897-9 1 1, 1968.

[45]: K. H. KELLER, L. SEILER, "An Analysis of Peripheral Heat Transfer in Man", Journal of Applied Physiology, vol. 30, pp. 779-786, 1971.

[46]: E. H. WISSLER, "Comparison of Results obtained from two Mathematical Models- A simple 14-node Model and a complex 250-node Model", Journal of Physiology (Paris), vol. 63, pp. 455-458, 1970.

[47] : W. WULLF, "The Energy Conservation Equation for Living Tissue", IEEE Trans. Of Biomedical Engineering, vol. BME-21, pp. 494-495, 1974.

[48] : M.M. CHEN, K. R. HOLMES, "Microvascular Contribution in Tissue Heat Transfer", Annals of the New York Academy of Sciences, vol. 335, pp.137-150, 1980.

[49] : J. CHATO, "Heat Transfer to Blood Vessels", ASME Trans. Of Biomechanical Engineering, vol. 102, pp. 110-118, 1980.

[50] : S. WELNBAUM, L. M. JIJI, D. E. LEMONS, "Theory and Experiment for the Effect of Vascular Temperature on Surface Tissue Heat Transfer-Part 1: Anatomical Foundation and Mode1 Conceptualization", ASME Trans. Of Biomechanical Engineering, vol. 106, pp. 321-330, 1984.

[51] : R.P. HARRIS, K. N. LOHR, R. BECK, K. FINK, P. GODLEY, A. BUNTON, "Screening for Prostate Cancer", File Inventory, Systematic Evidence Review Number 16, October 2002. Agency for Healthcare Research and Quality, Rockville, MD. [online], Available on: http://www.ahrq.gov/clinic/prev/prostinv.htm (downloaded 01-Aug 2003).

[52] : E.A. EL-GABRY, et al. Imaging prostate, "Cancer: Current and Future Applications Oncology", vol.15, n°3, pp.325-336, 2001.

[53] : W. VOIGT, "Die fundamentalen physikalisCHEN Eigenschaften der Krystalle in elementarer Darstellung", Verlag von Veit & Comp., Leipzig, 1898.

[54] : F. SAMUEL, M. AMESTORY, S. CANTOURNET, G. DAMAMME, S. KRUCH, V. MAUREL, "Mecanique des milieux continus", 2007-2008.

[55] : J. GARRIGUES, "Statistique des Solides Elastiques en petite Déformation", Ecole supérieure du mécanique de Marseille, 2001.

[56] : J.LEMAITRE, J.L. CHABOCHE, "Mécanique des matériaux solides", Dunod, 1988.

[57] : J.L. NOWINSKI, "Theory of Thermoelasticity with Applications", 1978.

[58] : S. TMOSHENKO, J.N. GOODIER, "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, New York, 1964.

[59] : D.A. CHRISTENSEN, "Ultrasonic Bio-instrumentation", John Wiley and Sons, NewYork, 1988.

[60] : B. SEKET, mémoires de l'Académie Nationale de Chirurgie, 7 (4) : 16-20, Hôpital EDOUARD HERRIOT, 69000 Lyon, 2008.

[61] : C. GOLDENSTEDT, "Applicateur Ultrasonore Interstitiel pour l'ablation des Cancers du Foie et Destruction de Thrombus par Ondes de Choc Extracorporelles associées à un Thrombolytique encapsulé", université Lyon 1, p 19, 2008.

[62] : M. FINK ; "Imagerie et thérapie par ultrasons", Laboratoire ondes et acoustiques (LOA), paris, 2001.

[63] : M. FUBAULT, "Caractérisation Ultrasonore De Lésions Induites Par Ultrasons Focalisés De Haute Intensité", Thèse de doctorat, Université Claude Bernard, Lyon 1, 1998.